

**Katarzyna Wawrzyniak**

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

---

## ANALIZA KORESPONDENCJI JAKO NARZĘDZIE DIAGNOSTYCZNE W MAKROSKALI

---

**Streszczenie:** Celem artykułu było wykorzystanie klasycznej analizy korespondencji do oceny sytuacji gospodarczej województw w Polsce w 2007 r. Ze względu na małą próbę zastosowano procedurę podwajania obserwacji. Rzeczywiste wartości zmiennych zastąpiono rangami i antyrangami. Na podstawie graficznej prezentacji wyników analizy korespondencji sformułowano diagnozę końcową, czyli wskazano województwa o bardzo dobrej, dobrej, złej i bardzo złej sytuacji gospodarczej w 2007 r.

**Słowa kluczowe:** klasyczna analiza korespondencji, podwajanie obserwacji, diagnozowanie ilościowe, dane makroekonomiczne.

### 1. Wstęp

W pracy [Gatnar, Walesiak 2004, s. 56-57] zaprezentowano klasyfikację metod statystycznej analizy wielowymiarowej według następujących kryteriów: rodzaju badania, typu skal pomiaru zmiennych (zależnej i/lub niezależnych), przedmiotu badania oraz typu metody. Uwzględniając powyższe kryteria, analizę korespondencji można określić jako metodę znajdująca zastosowanie wówczas, gdy w badaniu nie można jednoznacznie wskazać zmiennej zależnej, badanie dotyczy obiektów scharakteryzowanych przez zmienne niemetryczne i celem badania jest wykrycie powiązań pomiędzy poszczególnymi wariantami (kategoriami) analizowanych zmiennych. Wykrycie tych powiązań jest możliwe dzięki temu, że wyniki analizy korespondencji można przedstawić graficznie, a analiza rozrzutu punktów odzwierciedlających warianty zmiennych, przede wszystkim w przestrzeni dwuwymiarowej, daje podstawy do ich jednoznacznej interpretacji uwzględniającej ich położenie względem centrum rzutowania, względem innych punktów określających warianty tej samej zmiennej oraz punktów charakteryzujących warianty innej zmiennej [Stanimir 2005, s. 76-77].

W klasycznej analizie korespondencji punktem wyjścia do obliczeń jest tablica kontyngencji (niezależności), w której uwzględnione są warianty dwóch analizowanych zmiennych, ich rozkłady warunkowe (empiryczne liczebności cząstkowe) oraz rozkłady brzegowe (liczebności brzegowe wierszy i kolumn). Rozszerzeniem

możliwości aplikacyjnych analizy korespondencji jest jej zastosowanie dla małych prób. W tym przypadku jako podstawę do obliczeń można przyjąć złożoną macierz znaczników lub zastosować procedurę podwajania obserwacji (wprowadzenie rang i antyrang<sup>1</sup> dla badanych zmiennych), przy czym dla złożonej macierzy znaczników przeprowadza się analizę korespondencji wielu zmiennych nominalnych, natomiast dla macierzy rang i antyrang – klasyczną analizę korespondencji [Stanimir 2005, s. 108-110].

Celem artykułu jest wykazanie użyteczności klasycznej analizy korespondencji dla macierzy podwojonych obserwacji (rang i antyrang) jako narzędzia diagnostycznego, które daje podstawy do rozpoznania pozycji obiektu (obiektów) należących do badanej zbiorowości w przestrzeni współwystępowania zmiennych, które te obiekty charakteryzują. Takie podejście do procesu diagnozowania ma charakter analizy, natomiast wstępne przygotowanie danych z wykorzystaniem rang i antyrang nadaje temu procesowi charakter wartościujący, czyli dzięki zastosowanej metodzie można jednoznacznie wykazać, które obiekty należy ocenić pozytywnie, a które negatywnie z punktu widzenia poziomu analizowanych zmiennych<sup>2</sup>.

