Antoni Smoluk
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ZDZISŁAW HELLWIG

Homo locum ornat, non locus hominem

Z okazji jubileuszu – mowa o prawdziwym roku jubileuszowym, czyli tym, który się zaczyna po ukończeniu siedmiu tygodni lat – profesora zwyczajnego Zdzisława Hellwiga, w 1976 r. ukazał się czwarty zeszyt *Przeglądu Statystycznego* dedykowany jemu w całości. W artykule wstępnym [1] omówiono jego działalność dydaktyczną, organizacyjną i naukową oraz podano spis publikacji do 1975 r. włącznie. Ciąg dalszy życiorysu naukowego i spis publikacji do 1995 r., w którym został profesorem emerytem, można znaleźć w ładnym dziele upamiętniającym jubileusz Katedry Statystyki AE we Wrocławiu [6]. Dorobek naukowy Profesora Zdzisława Hellwiga mieści się w szeroko rozumianej ekonomii matematycznej, a głównie w obrębie statystyki ekonomicznej. Jest to dorobek wielki i różnorodny, jednak główny nurt badawczy skupia się wokół problematyki estymacji modelu ekonometrycznego. Czym jest model? Co znaczy, że model jest dobry? Prawo nauki a model? Na te pytania przez całe życie szukał odpowiedzi. Szczególnie ważne są dwa problemy, które były w jego orbicie zainteresowań – ekonomiczny problem równowagi oraz filozoficzny problem definicji zdarzenia losowego będącego podstawą probabilistyki. Badania nad równowagą zostały przyjęte przez uczniów Profesora Hellwiga i zaowocowały teorią wirów łączącą mechanikę Newtona z teorią równowagi Smitha i późniejszych ekonomistów. Głosił, że równowaga jest atrybutem istnienia; ekonomia jest zawsze w stanie równowagi dynamicznej. Dziś już wiemy, że stożek

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

jest najważniejszą kwadryką. Geometryzuje on bowiem zasadę równowagi, która objaśnia wszystkie cykle ekonomiczne i związane z nimi wiry. Chwilowe stany równowagi dynamicznej oscylują wokół idealnego stanu; trajektorie wykreślają właśnie spiralę logarytmiczną na powierzchni stożka, osią którego jest linia punktów równowagi idealnej. Stożek łączy fizykę z ekonomią – jest centralnym prawem nauki, wszak prawa przyrody – to gładkie rozmaitości, wielowymiarowe różniczkowalne obiekty. Przeczuwali to już starożytni Grecy. Zdzisław Hellwig był reprezentantem środowiska ekonomistów w seminaryjnej grupie skupionej wokół Hugona Steinhausa i pracującej nad zastosowaniami matematyki. Kierował się przejętą chyba od Steinhausa zasadą: największe odkrycia mają prostą naturę i zawsze przynoszą korzyści społeczne.

Na początku swej drogi naukowej był pod silnym wpływem teorii liczb. Oczarowało go abstrakcyjne piękno liczb naturalnych i ich niezwykłe własności: multiplikatywne i addytywne. Każda liczba naturalna jest produktem rosnącego układu liczb pierwszych, jeśli tylko nie jest zerem lub jednością. Ten układ jest wyznaczony jednoznacznie przez naturalny porządek liczb pierwszych: $p_0 = 2$, $p_1 = 3$, $p_2 = 5$ *et cetera*. Twierdzenie o rozkładzie jednoznacznym liczb naturalnych na czynniki pierwsze jest fundamentem teorii podzielności, a podzielność jest przecież teorią preferencji. Każdy porządek w skończonej domenie daje się zawsze reprezentować relacją podzielności w odpowiednio dobranym zbiorze liczb naturalnych. Podobnie jest z preferencjami – należy tylko rozszerzyć zbiór liczb naturalnych do zbioru liczb całkowitych lub pierścienia liczb całkowitych algebraicznych. Liczby pierwsze – to samotne alpejskie szczyty. Nie można być obojętnym wobec tego niebiańskiego piękna. *Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk*. Słowa te wypowiedział Leopold Kronecker, który walczył o arytmetyzację nauki. Liczby całkowite stworzył dobry Bóg, cała reszta jest dziełem człowieka. Niemal każdy z wybitnych twórców nauki miał swój okres zauroczenia liczbami. Euklides, Fermat, Euler, Gauss założyli mocne fundamenty tej ekskluzywnej nauki. Wybitny polski ekonomista Michał Kalecki – doktor *honoris causa* naszej wrocławskiej uczelni – opublikował, a jakże, kilka oryginalnych prac z teorii liczb. Teorią liczb zajmowali się Wacław Sierpiński i jego otoczenie, liczbami zabawiał się Hugon Steinhaus i profesor Hellwig czuł się doskonale w cyfrowym alpinarium. Do pałacu nauki wchodzi się bramą teorii liczb. *Die Mathematik ist die Königin der Wissenschaften und die Zahlenlehre die Königin der Mathematik.* Podobnie jest i z księciem matematyków Gaussem: on włada światem uczonych, a liczby panują nad nim.

Naprzemienny ciąg zer i jedynek jest szczytem regularności; trudno go nazwać losowym. Rozwinięcie liczby niewymiernej, na przykład podstawy logarytmów naturalnych, w binarny ciąg zer i jedynek, również nie jest obiektem losowym. Jednakowoż przewidywanie kolejnych cyfr rozwinięcia, gdy liczby, której to jest rozwinięcie, nie znamy – jest niemożliwe. Ciągi takie w naszej wyobraźni stają się wzorcami zachowań nieprzewidywalnych, losowych. Ciąg jest losowy, jeżeli każde skończone słowo – skończony układ zer i jedynek – pojawia się w tym ciągu z dodatnią częstotliwością. Taka jest konkluzja tych badań. Jeżeli ciąg $a = (a_n)$, $a_n \in \{0, 1\}$, jest losowy, to każdy jego podciąg arytmetyczny jest także ciągiem losowym. Przez podciąg arytmetyczny ciągu a rozumie się ciąg $b = (b_n)$, taki że $b_n = a_{\sigma(n)}$, gdzie funkcja $\sigma : N \to N$ jest ciągiem arytmetycznym, silnie rosnącym, liczb naturalnych. Istnieje piękne twierdzenie Dirichleta o ciągach arytmetycznych liczb naturalnych. Ciąg arytmetyczny liczb naturalnych zawiera w zbiorze swych wartości nieskończenie wiele liczb pierwszych wtedy i tylko wtedy, gdy wyraz początkowy tego ciągu i jego różnica są liczbami względnie pierwszymi – ich największy wspólny dzielnik jest 1. Powszechnie wierzy się, że liczby naturalne stworzył Bóg, a ciąg dalszy matematyki – człowiek. Liczby pierwsze nie mogą więc być rozmieszczone losowo w ciągu liczb naturalnych, a jednak powyższe uwagi i twierdzenie Dirichleta nasuwają myśl o rozmieszczeniu przypadkowym. W skończonym świecie nie ma losowości. Istota losowości jest w nieprzewidywalności kolejnych wyrazów ciągu. Badania z pogranicza podstaw rachunku prawdopodobieństwa i filozofii nauki, a więc na pozór czysto teoretyczne, znalazły ważne zastosowania. Na tej podstawie można rozróżnić zdarzenia losowe od systematycznego trendu. Kiedy wypadki lotnicze mają charakter przypadkowy, a kiedy są skutkiem wady konstrukcyjnej lub zamachu?

