PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU POZNAŃSKIEGO
SEKCJA MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA
NR. 1.

ALFRED DENIZOT

UZASADNIENIE TERMODYNAMICZNE CIŚNIENIA PROMIENIOWANIA.

PRESSION DU RAYONNEMENT BASÉE SUR DES PRINCIPES THERMODYNAMIQUES.

POZNAŃ
CZCIONKAMI DRUKARNI ZJEDNOCZENIA MŁODZIEŻY
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI GEBETHNERA I WOLFFA, POZNAŃ
1921.

Ogólne jest mniemanie, że prosty związek pomiędzy ciśnieniem a gęstością promieniowania jest jedynie wynikiem teorji elektromagnetycznej i że nie można uzasadnić go w sposób termodynamiczny. W istocie, Newtonowska teorja emisyjna, w związku z poglądami kinetycznej teorji gazów oraz z zasadami mechaniki klasycznej, prowadzi w tym względzie do innego wyniku[1]). Ten wynik jednakże nie rozstrzyga sprawy na niekorzyść rozważań natury termodynamicznej, o ile ona nie opiera się na teorji kinetycznej gazów.

W niniejszej rozprawie pozwalam sobie wskazać drogę, która prowadzi do wzmiankowanego związku na podstawie termodynamicznej. Jeżeli mianowicie — jak wiadomo — cykl Carnota służyć może do zrealizowania ciśnienia Maxwellowskiego — to narzuca się pytanie, w jakim stosunku jest praca wykonana w sposób izotermiczny do zachodzącego zwiększenia energji promieniowania, a następnie chodzi tylko o wyznaczenie tego stosunku. W tym celu opieram się na okoliczności, że temperatura bezwzględna jest funkcją jakiejkolwiek temperatury konwencjonalnej. Jeśli następnie przyjmie się dla gęstości promieniowania szereg postępujący podług rosnących potęg przyjętej temperatury konwencjonalnej, wtedy przez porównanie tego szeregu z szeregiem dla temperatury bezwzględnej można wyznaczyć omawiany stosunek. Pośredniczy w tym, względzie stustopniowa skala temperatury, a nadto skala której dałem nazwę „skali elektrochemicznej"; odznacza się ona tem, że posiada wyższe wyrazy i bardzo mało odbiega od skali stustopniowej. Wynik, do którego z pomocą tej skali dochodzę, jest ten sam, którego wymaga teorja elektromagnetyczna. Taki jest w krótkości zarys poniżej podanych rozważań.

§ 1. Aby przybrać rozumowanie w szatę konkretną, przyjmujemy[2]) cylinder, w położeniu pionowem z zupełną próżnią, wraz z tłokiem, który może się przesuwać w cylindrze, idealnie

---

[1]) M. Planck. Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Zweite Auflage, Leipzig 1913, pg. 56.

[2]) Por. M. Planck, l. c. 58.

swobodnie, bez tarcia. Dno cylindra ma stanowić ciało czarne, którego temperaturę można zmieniać dowolnie, przy pomocy zbiornika ciepła o wielkiej pojemności. W celu utrzymania równowagi mechanicznej obciążymy tłok ciężarem, który równa się iloczynowi z ciśnienia (p) promieniowania i przekroju tłoka. Temperaturę mierzymy skalą konwencjonalną (t).

Jeżeli Q oznacza nieskończenie małą ilość ciepła, którą oddaje ciało czarne względnie zbiornik ciepła z niem połączony, natenczas na podstawie pierwszego twierdzenia termodynamiki będzie:

$$Q = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V, \tag{1}$$

gdzie

$$U = Vu \tag{2}$$

oznacza energję promieniowania w próżni cylindrowej V, w której istnieje gęstość (u) oraz ciśnienie (p) promieniowania. Uważając V i t za zmienne niezależne, mamy

$$\mathrm{d}U = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}V}\,\mathrm{d}V + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t$$

a zatem

$$Q = \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}V} + p\right)\mathrm{d}V + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t. \tag{1'}$$