## 2. Charakterystyka materiału badawczego

W badaniu wykorzystano dane przekrojowe dla 16 województw w Polsce, których sytuację gospodarczą w 2007 r. scharakteryzowano, wykorzystując następujące zmienne:

- PKB na jednego mieszkańca (w tys. zł) – Zm1,
- stopa bezrobocia rejestrowanego (%) – Zm2,
- udział pracujących w usługach w pracujących ogółem (%) – Zm3,
- średnie wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw (zł) – Zm4,
- sprzedaż detaliczna na jednego mieszkańca (zł) – Zm5,
- nakłady inwestycyjne na jednego mieszkańca (zł) – Zm6,
- produkcja sprzedana przemysłu na jednego mieszkańca (mln zł) – Zm7,
- mieszkania oddane do użytku na 10 tys. ludności – Zm8.

Wśród wybranych zmiennych tylko stopa bezrobocia rejestrowanego jest destymulantą, a pozostałe zmienne to stymulanty. Charakter zmiennych ma istotne znaczenie przy nadawaniu rang i antyrang wartościom badanych zmiennych. Przyjęto również, że wszystkie zmienne są jednakowo ważne z punktu widzenia identyfikacji sytuacji gospodarczej województw, a więc wspólnie tworzą przestrzeń współwystępowania.

Dane statystyczne wykorzystane w badaniu przedstawiono w tab. 1. Przy nazwie województwa w nawiasach podano symbol literowy, który będzie identyfikował po-

---

<sup>1</sup> W pracy [Stanimir 2005] stosowane jest określenie „rangi dla antycech”, jednakże dla skrócenia zapisu w artykule zaproponowano pojęcie „antyrangi”, które jest zdefiniowane analogicznie.

<sup>2</sup> Przegląd definicji dotyczących pojęć diagnoza, diagnozowanie w sensie rozpoznanie (analiza) oraz rozpoznanie wartościujące (diagnoza) znajduje się w pracy [Wawrzyniak 2007].

**Tabela 1.** Wartości zmiennych diagnostycznych w województwach w 2007 r.

Województwo	Zm1	Zm2	Zm3	Zm4	Zm5	Zm6	Zm7	Zm8
Dolnośląskie (D)	33 567	11,4	59,17	2 860,66	11 339	6 041,0	78 596,0	31,50
Kujawsko-pomorskie (KP)	26 801	14,9	52,55	2 443,17	9 991	3 925,0	39 116,2	27,00
Lubelskie (L)	20 913	13,0	44,59	2 486,22	7 915	2 799,0	24 811,1	26,20
Lubuskie (LU)	27 350	14,0	58,27	2 429,97	11 040	4 529,0	18 044,6	32,00
Łódzkie (Ł)	28 371	11,2	49,94	2 470,86	9 908	5 403,0	44 449,6	23,00
Małopolskie (MP)	26 456	8,7	55,99	2 666,24	15 202	4 637,0	58 305,7	37,80
Mazowieckie (MZ)	49 415	9,0	63,35	3 670,84	30 206	8 023,0	181 651,6	58,40
Opolskie (O)	25 609	11,9	52,55	2 607,45	8 250	3 581,0	20 274,8	13,00
Podkarpackie (PK)	20 829	14,2	47,30	2 372,82	7 963	3 351,0	30 441,3	25,40
Podlaskie (PL)	22 896	10,4	45,72	2 524,95	10 200	3 572,0	15 263,6	33,10
Pomorskie (P)	30 396	10,7	59,80	2 882,56	11 173	5 627,0	53 047,9	52,90
Śląskie (ŚL)	32 761	9,2	57,49	2 933,32	7 864	5 285,0	158 013,5	22,40
Świętokrzyskie (ŚW)	23 741	14,9	44,23	2 467,07	8 860	3 217,0	21 211,1	17,80
Warmińsko-mazurskie (WM)	22 961	18,7	53,28	2 398,00	8 635	3 769,0	20 329,7	40,90
Wielkopolskie (W)	32 266	7,8	50,85	2 610,82	18 138	4 880,0	95 798,8	42,10
Zachodniopomorskie (Z)	27 708	16,4	62,53	2 615,83	11 062	4 100,0	25 619,7	38,40

