PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU nr 108
Współczesne tendencje rozwojowe badań operacyjnych 2010

Agnieszka Przybylska-Mazur
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

WPŁYW KRYTERIUM WYBORU RZĘDU AUTOREGRESJI WEKTOROWEJ NA DOKŁADNOŚĆ PROGNOZOWANIA WSKAŹNIKA INFLACJI

Streszczenie: Przedstawiono wybrane kryteria informacyjne wyboru rzędu autoregresji wektorowej VAR: kryterium Aikaike'a – AIC, kryterium Schwarza – SC, Bayesa – BIC i Hannana-Quinna – HQC. W pracy poddano analizie testy wyboru rzędu kointegracji, zaprezentowano też przykład empiryczny obrazujący wpływ sposobu wyboru rzędu autoregresji wektorowej i rzędu kointegracji w modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu na efektywność prognozy wskaźnika inflacji.

Słowa kluczowe: prognozowanie inflacji, modele autoregresyjne, wybór rzędu autoregresji

1. Wstęp

W artykule zostały przedstawione wybrane metody wyboru rzędu autoregresji: kryteria informacyjne – kryterium Akaike'a (AIC), kryterium Schwartza (SC), Bayesa (BIC) i Hannana-Quinna (H-Q) oraz test ilorazu wiarygodności. Omówiono etapy konstrukcji prognozy oraz oceniono efektywność prognoz, wykorzystując pierwiastek błędu średniokwadratowego prognoz *ex post*. Na zakończenie został zaprezentowany przykład empiryczny obrazujący wpływ sposobu wyboru rzędu autoregresji w modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu na efektywność prognozy wskaźnika inflacji.

Na początku zostaną podane określenia modelu autoregresji wektorowej VAR i modelu RR-VAR autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu.

2. Modele autoregresji wektorowej VAR i RR-VAR

Modele wielowymiarowych procesów stochastycznych są alternatywą względem modeli strukturalnych. Zostały one wykorzystane do prognozowania wskaźnika inflacji, ponieważ jest to główny cel, jaki stawiano w literaturze ekonometrycznej modelom procesów stochastycznych. Podstawowym modelem wielowymiarowych szeregów czasowych jest model autoregresji wektorowej VAR.

Ekonometryczne modelowanie wielowymiarowych szeregów czasowych opiera się na następujących zasadach [Sims 1980]. W modelach autoregresji wektorowej nie ma podziału *a priori* na zmienne endogeniczne i egzogeniczne. W modelach typu VAR zmiennymi objaśniającymi są opóźnienia wszystkich zmiennych endogenicznych występujących w modelu, zatem można uważać, że w modelu występują tylko zmienne endogeniczne. Model VAR składa się z równań regresji każdej zmiennej nieopóźnionej modelu względem wszystkich zmiennych modelu opóźnionych o pewną liczbę okresów.

- Nie istnieją żadne uzasadnione ograniczenia nałożone na wartości parametrów modelu.
- Nie istnieje ścisła i pierwotna teoria ekonomiczna, która jest podstawą konstrukcji modelu.

Zakładając, że w modelu występuje K zmiennych i uwzględniamy p opóźnień, model można zapisać następująco:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \ldots + A_p y_{t-p} + \Sigma_t \quad t = p+1,\, p+2,\, \ldots,\, N \qquad (1)$$

lub równoważnie

$$y_t = A \cdot X_t + \Sigma_t \qquad (1')$$

gdzie: y_t – K-elementowy wektor obserwacji wszystkich zmiennych występujących w modelu w okresie t;

$$X_t = \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \vdots \\ y_{t-p} \end{bmatrix};$$

y_{t-i} – K-elementowy wektor obserwacji wszystkich zmiennych występujących w modelu w okresie $t - i$, dla $i = 1, 2, \ldots, p$;

$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \ldots & A_p \end{bmatrix}$;

A_i dla $i = 1, 2, \ldots, p$ – macierze stopnia K, są to macierze parametrów, pełniące funkcje macierzy mnożników pośrednich w modelu wielorównaniowym;

Σ_t – wektor składników losowych; zakłada się, że Σ_t jest K-wymiarową zmienną losową mającą K-wymiarowy rozkład normalny $N(\theta, \Omega)$, Ω – macierz momentów centralnych rzędu drugiego (macierz wariancji i kowariancji).