Związek probabilistyki z teorią chaosu jest głęboki – można rzec genetyczny. Chaos – rzecz paradoksalna – jest opisany zależnością deterministyczną; można go utożsamić z zapisem pozycyjnym liczb rzeczywistych niewymiernych. Rzecz ta okaże się całkiem naturalną sprawą, gdy uświadomimy sobie, czym w istocie jest zmienna losowa. Powszechnie zmienną losową definiuje się jako funkcję mierzalną ze zbioru zdarzeń elementarnych w zbiór liczb rzeczywistych R. Ta definicja jest adekwatna i wygodna – eliminuje losowość z pojęcia zmiennej losowej. Jeszcze bardziej uzmysłowimy to czytelnikowi, gdy nazwiemy zmienną losową funkcję identycznościową na zbiorze liczb rzeczywistych. Nie jest to zwykła żonglerka słowna, bo funkcja identycznościowa istotnie staje się zmienną losową, gdy skojarzymy ją z określoną miarą – prawdopodobieństwem. Prawdopodobieństwo właśnie czyni z funkcji identycznościowej zmienną losową. Bez prawdopodobieństwa pojęcie zmiennej losowej nie ma wiele wspólnego z losowością. Jest to funkcja deterministyczna, bardzo porządna pod względem analitycznym. Zmienne losowe są wektorami, których stopień liniowej zależności mierzy się współczynnikiem korelacji. Jest to możliwe dla funkcji całkowalnych z kwadratem. Jeżeli odrzucimy prawdopodobieństwo, wtedy nie można mówić o zależności zmiennych losowych, bo jej po prostu nie ma. Nie ma zmiennych losowych – jest tylko jedna funkcja identycznościowa.

Najprostszym, najważniejszym i najpiękniejszym rodzajem zależności jest zależność funkcyjna. Zależności relacyjne są już znacznie trudniejsze do badania. I jedne, i drugie można wyróżnić tylko w obrębie określonej struktury matematycznej. Zbiór jest podstawową strukturą, zbiór jest substratem struktury matematycznej. Struktura matematyczna jest układem zbiorów. Naturalnie wszystkie obiekty matematyczne są zbiorami. Funkcje, relacje, operatory, całki, pochodne *et cetera*, to wszystko są właśnie zbiory. W probabilistyce wprowadza się zależność pomiędzy ciałami zdarzeń – podciałami ustalonego ciała M. Jeżeli p jest prawdopodobieństwem określonym na M, $p \in \mathrm{Prob}(M)$, to podciała $M_0, \ldots, M_n$ ciała M nazywają się niezależne, gdy dla dowolnych zdarzeń $A_i \in M_i$ prawdziwa jest równość

$$p(A_0 \ldots A_n) = p(A_0) \ldots p(A_n),$$

czyli gdy prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń jest iloczynem prawdopodobieństw. Zależność stochastyczna jest relacją, nie ma tu żadnej przyczyny i skutku. Następstwo zdarzeń definiuje czas, a równoczesne istnienie – przestrzeń. Jeżeli stan A zawsze poprzedza B, to można mówić, że A jest zwiastunem B, ale niekoniecznie przyczyną. Przyczyną zarówno A, jak i B może być co innego. Czymże jest więc przyczyna? Globalnej odpowiedzi nie widzę. Przypuszczalnie jej nie ma. Istnieją odpowiedzi relatywne, zawężone do pojęcia układu cybernetycznego. Zadany warunek początkowy jest przyczyną wszystkich osiągalnych z niego stanów. Mowa tu o stanach możliwych przy zadanym zbiorze sterowań. Zbiory dopuszczalnych strategii i trajektorii definiują układ cybernetyczny, więc przyczynowość tkwi w definicji układu cybernetycznego. Istota przyczynowości jest zawsze związana z czasem. Nie ma przyczyny bez następstwa zdarzeń, bez czasu. Zjawiska jednoczesne, jeśli są zależne, muszą mieć wspólną przyczynę. Zależność stochastyczna może być co najwyżej oznaką jednej rzeczy – istnienia wspólnej przyczyny. Czym jest istota zależności stochastycznej? Zależność funkcyjną utożsamić można z determinizmem. Indeterminizm kryje w sobie niespodzianki trzech typów: losowość, rozmytość lub chaos. Rozmytość zrozumiano pewnie najlepiej. Chaos rozumiemy słabo; spotyka się nawet pogląd, że prawdziwego chaosu nie ma. Zawsze jest porządek. Być może mózg nasz jest tak stworzony, że widzimy tylko świat sklasyfikowany i skatalogowany. Kołmogorow losowość wtłoczył w teorię miary. Rachunek prawdopodobieństwa, obok pozycyjnego zapisu liczb i struktur aksjomatycznych, zalicza się do trzech najważniejszych osiągnięć matematyki. I chociaż ta klasyfikacja jest rezultatem badań statystycznych – pewnie obiektywnych, ich rezultaty kłócą się z logiką i zastosowaniami. Co do metody aksjomatycznej i pozycyjnego zapisu pewnie nie może być dyskusji, probabilistyka jednak awansowała za wysoko. W każdej pracy medycznej musi być obowiązkowo przynajmniej jeden test, który nie ma wartości merytorycznej, a jest tylko sztafażem formalnym mającym zaświadczyć iż adept opanował metody naukowe. Takie pozorne zastosowania windują prawdopodobieństwo na szczyty ważności. Najważniejszym działem praktycznym matematyki jest naturalnie metoda wyczerpywania Archimedesa, a więc rachunek całkowy i związane z nim formy różniczkowe.

