EKONOMETRIA ECONOMETRICS 33 • 2011
ISSN 1507-3866

Andrzej Misztal
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ZNANE I NIEZNANE PROPORCJONALNE METODY PODZIAŁU MANDATÓW POMIĘDZY PARTIE POLITYCZNE

Streszczenie: W artykule przypomniano kilkanaście metod podziału stosowanych w proporcjonalnych systemach wyborczych. Wykazano, że choć niektóre z nich występują pod różnymi nazwami, to jednak są one identyczne. Przypomniano też kilka paradoksów podziałów proporcjonalnych, które uświadamiają czytelnikowi, że pewne naturalne, wydawałoby się, wymagania wobec metod proporcjonalnych nie muszą być spełnione.

Słowa kluczowe: podział proporcjonalny, partie polityczne, paradoksy podziału, iloraz wyborczy, próg wyborczy.

1. Wstęp

Wraz z rozwojem społeczeństwa obywatelskiego rozwinęły się dwa główne systemy wyborcze. Historycznie jako pierwszy powstał system większościowy, mając poparcie tak znanych osobowości, jak J. Locke i J.J. Rousseau. Zasadą charakterystyczną jest tu przyznawanie mandatu tej liście w okręgu wielomandatowym lub kandydatowi w okręgu jednomandatowym, który uzyskał największą liczbę głosów. W większości krajów stosujących system większościowy przyjmuje się wybór względną większością głosów (USA, Kanada czy Wielka Brytania), co pozwala na zakończenie elekcji w jednej turze. Z kolei jeśli obowiązuje bezwzględna większość (np. we Francji w wyborach parlamentarnych), to często żadne ugrupowanie nie jest w stanie osiągnąć ponad 50% głosów w pierwszej turze wyborów. Wtedy w drugiej turze wystarczy zwykła większość.

W Europie osobą, która po raz pierwszy wypowiedziała się za potrzebą stworzenia proporcjonalnego systemu wyborczego, był francuski matematyk i filozof J.A. de Condorcet. Miało to miejsce cztery lata przed wybuchem Wielkiej Rewolucji Francuskiej, tzn. w 1785 r., kiedy hasła równości stawały się coraz popularniejsze. Najważniejszym kontynuatorem Condorceta był angielski konstytucjonalista T. Hare, który opracował pierwszy europejski w pełni proporcjonalny system wyborczy nazywany powszechnie systemem Hare'a. Systemy proporcjonalne mają sens tylko w przypadku okręgów wielomandatowych. Z założenia zapewniają one podział mandatów między poszczególne ugrupowania, partie, komitety wyborcze, które wystawiły listy wyborcze, proporcjonalnie do liczby głosów oddanych na nie w wyborach. Ważnymi czynnikami mającymi wpływ na końcowy wynik wyborów są, poza wyborem konkretnej metody proporcjonalnej, wielkości okręgów wyborczych oraz tzw. klauzula zaporowa, której celem jest niedopuszczenie do nadmiernego rozdrobnienia parlamentu. Wyznacza ona kilkuprocentowy próg poparcia niezbędny do otrzymania mandatu przez ugrupowanie, eliminując z podziału najsłabsze partie, których poparcie w skali kraju tego progu nie osiągnęło. Wysokość progu jest różna w różnych krajach. Na przykład w Polsce, na Słowacji czy w Rumunii wynosi 5%. W Austrii, Włoszech, Bułgarii – 4%. Trzyprocentowy próg mają Grecja i Hiszpania. W Albanii wynosi on 2,5%, a w Danii – 2%. Stosowanie klauzuli zaporowej powoduje czasami dużą nadreprezentację partii, które weszły do parlamentu, gdyż w efekcie zyskują one głosy oddane na partie, które nie osiągnęły wymaganego minimum. W Polsce np. po wyborach 1993 r. okazało się, że partie, które nie weszły do parlamentu, uzyskały łącznie aż 34,7% głosów. Spowodowało to, że dwa zwycięskie ugrupowania (SLD i PSL), mimo zaledwie 35,8% uzyskanych głosów, zdobyły łącznie aż 65,9% mandatów (303 z 460), co pozwoliło im utworzyć większościową koalicję rządzącą. Reakcją wyborców w kolejnych wyborach było „zmarnowanie" już tylko 12,4% głosów na partie, które nie osiągnęły poziomu 5%. Dla dwóch największych ugrupowań, czyli AWS i SLD, poziom nadreprezentacji wyniósł tym razem „tylko" 18,6% (zamiast 30% poprzednio), co mimo wszystko pokazuje duży wpływ progu wyborczego na wyniki. Aby dodatkowo ograniczyć sytuację, w której bardzo małe ugrupowania, by wejść do parlamentu, połączyłyby się na czas trwania wyborów w koalicje, w niektórych krajach stosuje się dodatkowe klauzule zaporowe dla koalicji. Na przykład na Węgrzech próg wynosi 15%, w Chorwacji 11%, a w Polsce 8% (zob. art. 133 Ordynacji Wyborczej do Sejmu RP z roku 2001).

