

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA
W OPOLU

STUDIA I MONOGRAFIE

z. 57

WOJCIECH ANIGACZ

**Modyfikacja geodezyjnych metod
projektowania rektyfikacji
jezdni podsuwnicowych**

ISSN 0239-5991



OPOLE — 1992

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA W OPOŁU

KOMITET REDAKCYJNY

Marian CIEPAJ, Antoni GUZIK, Anna KAJURA,
Robert RAUZIŃSKI — przewodniczący, Stanisław WIEJAK,
Wojciech SKOWROŃSKI

Opiniodawca:

prof. zw. dr hab. inż. geodeta Stefan Przewłocki

Redaktor:

dr inż. Wojciech Skowroński

Komitet Redakcyjny Wydawnictw
Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, ul. St. Mikołajczyka 5

Druk i oprawę wykonano w Dziale Wydawnictw Wyższej Szkoły Inżynierskiej
w Opolu. Nakład 165+25+10 egz. Ark. wyd. 10,1. Ark. druk. 6,5. Papier kl.
III. Zam. 57/92. Druk ukończono w sierpniu 1992 r. Cena 15.000 zł

SPIS TREŚCI

Spis oznaczeń	5
1. Wstęp	9
1.1. Cel i zakres pracy	9
1.2. Stan rozwiązania problemu	10
1.3. Techniczne kryteria oceny stanu jezdni podsuwnicowych	12
2. Metody opracowań analitycznych dla aproksymacji osi szyn linią prostą	19
2.1. Wprowadzenie	19
2.2. Metoda minimum sumy kwadratów	19
2.3. Metoda minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć	23
2.3.1. Wprowadzenie	23
2.3.2. Założenia	23
2.3.3. Wektorowa funkcja celu	24
2.3.4. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych i zmienne decyzyjne	25
2.3.5. Ograniczenia	26
2.3.6. Metodyka obliczeń	26
2.4. Odchyłka osi szyny od prostoliniowości	34
3. Metody opracowań analitycznych dla aproksymacji osi szyn wielomianami	37
3.1. Wprowadzenie	37
3.2. Założenia	37
3.3. Wielomian aproksymujący	37
3.4. Ocena przydatności wielomianów kolejnych stopni	38
3.5. Aproksymacja wielosegmentowa wielomianami trzeciego stopnia	49
4. Metoda rektyfikacji osi belek i szyn	71
4.1. Metodyka obliczeń	71
5. Badanie stabilności uzyskanych rozwiązań	83
5.1. Schemat badania stabilności uzyskanych rozwiązań	83
5.2. Badania stabilności rozwiązań uzyskanych metodą aproksymacji wielomianowej	84
5.3. Badanie stabilności rozwiązań uzyskanych metodą aproksymacji wielosegmentowej	86
5.4. Uwagi o stabilności rozwiązań	88
6. Wnioski	89
Literatura	91
Normy techniczne	96
Streszczenia	99

SPIS OZNACZEN

a_0, \dots, a_m - współczynniki wielomianu,

$a^0, b^0, \dots, f^0, g^0$ - niewiadome współczynniki wielomianów trzeciego stopnia kolejnych segmentów,

b - szerokość przeszukiwanego przedziału,

a_q^j - współczynniki wielomianu odpowiadające zmiennej w potęgze q ,

A - oznaczenie linii osi jezdni podsuwnicowej (słupów, belek, szyn),

B - oznaczenie linii osi jezdni podsuwnicowej (słupów, belek, szyn),

Δx - długość odcinka szyny, dla którego oblicza się odchyłkę od prostoliniowości,

e_1 - mimośród osi słupa i belki,

e_2 - mimośród osi belki i szyny,

K - $1/3$ sumy rzeczywistych luzów poziomych na osiach i powierzchniach toczyń kół jezdnych suwnicy,

k - wielkość kroku przeszukiwania zbioru rozwiązań,

λ^0 - kolejne pomocnicze niewiadome dla potrzeb warunków łączenia wielomianów trzeciego stopnia sąsiednich segmentów,

m - stopień wielomianu,

n - liczba segmentów w zakresie,

N - liczba wszystkich możliwych teoretycznych rozwiązań,

P - odchyłka osi szyn od prostoliniowości według projektu rektyfikacji

$P_{dop.}$ - dopuszczalna odchyłka osi szyny od prostoliniowości,

P_r - rzeczywista odchyłka średniej osi szyn od prostoliniowości,

P^{A0} - rzeczywista odchyłka osi szyny od prostoliniowości w linii A,

P^{B0} - rzeczywista odchyłka osi szyny od prostoliniowości w linii B,

r - projektowy lub zadany rozstaw osi szyn podsuwnicowych,

s_{Δ}^j - segment funkcji s_{Δ} zawarty pomiędzy węzłami $j, j+1$,

T - liczba przekrojów,

$2T$ - całkowita liczba mierzonych punktów w osiach A i B,

$v_{s_i}^{(a)}$ - poprawka rektyfikacyjna szyny dla i -tego punktu w osi A,

$v_{s_i}^{(b)}$ - poprawka rektyfikacyjna szyny dla i -tego punktu w osi B,

$v_{b_i}^{(a)}$ - poprawka rektyfikacyjna dla i -tego punktu belki w osi A,

$v_{b_i}^{(b)}$ - poprawka rektyfikacyjna dla i -tego punktu belki w osi B,

V_{jm} - prędkość jazdy mostu suwnicy,

$w(x)$ - wartość wielomianu,

X - współrzędna x punktu łączenia kolejnych wielomianów,

x_k - współrzędna x ostatniego punktu węzłowego segmentu poprzedzającego,

x_{k+1} - współrzędna x pierwszego punktu węzłowego segmentu następnego,

y^o - warunki opisujące łączenie wielomianów trzeciego stopnia sąsiednich segmentów,

$y_{s_i}^{(a)}$ - współrzędna y szyny w linii osi A dla i -tego przekroju,

$y_{s_i}^{(b)}$ - współrzędna y szyny w linii osi B dla i -tego przekroju,

$y_{b_i}^{(a)}$ - współrzędna y osi belki w linii A dla i -tego przekroju,

$y_{b_i}^{(b)}$ - współrzędna y osi belki w linii B dla i -tego przekroju,

$y_{d_i}^{(a)}$ - współrzędna y osi słupa w linii A dla i -tego przekroju,

$y_{d_i}^{(b)}$ - współrzędna y osi słupa w linii B dla i -tego przekroju,

\bar{y}_{s_i} - średnia wartość y osi dwóch szyn w i -tym przekroju,

\bar{y}_{b_i} - średnia wartość y osi dwóch belek w i -tym przekroju,

\bar{y}_{d_i} - średnia wartość y osi dwóch słupów w i -tym przekroju,

Y_{s_i} - współrzędna y i -tego punktu średniej osi szyn otrzymana w wyniku aproksymacji,

Y_{b_i} - współrzędna y i -tego punktu średniej osi belek otrzymana w wyniku aproksymacji,

Y_{d_i} - współrzędna y i -tego punktu średniej osi słupów otrzymana w wyniku aproksymacji,

$Y_{s_i}^{(a)}$ - współrzędna Y osi szyny w linii A dla i -tego punktu, według projektu rektyfikacji,

$Y_{s_i}^{(b)}$ - współrzędna Y osi szyny w linii B dla i -tego punktu, według projektu rektyfikacji.

$Y_{b_i}^{(a)}$ - współrzędna Y osi belki w linii A dla i -tego punktu, według projektu rektyfikacji,

$Y_{b_i}^{(b)}$ - współrzędna Y osi belki w linii B dla i -tego punktu, według projektu rektyfikacji.

1. WSTĘP

1.1. Cel i zakres pracy

Praca niniejsza dotyczy problematyki modyfikacji aproksymacji wielomianowej jedno- i wielosegmentowej na dowolnych segmentach w analitycznym opracowaniu wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej dla potrzeb projektowania rektyfikacji.

Podjęcie tematu jest wynikiem zapotrzebowania użytkowników jezdni podsuwnicowych na takie projekty rektyfikacji, które zapewniałyby zachowanie obowiązujących tolerancji geometrycznych przy możliwie najmniejszym nakładzie prac remontowych. Jako kryterium oceny wielkości nakładu pracy podczas rektyfikacji przyjęto sumę wartości bezwzględnych proponowanych przesunięć. Dla długich jezdni podsuwnicowych spełnienie obowiązujących (normowych) tolerancji geometrycznych możliwe jest często jedynie przy krzywoliniowym przebiegu osi jezdni. Osie jezdni podsuwnicowych powinny przebiegać w pasie dopuszczalnych tolerancji geometrycznych mimośrodków i odchyłek od prostoliniowości, tak aby w zrozumieniu odpowiednich norm [N1, N2, N3, N6, N8, N10, N11] spełniały warunki: współosiowości, prostoliniowości i równoległości.

Problem utrzymania właściwego stanu geometrycznego jezdni podsuwnicowych ma istotne znaczenie ekonomiczne. Suwnice i ich jezdnie stanowią znaczny procent kapitału zakładowego, na przykład w hutnictwie około 40% [20], a belki podsuwnicowe pochłaniają około 30% stali zużywanej na obiekty w których się znajdują [34]. Ponadto około 90% torów podsuwnicowych ma przekroczone geometryczne tolerancje normatywne [20]. Niewłaściwe ułożenie torów jak i późniejszy ich stan wynikający z eksploatacji suwnicy, powoduje zwiększenie oporów jazdy, co ma wpływ na szybsze zużycie kół jezdnych. W krańcowym przypadku może to grozić wypadnięciem suwnicy z torów [N10]. Na stan geometryczny jezdni podsuwnicowych duży wpływ ma także stan techniczny suwnicy [34, 41, N5].

Teoretyczna część pracy zawiera proponowane związki matematyczne spełniające kryteria prostoliniowości (albo nie) rozstawu osi szyn, oraz warunki osiowe (mimośrodky) w układzie: słup, belka, szyna. Nowością jest wykorzystanie funkcji nieliniowych do aproksymacji osi belek i szyn oraz realizacja warunku typu: suma wartości bezwzględnych przesunięć (poprawek rektyfikacyjnych) osiąga minimum. Część teore-

tyczna zawiera także krótki przegląd metod dotychczas wykorzystywanych w praktyce, opartych głównie na aproksymacji liniowej.

Część pracy ilustrująca zastosowania przedstawionych metod zawiera przykład zaczerpnięty z prac własnych autora¹⁾ oraz zmieniony przykład z pracy Janusza [18].

C e l e m pracy jest analiza zasadności zastosowania aproksymacji wielomianowej jedno- i wielosegmentowej w projektowaniu rektyfikacji osi jezdni podsuwnicowych oraz zaproponowanie nowej metody projektowania rektyfikacji polegającej na spełnieniu warunku minimum liczby przesunięć przy minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć.

W pracy postanowiono wykazać prawdziwość następujących **t e z** :

1. Możliwe jest wykonanie projektu rektyfikacji jezdni podsuwnicowej w płaszczyźnie poziomej z wykorzystaniem aproksymacji jedno- lub wielosegmentowej zwykłymi wielomianami algebraicznymi zachowując zadane tolerancje geometryczne.
2. Metoda minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć (minimum nakładu pracy przy rektyfikacji) jest pełnowartościową metodą obliczeniową w projektowaniu rektyfikacji jezdni podsuwnicowych.

Jako **k r y t e r i u m** oceny przydatności uzyskanych rozwiązań przyjęto sumę wartości bezwzględnych przesunięć to jest nakładu pracy przy rektyfikacji, przy spełnieniu odpowiednich geometrycznych warunków normowych.

1.2. Stan rozwiązania problemu

Problem opracowania wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej występuje dość często w literaturze z zakresu geodezji i budownictwa [2-4,8,10-12,15-29,32,33,35,40,41].

Częstotliwość wykonywania pomiarów i projektów rektyfikacji, uzale-

Anigacz W.: Geodezyjna inwentaryzacja parametrów geometrycznych suwnicy nr 64-241 i jezdni suwnicowej na "Składowisku komór i rur" wraz z projektem rektyfikacji w Raciborskiej Fabryce Kotłów "RAFAKO", zlecenie nr RM/136/88 z dnia 1988-08-22, Studencka Spółdzielnia Pracy "Piastus" w Opolu, umowa nr 88/88 z dnia 1988-09-02, Opole, listopad 1988.

zniona jest między innymi od sztywności przestrzennej hali [7,11], jakości wykonania jezdni, sposobu eksploatacji i konserwacji. Stąd w krajach o wysokiej kulturze technicznej problem ten nie występuje tak jaskrawo. Stan geometryczny jezdni podsuwnicowych ma istotny wpływ na warunki ich eksploatacji [7,11,34,41], stąd istnieje zapotrzebowanie na optymalizację opracowań geodezyjnych według zadanych kryteriów.

Z najstarszych dostępnych opublikowanych opracowań poruszających zagadnienie analitycznego opracowania wyników pomiarów geodezyjnych jezdni podsuwnicowych należy wymienić prace Czajkowskiego [10], Janele [15] i Novaka, Sroma [33], które ukazały się na początku lat sześćdziesiątych. Czajkowski [10] podaje między innymi sposób pomiaru długich jezdni poprzez odpowiednie powiązanie kolejnych celowych oraz sposób obliczania poprawek rektyfikacyjnych metodą najmniejszych kwadratów dla aproksymacji osi szyn linią prostą. Janele [15] i Novak, Srom [33] przedstawiają sposób obliczania poprawek rektyfikacyjnych metodą najmniejszych kwadratów podobnie jak Czajkowski. Janele [15] kompleksowo analizuje całą konstrukcję jezdni (słupy, belki, szyny), ale nie podaje zastosowanego algorytmu. Natomiast w pracy [33] Novak, Srom szczegółowo opisują proces obliczeń. Wykorzystanie elektronicznej techniki obliczeniowej zmieniło zasadniczo możliwości wyznaczania poprawek rektyfikacyjnych. Już na początku lat siedemdziesiątych czyniono próby wykorzystania komputerów do projektowania przebiegu osi szyn i obliczania poprawek rektyfikacyjnych [24,25,28]. W latach późniejszych ukazało się wiele prac [1,3,4,8,12,16-20,22,23,26,29,35] poruszających to zagadnienie. Mimo różnic metodologicznych w sposobie rozwiązania zagadnienia, większość autorów proponuje aproksymację liniową osi szyn. Tylko w pracach [15,17,18,28] uwzględniono parametry geometryczne całej konstrukcji jezdni podsuwnicowej, zakładając jednak, że w wyniku końcowym osie słupów, belek i szyn mają być idealnie proste, równoległe i pokrywać się. Jednak i w tych opracowaniach autorzy nie przewidują możliwości wykorzystania aproksymacji wielomianowej do projektowania rektyfikacji osi jezdni podsuwnicowych. Krzeszowski [25,26] proponuje optymalizację rozstawu osi szyn, ale nadal narzuca ich prostoliniowość i równoległość.

W pracach [20,22] autorzy kreślą proponowany przebieg osi szyn linią krzywą, lecz zaznaczają, że jest ona wyznaczana metodą graficzną. W pracy [35] autorzy prezentują metodę graficznego opracowania

wyników pomiarów uzasadniając przyjęte kryteria. Zaproponowana w tej pracy metoda po raz pierwszy w literaturze polskiej przedstawia projekt krzywoliniowego przebiegu osi szyn ze szczegółowym uzasadnieniem. Wadą opracowań graficznych jest nieuwzględnianie szeregu ważnych kryteriów oraz duża pracochłonność ograniczająca wykorzystanie jej do opracowań jezdni niezbyt długich. Zaletą jest możliwość wykonania projektu rektyfikacji osi szyn w warunkach polowych, bez potrzeby użycia komputera.

W dalszej części pracy przedstawiono dwie nowe metody analitycznego opracowania wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej.

Pierwsza metoda polega na znalezieniu takiego prostoliniowego przebiegu osi szyn, dla którego przy najmniejszej liczbie przesunięć suma wartości bezwzględnych przesunięć osiąga minimum lub wartość zbliżoną do minimum.

Druga metoda polega na aproksymacji jedno- i wielosegmentowej osi szyn zwykłymi wielomianami algebraicznymi. Poprzez dobranie odpowiedniego stopnia wielomianu, przy zachowaniu dopuszczalnych tolerancji geometrycznych, można zaprojektować przebieg osi szyn znacznie zmniejszający nakład pracy przy rektyfikacji, w porównaniu z metodami dotychczas stosowanymi.

1.3. Techniczne kryteria oceny stanu jezdni podsuwnicowych

Opracowanie wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej można podzielić na dwie grupy według kryterium prostoliniowości:

I grupa to jezdnie, których osie według projektu powinny być proste i równoległe,

II grupa to jezdnie, których osie według projektu powinny mieć kształt inny niż prostoliniowy [29,32].

W niniejszej pracy przeanalizowano pierwszą grupę jezdni, przy założeniu, że prostoliniowość osi słupów, belek i szyn jest jak najbardziej pożądana, lecz są możliwe pewne odstępstwa od tego ograniczenia jeśli spełnione są pozostałe warunki, to znaczy zachowanie równo-

ległości osi szyn i wzajemnych mimośrodków osi słupów, belek i szyn, oraz krzywizna osi szyn (odchyłka od prostoliniowości) w granicach dopuszczalnych przez odpowiednie normy [N1-N3, N6, N10, N11]. Wszystkie wyżej wymienione normy dopuszczają pewne odchylenia osi jezdni podsuwnicowych od linii prostych. Normy te można podzielić na dwie grupy według kryterium zasięgu ich obowiązywania. Norma [N2] ISO 8306-85 "Cranes - Overhead travelling cranes and portal bridge, cranes - Tolerances for cranes and tracks", ustanowiona przez International Organization for Standardization stanowi pewien wzorzec dla norm krajowych. W projekcie polskiej normy [N10] "Dźwignice. Tory jezdne suwnic pomostowych. Wymagania" ustalono dopuszczalne odchyłki jezdni podsuwnicowych na poziomie wyżej wymienionej normy międzynarodowej ISO 8306-85 [N2]. Według obecnie obowiązującej polskiej normy [N8] PN-77/B-06200 "Konstrukcje stalowe budowlane. Wymagania i badania", dopuszcza się dla jezdni podsuwnicowych (suwnic pomostowych) następujące odchyłki:

- przesunięcie osi szyny względem osi belki podsuwnicowej nie więcej niż 15 mm,
- odchylenie osi szyny od prostej (w płaszczyźnie poziomej) dla suwnic o prędkości jazdy mostem:

$$V_{jm} \leq 1,33 \text{ ms}^{-1} \quad \text{nie więcej niż } 5 \text{ mm,}$$

$$V_{jm} > 1,33 \text{ ms}^{-1} \quad \text{nie więcej niż } 2,5 \text{ mm.}$$

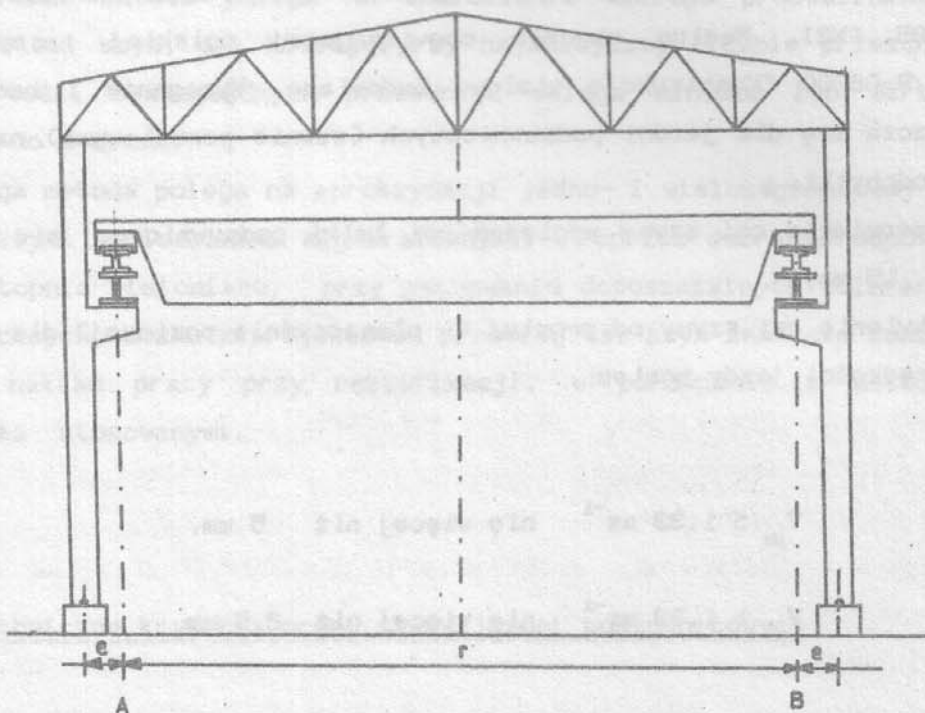
Według normy branżowej [N3] BN-74/2102-01 "Dźwignice. Tory jezdne dla dźwignic bramowych i półbramowych. Dopuszczalne odchyłki", dopuszcza się:

- odchyłkę osi szyny od prostoliniowości w płaszczyźnie poziomej na długości toru l, dla dźwignic bramowych 1/500, jednak nie więcej niż 5 mm, natomiast dla dźwignic półbramowych 1/1000, jednak nie więcej niż 2,5 mm.

Na podstawie wyżej wymienionych norm w niniejszej pracy przyjęto, że dopuszczalna odchyłka od prostoliniowości dotyczy toru na długości równej rozstawowi osi szyn [35].

W przedstawionych w pracy przykładach przewidziano możliwość zmiany położenia osi belek i szyn. Przesunięcia słupów wykonuje się w wyjątkowych przypadkach. Na ogół słupy tworzą konstrukcję nośną nie tylko dla belek podsuwnicowych, lecz również konstrukcji dachowej i są ze sobą powiązane. Stąd ich przesunięcia są praktycznie niemożliwe bez naruszenia rozkładu sił wewnętrznych w ramach, co może prowadzić do niekorzystnych zjawisk w rodzaju na przykład zarysowań, a w krańcowych przypadkach nawet do utraty stateczności konstrukcji.

Na rys. 1 przedstawiono halę jednonawową przekrytą dachem, w której na wspornikach słupów usytuowana jest jezdnia podsuwnicowa.



Rys. 1. Schemat hali z wzajemnym projektowym usytuowaniem osi

W zespole naw przesunięcie osi słupa dla poprawienia parametrów geometrycznych jezdnii podsuwnicowej w jednej nawie pociąga za sobą naruszenie rozkładu sił wewnętrznych w pozostałych nawach. W związku z powyższym w niniejszej pracy optymalizowano położenie osi belek i szyn.

Zmiana położenia belki na słupie również wymaga przeprowadzenia analizy rozkładu sił wewnętrznych. Przesunięcie belki w stronę zewnętrznego lica słupa zmniejsza moment zginający i może być dokonane,

jeśli tylko umożliwiają to tolerancje geometryczne i skrajnia suwnicy. Natomiast przesunięcie belki o zwrocie przeciwnym zwiększa moment zginający i każdorazowo wymaga przeprowadzenia ponownie analizy rozkładu sił wewnętrznych w konstrukcji. Na ogół użytkownicy i konstruktorzy skłonni są przesuwac tylko szyny, tak aby były spełnione odpowiednie warunki osiowe. W trakcie prac pomiarowych należy zwrócić uwagę na stopień zużycia szyn. Jeśli nie odpowiadają one odpowiednim normom [N7,N9] to należy szyny wymienić.

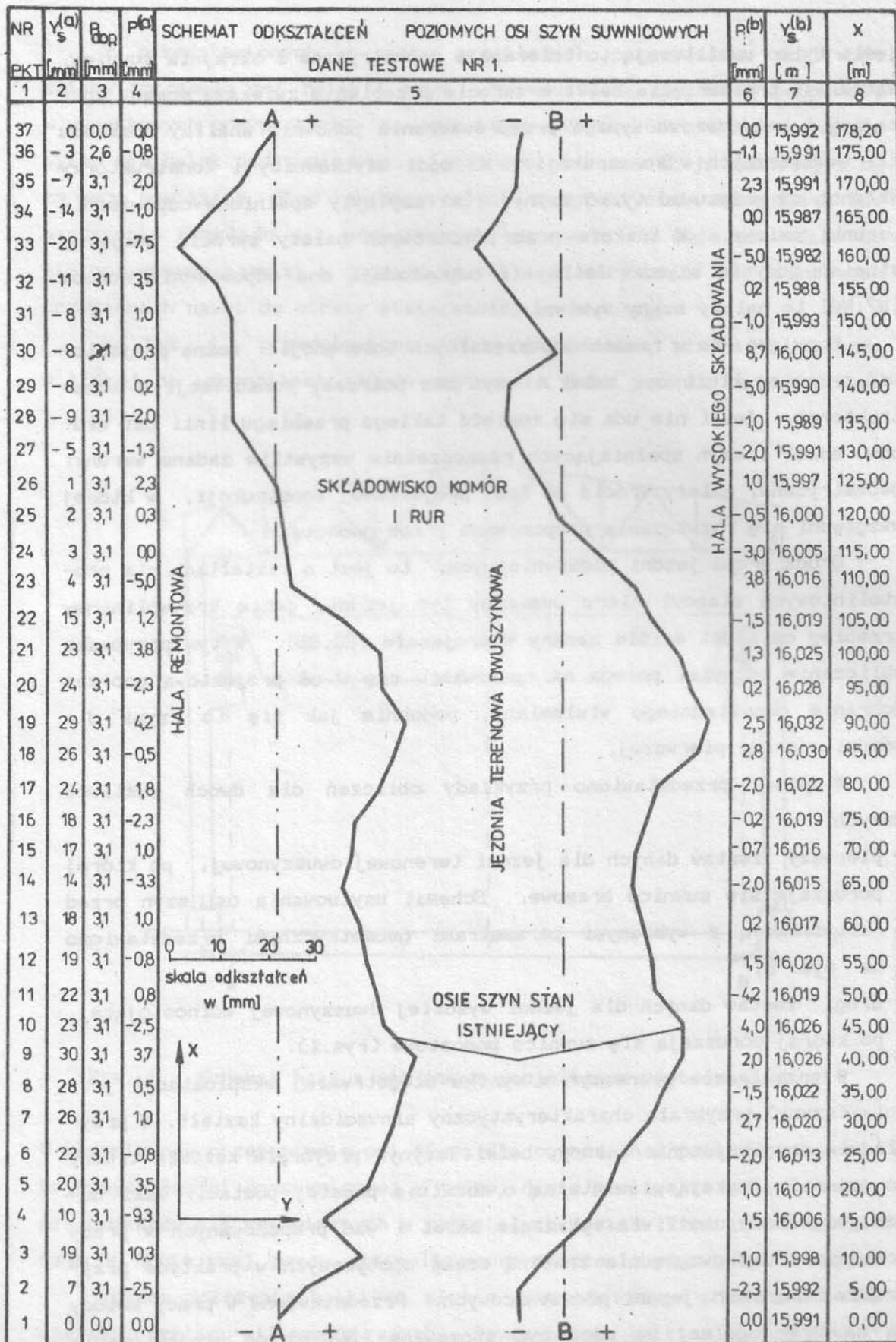
Przyjęto, że w ramach dopuszczalnych tolerancji, można projektować przebieg linii osi belek i szyn bez potrzeby konsultacji z konstruktorem. Jeśli nie uda się znaleźć takiego przebiegu linii osi słupów, belek i szyn spełniających równocześnie wszystkie zadane warunki geometryczne, należy wrócić do fazy projektowej konstrukcji, w której uwzględni się rozwiązania proponowane przez geodetę.

Druga grupa jezdni podsuwnicowych, to jest o kształtach nie prostoliniowych stanowi nieco odmienny typ jezdni, gdzie krzywoliniowy przebieg osi jest ściśle zadany w projekcie [29,32]. W tym przypadku obliczanie odchyłek polega na wpasowaniu się w oś projektową poprzez dobranie odpowiedniego wielomianu, podobnie jak się to czyni dla jezdni z grupy pierwszej.

W pracy przedstawiono przykłady obliczeń dla dwóch zestawów danych:

- pierwszy zestaw danych dla jezdni terenowej dwuszynowej, po której poruszają się suwnice bramowe. Schemat usytuowania osi szyn przed rektyfikacją z wybranymi parametrami geometrycznymi przedstawiono na rys. 2,
- drugi zestaw danych dla jezdni wysokiej dwuszynowej wolnostojącej, po której poruszają się suwnice pomostowe (rys.1).

