

**Tomasz Klimanek, Jan Paradysz, Marcin Szymkowiak**

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

---

## TAKSONOMETRYCZNA OCENA JAKOŚCI ESTYMATORÓW DLA MAŁYCH OBSZARÓW

---

**Streszczenie:** W statystyce małych obszarów problemem jest wielość wyników estymacji w zależności od rodzaju estymatora, rodzaju zmiennych pomocniczych oraz poziomu analizy. Powstaje zatem potrzeba oceny jakości wyników. Jedną z najpoważniejszych metod jest analiza taksonometryczna. Autorzy posłużyli się wybranymi metodami taksonometrycznymi dla oceny estymacji dochodu ekwiwalentnego gospodarstw domowych w powiatach województwa wielkopolskiego. Skoncentrowali się oni na wykorzystaniu jednego z takich kryteriów oceny estymatorów (kryterium kolejności), które zapewniłoby większą akceptowalność wyników badań statystycznych w społeczeństwie.

### 1. Wstęp

W ostatnich latach bardzo dużą rolę w badaniach próbkowych odgrywa rozwijająca się nowa filozofia badań, którą w literaturze określa się mianem statystyki małych obszarów. Podejmuje ona wyzwania badawcze szczególnie w tych warunkach, w których tradycyjne metody estymacji okazały się niewydolne oraz nieekonomiczne. Problemem jest jednak wielość wyników estymacji w zależności od rodzaju estymatora, rodzaju zmiennych pomocniczych oraz poziomu analizy. Szczególnie brak jasnych kryteriów oceny jakości estymatorów dla małych obszarów może być jednym z istotniejszych powodów tego, że nie jest ona stosowana jako źródło zasilania informacyjnego w statystyce publicznej na szerszą skalę. Powstaje zatem naturalna potrzeba oceny jakości uzyskanych wyników.

Spośród zaproponowanych w ostatnich latach kryteriów formalnych wewnętrznych stosowanych do oceny estymatorów [Paradysz 2008] w niniejszym artykule wybrano i podjęto próbę zastosowania kryterium kolejności. Oznacza ono, że uszeregowanie małych obszarów pod względem rosnących bądź malejących wartości badanej zmiennej odwzorowuje ich kolejność w populacji generalnej (w dużym obszarze). Zauważmy, że w przypadku niektórych zagadnień, takich jak konkurencyjność małych obszarów, większe znaczenie będzie miała ich kolejność niż osiągnięty poziom pod względem badanej zmiennej. Ponieważ na ogół nie będziemy znali „prawdziwego” uporządkowania małych obszarów w populacji generalnej, byłoby zasadne zbudowanie znanego w taksonomii syntetycznego wskaźnika rozwoju, na podstawie którego można byłoby próbować zweryfikować dobroć tego uporządkowania.

## 2. Opis procedury badawczej

Głównym celem badania była próba zastosowania kryterium kolejności jako dodatkowego kryterium oceny jakości estymacji dla małych obszarów. W przypadku przeprowadzonego przez autorów badania ocena tego kryterium polegała na analizie skorelowania uzyskanych wartości estymatorów z wartościami skonstruowanej we wstępnej fazie badania zmiennej syntetycznej. Należy podkreślić, że *novum*, które proponują autorzy, polega na dwojakim zastosowaniu metod taksonometrycznych. Do tej pory metody te w estymacji pośredniej pojawiały się w początkowej fazie badania, gdzie tworzone były grupy domen na podstawie technik bazujących na koncepcji podobieństwa obiektów. Miało to na celu zastosowanie odrębnych modeli regresyjnych dla grup domen. W ten sposób realizowany był podstawowy postulat statystyki małych obszarów dotyczący *pożyczania mocy*. Drugim momentem, w którym należałoby zastosować metody taksonometryczne, jest zdaniem autorów etap oceny uzyskanych oszacowań.