Źródło: Bank Danych Regionalnych, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl).

zycję danego województwo przy graficznej prezentacji wyników analizy korespondencji. Również pełne nazwy zmiennych wykorzystanych w badaniu zastąpiono nazwą skróconą „Zm” wraz z numerem zmiennej, który odpowiada kolejności zmiennych wymienionych powyżej.

### 3. Klasyczna analiza korespondencji dla macierzy rang i antyrang

Punktem wyjścia do rozpoczęcia klasycznej analizy korespondencji jest w tym przypadku podwojenie obserwacji przez zastosowanie rang i antyrang nadawanych wartościom poszczególnych zmiennych. Rangi przyznawane są wartościom zmiennych według zasady rosnącej. Dla stymulanty rangę najniższą przyznaje się najmniejszej wartości zmiennej, a rangę najwyższą – największej wartości zmiennej. Dla destymulanty proces rangowania jest odwrotny, czyli najniższą rangę otrzymuje największa wartość zmiennej, a najwyższą rangę – wartość najmniejsza. Antyrangi przyznawane są na zasadzie całkowitego przeciwieństwa w stosunku do rang pierwotnych [Stanimir 2005, s. 110]. Jeżeli dla badanej zmiennej występują takie same wartości,

Tabela 2. Macierz rang i antyrang dla badanych zmiennych

Województwo	Zm1		Zm2		Zm3		Zm4		Zm5		Zm6		Zm7		Zm8		Suma
	r1	ar1	r2	ar2	r5	ar5	r6	ar6	r7	Ar7	r8	ar8	r9	ar9	r10	ar10	
D	15	2	9	8	13	4	13	4	13	4	15	2	13	4	8	9	136
KP	8	9	3,5	13,5	7,5	9,5	4	13	8	9	7	10	9	8	7	10	136
L	2	15	7	10	2	15	7	10	2	15	1	16	6	11	6	11	136
LU	9	8	6	11	12	5	3	14	10	7	9	8	2	15	9	8	136
Ł	11	6	10	7	5	12	6	11	7	10	13	4	10	7	4	13	136
MP	7	10	15	2	10	7	12	5	14	3	10	7	12	5	11	6	136
MZ	16	1	14	3	16	1	16	1	16	1	16	1	16	1	16	1	136
O	6	11	8	9	7,5	9,5	9	8	4	13	5	12	3	14	1	16	136
PK	1	16	5	12	4	13	1	16	3	14	3	14	8	9	5	12	136
PL	3	14	12	5	3	14	8	9	9	8	4	13	1	16	10	7	136
P	12	5	11	6	14	3	14	3	12	5	14	3	11	6	15	2	136
ŚL	14	3	13	4	11	6	15	2	1	16	12	5	15	2	3	14	136
ŚW	5	12	3,5	13,5	1	16	5	12	6	11	2	15	5	12	2	15	136
WM	4	13	1	16	9	8	2	15	5	12	6	11	4	13	13	4	136
W	13	4	16	1	6	11	10	7	15	2	11	6	14	3	14	3	136
Z	10	7	2	15	15	2	11	6	11	6	8	9	7	10	12	5	136
Suma	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	2176

Źródło: opracowanie własne na podstawie tab. 1.

to należy zastosować rangi i antyrangi powiązane, obliczane jako średnia arytmetyczna z rang i antyrang, które w kolejności przypadają na te wartości.