W zbiorze wielowymiarowych miar probabilistycznych $\mathrm{Prob}(R^n)$ na przestrzeni R^n wprowadzamy relację D warunkiem: pDq wtedy i tylko wtedy, gdy prawdopodobieństwa p i q mają wszystkie jednowymiarowe rozkłady wspólne. Relacja D jest równoważnością. Symbolem pD oznaczamy klasę abstrakcji rozkładu p, czyli rodzinę wszystkich miar q tożsamych względem relacji D z p. Jeżeli $q_i \in \mathrm{Prob}(R)$, $i = 1, \ldots n$, oznacza rozkład brzegowy miary q, to oczywiście $q_1 \ldots q_n Dq$, gdzie symbol $q_1 \ldots q_n$ oznacza miarę produktową. Każde odwzorowanie

$$f\colon \mathrm{Prob}^n(R) \to \mathrm{Prob}(R^n),$$

które jest ciągłe i spełnia warunek

$$f(q_1, \ldots, q_n)\, D\, q_1 \ldots q_n,$$

określa zależność w przestrzeni $\mathrm{Prob}^n(R)$, gdzie $\mathrm{Prob}^n(R)$ jest n-krotnym produktem kartezjańskim rodziny miar jednowymiarowych. Funkcję f, czyli typ zależności, wyznacza przyroda. Nie ma tu miary liczbowej stopnia zależności. Każdy układ miar $(p_1, \ldots, p_n)$ w swej naturze nie jest ani zależny, ani niezależny. Przyporządkowanie temu rozkładowi rozkładu łącznego $f(p_1, \ldots, p_n)$ wyznacza zależność, gdy f spełnia warunki definicyjne. Czymś takim są modne ostatnio kopuły. Niech $\mathrm{Mes}(R^n)$ będzie przestrzenią liniową wszystkich miar Radona na przestrzeni R^n; przestrzeń $\mathrm{Mes}(R^0)$ utożsamiamy z ciałem liczb rzeczywistych. Niech dalej $\aleph$ oznacza sumę prostą przestrzeni $\mathrm{Mes}(R^n)$; $\aleph$ jest gradualną algebrą liniową z jednością nad ciałem liczb rzeczywistych. Jednością tej algebry jest liczba 1, a iloczynem miary $p \in \mathrm{Mes}(R^m)$ przez miarę $q \in \mathrm{Mes}(R^n)$ jest miara produktowa $pq \in \mathrm{Mes}(R^{m+n})$. Algebra $\aleph$ wyznacza właściwe ramy dla badania zależności i niezależności stochastycznej. Zależność f można utożsamić z ciągłym selektorem określonym na rodzinie klas abstrakcji relacji D. Zależność stochastyczna jest więc związana ze specjalną dyskryminacją zbioru wypukłego prawdopodobieństw na podzbiory wypukłe miar o równych rozkładach brzegowych [9]. Jak ważnym pojęciem jest niezależność stochastyczna, potwierdza całe życie naukowe Marka Kaca, którego badania można sprowadzić do drążenia istoty niezależności; podobnie rzecz się ma i z badaniami prowadzonymi w swoim czasie na Uniwersytecie Wrocławskim przez Edwarda Marczewskiego.

Wskaźnik Hellwiga natomiast jest miarą liczbową stopnia zależności zmiennych losowych X, Y mających gęstość dwuwymiarową g. Niech

$$h(x, y) = g(x, y) - g_1(x)\, g_2(y)$$

oraz

$$H = \{(x, y) \in R^2 \colon h(x, y) \geq 0\},$$

gdzie g_i, $i = 1, 2$, jest gęstością brzegową i-tej zmiennej losowej. Wielkość

$$\chi = \iint_H h(x, y)\, dx\, dy$$

nazywa się wskaźnikiem Hellwiga rozkładu dwuwymiarowego (X, Y) o gęstości g. Definicja ta w sposób naturalny rozszerza się na rozkłady wielowymiarowe. Jest to miara dodatkowa – obok współczynnika korelacji, inne spojrzenie na niezależność zmiennych losowych. Dla rozkładu normalnego wskaźnik Hellwiga jest gładką, silnie rosnącą funkcją współczynnika korelacji [8]. Niezależność stochastyczna jest więc naturalnie związana z separowalnością multiplikatywną funkcji wielu zmiennych. Teorię separowalności znacznie rozwinął profesor Tadeusz Stanisz z Krakowa – współpracujący przez długie lata z Instytutem Cybernetyki Ekonomicznej Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. W definicji współczynnika χ korzysta się z separowalności funkcji gęstości dla niezależnych zmiennych.

Teorię aproksymacji, naukę obejmującą ekonometrię i teorię estymacji, zainicjował w środowisku ekonomicznym swoimi pierwszymi publikacjami. Jak znaleźć ekstremum funkcji deterministycznej, wiadomo. Ekstremum funkcji przybierającej wartości losowe trudno, po pierwsze, określić, a po drugie, jeszcze trudniej wyestymować. Jego wkład w teorię prognoz ekonomicznych jest niekwestionowany. Metoda wag harmonicznych wygaszająca wpływ przeszłości na stany przyszłe jest powszechnie wiązana z jego imieniem; stała się ona punktem startowym dla wielu młodych ekonometryków, ale także znalazła potwierdzenie w zastosowaniach. Tak samo było z trendem pełzającym.

Matematyka jest podstawą nauki, a poziom badań także ekonomicznych jest zdeterminowany przez poziom matematyki; wysoki poziom nauczania matematyki przekłada się prosto na jakość środowiska czystych ekonomistów. Nauka ma szkielet matematyczny. Profesor Hellwig był pierwszym kierownikiem Katedry Matematyki Wyższej Szkoły Ekonomicznej we Wrocławiu i całe swe życie troszczył się i troszczy o nauczanie matematyki i przedmiotów pokrewnych na studiach ekonomicznych. Zarządzanie to cybernetyka; nic więc dziwnego, że instytut, którego był dyrektorem, nosił nazwę Instytutu Cybernetyki Ekonomicznej. Nie można zarządzać i sterować procesami technologicznymi bez automatów i komputerów. To on właśnie – wyprzedzając dzisiejsze wszechstronne wykorzystanie układów logicznych w pralkach, robotach kuchennych, samochodach, na fermach hodowlanych, przy taśmach montażowych, w biurach i bankach – propagował informatykę i elektroniczne maszyny cyfrowe. To tutaj, we Wrocławiu, zrodziła się informatyka ekonomiczna; do Wrocławia przyjeżdżała cała Polska, aby zdobyć wiedzę wstępną o językach algorytmicznych i komputerach.