Jeżeli przez $A(L)$ oznaczymy operator opóźnienia, to wzór (1') można zapisać w równoważnej postaci następująco:

$$[I_K - A(L)]y_t = \Sigma_t \qquad (2)$$

gdzie I_K jest macierzą jednostkową stopnia K.

Operator opóźnienia można zapisać w postaci:

$$A(L) = B(L) \cdot C(L),$$

gdzie $B(L) = B_0 + B_1 L + B_2 L^2 + \ldots + B_q L^q$, $C(L) = C_1 L + C_2 L^2 + \ldots + C_p L^p$.

Jeżeli $q = 0$, to proces autoregresji nazywamy procesem autoregresji zredukowanego rzędu. W tym przypadku operator opóźnienia ma postać

$$A(L) = B_0 C_1 L + B_0 C_2 L^2 + \ldots + B_0 C_p L^p .$$

Przyjmując oznaczenia $B = B_0$, $C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \ldots & C_p \end{bmatrix}$, macierz A w modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu można zapisać następująco:

$$A = B C'^T ,$$

gdzie B oraz macierze C_i mają wymiar $K \times r$, natomiast $C^T = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_p \end{bmatrix}$ ma wymiar $r \times Kp$.

Obecnie zostaną omówione wybrane metody wyznaczania rzędu autoregresji.

3. Wybrane metody wyznaczania rzędu autoregresji i kointegracji

A. Kryteria informacyjne

Są one jednym ze sposobów wyznaczania długości opóźnienia w modelu autoregresji. Wyróżniamy następujące kryteria:

- Kryterium Akaike'a – kryterium AIC bazujące na funkcji

$$AIC = \ln \left| \tilde{\Omega} \right| + K^2 p \tfrac{2}{N} \tag{3}$$

- Kryterium Schwartza – kryterium SC bazujące na funkcji

$$SC = \ln \left| \tilde{\Omega} \right| + K^2 p \tfrac{\ln N}{N} \tag{4}$$

- Kryterium Hannana-Quinna – kryterium H-Q bazujące na funkcji

$$HQ = \ln \left| \tilde{\Omega} \right| + K^2 p \tfrac{2 \ln (\ln N)}{N} \tag{5}$$

gdzie: $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}(r, p)$ jest macierzą wariancji i kowariancji reszt modelu wyrażoną wzorem

$$\tilde{\Omega} = \tfrac{1}{N-p} (Y - \tilde{A}_{(r)} X)(Y - \tilde{A}_{(r)} X)^T \tag{6}$$

Y, X są macierzami wymiaru $K \times (N-p)$, $Kp \times (N-p)$ odpowiednio.

Wartości estymatorów $\tilde{A}_{(r)}$ macierzy A są zależne nie tylko od długości opóźnienia p, ale także od rzędu kointegracji r, czyli wartości estymatorów $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}(r, p)$ są różne dla różnych wartości rzędu autoregresji p i rzędu kointegracji r. Zatem na podstawie kryterium AIC wartości rzędu autoregresji p i rzędu kointegracji r wybiera się tak, aby funkcja (3) przyjmowała wartość minimalną. Na podstawie kryterium SC wartości rzędu autoregresji p i rzędu kointegracji r wybiera się tak, aby funkcja (4) przyjmowała wartość minimalną, natomiast na podstawie kryterium H-Q wartości rzędu autoregresji p i rzędu kointegracji r wybiera się tak, aby funkcja (5) przyjmowała wartość minimalną.