Badanie nad możliwościami zastosowania kryterium taksonometrycznego oparto na danych dotyczących województwa wielkopolskiego w 2002 r. Wartości zmiennej syntetycznej wyznaczone zostały na podstawie danych pochodzących z Banku Danych Regionalnych oraz z publikacji *Rocznik statystyczny województwa wielkopolskiego 2002*. Zmienną objaśnianą, dla której zastosowane zostały metody estymacji pośredniej, był dochód ekwiwalentny gospodarstw domowych w powiatach województwa wielkopolskiego. Badaniem reprezentacyjnym wykorzystanym w analizie były Badania Budżetów Gospodarstw Domowych (BBGD) w 2002 r., które dostarczyły także informacji na temat wartości zmiennych pomocniczych wykorzystanych do konstrukcji modeli regresyjnych w procesie estymacji. Przyjęto założenie, że funkcję domeny będzie pełnił powiat, a estymowanym parametrem będzie przeciętna wartość dochodu ekwiwalentnego.

W celu konstrukcji zmiennej syntetycznej charakteryzującej poziom rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego wykorzystano wcześniejsze doświadczenia badawcze ośrodka poznańskiego<sup>1</sup>. Wyróżniono dwie grupy potencjalnych zmiennych diagnostycznych. Pierwsza z nich charakteryzuje sytuację demograficzną oraz warunki życia ludności. W drugiej grupie znalazły się czynniki określające aktywność ekonomiczną społeczności lokalnej. Wstępna lista potencjalnych kandydatek kształtowała się następująco:

### **Grupa 1. Czynniki charakteryzujące sytuację demograficzno-społeczną:**

- X1 – wskaźnik urbanizacji (odsetek ludności miejskiej),
- X2 – saldo migracji na 1000 ludności,
- X3 – przeciętne wynagrodzenie miesięczne brutto,

---

<sup>1</sup> Podstawą konstrukcji wstępnej listy potencjalnych kandydatek na zmienne diagnostyczne były rezultaty wcześniejszych prac badawczych prowadzonych w obszarze rynku pracy, a zawartych w rozprawie habilitacyjnej E. Gołaty [Gołata 2004].

- X4 – zasoby mieszkaniowe (liczba mieszkań oddanych do użytku na 1000 zawartych małżeństw),  
 X5 – wskaźnik scholaryzacji (liczba uczniów LO na 100 osób w wieku 15-17 lat),  
 X6 – liczba lekarzy na 10 000 ludności,  
 X7 – liczba dentystów na 10 000 ludności,  
 X8 – liczba sklepów na 1000 mieszkańców,  
 X9 – drogi o nawierzchni utwardzonej na 100 km<sup>2</sup>,  
 X10 – dochody własne budżetów powiatów na 1 mieszkańca,  
 X11 – wydatki inwestycyjne budżetów powiatów na 1 mieszkańca.

**Grupa 2. Czynniki charakteryzujące aktywność ekonomiczną społeczności lokalnej:**

- X12 – odsetek ludności pracującej poza rolnictwem indywidualnym,  
 X13 – odsetek ludności pracującej w usługach rynkowych,  
 X14 – liczba zakładów osób fizycznych na 1000 ludności,  
 X15 – liczba spółek prawa handlowego na 1000 mieszkańców,  
 X16 – liczba spółek z udziałem kapitału zagranicznego na 1000 mieszkańców,  
 X17 – podmioty gospodarki narodowej w systemie REGON w sektorze prywatnym na 1000 mieszkańców.

Wstępna analiza charakterystyk rozkładu badanych zmiennych pozwoliła na wyeliminowanie zmiennych X2 (ze względu na występujące obserwacje odstające) oraz X12 (ze względu na zbyt niską wartość współczynnika zmienności wynoszącą 3,5%).

W dalszej kolejności zastosowano zaimplementowaną w oprogramowaniu SAS deklomeryczną procedurę **VARCLUS**, której zadaniem była dalsza redukcja zbioru potencjalnych zmiennych. Dzieli ona wyjściowy zestaw zmiennych na mniejszą grupę rozłącznych skupień, z których następnie wybiera się reprezentantów każdego ze skupień przez analizę ilorazu zdefiniowanego następująco<sup>2</sup>:

$$1 - R_{RATIO}^2 = \frac{1 - R_{own}^2}{1 - R_{next}^2}, \quad (1)$$

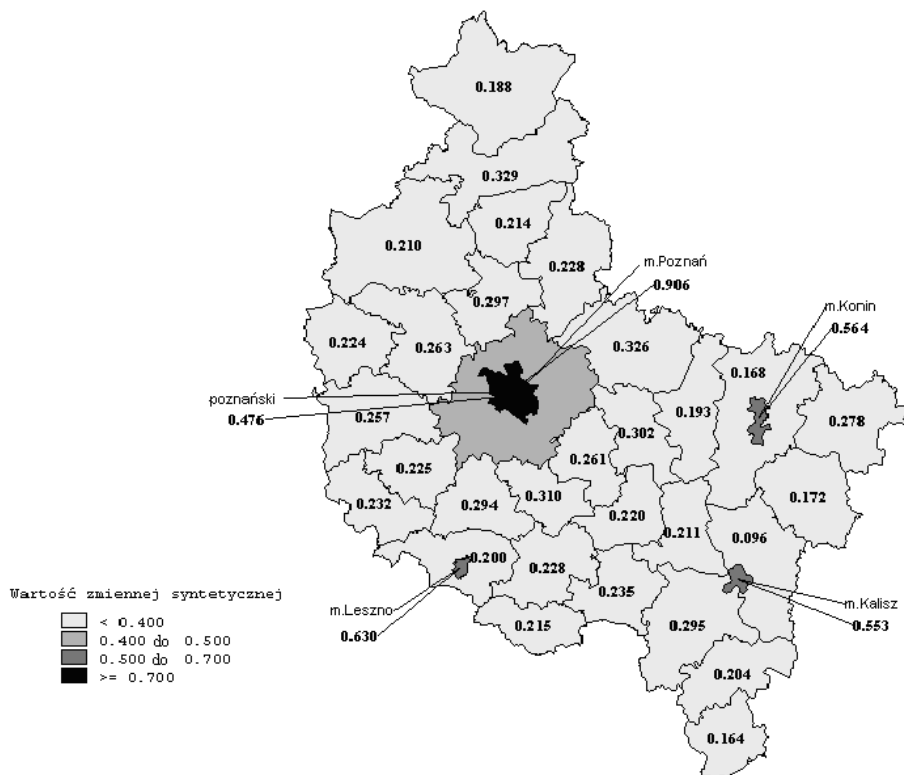
$1 - R_{own}^2$  to współczynnik indeterminacji danej zmiennej z własnym skupieniem,

$1 - R_{next}^2$  to współczynnik indeterminacji danej zmiennej z następnym najbliższym skupieniem.

W każdej kolejnej iteracji zastosowanego w tej procedurze algorytmu podstawą wyboru skupienia do dalszego podziału jest najmniejszy udział wyjaśnionej wariancji, przy założeniu, że nie przekracza ona ustalonej wartości 90%. Ostateczny zbiór zmiennych wykorzystanych do konstrukcji zmiennej syntetycznej kształtował

<sup>2</sup> Szczegółowy opis procedury VARCLUS można znaleźć w dokumentacji technicznej programu SAS – por. SAS Online Documentation.

się następująco: X1, X3, X4, X6, X7, X8, X9, X10, X13, X14, X16. Wszystkie zmienne miały charakter stymulant, jako metodę standaryzacji wybrano unitaryzację zerowaną, a przy konstrukcji zmiennej syntetycznej jako formułę agregującą wykorzystano średnią arytmetyczną. Zstandaryzowane wartości zmiennych wykorzystano także do pogrupowania powiatów województwa wielkopolskiego w podobne skupienia, wykorzystując metodę Warda. Poniżej na kartogramie (rys. 1) przedstawione zostały wyniki rankingu oraz grupowania metodą Warda.