W przykładzie pierwszym w wyniku długotrwałej eksploatacji jezdni (szyny) przybrała charakterystyczny sinusoidalny kształt. W przykładzie drugim jezdni (słupy, belki, szyny) przybrała kształt trudny do opisanie funkcją elementarną o możliwie prostej postaci. Taki dobór przykładów umożliwia wykazanie zalet i wad proponowanych w pracy rozwiązań oraz uwzględnia znaczną część spotykanych w praktyce przypadków deformacji jezdni podsuwnicowych. Przedstawione w pracy metody są na tyle ogólne, że mogą być stosowane również do projektowania rektyfikacji innych rodzajów jezdni podsuwnicowych o różnym stopniu



Rys. 2. Schemat przebiegu osi szyn

deformacji. Wynikiem rozważań są zaproponowane poniżej metody analitycznego opracowania wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej. Układem odniesienia jest aktualne położenie słupów, belek czy szyn w zależności od zakresu pomiarów [36]. W pracy pominięto zagadnienie projektowania rektyfikacji jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie pionowej. Doprowadzenie jezdni do poprawnego stanu w płaszczyźnie pionowej nie przedstawia w praktyce większego problemu i zostało opisane przez wielu autorów [12,15,N11].

Przyjęto założenie, że dokładność danych z pomiaru będących przedmiotem matematycznych przesłańceń wynosi ± 1 mm co odpowiada wymaganiom odpowiednich norm i aktualnym standartom technicznym [12,18,N8,N11].

Metoda 11 - suma wartości bezwzględnych poprawek ze trygonometrii (11,12,13,14).

2.2. Metoda minimalnej sumy kwadratów

Dla pomiarów dwóch wielkości, zależnych funkcyjnie od siebie, z danych w postaci $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ należy wyznaczyć wzrost $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$ oraz a_1, a_2, \dots, a_m , gdzie $m < n$. Tak, aby uzyskać najlepsze przybliżenie do najmniejszego odchylenia w sensie błędów średniokwadratowych. Wynikiem jest to wtedy gdy suma kwadratów różnic między y_i oraz $f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)$ gdzie $i = 1, 2, \dots, n$, osiąga wartość minimalną, to znaczy w tym przypadku

$$\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)]^2 \rightarrow \min \quad (11)$$

Z warunku (11) otrzymuje się w zależności od liczby parametrów a_1, a_2, \dots, a_m

$$\frac{\partial}{\partial a_1} \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)]^2 = 0$$

...

2. METODY OPRACOWAŃ ANALITYCZNYCH DLA APROKSYMACJI OSI SZYŃ LINIĄ PROSTĄ

2.1. Wprowadzenie

Można wyróżnić dwie metody aproksymacji osi szyn linią prostą w zależności od przyjętego kryterium obliczeń.

Metoda I - najmniejszych kwadratów, gdzie suma algebraiczna poprawek (przesunięć) równa się zero ($[v]=0$), a suma kwadratów poprawek równa się minimum ($[vv]=\min.$), [1,3,8,12,24,28,N11].

Metoda II - suma wartości bezwzględnych poprawek ma być minimum ($[|v|]=\min.$), [4,13,14].

2.2. Metoda minimum sumy kwadratów

Dla dowolnych dwóch wielkości związanych funkcyjnie x, y i zadanych w postaci n par wartości: $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ należy według wzoru $y = f(x, a_1, \dots, a_m)$ dobrać m parametrów a_1, \dots, a_m gdzie $m < n$ tak, aby uzyskać funkcję aproksymującą o najmniejszym odchyleniu w sensie błędu średniokwadratowego. Uzyskuje się to wtedy, gdy suma kwadratów różnic między y_k oraz $f(x_k, a_1, \dots, a_m)$, gdzie $1 \leq k \leq n$, osiąga wartość minimalną, to znaczy w tym przypadku:

$$\sum_{k=1}^n [f(x_k, a_1, \dots, a_m) - y_k] \longrightarrow \min. \quad (1)$$

Z warunku (1) otrzymuje się m równań, z których można wyznaczyć parametry a_1, \dots, a_m :

$$\sum_{k=1}^n [f(x_k, a_1, \dots, a_m) - y_k] \frac{\partial f(x_k, a_1, \dots, a_m)}{\partial a_l} = 0 \quad (2)$$

dla $l = 1, \dots, m$.

W sensie matematycznym mogą istnieć różne kształty funkcji $f(x, a_1, \dots, a_m)$.

W rozważanym przypadku funkcja aproksymująca $y = f(x, a_1, \dots, a_m)$ przybiera postać [5]:

$$y(x) = a_m x^m + \dots + a_1 x + a_0 \quad (3)$$

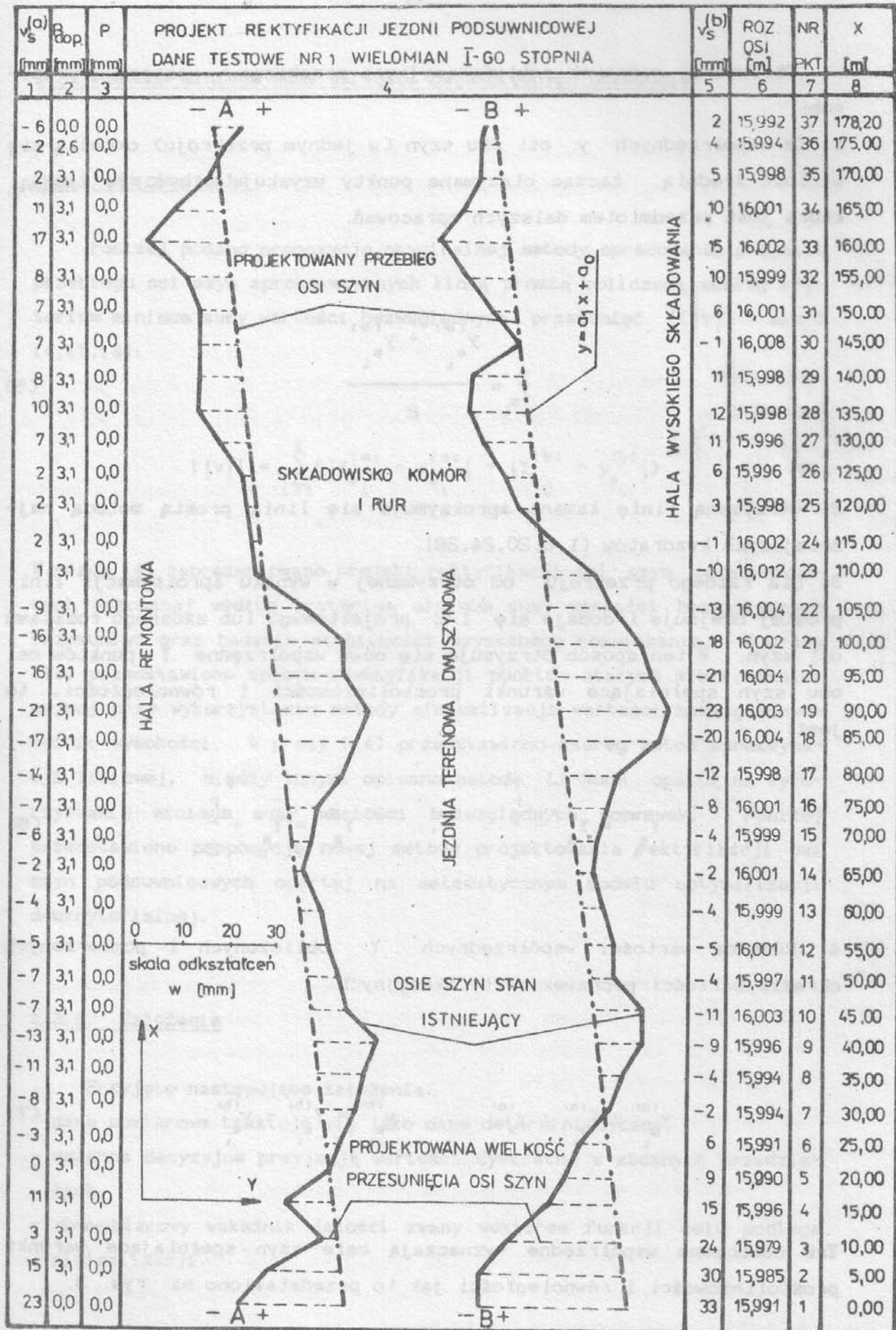
Jeśli stopień wielomianu jest dokładnie o jeden mniejszy od liczby danych punktów, to istnieje interpolacja, natomiast jeśli stopień wielomianu jest mniejszy o co najmniej dwa to istnieje aproksymacja [30,38].

Na podstawie zależności (2) uzyskuje się układ równań liniowych, z których można wyznaczyć szukane parametry a_0, \dots, a_m :

$$\left. \begin{aligned} a_m \sum_{k=1}^n x_k^m + a_{m-1} \sum_{k=1}^n x_k^{m-1} + \dots + a_0 n &= \sum_{k=1}^n y_k \\ a_m \sum_{k=1}^n x_k^{m+1} + a_{m-1} \sum_{k=1}^n x_k^m + \dots + a_0 \sum_{k=1}^n x_k &= \sum_{k=1}^n x_k y_k \\ a_m \sum_{k=1}^n x_k^{2m} + a_{m-1} \sum_{k=1}^n x_k^{2m-1} + \dots + a_0 \sum_{k=1}^n x_k &= \sum_{k=1}^n x_k^m y_k \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Model matematyczny wielomianowej metody minimum sumy kwadratów opisany układem algebraicznych równań liniowych (4) z niewiadomymi a_0, \dots, a_m , stosuje się odpowiednio do usytuowania osi szyn w układzie współrzędnych jak na rys. 2.

Na rys. 3 przedstawiono schemat przebiegu osi szyn podsuwnicowych z projektem rektyfikacji wyznaczonym za pomocą wielomianu 1-go stopnia (linią prostą) otrzymanego według zależności (4) to jest metody minimum sumy kwadratów przesunięć.



Rys. 3. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 1-go stopnia

Obliczanie poprawek rektyfikacyjnych przebiega w następujący sposób:

1. Ze współrzędnych y osi obu szyn (w jednym przekroju) określa się wartość średnią. Łącząc otrzymane punkty uzyskuje się linię łamaną, która jest przedmiotem dalszych opracowań.

$$\bar{y}_{s_i} = \frac{y_{s_i}^{(a)} + y_{s_i}^{(b)}}{2} \quad (5)$$

2. Otrzymaną linię łamaną aproksymuje się linią prostą metodą najmniejszych kwadratów [1,8,20,24,28].

3. Dla każdego przekroju od otrzymanej w wyniku aproksymacji linii prostej odejmuje i dodaje się $1/2$ projektowego lub zadanego rozstawu osi szyn. W ten sposób otrzymuje się nowe współrzędne Y punktów osi obu szyn spełniające warunki prostoliniowości i równoległości, to jest:

$$Y_{s_i}^{(a)} = Y_{s_i} - \frac{r}{2}, \quad Y_{s_i}^{(b)} = Y_{s_i} + \frac{r}{2} \quad (6)$$

4. Różnica wartości współrzędnych Y obliczonych i pomierzonych określa wartości poprawek rektyfikacyjnych.

$$v_{s_i}^{(a)} = Y_{s_i}^{(a)} - y_{s_i}^{(a)}, \quad v_{s_i}^{(b)} = Y_{s_i}^{(b)} - y_{s_i}^{(b)} \quad (7)$$

Tak obliczone współrzędne wyznaczają osie szyn spełniające warunki prostoliniowości i równoległości jak to przedstawiono na rys. 3.

2.3. Metoda minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć

2.3.1 Wprowadzenie

Poniżej podano propozycję oryginalnej metody opracowania projektu przebiegu osi szyn aproksymowanych linią prostą obliczoną według kryterium minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć ($|v| = \min.$) [4,13,14]:

$$|v| = \sum_{i=1}^n (|y_{\bullet i}^{(a)} - y_{\bullet i}^{(b)}| + |y_{\bullet i}^{(b)} - y_{\bullet i}^{(c)}|) \quad (8)$$

W pracy [4] zaprezentowano projekt rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych wykonanej według kryterium minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć oraz badanie stabilności uzyskanego rozwiązania. W pracy [13] przedstawiono sposób identyfikacji punktów stałych sieci niwelacyjnej przy wykorzystaniu metody minimalizacji wartości bezwzględnych różnic wysokości. W pracy [14] przedstawiono szereg metod aproksymacji liniowej, między innymi opisano metodę L1-Norm opartą na wykorzystaniu minimum sumy wartości bezwzględnych poprawek. Poniżej przedstawiono propozycję nowej metody projektowania rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych opartej na matematycznym modelu optymalizacji dwukryterialnej.

2.3.2. Założenia

Przyjęto następujące założenia:

- dane pomiarowe traktuje się jako dane deterministyczne,
- zmienne decyzyjne przyjmują wartości dyskretne w zadanych przedziałach,
- dwuwymiarowy wskaźnik jakości zwany wektorem funkcji celu podlega minimalizacji.

2.3.3. Wektorowa funkcja celu

Składowymi proponowanego wektora funkcji celu są:

- suma wartości bezwzględnych przesunięć

$$\sum_{i=1}^T (|Y_{a_i}^{(a)} - y_{a_i}^{(a)}| + |Y_{a_i}^{(b)} - y_{a_i}^{(b)}|) \quad (9)$$

- liczba przesunięć $2T$, która powinna dążyć do zera to jest jak największa liczba przesunięć (poprawek) powinna mieć wartość zero lub zbliżoną do zera.

Obie składowe są funkcjami dyskretnymi, ze względu na przyjęte zmienne decyzyjne. Przedmiotowy problem dwukryterialnej optymalizacji dyskretnej sformułowano następująco:

$$\min_{(2T)} \left[\min_{(N)} \left[\sum_{i=1}^T (|Y_{a_i}^{(a)} - y_{a_i}^{(a)}| + |Y_{a_i}^{(b)} - y_{a_i}^{(b)}|) \right] \right] \quad (10)$$

Następujące wyrażenie:

$$\min_{(N)} \left[\sum_{i=1}^T (|Y_{a_i}^{(a)} - y_{a_i}^{(a)}| + |Y_{a_i}^{(b)} - y_{a_i}^{(b)}|) \right] \quad (11)$$

jako część składowa wyrażenia (10) przedstawia wszystkie możliwe proste spełniające warunek minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć, przy czym liczba tych prostych będzie mniejsza od liczby N wszystkich możliwych teoretycznych prostych. Za optymalne (zadowalające) uważa się rozwiązanie, które spełnia równocześnie warunki w następującej kolejności:

- minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć,
- minimum liczby przesunięć.

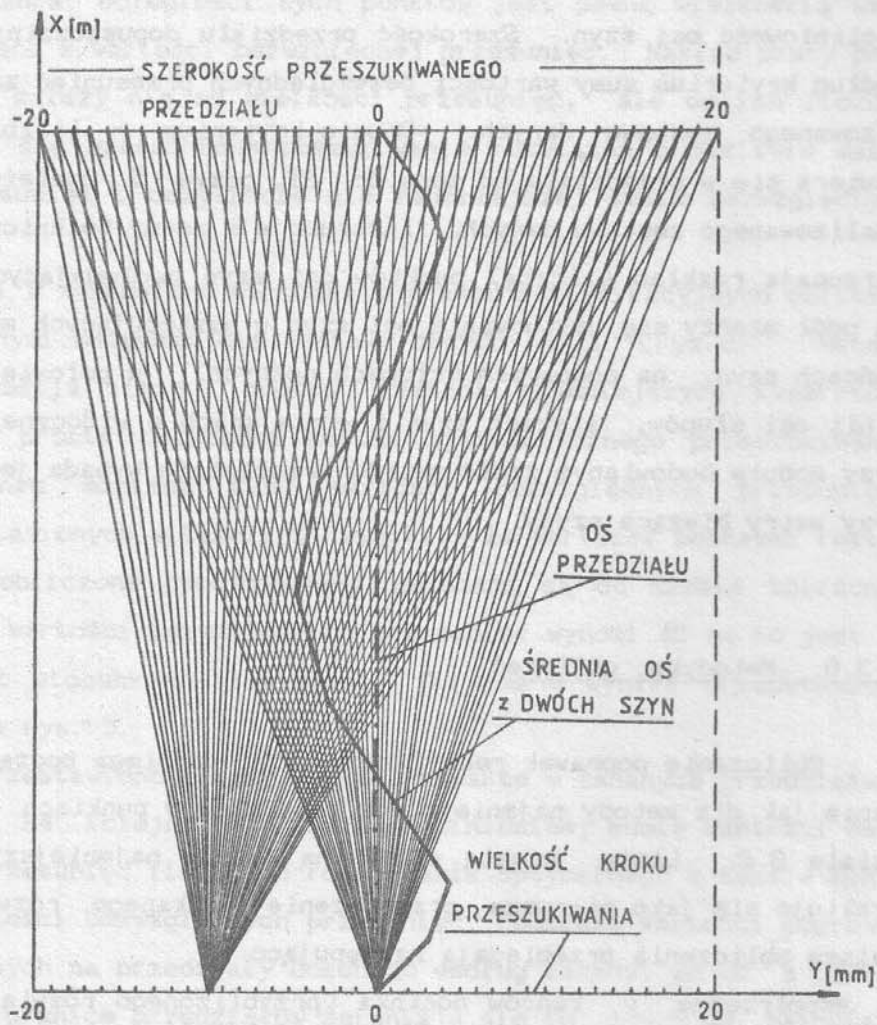
Tak postawione zagadnienie oznacza ustalenie rangi ważności kryteriów w procesie optymalizacji. Stąd minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć jest kryterium dominującym.

2.3.4. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych i zmienne decyzyjne

Na rys. 4. przedstawiono graficznie zasadę systematycznego przeszukiwania zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Liczbę alternatywnych rozwiązań oblicza się z wzoru:

$$N = \left(\frac{b}{k} + 1 \right)^2 \quad (12)$$

Wielkości b i k traktuje się jako zmienne decyzyjne.



Rys. 4. Schemat zasady systematycznego przeszukiwania

2.3.5. Ograniczenia

Zmienna decyzyjna b przyjmuje wartość od zera do $\pm n$, gdzie n oznacza granice przedziału przyjmowane arbitralnie zależnie od wielkości odchyłek osi szyny od prostoliniowości, na ogół przyjmuje się, że $b = \pm 20$ mm. Druga zmienna decyzyjna k przyjmuje ze względów praktycznych wartość 1 mm co odpowiada aktualnym standartom technicznym, ale możliwe jest przyjęcie innej wartości technicznie uzasadnionej. Ze specyfiki zagadnienia wynikają ograniczenia przyjętych kryteriów optymalizacji. Pierwsze dominujące kryterium - suma wartości bezwzględnych przesunięć może przyjmować wartości, dla których spełnione są warunki techniczne, to znaczy: odpowiednie mimośrodowość i prostoliniowość osi szyn. Szerokość przedziału dopuszczalnych rozwiązań według kryterium sumy wartości bezwzględnych przesunięć zależy od analizowanego zestawu danych. Drugie kryterium - liczba przesunięć zawiera się w przedziale od zera do $2T$, gdzie T uzależnione jest od analizowanego zestawu danych. Instrukcje i normy techniczne [N2, N11] narzucają rozkład (liczbę) punktów osi szyn podlegających pomiarowi. Na ogół mierzy się usytuowanie osi szyn w następujących miejscach: na końcach szyn, na podporach (słupach nośnych), w połowie rozpiętości linii osi słupów, stykach szyn i w miejscach o widocznej deformacji. Przy module budowlanym sześć metrów przeciętnie wypada jeden pomiar na trzy metry bieżące szyny.

2.3.6. Metodyka obliczeń

Obliczanie poprawek rektyfikacyjnych przebiega początkowo identycznie jak dla metody najmniejszych kwadratów w punktach 1 + 2 w rozdziale 2.2. Linie prostą otrzymaną metodą najmniejszych kwadratów traktuje się jako pierwsze przybliżenie szukanego rozwiązania [4]. Dalsze obliczenia przebiegają następująco:

1. Współrzędne y końców odcinka (przybliżonego rozwiązania) wyznaczają oś rozpatrywanego przedziału. Na ogół przyjmuje się szerokość przedziału ± 20 mm od końców osi przedziału. Następnie metodą systematycznego przeszukiwania z dowolnym ustalonym krokiem k (na przykład 1 mm) oblicza się wszystkie kolejne rozwiązania według kryterium mini-

PROJEKT REKTYFIKACJI SZYBNI PODSIWIERCENIEJ
SZYBNI TSIUNE WART WIELKIAN I-03 STOPNA

mum sumy wartości bezwzględnych przesunięć. Na przykład w rozpatrywanym przedziale o szerokości 40 mm i wielkości kroku przeszukiwania 1 mm otrzymuje się według wzoru (12) 1681 teoretycznych rozwiązań, które będą podlegały dalszej selekcji.

2. Część rozwiązań (o najmniejszej wartości sumy bezwzględnych przesunięć) jest analizowana pod kątem liczby przesunięć. Spośród otrzymanych rozwiązań, metodą systematycznego przeszukiwania uzyskuje się rozwiązania o najmniejszej liczbie przesunięć. Z interpretacji technicznej, wynika przewaga metody minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć nad metodą minimum sumy kwadratów przesunięć. Wartość bezwzględna przesunięcia jest to odległość rzeczywista dwóch punktów, natomiast kwadrat odległości tych punktów jest pewną wielkością umowną, wynikającą z wartości bezwzględnej przesunięć. Nakład pracy przy rektyfikacji zależy nie od wielkości przesunięć, ale od ich liczby, zatem wydaje się uzasadnione poszukiwanie rozwiązań o możliwie małej liczbie przesunięć i oczywiście nie najmniejszej sumie bezwzględnych ich wartości.

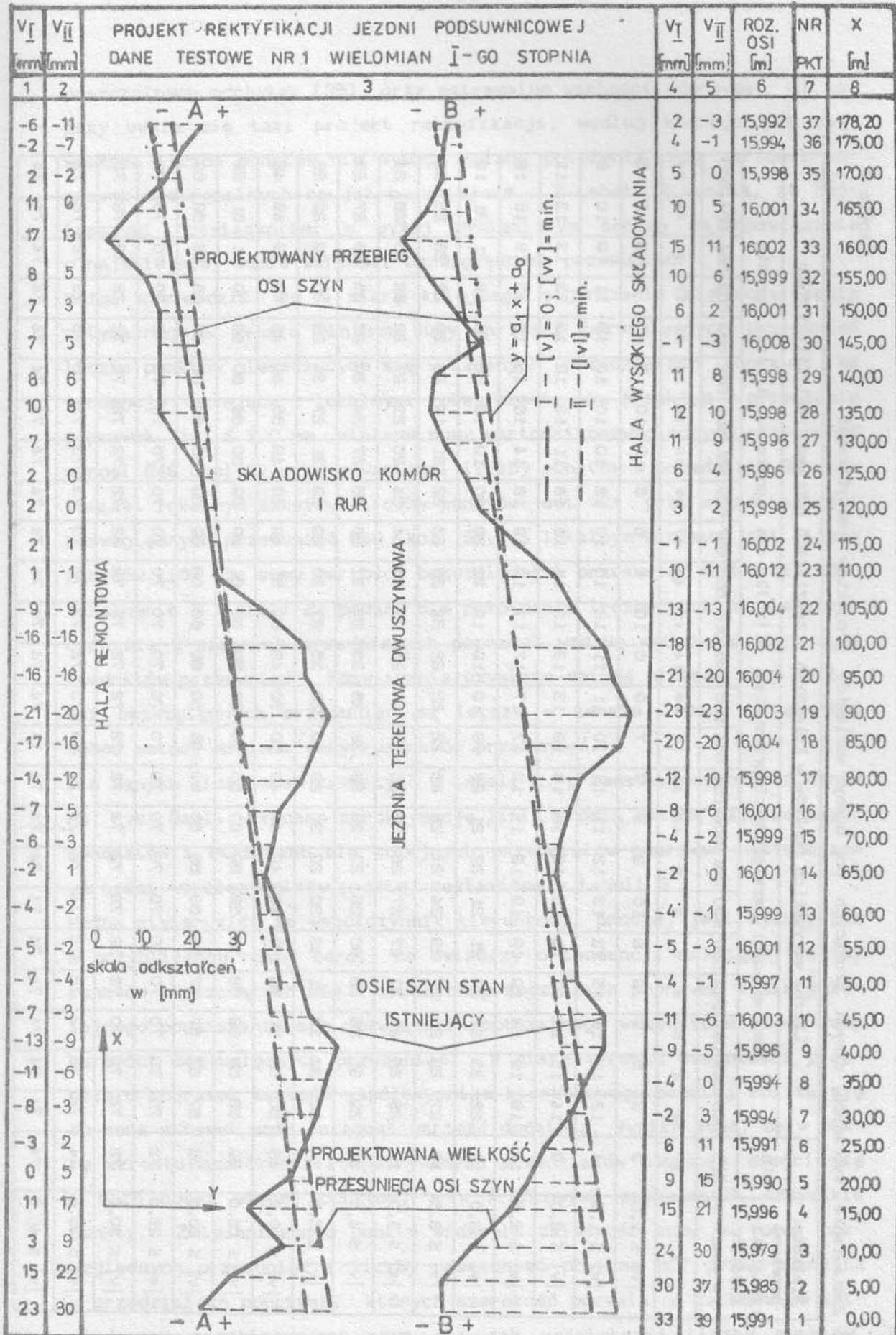
W tabeli 1 zestawiono wartości poprawek rektyfikacyjnych obliczone porównywanymi metodami dla zestawu danych nr 1 (rys. 2). Metoda I - aproksymacja linią prostą metodą najmniejszych kwadratów. Metoda II - prosta obliczona metodą systematycznego przeszukiwania przy założeniu minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć. Z danych zestawionych w tabeli 1 wynika, że wartości poprawek rektyfikacyjnych obliczone porównywanymi metodami są do siebie zbliżone. Różnica sumy wartości bezwzględnych przesunięć wynosi 45 mm to jest 8% z 693 i jest stosunkowo niewielka. Otrzymane wyniki przedstawiono graficznie na rys. 5.

W tabeli 2 zestawiono liczby punktów zawarte w zadanych przedziałach poprawek dla 24 kolejnych rozwiązań o minimalnej sumie wartości bezwzględnych przesunięć licząc od rozwiązania optymalnego w sensie minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć. Podziału wartości poprawek rektyfikacyjnych na przedziały dokonano według zasady, że od $\pm 1,0$ mm do $\pm 5,0$ mm granice przedziałów zmieniają się co $\pm 0,5$ mm, natomiast od $\pm 5,0$ mm do $\pm 40,0$ mm zmieniają się co $\pm 5,0$ mm. Zestawienie poprawek rektyfikacyjnych w przedziałach o zadanej wielkości umożliwia jakościową ocenę różnych wariantów projektu rektyfikacji. Z praktycznego punktu widzenia jest istotne, ile punktów mieści się w przedziale do-

Tabela 1.

Zestawienie danych dla dwóch porównywanych metod: Metoda I - minimum sumy kwadratów poprawek, Metoda II - minimum sumy wartości bezwzględnych poprawek.