B. Test ilorazu wiarygodności

Maksymalizacja logarytmowanej funkcji wiarygodności

$$L = L(\tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{\Omega}) = -\frac{N-p}{2}\ln(2\pi) - \frac{N-p}{2}\ln\left|\tilde{\Omega}\right| -$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N-p}((R_{0t} - \tilde{B}\tilde{C}^T R_{1t})^T \tilde{\Omega}^{-1} (R_{0t} - \tilde{B}\tilde{C}^T R_{1t})$$

jest równoznaczna z minimalizacją wyznacznika estymatora $\tilde{\Omega}$, czyli

$$L \to \max \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{T}{2}\ln\left|\tilde{\Omega}\right| \to \min,$$

gdzie T jest długością tzw. efektywnej próby, $T = N - p$, N zaś liczbą obserwacji – długością całej próby.

Hipoteza zerowa H_p mówi, że rząd autoregresji, czyli długość opóźnienia, wynosi p, natomiast hipoteza alternatywna H_{p+1} mówi, że rząd autoregresji wynosi $p+1$, dla $p = 1, 2, ..., N-2$. Hipoteza alternatywna testuje, czy współczynniki macierzy A_{p+1} stopnia K są równe zeru.

Statystyka pozwalająca na weryfikowanie hipotezy wyraża się wzorem

$$-2\,L = T\,(\ln\left|\,\Omega_p\right| - \ln\left|\,\Omega_{p+1}\right|) \tag{7}$$

i ma ona asymptotyczny rozkład χ^2 z K^2 stopniami swobody.

4. Etapy konstrukcji prognozy

Można wyróżnić następujące etapy pozwalające na wyznaczenie prognozy wskaźnika:

Etap 1. Wybór szeregu danych.

Wybieramy szereg reprezentatywnych (M–1) zmiennych ekonomicznych wpływających na badany proces ekonomiczny, czyli inflację, oraz usuwamy sezonowość z każdego szeregu czasowego.

Etap 2. Sprawdzenie stacjonarności danych i wykonanie standaryzacji stacjonarnych szeregów czasowych:

- Sprawdzamy stacjonarność danych, z których usunięto sezonowość, wykonując test pierwiastka jednostkowego, np. test D-F (Dickneya-Fullera). Jeżeli któryś szereg czasowy nie jest stacjonarny, to obliczamy różnice aż do momentu, kiedy stwierdzimy, że szereg przyrostów jest stacjonarny;
- Standaryzujemy stacjonarne szeregi czasowe.

Etap 3. Wybór rzędu autoregresji.

Etap 4. Estymacja modelu RR-VAR autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu.

Funkcję – kryterium wyboru estymatorów $\tilde{B}, \tilde{C}^T$ macierzy wymiaru $K \times r$ i $r \times Kp$ można zapisać następująco

$$tr\,(Y - BC^T X)^T \Sigma_u^{-1} (Y - BC^T X) \tag{8}$$

Estymatory $\tilde{B}, \tilde{C}^T$ wybiera się tak, aby funkcja (8) przyjmowała minimum.

Estymatory najmniejszych kwadratów modelu RR-VAR, czyli minimum funkcji (8) ze względu na B i C^T, dane są wzorami:

$$\tilde{B} = \Sigma_u^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{V} \tag{9}$$

$$\tilde{C}^T = \tilde{V}^T \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} Y X^T (X X^T)^{-1} \tag{10}$$

przy założeniu, że Y, X, Σ_u, B, C^T są macierzami wymiaru $K \times (N-p)$, $Kp \times (N-p)$, $K \times K$, $K \times r$, $r \times Kp$ odpowiednio oraz Σ_u jest macierzą dodatnio określoną, $rz(B) = rz(C^T) = r$, $rz(X) = Kp$, $rz(Y) = K$.