Jego zainteresowania naukowe są rozległe; najwięcej wysiłku włożył w studia modelowe. Słynne stały się jego dyskusje z profesorem Czerwińskim nad jakością modelu. Profesor Kolupa podjął jego badania nad macierzami korelacyjnymi i korzystając z pojęcia macierzy brzegowych, dał piękny dowód twierdzenia Hellwiga o wzajemnych powiązaniach współczynników korelacji. Dobór zmiennych do modelu rozrósł się do szerokiego działu ekonometrii; przyczynki do tego tematu dane były prawie we wszystkich polskich ośrodkach uprawiających ekonometrię. Zainicjował teorię aproksymacji optymalnej specjalnego rodzaju; wprowadził pojęcie funkcji segmentowej i modulatora. Było to rozszerzenie wykresu statystycznego powstającego z połączenia punktów dyskretnych odcinkami. Funkcja segmentowa jest kawałkami wielomianem, a modulatory to węzły, w których łączą się różne wielomiany. Funkcje segmentowe są elastycznym narzędziem wielce przydatnym do wygładzania danych statystycznych. Można także tą metodą – wielomian na segmencie określa takson – segregować dane: tworzyć jednorodne zbiory. Dobór zmiennych do modelu i aproksymacja optymalna w połączeniu dały nową dziedzinę – aproksymację inwariantną. Jeżeli funkcja aproksymowana nie zależy od pewnej zmiennej, to przy pewnych naturalnych warunkach również nie zależy od tej zmiennej aproksymacja optymalna. Twierdzenie to jest naturalnym i ogólnym ujęciem problematyki doboru zmiennych do modelu. Piękny wynik w tym zakresie otrzymał doktor Leopold Habiniak, który znacznie posunął teorię aproksymacji inwariantnej, czyli zadanie doboru zmiennych.

Na wszystkich konferencjach Polski Południowej, w ich początkowym okresie, był zawsze figurą centralną i to nie z racji swej profesury czy inicjatyw organizacyjnych, lecz z powodu konstytucji całego swego organizmu. Lubił spotkania towarzyskie, długie nocne rozmowy, a szczególnie celował w dyskusjach akademickich. Gdy noc się już przechylała, a wszyscy byli zmęczeni i senni, profesor Hellwig zawsze wynajdywał ożywcze porcje cebionu dla wzmocnienia słabnących kolegów oraz dodatkowy alkohol, który natychmiast całe zgromadzenie pobudzał do aktywności – swoisty konferencyjny podkurek. Troszczył się o wszystko i wszystkich. W czasie zimnej pogody, gdy byłem lekko ubrany, ofiarował mi nawet swój podkoszulek dla ogrzania. Był człowiekiem praktycznym, który dobrze przewidywał następstwa poczynań ludzkich; nigdy nie hamletyzował, był sprawnym działaczem i organizatorem. Lubił mieć swego człowieka w kardynalnych punktach układu cybernetycznego, którego sam był niewidocznym centrum. Szczególnie był wielbiony przez panie, które widziały w nim wspaniałego kozera interesująco rozprawiającego na dowolny temat. Profesor Maria Cieślak zachwyca się jego szarmancją i erudycją, a dla Urszuli Siedleckiej był wzorem wielkiego uczonego, doskonałego nauczyciela i wychowawcy. Urszula na początku swej drogi naukowej była bufetową Katedry Statystyki. Mówię to nieco na wyrost, może pod wpływem znanego obrazu Maneta i pięknej bufetowej ze stolicy. Działacze społeczni katedry: Urszula, Unek – profesor Władysław Bukietyński, piszący te słowa, chyba jeszcze Zofia Płaczek i Ryszard Jasiński, postanowili założyć spółdzielczy barek. Pomysł szybko stał się ciałem. Kupiono – za składkowe pieniądze – kilka butelek gatunkowych wódek, ktoś przyniósł kieliszki i można było świętować inaugurację. Dobra monopolowe zamknięto w części szafy bibliotecznej, a klucz chowano w biurku. Urszula dbała o uzupełnianie ubytków – była więc niby barmanką, stąd *tonka aluzja* do pani prezydent i pięknego obrazu Maneta *Le bar aux Folies bergère* z 1882 r., którego szukać należy nie w paryskich galeriach impresjonistów, lecz w Londynie; jest eksponowany w Courtauld Institute. Każdy pracownik katedry miał swobodny dostęp do szynku – pełna samoobsługa. Pieniądze zostawiało się w zwykłym pudełku, a kieliszek po wypiciu trzeba było – rozumie się – umyć. Przedsięwzięcie kwitło i braków nie było. Z barku korzystał razu jednego – zaproszony przez Ryszarda Jasińskiego – wybitny logik wrocławski, późniejszy rektor Uniwersytetu Leopolda. Wódki były doskonałe, więc po męczących zajęciach ludzie chętnie się odprężali. Spółdzielnia *Spiritus Sursum* miała jednak krótki żywot; kierownik katedry, ze znanych mu ważnych powodów, nakazał zlikwidować wyszynk. Cóż było robić? Socjalizm skutecznie hamował każdą przedsiębiorczość. Kierowała nim przypuszczalnie troska o rozwój młodzieży naukowej; wszelki luz jest wręcz destruktywny, a dryl i spartański obyczaj prowadzą do sukcesów. Istotą nauki jest bowiem perfekcja; bez porządku i dyscypliny nie ma nauki, bez naukowej organizacji nie ma także wydajnej gospodarki.

Wirtualny szyld naszego barku pożyczyłem z epitafium, które można oglądać w galerii sztuki śląskiej XVII w. Muzeum Narodowego we Wrocławiu. Emblematem epitafium z 1674 r. jest obrazek pokazujący pracownię alchemika z alembikiem i dewizą właśnie *spiritus sursum*. Śmierć oddziela szlachetną duszę od materialnego ciała. Dzieło znajduje się w dawnym Muzeum Śląskim, dziś dumnie zwanym narodowym. Po socjalizmie odziedziczyliśmy skłonność do zmiany nazw, jakby w nazwie była dusza. Jest to zresztą tendencja swoista całej Unii Europejskiej. Być może coś w tym jest na rzeczy, bo przecież Japończycy wierzą w siłę i dobre oddziaływanie ładnych i mile brzmiących słów. W słowach jest moc sprawcza: w ładnych – dobra, w wulgarnych – zła. Nie znaczy to jednak wcale, że nazwanie ślepego sokołem uczyni go snajperem; tak samo analfabeta naukowy nie stanie się *bolszym uczionym* po mianowaniu go profesorem lub wyborze na członka akademii nauk. To jakość intelektualna i moralna pracowników nobilituje instytucję zatrudniającą. Nie pan domem, lecz dom panem się chlubi. Tytuł adekwatny wieńczy osiągnięcia, sam jest bez wartości; gwiazda z palmami, przypięta do smokingu w świetle reflektorów jest przedstawieniem dla pospólstwa – śmiechu warty incydent, smutny o tyle, iż nowo kreowana wielkość zacznie się popisywać i psuć to, co jeszcze zostało dobrego w organizacji nauki. Kiepskie wino nasycone bąbelkami, owszem, nadyma się i burzy, ale lura jest lurą niezależnie od szampańskiej nazwy.