Związek zaś pomiędzy temperaturą bezwzględną T a konwencjonalną t podaje nieskończenie mały cykl Carnota[1]), z którego wykonania wynika

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t}{\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}V} + p}. \tag{3}$$

Jeżeli licznik i mianownik po prawej stronie równania (3) pomnożymy przez $\mathrm{d}V$, wtedy licznik przedstawia pracę zyskaną w nieskończenie małym cyklu, a mianownik wyraża ilość ciepła z zewnątrz dodanego ciału czarnemu przy izotermicznej zmianie objętości o $\mathrm{d}V$. Związek (3) określa nadto wydajność cyklu Carnota.

Dla ciepła Q_1 doprowadzonego z zewnątrz ciału czarnemu przy zachowaniu stałej temperatury wynika z wyrażenia (1'), przy uwzględnieniu związku (2):

$$Q_1 = u\,\mathrm{d}V + p\mathrm{d}V. \tag{4}$$

---

[1]) A. Denizot. Wiadomości matematyczne **6**, 56; 1902. Annalen der Physik **7**, 358, 1902.

Wskutek doprowadzonego ciepła Q_1 energja promieniowania powiększy się zatem o $u\mathrm{d}V$, a nadto będzie wykonana praca w ilości $p\mathrm{d}V$. Stawiamy pytanie, w jakim stosunku do siebie są te dwie energje?

Oznaczając ten stosunek przez n, który uważamy jako niezależny od temperatury, mamy

$$\frac{u\mathrm{d}V}{p\mathrm{d}V} = n$$

czyli czynimy założenie

$$p = \frac{1}{n}\, u. \tag{5}$$

Na podstawie tego założenia wyrażenia (4) i (3) przyjmą postać

$$Q_1 = \frac{n+1}{n}\, u\mathrm{d}V \tag{4'}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{1}{n+1}\,\frac{\mathrm{d}u}{u}. \tag{3'}$$

Całkowanie równania (3') prowadzi do związku

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{u_0}{u}\right)^{\frac{1}{n+1}}, \tag{6}$$

gdzie u_0 oznacza gęstość energji promieniowania przy początkowej temperaturze $t_0 = 0$ względnie T_0.

Związkowi (6) możemy też nadać kształt

$$u = \sigma\, T^{n+1}, \tag{7}$$

gdzie

$$\sigma = \frac{u_0}{T_0^{\,n+1}}.$$

§ 3. Łącznie z powyższemi wzorami wyprowadzimy jeszcze wyrażenie na entropię, której różniczkę określamy wzorem

$$\mathrm{d}S = \frac{Q}{T}.$$

Korzystając ze związków (1'), (2), (5) i (7) otrzymamy

$$\mathrm{d}S = \frac{n+1}{n}\,\sigma\, T^n\, \mathrm{d}V + (n+1)\,\sigma\, T^{n-1} V\mathrm{d}T. \tag{8}$$

Całkowanie tego wyrażenia, z pominięciem stałej całkowania, daje wzór

$$S = \frac{n+1}{n}\,\sigma\, T^n V. \tag{8'}$$

§ 4. Gęstość energji u jest — jak wiadomo — li tylko funkcją temperatury; przeto czynimy założenie

$$(9) \qquad \frac{u}{u_0} = 1 + \alpha\, t + \beta\, t^2 + \gamma\, t^3 + \ldots,$$

gdzie spółczynniki, α, β, γ . . . są na razie nieznane.

Związek zaś pomiędzy temperaturą bezwzględną T a konwencjonalną t wyrażamy w postaci szeregu

$$(10) \qquad \frac{T}{T_0} = 1 + at + bt^2 + ct^3 + dt^4 + \ldots,$$

gdzie spółczynniki $a, b, c, \ldots$, stósownie do rozmaitych skal temperatury t, mają pewne przez doświadczenie wyznaczone wartości.