W tabeli 2 przedstawiono macierz rang i antyrang dla badanych zmiennych. Macierz ta przypomina tablicę kontyngencji, w której badanymi zmiennymi są województwo oraz sytuacja gospodarcza. Każda ze zmiennych ma po 16 wariantów – dla pierwszej zmiennej są to nazwy poszczególnych województw, a dla drugiej zmiennej – nazwy rangi i antyrangi dla poszczególnych zmiennych charakteryzujących sytuację gospodarczą oznaczone odpowiednio symbolami „r” i „ar” wraz z numerem zmiennej. Zaobserwowane liczebności cząstkowe zastąpiono konkretnymi wartościami rang i antyrang. Liczebności brzegowe dla wszystkich wierszy i wszystkich kolumn są sobie równe ze względu na to, że liczba wariantów dla obu zmiennych jest taka sama. Gdyby liczba wariantów zmiennych była różna, to równe byłyby liczebności brzegowe wszystkich wierszy oraz liczebności brzegowe wszystkich kolumn. To z kolei wynika z zasady przyjętej przy podwajaniu obserwacji z wykorzystaniem rang i antyrang.

Dla macierzy rang i antyrang przedstawionej w tab. 2 przeprowadzono klasyczną analizę korespondencji, wykorzystując do obliczeń i graficznej prezentacji wyników moduł *Analiza korespondencji* w pakiecie *Statistica 9.0*.

Ze względu na cel artykułu przy prezentacji wyników skupiono się przede wszystkim na tych informacjach, które są niezbędne do jednoczesnej graficznej prezentacji wariantów obu zmiennych w przestrzeni dwuwymiarowej, aby na podstawie interpretacji rozrzutu punktów sformułować diagnozę sytuacji gospodarczej badanych obiektów. W związku z tym pominięto bardziej szczegółowe informacje dotyczące m.in. profili wierszowych i profili kolumnowych dla tego badania.

Prezentację wyników rozpoczęto od wyznaczenia wymiaru rzeczywistej przestrzeni rzutowania (K) według wzoru<sup>3</sup>:

$$K = \min(r - 1; c - 1), \quad (1)$$

gdzie:  $r$  – liczba wariantów pierwszej zmiennej,

$c$  – liczba wariantów drugiej zmiennej.

Ponieważ w badaniu występują dwie zmienne o takiej samej liczbie wariantów ( $r = c = 16$ ), więc wymiar rzeczywistej przestrzeni rzutowania wynosi 15.

W tabeli 3 zaprezentowano zarówno wartości osobliwe ( $\gamma_k$ ), jak i wartości własne ( $\lambda_k$ ), których skumulowany udział w inercji całkowitej ( $\lambda$ ) jest podstawą do oceny, w jakim stopniu wartości własne przestrzeni o niższym wymiarze wyjaśniają inercję całkowitą. Z tabeli 3 wynika, że stopień wyjaśnienia inercji w przestrzeni dwuwymiarowej wynosi aż 76,8671%, czyli ten wymiar przestrzeni jest wystarczający, aby odzwierciedlić powiązania pomiędzy wariantami zmiennych z rzeczywistej przestrzeni rzutowania. Ponadto z przeprowadzonych obliczeń wynika, że pełne wyjaśnienie inercji całkowitej zostało osiągnięte dla  $K = 8$ .

<sup>3</sup> Algorytm analizy korespondencji jest szczegółowo opisany w pracy [Stanimir 2005, s. 21-29]. W artykule zachowane zostały oznaczenia przyjęte w podanej pracy.