We wzorach (9) i (10) $\tilde{V} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 & \tilde{v}_2 & \dots & \tilde{v}_r \end{bmatrix}$ jest macierzą wymiaru $K \times r$ ortonormalnych wektorów własnych odpowiadającym r największym wartościom własnym macierzy

$$\frac{1}{N-p} \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} Y X^T (X X^T)^{-1} X Y^T \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} \tag{11}$$

uporządkowanym nierosnąco.

Ponadto, ponieważ Σ_u jest dowolną dodatnio określoną macierzą stopnia K, więc można przyjąć, że

$$\tilde{\Sigma}_u = \frac{1}{N-p} Y \left(I_{N-p} - X^T (X X^T)^{-1} X\right) Y^T \tag{12}$$

Etap 5. Wyznaczenie prognoz.

Prognozy warunkowe na m okresów do przodu wyznaczamy rekurencyjnie; prognoza warunkowa na jeden okres do przodu wyraża się wzorem

$$\tilde{y}_{t/t-1} = \left(\tilde{B}\tilde{C}^T\right) X_{t-1} \text{ dla } t = N+1, N+2, N+m \tag{13}$$

Etap 6. Ocena prognoz modeli autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu.

Dokładność prognoz można ocenić na podstawie na podstawie pierwiastka błędu średniokwadratowego prognoz *ex post* (*root mean square error* – RMSE), korzystając ze wzoru

$$s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} \tag{14}$$

gdzie: s_1^{*2} jest średnim kwadratowym błędem prognoz *ex post*

$$s_1^{*2} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^{m} ((\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2 \tag{15}$$

π_t – rzeczywista wartość wskaźnika inflacji w okresie *t*,

$\tilde{\pi}_{t/t-1}$ – wartość prognozy wskaźnika inflacji w okresie *t* przy opóźnieniu równym 1.

5. Przykład empiryczny

Do modelu autoregresji wektorowej wzięto pod uwagę następujące zmienne:

x_0 – wskaźnik inflacji (analogiczny miesiąc roku poprzedniego = 100);

x_1 – PKB;

x_2 – kursy walut (kurs euro);

Dokonano analizy wskaźnika inflacji na podstawie danych z okresu styczeń 2004-styczeń 2008. Następnie wygładzono szeregi czasowe metodą mechaniczną, obliczając średnie ruchome z trzech okresów.

Wykonując test D-F na poziomie istotności 0,01, 0,05 i 0,1, sprawdzono stacjonarność wygładzonych danych, uzyskując następujące wyniki:
- szereg wskaźników inflacji jest szeregiem I(1), czyli stacjonarny jest szereg pierwszych przyrostów;
- PKB jest szeregiem I(1);
- szereg kursów walut (euro) jest szeregiem I(1).

Następnie dokonano standaryzacji stacjonarnych szeregów czasowych.

W kolejnym kroku wybrano rząd autoregresji i rząd kointegracji, korzystając z każdej omówionej metody. Występujący we wzorach (3), (4), (5) $\ln\left|\tilde{\Omega}\right|$ jest określony, gdy wyznacznik $\left|\tilde{\Omega}\right|$ jest większy od zera. Na podstawie wykonanych obliczeń stwierdzono, że przyjęty stopień dokładności ma wpływ na wartości funkcji AIC, SC, H-Q. Zatem poniżej rozważono dwa przypadki.

Przypadek 1

Przyjmując dokładność wartości wyznacznika $\left|\tilde{\Omega}\right|$ macierzy wariancji i kowariancji 10^{-5}, wartości funkcji AIC, SC oraz H-Q zawarto w tab. 1.