Nr pkt.	x [m]	Metoda I [v]=0 [vv]= min.		Metoda II [v] = min.		Rozstaw osi szyn r [m] po rektyfikacji
		$v_s^{(a)}$ [mm]	$v_s^{(b)}$ [mm]	$v_s^{(a)}$ [mm]	$v_s^{(b)}$ [mm]	
1	2	3	4	5	6	7
1	0,00	23	33	30	39	16,000
2	5,00	15	30	22	37	16,000
3	10,00	3	24	9	30	16,000
4	15,00	11	15	17	21	16,000
5	20,00	0	9	5	15	16,000
6	25,00	-3	6	2	11	16,000
7	30,00	-8	-2	-3	3	16,000
8	35,00	-11	-4	-6	0	16,000
9	40,00	-13	-9	-9	-5	16,000
10	45,00	-7	-11	-3	-6	16,000
11	50,00	-7	-4	-4	-1	16,000
12	55,00	-5	-5	-2	-3	16,000
13	60,00	-4	-4	-2	-1	16,000
14	65,00	-2	-2	1	0	16,000
15	70,00	-6	-4	-3	-2	16,000
16	75,00	-7	-8	-5	-6	16,000
17	80,00	-14	-12	-12	-10	16,000
18	85,00	-17	-20	-16	-20	16,000
19	90,00	-21	-23	-20	-23	16,000
20	95,00	-16	-21	-16	-20	16,000
21	100,00	-16	-18	-16	-18	16,000
22	105,00	-9	-13	-9	-13	16,000
23	110,00	1	-10	1	-11	16,000
24	115,00	2	-1	1	-1	16,000
25	120,00	2	3	0	2	16,000
26	125,00	2	6	0	4	16,000
27	130,00	7	11	5	9	16,000
28	135,00	10	12	8	10	16,000
29	140,00	8	11	6	8	16,000
30	145,00	7	-1	5	-3	16,000
31	150,00	7	6	3	2	16,000
32	155,00	8	10	5	6	16,000
33	160,00	17	15	13	11	16,000
34	165,00	11	10	6	5	16,000
35	170,00	2	5	-2	0	16,000
36	175,00	-2	4	-7	-1	16,000
37	178,20	-6	2	-11	-3	16,000
		[v]= -38 [v]=310	[v]= 38 [v]=382	[v]= -7 [v]=285	[v]= 66 [v]=363	
		[v]= 0 [vv]=10123 [v] = 693		[v]= 59 [vv]=11097 [v] = 648		



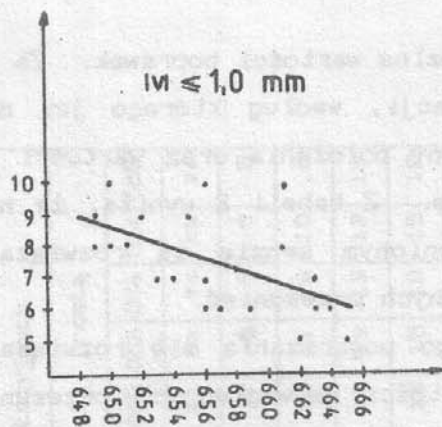
Rys. 5. Projekt rektyfikacji osi szyn, metoda I - minimum sumy kwadratów przesunięć, metoda II - minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć

puszczalnych odchyłek [35], oraz ekstremalne wartości poprawek. Za lepszy uważa się taki projekt rektyfikacji, według którego jak największa liczba punktów nie wymaga zmiany położenia oraz wartości poprawek ekstremalnych są jak najmniejsze. Z tabeli 2 wynika, że najlepszymi rozwiązaniami w wyżej wymienionym sensie są rozwiązania o najmniejszej sumie wartości bezwzględnych przesunięć.

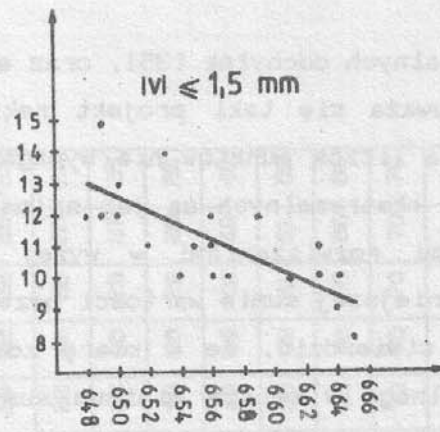
Można stwierdzić, że w miarę kolejnego pogarszania się rozwiązania optymalnego w sensie minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć liczba punktów mieszczących się w zadanych przedziałach poprawek ma tendencję malejącą z lokalnymi ekstremami. Na przykład w przedziale poprawek $|v| \leq 3,0$ mm minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć wynosi 648 (kol. 3) przy zawartości liczby punktów w przedziale 22, natomiast lokalnym maksimum liczby punktów jest 24 przy sumie wartości bezwzględnych przesunięć 649 (kol. 5), a lokalnym minimum jest liczba punktów 16 dla sumy wartości bezwzględnych przesunięć 663 (kol. 22). W kolumnie 2 tabeli 2 podano dla porównania liczbę punktów mieszczących się w zadanych przedziałach poprawek według metody minimum sumy kwadratów przesunięć. Rozwiązania uzyskane metodą minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć są lepsze w sensie liczby przesunięć wobec metody minimum sumy kwadratów przesunięć.

Dla danych liczbowych zawartych w tabeli 2, przedstawionych graficznie na rys. 6a+1, wykonano aproksymację linią prostą metodą najmniejszych kwadratów i otrzymano dla kolejnych przedziałów poprawek następujące wartości współczynników prostej zestawione w tabeli 3.

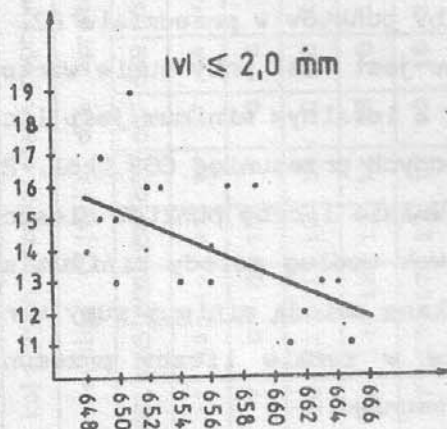
Można stwierdzić, że współczynnik kierunkowy prostej jest ujemny lub w przybliżeniu równy zero, co świadczy o tendencji malejącej liczby punktów mieszczących się w zadanych przedziałach poprawek w miarę kolejnego pogarszania się rozwiązania optymalnego w sensie minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć. W miarę wzrostu szerokości przedziału poprawek wartość współczynnika kierunkowego prostej zbliża się do zera a nawet może osiągnąć wartość dodatnią. Wynika stąd, że w miarę wzrostu szerokości rozpatrywanych przedziałów poprawek mieści się w nich coraz więcej punktów, a w krańcowych przypadkach wszystkie punkty. Z technicznego punktu widzenia zależność sumy wartości bezwzględnych przesunięć i liczby przesunięć powinna być przeprowadzana w przedziałach poprawek, których szerokość pozwala na zachowanie istniejącego przebiegu osi szyn dla jak największej liczby punktów.



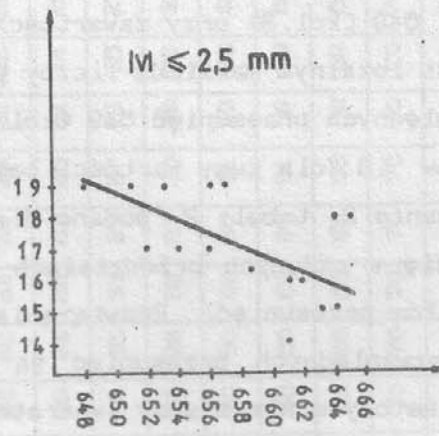
a)



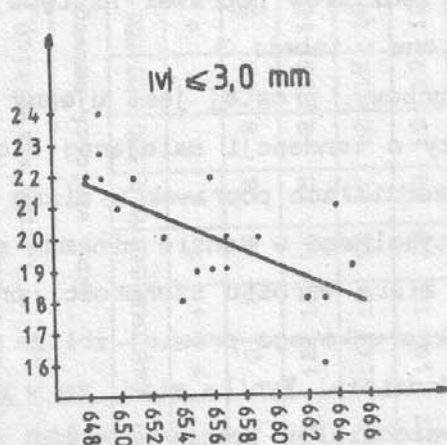
b)



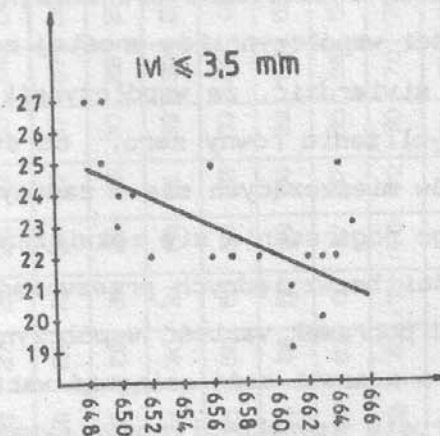
c)



d)

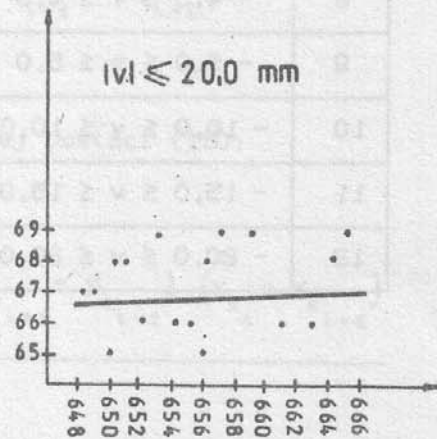
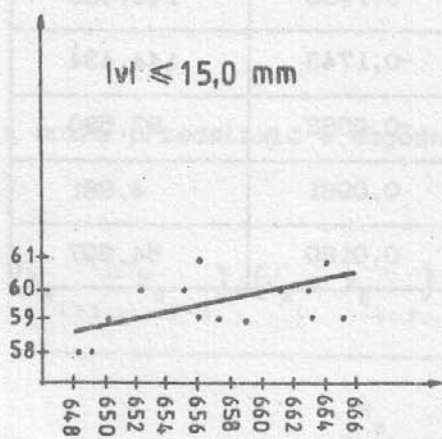
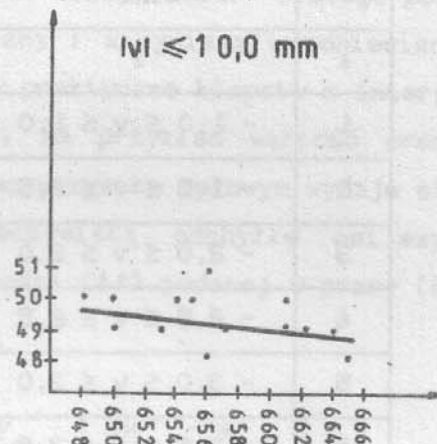
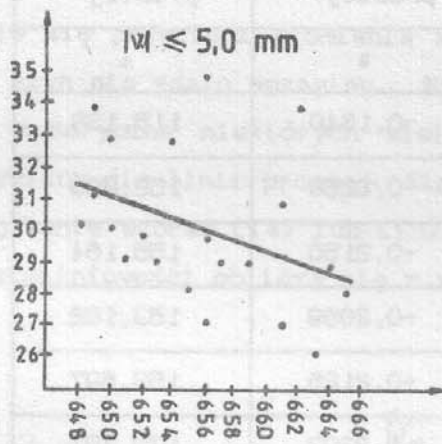
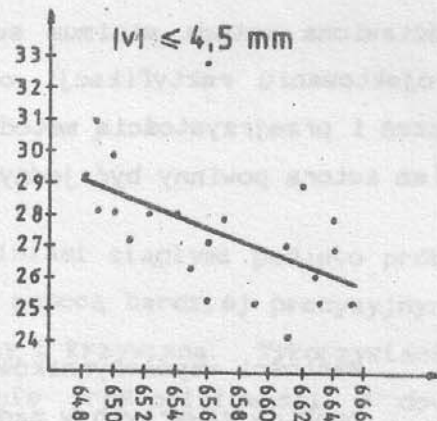
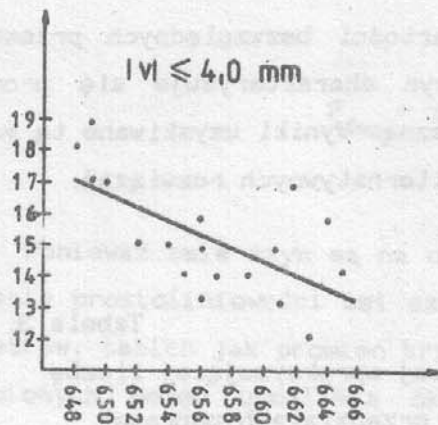


e)



f)

Rys. 6a - f. Zależność pomiędzy liczbą punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek a sumą wartości bezwzględnych przesunięć



Rys. 6g - 1. Zależność pomiędzy liczbą punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek a sumą wartości bezwzględnych przesunięć

Przedstawiona metoda minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć w projektowaniu rektyfikacji osi szyn charakteryzuje się prostotą obliczeń i przejrzystością metodologiczną. Wyniki uzyskiwane tą metodą zdaniem autora powinny być jednym z alternatywnych rozwiązań.

Tabela 3.

Wartości współczynników prostej aproksymującej liczbę punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek

Lp.	Przedział poprawek rektyfikacyjnych w [mm]	Współczynnik kierunkowy prostej	Współczynnik przesunięcia prostej
1	2	3	4
1	$-1,0 \leq v \leq 1,0$	-0,1640	115,138
2	$-1,5 \leq v \leq 1,5$	-0,2250	158,823
3	$-2,0 \leq v \leq 2,0$	-0,2150	155,164
4	$-2,5 \leq v \leq 2,5$	-0,2069	153,182
5	$-3,0 \leq v \leq 3,0$	-0,2126	159,697
6	$-3,5 \leq v \leq 3,5$	-0,2297	173,757
7	$-4,0 \leq v \leq 4,0$	-0,2066	160,877
8	$-4,5 \leq v \leq 4,5$	-0,1858	149,465
9	$-5,0 \leq v \leq 5,0$	-0,1743	144,434
10	$-10,0 \leq v \leq 10,0$	-0,0582	87,580
11	$-15,0 \leq v \leq 15,0$	0,0981	4,881
12	$-20,0 \leq v \leq 20,0$	0,0189	54,597

2.4. Odchyłka osi szyny od prostoliniowości

Dopuszczalną odchyłkę osi szyny od prostoliniowości w płaszczyźnie poziomej oblicza się z zależności (13) podanej w pracy [20]:

3. METODY DRĄGOWAN ANALITYCZNY DLA APROKSIMACJI OSI SZYN
 WIELOWIĄZANIE

$$P_{\text{dop.}} = \pm \frac{K \Delta x}{r} \quad (13)$$

Ponieważ osie szyn są na ogół liniami ciągłymi podjęto próbę wyrażenia prostoliniowości osi szyn za pomocą bardziej precyzyjnych parametrów, takich jak promień krzywizny i krzywizna. Wykorzystanie wymienionych pojęć umożliwia określenie prostoliniowości w dowolnym punkcie linii opisanej funkcją ciągłą. Ponieważ oś szyny w przybliżeniu jest linią prostą stąd promień krzywizny przyjmuje wartość dążącą do nieskończoności a krzywizna wartość bliską zeru. Dlatego posługiwanie się pojęciami promienia krzywizny i krzywizną w odniesieniu do osi szyn nie zdało egzaminu. Wynikły praktyczne kłopoty z interpretacją numeryczną niektórych wielkości, na przykład wartość promienia krzywizny dla linii prostej. Stąd mimo wszystko celowym wydaje się posługiwanie wzorem (14) lub (15). Rzeczywistą odchyłkę osi szyny od prostoliniowości oblicza się z zależności (14) podanej w pracy [20]:

$$P_i = \frac{y_{e_{i+1}} - y_{e_{i-1}}}{x_{e_{i+1}} - x_{e_{i-1}}} - \frac{(y_{e_{i+1}} - y_{e_{i-1}})(x_{e_i} - x_{e_{i-1}})}{x_{e_{i+1}} - x_{e_{i-1}}} \quad (14)$$

którą można przedstawić w dogodniejszej postaci (15):

$$P = \frac{(x_{e_{i+1}} - x_{e_{i-1}})(y_{e_i} - y_{e_{i-1}}) - (y_{e_{i+1}} - y_{e_{i-1}})(x_{e_i} - x_{e_{i-1}})}{x_{e_{i+1}} - x_{e_{i-1}}} \quad (15)$$

gdzie odpowiednie czynniki mają korespondujące ze sobą indeksy.

3. METODY OPRACOWAŃ ANALITYCZNYCH DLA APROKSYMACJI OSI SZYN WIELOMIANAMI

3.1. Wprowadzenie

Poniżej podano propozycję nowej metody projektowania przebiegu osi szyn w stosunku do stanu istniejącego z wykorzystaniem aproksymacji wielomianowej.

Można wyróżnić dwie metody aproksymacji osi szyn wielomianami w zależności od kryterium liczby segmentów w badanym zakresie.

Metoda I - aproksymacja wielomianowa jednosegmentowa wielomianem algebraicznym dowolnego stopnia.

Metoda II - aproksymacja wielomianowa wielosegmentowa wielomianem algebraicznym trzeciego stopnia.

3.2. Założenia

Przyjęto następujące założenia:

- osie szyn mogą mieć przebieg krzywoliniowy w pewnych dopuszczalnych granicach wyznaczonych przez odpowiednie mimośrodki [N8],
- dopuszczalne są odchyłki od prostoliniowości osi szyn w płaszczyźnie poziomej [35, N3, N8, N11].

3.3. Wielomian aproksymujący

W niniejszej pracy korzystano z aproksymacji zwykłymi wielomianami algebraicznymi w postaci:

$$w(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (16)$$

Wybór tej postaci wielomianu wynika z prostoty obliczeń oraz uniwersalności zastosowań. Inne wielomiany o szczególnych własnościach, na

przykład wielomiany ortogonalne Czebyszewa narzucają dodatkowe założenia komplikujące możliwości ich zastosowań.

W rozdziale 3.4. przedstawiono zalety i wady wielomianów kolejnych stopni, natomiast w rozdziale 3.5. algorytmizację funkcji sklepanych na dowolnych segmentach danego zakresu.

3.4. Ocena przydatności wielomianów kolejnych stopni

Poniżej przedstawiono zalety i wady stosowania wielomianów kolejnych stopni do aproksymacji poziomego przebiegu osi szyn podsuwnicowych. Przykłady zastosowań przedstawiono w formie graficznej z podaniem wybranych parametrów liczbowych.

1. Wielomian stopnia pierwszego:

$$w(x) = a_1 x + a_0 \quad (17)$$

został przedstawiony w rozdziale 2.2. oraz graficznie na rys. 3.

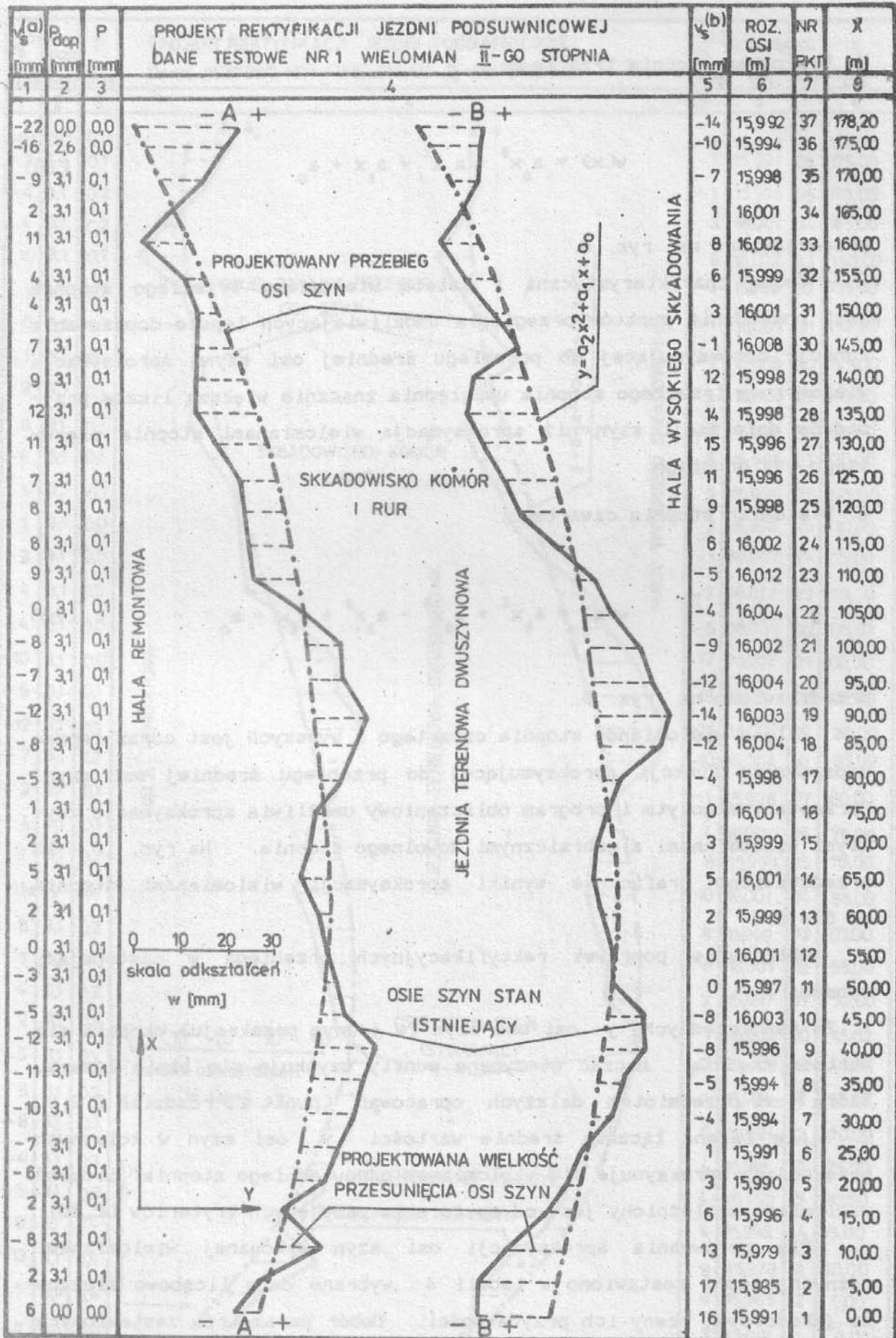
Jest on zalecany [N11] i stosowany przez wielu autorów [8,10,11, 16,17]. Jego zaletą jest zerowa wartość odchyłki projektowanych osi szyn od prostoliniowości, a wadą często nie spełnienie warunku o dopuszczalnym mimośrodku osi szyn i belek oraz stosunkowo duże wartości poprawek (nakładu pracy) w porównaniu do wartości poprawek dla osi aproksymowanych wielomianami wyższych stopni.

2. Wielomian stopnia drugiego:

$$w(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (18)$$

przedstawiono na rys. 7.

Cechą charakterystyczną wielomianu drugiego stopnia jest kształt paraboliczny bez punktu przegięcia. W szczególnych przypadkach gdy jezdnia ma kształt zbliżony do paraboli, wykorzystanie do aproksymacji wielomianu drugiego stopnia umożliwia zachowanie dopuszczalnego mimośrodu przy minimalnej odchyłce od prostoliniowości.



Rys. 7. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 2-go stopnia

3. Wielomian stopnia trzeciego:

$$w(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (19)$$

przedstawiono na rys. 8.

Cechą charakterystyczną i zaletą wielomianu trzeciego stopnia jest posiadanie punktów przegięcia umożliwiających lepsze dopasowanie funkcji aproksymującej do przebiegu średniej osi szyn. Aproksymacja wielomianem trzeciego stopnia uwzględnia znacznie większą liczbę przypadków deformacji szyn niż aproksymacja wielomianami stopnia pierwszego czy drugiego.

4. Wielomian stopnia czwartego:

$$w(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (20)$$

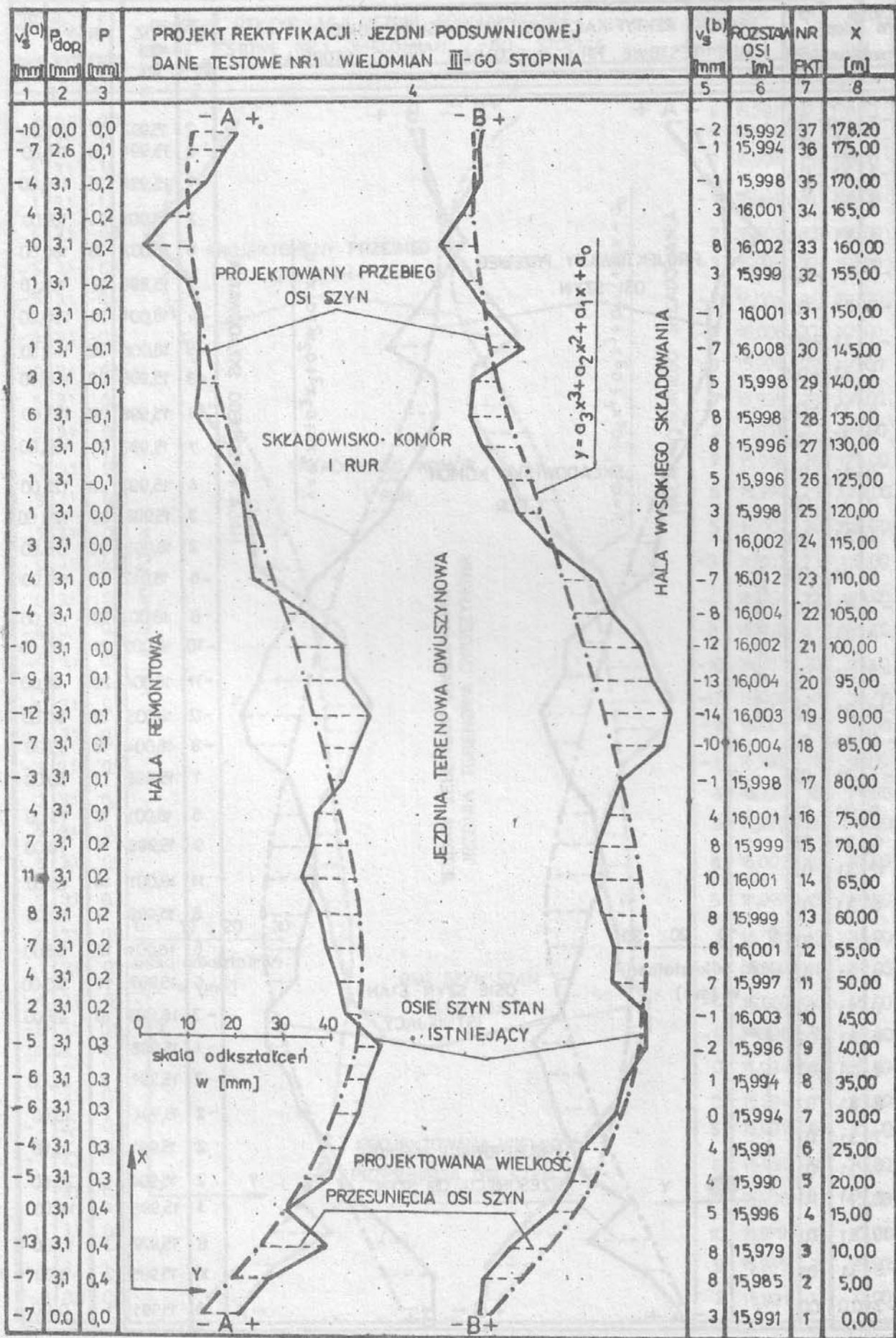
przedstawiono na rys. 9.

Zaletą wielomianów stopnia czwartego i wyższych jest coraz lepsze dopasowanie funkcji aproksymującej do przebiegu średniej osi szyn. Opracowany algorytm i program obliczeniowy umożliwia aproksymację zwykłymi wielomianami algebraicznymi dowolnego stopnia. Na rys. 10 + 13 przedstawiono graficznie wyniki aproksymacji wielomianami stopnia od 5 + 8.