Podstawiając związki (9) i (10) w równanie (6), otrzymamy związek

$$(11) \quad 1 + \alpha\, t + \beta\, t^2 + \ldots = (1 + at + bt^2 + \ldots)^{\varkappa},$$

gdzie dla krótkości piszemy

$$\varkappa = n + 1.$$

Rozwijając następnie prawą stronę równania (11) w szereg podług potęg temperatury t, otrzymamy, przez przyrównanie spółczynników równych potęg t po lewej i prawej stronie tegoż równania, następujące związki:

$$\alpha = a\, \varkappa$$

$$\beta = a^2 \left\{ \binom{\varkappa}{2} + \frac{b}{a^2}\, \varkappa \right\}$$

$$\gamma = a^3 \left\{ \binom{\varkappa}{3} + 2 \frac{b}{a^2} \binom{\varkappa}{2} + \frac{c}{a^3}\, \varkappa \right\}$$

$$\delta = a^4 \left\{ \binom{\varkappa}{4} + 3 \frac{b}{a^2} \binom{\varkappa}{3} + \left(\frac{b^2}{a^4} + 2 \frac{c}{a^3} \right) \binom{\varkappa}{2} + \frac{d}{a^4}\, \varkappa \right\}$$

$$(12) \quad \varepsilon = a^5 \left\{ \binom{\varkappa}{5} + 4 \frac{b}{a^2} \binom{\varkappa}{4} + 3 \left(\frac{b^2}{a^4} + \frac{c}{a^3} \right) \binom{\varkappa}{3} + 2 \left(\frac{bc}{a^5} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{d}{a^4} \right) \binom{\varkappa}{2} + \frac{e}{a^5}\, \varkappa \right\}$$

$$\zeta = a^6 \left\{ \binom{\varkappa}{6} + 5 \frac{b}{a^2} \binom{\varkappa}{5} + \left(6 \frac{b^2}{a^4} + 4 \frac{c}{a^3} \right) \binom{\varkappa}{4} + \left(\frac{b^3}{a^6} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 6 \frac{bc}{a^5} + 3 \frac{d}{a^4} \right) \binom{\varkappa}{3} + \left(\frac{c^2}{a^6} + 2 \frac{e}{a^5} + 2 \frac{bd}{a^6} \right) \binom{\varkappa}{2} + \frac{f}{a^6}\, \varkappa \right\}$$

. . . .

W równaniach (12) uważamy α, β, γ . . . tudzież $\varkappa$ za niewiadome, zaś $a, b, c, \ldots$ za znane wielkości. Na pierwszy rzut oka mamy zawsze jedno równanie mniej aniżeli niewiadomych. Uprzytomnić sobie jednak trzeba, że spółczynniki α, β, γ, . . . stopniowo maleją, aż wreszcie jeden z następnych będzie można przyrównać do zera. Wtedy będzie tyle równań ile niewiadomych. Wyznaczenie niewiadomej $\varkappa$ i zarazem stosunku n łączy się zatem ściśle z zagadnieniem: który ze spółczynników α, β, γ, . . . będzie można przyrównać do zera?

§ 5. Rozwiązanie tego zagadnienia uskutecznimy przy pomocy znanych związków pomiędzy temperaturą bezwzględną T a konwencjonalną t. Weźniemy najprzód pod uwagę skalę stustopniową, opartą na właściwościach termodynamicznych gazów doskonałych, dla której we wzorze (10) podstawić trzeba $b = c = d = \ldots = o$; będzie

$$\frac{T}{T_0} = 1 + at, \qquad a = \frac{1}{273} = O,003663$$

a zamiast (12) będziemy mieli:

$$(12') \quad \begin{aligned} \alpha &= a\,\varkappa \\ \beta &= \frac{a^2}{2}\,\varkappa\,(\varkappa-1) \\ \gamma &= \frac{a^3}{6}\,\varkappa\,(\varkappa-1)\,(\varkappa-2) \\ \delta &= \frac{a^4}{24}\,\varkappa\,(\varkappa-1)\,(\varkappa-2)\,(\varkappa-3) \\ \varepsilon &= \frac{a^5}{120}\,\varkappa\,(\varkappa-1)\,(\varkappa-2)\,(\varkappa-3)\,(\varkappa-4) \end{aligned}$$

. . . .