**Rys. 1.** Wartości zmiennej syntetycznej charakteryzującej rozwój społeczno-gospodarczy powiatów województwa wielkopolskiego w 2002 r. oraz wyniki grupowania powiatów na podstawie metody Warda

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki rankingu oraz grupowania dają podobny obraz powiatów województwa wielkopolskiego w 2002 r. Najwyższą pozycję zajmuje w rankingu miasto Poznań, dla którego wartość zmiennej syntetycznej wyniosła 0,906. Tworzy ono także osobne skupienie. Drugie skupienie tworzą powiaty grodzkie: Kalisz, Konin i Leszno. Osiągają one także wysokie wartości zmiennej syntetycznej: od 0,553 do 0,630. Kolejne pojedyncze skupienie tworzy powiat poznański ziemski. Wartość

zmiennej syntetycznej jest także zgodna z wynikami grupowania – należy ona do trzeciej co do wielkości grupy wartości syntetycznego miernika rozwoju i wyniosła 0,476. Ostatnie skupienie stanowi grupa pozostałych powiatów. Wartości syntetycznego miernika rozwoju wahają się od 0,100 w przypadku powiatu kaliskiego do 0,329 w przypadku powiatu pilskiego. Otrzymany w wyniku zastosowania metod taksonometrycznych obraz województwa wielkopolskiego w przekroju powiatów jest zgodny z wiedzą autorów badania oraz wynikami innych badań empirycznych [Gołata 2004; Szymkowiak 2009].

Uzyskane wyniki były podstawą do skonstruowania 3 modeli regresyjnych<sup>3</sup> będących podstawą estymacji pośredniej. W modelach tych rolę zmiennej objaśnianej odgrywał dochód ekwiwalentny gospodarstwa domowego. Dochód gospodarstwa domowego, który jest bezpośrednio mierzony w BBGD, nie zapewnia możliwości porównywania gospodarstw domowych między sobą dlatego, że badanie dotyczy różnych pod względem składu osobowego i wieku członków gospodarstw domowych. Dla zachowania porównywalności gospodarstw domowych, różniących się wielkością i strukturą demograficzną, w badaniach stosuje się tzw. skalę ekwiwalentności. W literaturze spotyka się kilka definicji tych skal [*OECD Project...*, s. 1-2]. W badaniu zastosowano tzw. skalę zmodyfikowaną (*OECD modified scale*). Definiuje ona dochód ekwiwalentny jako iloraz dochodu gospodarstwa domowego i jego składu osobowego. Pierwsza dorosła osoba w gospodarstwie domowym ma wagę równą 1, druga i kolejne mają wagę równą 0,5. Dzieciom (tzn. osobie do 14 roku życia) przypisuje się wagę równą 0,3.

Funkcję zmiennych objaśnianych pełniły: (LOS) – liczba osób w gospodarstwie domowym, (POPR\_OG) – udział osób w wieku poprodukcyjnym w ogólnej liczbie członków gospodarstwa domowego, (POPR\_M) – udział osób w wieku poprodukcyjnym w ogólnej liczbie członków gospodarstwa domowego, (EDU) – udział osób z wykształceniem wyższym w ogólnej liczbie członków gospodarstwa domowego.

Przyjęto także założenie, że znane są wartości zmiennych pomocniczych w populacji na poziomie domen. Wartości tych zmiennych uzyskane zostały z Banku Danych Regionalnych. Zastosowano 4 spośród 7 estymatorów wykorzystywanych w projekcie EURAREA: DIRECT, GREG, SYNTHETIC oraz EBLUP<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup> Liczba modeli zgodnie z wynikami grupowania powinna wynosić 4, ale w związku z uzyskaniem dwóch skupień jednoelementowych zostały one połączone. W tym przypadku zabieg ten nie do końca miał charakter tylko techniczny, połączone bowiem zostały miasto Poznań i powiat poznański ziemski, które tworzą pewną naturalną aglomerację.

<sup>4</sup> Szczegółowy opis estymatorów oraz miar oceny ich jakości znajduje się w dokumentacji projektu EURAREA umieszczonej na stronie urzędu statystycznego Wielkiej Brytanii [*EURAREA Project...* 2005].