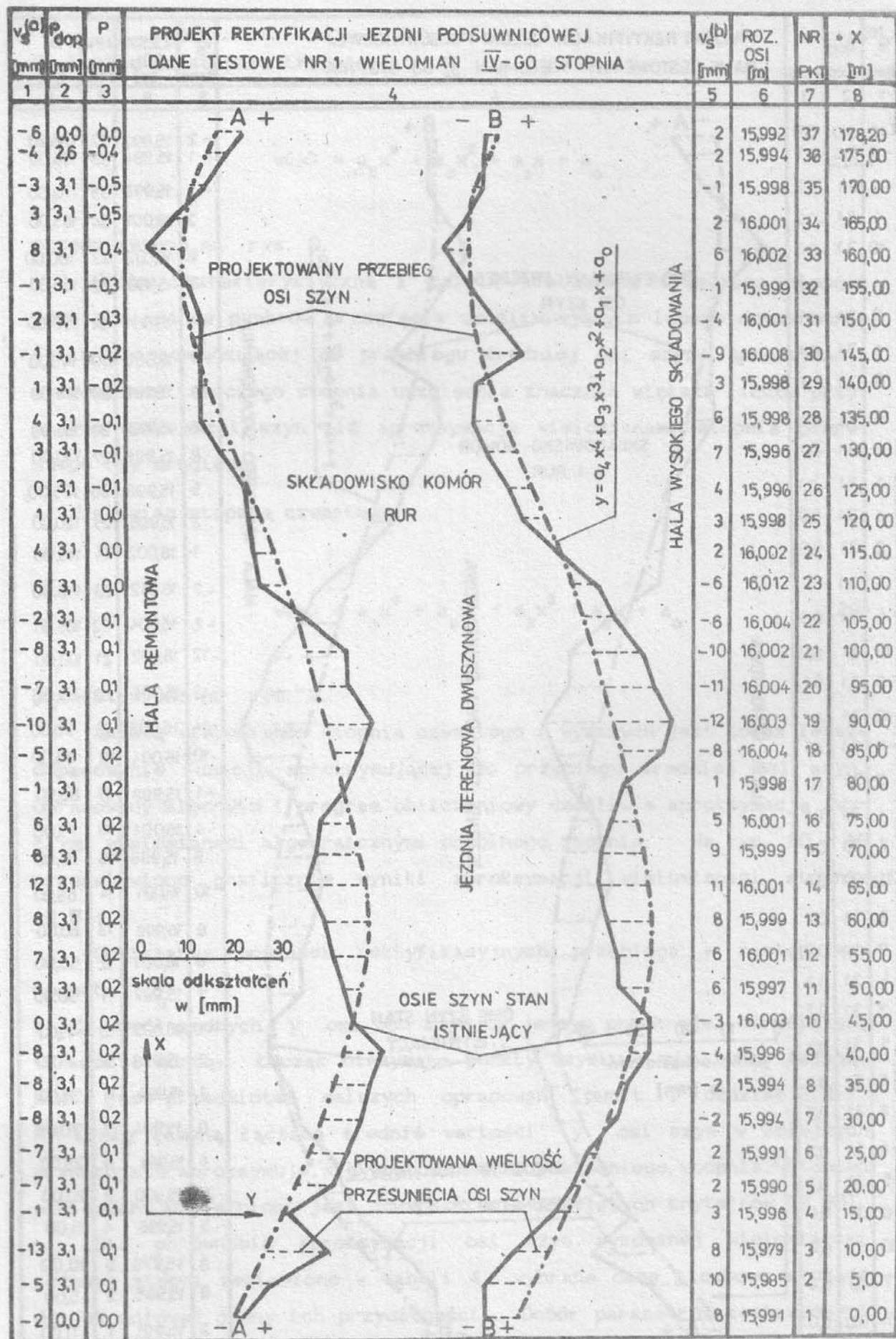
Obliczanie poprawek rektyfikacyjnych przebiega w następujący sposób:

1. Ze współrzędnych y osi obu szyn (w jednym przekroju) określa się wartość średnią. Łącząc otrzymane punkty uzyskuje się linię łamaną, która jest przedmiotem dalszych opracowań (punkt 1., rozdział 2.2.).
2. Linię łamaną łączącą średnie wartości y osi szyn w kolejnych przekrojach aproksymuje się wielomianem odpowiedniego stopnia. Stopień wielomianu uzależniony jest od spełnienia przyjętych kryteriów [2,35].

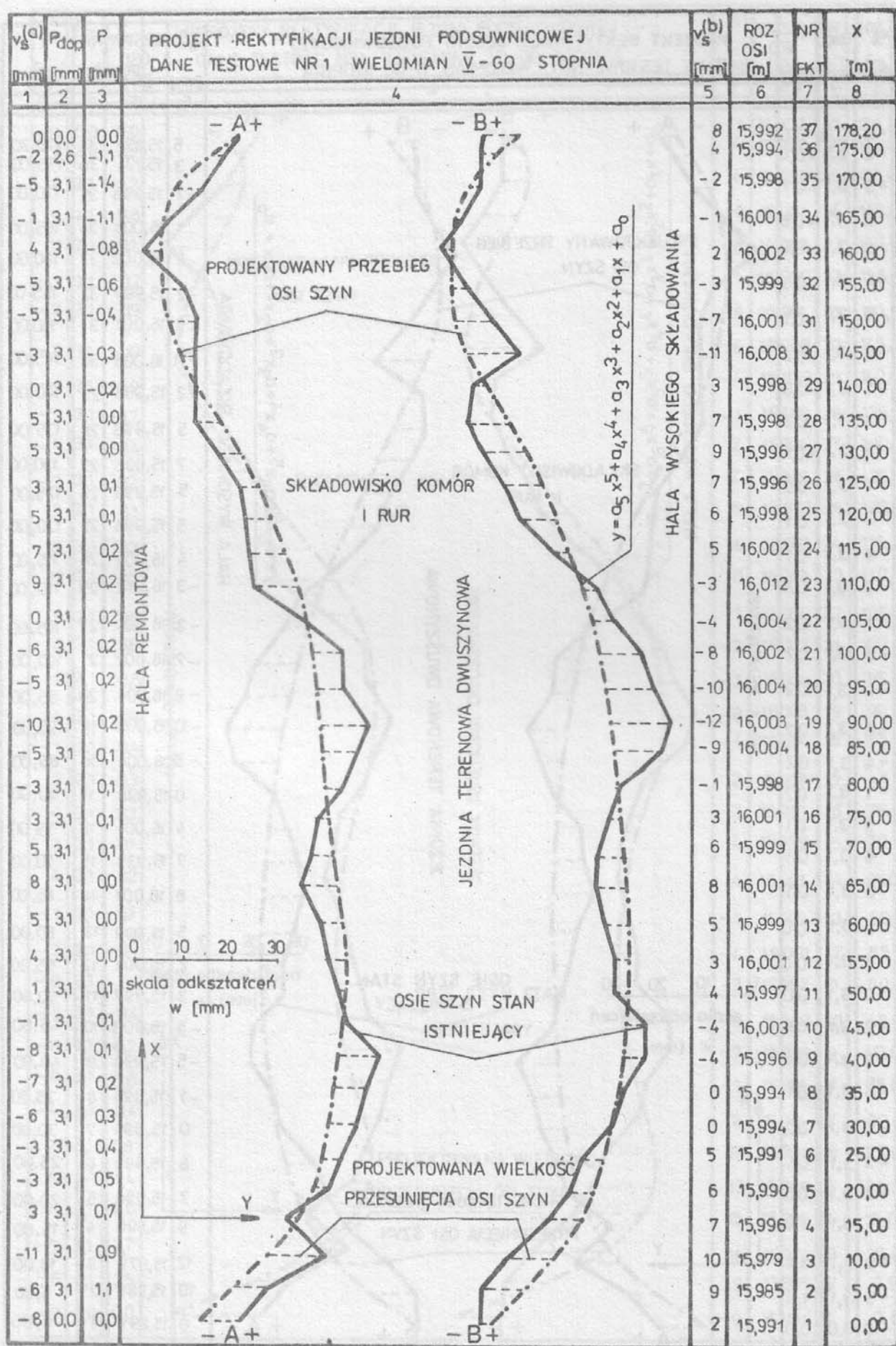
Dla porównania aproksymacji osi szyn wykonanej wielomianami różnych stopni zestawiono w tabeli 4 wybrane dane liczbowe służące do jakościowej oceny ich przydatności. Dobór parametrów zestawionych w tabeli 4 wynika z konieczności wykonania oceny jakościowej uzyska-



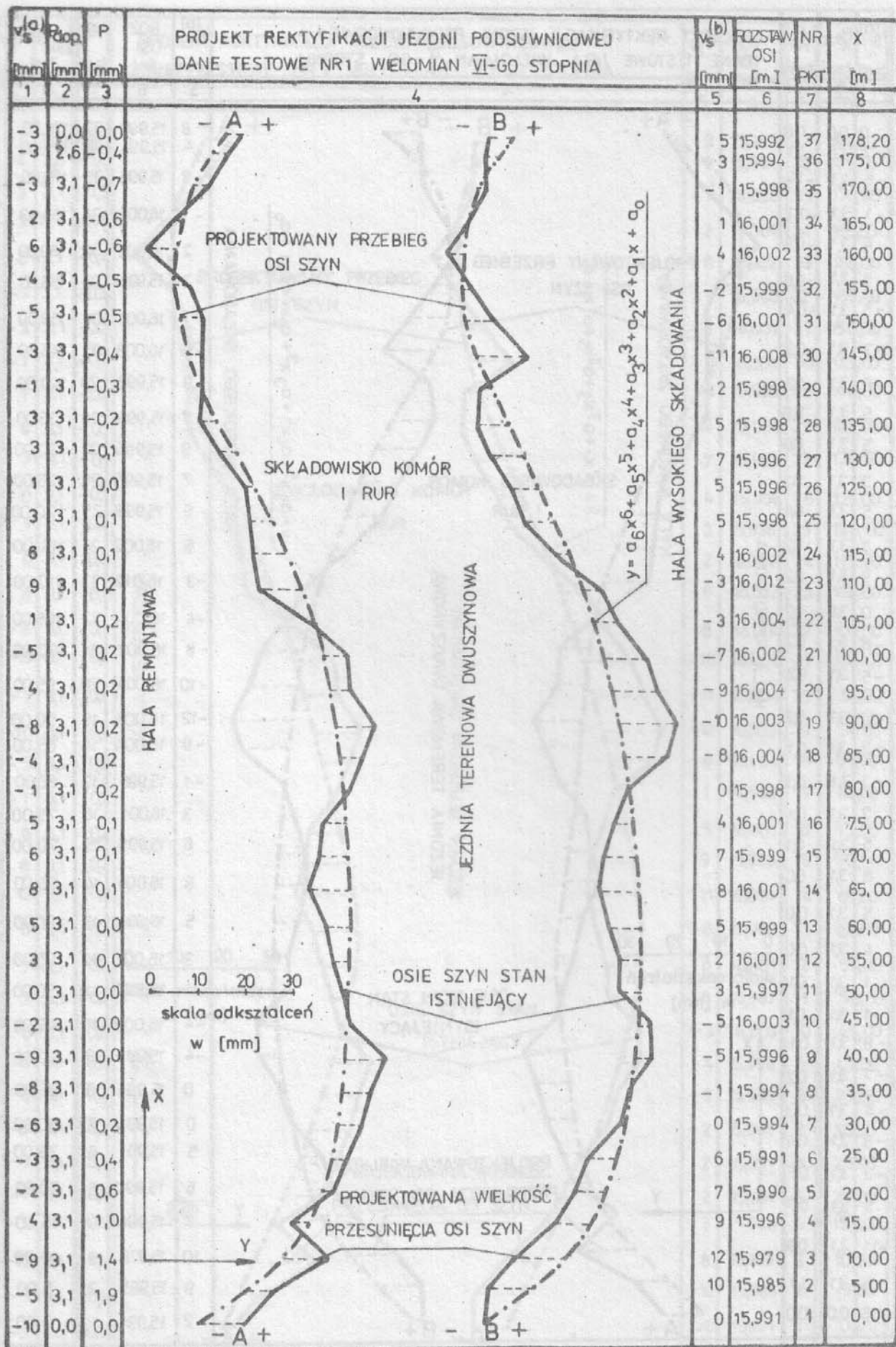
Rys. 8. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 3-go stopnia



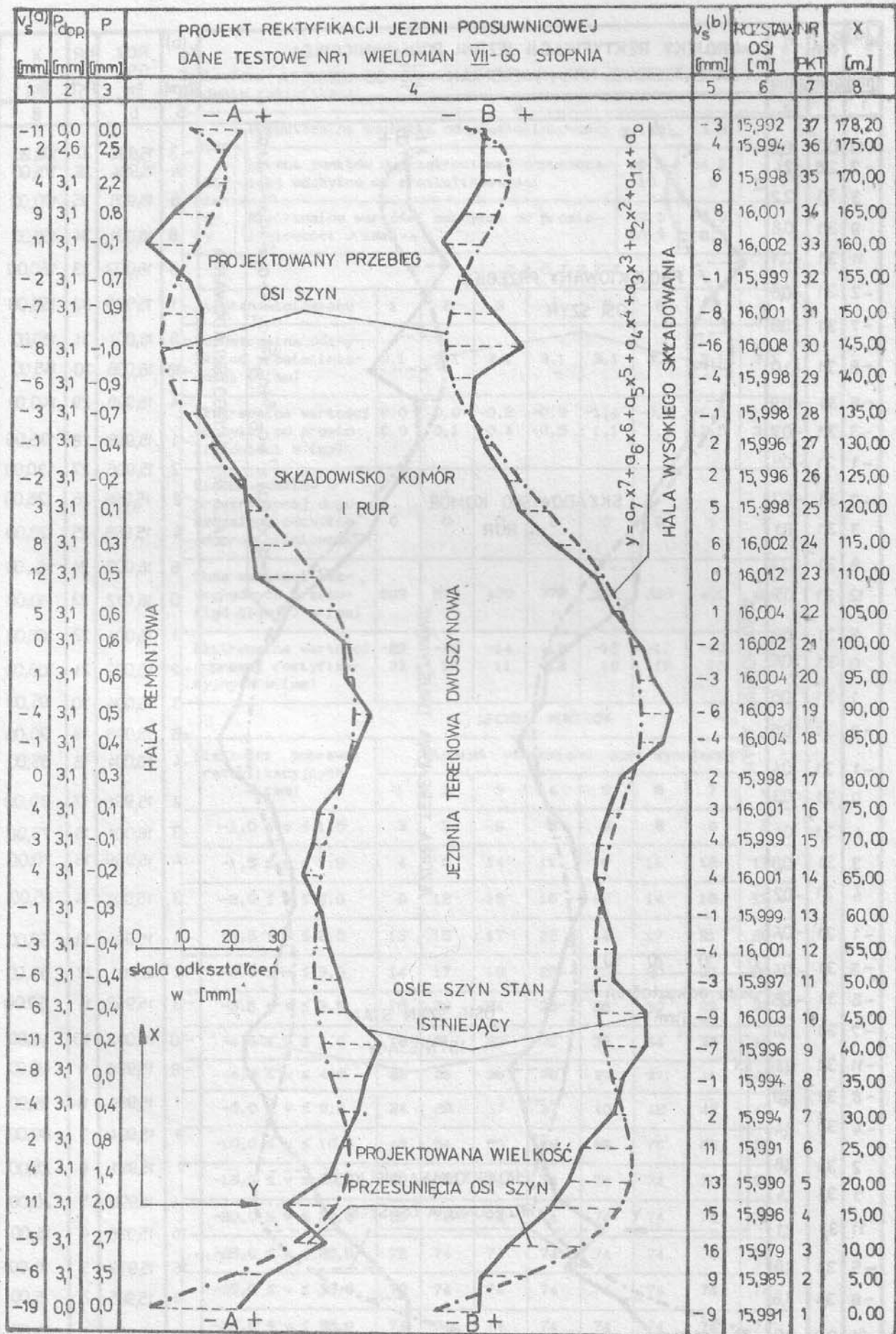
Rys. 9. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 4-go stopnia



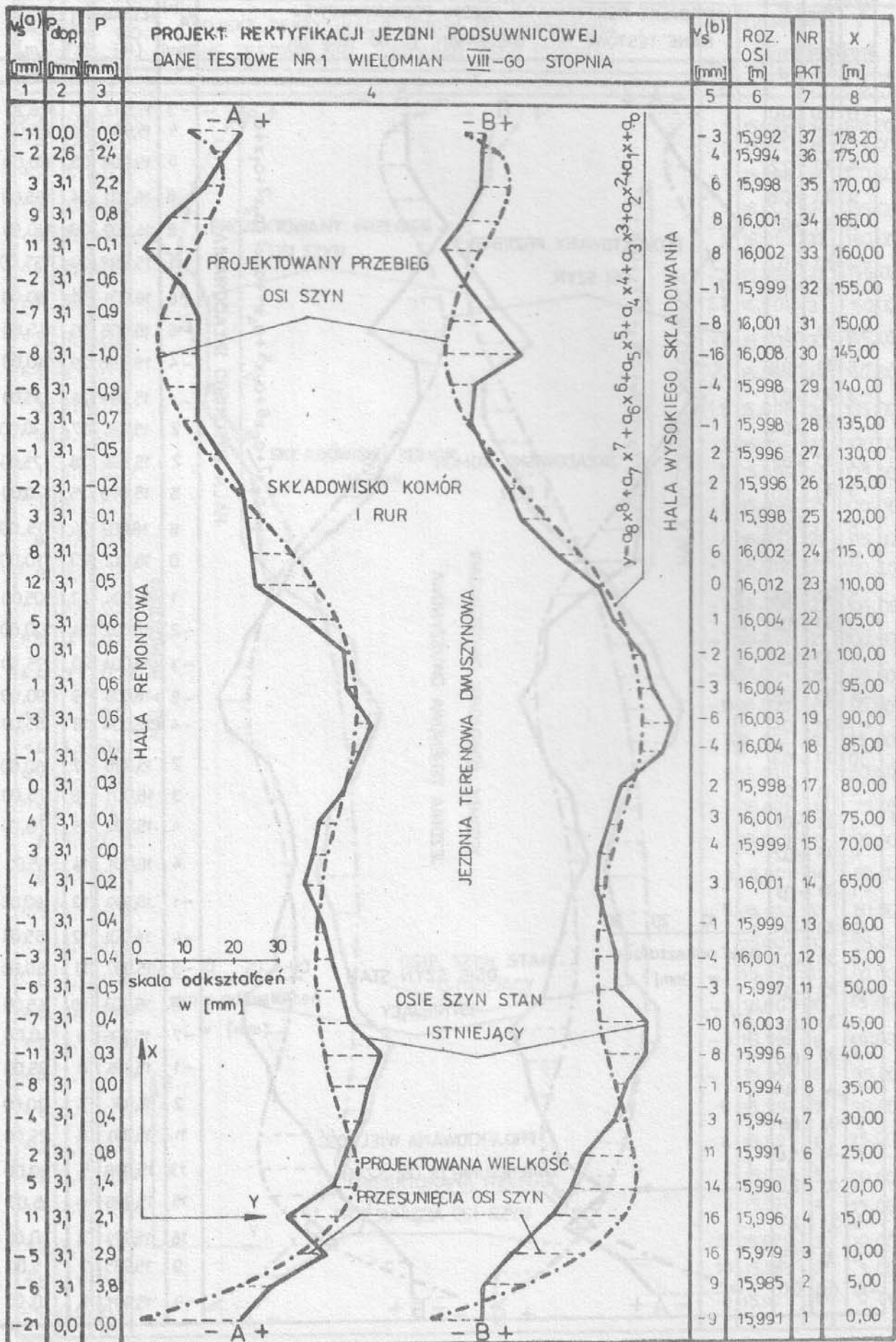
Rys. 10. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 5-go stopnia



Rys. 11. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 6-go stopnia



Rys. 12. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 7-go stopnia

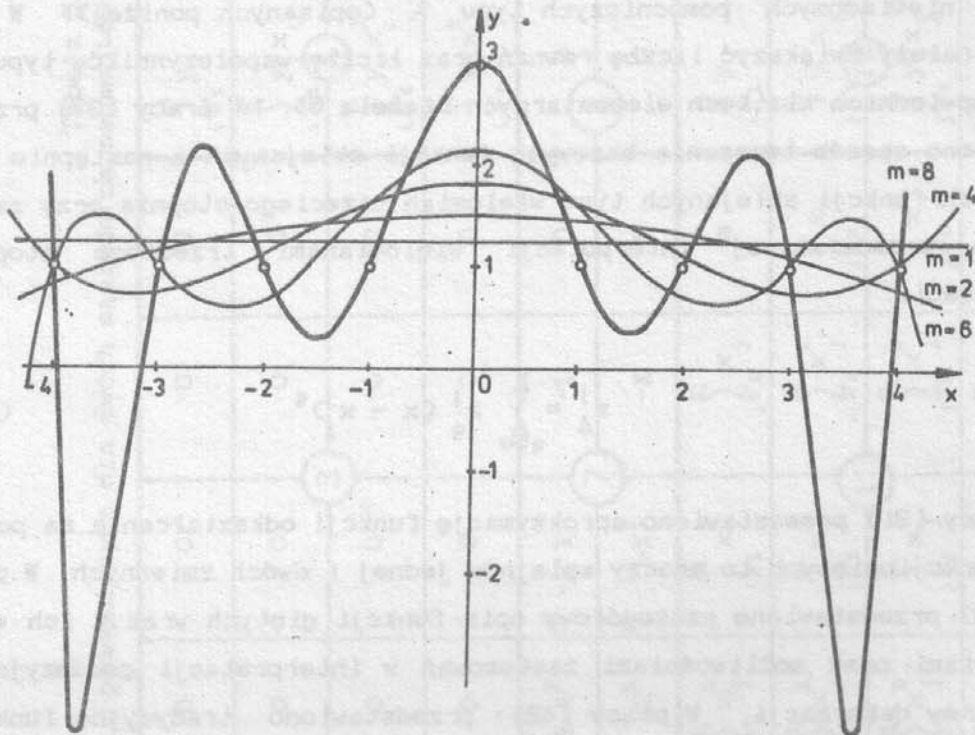


Rys. 13. Projekt rektyfikacji osi szyn z wykorzystaniem wielomianu 8-go stopnia

nych wariantów projektu rektyfikacji. W praktyce na ogół stosuje się znacznie uproszczony schemat oceny jednego projektu rektyfikacji podając uzyskane parametry w porównaniu do wymagań normowych. Podane w tabeli 4 parametry takie jak: suma wartości bezwzględnych przesunięć, ekstremalne wartości odchyłek od protoliniowości, ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych i podział poprawek na przedziały umożliwiają kompleksową ocenę różnych wariantów projektu rektyfikacji.

Z danych zestawionych w tabeli 4 wynika, że wielomian stopnia szóstego jest wielomianem najwyższego stopnia spełniającym warunek o dopuszczalnej strzałce ugięcia w płaszczyźnie poziomej. Aproksymacja wielomianami wyższych stopni nie spełnia już wszystkich zadanych warunków i nie może być wykorzystana do procesu rektyfikacji osi szyn dla analizowanego zestawu danych. Należy zwrócić uwagę na sumę wartości bezwzględnych przesunięć uzyskaną przy aproksymacji wielomianami kolejnych stopni. Największą wartość uzyskano dla aproksymacji linią prostą a najmniejszą dla aproksymacji wielomianem szóstego stopnia. Dla wielomianów siódmego i ósmego stopnia suma wartości bezwzględnych przesunięć wzrasta w stosunku do aproksymacji wielomianem szóstego stopnia. Ta pozorna sprzeczność wynika z gorszego dopasowania wielomianów siódmego i ósmego stopnia na końcach jezdni podsuwnicowej co bardzo wyraźnie widać na rysunkach nr 12 i nr 13. Z powyższego wynika, że najbardziej odpowiednie do aproksymacji osi szyn są wielomiany trzeciego i czwartego stopnia. Na rys. 14 zaczerpniętym z pracy [6] przedstawiono graficznie aproksymację wielomianami różnych stopni do wielomianu interpolującego łącznie. Duża zmienność lokalna aproksymowanych danych wymaga stosowania wielomianów odpowiednio wysokiego stopnia aby uzyskać żądane przybliżenie w punktach węzłowych. Jednak za cenę takiego przybliżonego dopasowywania wartości wielomianu w punktach węzłowych otrzymuje się coraz gorsze przybliżenie pomiędzy punktami węzłowymi to znaczy, że wielomiany coraz wyższego stopnia mają tendencję do coraz większego "falowania".

Dla jeszcze lepszego dopasowania projektowanego przebiegu osi szyn do stanu istniejącego przedstawiono poniżej opracowaną przez autora metodę aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia.



Rys. 14. Aproksymacja wielomianami różnych stopni do wielomianu interpolującego włącznie.

3.5. Aproksymacja wielosegmentowa wielomianami trzeciego stopnia.

W wielu pracach [5,9,37,38,39,42] podaje się przykłady zastosowań funkcji sklejanych tak zwanych splajnów (z języka angielskiego spline). Splajny są szczególnym przypadkiem interpolacji i w omawianym w niniejszej pracy zagadnieniu mogą być wykorzystane do przedstawiania wyników pomiarów (istniejącego stanu geometrycznego jezdni podsuwnicowej) funkcją ciągłą, a nie dyskretną gdyż funkcja ciągła lepiej oddaje rzeczywisty przebieg osi szyn. Splajny przechodzą przez dwa kolejne punkty węzłowe przy warunku odpowiednio gładkiego przejścia do następnego odcinka. W pracy [9] przedstawiono możliwości wprowadzenia dodatkowych warunków dla aproksymacji wielomianami trzeciego stopnia. Warunki są pewnymi ograniczeniami dla procesu aproksymacji wynikającymi z różnorodności zastosowań. W niniejszym opracowaniu istnieje także możliwość wprowadzenia dalszych warunków ograniczających za po-

mocą niewiadomych pomocniczych typu λ (opisanych poniżej). W tym celu należy zwiększyć liczbę równań oraz liczbę współczynników typu λ w odpowiednich klatkach elementarnych (tabela 5). W pracy [37] przedstawiono sposób tworzenia bazowych funkcji sklejanych a następnie dowolnych funkcji sklejanych typu wielomian trzeciego stopnia przy założeniu przedziałowej interpolacji wielomianami trzeciego stopnia o postaci:

$$s_{\Delta}^j = \sum_{q=0}^3 a_q^j (x - x_j)^q \quad (21)$$

W pracy [31] przedstawiono aproksymację funkcji odkształcenia za pomocą funkcji giętych to znaczy splajnów jednej i dwóch zmiennych. W pracy [6] przedstawiono szczegółowy opis funkcji giętych wraz z ich własnościami oraz możliwościami zastosowań w interpretacji geodezyjnych pomiarów deformacji. W pracy [42] przedstawiono tradycyjne funkcje sklepane będące wielomianami trzeciego stopnia oraz ich modyfikacje ze względu na parametryzację współczynników.

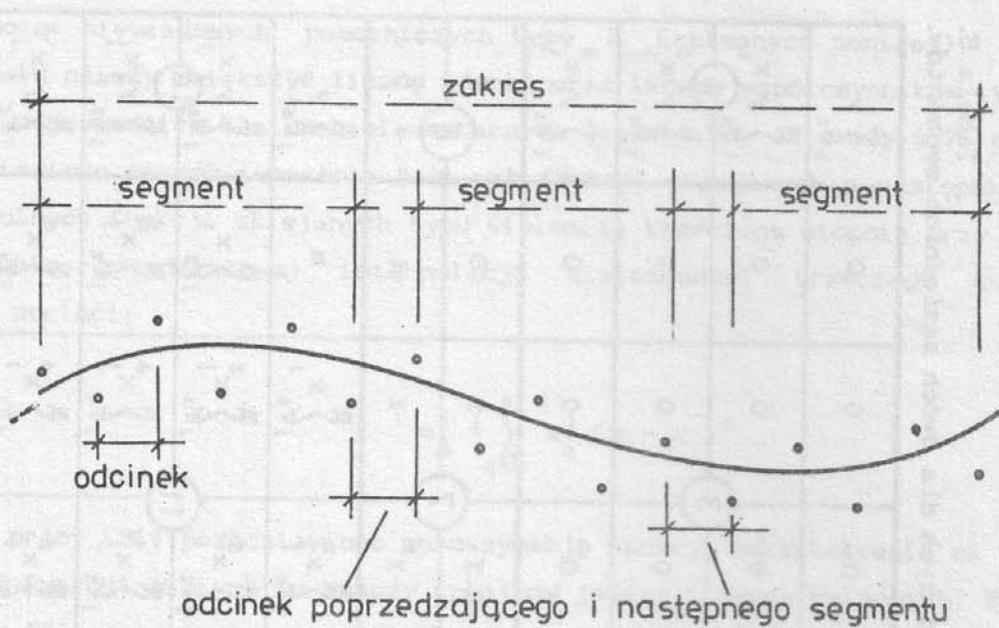
W niniejszej pracy nie użyto takiej przedziałowej (21) postaci wielomianu trzeciego stopnia ani też tradycyjnych splajnów trzeciego stopnia, ale przedstawiono opracowaną odmienną aproksymację segmentową zwyczajnymi algebraicznymi wielomianami trzeciego stopnia na co najmniej pięciu punktach węzłowych. Opracowany algorytm i program obliczeniowy umożliwiają podział rozpatrywanego zakresu na dowolną ustaloną liczbę segmentów, w których odbywa się aproksymacja albo interpolacja zwyczajnymi algebraicznymi wielomianami trzeciego stopnia.

W pracy przyjęto następujące nazewnictwo: odcinek - jest to odległość pomiędzy sąsiednimi punktami węzłowymi. Zbiór kolejnych odcinków nazywa się segmentem. Zbiór kolejnych (wszystkich) segmentów daje rozpatrywany zakres. Celowo zrezygnowano z pojęcia przedział ze względu na wieloznaczność interpretacji w literaturze. W niniejszym opracowaniu słowo przedział (w sensie elementarnym) może być użyte zamiast określenia odcinek. Sens geometryczny podanych określeń przedstawiono na rys. 15.

Przy takiej interpretacji mogą istnieć odcinki będące częściową sumą segmentu poprzedzającego i następnego. Dla celów projektowania rektyfikacji jezdni podsuwnicowych przydatne są metody aproksymacyjne,

Tabela 5.
Zestawienie wartości współczynników przy niewiadomych głównych i pomocniczych dla dwóch sąsiednich segmentów.