Był opiekuńczy; współpracowników i kolegów darzył ojcowskim uczuciem. Z każdą sprawą można się było do niego zwrócić, nigdy nie był obojętny na ludzkie cierpienie. Jeśli nawet nie mógł pomóc, to przynajmniej starał się pocieszyć i wzmocnić stoicką postawę. W relacjach zawodowych kierował się mądrą i sprawdzoną w działaniu zasadą generała Patona: *Never tell people how to do things. Tell them what to do and they will surprise you with their ingenuity.* Jest to – nawiasem mówiąc – powszechnie znany *princip* nauki o zarządzaniu i organizacji: traktuj wykonawcę jak autonomiczny, samodzielny byt, nie narzucaj mu swej woli. Lubił dobre towarzystwo i dyskusje na różnorodne tematy – naukowe, polityczne, wojskowe. Nie przepadał za luksusem, chociaż dobra sztuka kulinarna nie była mu obca. Gustował w winach reńskich typu Riesling szczególnie wtedy, gdy było jeszcze gorące *fondue* z jaj, sera i masła. Wzruszał się popularną melodią *Everybody loves somebody sometime*, albowiem *musica et vinum laetificant cor hominis*.

Zaproponował – jak wspomniano wyżej – w teorii prognozy metodę wag harmonicznych. Jest to piękna próba odmiennej interpretacji starej rzymskiej zasady prawnej: *lex posterior derogat priori* – liczą się istotnie tylko ostatnie chwile. Wszystko jest dobre, co się dobrze kończy. Świat jest ciągły; to fundamentalne założenie jest podstawą nauki. Jakkolwiek katastrofy się zdarzają, jednak ze swej natury i definicji są nieprognozowalne naukowo. Nawet deterministyczna teoria chaosu jest w swej istocie oparta na porządnych gładkich, a więc silnie ciągłych funkcjach. Zasada inercji obowiązuje powszechnie, bo jest przejawem prawa równowagi. Prognozę definiował – prognozę naukową – jako zdanie bardzo prawdopodobne. Tą definicją, chociaż wyraźnie się na to nie powoływał, wprowadził do prognostyki logiki wielowartościowe. Na teorii prognozy ekonomicznej wywarł również silne piętno.

Profesor Hellwig jest autorem testu zgodności zwanego w literaturze testem Hellwiga. Układ liczb $x_i \in R$, $i = 1,\ldots, m$, $m \in N$, $m \geq 1$, takich że $x_i < x_{i+1}$ rozbija zbiór

R liczb rzeczywistych na m+1 przedziałów $I_k =]x_k, x_{k+1}]$, gdzie dla jednolitości zapisu przyjęto konwencję $x_0 = -\infty$, $x_{m+1} = \infty$. Niech p_k oznacza prawdopodobieństwo, że określona zmienna losowa f przybierze wartość w przedziale I_k. Po wykonaniu $n \in N$ niezależnych prób mamy rozkład empiryczny q_k, gdzie próbą jest pomiar wartości zmiennej f. Wielkości q_k są częstościami wpadnięcia pomiaru zmiennej f do przedziału I_k. Odległość pomiędzy rozkładem teoretycznym $p = (p_0, \dots, p_{m+1})$ i empirycznym $q = (q_0, \dots, q_{m+1})$ jest podstawą testu zgodności. Idea piękna, bo prosta i daje szerokie pole do popisu – nie ma wielkich ograniczeń swobody twórczej w odgadywaniu rozkładu p. Smakowita konfitura naukowa dla magistrów i doktorów.

Wiele prac poświęcił Zdzisław Hellwig badaniom nad modelami ekonometrycznymi. Zastanawiał się nad definicją adekwatności modelu. Kiedy model jest dobry? W związku z tym postawił problem doboru zmiennych do modelu liniowego. Interesowała go również dziedzina modelu. Jakie wartości argumentów można podstawiać do wyestymowanej funkcji? Każda funkcja jest bowiem trójką (X, f, Y), gdzie X jest zbiorem argumentów, czyli dziedziną, f – relacją funkcyjną, a Y – zbiorem, do którego należą wartości. Nie ma funkcji bez podania dziedziny X i zbioru wartości Y. Jak ważna jest dziedzina, zobrazuję na prostym przykładzie, który można nazwać paradoksem modelowania. Przez zmianę dziedziny funkcja nieliniowa – parabola – zamienia się na funkcję liniową – prostą. Funkcja $f(x) = x^2$ nie jest znana, chociaż wszystko wygląda z pozoru jasno; funkcja ta nie jest znana, bo nie wiemy, jaki jest zbiór jej argumentów i jak w tym zbiorze jest określone działanie. Jeżeli $X = R$, to $Y = R_+$ – zbiór liczb nieujemnych, a wykresem funkcji f jest parabola. Jeżeli dziedziną f jest zbiór liczb zespolonych C, wtedy zbiór wartości jest także całym zbiorem liczb zespolonych i to pokrytym nawet dwukrotnie. Argumenty nie muszą być jednak liczbami; mogą to być funkcje lub operatory – macierze. Jeżeli $X = M_2(R)$ jest algebrą liniową macierzy

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

o wyrazach rzeczywistych, wtedy $Y = X$; podnoszenie do kwadratu znaczy dwukrotne wykonanie operacji A. Jeśli

$$A_x = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

to

$$f(A_x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i zawężenie funkcji f do zbioru $\Re = \{A_x : x \in R\}$ jest funkcją $g(x) = 2x$. Ponieważ $\Re$ można utożsamić z R, więc $g: R \to R$. Tym sposobem funkcja kwadratowa f jest w istocie funkcją liniową g; zależy to od wyboru dziedziny X. Jeżeli liczby rzeczywiste są sobą, wtedy f jest parabolą, a gdy interpretujemy je jak macierze A_x, wtedy f jest linia prostą. Dziedzina jest ta sama, tylko inaczej zinterpretowana, a wynik działania funkcji jest zupełnie odmienny. Ważne są więc dziedzina i działanie. Stąd badania profesora Hellwiga nad domeną modelu ekonometrycznego. Przy okazji pragnę podkreślić, że addytywna grupa R jest izomorficzna z multiplikatywną grupą $\Re$.