W większości systemów proporcjonalnych może być wykorzystywany tzw. *stały iloraz wyborczy* (który jest wynikiem podzielenia ogólnej liczby oddanych ważnych głosów w skali całego kraju przez ogólną liczbę mandatów), jak również *zmienny iloraz wyborczy* (który jest wynikiem podzielenia liczby głosów oddanych w określonym okręgu wyborczym przez ustaloną wcześniej liczbę mandatów przypadających na ten okręg). Niektóre systemy stosują wielkości zbliżone do klasycznych ilorazów wyborczych.

2. Najbardziej znane systemy proporcjonalne

Wymieniono najbardziej znane proporcjonalne systemy wyborcze. Dla lepszego zrozumienia wyznaczono w każdym z nich podział 12 mandatów między cztery listy wyborcze w danym okręgu wyborczym, na który oddano łącznie 360 000 głosów, z czego 170 000 głosów na listę A, 85 000 głosów na listę B, 65 000 głosów na listę C i 40 000 na listę D.

System Hare'a w wersji pierwotnej

Obliczamy iloraz wyborczy, aby ustalić, ile głosów potrzeba do zdobycia mandatu. Kandydat, który uzyskał liczbę głosów większą od ilorazu wyborczego lub mu równą, jest uznany za wybranego, a jego nazwisko jest skreślone z listy. Nadwyżka głosów jest przekazywana następnemu kandydatowi z listy. Operację taką powtarza się ze wszystkimi nazwiskami, które uzyskały wymaganą liczbę głosów. Jeśli okaże się, że pozostają mandaty nieobsadzone, to kandydaci, którzy uzyskali liczbę głosów mniejszą niż iloraz wyborczy, otrzymują mandat przy zastosowaniu zasady zwykłej większości.

System w tej postaci nie jest współcześnie stosowany, z wyjątkiem Włoch, gdzie wybiera się w ten sposób posłów do Parlamentu Europejskiego.

Metoda największej reszty

Liczbę głosów oddanych na każdą listę dzieli się przez zmienny iloraz wyborczy. Liście przyznaje się liczbę mandatów równą części całkowitej otrzymanych wyników. Pozostałe nieobsadzone mandaty przydziela się tym listom, które uzyskały największe reszty, czyli mają najwięcej niewykorzystanych głosów.

Metoda jest stosowana w wielu krajach Ameryki Łacińskiej, Izraelu, a w Danii stosuje się ją jako metodę uzupełniającą do podziału mandatów wyrównawczych z listy krajowej. Do 1993 r. była używana we Włoszech, a w Polsce w nieco zmodyfikowanej formie w wyborach do Sejmu RP w 1991 r. przy ustalaniu wyników wyborów w okręgach (art. 93 Ordynacji Wyborczej do Sejmu z 28.06.1991 r.).

Iloraz wyborczy jest równy 360 000:12 = 30 000. Zatem listy uzyskują:

A – 170 000 : 30 000 = 5,67, czyli 5 mandatów,

B – 85 000 : 30 000 = 2, 83, czyli 2 mandaty,

C – 65 000 : 30 000 = 2,17, czyli 2 mandaty,

D – 40 000 : 30 000 = 1,33, czyli 1 mandat.

Obsadzono zatem 10 mandatów. Pozostałe dwa otrzymują lista B (reszta 0,83) i lista A (reszta 0,67). Ostateczny podział to: A – 6 mandatów, B – 3 mandaty, C – 2 mandaty, D – 1 mandat.

Metoda największej średniej (przeciętnej)

Liczbę głosów oddanych na każdą listę dzieli się przez zmienny iloraz wyborczy. Liście przyznaje się liczbę mandatów równą części całkowitej otrzymanych wyników. W celu podziału nieobsadzonych mandatów dodaje się do liczby mandatów już otrzymanych przez każdą listę tzw. mandat fikcyjny i dzieli się liczbę głosów listy przez tę zwiększoną liczbę. Mandaty nieobsadzone otrzymują te listy, dla których otrzymane średnie są największe.

Metoda ta stosowana jest np. w Brazylii.