Tabela 1. Wartości funkcji AIC, SC, H-Q – dokładność wartości wyznacznika 10^{-5}

Rząd modelu VAR P	Rząd kointegracji R	$\left\|\tilde{\Omega}\right\|$	$\ln\left\|\tilde{\Omega}\right\|$	AIC	SC	H-Q
1	1	0,20741	–1,573	–1,1730	–0,8117	–1,0383
	2	0,07709	–2,5628	–2,1628	–1,8014	–2,0281
	3	0,06151	–2,7886	–2,3886	–2,0273	–2,2539
2	1	0,14008	–1,9656	–1,1656	–0,4429	–0,8962
	2	0,32904	–1,1116	–0,3116	0,4111	–0,0422
	3	0,24252	–1,4167	–0,6167	0,1060	0,3473
3	1	0,09775	–2,3253	–1,1253	–0,0413	–0,7212
	2	0,02624	–3,6403	–2,4403	–1,3563	–2,0362
	3	0,01369	–4,2914	–3,0914	–2,0074	–2,6873
4	1	0,05112	–2,9736	–1,3736	0,0718	–0,8348
	2	0,00961	–4,6446	–3,0446	–1,5993	–2,5058
	3	0,00452	–5,3988	–3,7988	–2,3535	–3,2600
5	1	0,04415	–3,1201	–1,1201	0,6865	–0,4466
	2	0,00621	–5,0820	–3,0820	–1,2753	–2,4085
	3	0,00271	–5,9099	–3,9099	–2,1032	–3,2364
6	1	0,04279	–3,1515	–0,7515	1,4165	0,0567
	2	0,00513	–5,2730	–2,8730	–0,7090	–2,0648
	3	0,00217	–6,1350	–3,7350	–1,5670	–2,9268
7	1	0,03838	–3,2601	–0,4601	2,0692	0,4828
	2	0,00442	–5,4208	–2,6208	–0,0915	–1,6779
	3	0,00163	–6,4172	–2,6172	–1,0878	–2,6742
8	1	0,02791	–3,5786	–0,3787	2,5120	0,6990
	2	0,00262	–5,9455	–2,7455	0,1452	–1,6679
	3	0,00032	–8,0549	–4,6549	–1,9643	–3,7773
9	1	0,20191	–1,6000	2,0000	5,2520	3,2124
	2	0,08638	–2,4490	1,1510	4,4030	2,3633
	3	0,06451	–2,7410	0,8590	4,1110	2,0713
10	1	0,00807	–5,2852	–1,2852	2,3282	0,0618
	2	0,00019	–8,5980	–4,5950	–0,9817	–3,2480
	3	0,00001	–11,3587	–7,3587	–3,7454	–6,0117

Źródło: obliczenia własne.

Obliczenia przeprowadzono do $p = 10$, ponieważ dla $p = 11$ macierz Σ_u jest macierzą osobliwą.

Z tabeli wynika, że w tym przypadku wszystkie funkcje przyjmują minimalną wartość dla $p = 10$, $r = 3$.

Przy większych dokładnościach wartości wyznacznika $\left|\tilde{\Omega}\right|$ macierzy wariancji i kowariancji, czyli przy dokładnościach np. $10^{-6}, 10^{-7}$, obliczenia przeprowadzono też do p = 10, ponieważ dla p = 11 macierz Σ_u jest macierzą osobliwą, natomiast wszystkie funkcje – funkcja AIC, SC, H-Q przyjmują wartość minimalną dla $p = 10$, $r = 3$, tak jak przy dokładności 10^{-5}.

Następnie na podstawie wzorów (9) i (10) wyznaczono estymatory $\tilde{B}, \tilde{C}^T$, a także estymator $\tilde{A} = \tilde{B}\tilde{C}^T$. Natomiast korzystając ze wzoru (13), obliczono prognozy wskaźnika inflacji. Wyniki przedstawiono w tab. 2.

Tabela 2. Prognozy wskaźnika inflacji

Nr okresu	Prognoza wskaźnika inflacji dla stacjonarnego standaryzowanego szeregu	Miesiąc	Prognozowany wskaźnik inflacji $\pi_{t/t-1}$	Rzeczywista wartość wskaźnika inflacji π_t	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
1	0,874673	lut-08	104,6	104,2	0,874673
2	1,208984	mar-08	105,3	104,1	1,208984
3	1,173278	kwi-08	105,3	104	1,173278
4	0,348999	maj-08	105,1	104,4	0,348999
5	1,314172	cze-08	106,8	104,6	1,314172
	0,874673	lut-08	104,6	104,2	0,874673

Źródło: obliczenia własne.