Wprowadził pojęcie funkcji empirycznej zwanej złożem. Czym jest złoże? Jest to funkcja ciągła, której dziedziną jest wypukły kompakt. W jednowymiarowym przypadku dziedziną złoża jest odcinek domknięty. Złożem jest wykres dna jeziora. Złoże znamy zawsze tylko na skończonym zbiorze punktów. Jak obliczyć ekstrema złoża? Bez założeń ograniczających wiele zrobić się nie da. Jeżeli jednak przyjmiemy założenie, iż złoże jest funkcją o ograniczonym wahaniu, a wahanie to znamy chociażby tylko z pewnym przybliżeniem, to wtedy istnieje reguła stopu przy obliczaniu ekstremów; można oszacować błąd obliczeń [4; 5].

Profesor Hellwig odnowił we Wrocławiu i Polsce badania taksonomiczne. To z klasyfikacji krajów – członków ONZ – przygotowanej dla UNESCO, w czasach gdy był ekspertem tej instytucji, odrodziła się taksonomia wrocławska; powstały później liczne prace w kilku najważniejszych ośrodkach ekonometrycznych pracujących nad badaniami regionalnymi i teorią klasyfikacji. Problematyka ta jest rozwijana i obecnie, czego wyrazem są coroczne konferencje krajowe poświęcone analizie skupień. Polskie i światowe towarzystwa klasyfikacyjne mogą poszczycić się aktywną działalnością naukową i organizacyjną. Jedna z pierwszych publikacji Profesora odnosząca się do podziału i klasyfikacji miała głośny oddźwięk: zaproponowano w niej ogólne i oryginalne ramy teorii dyskryminacji. W pracy tej mówi się o dyskryminacji optymalnej. Problem wyboru kryterium jest zasadniczy i trudny. Najczęściej takim kryterium jest podobieństwo odpowiednio mierzone [2].

Profesor Zdzisław Hellwig jest wieloletnim członkiem Komitetu Statystyki i Ekonometrii Polskiej Akademii Nauk. Był przez kilkanaście lat członkiem Centralnej Komisji do spraw Stopni i Tytułów Naukowych. Pracował w gremiach ministerialnych zajmujących się przygotowaniem programów nauczania na studiach ekonomicznych; jest jednym z twórców instytucji zwanej Konferencją Polski Południowej. Jest to fenomen – rzadkość w polskich warunkach – powstały doraźnie z potrzeby łączenia wysiłków i wspomagania wzajemnego badań w ośrodkach: krakowskim, śląskim i wrocławskim. Konferencje te przeszły trudną próbą czasu i są kontynuowane corocznie. Pobieżna obserwacja współczesnej tematyki tych konferencji pokazuje, że w dużym procencie wyrosła ona z badań profesora Hellwiga. Jego podręcznik *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej* od kilkudziesięciu lat jest ciągle wznawiany; kolejne wydanie przekroczyło już dawno numer piętnasty. W 1969 r. w księgarni *Mieżdunarodnaja Kniga* na ulicy Gorkiego w Moskwie kupiłem tę książkę – druk pewnie z 1968 r.; gdy poprosiłem sprzedawczynię o pieczątkę księgarni, datę i podpis, *diewuszka* zdziwiła się radzieckim zwyczajem: – *A na szto*? – *Na dowód? Niech autor wie*, *gdzie jego książkę sprzedają.* Książka ta jest pewnie wynikiem programu dydaktycznego Autora ogłoszonego wiele lat później. Można go – ten piękny program – uzupełnić tylko uwagą, że językiem wykładowym na polskich uczelniach powinien stać się angielski. „Były to czasy [lata pięćdziesiąte XX w.], gdy władze uczelni ekonomicznych w Polsce czyniły wysiłki w celu zaopatrzenia studentów wiodących uczelni ekonomicznych w Polsce w podręczniki do nauki dyscyplin ekonomicznych, wyposażone w teksty stosowane w książkach, które do kraju płynęły ze Stanów Zjednoczonych i Wielkiej Brytanii. Ze względów politycznych i ideologicznych nie korzystano w tym okresie na większą skalę z pomocy naukowych wydawanych w języku niemieckim i włoskim. Na pierwszym planie funkcjonowały pomoce naukowe wydawane w języku rosyjskim, a dalej w języku angielskim i francuskim. Potrzebny był ogromny wysiłek edytorski, aby można było zaspokoić zapotrzebowanie na dobre i tanie podręczniki w tych językach. Skala trudności i zadań szybko się rozszerzała o potrzeby pojawiające się niemal każdego dnia w dziedzinie skryptów i książek, jakie musiały być przygotowane na potrzeby absolwentów studiów dziennych i zaocznych, którzy przygotowywali swoje dysertacje dyplomowe, magisterskie i doktorskie (rzadko!)" [3].