Pierwszy etap wygląda jak w systemie największej reszty, a zatem listy A, B, C, D mają już odpowiednio 5 mandatów, 2 mandaty, 2 mandaty, 1 mandat. Stąd:

170 000 : (5 + 1) = 28 333,33 dla listy A,

85 000 : (2 + 1) = 28 333,33 dla listy B,

65 000 : (2 + 1) = 21 666,66 dla listy C,

40 000 : (1 + 1) = 20 000,00 dla listy D.

Najwyższe średnie mają listy A, B, więc one otrzymają po 1 mandacie. Stąd ostatecznie:

A – 6 mandatów, B – 3 mandaty, C – 2 mandaty, D – 1 mandat.

System Niemeyera w wersji pierwotnej

Liczbę głosów oddaną na każdą listę wyborczą dzieli się przez sumę wszystkich głosów w okręgu, a otrzymane wyniki mnoży się przez liczbę mandatów, które przypadają na dany okręg. Każda lista otrzymuje tyle mandatów, ile wynosi część całkowita z tych iloczynów. Pozostałe mandaty rozdziela się według zasady największej średniej.

Jeśli v oznacza liczbę głosów oddanych na dany okręg , v_i – liczbę głosów oddanych na listę i, a m – liczbę mandatów przypadających na dany okręg, to według systemu Niemeyera lista i otrzymuje w pierwszym etapie $\left\lfloor \frac{v_i}{v} m \right\rfloor$ mandatów. Z kolei w systemie największej średniej zmienny iloraz wyborczy jest równy $\frac{v}{m}$. Wtedy

$v_i : \frac{v}{m} = \frac{v_i}{v} m$, czyli:

metoda największej średniej i system Niemeyera w wersji pierwotnej są identyczne.

System Hare-Niemeyera (w USA występuje jako metoda Hamiltona)

Liczbę głosów oddaną na każdą listę wyborczą dzieli się przez sumę wszystkich głosów w okręgu, a otrzymane wyniki mnoży się przez liczbę mandatów, które przypadają na dany okręg. Każda lista otrzymuje tyle mandatów, ile wynosi część całkowita z tych iloczynów. Pozostałe mandaty rozdziela się według zasady największej reszty.

Stosowany jest np. we Włoszech i Niemczech (np. w Dolnej Saksonii w wyborach do Landtagu i w wyborach komunalnych).

Łatwo zauważyć, że system największej reszty i system Hare-Niemeyera są identyczne.

System Hagenbacha-Bischoffa

Liczbę głosów oddanych w całym okręgu dzieli się przez liczbę mandatów przypadających na ten okręg powiększoną o 1. Wynik zaokrągla się w dół do liczby całkowitej i traktuje jako zmodyfikowany iloraz wyborczy. Liczby głosów oddanych na każdą z list dzieli się przez ten iloraz wyborczy i przyznaje liście część całkowitą wyniku. Część mandatów albo pozostaje nieobsadzona, albo przyznaje się je według największej reszty.

Do roku 2000 system był stosowany w Republice Czeskiej. Obecnie stosuje się go na Słowacji i w Urugwaju.

Tu 360 000 : (12 + 1) = 27 692,31, więc zmodyfikowany iloraz wyborczy wynosi 27 692. Zatem listy uzyskują:

A – 170 000 : 27 692 = 6,14, czyli 6 mandatów,

B – 85 000 : 27 692 = 3,07, czyli 3 mandaty,

C – 65 000 : 27 692 = 2,35, czyli 2 mandaty,
D – 40 000 : 27 692 = 1,44, czyli 1 mandat.

System Hagenbacha-Bischoffa w wersji fińskiej z 1899 r.

W tej modyfikacji najważniejsza była kolejność kandydatów na poszczególnych listach. Iloraz wyborczy każdego kandydata obliczało się, dzieląc liczbę głosów oddanych na listę przez liczbę porządkową kandydata. Następnie wybierano tyle największych ilorazów, ile mandatów było do obsadzenia.

Tabela 1. System Hagenbacha-Bischoffa w wersji fińskiej (jednostka to tysiąc głosów)

Iloraz	Lista A	Lista B	Lista C	Lista D
1	**170,00**	**85,00**	**65,00**	**40,00**
2	**85,00**	**42,50**	**32,50**	20,00
3	**56,67**	**28,33**	21,67	13,33
4	**42,50**	21,25	16,25	10,00
5	**34,00**	17,00	13,00	8,00
6	**28,33**	14,17	10,83	6,67
7	24,29	12,14	9,29	5,71

Źródło: opracowanie własne.