### 3. Uzyskane wyniki

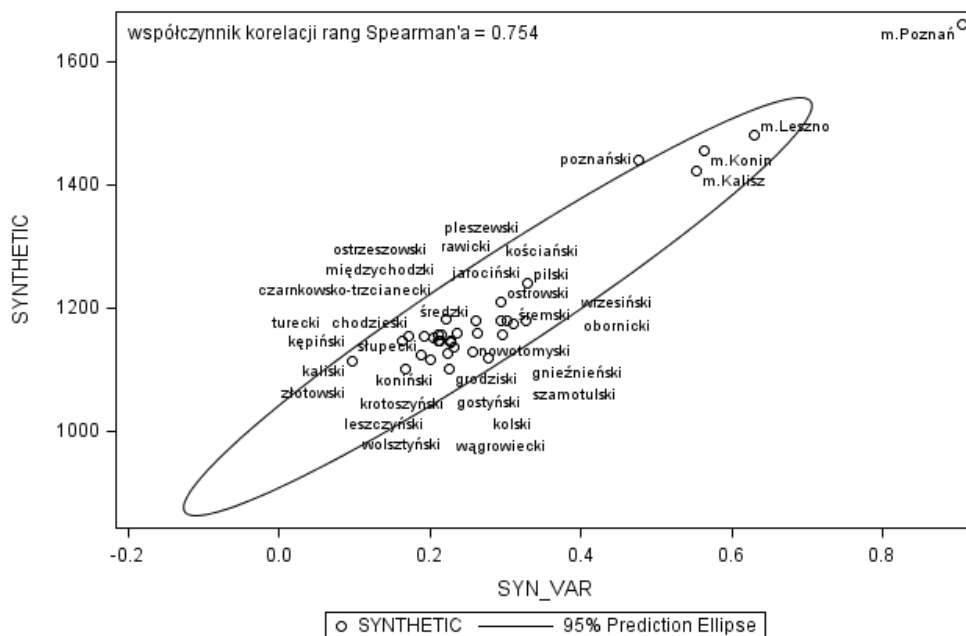
Wyniki przeprowadzonego badania w syntetycznej formie zawiera tab. 1, w której oprócz nazwy powiatu podane zostały oceny 4 estymatorów i wartość zmiennej syntetycznej (WZS).

**Tabela 1.** Oceny estymatorów przeciętnej wartości dochodu ekwiwalentnego w gospodarstwach domowych powiatów województwa wielkopolskiego w 2002 r.

Powiat	Skupienie	DIRECT	GREG	EBLUP	SYNTHETIC	WZS
Chodzieski	4	1271,51	2471,64	1209,03	1146,08	0,214
Czarnkowsko- -trzcianecki	4	900,22	956,31	1132,27	1146,65	0,210
Gnieźnieński	4	962,48	1351,27	1198,54	1179,22	0,326
Gostyński	4	986,31	1319,02	1156,91	1146,71	0,228
Grodziski	4	832,93	765,82	1083,04	1101,53	0,225
Jarociński	4	976,58	1057,52	1169,99	1180,89	0,220
Kaliski	4	.	1114,51	1112,98	1112,98	0,096
Kępiański	4	1015,83	985,45	1137,92	1144,82	0,164
Kolski	4	950,77	950,55	1105,48	1118,74	0,278
Koniński	4	881,30	720,02	1060,51	1099,75	0,168
Kościański	4	849,94	749,90	1149,06	1179,57	0,294
Krotoszyński	4	838,51	1000,85	1143,02	1157,73	0,235
Leszczyński	4	1013,93	1413,65	1131,90	1116,78	0,200
Międzychodzki	4	937,70	1012,16	1121,40	1126,32	0,224
Nowotomyski	4	1008,90	1348,66	1146,75	1128,32	0,257
Obornicki	4	908,05	879,39	1142,35	1156,02	0,297
Ostrowski	4	927,50	1134,14	1197,11	1209,31	0,295
Ostrzeszowski	4	924,94	1059,59	1148,72	1152,08	0,204
Piłski	4	1137,29	1742,34	1292,73	1240,84	0,329
Pleszewski	4	1029,43	1256,28	1162,76	1156,23	0,211
Poznański	3	1219,83	1435,45	1440,07	1440,09	0,476
Rawicki	4	1247,11	1784,51	1199,19	1155,39	0,215
Słupecki	4	916,19	1104,62	1149,13	1153,77	0,193
Szamotulski	4	892,47	974,90	1145,30	1158,07	0,263
Średzki	4	885,86	868,20	1161,80	1179,38	0,261
Śremski	4	1233,96	2043,69	1223,07	1173,29	0,310
Turecki	4	888,91	822,28	1123,47	1153,30	0,172
Wągrowiecki	4	957,40	855,45	1126,72	1143,56	0,228
Wolsztyński	4	.	1141,22	1137,07	1137,07	0,232
Wrzesiński	4	866,71	918,89	1156,92	1178,07	0,302
Złotowski	4	1014,46	1209,10	1130,42	1122,89	0,188
M. Kalisz	2	1010,35	1209,46	1375,01	1422,92	0,553
M. Konin	2	.	1476,55	1456,05	1456,05	0,564
M. Leszno	2	1150,87	1932,67	1528,64	1480,68	0,630
M. Poznań	1	1451,78	1652,96	1660,97	1660,96	0,906