Spółczynniki α, β, γ, . . . są wielkości dodatnie, stopniowo malejące. Spółczynnik, który pierwszy zniknie, daje dla $\varkappa$ większą liczbę wartości aniżeli jedną, ale widocznem jest, że tylko największa wartość będzie możliwem rozwiązaniem naszego zagadnienia. Nadto z ogólnego kształtu wyrażeń (12') wynika, że dla tego $\varkappa$ wszystkie następne spółczynniki znikną, natomiast wszystkie poprzednie różnić się będą od zera. Jako wartości dla $\varkappa$ wchodzą w rachubę wielkości $\varkappa = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$.

Z góry wykluczyć jednakże możemy $\varkappa = o$, i $\varkappa = 1$, ponieważ dla nich wyrażenia (7) i (8') nie mają żadnego znaczenia. Wchodzić może zatem w grę dopiero $\varkappa = 2$; w tym przypadku wszystkie spółczynniki, od γ począwszy, równałyby się zeru. Wiemy, że tak nie jest. Polega to na okoliczności, że skala stustopniowa ogranicza się tylko do wyrazu linjowego temperatury t. Z tego to powodu zmienimy spółczynniki α, β, γ . . . w ten sposób, że podłożymy naszym rozważaniom skalę temperatury t, która posiada wyższe wyrazy, a więc typu (10). Będziemy mogli wtedy sprawdzić rachunkiem, czy dla $\varkappa$, dla którego γ znika, i następny spółczynnik δ znika. Jeżeli tak nie będzie, to założenie, że γ równa się zeru, nie jest trafne.

§ 6. W tem badaniu posługuję się skalą, przezemnie dawniej wyznaczoną, której dla odróżnienia od innych dałem[1]) nazwę „skali elektrochemicznej". Ta skala posiada wyższe wyrazy i przedstawia się w postaci

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\lambda\text{-}\mu}{E_0\text{-}q_0} t\right)^{\frac{\lambda}{\lambda\text{-}\mu}} \tag{13}$$

E_0 i q_0 oznaczają siłę elektromotoryczną (E) i ciepło (q) odwracalnego ogniwa galwanicznego przy temperaturze 0^0 C. λ i μ ich spółczynniki temperatury. Dobre usługi tej skali poznałem przy innej sposobności, za jej pomocą bowiem otrzymałem[2]) dla stałej występującej w prawie Boltzmanna bardzo dobrą wartość, co równocześnie wskazuje, że skala ta nie odbiega znacznie od skali stustopniowej.

Rozwijając wzór powyższy w szereg, otrzymamy wyrażenie w postaci wzoru (10). W celu wyznaczenia spółczynników a, b, c, polegam na pomiarach, które H. Jahn[3]) wykonał na ogniwie,

$$Ag,\ Ag\,Cl\ \|\ Zn,\ Zn\,Cl_2 + 25\ H_2\,O.$$

Pomiary te dają

$E_0\text{-}q_0 = -$ 1327 gr. Kal., $\lambda = -$ 0,000202 Wattów $= -$ 4,8387 gr. Kal

Za pomocą stałej przezemnie wyznaczonej

$$\frac{E_0\text{-}q_0}{\mu} = 28792 \text{ względnie } \frac{\lambda}{\mu} = 83{,}1$$

znajdujemy dla spółczynnika cieplnego wartość $\mu = -$ 0,0582 gr. Kal. Na podstawie tych liczb otrzymamy dla spółczynników a, b, c następujące wartości:

$$\begin{gathered} a = 3{,}6463.10^{-3};\ b = 7{,}996.10^{-8};\ c = 9{,}485.10^{-11}; \\ d = 1{,}698.10^{-13};\ e = -\ 3{,}656.10^{-16}. \end{gathered} \tag{13'}$$

---

[1]) A. Denizot: Wiadomości matematyczne, **8**, 47; 1904. Ann. d. Phys. (4) **13**, 193; 1903.