Kolejnych 12 największych ilorazów jest zaznaczonych pogrubioną czcionką. Zatem lista A otrzymała 6 mandatów, lista B – 3 mandaty, lista C – 2 mandaty i lista D – 1 mandat.

System d'Hondta (w USA występuje jako metoda Jeffersona)

Liczby głosów oddane na każdą listę dzieli się przez kolejne liczby naturalne (1, 2, 3, …). Otrzymane ilorazy dla wszystkich list porządkujemy w kolejności od największego do najmniejszego, a o przyznaniu mandatu decyduje kolejność największych ilorazów. Wobec powyższego widać, że system Hagenbacha-Bischoffa w wersji fińskiej to nic innego jak system d'Hondta. System d'Hondta stosowany jest najczęściej ze wszystkich systemów proporcjonalnych, np. w Argentynie, Austrii, Belgii, Grecji, Holandii, Hiszpanii, Portugalii, Rumunii, Turcji, Wenezueli i w Izraelu, gdzie znany jest pod nazwą Bader-Ofera.

System Sainte-Laguë w wersji podstawowej (w USA występuje jako metoda Webstera)

Tabela 2. System Sainte-Laguë (jednostka to tysiąc głosów)

Iloraz	Lista A	Lista B	Lista C	Lista D
1	**170,00**	**85,00**	**65,00**	**40,00**
3	**56,67**	**28,33**	**21,67**	13,33
5	**34,00**	**17,00**	13,00	8,00
7	**24,29**	12,14	9,29	5,71
9	**18,89**	9,44	7,22	4,44
11	**15,45**	7,28	5,91	3,64
13	13,08	6,54	5,00	3,08

Źródło: opracowanie własne.

Liczby głosów oddane na każdą listę dzieli się przez kolejne liczby naturalne nieparzyste (1, 3, 5, …). Otrzymane ilorazy dla wszystkich list porządkujemy w kolejności od największego do najmniejszego, a o przyznaniu mandatu decyduje kolejność największych ilorazów. Stosowany np. na Łotwie i w Izraelu.

Kolejnych 12 największych ilorazów jest zaznaczonych pogrubioną czcionką. Zatem lista A otrzymała 6 mandatów, lista B – 3 mandaty, lista C – 2 mandaty i lista D – 1 mandat.

System Sainte-Laguë w wersji skandynawskiej

Od wersji podstawowej różni się tylko tym, że jako pierwszy dzielnik przyjmujemy 1,4, a dalej tak jak poprzednio, czyli 3, 5, 7, … Stosowany jest on np. w Danii, Szwecji, Norwegii i Polsce (w 1991 r. do podziału mandatów z list ogólnopolskich).

Tabela 3. System Sainte-Laguë w wersji skandynawskiej (jednostka to tysiąc głosów)

Iloraz	Lista A	Lista B	Lista C	Lista D
1,4	**121,43**	**60,71**	**46,43**	**28,57**
3	**56,67**	**28,33**	**21,67**	13,33
5	**34,00**	**17,00**	13,00	8,00
7	**24,29**	12,14	9,29	5,71
9	**18,89**	9,44	7,22	4,44
11	**15,45**	7,28	5,91	3,64
13	13,08	6,54	5,00	3,08

Źródło: opracowanie własne.

W tym przykładzie wyniki są takie same jak w wersji podstawowej.

Formuła duńska

Cała procedura jest identyczna jak w systemie Sainte-Laguë w wersji podstawowej, ale liczby głosów dzieli się przez kolejne liczby naturalne postaci $3n - 2$, czyli 1, 4, 7, 10, …

Tabela 4. System duński (jednostka to tysiąc głosów)

Iloraz	Lista A	Lista B	Lista C	Lista D
1	**170,00**	**85,00**	**65,00**	**40,00**
4	**42,50**	**21,25**	**16,25**	10,00
7	**24,29**	**12,14**	9,29	5,71
10	**17,00**	8,50	6,50	4,00
13	**13,08**	6,54	5,00	3,08
16	**10,63**	5,31	4,06	2,50
19	8,95	4,47	3,42	2,11

Źródło: opracowanie własne.

Rozkład mandatów jak poprzednio, czyli A – 6, B – 3, C – 2, D – 1.