$\sum_{i=1}^n x_i^3$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i$	n	0	0,5	0	0	0	0	0	0	$\sum_{i=1}^n y_i$
$\sum_{i=1}^n x_i^4$	$\sum_{i=1}^n x_i^3$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i$	0,5	0,5 X	0	0	0	0	0	0	$\sum_{i=1}^n y_i x_i$
$\sum_{i=1}^n x_i^5$	$\sum_{i=1}^n x_i^4$	$\sum_{i=1}^n x_i^3$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	X	0,5 X ²	0	0	0	0	0	0	$\sum_{i=1}^n y_i x_i^2$
$\sum_{i=1}^n x_i^6$	$\sum_{i=1}^n x_i^5$	$\sum_{i=1}^n x_i^4$	$\sum_{i=1}^n x_i^3$	1,5 X ²	0,5 X ³	0	0	0	0	0	0	$\sum_{i=1}^n y_i x_i^3$
$3 X^2$	$2 X$	1	0	0	0	$-3 X^2$	$-2 X$	-1	0	0	0	0
X^3	X^2	X	1	0	0	$-X^3$	$-X^2$	$-X$	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	-0,5	$\sum_{j=1}^m x_j^3$	$\sum_{j=1}^m x_j^2$	$\sum_{j=1}^m x_j$	m	$\sum_{j=1}^m y_j$	0	$\sum_{j=1}^m y_j$
0	0	0	0	-0,5	-0,5 X	$\sum_{j=1}^m x_j^4$	$\sum_{j=1}^m x_j^3$	$\sum_{j=1}^m x_j^2$	$\sum_{j=1}^m x_j$	$\sum_{j=1}^m y_j x_j$	0	$\sum_{j=1}^m y_j x_j$
0	0	0	0	-X	-0,5 X ²	$\sum_{j=1}^m x_j^5$	$\sum_{j=1}^m x_j^4$	$\sum_{j=1}^m x_j^3$	$\sum_{j=1}^m x_j^2$	$\sum_{j=1}^m y_j x_j^2$	0	$\sum_{j=1}^m y_j x_j^2$
0	0	0	0	-1,5 X ²	-0,5 X ³	$\sum_{j=1}^m x_j^6$	$\sum_{j=1}^m x_j^5$	$\sum_{j=1}^m x_j^4$	$\sum_{j=1}^m x_j^3$	$\sum_{j=1}^m y_j x_j^3$	0	$\sum_{j=1}^m y_j x_j^3$



Rys. 15. Schemat podziału zakresu na segmenty i odcinki

które umożliwiają zaprojektowanie przebiegu osi jezdni spełniającego zadane warunki techniczne. Opracowano segmentową metodę aproksymacji osi jezdni podsuwnicowych wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia na co najmniej pięciu punktach każdy. Przyjęto założenie równości wartości sąsiednich wielomianów trzeciego stopnia w punktach łączenia (31), a ponadto równości pierwszych pochodnych w tych punktach (32). Są to niezbędne warunki aby połączenie wielomianów trzeciego stopnia sąsiednich segmentów było odpowiednio gładkie. Aproksymacja funkcji danej dyskretnie zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi na pojedynczych segmentach nie musi koniecznie uwzględniać zagadnień aproksymacji pochodnych dowolnego rzędu, co jest wystarczające dla potrzeb zastosowań. W przypadku aproksymacji wielosegmentowej istnieje konieczność uwzględnienia ze względów technicznych równości pochodnych do pierwszego rzędu włącznie, ale tylko w punktach łączenia. W celu rozwiązania tak postawionego zagadnienia ułożono algorytm do budowy układu równań umożliwiającego obliczanie współczynników wielomianów trzeciego stopnia na podstawie zależności funkcyjnej:

$$\begin{aligned}
F(a_9, \dots, a_0, b_9, \dots, b_0) = & \sum_{i=1}^n (a_9 x_i^9 + a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i)^2 + \\
& + \sum_{j=1}^m (b_9 x_j^9 + b_2 x_j^2 + b_1 x_j + b_0 - y_j)^2 + \lambda_1 (3a_9 X^2 + 2a_2 X + a_1 - \\
& - 3b_9 X^2 - 2b_2 X - b_1) + \lambda_2 (a_9 X^9 + a_2 X^2 + a_1 X + a_0 - \\
& - b_9 X^9 - b_2 X^2 - b_1 X - b_0) \longrightarrow \min. \quad (22)
\end{aligned}$$

W tabeli 5 przedstawiono algorytm numeryczny dla dwóch sąsiednich segmentów. Taki sposób przedstawienia algorytmu numerycznego umożliwia wykonanie opisu klatkowego. Klatka elementarna (tabela 5) składa się z następujących części, które opisują wyżej wymienioną aproksymację segmentową zwykłymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia dla dwóch sąsiednich segmentów:

1. Części pierwsza i jedenasta zawierają zestawy współczynników obliczone metodą najmniejszych kwadratów (4) dla dwóch sąsiednich wielomianów trzeciego stopnia, gdzie: $a_r, b_s, \dots, f_t, g_u$ - kolejne niewiadome główne segmentów poprzednich i następnych według tabeli 5 i rys. 16, n i m liczby danych punktów w segmentach poprzedzającym i następnym.

2. Części druga i dziesiąta zawierają zestawy współczynników przy kolejnych niewiadomych pomocniczych dla potrzeb warunków łączenia wielomianów trzeciego stopnia sąsiednich segmentów, które zostały otrzymane z obliczeń pochodnych cząstkowych funkcji (22) $F(a_9, \dots, a_0, b_9, \dots, b_0)$:

$$\frac{\partial(F)}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n (a_9 x_i^9 + a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) + \lambda_2 = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n x_i (a_9 x_i^9 + a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) + \lambda_1 + \lambda_2 X = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^2 (a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) + 2\lambda_1 X + \lambda_2 X^2 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial a_3} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^3 (a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0 - y_i) + 3\lambda_1 X^2 + \lambda_2 X^3 = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial b_0} = 2 \sum_{j=1}^m (b_3 x_j^3 + b_2 x_j^2 + b_1 x_j + b_0 - y_j) - \lambda_2 = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial b_1} = 2 \sum_{j=1}^m x_j (b_3 x_j^3 + b_2 x_j^2 + b_1 x_j + b_0 - y_j) - \lambda_1 - \lambda_2 X = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial b_2} = 2 \sum_{j=1}^m x_j^2 (b_3 x_j^3 + b_2 x_j^2 + b_1 x_j + b_0 - y_j) - 2\lambda_1 X - \lambda_2 X^2 = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial b_3} = 2 \sum_{j=1}^m x_j^3 (b_3 x_j^3 + b_2 x_j^2 + b_1 x_j + b_0 - y_j) - 3\lambda_1 X^2 - \lambda_2 X^3 = 0 \quad (30)$$

3. Części trzecia i dziewiąta zawierają tożsamościowo zera.

4. Części czwarta i dwunasta zawierają zestawy wyrazów wolnych obliczonych metodą najmniejszych kwadratów dla dwóch sąsiednich wielomianów trzeciego stopnia, gdzie n i m - liczby punktów w segmentach poprzedzającym i następnym.

5. Części piąta, szósta, siódma i ósma zawierają odpowiednio przekształcone równania algebraiczne będące warunkami łączenia wielomianów trzeciego stopnia (31) i ich pierwszych pochodnych (32) dla sąsiednich segmentów.

$$a_3 X^3 + a_2 X^2 + a_1 X + a_0 + \lambda_1 0 + \lambda_2 0 - b_3 X^3 - b_2 X^2 - b_1 X - b_0 = 0 \quad (31)$$

$$a_3 3X^2 + a_2 2X + a_1 + a_0 0 + \lambda_1 0 + \lambda_2 0 - b_3 3X^2 - b_2 2X - b_1 - b_0 0 = 0 \quad (32)$$

Współrzędna X punktu łączenia krzywych może przyjmować wartości z przedziału:

$$x_k \leq X \leq x_{k+1} \quad (33)$$

Dobór wartości X uzależniony jest głównie od zachowania dopuszczalnej odchyłki od prostoliniowości. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że zmiana wartości X w granicach odcinka (33) ma minimalny wpływ na wartość odchyłki od prostoliniowości i wartości współczynników sąsiednich wielomianów trzeciego stopnia.

Opisany klatkowy algorytm numeryczny (tabela 5) umożliwia podział zakresu na dowolną liczbę segmentów przy ograniczeniu, że w jednym segmencie są co najmniej cztery punkty węzłowe (trzy odcinki), wtedy wykonuje się w danym segmencie interpolację. Liczba punktów w segmencie nie jest ograniczona. W szczególnym przypadku segment może pokrywać się z zakresem i wtedy otrzymuje się zwykłą aproksymację jednosegmentową wielomianem trzeciego stopnia (rozdział 3.4., rys. 8).

Na rys. 16 przedstawiono schematycznie zasadę łączenia klatek elementarnych (tabela 5) w celu uzyskania układu równań odpowiadającego ustalonemu zakresowi.

Cechą charakterystyczną (zaletą) przedstawionego algorytmu jest równoczesność wyznaczania wszystkich niewiadomych (z całego zakresu). Porównując układ równań (4) dla aproksymacji jednosegmentowej z tabelą 5 zawierającą klatkowy opis układu równań dla aproksymacji wielosegmentowej należy zwrócić uwagę na pewne cechy charakterystyczne porównywanych układów równań. Obliczanie współczynników zwyczajnego wielomianu algebraicznego dla układu równań (4) metodą minimum sumy kwadratów wymaga początkowo obliczenia sumacyjnych współczynników układu równań liniowych a następnie przekształceń algebraicznych związanych z samym rozwiązywaniem układu. Dla wielomianów wyższych stopni ogólna liczba oraz wartości współczynników są tak duże, że dalsze operacje algebraiczne są praktycznie niemożliwe [6]. Jest to bardzo istotne ograniczenie w zastosowaniach dla aproksymacji jednosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi wyższych stopni. Obliczanie wartości współczynników układu równań dla aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia również wymaga początkowo obliczania sumacyjnych współczynników, ale o mniejszej liczbie składników niż dla układu równań liniowych (4). Następnie

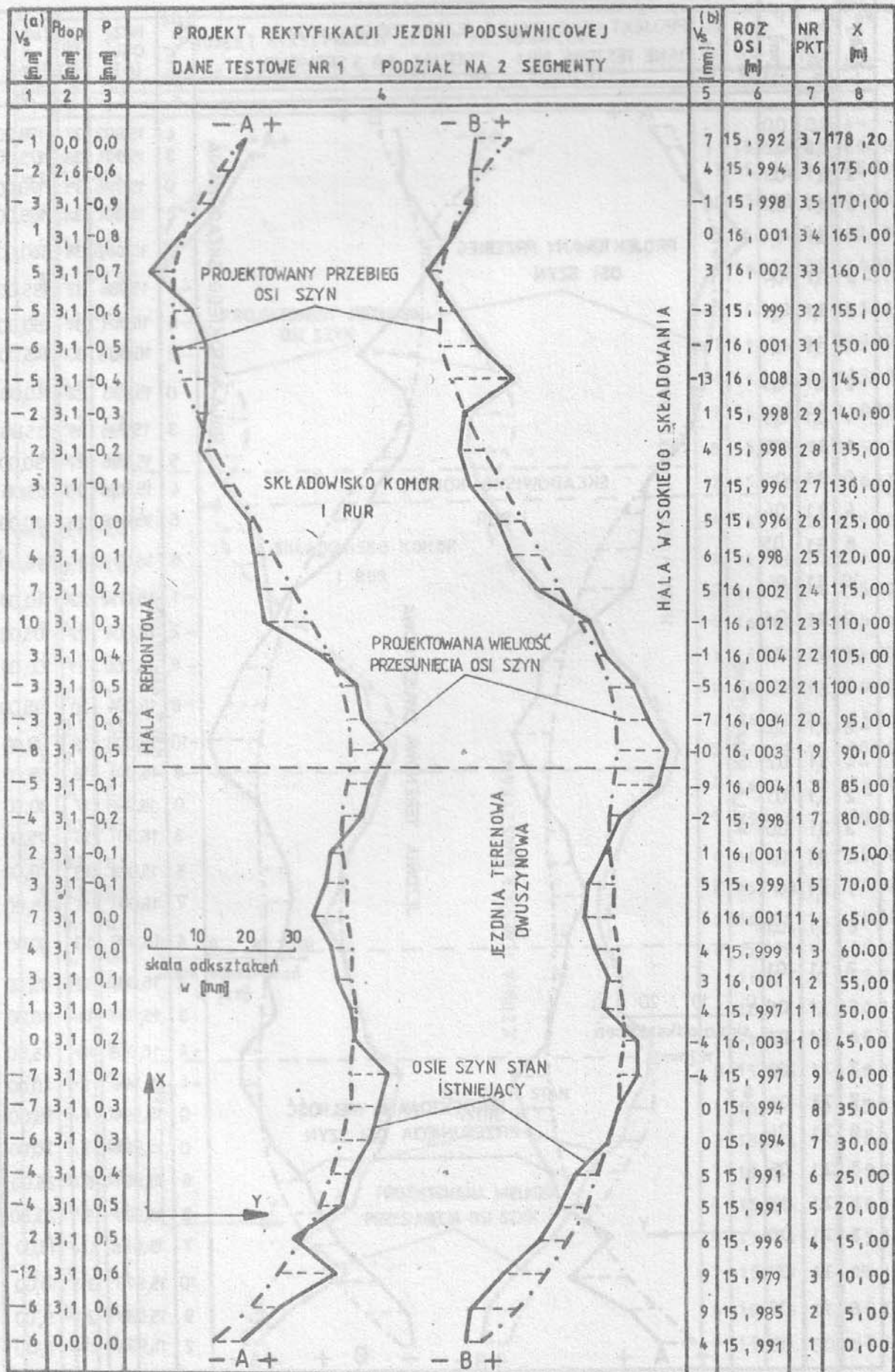
	a°	λ°	b°	λ°	λ°	f°	λ°	g°	1
	1		0		0		0		0	
y°		0		0	0	0	0	0	0	0
	0		2		0		0		0	
y°		0		0		0		0		0
	0		0		⋮		0		0	
y°		0		0		0		0		0
	0		0		0		n-1		0	
y°		0		0		0		0		0
	0		0		0		0		n	

Rys. 16. Schemat łączenia klatek elementarnych.

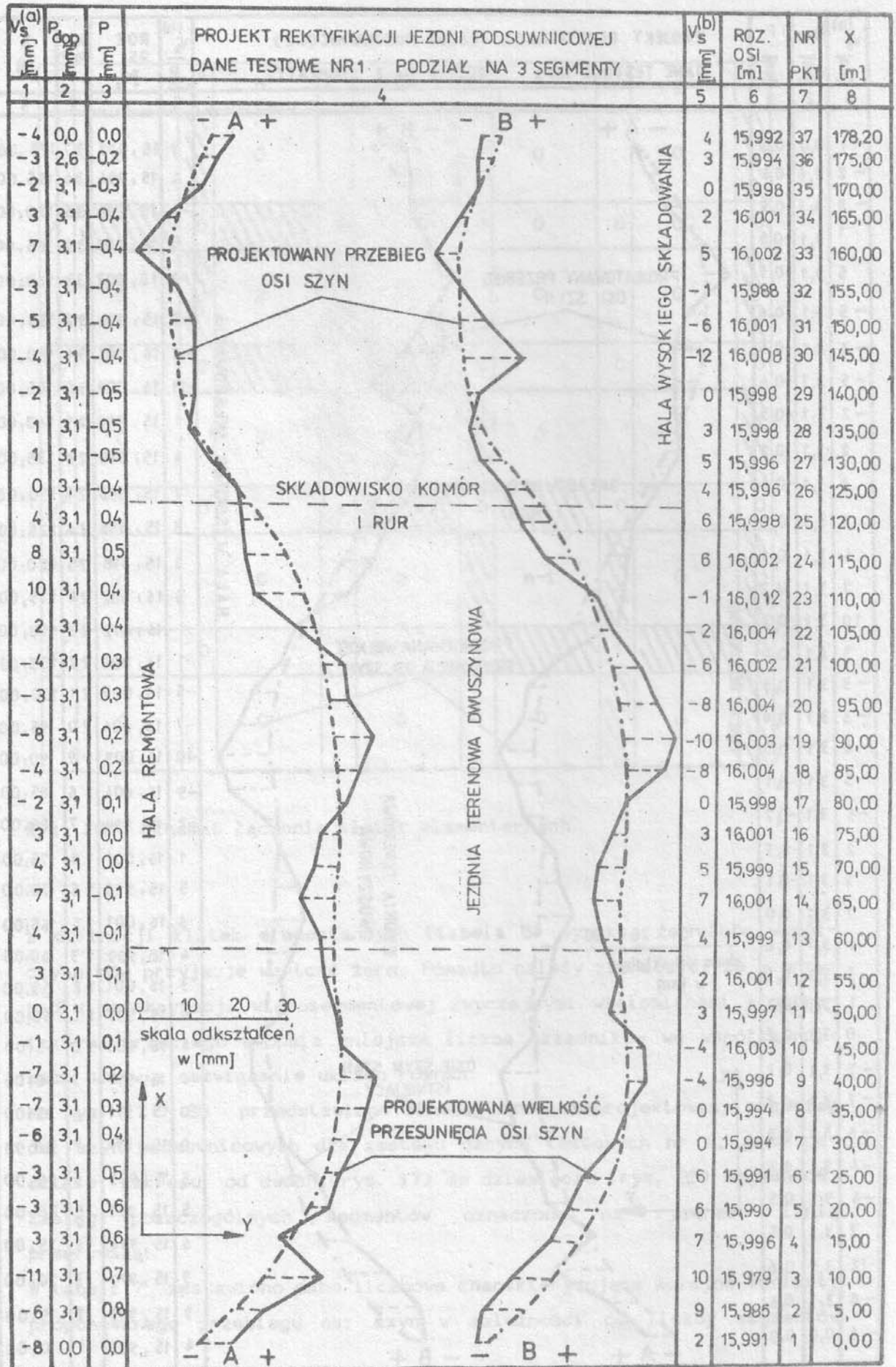
z definicji klatek elementarnych (tabela 5) wynika, że wiele współczynników przyjmuje wartość zero. Ponadto należy zaznaczyć, że w przypadku aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia mniejsza liczba składników we współczynnikach ułatwia rozwiązanie układu równań.

Na rys. 17 - 25 przedstawiono schematycznie zaprojektowany przebieg osi szyn podsuwnicowych dla zestawu danych testowych nr 1, przy podziale zakresu od dwóch (rys. 17) do dziewięciu (rys. 25) segmentów. Zasięg poszczególnych segmentów oznaczono na rysunkach linią przerywaną.

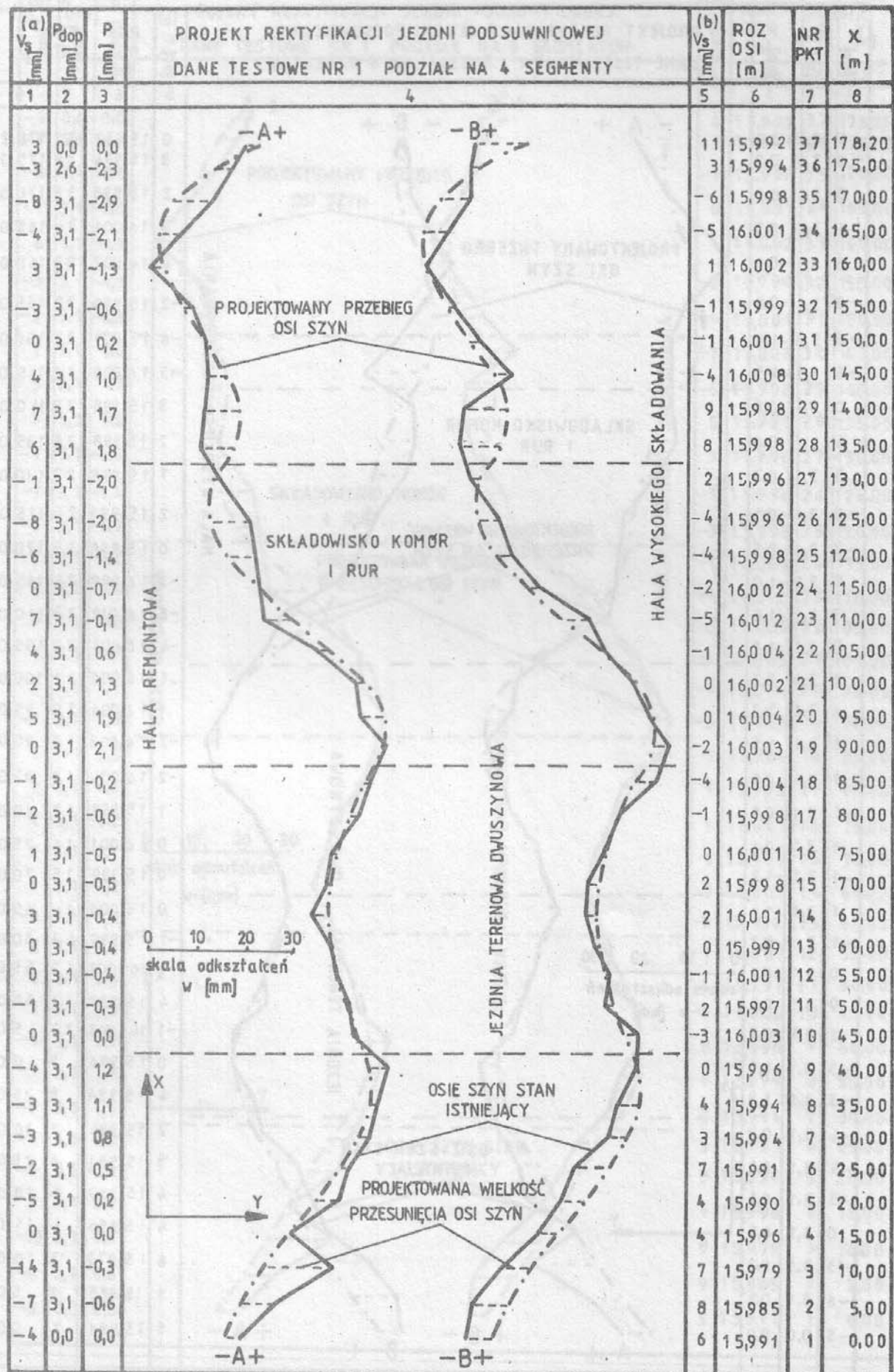
W tabeli 7 zestawiono dane liczbowe charakteryzujące kolejne warianty proponowanego przebiegu osi szyn w zależności od liczby segmentów



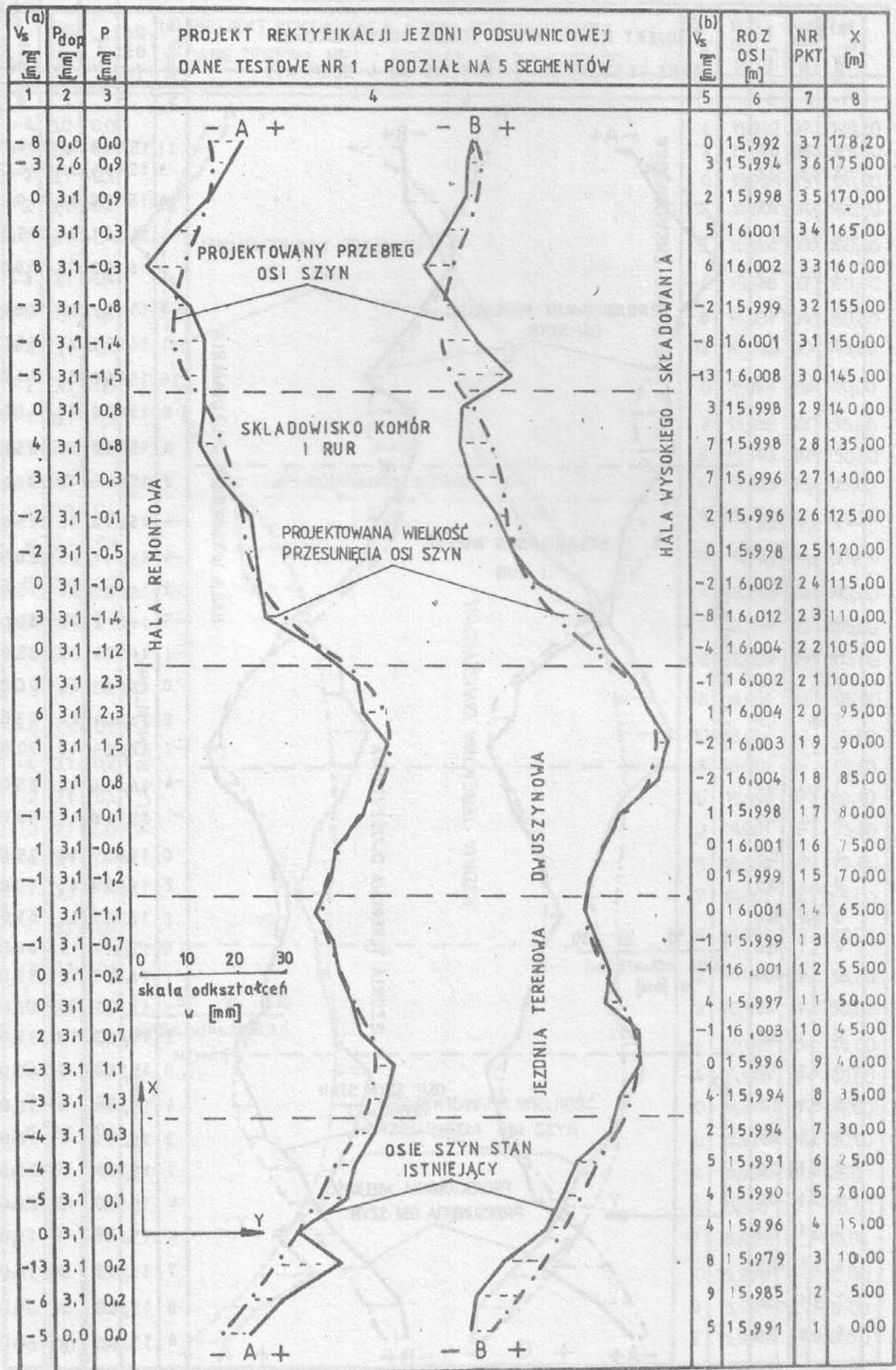
Rys. 17. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na dwa segmenty



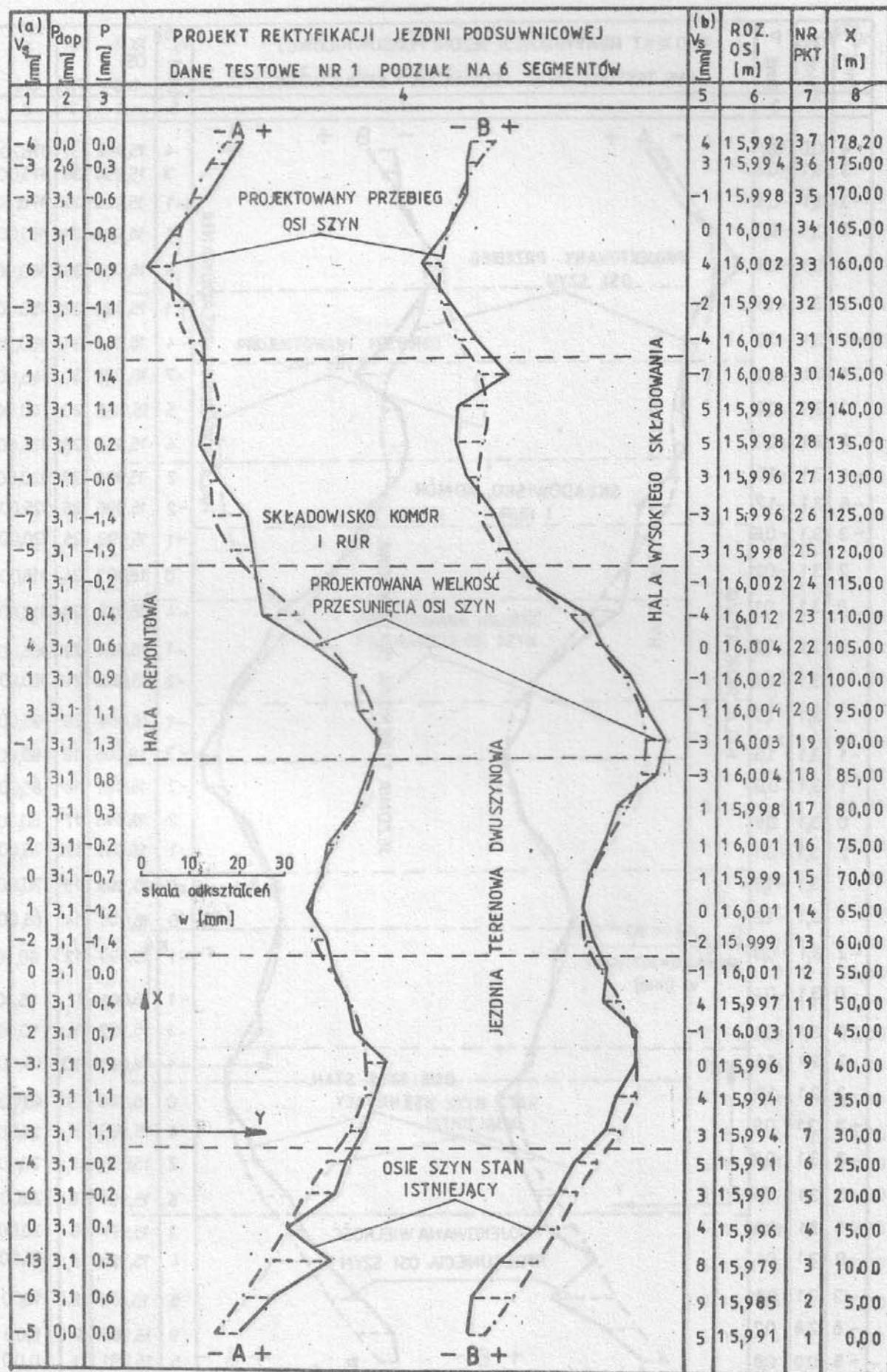
Rys. 18. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na trzy segmenty