[2]) A. Denizot: Sitzungsberichte d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. Wien (IIa). **123**, 924; 1914.

[3]) H. Jahn: Wiedemann's Annalen **28**, 21; 1886; **50**, 189; 1893.

§ 7. Podstawiając wielkości (13') we wzory (12) otrzymamy następujące równania liczbowe, przyczem dla odróżnienia od (12') zaopatrzymy α, β, γ, . . . w kreski:

$$
(12'') \quad
\begin{aligned}
\alpha' &= a\varkappa \\
\beta' &= a^2\,[{}^1/_2\,(\varkappa - 1) + 0{,}006014]\,\varkappa \\
\gamma' &= a^3\,[{}^1/_6\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2) + 0{,}006014\,(\varkappa - 1) - 0{,}001956]\,\varkappa \\
\delta' &= a^4\,[{}^1/_{24}\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3) + 0{,}003007\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2) - \\
&\quad - 0{,}001934\,(\varkappa - 1) + 0{,}0009606]\,\varkappa \\
\varepsilon' &= a^5\,[{}^1/_{120}\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3)\,(\varkappa - 4) + \\
&\quad + 0{,}0010023\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3) - \\
&\quad - 0{,}0009603\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2) + 0{,}00094888\,(\varkappa - 1) - \\
&\quad - 0{,}0005671]\,\varkappa \\
\zeta' &= a^6\,[{}^1/_{720}\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3)\,(\varkappa - 4)\,(\varkappa - 5) + \\
&\quad + 0{,}002505\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3)\,(\varkappa - 4) - \\
&\quad - 0{,}00031704\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2)\,(\varkappa - 3) + \\
&\quad + 0{,}0004685\,(\varkappa - 1)\,(\varkappa - 2) - \\
&\quad - 0{,}000555\,(\varkappa - 1) + 0{,}000367]\,\varkappa \qquad \text{i t. d.} \\
a &= 0{,}0036463.
\end{aligned}
$$

Za pomocą tych równań możemy zająć się wyznaczeniem tego spółczynnika, który w szeregu (9) pierwszy przyrównać trzeba do zera. Na wstępie tego badania uczynić należy uwagę, że spółczynniki α', β', γ' . . . bardzo mało się różnią od spółczynników α, β, γ, . . . w zestawieniu (12') i z tego powodu są również dodatnie i stopniowo malejące wielkości.

Dalej zaznaczyć trzeba, że, posługując się skalą elektrochemiczną, nie otrzymamy dla $\varkappa$ liczb całkowitych, tylko liczby do nich zbliżone, i na odwrót, jeżeli poprzednio wykluczyliśmy $\varkappa = 1$ jako rozwiązanie naszego zagadnienia, to i liczbę do niej zbliżoną, otrzymaną na zasadzie skali elektrochemicznej, uważać będziemy jako nieodpowiadającą naszemu zagadnieniu.

§ 8. Po tych wstępnych uwagach możemy przejść do wyszukania tego spółczynnika, który zamyka szereg (9).

Co do spółczynnika β', widzimy, ponieważ nie może być $\varkappa = 1$ a $b/a^2 = 0{,}006014$ ma wartość dodatnią, że ten spółczynnik nie znika. Jeżeli przyrównamy γ' do zera, otrzymamy dla $\varkappa$, z pominięciem $\varkappa = 0$, dwie wartości $\varkappa_1 = 0{,}98797$ i $\varkappa_2 = 1{,}97595$. Pierwszej wartości jako zbliżonej do 1, nie potrzebujemy uwzględnić. Chodzi tylko o zbadanie, czy dla $\varkappa_2$ zniknie również δ'. Podstawiając przeto wartość dla $\varkappa_2$ w wyrażenie dla γ', będzie $\delta' = +1{,}5 . 10^{-15}$. Wartość ta jest wprawdzie mała, jednakże dodatnia, a nie mając żadnych danych, w jakim stopniu zbliżyliśmy się do zera, możemy tylko przyjąć, że δ' nie znika. Ten sposób rozumowania stosujemy do następnych spółczynników. Dla $\gamma' = 0$ będzie $\varkappa_1 = 197605$ i $\varkappa_2 = 2{,}96381$, przyczem pomijamy $\varkappa_3 = 0{,}98852$ dla tego samego powodu co poprzednio; dla dwóch pierwszych wartości otrzymamy $\varepsilon' = +3.10^{-18}$, zatem i tu nie przekroczyliśmy zera.