Formuła Imperiali

W tej metodzie zmodyfikowanym dzielnikiem wyborczym jest iloraz liczby ważnie oddanych głosów w całym okręgu i liczby mandatów do obsadzenia powiększonej o dwa mandaty fikcyjne. Liczby głosów oddanych na poszczególne listy są dzielone przez ten dzielnik wyborczy, a wyniki zaokrąglane w dół do liczby całkowitej. Oznaczają one liczby mandatów, które przyznaje się listom. Jeśli pozostają mandaty nieobsadzone, to przyznaje się je listom zgodnie z regułą największej reszty. Jeśli z kolei przyznano za dużo mandatów, to zabiera się je tym listom, które mają najmniejszą resztę. System był stosowany we Włoszech do 1993 r.

Tu zmodyfikowany dzielnik wyborczy jest równy 360 000 : (12 + 2) = 25 714,29. Zatem listy uzyskują:

A – 170 000 : 25 714,29 = 6,61, czyli 6 mandatów,
B – 85 000 : 25 714,29 = 3,31, czyli 3 mandaty,
C – 65 000 : 25 714,29 = 2,53, czyli 2 mandaty,
D – 40 000 : 25 714,29 = 1,56, czyli 1 mandat.

Formuła Droopa

W tym systemie zmodyfikowanym dzielnikiem wyborczym jest powiększony o jeden iloraz liczby ważnie oddanych głosów oraz liczby mandatów powiększonej o jeden mandat fikcyjny. Liczby głosów oddanych na poszczególne listy są dzielone przez ten dzielnik wyborczy, a wyniki zaokrąglane w dół do liczby całkowitej. Oznaczają one liczby mandatów, które przyznaje się listom. Jeśli pozostają mandaty nieobsadzone, to przyznaje się je listom zgodnie z regułą największej reszty.

Tu zmodyfikowany dzielnik wyborczy jest równy 1 + 360 000 : (12 + 1) = = 27 693. Zatem listy uzyskują:

A – 170 000 : 27 693 = 6,14, czyli 6 mandatów,
B – 85 000 : 27 693 = 3,07, czyli 3 mandaty,
C – 65 000 : 27 693 = 2,35, czyli 2 mandaty,
D – 40 000 : 27 693 = 1,44, czyli 1 mandat.

System będący „skrzyżowaniem metody Hare-Niemeyera z metodą Sainte-Laguë-Schepersa” [Banaszak, Preisner 1992]

Liczbę głosów oddanych w całym okręgu należy podzielić przez liczby głosów oddanych na poszczególne listy. Otrzymane ilorazy mnożymy kolejno przez 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 itd., a otrzymane w ten sposób iloczyny szereguje się od najmniejszego do największego. Następnie przyznaje się mandaty, zaczynając od najmniejszego iloczynu.

Niech v oznacza liczbę głosów oddanych na dany okręg , v_i – liczbę głosów oddanych na listę i, a m – liczbę mandatów przypadających na dany okręg. Wtedy według tego systemu iloczyny, które porządkujemy od najmniejszego do największego, są postaci $\frac{v}{v_i} \cdot \frac{2k-1}{2}$, gdzie k = 1, 2, 3, … . W sposób równoważny można porządkować odwrotności tych liczb, czyli $\frac{2}{v} \cdot \frac{v_i}{2k-1}$ od największej do najmniejszej. Jeśli uwzględnimy, że (w ramach okręgu) liczba $\frac{2}{v}$ jest stała, to do uporządkowania pozostają ilorazy postaci $\frac{v_i}{2k-1}$. Zatem pod bardzo długą nazwą kryje się system Sainte-Laguë w wersji podstawowej.

Te metody, w których dzielimy liczby mandatów przez różne dzielniki i wybieramy największe ilorazy (Sainte-Laguë, duńska, d'Hondta, Niemeyera), nazywamy opartymi na funkcji priorytetu. Dowodzi się też (zob. [Young 2003]), że do tych samych wyników prowadzi inny algorytm. Mianowicie, liczby głosów oddanych na poszczególne listy dzieli się przez tę samą liczbę dodatnią d, a otrzymane wyniki (zwane kwotami umownymi) zaokrągla się do liczb całkowitych i przyznaje każdej liście liczbę mandatów równą jej zaokrągleniu. Jeśli łączna liczba przyznanych w ten sposób mandatów jest za duża, to powtarza się całą procedurę, używając większej liczby d. Podobnie, jeśli łącznie przydzielono za mało mandatów, należy zmniejszyć d. Podział uważa się za dokonany, jeśli przydzielona liczba mandatów jest właściwa. Cztery wymienione metody (zwane też dzielnikowymi) różnią się tylko sposobem zaokrąglania (np. w metodzie Jeffersona-d'Hondta zaokrągla się w dół, a w metodzie Webstera-Sainte-Laguë do najbliższej całkowitej).