Na jednej z konferencji Polski Południowej profesor Kazimierz Zając z Krakowa był smutny i melancholijnie nastrojony. W środowisku konferencyjnym profesor Zając jest seniorem nie tylko z racji wiedzy i stanowiska, ale i lat kalendarzowych. Te jego lata pewnie mu niekiedy ciążyły; fizycznie i duchowo zawsze czuł się młodo i z każdej nocnej imprezy on wychodził ostatni. –*Ty Kaziu przeżyjesz nas wszystkich.* Tymi słowami profesor Hellwig chciał wyprowadzić profesora Zająca z refleksji nad życiem i przemijaniem. Profesor Hellwig ma wyjątkową intuicję polityczną i dar przepowiadania spraw na wielkiej arenie świata. Szczególnie zadziwia mnie trafnością prognoz co do pociągnięć Kremla. *À propos* profesora Kazimierza Zająca z Krakowa, to wypada utrwalić jego pierwsze spotkanie z magister Urszulą Królik. *Nomina sunt odiosa* i należy nimi posługiwać się z taktem i oszczędnie. Szczególnie w przypadku nazwisk będących *more of a liability than an asset*, czułych na kontekst, których użycie nie w każdych warunkach jest racjonalne. W latach sześćdziesiątych minionego wieku Wyższa Szkoła Ekonomiczna we Wrocławiu szczyciła się mózgiem elektronowym – tak wtedy nazywano potocznie obecne komputery – ODRA. Szefową i zarazem dyżurnym pracownikiem przy tej elektronicznej maszynie cyfrowej była Urszula – piękna i bez tej matematycznej ozdoby dziewczyna. Każdego gościa szkoły w te pędy prowadzono na salony do Uli, by mógł na własne oczy zobaczyć cud technologii socjalistycznej. Zdarzyło się, że profesor Zając przyjechał na uczelnię, więc zgodnie z tradycją wiodą go zaraz do mózgu. Przy prezentacji gościa Urszuli profesor wymienia swoje nazwisko. *Nasypali piasku!* Dobry obyczaj nakazuje, by Urszula w odpowiedzi także przedstawiła się nazwiskiem. Ale Ula milczy; zadziałał bowiem mózg – nie elektroniczny, tylko ta żywa szara substancja pod czaszką i Urszula ustrzegła się zabawnego *faux-pas*. Zestawienie nazwisk Zając – Królik może być żartem z poważnego profesora. Brzmi to bowiem jak wojskowa zabawa w hasło – *zając* i odzew – *królik*. Profesor Hellwig przy tym był; w nawiązaniu do tej potencjalnie komicznej sytuacji opowiadał swoją przygodę z nazwiskiem. Pierwsze spotkanie z adviserem naukowym w Cambridge rozpoczął naturalnie od przeliterowania nazwiska dla wykluczenia pomyłki. Na twarzy Anglika pojawił się dyskretny uśmiech. Oczywiście uśmiech jest zawsze pożądany jako brama do owocnych kontaktów i wyraz życzliwości. Prawdopodobnie tak było; profesor Hellwig widział jednak jeszcze inną przyczynę tego. Chociaż jego fryzura przypominała bardzo bujny zarost towarzysza Nikity Sergiejewicza Chruszczowa, to jednakowoż na tym punkcie nie miał żadnych kompleksów. Czasami nawet żartował z siebie, mówiąc iż łysina jest dowodem prawdziwej męskości. Istotnie jest mężczyzną na sto dwa procent. Jego nazwisko jest popularne w Niemczech; w starej książce telefonicznej sprzed drugiej wojny światowej miasta Breslau można znaleźć kilkudziesięciu Hellwigów. W Anglii chyba zalicza się do nazwisk rzadkich. W języku angielskim bowiem słowo *hell* oznacza piekło, ale również przenośnie wielkie natężenie stanu, natomiast *wig* jest peruką. Tak więc *hell-wig* – to piekielna peruka, czyli bujna fryzura. *Nomen omen*. Anglicy lubią aluzyjny i dyskretny dowcip. Przypuszczalnie to skojarzenie – nazwisko i cecha – było jeszcze innym powodem zachęcającego uśmiechu Brytyjczyka.

Profesor Zdzisław Hellwig przez trzydzieści lat kierował Katedrą Statystyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, przez kilka kadencji był prorektorem do spraw nauki, był prodziekanem, był jednym z inicjatorów budowy dużego budynku administracyjno-dydaktycznego dla uczelni, wreszcie przyczynił się walnie do powstania Wydziału Zarządzania i Informatyki. Na obecnym kształcie Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu wywarł trwałe i powszechnie zauważalne piętno. *Tu duca, tu signore e tu maestro* – woła Dante do Wergila. Tyżeś gwiazdą przewodnią, ojcem i nauczycielem.

Był lubianym nauczycielem i wykładowcą. Zdawał sobie doskonale sprawę z ograniczeń słuchaczy i wiedział dobrze, co mówi i do kogo mówi. Wykład jego to rodzaj opowieści przeplatanej dygresjami rozrzedzającymi treść, więc dającymi odprężenie chwilowe i jednocześnie ułatwiającymi zapamiętanie. Psychologia pamięci ma fundamentalny związek z kojarzeniem. Rozpoczęcie referatu od liczby

$$155\,117\,520$$

i pytania co ona oznacza, robi na słuchaczach wrażenie. Takie wystąpienie pamięta się długo. Tyle właśnie jest podzbiorów 15-elementowych w zbiorze 30-elementowym, czyli jest to współczynnik przy wyrazie $a^{15}b^{15}$ w rozwinięciu dwumianu Newtona $(a + b)^{30}$. W loterii jeden bilet na tysiąc wygrywa; liczba losów nie jest znana. Jaka jest szansa wygrania przy zakupie tysiąca biletów? Zadanie to – wynik trzeba było odgadnąć bez obliczeń – sprawdzające ogólną inteligencję, pomysłowość i intuicję studentów, sformułował na ćwiczeniach z rachunku prawdopodobieństwa [7]. Odpowiedzi studentów – jak wynika z notki pana Rechula – mieściły się w przedziale od 50 do 100% z modą 90. Profesor uznał wszystkie propozycje studenckie za złe i poprosił o wyliczenie właściwej wartości. Z rachunków – nie podano jakich – wynikało, że szukane prawdopodobieństwo wygranej przynajmniej jednego biletu waha się około 65%. Profesor wcześniej dał dziesięcioprocentowy margines błędu, lecz i z tym zastrzeżeniem odpowiedzi studenckie go nie zadowoliły. Kazał więc studentom zapisać w notatnikach: *Intuicję mam fatalną – muszę liczyć*. Takie happeningi pozostają w pamięci na długo. Po przeczytaniu tego bardzo krótkiego sprawozdania z ćwiczeń probabilistycznych poddałem siebie temu testowi. Mimo niewątpliwej przewagi nad studentami wynikającej chociażby ze znajomości całego eksperymentu, mam problemy z odpowiedzią. Wydaje mi się, iż bez dodatkowych założeń odpowiedzią może być dowolna wartość od 0 do 100%. Być może zadanie niedokładnie przytoczono, jakieś ważne informacje opuszczono. Zróbmy więc – jak zawsze w nauce – upraszczające założenia. Po pierwsze przyjmijmy, nie wydaje się to ważne, że gra ta jest uczciwa – jest grą o sumie zerowej: pula wygranych jest równa cenie wszystkich losów. Po drugie załóżmy, że liczba biletów – chociaż nieznana – jest wielokrotnością tysiąca. Za tym aksjomatem przemawia logika zadania. W tym stanie rzeczy można uważać, że szacowane prawdopodobieństwo ma naturę klasyczną i jest liczbą

$$p = \frac{1000}{1000n},$$

gdzie $1000n$ oznacza pakiet wypuszczonych biletów. Gdyby tak właśnie było, to szansa wygranej p zależy od n. Jeśli $n = 1$, to $p = 1$, jeśli $n = 2$ to $p = \frac{1}{2}$ i dalej podobnie. Prawdopodobieństwo maleje do zera, gdy liczba n rośnie nieograniczenie. Otrzymaliśmy paradoks. Szansa wygranej nie powinna zależeć od całkowitej liczby losów, a jednak zależy. A może z rozkładu dwumianowego mamy