Dla $\varepsilon' = 0$ otrzymamy jako największy pierwiastek tego równania $\varkappa = 3{,}951906$, dla którego będzie $\zeta' = -7.10^{-20}$; jestto zatem pierwszy spółczynnik, który dla wartości $\varkappa$ większej od 1 okazuje wartość ujemną. Ponieważ jednak spółczynniki $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ są dodatnie, przeto przyrównamy ζ' do zera, czem odnośnie do szeregu (9) wyraża się równocześnie to, że wyraz połączony z czwartą potęgą temperatury t zamyka tenże szereg. Mniejszych wartości, dla których $\varepsilon' = 0$, nie potrzebujemy uwzględnić, ponieważ tylko największa wchodzi w rachubę. Powyższy rachunek przeprowadziliśmy, biorąc za podstawę „skalę elektrochemiczną". Ze względu na skalę stustopniową będzie i $\varepsilon = 0$, z czego wynika, że dopiero $\varkappa = 4$ wzgl. $n = \varkappa - 1 = 3$ jest możliwem rozwiązaniem naszego zagadnienia.

Atoli w ten sam sposób będzie można wykazać, że i $\varkappa = 5, 6, \ldots$ czynią zadość tym samym warunkom co $\varkappa = 4$; np. dla $\varkappa = 5$ spółczynniki $\alpha, \beta, \ldots \varepsilon$ nie znikają, natomiast wszystkie po ε następujące równe będą zeru. Można jednak wykazać, że z możliwych wartości $\varkappa = 4, 5, 6 \ldots$ tylko najniższa, t. j. $\varkappa = 4$ odpowiada największej wartości entropji, a temsamem i warunkowi równowagi termodynamicznej.

Jeżeli bowiem w wyrażeniu (8) podstawimy

$$dS = 0,$$

to otrzymamy dla zmiany adiabatycznej związek

$$T^n V = \text{const},$$

a zatem wyrażenie (8) dla entropji przyjmie kształt

$$S = \frac{n+1}{n} \text{const.} \tag{8'}$$

Sprawę maximum entropji rozstrzyga zatem czynnik $\frac{n+1}{n}$, który tylko dla najmniejszego $n = \varkappa - 1 = 3$ przyjmie wartość największą.

§ 9. Wykazawszy, że $n = 3$ jest stosunkiem zwiększonej energji $u\,dV$ do pracy wykonanej $p\,dV$ w cyklu Carnota, otrzymamy następujące wzory:

Dla ciśnienia promieniowania (wzór (5)):

$$p = \frac{1}{3} u, \tag{5'}$$

dla gęstości energji promieniowania będzie na podstawie (9)

$$u = u_0 (1 + at)^4 \tag{9'}$$

lub według wzoru (7):

$$u = \sigma T^4, \tag{7'}$$

t. j. prawo Stefana Boltzmanna, dla gęstości entropii na zasadzie wzoru (8')

$$\frac{S}{V} = \frac{4}{3} \sigma T^3.$$

§ 10. Wzory powyższe będą zupełnie określone, jeżeli jeszcze podamy wartość dla σ, tzw. stałej Stefana. W tym celu polegamy na pomiarach, które F. Kurlbaum[1]) wykonał dla energji promieniowania. Oznaczając przez E_t całkowitą energję, którą powierzchnia 1 cm^2 ciała czarnego, utrzymywanego w temperaturze t^0 C, wypromieniowuje w 1 sekundzie w powietrze, otrzymujemy z doświadczeń wymienionych

$$E_t - E_o = 7{,}49.10^5 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2\,\text{sek}}.$$