W Polsce po 1989 r. było stosowanych kilka z wymienionych metod: Hamiltona (wybory do Sejmu w 1991 r.), metoda Sainte-Laguë w wersji skandynawskiej (wybory samorządowe w latach 1990, 1994, do Sejmu z listy krajowej – 1991 r.) i metoda d'Hondta używana do dziś w wyborach do Sejmu i w wyborach samorządowych powyżej 20 tys. mieszkańców (zob. art. 123 Ordynacji Wyborczej do Rad Gmin, Rad Powiatów i Sejmików Województw z 2007 r.).

3. Znane paradoksy systemów proporcjonalnych

Paradoks Alabamy

Metodę nazywa się *wrażliwą na paradoks Alabamy*, jeśli w przypadku zwiększenia łącznej liczby mandatów do podziału i niezmienionej wielkości wszystkich list pewna lista wyborcza może otrzymać mniej mandatów niż przy mniejszej puli do podziału. Sama nazwa pochodzi z roku 1880, gdy wielkość Izby Reprezentantów USA nie miała ustalonej wielkości, a podczas przygotowywania projektu nowego podziału mandatów stwierdzono, że zwiększenie izby z 299 do 300 miejsc spowoduje, że stan Alabama otrzyma siedem mandatów zamiast ośmiu. W 1900 r. zaobserwowano podobny efekt, tym razem na niekorzyść stanu Maine, co spowodowało, że zrezygnowano z obowiązującej wtedy metody Hamiltona (Hare-Niemeyera albo największych reszt), która prowadziła do takich niepokojących zachowań.

Na przykładzie podanym w tab. 5 można zaobserwować, że metoda Hamiltona jest wrażliwa na paradoks Alabamy.

Jak łatwo zauważyć, lista A straciła jeden mandat, mimo że łączna ich liczba wzrosła. Spowodowane jest to faktem, że zwiększenie liczby mandatów powoduje pomnożenie liczby kwot przez liczbę większą od 1 (tu przez 41/40). Wtedy część ułamkowa nowych liczb kwot pochodzi nie tylko ze „starych" części ułamkowych (reszt), ale również z części całkowitych. Zatem im większe listy, tym większa szansa, że zyskają dodatkowy mandat, a w związku z tym mniejsze stracą.

Tabela 5. Podział *n* mandatów pomiędzy trzy listy metodą Hamiltona dla $n = 40$, $n = 41$

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów dla $n = 40$	Liczba mandatów dla $n = 40$	Liczba ilorazów dla $n = 41$	Liczba mandatów dla $n = 41$
A	20 000	16,33	16	16,73	16 + 1 = 17
B	20 000	16,33	16	16,73	16 + 1 = 17
C	9 000	7,35	7 + 1 = 8	7,53	7
Razem	49 000	40,00	40	41,00	41

Źródło: opracowanie własne.

Paradoks nowego stanu

Metoda nosi nazwę *wrażliwa na paradoks nowego stanu*, jeśli po powstaniu nowej listy wyborczej może zajść sytuacja, że (bez powiększania liczby mandatów i zmiany liczby głosów) jedna ze starych list otrzyma więcej mandatów niż przy poprzedniej liczbie list.

Tabela 6 pokazuje, że metoda Hamiltona jest wrażliwa na paradoks nowego stanu. Lista C nie traci mandatu po dołączeniu listy D, ale zwiększa swój udział z 3 do 4.

Tabela 6. Podział 22 mandatów pomiędzy trzy oraz cztery listy metodą Hamiltona

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów dla 3 list	Liczba mandatów	Liczba ilorazów dla 4 list	Liczba mandatów
A	25 000	11,68	11 + 1 = 12	10,98	10 + 1 = 11
B	14 340	6,70	6 + 1 = 7	6,30	6
C	7 750	3,62	3	3,40	3 + 1 = 4
D	3 000	____	_____	1,32	1
Razem	50 090	22,00	22	22,00	22

Źródło: opracowanie własne.

Tu działa praktycznie ten sam mechanizm co w paradoksie Alabamy, tylko z odwrotnym skutkiem. Tym razem dołączenie nowej listy powoduje, że liczby kwot są mnożone przez liczbę mniejszą od 1 (tu przez 47 090/50 090)). Wtedy duże listy tracą więcej na mnożeniu tej liczby przez części całkowite niż małe.

Paradoks populacji

Metoda nosi nazwę *wrażliwa na paradoks populacji*, jeśli może zajść sytuacja, że lista, której poparcie zmniejszyło się, zyskała mandat kosztem listy, który powiększyła liczbę swoich wyborców.