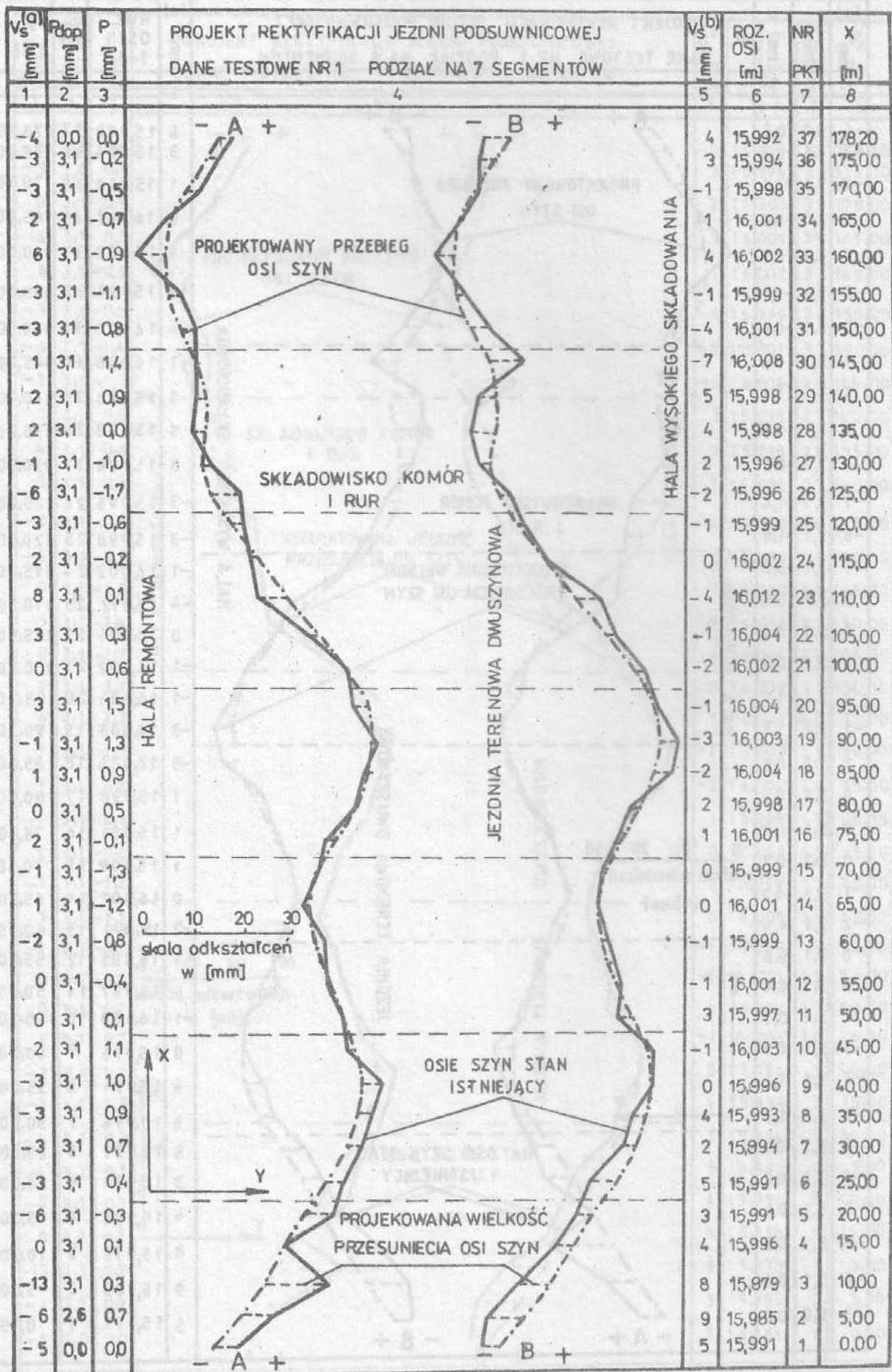
Rys. 19. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na cztery segmenty



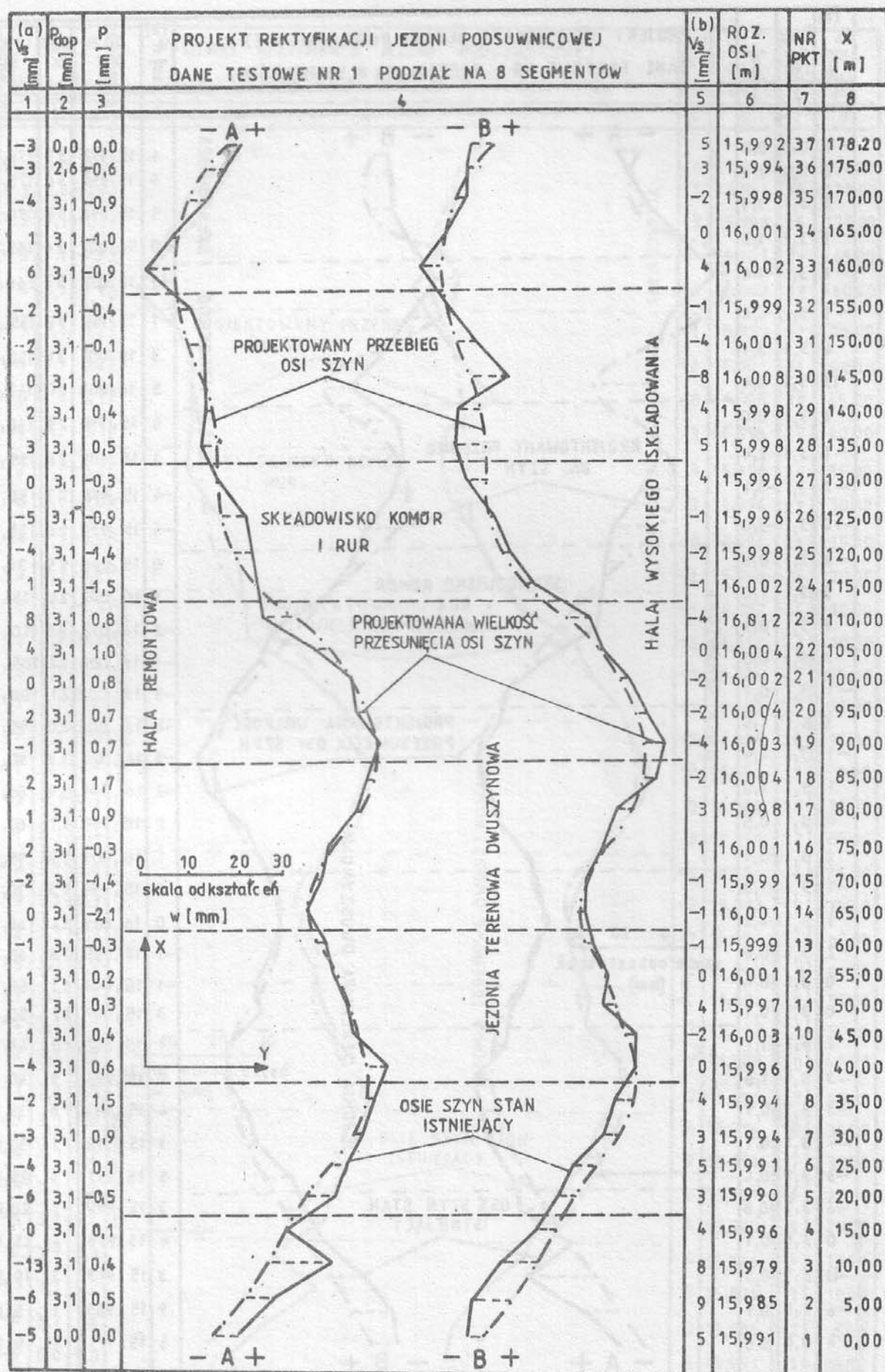
Rys. 20. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na pięć segmentów



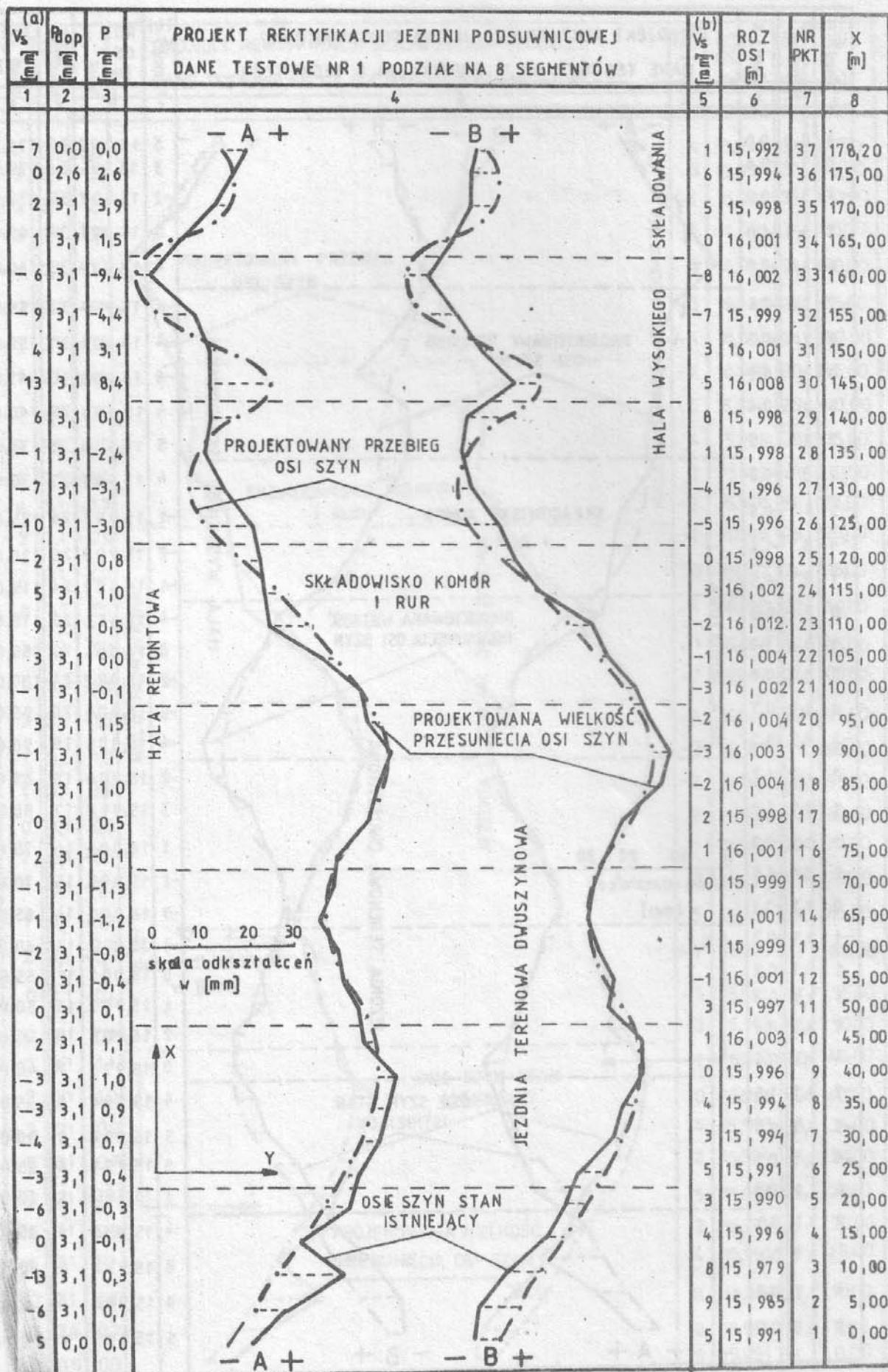
Rys. 21. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na sześć segmentów



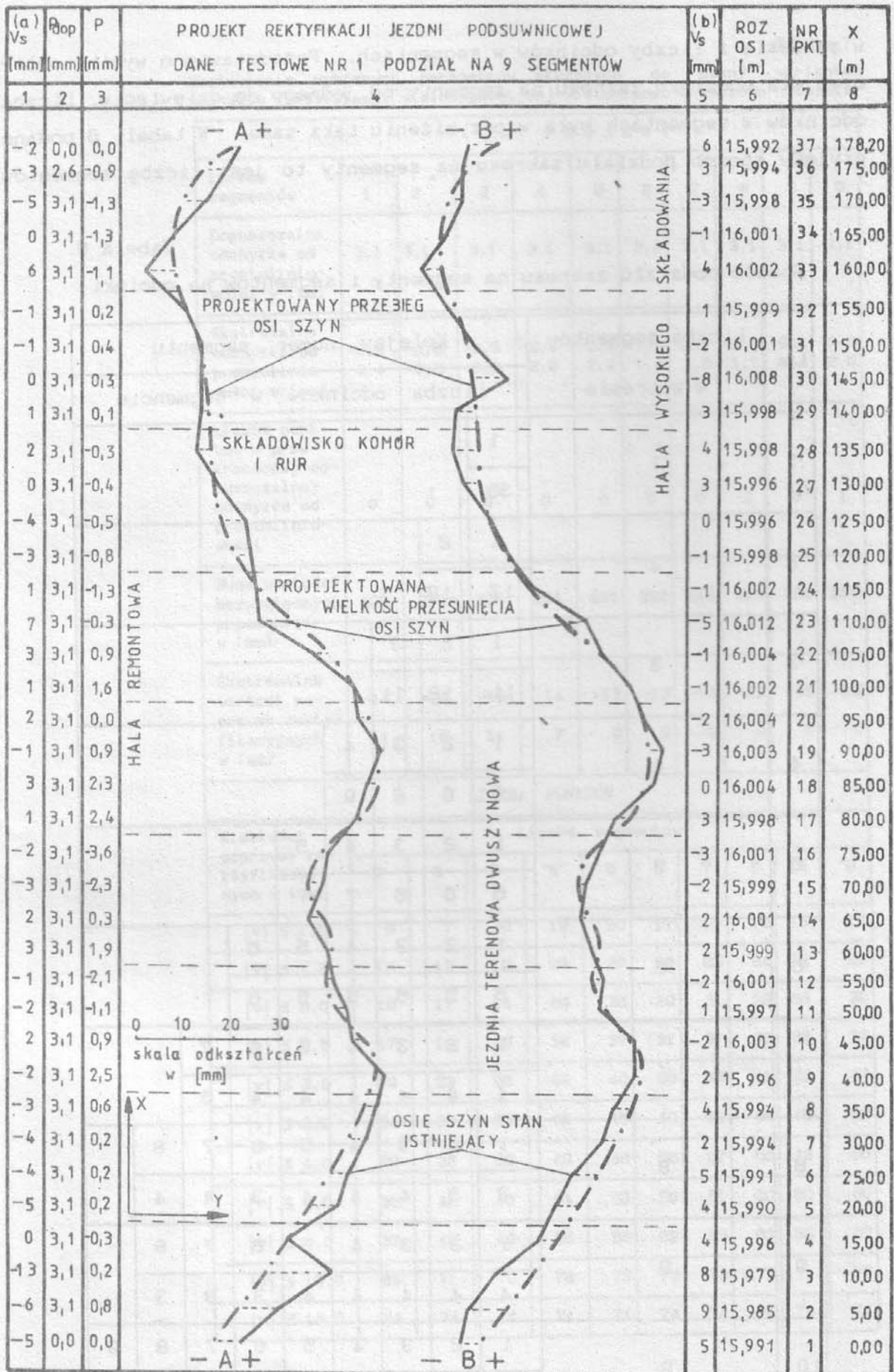
Rys. 22. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na siedem segmentów



Rys. 23. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na osiem segmentów



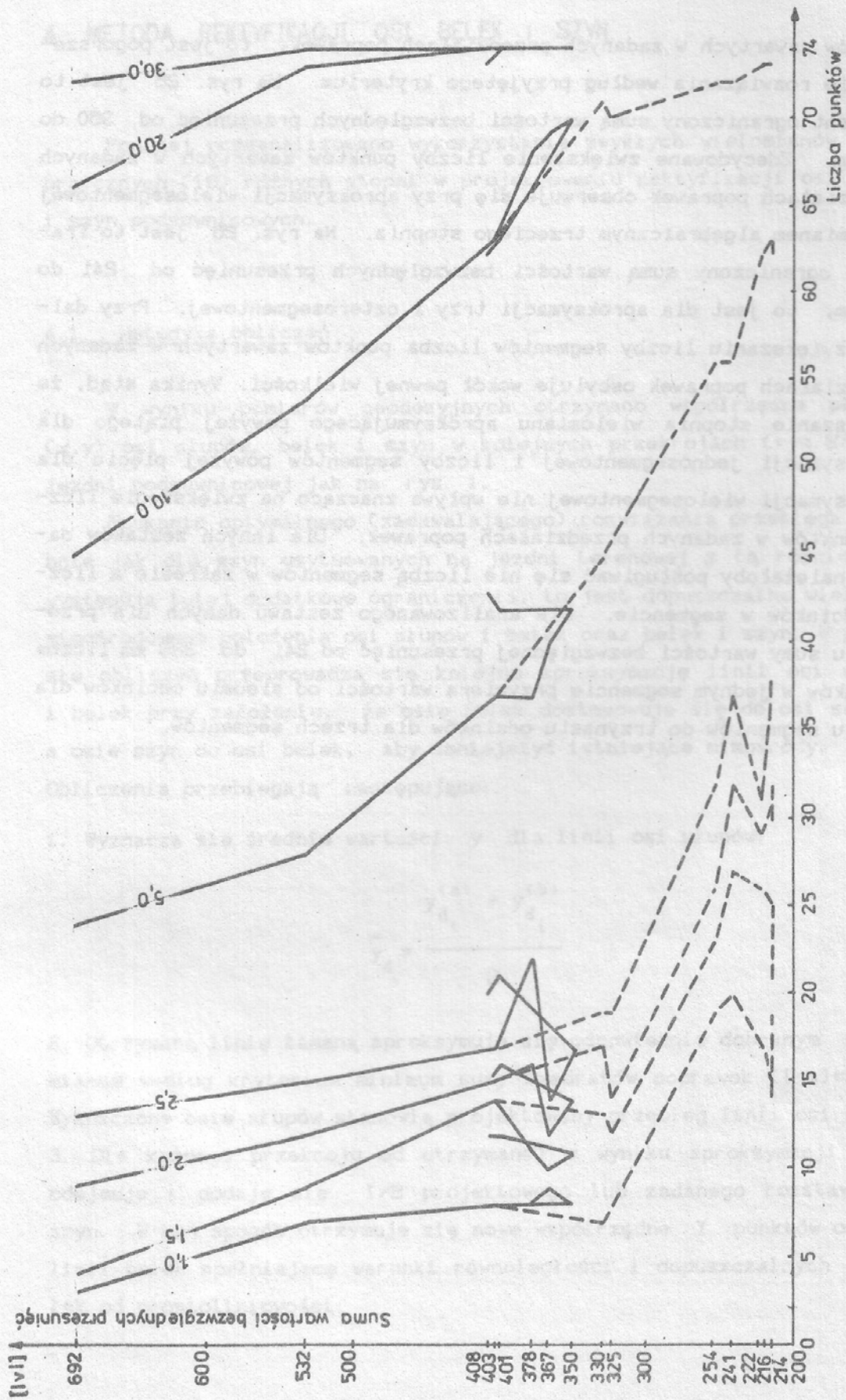
24. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na osiem segmentów



Rys. 25. Projekt rektyfikacji osi szyn przy podziale zakresu na dziewięć segmentów

i liczbę odcinków w każdym segmencie. Możliwy jest inny podział zakresu na segmenty, a wtedy wyniki z tabeli 7 uległyby pewnej zmianie. Na przykład na rys. 23 i 24 przedstawiono graficznie projekty rektyfikacji osi szyn przy podziale analizowanego zakresu na osiem segmentów, ale różną liczbę odcinków w segmentach tak jak podano w tabeli 6 w wierszu nr 8 i nr 9. Dobór liczby segmentów i ich wielkości mają znaczny wpływ na przebieg projektowanych osi szyn. Dla podziału zakresu tak jak podano w wierszu 8 tabeli 6 i rys. 23 projektowany przebieg osi szyn spełnia wszystkie wymagania norm na całej swojej długości. Natomiast podział zakresu tak jak podano w wierszu 9 tabeli 6 i rys. 24 projektowany przebieg osi szyn nie spełnia warunku prostoliniowości w otoczeniu kilku punktów, jest to wyraźnie widoczne w końcowej części jezdni podsuwnicowej począwszy od punktu nr 30.

Porównując dane zawarte w tabeli 4 dla aproksymacji wielomianowej jednosegmentowej wielomianami kolejnych stopni z danymi w tabeli 7 dla aproksymacji wielosegmentowej wielomianami trzeciego stopnia można zauważyć, że sumy wartości bezwzględnych poprawek (przesunięć) są znacznie mniejsze dla aproksymacji wielosegmentowej. W przypadku podziału zakresu na siedem, osiem segmentów, suma bezwzględnych wartości przesunięć jest prawie o połowę (45 %) mniejsza niż dla najbardziej korzystnego wariantu z aproksymacji jednosegmentowej wielomianem szóstego stopnia (tabela 4). Na rys. 26 przedstawiono graficznie zależności pomiędzy sumą wartości bezwzględnych przesunięć a liczbą punktów osi szyn zawartych w zadanych przedziałach poprawek. Liczbę punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek można utożsamiać z liczbą punktów nie wymagających przesunięcia. Dla przejrzystości rysunków wykresy wykonano linią ciągłą dla aproksymacji wielomianowej jednosegmentowej i linią przerywaną dla aproksymacji wielosegmentowej. Część wykresów wykonano linią ciągłą chociaż w rzeczywistości model matematyczny jest dyskretny. Należy zwrócić uwagę na prawie pionowy przebieg linii ciągłych. Wynika to stąd, że dla aproksymacji jednosegmentowej wielomianami od stopnia pierwszego do trzeciego mimo znacznego zmniejszenia się sumy wartości bezwzględnych przesunięć liczba punktów w zadanych przedziałach poprawek wzrasta, ale nie tak szybko jak można by tego oczekiwać. Wykorzystanie do aproksymacji wielomianów wyższych stopni także nie prowadzi do znacznego zwiększenia liczby punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek a nawet następuje zmniejszenie liczby



Rys. 26. Zależność pomiędzy liczbą punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek a sumą wartości bezwzględnych przesunięć.

punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek, to jest pogorszenie się rozwiązania według przyjętego kryterium. Na rys. 26 jest to fragment ograniczony sumą wartości bezwzględnych przesunięć od 350 do 408 mm. Zdecydowane zwiększenie liczby punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek obserwuje się przy aproksymacji wielosegmentowej wielomianem algebraicznym trzeciego stopnia. Na rys. 26 jest to fragment ograniczony sumą wartości bezwzględnych przesunięć od 241 do 325 mm, to jest dla aproksymacji trzy i czterosegmentowej. Przy dalszym zwiększaniu liczby segmentów liczba punktów zawartych w zadanych przedziałach poprawek oscyluje wokół pewnej wielkości. Wynika stąd, że zwiększanie stopnia wielomianu aproksymującego powyżej piątego dla aproksymacji jednosegmentowej i liczby segmentów powyżej pięciu dla aproksymacji wielosegmentowej nie wpływa znacząco na zwiększenie liczby punktów w zadanych przedziałach poprawek. Dla innych zestawów danych należałoby posługiwać się nie liczbą segmentów w zakresie a liczbą odcinków w segmencie. Dla analizowanego zestawu danych dla przedziału sumy wartości bezwzględnej przesunięć od 241 do 325 mm liczba odcinków w jednym segmencie przybiera wartości od siedmiu odcinków dla pięciu segmentów do trzynastu odcinków dla trzech segmentów.

4. METODA REKTYFIKACJI OSI BELEK I SZYN

Poniżej przeanalizowano wykorzystanie zwykłych wielomianów algebraicznych (16) różnych stopni w projektowaniu rektyfikacji osi belek i szyn podsuwnicowych.

4.1. Metodyka obliczeń

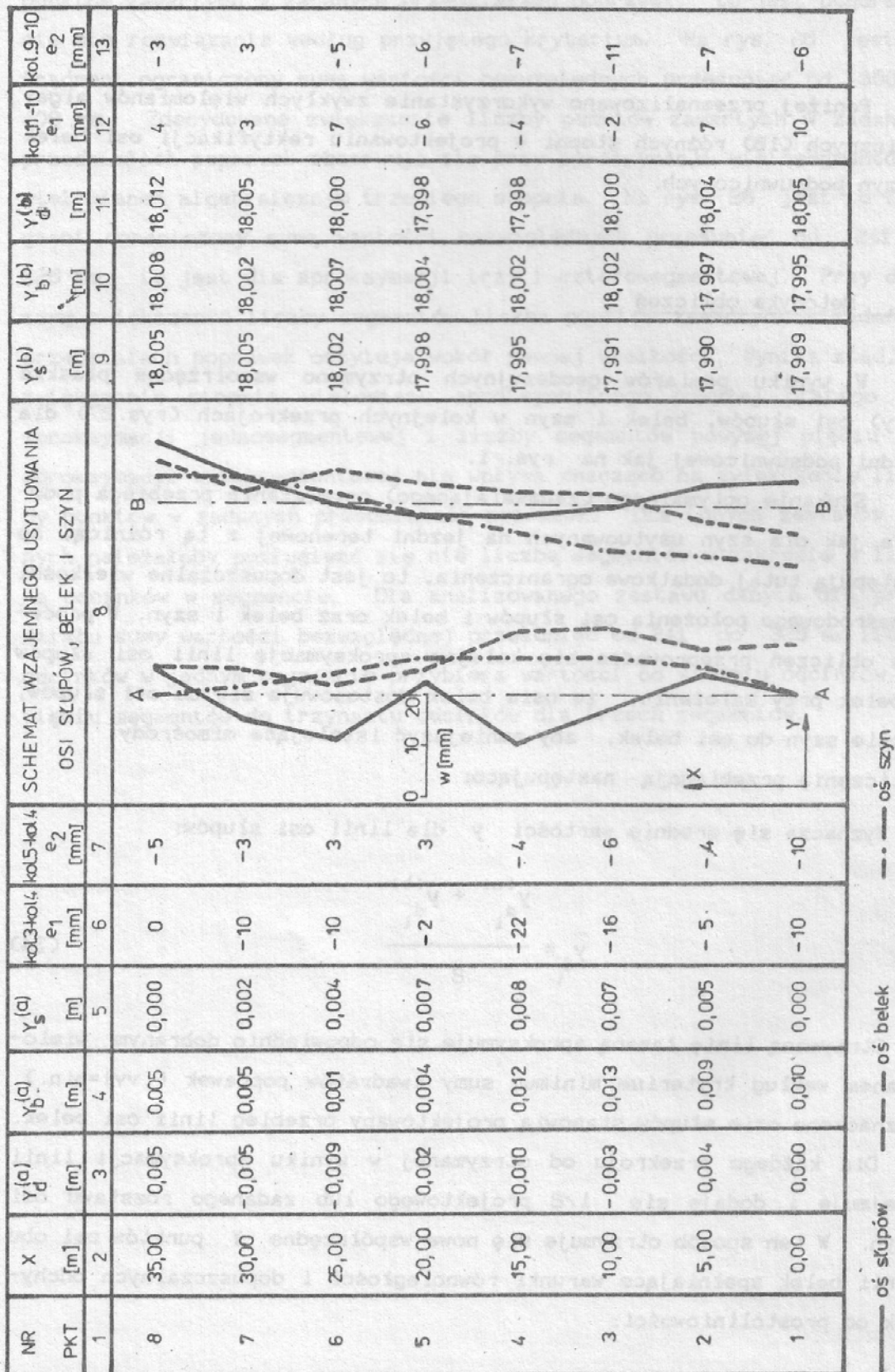
W wyniku pomiarów geodezyjnych otrzymano współrzędne płaskie (x, y) osi słupów, belek i szyn w kolejnych przekrojach (rys.27) dla jezdni podsuwnicowej jak na rys. 1.