Wykonanie obliczeń $\left|\tilde{\Omega}\right|$ z dokładnością do 10^{-5} powoduje, że kryterium informacyjne nie wpływa na prognozę wskaźnika inflacji.

W ostatnim kroku obliczono pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post*.

Tabela 3. Obliczenia pomocnicze pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post*

Miesiąc	π_t	$\tilde{\pi}_{t/t-1}$	$\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1}$	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
lut-08	104,2	104,6	–0,4	0,16
mar-08	104,1	105,3	–1,2	1,44
kwi-08	104	105,3	–1,3	1,69
maj-08	104,4	105,1	–0,7	0,49
cze-08	104,6	106,8	–2,2	4,84
			Suma	8,62

Źródło: obliczenia własne.

Pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post* $s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} = \sqrt{\dfrac{8,62}{5}} = 1,31$.

Przypadek 2

Przyjęcie dokładności wartości wyznacznika $\left|\tilde{\Omega}\right|$ macierzy wariancji i kowariancji 10^{-4} powoduje, że sposób wyboru rzędu autoregresji wektorowej ma wpływ na prognozę wskaźnika inflacji. Wyniki zaprezentowano w tab. 4.

Tabela 4. Wartości funkcji AIC, SC, H-Q – dokładność wartości wyznacznika 10^{-4}

Rząd modelu VAR P	Rząd kointegracji R	$\left|\tilde{\Omega}\right|$	$\ln\left|\tilde{\Omega}\right|$	AIC	SC.	H-Q
1	1	0,2074	–1,573	–1,1730	–0,8117	–1,0383
	2	0,0771	–2,5628	–2,1628	–1,8014	–2,0281
	3	0,0615	–2,7886	–2,3886	–2,0273	–2,2539
2	1	0,1401	–1,9656	–1,1656	–0,4429	–0,8962
	2	0,3290	–1,1116	–0,3116	0,4111	–0,0422
	3	0,2425	–1,4167	–0,6167	0,1060	0,3473
3	1	0,0978	–2,3253	–1,1253	–0,0413	–0,7212
	2	0,0262	–3,6403	–2,4403	–1,3563	–2,0362
	3	0,0137	–4,2914	–3,0914	–2,0074	–2,6873
4	1	0,0511	–2,9736	–1,3736	0,0718	–0,8348
	2	0,0096	–4,6446	–3,0446	–1,5993	–2,5058
	3	0,0045	–5,3988	–3,7988	**–2,3535**	–3,2600
5	1	0,0442	–3,1201	–1,1201	0,6865	–0,4466
	2	0,0062	–5,0820	–3,0820	–1,2753	–2,4085
	3	0,0027	–5,9099	–3,9099	–2,1032	–3,2364
6	1	0,0428	–3,1515	–0,7515	1,4165	0,0567
	2	0,0051	–5,2730	–2,8730	–0,7090	–2,0648
	3	0,0022	–6,1350	–3,7350	–1,5670	–2,9268
7	1	0,0384	–3,2601	–0,4601	2,0692	0,4828
	2	0,0044	–5,4208	–2,6208	–0,0915	–1,6779
	3	0,0016	–6,4172	–2,6172	–1,0878	–2,6742
8	1	0,0279	–3,5786	–0,3787	2,5120	0,6990
	2	0,0026	–5,9455	–2,7455	0,1452	–1,6679
	3	0,0003	–8,0549	**–4,6549**	–1,9643	**–3,7773**
9	1	0,2019	–1,6000	2,0000	5,2520	3,2124
	2	0,0864	–2,4490	1,1510	4,4030	2,3633
	3	0,0645	–2,7410	0,8590	4,1110	2,0713
10	1	0,0080	–5,2852	–1,2852	2,3282	0,0618
	2	0,0002	–8,5980	–4,5950	–0,9817	–3,2480
	3	0,0000	Nieokreślony	–	–	–

Źródło: obliczenia własne.