Tabela 7 pokazuje, że metoda Hamiltona jest wrażliwa również na ten paradoks. Lista A po zwiększeniu poparcia straciła mandat kosztem listy D, której liczba wyborców zmniejszyła się. Tutaj „języczkiem u wagi" okazała się lista B, która procentowo znacznie powiększyła liczbę swoich wyborców (o ok. 32%) i spowodowała powiększenie łącznej liczby głosów. Ten zaś fakt miał podobny skutek jak w paradoksie nowego stanu, czyli mniej korzystnie wpłynął na duże listy. Lista A co prawda zwiększyła swoje poparcie o ok. 1,5%, ale nie zrekompensowało to strat poniesionych na całkowitej liczbie głosów.

Tabela 7. Podział 22 mandatów pomiędzy cztery listy metodą Hamiltona

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Liczba mandatów	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Liczba mandatów
A	21 500	10,78	10 +1 = 11	21 820	10,39	10
B	7 800	3,91	3 + 1 = 4	10 290	4,90	4 + 1 = 5
C	11 600	5,81	5 + 1 = 6	11 130	5,30	5
D	3 000	1,50	1	2 960	1,41	1 + 1 = 2
Razem	43 900	22,00	22	46 200	22,00	22

Źródło: opracowanie własne.

Postulat zgodności

Metodę podziału nazywa się *parami zgodną*, jeśli podział mandatów między dowolne dwie listy, które dysponują łącznie określoną liczbą mandatów, jest niezależny od obecności innych list.

Wszystkie metody oparte na funkcji priorytetu są parami zgodne [Haman 2000].

Z kolei metoda Hamiltona nie jest parami zgodna, co widać w tab. 8.

Tabela 8. Niezgodność metody Hamiltona

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Liczba mandatów
Podział 1			
A	64 000	14,40	14
B	16 000	3,60	3+1=4
Razem	80 000		18
Podział 2			
A	64 000	14,81	14+1=15
B	16 000	3,70	3
C	37 800	8,75	8+1=9
D	98 200	22,73	22+1=23
Razem	216 000		50

Źródło: opracowanie własne.

W obu podziałach listy A i B otrzymują łącznie 18 mandatów, ale rozłożonych inaczej, więc metoda Hamiltona nie jest zgodna parami. Po raz kolejny został tu wykorzystany efekt mnożenia liczby kwot przez liczbę większą od 1, który wpływa korzystnie na część ułamkową większych list.

Postulat zgodności ze standardowym podziałem dla dwóch stanów

Niech *standardowy podział dla dwóch stanów* oznacza taki podział, w którym każda z dwóch list otrzymuje liczbę mandatów najbliższą jego liczbie kwot.

Za H.P. Youngiem [2003] podajemy przykład podziału niestandardowego uzyskanego metodą Jeffersona (d'Hondta).

Tabela 9. Podział 10 mandatów pomiędzy dwa okręgi metodą Jeffersona ($d = 910$)

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Kwota umowna	Liczba mandatów
A	8 200	8,2	9,01	9
B	1 800	1,8	1,98	1
Razem	10 000			10

Źródło: [Young 2003].

Metoda podziału jest *zgodna ze standardowym podziałem dla dwóch stanów*, jeśli pomiędzy każde dwie listy wyborcze mandaty są rozdzielone w sposób zgodny z podziałem standardowym.

Z tabeli 9 wynika oczywiście, że metoda Jeffersona nie jest zgodna ze standardowym podziałem dla dwóch stanów. Co więcej, zachodzi o wiele mocniejsze twierdzenie.

Metoda Webstera (Sainte-Laguë) jest jedyną metodą podziału zgodną ze standardowym podziałem dla dwóch stanów [Young 2003].

Postulat zachowania kwoty

Metoda podziału *zachowuje kwotę*, jeśli liczba mandatów, jaką otrzymuje każda lista, jest równa przynajmniej liczbie ilorazów wyborczych zaokrąglonej w dół i jest równa co najwyżej liczbie ilorazów wyborczych zaokrąglonej w górę.

Oczywiście metoda Hamiltona zachowuje kwotę, co wynika wprost z jej definicji. Metody dzielnikowe natomiast nie zachowują kwoty w ogólnym przypadku, o czym świadczą tab. 10 i 11. Baliński i Young udowodnili jednak, że metoda Webstera jest jedyną metodą dzielnikową, która zachowuje kwotę dla liczby list równej trzy [Baliński, Young, 1980].

Tabela 10. Nietrzymanie kwoty w metodzie Jeffersona ($d = 150$)

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Kwota umowna	Mandaty
A	1350	7,42	9,00	9
B	250	1,36	1,67	1
C	120	0,66	0,80	0
D	100	0,55	0,67	0
Razem	1820			10

Źródło: opracowanie własne.