**Tabela 3.** Wartości osobliwe i wartości własne wraz ze stopniem wyjaśnienia inercji całkowitej

$k$	Wartości osobliwe ( $\gamma_k$ )	Wartości własne ( $\lambda_k = \gamma_k^2$ )	Procentowy udział wartości własnych w inercji całkowitej ( $\lambda_k / \lambda \times 100\%$ )	Skumulowany procentowy udział wartości własnych w inercji całkowitej ( $\tau_k \times 100\%$ )
1	0,426795	0,182154	61,9551	61,9551
2	0,209387	0,043843	14,9120	76,8671
3	0,175200	0,030695	10,4402	87,3073
4	0,120644	0,014555	4,9505	92,2579
5	0,105668	0,011166	3,7977	96,0556
6	0,082241	0,006764	2,3005	98,3561
7	0,058899	0,003469	1,1799	99,5360
8	0,036936	0,001364	0,4640	100,0000
9	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
10	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
11	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
12	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
13	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
14	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
15	0,000000	0,000000	0,0000	100,0000
Inercja całkowita ( $\lambda$ )		0,294010		

Źródło: obliczenia własne.

**Tabela 4.** Współrzędne punktów w przestrzeni dwuwymiarowej wraz z jakością odwzorowania

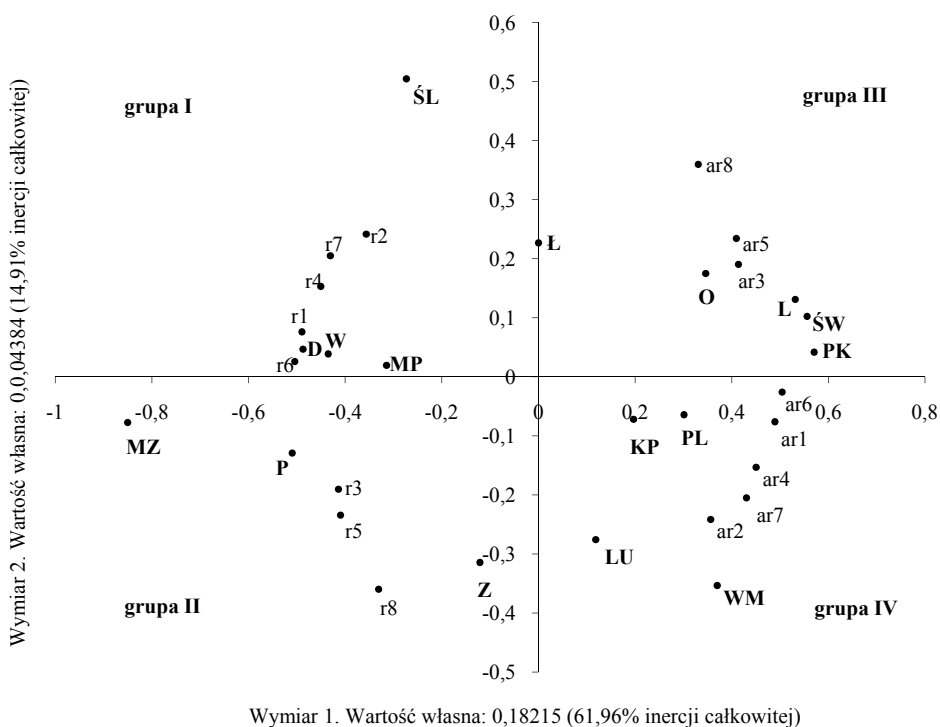
Kolumny	Współrzędne punktów		Jakość	Wiersze	Współrzędne punktów		Jakość
	wymiar 1	wymiar 2			wymiar 1	wymiar 2	
r1	-0,489326	0,076169	0,833821	D	-0,487205	0,046698	0,834093
ar1	0,489326	-0,076169	0,833821	KP	0,196729	-0,071924	0,492426
r2	-0,356432	0,241509	0,631187	L	0,531551	0,131009	0,866162
ar2	0,356432	-0,241509	0,631187	LU	0,118614	-0,275666	0,553780
r5	-0,413775	-0,190353	0,706347	Ł	0,000150	0,226845	0,413100
ar5	0,413775	0,190353	0,706347	MP	-0,314319	0,019307	0,521090
r6	-0,450438	0,153139	0,769576	MZ	-0,850187	-0,077409	0,993518
ar6	0,450438	-0,153139	0,769576	O	0,346153	0,174824	0,685783
r7	-0,409472	-0,234234	0,756613	PK	0,570457	0,041706	0,867425
ar7	0,409472	0,234234	0,756613	PL	0,301211	-0,064188	0,360672
r8	-0,504191	0,025873	0,866584	P	-0,509592	-0,129029	0,939532
ar8	0,504191	-0,025873	0,866584	ŚL	-0,273254	0,504508	0,792813
r9	-0,430536	0,205013	0,773131	ŚW	0,555868	0,102207	0,884472
ar9	0,430536	-0,205013	0,773131	WM	0,370020	-0,353314	0,849940
r10	-0,330768	-0,359670	0,811818	W	-0,435036	0,038713	0,568332
ar10	0,330768	0,359670	0,811818	Z	-0,121159	-0,314285	0,575235