Funkcje AIC oraz H-Q przyjmują wartość minimalną dla $p = 8, r = 3$, natomiast funkcja SC przyjmuje wartość minimalną dla $p = 4, r = 3$.

W tabelach 5, 6 i 7 zestawiono prognozy wskaźników inflacji obliczone ze wzoru (13) dla opóźnienia wybranego na podstawie kryteriów Akaike'a , Schwarza oraz Hannana-Quinna.

Tabela 5. Prognoza wskaźnika inflacji i obliczenia pomocnicze pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post*, gdy rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium AIC

Nr okresu	Prognoza wskaźnika inflacji dla stacjonarnego standaryzowanego szeregu	Miesiąc	Prognozowany wskaźnik inflacji $\overline{\pi}_{t/t-1}$	Rzeczywista wartość wskaźnika inflacji π_t	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
1	0,8937	lut-08	104,6	104,2	0,16
2	1,6143	mar-08	105,7	104,1	2,56
3	0,9814	kwi-08	105,1	104	1,21
4	1,2917	maj-08	106,1	104,4	2,89
5	–2,1327	cze-08	103,8	104,6	0,64
					suma 7,46

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 6. Prognoza wskaźnika inflacji i obliczenia pomocnicze pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post*, gdy rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium S.C.

Nr okresu	Prognoza wskaźnika inflacji dla stacjonarnego standaryzowanego szeregu	Miesiąc	Prognozowany wskaźnik inflacji $\overline{\pi}_{t/t-1}$	Rzeczywista wartość wskaźnika inflacji π_t	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
1	0,6350	lut-08	104,4	104,2	0,04
2	2,3585	mar-08	106,5	104,1	5,76
3	1,8608	kwi-08	106,0	104	4
4	–0,5653	maj-08	104,0	104,4	0,16
5	–1,32	cze-08	105,3	104,6	0,49
					suma 10,45

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 7. Prognoza wskaźnika inflacji i obliczenia pomocnicze pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post*, gdy rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium H-Q

Nr okresu	Prognoza wskaźnika inflacji dla stacjonarnego standaryzowanego szeregu	Miesiąc	Prognozowany wskaźnik inflacji $\overline{\pi}_{t/t-1}$	Rzeczywista wartość wskaźnika inflacji π_t	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
1	0,8937	lut-08	104,6	104,2	0,16
2	1,6143	mar-08	105,7	104,1	2,56
3	0,9814	kwi-08	105,1	104	1,21
4	1,2917	maj-08	106,1	104,4	2,89
5	–2,1327	cze-08	103,8	104,6	0,64
					suma 7,46

Źródło: obliczenia własne.

W ostatnim kroku dla wszystkich wyznaczonych prognoz obliczono pierwiastki błędu średniokwadratowego *ex post*. Wyniki obliczeń zaprezentowano poniżej:

- Pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post* dla prognozy obliczonej na podstawie modelu, w którym rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium AIC:

$$s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} = \sqrt{\frac{7,46}{5}} = 1,22 .$$

- Pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post* dla prognozy obliczonej na podstawie modelu, w którym rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium S.C.:

$$s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} = \sqrt{\frac{10,45}{5}} = 1,44 .$$

- Pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post* dla prognozy obliczonej na podstawie modelu, w którym rząd autoregresji wektorowej i kointegracji wybrano na podstawie kryterium H-Q:

$$s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} = \sqrt{\frac{7,46}{5}} = 1,22 .$$

Zatem na podstawie pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post* można stwierdzić, że najbardziej efektywną prognozę otrzymano w przypadku 2, czyli biorąc dokładność wartości wyznacznika $\left|\tilde{\Omega}\right|$ macierzy wariancji i kowariancji 10^{-4} na podstawie kryterium Akaike'a oraz Hannana-Quinna.