Jeżeli K oznacza natężenie właściwe promieniowania[2]), będzie

$$E_t = \pi K = \frac{c}{4} u_t,$$

gdzie

$$c = 3.10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}},$$

zatem z pomiarów Kurlbauma wynika

$$E_t - E_o = \frac{c}{4} \left(u_{100} - u_0\right) = 7{,}49.10^{-5},$$

a stąd

$$u_{100} - u_0 = \frac{4.\,7{,}49.\,10^{-5}}{3} = 9{,}9868.\,10^{-5}$$

Wzór (9') zaś daje dla $t = 100^0$ C

$$u_{100} - u_0 = 2{,}477.\,u_0,$$

---

[1]) F. Kurlbaum: Wied. Ann. **65**, 759; 1898. Vhdl. d. Dtsch. Phys. Ges. **14**, 580; 1912.

[2]) Wł. Natanson: Zasady teorji promieniowania, Warszawa 1912. §§ 3 i 4.

a w połączeniu z poprzednim wzorem będzie dla gęst energii przy 0° C:

$$u_0 = 4{,}03.\ 10^{-5} \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm}^3}.$$

Dla stałej Stefana wynika następnie:

$$\sigma = \frac{u_0}{T_0^4} = 7{,}26.\ 10^{-15}.$$

§ 11. Doszliśmy do prostego związku pomiędzy ciśnieniem a gęstością promieniowania, posługując się wyłącznie rozważaniami termodynamicznemi. Konsekwencje zatem, wynikające z ciśnienia Maxwellowskiego, mającego dotychczas jedynie za podstawę teorją elektromagnetyczną, tracą wyłączne znamię tej teorji, raczej — ponieważ wzór dla tego ciśnienia wyłania się również z rozważań termodynamicznych — nabierają cech praw ogólno-energetycznych, przez co i budowa teorji promieniowania staje się równocześnie ogólniejszą i bardziej jednolitą.

TRAVAUX DE L'UNIVERSITÉ DE POZNAŃ
SECTION DES SCIENCES
NR. 1.

PRESSION DU RAYONNEMENT BASÉE SUR DES PRINCIPES THERMODYNAMIQUES.

PAR
ALFRED DENIZOT

RÉSUMÉ.

La pression du rayonnement est considérée comme un résultat fourni par la théorie électromagnétique. Néanmoins on peut obtenir la simple relation entre la pression (p) et la densité (u) du rayonnement, en ne se servant que des principes de la Thermodynamique. En utilisant la pression de Maxwell dans un cycle convenable de Carnot, on peut poser la question: dans quel rapport est l'augmentation de l'énergie rayonnante d'un corps noir au travail correspondant à une modification isothermique. En désignant ce rapport par n, je trouve pour l'entropie la formule (8'). Ensuite, exprimant la densité du rayonnement au moyen de la série (9), où t est une température conventionnelle, je reçois, à l'aide de la formule (6), l'expression (11) qui fournit pour les coefficients inconnus dans (9) les équations (12). Pour évaluer les coefficients, je me sers d'une échelle thermométrique que j'ai déjà étudiée dans les Annalen der Physik, 13, p. 193, 1903 et que j'ai appelée l'échelle électrochimique. On reçoit ainsi pour les coefficients les équations numériques (12''). Dans ce calcul il faut encore avoir égard aux valeurs qui ne répondent qu'au maximum de l'entropie. Pour une modification adiabatique on trouve l'expression générale (8') qui conduit ensuite au résultat $n = 3$ et en même temps à la relation bien connue $p = \frac{1}{3}n$. — Comme nous sommes parvenus à cette relation à l'aide des principes purement thermodynamiques, les conséquences déduites de la pression de Maxwell, ayant pour base jusqu'à présent des principes électromagnétiques, perdent le caractère spécial de ces derniers et prennent les traits des lois plus générales, ce qui donne simultanément à la théorie du rayonnement un aspect plus général et plus uniforme.