Szukanie optymalnego (zadawalającego) rozwiązania przebiega podobnie jak dla szyn usytuowanych na jezdni terenowej z tą różnicą, że występują tutaj dodatkowe ograniczenia, to jest dopuszczalne wielkości mimośrodowego położenia osi słupów i belek oraz belek i szyn. W procesie obliczeń przeprowadza się kolejno aproksymację linii osi słupów i belek przy założeniu, że osie belek dostosowuje się do osi słupów, a osie szyn do osi belek, aby zmniejszyć istniejące mimośrodody. Obliczenia przebiegają następująco:

1. Wyznacza się średnie wartości y dla linii osi słupów:

$$\bar{y}_{d_i} = \frac{y_{d_i}^{(a)} + y_{d_i}^{(b)}}{2} \quad (34)$$

2. Otrzymaną linię łamaną aproksymuje się odpowiednio dobranym wielomianem według kryterium minimum sumy kwadratów poprawek ($[vv]=\min.$). Wyznaczone osie słupów stanowią projektowany przebieg linii osi belek.
3. Dla każdego przekroju od otrzymanej w wyniku aproksymacji linii odejmuje i dodaje się $1/2$ projektowego lub zadanego rozstawu osi szyn. W ten sposób otrzymuje się nowe współrzędne Y punktów osi obu linii belek spełniające warunki równoległości i dopuszczalnych odchylek od prostoliniowości:



Rys. 27 Schemat przebiegu osi słupów, belek i szyn

$$Y_{b_i}^{(a)} = Y_{d_i} - \frac{r}{2}, \quad Y_{b_i}^{(b)} = Y_{d_i} + \frac{r}{2} \quad (35)$$

Poprzez dobranie wielomianu odpowiedniego stopnia doprowadza się do stanu gdy na całej długości jezdni jest zachowany dopuszczalny mimośród osi słupów i belek. W niniejszej pracy przyjęto, że dopuszczalny mimośród wynosi 2% projektowego przesunięcia osi słupów i belek, to jest 9 mm, przy projektowym przesunięciu osi o 450 mm. Gdy dopuszczalny mimośród osi belki i słupa jest zachowany można przejść do dalszych obliczeń.

4. Następnie oblicza się wartości przesunięć belek do osi wyznaczonych w punkcie 3:

$$v_{b_i}^{(a)} = y_{b_i}^{(a)} - Y_{b_i}^{(a)} \quad v_{b_i}^{(b)} = y_{b_i}^{(b)} - Y_{b_i}^{(b)} \quad (36)$$

Wraz z belkami przesuwają się szyny i należy to uwzględnić:

$$y_{s_i}^{(a)} = y_{s_i}^{(a)} + v_{b_i}^{(a)} \quad y_{s_i}^{(b)} = y_{s_i}^{(b)} + v_{b_i}^{(b)} \quad (37)$$

5. Linie osi belek przyjmuje się jako pierwsze przybliżenie linii osi szyn i aproksymuje się wielomianem o odpowiednio dobranym stopniu. Za poprawne rozwiązanie uważa się takie, które zapewnia zachowanie dopuszczalnego mimośrodu osi belek i szyn oraz dopuszczalnej odchyłki od prostoliniowości [N3, N8]. W normie branżowej [N4] "Konstrukcje stalowe. Belki podsuwnicowe. Obliczenia statyczne i projektowe" podano przykłady konstrukcji belek podsuwnicowych (skrzynkowych, kratownic przestrzennych i przepon), których zastosowanie daje dużą swobodę w projektowaniu przebiegu osi szyny na belce gdyż może ona zajmować położenie na całej szerokości górnego pasa belki.

Wyznaczone osie belek stanowią projektowany przebieg osi szyn. Szukając optymalnego (zadawalającego) rozwiązania, w tabelach 8 + 11 przedstawiono wszystkie możliwe warianty obliczeń dla danych przedstawionych na rys. 27.

Tabela 8.
Zestawienie wybranych parametrów geometrycznych jezdni szynowej dla danych testowych nr 2.

B E L K I							
Stopień wielomianu	1	2	3	4			
Suma wartości bezwzględnych przesunięć belek w [mm]	85	100	104	103			
Ekstremalne wartości poprawek-rektyfikacyjnych belek w [mm]	-13 5	-16 10	-15 8	-15 8			
Ekstremalne odchyłki osi belek od prostoliniowości w [mm]	0,0	-0,8 -0,8	-2,0 0,5	-1,8 0,7			
Dopuszczalny mimośród osi słupów i belek w [mm]	9	9	9	9			
Ekstremalne wartości mimośródów osi słupów i belek w [mm]	-10 11	-7 5	-7 5	-7 6			
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi słupów i belek	3	0	0	0			
S Z Y N Y							
Stopień wielomianu	1	1	2	1	2	3	1
Dopuszczalna odchyłka osi szyn od prostoliniowości w [mm]	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8
Ekstremalne odchyłki osi szyn od prostoliniowości w [mm]	0,0	0,0	-0,8 -0,8	0,0	-0,8 -0,8	-2,0 0,5	0,0
Liczba punktów, w których została przekroczona dopuszczalna odchyłka od prostoliniowości	0	0	0	0	0	0	0
Suma wartości bezwzględnych przesunięć szyn ($\sum v $) w [mm]	86	82	86	85	79	86	85
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych szyn w [mm]	-3 11	-4 13	-3 11	-4 12	-2 12	-3 11	-3 12
Dopuszczalny mimośród osi belek i szyn w [mm]	15	15	15	15	15	15	15
Ekstremalne wartości mimośródów osi belek i szyn w [mm]	-3 11	-5 4	0 0	-7 5	-2 2	0 0	-7 5
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi belek i szyn	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 9.

Zestawienie wybranych parametrów geometrycznych jezdni szynowej dla danych testowych nr 2.

B E L K I							
Stopień wielomianu	4			5			
Suma wartości bezwzględnych przesunięć belek w [mm]	103			107			
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych belek w [mm]	-15 8			-16 8			
Ekstremalne odchyłki osi belek od prostoliniowości w [mm]	-1,8 0,7			-4,2 3,1			
Dopuszczalny mimośród osi szupów i belek w [mm]	9			9			
Ekstremalne wartości mimośrodków osi szupów i belek w [mm]	-7 6			-7 6			
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi szupów i belek	0			0			
S Z Y N Y							
Stopień wielomianu	2	3	4	1	2	3	4
Dopuszczalna odchyłka osi szyn od prostoliniowości w [mm]	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8
Ekstremalne odchyłki osi szyn od prostoliniowości w [mm]	-0,8 -0,8	-2,0 0,4	-1,8 0,6	0,0	-0,8 -0,8	-2,0 0,5	-1,8 0,7
Liczba punktów, w których została przekroczona dopuszczalna odchyłka od prostoliniowości	0	0	0	0	0	0	0
Suma wartości bezwzględnych przesunięć szyn ([iv]) w [mm]	79	86	86	85	80	87	87
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych szyn w [mm]	-2 12	-3 11	-3 11	-4 13	-3 12	-4 12	-4 12
Dopuszczalny mimośród osi belek i szyn w [mm]	15	15	15	15	15	15	15
Ekstremalne wartości mimośrodków osi belek i szyn w [mm]	-2 2	0	0	-7 4	-3 3	-2 1	-2 2
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi belek i szyn	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 10.
Zestawienie wybranych parametrów geometrycznych jezdni szynowej dla danych testowych nr 2.

B E L K I							
Stopień wielomianu	5	6					
Suma wartości bezwzględnych przesunięć belek w [mm]	107	107					
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych belek w [mm]	-16 8	-16 8					
Ekstremalne odchyłki osi belek od prostoliniowości w [mm]	-4,2 3,1	-3,9 3,2					
Dopuszczalny mimośród osi słupów i belek w [mm]	9	9					
Ekstremalne wartości mimośrodków osi słupów i belek w [mm]	-7 6	-7 6					
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi słupów i belek	0	0					
S Z Y N Y							
Stopień wielomianu	5	1	2	3	4	5	6
Dopuszczalna odchyłka osi szyn od prostoliniowości w [mm]	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8
Ekstremalne odchyłki osi szyn od prostoliniowości w [mm]	-4,2 3,1	0,0	-0,8 -0,8	-2,0 0,6	-1,7 -0,8	-4,3 3,4	-3,8 3,7
Liczba punktów, w których została przekroczona dopuszczalna odchyłka od prostoliniowości	2	0	0	0	0	2	2
Suma wartości bezwzględnych przesunięć szyn ([mm]) w [mm]	86	84	80	88	87	86	86
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych szyn w [mm]	-3 11	-4 13	-3 12	-4 12	-4 12	-3 11	-3 11
Dopuszczalny mimośród osi belek i szyn w [mm]	15	15	15	15	15	15	15
Ekstremalne wartości mimośrodków osi belek i szyn w [mm]	0 0	-7 4	-3 2	-2 1	-2 1	0 0	0 0
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi belek i szyn	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 11.

Zestawienie wybranych parametrów geometrycznych jezdni szynowej dla danych testowych nr 2.

B E L K I	
Stopień wielomianu	7
Suma wartości bezwzględnych przesunięć belek w [mm]	107
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych belek w [mm]	-16 8
Ekstremalne odchyłki osi belek od prostoliniowości w [mm]	-4,2 2,9
Dopuszczalny mimośród osi szupów i belek w [mm]	9
Ekstremalne wartości mimośródów osi szupów i belek w [mm]	-7 *
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi szupów i belek	0
S Z Y N Y	
Stopień wielomianu	1 2 3 4 5 6 7
Dopuszczalna odchyłka osi szyn od prostoliniowości w [mm]	2,8 2,8 2,8 2,8 2,8 2,8 2,8
Ekstremalne odchyłki osi szyn od prostoliniowości w [mm]	0,0 -0,8 -2,0 -1,7 -4,3 -3,3 -4,2 -0,8 0,5 0,7 3,3 4,0 3,1
Liczba punktów, w których została przekroczona dopuszczalna odchyłka od prostoliniowości	0 0 0 0 2 2 2
Suma wartości bezwzględnych przesunięć szyn (livi) w [mm]	84 80 87 87 86 86 86
Ekstremalne wartości poprawek rektyfikacyjnych szyn w [mm]	-4 -3 -4 -4 -3 -4 -3 11 12 12 12 11 10 11
Dopuszczalny mimośród osi belek i szyn w [mm]	15 15 15 15 15 15 15
Ekstremalne wartości mimośródów osi belek i szyn w [mm]	-7 -3 -2 -1 0 0 0 4 3 1 2 0 0 0
Liczba punktów, w których został przekroczony dopuszczalny mimośród osi belek i szyn	0 0 0 0 0 0 0

Obliczenia wykonano według następującej zasady:

- jeśli osie belek aproksymowano wielomianem stopnia m , to osie szyn aproksymowano wielomianami stopnia od 1 do m .

Dla przedstawionego przykładu uzyskano 28 rozwiązań. Z tej liczby należy wyeliminować rozwiązania nie spełniające wszystkich ograniczeń geometrycznych na całej długości jezdni to jest 7 rozwiązań. Wśród pozostałych rozwiązań należy szukać rozwiązania optymalnego. Autor jest skłonny przyjąć, że rozwiązanie optymalne (zadowalające) to takie, które spełnia wszystkie ograniczenia geometryczne dla osi słupów i belek oraz belek i szyn przy jak najniższych stopniach wielomianów aproksymujących. Oznacza to, że jeśli osie belek aproksymuje się na przykład wielomianem 4-go stopnia to osie szyn o ile to możliwe należy aproksymować linią prostą, jak to przedstawiono na rys. 30. Taki wariant rozwiązania dopuszcza występowanie mimośrodków w dopuszczalnych granicach, ale zakłada równoległy i prostoliniowy (w rozumieniu norm) przebieg linii osi szyn, co ma zasadniczy wpływ na płynny ruch suwnic po torze [34].

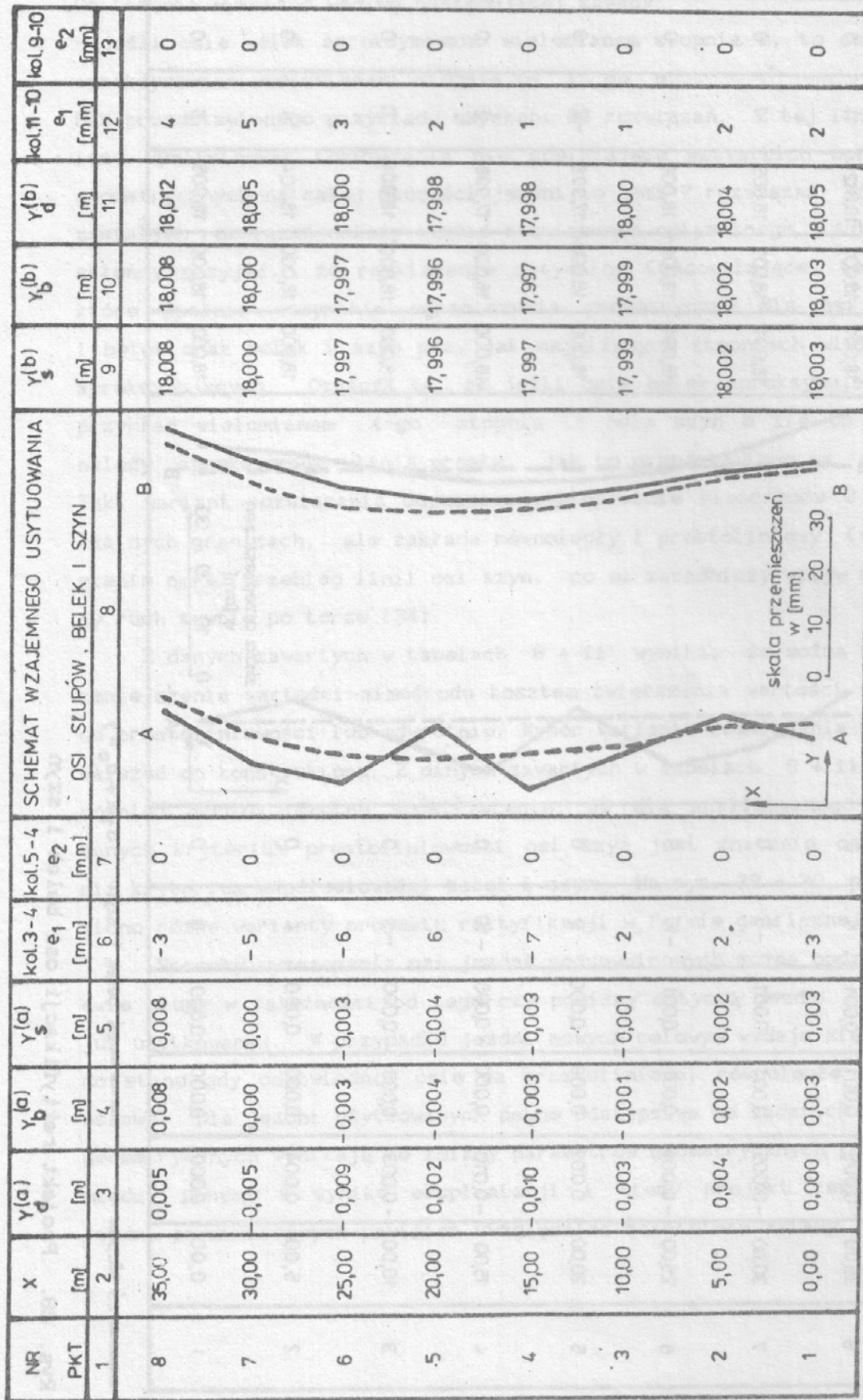
Z danych zawartych w tabelach 8 + 11 wynika, że można dążyć do zmniejszenia wartości mimośrodu kosztem zwiększenia wartości odchyłek od prostoliniowości lub odwrotnie. Wybór wariantu rozwiązania powinien należeć do konstruktora. Z danych zawartych w tabelach 8 + 11 wynika również bardzo istotne spostrzeżenie, że dla analizowanego zestawu danych kryterium prostoliniowości osi szyn jest znacznie ostrzejsze niż kryterium współosiowości belek i szyn. Na rys. 28 + 30 przedstawiono różne warianty projektu rektyfikacji w formie graficznej.

Sposoby wyznaczania osi jezdni podsuwnicowych można podzielić na dwie grupy w zależności od tego czy pomiary dotyczą jezdni nowej czy już użytkowanej. W przypadku jezdni nowych celowym wydaje się dążenie do stanu gdy odpowiednie osie są prostoliniowe, równoległe i współosiowe. Dla jezdni użytkowanych pewne odstępstwa od zadanych warunków geometrycznych wynikają ze zmiany parametrów geometrycznych powstałych między innymi w wyniku eksploatacji i wtedy projekt rektyfikacji jezdni podsuwnicowych powinien uwzględniać zaistniałe zmiany.

NR	X [m]	$Y_d^{(a)}$ [m]	$Y_b^{(a)}$ [m]	$Y_s^{(a)}$ [m]	kol.3-4 e_1 [mm]	kol.5-4 e_2 [mm]	SCHEMAT WZAJEMNEGO USYTUOWANIA OSI SKUPÓW, BELEK I SZYN			$Y_s^{(b)}$ [m]	$Y_b^{(b)}$ [m]	$Y_d^{(b)}$ [m]	kol.11-10 e_1 [mm]	kol.9-10 e_2 [mm]
PKT	2	3	4	5	6	7	8			9	10	11	12	13
8	35,00	0,005	0,001	0,001	4	0				18,001	18,001	18,012	11	0
7	30,00	-0,005	0,001	0,001	-6	0				18,001	18,001	18,005	4	0
6	25,00	-0,009	0,001	0,001	-10	0				18,001	18,001	18,000	-1	0
5	20,00	0,002	0,000	0,000	2	0				18,000	18,000	17,998	-2	0
4	15,00	-0,010	0,000	0,000	-10	0				18,000	18,000	17,998	2	0
3	10,00	-0,003	0,000	0,000	-3	0				18,000	18,000	18,000	0	0
2	5,00	0,004	0,000	0,000	4	0				18,000	18,000	18,004	4	0
1	0,00	0,000	0,000	0,000	0	0				18,000	18,000	18,005	5	0

— os' skupów - - - - os' belek i szyn $a_1 x + a_0 = y$

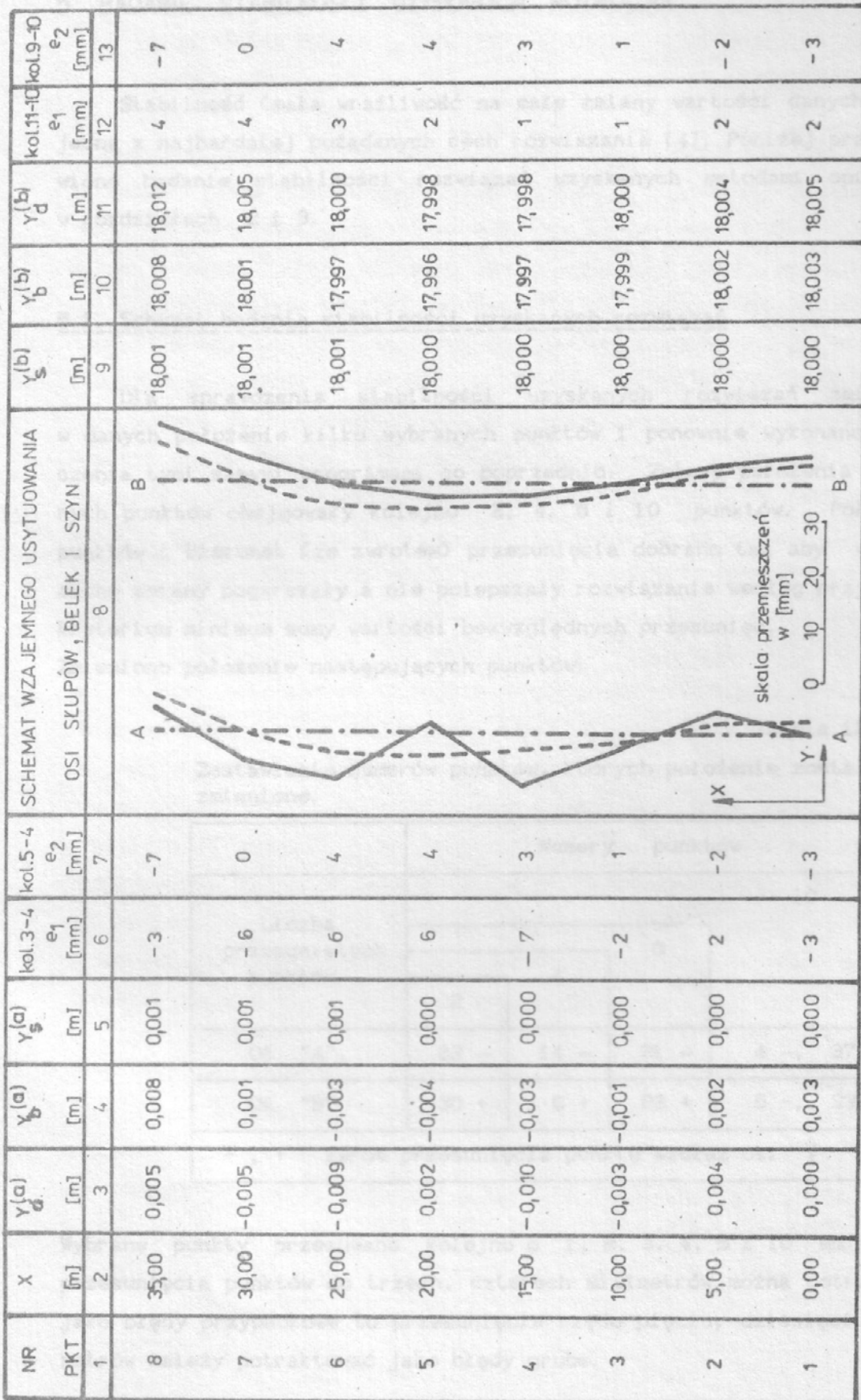
Rys. 28. Projekt rektyfikacji osi belek i szyn



— oś słupów

--- oś belek i szyn $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = y$

Rys. 29. Projekt rektyfikacji osi belek i szyn



Rys. 30. Projekt rektyfikacji osi belek i szyn

5. BADANIE STABILNOŚCI UZYSKANYCH ROZWIĄZAŃ

Stabilność (mała wrażliwość na małe zmiany wartości danych) jest jedną z najbardziej pożądanых cech rozwiązania [4]. Poniżej przedstawiono badanie stabilności rozwiązań uzyskanych metodami opisanymi w rozdziałach 2 i 3.

5.1. Schemat badania stabilności uzyskanych rozwiązań

Dla sprawdzenia stabilności uzyskanych rozwiązań zmieniono w danych położenie kilku wybranych punktów i ponownie wykonano obliczenia tymi samymi programami co poprzednio. Zmiany położenia wybranych punktów obejmowały kolejno 2, 4, 6 i 10 punktów. Położenie punktów i kierunek (ze zwrotem) przesunięcia dobrano tak aby wprowadzone zmiany pogarszały a nie polepszały rozwiązania według przyjętego kryterium minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć.

Zmieniono położenie następujących punktów:

Tabela 12.

Zestawienie numerów punktów, których położenie zostało zmienione.

Liczba przesuniętych punktów	Numery punktów			
	10			
	6			
	2	4		
Oś "A"	23 -	14 -	31 -	4 -, 37 +
Oś "B"	30 +	9 +	23 +	5 -, 33 -
-, + zwrot przesunięcia punktu wzdłuż osi Y				

Wybrane punkty przesuwano kolejno o 1, 2, 3, 4, 5 i 10 mm. O ile przesunięcia punktów do trzech, czterech milimetrów można potraktować jako błędy przypadkowe to przesunięcia rzędu pięciu, dziesięciu milimetrów należy potraktować jako błędy grube.

5.2. Badanie stabilności rozwiązań uzyskanych metodą aproksymacji wielomianowej

W tabeli 13 zestawiono sumy wartości bezwzględnych przesunięć dla rozwiązań uzyskanych z danych zmienionych według wyżej podanych zasad. Z tabeli 13 wynika, że wzrost sumy wartości bezwzględnych przesunięć dla aproksymacji wielomianowej w przybliżeniu odpowiada sumie wprowadzonych przesunięć. Na przykład, zakładając wielkość przesunięcia 5 mm dla każdego z dziesięciu przesuniętych punktów otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 742 mm w wyniku aproksymacji linią prostą. Dla zbioru danych zawierających wszystkie punkty niezmienione w liczbie 74 otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 693 mm w wyniku aproksymacji linią prostą. Suma przesunięć dziesięciu punktów po 5 mm wynosi 50 mm, natomiast różnica wyników aproksymacji wynosi $742 \text{ mm} - 693 \text{ mm} = 49 \text{ mm}$, co nieznacznie różni się od wartości $10 * 5 \text{ mm} = 50 \text{ mm}$. Dla wielomianów siódmego i ósmego stopnia brak jest regularności zmian sumy wartości bezwzględnych przesunięć jak dla wielomianów niższych stopni. Na przykład, zakładając wielkość przesunięcia jeden milimetr dla każdego z czterech przesuniętych punktów otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 546 mm w wyniku aproksymacji wielomianem ósmego stopnia. Dla zbioru danych zawierających wszystkie punkty nie zmienione w liczbie 74 otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 408 mm w wyniku aproksymacji wielomianem ósmego stopnia. Suma przesunięć czterech punktów po jednym milimetrze wynosi 4 mm, natomiast różnica wyników aproksymacji wynosi $546 \text{ mm} - 408 \text{ mm} = 138 \text{ mm}$ co znacznie różni się od wartości $4 * 1 \text{ mm} = 4 \text{ mm}$.

Z tabeli 13 wynika, że projektowanie rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych metodą aproksymacji wielomianowej jednosegmentowej zwykłymi wielomianami algebraicznymi do określonego stopnia prowadzi do rozwiązań mało wrażliwych na zmiany wartości danych wynikające na przykład z błędów pomiaru.

Tabela 13.

Zestawienie sum wartości bezwzględnych przesunięć dla wielomianów różnych stopni przy uwzględnieniu przesunięć wybranych punktów.

Wielkość przesunięcia [mm]	Liczba przesuniętych punktów	Stopień wielomianu							
		1	2	3	4	5	6	7	8
		Suma wartości bezwzględnych przesunięć w [mm]							
0	74	693	532	403	378	367	350	401	408
1	2	695	534	405	380	368	354	444	459
	4	693	538	408	384	372	361	518	546
	6	695	540	411	384	372	359	432	445
	10	700	544	414	386	376	362	357	357
2	2	697	536	407	382	369	360	560	599
	4	693	538	409	384	372	360	523	552
	6	703	550	420	391	380	364	431	440
	10	709	554	423	393	384	370	425	423
3	2	699	538	409	384	372	355	357	356
	4	701	544	414	390	377	366	480	500
	6	707	550	421	391	378	363	377	380
	10	721	561	430	399	389	378	408	417
4	2	701	540	411	386	373	360	434	445
	4	706	548	418	394	381	369	445	453
	6	713	556	427	397	382	368	482	501
	10	732	571	440	409	397	388	432	441
5	2	703	542	412	388	375	362	497	521
	4	710	552	432	398	385	371	398	405
	6	719	562	433	403	386	379	447	457
	10	742	581	449	418	404	395	394	397
10	2	714	553	422	398	385	371	426	438
	4	730	573	441	418	407	389	433	441
	6	748	592	463	433	416	408	525	543
	10	796	632	496	467	452	447	494	511

5.3. Badanie stabilności rozwiązań uzyskanych metodą aproksymacji wielosegmentowej

W tabeli 14 zestawiono sumy wartości bezwzględnych przesunięć dla rozwiązań uzyskanych z danych zmienionych tak jak dla aproksymacji wielomianowej jednosegmentowej (rozdz. 5.2.). Obliczenia wykonano tym samym programem co w rozdziale 3 i według schematu podanego w tabeli 6. Z tabeli 14 wynika, że wzrost sumy wartości bezwzględnych przesunięć dla aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia jest na ogół mniejszy od sumy wprowadzonych przesunięć.