Źródło: obliczenia własne.

Wartości współrzędnych punktów obrazujących położenie wariantów obu zmiennych w przestrzeni dwuwymiarowej wraz z jakością ich odwzorowania w tej przestrzeni przedstawiono w tab. 4. Wynika z niej, że jakość odwzorowania (im bliżej 1, tym lepiej) punktów zarówno dla rang i antyrang, jak i województw jest bardzo wysoka. Jedynie dla trzech województw – kujawsko-pomorskiego, łódzkiego i podlaskiego – jakość odwzorowania jest poniżej 0,5.

#### 4. Diagnoza sytuacji gospodarczej województw w 2007 r.

Diagnozę sytuacji gospodarczej województw w Polsce w 2007 r. sformułowano na podstawie graficznej prezentacji wyników przeprowadzonej analizy korespondencji (rys. 1). Przy interpretacji rozrzutu punktów uwzględniono przede wszystkim ich położenie względem innych punktów określających warianty danej zmiennej oraz punktów charakteryzujących warianty drugiej zmiennej. Zastosowanie procedury podwajania obserwacji z wykorzystaniem rang spowodowało, że punkty obrazujące rangę i antyrangę dla danej zmiennej ułożyły się symetrycznie względem początku



**Rys. 1.** Graficzna prezentacja wyników analizy korespondencji wraz z wyznaczonymi grupami województw

Źródło: opracowanie własne na podstawie tab. 4.

**Tabela 5.** Diagnoza sytuacji gospodarczej województw w Polsce w 2007 r.

Numer grupy	Województwa	Charakterystyka grupy (mocne i słabe strony)	Diagnoza sytuacji gospodarczej
Grupa I	dolnośląskie małopolskie śląskie wielkopolskie	mocnymi stronami w tej grupie obiektów są niska stopa bezrobocia oraz wysoki poziom takich zmiennych, jak: PKB na 1 mieszkańca, średnie wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw, nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca i produkcja sprzedana przemysłu na 1 mieszkańca	bardzo dobra
Grupa II	łódzkie mazowieckie pomorskie zachodniopomorskie	w tej grupie mocnymi stronami są wysoki poziom takich zmiennych, jak: udział pracujących w usługach, sprzedaż detaliczna na 1 mieszkańca, mieszkania oddane do użytku na 10 tys. ludności	dobra
Grupa III	lubelskie opolskie podkarpackie świętokrzyskie	w tej grupie słabymi stronami są niski poziom takich zmiennych, jak: udział pracujących w usługach, sprzedaż detaliczna na 1 mieszkańca, mieszkania oddane do użytku na 10 tys. ludności	zła
Grupa IV	lubuskie kujawsko-pomorskie podlaskie warmińsko- -mazurskie	słabymi stronami w tej grupie obiektów są wysoka stopa bezrobocia oraz niski poziom takich zmiennych, jak: PKB na 1 mieszkańca, średnie wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw, nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca i produkcja sprzedana przemysłu na 1 mieszkańca	bardzo zła