Dla listy A liczba kwot wynosi 7,42, więc dozwolona liczba mandatów (w sensie trzymania kwoty) to 7 lub 8. Tymczasem metoda Jeffersona przyznała 9 mandatów.

Tabela 11. Nietrzymanie kwoty w metodzie Webstera (*d* = 217)

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Kwota umowna	Dolny próg zaokrąglania	Liczba mandatów
A	1395	7,01	6,43	6,50	6
B	334	1,68	1,54	1,50	2
C	334	1,68	1,54	1,50	2
D	326	1,64	1,50	1,50	2
Razem	2389				12

Źródło: opracowanie własne.

Paradoks donacji. Występuje wtedy, gdy „przekazanie" części głosów innej liście partyjnej skutkuje dodatkowym mandatem dla „darczyńcy". Jest możliwe dzięki stosowaniu progów wyborczych (w Polsce 5%). Można tu wyobrazić sobie sytuację, kiedy jakieś ugrupowanie namawia niewielką część swoich wyborców do głosowania na rywala, aby doprowadzić do efektu donacji, a tym samym zyskać dodatkowy mandat.

Tabela 12. Paradoks donacji (podział 24 mandatów metodą największych reszt)

Lista wyborcza	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Liczba mandatów	Liczba głosów	Liczba ilorazów	Liczba mandatów
A	4 251	10,74	10+1 = 11	4 251	10,20	10+0 = 10
B	2 573	6,50	6+1 = 7	2 573	6,18	6+0 = 6
C	2 156	5,45	5+0 = 5	2 156	5,17	5+0 = 5
D	521	1,32	1+0 = 1	520	1,25	1+1 = 2
E	499	E < 5%	0	500	1,20	1+0 = 1
Razem	10 000		24	10 000		24

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 12 lista E w pierwszej wersji nie osiągnęła pięcioprocentowego progu wyborczego, czyli nie otrzymała żadnego mandatu. W wersji drugiej (dzięki 1 głosowi otrzymanemu kosztem listy D) lista E otrzymuje jeden mandat, a jednocześnie pozwala liście D zyskać dodatkowy mandat.

4. Podsumowanie

Jak wynika z niektórych porównań, pewne pozornie różne systemy proporcjonalne są identyczne (np. Webstera i Sainte-Laguë czy Jeffersona i d'Hondta), przez co ogólna liczba systemów proporcjonalnych staje się choć trochę mniejsza. Ponadto czasami wygodniej jest stosować algorytm podany w danej metodzie pod jedną nazwą, a innym razem pod drugą. Widać także, że nie ma systemu idealnego. Każdy z nich ma swoje słabości, które uwypuklają się w pewnych sytuacjach, ale nie jest to zjawisko na tyle częste, aby przekreślało zalety danej metody. Warto też podkreślić dużą rolę progów wyborczych, które z jednej strony zniekształcają proporcjonalność wyników i powodują nadreprezentację pewnych partii, ale z drugiej są czynnikiem stabilizującym scenę polityczną, co w polskich warunkach jest nie do przecenienia.

Literatura

Baliński M.L., Young H.P. (1980), *The Webster method of apportionment,* „Proceedings of National Academy of Sciences", no 77.

Banaszak B., Preisner A. (1992), *Wprowadzenie do prawa konstytucyjnego,* Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław.

Haman J. (2000), *Racjonalne metody podziału mandatów w wyborach proporcjonalnych,* „Studia Socjologiczne", nr 1-2.

Ordynacja Wyborcza do Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej (1991), DzU RP 1991, nr 59.

Ordynacja Wyborcza do Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej (1993), DzU RP 1993, nr 459.

Ordynacja Wyborcza do Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej (2007), DzU RP 2007, nr 190.

Ordynacja Wyborcza do Rad Gmin, Rad Powiatów i Sejmików Województw (2007), DzU RP 2007, nr 190.

Young H.P. (2003), *Sprawiedliwy podział,* Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.

KNOWN AND UNKNOWN METHODS OF PROPORTIONAL ALLOCATION OF SEATS AMONG POLITICAL PARTIES

Summary: The article points out several methods used in the proportional distribution of electoral systems. It i shows that although some of them are under different names, yet they are identical. It also recalls a number of paradoxes of proportional divisions to remind the reader that certain natural requirements on the proportional method need not be met.

Key words: proportional allocation, political parties, the paradoxes of the division, the quotient of the election, the electoral threshold.