Pojektowanie rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych metodą aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia może prowadzić do rozwiązań wrażliwych nawet na małe zmiany wartości danych wynikające na przykład z przypadkowych błędów pomiaru czy sposobu podziału zakresu na segmenty. Na przykład, zakładając wielkość przesunięcia 5 mm dla każdego z czterech przesuniętych punktów otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 252 mm w wyniku aproksymacji wielosegmentowej przy podziale zakresu na osiem segmentów w sposób jak w tabeli 6 wiersz nr 8. Dla zbioru danych zawierających wszystkie punkty niezmienione w liczbie 74 otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 216 mm w wyniku aproksymacji wielosegmentowej przy podziale zakresu na osiem segmentów w sposób jak w tabeli 6 wiersz nr 8. Suma przesunięć czterech punktów po 5 mm wynosi 20 mm, natomiast różnica wyników aproksymacji wynosi $252 \text{ mm} - 216 \text{ mm} = 36 \text{ mm}$, co znacznie różni się od wartości $4 * 5 \text{ mm} = 20 \text{ mm}$. Podobnie zakładając wielkość przesunięcia 5 mm dla każdego z czterech przesuniętych punktów otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 217 mm w wyniku aproksymacji wielosegmentowej przy podziale zakresu na osiem segmentów w sposób jak w tabeli 6 wiersz nr 9. Dla zbioru danych zawierających wszystkie punkty niezmienione w liczbie 74 otrzymano sumę wartości bezwzględnych przesunięć 266 mm w wyniku aproksymacji wielosegmentowej przy podziale zakresu na osiem segmentów w sposób jak w tabeli 6 wiersz nr 9. Suma przesunięć czterech punktów po 5 mm wynosi 20 mm, natomiast różnica wyników aproksymacji wynosi $217 \text{ mm} - 266 \text{ mm} = -49 \text{ mm}$, co znacznie różni się od wartości $4 * 5 \text{ mm} = 20 \text{ mm}$ oraz od wartości $+36 \text{ mm}$ uzyskanej przy

Zestawienie sum wartości bezwzględnych przesunięć dla wielomianów trzeciego stopnia w aproksymacji wielosegmentowej przy uwzględnieniu przesunięć wybranych punktów.

Wielkość przesunięcia [mm]	Liczba przesuniętych punktów	Liczba segmentów dla wielomianów 3-go stopnia									
		1	2	3	4	5	6	7	8	8	9
		Suma wartości bezwzględnych przesunięć w [mm]									
0	74	403	330	325	254	241	222	214	214	265	216
1	2	404	333	336	257	227	217	223	219	197	217
	4	408	337	339	261	228	217	225	220	199	224
	6	411	337	335	246	219	216	219	207	227	222
	10	414	342	330	231	214	215	220	209	203	224
2	2	407	336	334	254	222	224	216	220	228	216
	4	409	337	339	261	228	217	225	221	200	222
	6	420	345	340	250	231	230	223	223	209	230
	10	423	349	344	251	234	233	225	225	211	231
3	2	409	339	337	252	223	225	218	221	215	223
	4	414	345	342	257	229	231	224	230	221	218
	6	421	342	344	281	236	231	227	233	216	221
	10	431	353	350	248	228	240	235	243	230	230
4	2	411	340	339	251	226	233	223	216	203	222
	4	418	347	346	258	233	242	231	226	211	219
	6	427	346	346	276	234	244	234	243	225	227
	10	440	359	358	341	277	256	254	256	246	240
5	2	412	343	348	292	245	233	226	240	207	223
	4	422	353	356	301	255	245	236	252	217	223
	6	433	352	356	312	253	240	236	250	224	232
	10	449	370	369	304	260	254	250	266	241	248
10	2	422	354	348	307	267	251	235	241	236	237
	4	441	374	336	326	289	275	261	265	262	251
	6	463	379	374	345	284	277	273	280	268	266
	10	496	412	419	331	336	314	304	314	327	299

odmiennym podziale zakresu, ale także na osiem segmentów (tabela 6, wiersze 8 i 9).

W przypadku stosowania aproksymacji wielosegmentowej należy opracować kilka wariantów podziału na segmenty i przeprowadzić analizę przydatności uzyskanych rozwiązań pod kątem przyjętego kryterium.

5.4. Uwagi o stabilności rozwiązań

Z tabeli 13 wynika, że błędy pomiaru nie mają praktycznie wpływu na wynik aproksymacji wielomianowej jednosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi do określonego stopnia. Zmiana sumy wartości bezwzględnych przesunięć odpowiada na ogół sumie wprowadzonych przesunięć. Wynika stąd, że projektowany przebieg osi szyn pozostaje bez zmian a wzrost sumy wartości bezwzględnych przesunięć jest wynikiem zwiększenia się wartości poprawek przesuniętych punktów. Przy innym doborze przesuwanych punktów należy spodziewać się podobnego wpływu ich przesunięć na sumę wartości bezwzględnych przesunięć. Zalety przedstawionej metody są szczególnie widoczne przy projektowaniu rektyfikacji długich jezdni podsuwnicowych z lokalnymi deformacjami. Wynika to z własności metody minimum sumy kwadratów. W przypadku gdy obliczenia wykonuje się według kryterium minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć lokalne deformacje mają znikomy wpływ na przebieg projektowanej osi szyn [4].

Z tabeli 14 wynika, że projektowanie rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych metodą aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia może prowadzić do rozwiązań wrażliwych na zestaw danych i sposób podziału na segmenty.

6. WNIOSKI

W nawiązaniu do postawionych tez wysuwa się następujące wnioski:

1. Aproksymacja osi szyn na dowolnych segmentach danego zakresu funkcjami sklejanymi będącymi zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia prowadzi do rozwiązań o najmniejszej sumie wartości bezwzględnych przesunięć ze wszystkich przedstawionych metod.
2. Aproksymacja osi jezdni podsuwnicowej zwykłym wielomianem algebraicznym o odpowiednio dobranym stopniu umożliwia zmniejszenie sumy wartości bezwzględnych przesunięć w porównaniu do metod dotychczas stosowanych: na przykład aproksymacji linią prostą metodą minimum sumy kwadratów przesunięć.
3. Zwiększanie stopnia wielomianu aproksymującego osie szyn powyżej określonej wartości dla aproksymacji jednosegmentowej i liczby segmentów powyżej także określonej wartości dla aproksymacji wielosegmentowej, może nie wpływać znacząco na sumę wartości bezwzględnych przesunięć.
4. Aproksymacja osi szyn podsuwnicowych linią prostą przy przyjęciu kryteriów: minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć i liczby przesunięć, po raz pierwszy realizuje zasadę minimum nakładu pracy podczas rektyfikacji dla prostoliniowego przebiegu osi szyn.
5. Projektowanie rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych metodą aproksymacji jednosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi do określonego stopnia prowadzi do rozwiązań stabilnych to jest mało wrażliwych na zmiany wartości danych wynikające na przykład z błędów pomiaru.
6. Projektowanie rektyfikacji osi szyn podsuwnicowych metodą aproksymacji wielosegmentowej zwyczajnymi wielomianami algebraicznymi trzeciego stopnia może prowadzić do rozwiązań wrażliwych na zbiór danych i sposób podziału na segmenty.

Ponadto w pracy zawarto szereg wniosków i szczegółowych uwag technicznych dotyczących problematyki projektowania przebiegu osi jezdni podsuwnicowych. Poniżej podano kilka takich wniosków:

1. Zastosowanie do aproksymacji wielomianu stopnia co najmniej drugiego w ocenie stanu geometrycznego jezdni podsuwnicowych zachowując dopuszczalne tolerancje geometryczne pozwala niejednokrotnie zakwalifikować jezdnie jako spełniające wymagania odpowiednich norm, podczas gdy przy aproksymacji liniowej są dyskwalifikowane, mimo że brak jest objawów złej pracy suwnic, z powodu stanu geometrycznego szyn.
2. Bez komputerowego wspomagania procesu obliczeniowego generowanie wszystkich możliwych teoretycznych rozwiązań metodą systematycznego przeszukiwania nie byłoby możliwe w czasie ekonomicznie uzasadnionym, a tym bardziej przeprowadzenie selekcji jakościowej ze względu na przyjęte kryteria dominujące:
 - minimum sumy wartości bezwzględnych przesunięć,
 - minimum liczby przesunięć.
3. Chociaż w opracowaniu wykorzystano zwykle wielomiany algebraiczne, to istnieje także możliwość zastosowania różnych wielomianów specjalnych, na przykład Czebyszewa, Hermite'a, itp. ponieważ wielomiany tego typu posiadają dodatkowo szczególne własności na temat kształtu, miejsc zerowych, pochodnych itd..

LITERATURA:

- [1] ANIGACZ W.: AT - pakiet programów do analitycznego i graficznego opracowania wyników pomiarów jezdni suwnicowych. Karta informacyjna o programie, nr rejestru 14/56/90, Centrum Informatyczne Geodezji i Kartografii, Warszawa 1990.
- [2] ANIGACZ W.: CAD w rektyfikacji osi szyn suwnicowych. Stowarzyszenie Geodetów Polskich, Klub Użytkowników ETO w Geodezji, Materiały na XIX Naradę Szkoleniową Klubu Użytkowników ETO w Geodezji nt. Informatyka w Geodezji i Kartografii, Miedzeszyn k/Warszawy, 27+28 czerwiec 1990, część II, s. 1-2.
- [3] ANIGACZ W.: Opracowanie wyników pomiarów jezdni suwnicowych. Przegląd Geodezyjny, Nr 1, 1991, s. 13-14.
- [4] ANIGACZ W.: Minimum przesunięć przy rektyfikacji torów suwnicowych. Przegląd Geodezyjny, Nr 5, 1991, s. 16-17.
- [5] ANIGACZ W., PARTYKA M.A.: Analiza porównawcza uniwersalnej kamery pomiarowej UMK 10/1318 i fototeodolitu Photheo 19/1318. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, seria Konferencje 7(20), Pomiary Geodezyjne w Inżynierii, III Jesienna Szkoła Geodezji, Szklarska Poręba, 16+20 września 1976, s. 9-16, Wrocław 1976.
- [6] BAŁUT A.: Zastosowanie funkcji giętych w interpretacji wyników geodezyjnych pomiarów przemieszczeń. Rozprawa doktorska, Instytut Geodezji Górniczej i Przemysłowej Akademii Górniczo - Hutniczej w Krakowie, Kraków 1980.
- [7] BORTNICZUK W.: Analiza wpływu poziomych odszkształceń torów podsuwnicowych na pracę suwnic mostowych. Inżynieria i Budownictwo, Nr 6, 1972, s. 227-229.

- [8] БАРАН П.И.: Оптимизация планово-высотного размещения осей транспортных устройств в галереях. Инженерная Геодезия. Киевский Инженерно-Строительный Институт, Выпуск 21, с.29-37, Киев 1978.
- [9] CZAJA J.: Proces aproksymacji z dodatkowymi warunkami brzegowymi. Zeszyty Naukowe AGH Kraków, Nr 999, Geodezja Z. 86, s. 109-112, Kraków 1986.
- [10] CZAJKOWSKI Z.: Szczególne metody geodezyjnych badań konstrukcji przemysłowych. Praca doktorska, Politechnika Śląska w Gliwicach, Wydział Budownictwa Przemysłowego i Ogólnego, Gliwice 1963.
- [11] ENGEL L.J., SIECZKOWSKI J.M.: Uwagi na temat projektowania konstrukcji jezdni podsuwnicowych. Inżynieria i budownictwo, Nr 3, 1981, s. 91-95.
- [12] ГАНЬШИН В.Н., РЕПАЛОВ И.М.: Геодезические работы при строительстве и эксплуатации подкрановых путей. "Недра", Москва 1980.
- [13] GIL J.: Algorytm obliczania przemieszczeń pionowych na podstawie minimum sumy odchyień bezwzględnych. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, Wydział Budownictwa i Inżynierii Sanitarnej, Nr 85, Budownictwo 18, s. 89-94, Zielona Góra 1988.
- [14] HAHN M.: Comparison of different methods and strategies for detecting outliers in data. International Association of Geodesy, Polish Academy of Sciences - Committee of Geodesy, University of Mining and Metallurgy in Cracow, Institute of Geodesy and Cartography in Warsaw, Proceedings of the 7-th International Symposium on Geodetic Computations, Cracow, June 18-21, 1985, p. 455-475.
- [15] JANELE J.: Rektifikace jeřábových drah. Projekt a vytyčení osy jeřábové drahy v průmyslové hale. Geodetický a Kartografický Obzor, Nr 5, 1964, s. 119-123, Praga.
- [16] JANUSZ W.: Obsługa geodezyjna budowli i konstrukcji. PPWK, Warszawa 1975.

- [17] JANUSZ W.: Tyczenie i pomiary inwentaryzacyjne torów suwnicowych. [w:] Geodezja Inżynierska, praca zbiorowa, koordynator Pękalski M., tom II, rozdz. 8, s. 390-440, PPWK, Warszawa 1980.
- [18] JANUSZ W.: Zasady obliczania odchyłek szyn toru podsuwnicowego od właściwych położzeń. Przegląd Geodezyjny, Nr 5, 1983, s. 36-40.
- [19] ЯРМОЛЕНКО А.Ц.: Обработка измерений при определений планово положения подкрановых путей. Геодезия и Картография, Nr 1, 1988, s. 29-30, Москва.
- [20] JUZWA K.: Determinanty metrologiczne w zagadnieniach oceny kształtu i rektyfikacji suwnic i jezdni suwnicowych. Praca doktorska, Wydział Budownictwa Politechniki Śląskiej w Gliwicach, Gliwice 1983.
- [21] JUZWA K., MERCIK S.: Problemy pomiarowe dźwignic ze szczególnym uwzględnieniem suwnic i torów suwnicowych. Przegląd Geodezyjny, Nr 11, 1971, s. 460-465.
- [22] JUZWA K., MERCIK S.: Anwendung mathematischer Methoden zur Beurteilung der geometrischen Form von Kranbahnen und ihrer Berichtigung. International Federation of Surveyors, Proceedings of the II International Symposium on Deformation Measurements by Geodetic Methods. Germany, Bonn, 25+28.09.1978, Part 1, p. 18-1, 18-7.
- [23] JUZWA K., MERCIK S.: Zasady sporządzania dokumentacji pomiarowo-technicznej związanej z oceną kształtów i projektem rektyfikacji jezdni suwnicowych. Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej Polskiej Akademii Nauk, Polski Związek Inżynierów i Techników Budownictwa - Komitet Konstrukcji Metalowych Zarządu Głównego, PZITB Oddział w Gdańsku, Politechnika Gdańska, Zrzeszenie "MOSTOSTAL". Materiały VII Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej, KONSTRUKCJE METALOWE, 23-25 maj, Gdańsk 1984, tom 3, s. 313-321.

- [24] JUZWA K., WESELI J.: Zastosowanie elektronicznej techniki obliczeniowej dla wyznaczenia kształtu toru suwnicowego w płaszczyźnie poziomej. Przegląd Geodezyjny Nr 11, 1972, s. 470-473.
- [25] KRZESZOWSKI M.: Modyfikacja stosowanej metody analitycznego wyznaczania układu osi teoretycznych jezdni podsuwnicowych. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej we Wrocławiu, 1975, Melioracja XX, Nr 113, Wrocław 1975, s. 61-70.
- [26] KRZESZOWSKI M.: Metoda pomiaru położenia osi rzeczywistych zespołu szyn. Przegląd Geodezyjny, Nr 12, 1980, s. 414-417.
- [27] KRZESZOWSKI M.: Dostosowanie osi średnich z warunkami dla potrzeb modernizacji i regulacji budowli i konstrukcji. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej we Wrocławiu, 1987, Geodezja i Urządzenia Rolne, IV, Nr 113, Wrocław 1987, s. 13-21.
- [28] KUCZERA K.: Obliczanie wartości odchyłek elementów konstrukcji toru suwnicy od właściwych położzeń na EMC ODRA - 1204. Informator Branżowego Ośrodka Informacji Technicznej i Ekonomicznej, Instytut Geodezji i Kartografii, t. XXI, z. 4, 1976, Warszawa 1976, s. 14-43.
- [29] МАТВЕЕВ С. И.: Общий подход к математической обработке результатов съёмки железнодорожных кривых. Геодезия и Картография, Nr 9, 1989, s. 17-22, Москва.
- [30] MEINARDUS G.: Aproksymacja funkcji i jej metody numeryczne. PWN, Warszawa 1968.
- [31] NIEMIEC A.: Zastosowanie ciągłych modeli matematycznych do analizy przemieszczeń i odkształceń obiektów hutniczych obserwowanych metodami geodezyjnymi. Rozprawa doktorska, Instytut Geodezji Górniczej i Przemysłowej Akademii Górniczo - Hutniczej w Krakowie, Kraków 1985.
- [32] NIEMIEC A.: Geodezyjna obsługa jezdni suwnicowych o kształtach kołowych. Przegląd Geodezyjny, Nr 12, 1989, s. 7-11.

- [33] NOVAK Z., SRON J.: Početní vyrovnání deformací jeřábové dráhy. Geodetický a Kartografický Obzor, Nr 3, 1963, s. 65-67, Praga.
- [34] PASTERNAK H.: Probabilistyczny model obciążenia bocznego torów podsuwnicowych ze szczególnym uwzględnieniem ich imperfekcji geometrycznych. Praca doktorska, Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1981.
- [35] PAWŁOWSKI W., PITON L., PRZEWŁOCKI St.: Graficzna metoda projektowania rektyfikacji toru jezdnego dźwignicy w płaszczyźnie poziomej. Przegląd Geodezyjny, Nr 3, 1989, s. 14-16.
- [36] PRÓSZYŃSKI W.: Problem układu odniesienia w metodach obliczania przemieszczeń. Część I. Geodezja i Kartografia, t. XXXV, Zeszyt 1-2, 1986, s. 47-55.
- [37] PYKA K.: Aproksymacja i interpolacja bazowymi funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia. Zeszyty Naukowe AGH Kraków, Nr 961, Geodezja, Zeszyt 81, s. 99-110, Kraków 1984.
- [38] SMOLUK A.: Podstawy teorii aproksymacji i s-funkcje. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1974.
- [39] STOER J.: Wstęp do metod numerycznych. PWN, Warszawa 1979.
- [40] SZANCER S.: Statistisch-mathematische analyse der parameter horizontaler deformationen von krangleisen. International Federation of Surveyors, Stowarzyszenie Geodetów Polskich, Proceedings of the 4th International Symposium, Geodetic Measurements of Deformations, Katowice 1985-06-09+16, s.159-173.
- [41] SZPYTKO J.: Ocena stanu technicznego wybranych zespołów suwnicy pomostowej na podstawie badań symulacyjnych i eksploatacyjnych. Praca doktorska, Wydział Maszyn Górniczych i Hutniczych, Akademia Górniczo - Hutnicza w Krakowie, Kraków 1987.

- [42] TARABICHI M.A.: Deformacje geometryczne wybranych konstrukcji budowlanych badane metodami geodezyjnymi. Praca doktorska, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Łódzka, Łódź, sierpień 1989.

NORMY TECHNICZNE

- [N1] Deutsche Normen DIN 4132: Kranbahnen. Stahltragwerke. Grundsätze für Berechnung bauliche Durchbildung und Ausführung. Februar 1981.
- [N2] International Standard ISO 8306: Cranes - Overhead travelling cranes and portal bridge. Cranes - Tolerances for cranes and tracks. First edition 1985-12-15, International Organization for Standardization.
- [N3] NORMA BRANŻOWA BN-74/2102-01 - Dźwignice. Tory jezdne dla dźwignic bramowych i półbramowych. Dopuszczalne odchyłki. Zjednoczenie Przemysłu Budowy Maszyn Ciężkich, wyd. Detrans, Bytom R-74/41, Bytom 1974.
- [N4] NORMA BRANŻOWA BN-81/2912-01 - Konstrukcje stalowe. Belki podsuwnicowe. Obliczenia statyczne i projektowe. Centralny Ośrodek badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych MOSTOSTAL, Wydawnictwa Normalizacyjne "Alfa", wyd. 2, Warszawa 1984.
- [N5] NORMA BRANŻOWA BN-87/2748-06 - Dźwignice. Suwnice hutnicze. Ogólne wymagania i badania. Biuro projektów i Kompletacji Dostaw Maszyn i Urządzeń Hutniczych "HUTMASZPROJEKT-HAPEKO" w Gliwicach.
- [N6] NORMA BRANŻOWA BN-89/2163-02 - Dźwignice portowe. Tory jezdne. Wymagania ogólne. Ośrodek Normalizacji Portów Morskich PROJMORS w Gdańsku, Wydawnictwa Normalizacyjne "Alfa", Warszawa 1989.

- [N7] POLSKA NORMA PN-62/H-93410 - Szyny dźwigowe. Polski Komitet Normalizacyjny, Wydawnictwa Normalizacyjne, Warszawa 1962.
- [N8] POLSKA NORMA PN-77/B-06200 - Konstrukcje stalowe budowlane. Wymagania i badania. Polski Komitet Normalizacji i Miar, Wydawnictwa Normalizacyjne "Alfa", Warszawa 1977.
- [N9] POLSKA NORMA PN-84/H-93421 - Szyny normalnotorowe. Polski Komitet Normalizacji, Miar i Jakości, Wydawnictwa Normalizacyjne "Alfa", Warszawa 1984.
- [N10] POLSKA NORMA (PROJEKT) - Dźwignice. Tory jezdne suwnic pomostowych. Wymagania (wraz z charakterystyką normy). Data, od której norma ma obowiązywać 1993-01-01, Ośrodek Badawczo - Rozwojowy Dźwignic i Urządzeń Transportowych, Bytom 1990.
- [N11] WYTYCZNE WYKONANIA POMIARÓW SUWNIC I JEZDNI SUWNICOWYCH. Ministerstwo Hutnictwa i Przemysłu Maszynowego, załącznik nr 15 do instrukcji geodezyjnej resortu przemysłu ciężkiego, WPM "Wema", Warszawa 1982.

MODYFIKACJA GEODEZYJNYCH METOD PROJEKTOWANIA REKTYFIKACJI JEZDNI PODSUWNICOWYCH

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono dwie nowe metody analitycznego opracowania wyników pomiarów jezdni podsuwnicowych w płaszczyźnie poziomej.

Pierwsza metoda polega na znalezieniu takiego prostoliniowego przebiegu osi szyn, dla którego przy najmniejszej liczbie przesunięć suma wartości bezwzględnych przesunięć osiąga minimum lub wartość zbliżoną do minimum.

Druga metoda polega na aproksymacji jedno- i wielosegmentowej osi szyn zwykłymi wielomianami algebraicznymi. Poprzez dobranie odpowiedniego stopnia wielomianu, przy zachowaniu dopuszczalnych tolerancji geometrycznych, można zaprojektować przebieg osi szyn znacznie zmniejszający nakład pracy przy rektyfikacji, w porównaniu z metodami dotychczas stosowanymi.

Podczas optymalizacji położenia linii osi belek i szyn oblicza się przesunięcia belek do położenia określonego przez aproksymację wielomianową linii osi słupów. Następnie przeprowadza się wielomianową aproksymację linii osi belek i dla tak wyznaczonego usytuowania osi oblicza się przesunięcia szyn. Przedstawiony tryb postępowania uwzględnia położenie elementów konstrukcji jezdni, poprzez następujące po sobie dopasowanie linii osi belek do linii osi słupów i linii osi szyn do linii osi belek. Dobór stopni wielomianów aproksymujących uzależniony jest od spełnienia ograniczeń geometrycznych to jest dopuszczalnych mimośrodów osi słupów i belek, belek i szyn oraz zachowania dopuszczalnej odchyłki osi szyn od prostoliniowości. Za najlepsze uważa się takie rozwiązanie, które spełnia wszystkie warunki przy aproksymacji osi jezdni wielomianami możliwie najniższego stopnia.

W pracy zawarto szereg przykładów obliczeń dla dwóch zestawów danych, na których wykazano zalety proponowanych rozwiązań. Do zalet przedstawionych rozwiązań w stosunku do rozwiązań dotychczas stosowanych można zaliczyć: zmniejszenie nakładu pracy przy rektyfikacji jezdni podsuwnicowych poprzez zmniejszenie sumy wartości bezwzględnych przesunięć oraz możliwość wykonania kompleksowej oceny stanu geometrycznego jezdni suwnicowych dzięki wykorzystaniu aproksymacji wielomianowej. W pracy wykazano, że aproksymacja na dowolnych segmentach danego zakresu funkcjami będącymi wielomianami trzeciego stopnia prowadzi do rozwiązań o najmniejszej sumie wartości bezwzględnych przesunięć ze wszystkich przedstawionych metod.

MODIFICATION OF GEODETIC METHOD IN DESIGN OF RECTIFICATION OF THE
UNDER - CRANE TRACKS

Summary

In this dissertation a new two methods of processing of surveying results of the overhead crane in horizontal plane is presented.

The first method is based on determination of a bridge rails axle in a such manner that the sum of absolute values of horizontal displacements is equal to minimum or near minimum using a minimum number of displacements.

The second method is based on approximation of one- and multi-segment of rails axle by ordinary algebraic polynomials. Using an optimal number of polynomial elements and observing the boundary conditions it is possible to determine the axis of bridge rails with minimum cost of work. In case of optimization of position of axle beams and rails the displacements of axle of beams to position determined by polynomial approximation of line of columns axle are determined. As a next step the polynomial approximation of axles of beams is performed which is used as bases for calculation of the displacements of the axle of rails. The presented procedure takes into account the position of elements of the under - crane tracks structure by successive fitting of beams axle to the line of columns and the line of rails axle to the line of beams axle. The selection of degree of the approximation polynomials depends on the assumed geometrical constraints such as admissible eccentricity of axle columns and beams, beams and rails as well as deviation of rails axle from linearity. The criterion of the best solution is the satisfaction of all constraints during polynomial approximation using the degree of polynomial as low possible.

In this dissertation a series of examples of calculations using two sets of data are presented, which illustrates the advantages of the proposed solution. The advantage of the proposed solution in relation to previous solutions are as following minimization of cost of labor of rectification of under - crane tracks by diminishing of the sum of the absolute value of displacements and possibility of performing of complex estimation of geometric condition of the under - crane using polynomial approximation.

In this dissertation the presented approximation of arbitrary selected segments of the given under - crane tracs by the third degree polynomial yields the solution having the least sum of absolute values of displacements comparing with all other methods.

МОДИФИКАЦИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЮСТИРОВАНИЯ
ПОДКРАНОВЫХ ПУТЕЙ

РЕЗЮМЕ

В работе предложены два новых метода аналитической обработки результатов измерений геометрических параметров подкрановых путей в горизонтальной плоскости.

Первый метод состоит в нахождении таких прямых траекторий осей рельсов, для которых сумма абсолютных значений смещений достигает минимума или стремится к минимуму при минимальном количестве перемещений.

Второй метод состоит в аппроксимации одно- и многосегментовых осей рельсов обыкновенными алгебраическими полиномами. Путем подбора соответствующей степени многочлена и удовлетворения допустимым геометрическим отклонениям можно запроектировать ход трасы рельсов таким образом, чтобы достичь значительно меньшие по сравнению с другими методами, затраты труда на их юстирование.

В случае оптимизации положения линий осей балок и рельсов оси балок продвигают к осям колон, при чем сперва путем аппроксимации многочленами определяют оси колон. Затем выполняют аппроксимацию осей балок многочленами осей балок и с рассчитанными осями балок совмещают оси рельсов. Представленный способ решения учитывает положение элементов конструкции проезжей части, путем последовательной доводки осей балок к осям колон и осей рельсов к осям балок.

Подборка степеней аппроксимирующих многочленов зависит от удовлетворения геометрическим ограничениям, то есть допускаемым эксцентриситетам осей колон и балок, балок и рельсов, а также сохранения допустимого отклонения осей рельсов от прямолинейности.

Наилучшим считается такое решение, которое удовлетворяет ограничениям при аппроксимации многочленами возможно наименьшей степени.

В работе приводится ряд примеров расчета для двух наборов данных, при этом показаны преимущества предлагаемых методов.

К преимуществам этих методов, по отношению к методам до сих пор применяемым, можно отнести уменьшение затрат труда при юстировании подкрановых путей из-за уменьшения суммы абсолютных значений смещений а также возможность реализации комплексной оценки геометрического положения подкрановых путей благодаря использованию полиномиальной аппроксимации. В работе доказано что аппроксимация на довольно сегментах данного предела функциями, которые являются полиномами третьего порядка, ведут к решению минимальной суммы абсолютных значений смещений из всех представленных методов.