Źródło: opracowanie własne na podstawie rys. 1.

układu współrzędnych, a to z kolei umożliwiło jednoznaczną charakterystykę poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych ze względu na poziom zmiennych charakteryzujących sytuację gospodarczą badanych obiektów ze wskazaniem ich mocnych i słabych stron. Na tej podstawie wydzielono cztery grupy województw różniących się między sobą sytuacją gospodarczą w 2007 r. Charakterystykę województw wraz z diagnozą sytuacji gospodarczej przedstawiono w tab. 5, przy czym diagnozę sformułowano, uwzględniając mocne i słabe strony województw w wydzielonych grupach.

## 5. Podsumowanie

Z przeprowadzonych w artykule badań wynika, że analiza korespondencji z zastosowaniem podwojonych obserwacji (rang i antyrang) stanowi narzędzie ilościowe, które daje podstawy do sformułowania diagnozy. Proces diagnostyczny rozpoczyna się w tym przypadku od rozpoznania (analizy) wzajemnego położenia punktów cha-



rakteryzujących warianty zmiennych, a następnie na tej podstawie formułowana jest ostateczna diagnoza, czyli rozpoznanie o charakterze wartościującym<sup>4</sup>.

W artykule zaprezentowano podejście, w którym analiza i diagnoza zostały przeprowadzona dwukrotnie. Najpierw przy nadawaniu rang i antyrang wartościom badanych zmiennych, a następnie przy ostatecznej interpretacji wyników analizy korespondencji. W badaniu nie wyróżniono żadnego województwa ani żadnej zmiennej charakteryzującej sytuację gospodarczą, a więc wszystkie warianty zmiennych współtworzyły przestrzeń rzutowania, a ostateczna diagnoza została sformułowana na podstawie grupowania obiektów według poziomu zmiennych.

Na zakończenie warto nadmienić, że analiza korespondencji daje również możliwość wprowadzenia punktu dodatkowego, który nie tworzy pierwotnej przestrzeni rzutowania. To z kolei daje podstawy do sformułowania diagnozy dla wybranego obiektu (obiektów) na tle obiektów uznanych za wzorcowe, czyli jeszcze bardziej rozszerza możliwości aplikacyjne analizy korespondencji w sensie diagnostycznym.

## Literatura

- Batóg B., Wawrzyniak K., *Diagnozowanie a prognozowanie ekonometryczne – podobieństwa, różnice, zależności*, [w:] *Metody ilościowe w ekonomii*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 394, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki nr 15, Szczecin 2004.
- Gatnar E., Walesiak M. (red.), *Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych*, AE, Wrocław 2004.
- Hozer J., Zawadzki J., *Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych*, PWN, Warszawa 1990.
- Stanimir A., *Analiza korespondencji jako narzędzie do badania zjawisk ekonomicznych*, AE, Wrocław 2005.
- Wawrzyniak K., *Diagnozowanie ilościowe procesów i obiektów gospodarczych – podstawowe pojęcia*, [w:] *Metody ilościowe w ekonomii*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 450, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki nr 17, Szczecin 2007.

## CORRESPONDENCE ANALYSIS AS THE DIAGNOSTIC TOOL IN CASE OF MACROECONOMIC DATA

**Summary:** The aim of the article is the application of simple correspondence analysis in order to evaluate the economic situation of voivodeships in Poland in 2007. Because of a small sample the procedure of doubling was used in the research. The empirical values of variables were replaced by ranks and on this base the anti-variables were created. The final diagnosis was formulated by means of the graphic presentation and the voivodeships were divided into four groups with very good, good, bad and very bad economic situation in 2007.

---

<sup>4</sup> W pracach [Hozer, Zawadzki 1990, s. 158-161; Batóg, Wawrzyniak 2004] zwrócono uwagę zarówno na funkcje metod ilościowych, jak i na powiązania pomiędzy analizą, diagnozą i prognozą.