$$p = 1 - \left(\frac{999}{1000}\right)^{1000} \approx 0,60\ ?$$

Czy prawo serii w tych warunkach działa? Jak są numerowane bilety? Czy kupiliśmy 1000 kolejnych losów? Czy bilety wybiera się przy kupnie losowo? W czym streszczać by się miała ta losowość? To jednak nie koniec wątpliwości. Loteria bowiem może być zorganizowana na dwa sposoby: z natychmiastową realizacją wygranej i ze zwłoką czasową. W pierwszym wypadku zaraz po kupnie biletu wiemy, czy wygrywa, a w drugim – dopiero po upływie pewnego czasu potrzebnego do rozprzedaży wszystkich losów. Wydaje się, że te systemy loteryjne nie są równoważne probabilistycznie, nie wspominając o psychologii gry. Jeśli po wyprzedaży wszystkich biletów losuje się n wygrywających, to jak się losuje? Czy to jest losowanie warstwowe – w każdym kolejnym tysiącu jeden bilet wygrywa, czy niewarstwowe? Jeśli liczba n jest bardzo duża – praktycznie nieskończonością, $n = 1000^{1000}$, wtedy pojawia się efekt hotelu Hilberta. Hotel Hilberta jest analogonem maszyny Turinga – instytucji o nieograniczonej liczbie komórek, czyli pokoi. W takim hotelu zawsze są pokoje wolne, w przeciwnym razie wystarczy lokatorów translować o 1000 numerów i mamy pierwszych tysiąc pokoi wolnych. Jednym słowem miejsc wolnych jest *skolko ugodno*. W hotelu Hilberta są zawsze wolne pokoje, bo jest ich nieskończenie wiele. Niektóre banki pracują tak, jakby działały w warunkach hotelu Hilberta. Dają dogodne kredyty, bo liczą na spływ gotówki od coraz to nowych klientów. Jeśli populacja obsługiwana przez bank jest nieskończona, to taka praktyka jest usprawiedliwiona i nawet racjonalna. Ale nasz świat jest skończony. Euforia inwestycyjna kończy się katastrofą – pęknięciem rozdętej bańki. Jeśli losów jest tyle, co pokoi Hilberta, to dowolnie długo na każdy bilet może padać wygrana. Można więc swobodnie zarządzać gęstością wygranych z zachowaniem reguły „co tysięczny los wygrywa". Jedno zadanie ćwiczeniowe profesora Hellwiga jest problemem wystarczającym do napisania doskonałej rozprawy doktorskiej z podstaw stochastyki, bankowości, teorii gier. Słynie on właśnie z takich inicjatyw naukowych. Innym odkryciem dydaktycznym profesora była oryginalna metoda wymuszania zachowań etycznych u studentów. Na kolokwiach pisemnych stawał na ostatniej ławce i z tej wieży widział całą salę jak w obiektywie lunety. Ten pomysł w latach młodości skopiowałem, ale go nie polecam.

Profesor Zdzisław Hellwig jest twórcą – jest jednym z kilku twórców – polskiej ekonometrii, budowniczym środowiska naukowego związanego z ekonomią matematyczną rozumianą w szerokim sensie. Niewątpliwie każdy polski ekonometryk i statystyk jest bezpośrednio lub pośrednio ukształtowany przez idee i prace Zdzisława Hellwiga. Wielki architekt angielski Christopher Wren – budowniczy ponad pięćdziesięciu kościołów, jest najbardziej znany z powodu londyńskiej katedry św. Pawła. W świątyni tej można znaleźć tablicę z głośnym napisem: *Si monumentum requires – circumspice*. Jeśli pomnika szukasz – rozejrzyj się dokoła. To samo można powiedzieć o profesorze Hellwigu. Jeżeli chcesz poznać jego dokonania, pomyśl o ludziach, których on wykształcił i wprowadził do świątyni nauki, którym pomagał i których promował. Są to żywe kamienie wspaniałego gmachu. Zaiste pomnik o wiele trwalszy niż ten ze spiżu, bo ciągle odradzający się z każdym pokoleniem. *Les bons maîtres font les bons valets.*

Jest doktorem *honoris causa* Uniwersytetu Karola w Pradze. Wysoko cenił sobie przyznaną mu ongiś nagrodę rektorów szkół akademickich Wrocławia za idee integrujące środowisko, głównie za rozwój cybernetyki – nauki o sterowaniu. W dniu święta Uczelni, 20 października 2006 r., Senat Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nadał profesorowi Zdzisławowi Hellwigowi najwyższe wyróżnienie – tytuł honorowego profesora Szkoły. Instytucja szczyci się swoim emerytowanym pracownikiem. Pozostawił wielki, piękny i żywy, ciągle odnawiający się dorobek, który trwa *length of days for ever and ever* (Ps 21.4). Modelem wieczności jest okrąg i ruch periodyczny. *Ad multos annos* Profesorze!

Wrocław, 11 czerwca 2010 roku

Literatura

[1] Bukietyński W., Cieślak M., Smoluk A., *Profesor Zdzisław Hellwig*, „Przegląd Statystyczny" 1976 XXIII z. 4, s. 379-387.

[2] Bukietyński W., Hellwig Z., Królik U., Smoluk A., *Uwagi o dyskryminacji zbiorów skończonych*, Prace Naukowe WSE we Wrocławiu 21, Wydawnictwo WSE, Wrocław 1969, s. 111-122.

[3] Hellwig Z., *Sylwetka naukowa Profesora Andrzeja Stanisława Barczaka*, [w:] J. Biolik (red.), *Dylematy ekonometrii*, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice 2009, s. 31-35.

[4] Hellwig Z., Królik U., Smoluk A., *Niektóre numeryczne zagadnienia e-penetracji złoża*, Prace Naukowe WSE we Wrocławiu 12, Wydawnictwo WSE, Wrocław 1968, s. 29-44.
[5] Hellwig Z., Smoluk A., *O e-penetracji złoża*, Prace Naukowe WSE we Wrocławiu 6, Wydawnictwo WSE, Wrocław 1967, s. 93-96.
[6] Ostasiewicz W. (red.), *Katedra Statystyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1950-2000*, Wydawnictwo AE, Wrocław 2000.
[7] Rechul J., *Intuicję mam fatalną – muszę liczyć*, [w:] H. Dudycz (red.), *Księga Pamiątkowa Wydziału Zarządzania i Informatyki*, Wydawnictwo AE, Wrocław 2001, s. 227-228.
[8] Smoluk A., *O wskaźniku Hellwiga dla rozkładu normalnego*, Prace Naukowe WSE we Wrocławiu 12, Wydawnictwo WSE, Wrocław 1968, s. 131-140.
[9] Smoluk A., *O nauce (i zależności stochastycznej)*, [w:] *O związkach demografii, statystyki i ekonometrii*, Wydawnictwo AE, Kraków 1994, s. 271-284.