Źródło. obliczenia własne.





**Rys. 3.** Korelacja wartości zmiennej syntetycznej z oszacowaniem dochodu ekwiwalentnego w powiatach województwa wielkopolskiego za pomocą estymatora syntetycznego

Źródło: opracowanie własne.

Przewaga estymacji pośredniej uwiadcza się także na przykładzie powiatów, z których w próbie nie znalazło się ani jedno gospodarstwo domowe (powiaty: kaliski, wolsztyński, miasto Konin). W takim przypadku stosowanie estymatorów bezpośrednich jest bezcelowe.

## 4. Podsumowanie

Uwzględnienie w procesie estymacji pośredniej zaproponowanego w artykule kryterium kolejności ma na celu zwiększenie społecznej akceptacji uzyskanych wyników. Będzie to miało znaczenie zwłaszcza w odniesieniu do samorządu terytorialnego jako odbiorcy oszacowań na niskich poziomach agregacji przestrzennej. Ze względu na konieczność podejmowania arbitralnych decyzji przez statystyków (na przykład w sensie wyboru „najlepszego” estymatora) wydaje się konieczne włączenie do tego procesu także samorządu lokalnego, który ponosi konsekwencje tych rozstrzygnięć. Jeśli nie mamy przekonujących dowodów na poprawność naszych szacunków, to powinniśmy się odnieść do zdania odbiorców naszych badań. Ten postulat powinien być brany pod uwagę szczególnie w tych przypadkach, kiedy adresat naszych analiz ponosi ryzyko utraty korzyści materialnych, na jakie go



naraża nasza estymacja. Ponieważ interesy odbiorców naszych analiz mogą być sprzeczne, to powinno to znaleźć odzwierciedlenie w naszych kryteriach oceny.

Uzyskane wyniki wskazują konieczność prowadzenia dalszych prac badawczych w zakresie testowania tego kryterium w odniesieniu do innych, ważnych zastosowań ekonomicznych: rynek pracy, statystyka przedsiębiorstw czy statystyka rolnictwa. Zachęcają także do podjęcia prac metodologicznych w odniesieniu do takiej konstrukcji estymatorów pośrednich, które wychodziłyby na przeciw postulatowi stawianym w odniesieniu do innych kryteriów: poziomu, odległości czy liniowości układów przestrzennych.

## Literatura

*EURAREA Project Reference Volume*, <http://www.statistics.gov.uk/eurarea>, 2005.

Gołata E., *Estymacja pośrednia bezrobocia na lokalnym rynku pracy*, AE, Poznań 2004.

OECD Project on Income Distribution and Poverty, *What are equivalence scales?*, <http://www.oecd.org/dataoecd/61/52/35411111.pdf>.

Paradysz J., *Kryteria dobroci estymacji dla małych obszarów*, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl), GUS, Warszawa 2008.

Szymkowiak M., *Estymatory kalibracyjne w badaniu budżetów gospodarstw domowych*, niepublikowana praca doktorska, Poznań 2009.

## THE TAXONOMETRIC EVALUATION OF THE SMALL AREA ESTIMATORS' QUALITY

**Summary:** One of the most important problem in small area statistics is the variety of estimates depending on type of the estimator applied, covariates used in the modeling and the level of analysis. So the natural need is to properly evaluate the estimates. The taxonomic analysis seems to be the most complex one in this field. The authors' motivation was to use the selected taxonomic methods to evaluate the indirect estimates of equivalised income of households in poviats of the Wielkopolska region. They focused on applying the order criterion – one of such criterions which allows for a wider acceptance of estimates in the society.