Wykorzystując test ilorazu wiarygodności, w pierwszym kroku testujemy hipotezę zerową, mówiącą, że rząd autoregresji wektorowej wynosi 1, wobec hipotezy alternatywnej, mówiącej, że długość opóźnienia w modelu VAR wynosi 2.

Wartość krytyczna rozkładu „chi kwadrat" dla poziomu istotności 0,01 oraz dla $K^2 = 3^2 = 9$ stopni swobody wynosi 21,666. Ponieważ wartość empiryczna obliczona dla $p = 1$ i $r = 1$ jest równa 17,2709, zatem na poziomie istotności 0,01 nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej mówiącej, że rząd autoregresji wynosi 1. W tym przypadku wartości prognozy wskaźnika inflacji na kolejne okresy zestawiono w tab. 8.

Tabela 8. Prognoza wskaźnika inflacji i obliczenia pomocnicze pierwiastka błędu średniokwadratowego *ex post* na bazie testu ilorazu wiarygodności

Nr okresu	Prognoza wskaźnika inflacji dla stacjonarnego standaryzowanego szeregu	Miesiąc	Prognozowany wskaźnik inflacji $\tilde{\pi}_{t/t-1}$	Rzeczywista wartość wskaźnika inflacji π_t	$(\pi_t - \tilde{\pi}_{t/t-1})^2$
1	–0,3047	lut-08	103,4	104,2	0,64
2	–0,9282	mar-08	103,2	104,1	0,81
3	–0,3379	kwi-08	103,8	104	0,04
4	0,4396	maj-08	104,0	104,4	0,16
5	2,0970	cze-08	105,5	104,6	0,81
					suma 2,48

Źródło: obliczenia własne.

Zatem pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post*

$$s_1^* = \sqrt{s_1^{*2}} = \sqrt{\frac{2,48}{5}} = 0,7 .$$

6. Podsumowanie

W pracy przedyskutowano wpływ sposobu wyboru rzędu autoregresji modelu VAR na dokładność wyznaczonych prognoz wskaźnika inflacji. Stwierdzono, że przyjęta dokładność wartości wyznacznika $\left|\tilde{\Omega}\right|$ macierzy wariancji i kowariancji wpływa na wartości rzędu autoregresji wektorowej i rzędu kointegracji wyznaczonych na podstawie kryterium AIC, SC, H-Q, a tym samym oddziałuje na wartości prognozy wskaźnika inflacji. Prognozę wskaźnika inflacji wyznaczono także na bazie testu ilorazu wiarygodności. Biorąc pod uwagę ocenę efektywności prognoz wyznaczonych na podstawie modelu – pierwiastek błędu średniokwadratowego *ex post*, stwierdzono, że istnieje wpływ sposobu wyboru rzędu autoregresji i kointegracji na efektywność prognozy wskaźnika inflacji.

Literatura

Dittmann P., *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowania*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.

Fujiwara I., Koga M., *A statistical method for inflation forecasting*: *Hitting every vector autoregression and forecasting under model uncertainty*, “Monetary and Economic Studies” 2004 (March) .

Juselius K., *The Cointegrated VAR Model. Methodology and Applications*, Oxford University Press, Oxford 2006.

Lutkepohl H., *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, New York 1991.

Sims C.A., *Macroeconomics and reality*, “Econometrica” 1980 vol. 48, s. 1-48.

THE INFLUENCE OF CHOICE CRITERION OF AUTOREGRESSION RANK ON ACCURACY OF INFLATION RATE FORECASTING

The article presents selected methods of choice criterion of autoregression rank: the Akaike, the Schwartz, and the Hannan-Quinn criterion, and also the likelihood ratio test.. It presents the stages of forecast construction and it evaluates the forecast efficiency using root mean square error. Finally, the empirical example illustrating the influence of choice criterion of autoregression rank in RR-VAR model for the forecast efficiency of inflation rate is presented.