PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU nr 117
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek 2010

Paweł Kliber
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

WSPÓŁZALEŻNOŚĆ GWAŁTOWNYCH ZMIAN KURSÓW WALUT W EUROPIE ŚRODKOWEJ*

Streszczenie: W artykule zajmujemy się badaniem współzależności zdarzeń ekstremalnych w kursach czterech walut Europy Środkowej i Wschodniej: złotego polskiego, korony czeskiej, forinta węgierskiego i ukraińskiej hrywny. Badania obejmują okres gwałtownych spadków kursów tych walut z końca 2008 i początku 2009 r. Celem badania jest stwierdzenie, w jakim stopniu duże zmiany i nagłe zmiany kursu jednej z tych walut mogą wpływać na kurs innej waluty. W celu badania istnienia i siły powiązań ogonowych stosujemy współczynniki korelacji ogonowej χ i $\bar{\chi}$. Stwierdzamy, że większa zależność kursów walut występuje podczas dużych spadków niż w okresie wzrostu. Istnieje duża zależność między kursem polskiego złotego i węgierskiego forinta. Natomiast kurs ukraińskiej hrywny jest niezależny od kursu pozostałych walut.

1. Wstęp

Na początku października 2008 r. węgierski forint znacznie obniżył swój kurs w stosunku do głównych walut światowych (w szczególności do euro i dolara). Wkrótce potem nastąpił spadek kursu złotego. Dość powszechnie przyjmowano, że wydarzenia te są ze sobą powiązane – forint pociągnął za sobą złotego [Baj 2010]. Podobnie interpretowano spadek wartości ukraińskiej hrywny pod koniec 2008 r. – miał on wpłynąć na spadki kursów innych walut w Europie Środkowej. Celem tego artykułu jest próba ilościowego stwierdzenia, na ile takie interpretacje „przenoszenia" gwałtownych kursów walut są poprawne.

Przypadki gwałtownych zmian cen[1] (zwłaszcza spadków) charakteryzują się często tym, że tracą na znaczeniu standardowe miary zależności między aktywami,

* Artykuł powstał w ramach projektu badawczego MNiSW *Modelowanie polskiego rynku finansowego z wykorzystaniem procesów Levy'ego,* nr NN111 436 534.

[1] Nie istnieje jedna uznana definicja „zdarzenia ekstremalnego" czy „gwałtownej zmiany", jednak w praktyce często klasyfikuje się w ten sposób realizacje zmiennej losowej, różniące się od średniej o więcej niż trzykrotna wartość odchylenia standardowego (zasada „trzy sigma").

takie jak korelacja[2] [patrz np. Jondeau, Poon, Rockinger 2007; Sornette 2003]. Zjawisko to można zinterpretować na dwa sposoby. Po pierwsze, można przyjąć, że podczas takich wydarzeń ekstremalnych zachodzą procesy, które dogłębnie zmieniają sytuację na rynku, przez co zmieniają się powiązania między aktywami. Istnieje bogata literatura badająca zjawisko „zarażania" (*containgent*). Klasyczną pozycją jest [Rigobon 2003]. Drugie podejście (stosowane w tym artykule) zwraca uwagę na ograniczenia w stosowaniu klasycznego współczynnika korelacji. Zgodnie z nim korelacja jest dobrą miarą współzależności jedynie w przypadku małych zmian. Traci sens w przypadku zdarzeń ekstremalnych.

Klasyczne miary zależności, takie jak współczynnik korelacji, mają zastosowanie przede wszystkim do zmiennych o rozkładzie normalnym. Skutkiem tego mierzą zależności między zmiennymi przede wszystkim dla głównej części rozkładu – tam, gdzie skupiona jest największa „masa" prawdopodobieństwa. Znacznie mniejszy wpływ na współczynnik korelacji mają zdarzenia ekstremalne – bardzo wysokie lub bardzo niskie realizacje zmiennych.

2. Współczynniki korelacji ogonowej

Jedną z metod uwzględnienia zależności między zdarzeniami ekstremalnymi jest zastosowanie odpowiedniej funkcji powiązań[3]. Gaussowska funkcja powiązań (tj. funkcja w postaci $C(y_1, y_2) = \Phi_\rho\left(\Phi^{-1}(y_1), \Phi^{-1}(y_2)\right)$, w której Φ jest jednowymiarową dystrybuantą rozkładu normalnego, a Φ_ρ to dystrybuanta dwuwymiarowego rozkładu normalnego ze współczynnikiem korelacji ρ), nie pozwala na uwzględnienie współzależności ogonów rozkładów – nawet jeżeli rozkłady brzegowe mają grube ogony. Z kolei pewne funkcje powiązań umożliwiają modelowanie współzależności asymptotycznej nawet dla rozkładów o cienkich ogonach, takich jak rozkład normalny[4].

Jedną z miar zależności asymptotycznej dwóch zmiennych X i Y są współczynniki χ oraz $\overline{\chi}$ wprowadzone w artykułach [Ledford, Tawn 1996] i [Ledford, Tawn 1997] i zastosowane w finansach w [Poon, Rockinger, Tawn 2004]. Aby wyeliminować wpływ rozkładów brzegowych zmiennych X i Y, współczynniki te definiuje się na przekształconych zmiennych:

$$U = F_X(X),\ V = F_Y(Y), \tag{1}$$

[2] Korelacje nagle się zmieniają. Ich oszacowania są niestabilne – zmieniając nieznacznie okres estymacji, otrzymuje się znacznie inne oszacowania.

[3] Ang. *copula*. Zob. np. [Nelsen 2006] lub [Cont, Tankov 2004, rozdz. 5].

[4] Zob. [Jondeau, Poon i Rockinger 2007, rozdz. 7.2.3] dla przeglądu możliwości opisu współzależności przy różnych funkcjach powiązań. Przykład użycia funkcji powiązań dla opisu ekstremalnych strat w ubezpieczeniach można znaleźć np. w artykule [Jang 2006].

gdzie F_X i F_Y to dystrybuanty odpowiednio X i Y. Zmienne U i V mają rozkład jednostajny na przedziale [0,1]. Współczynnik, określony wzorem:

$$\chi = \lim_{u \to 1} P\left(V > u \mid U > u\right), \tag{2}$$

przybiera wartości z przedziału [0,1]. Jeżeli $\chi = 0$, to zmienne są asymptotycznie niezależne. Jeśli zaś $\chi > 0$, zmienne są asymptotycznie zależne. Choć wskaźnik χ może służyć zarówno do badania asymptotycznej zależności zmiennych, to jednak w przypadku zmiennych, które są skorelowane, ale nie są asymptotycznie zależne (np. dwuwymiarowa zmienna normalna z niezerowym współczynnikiem korelacji – czyli dwie zmienne normalne połączone gaussowską funkcją powiązań), wskaźnik ten dość wolno zbliża się do zera. Testy asymptotycznej zależności oparte na współczynniku χ charakteryzują się niską mocą. Sam współczynnik lepiej stosować jako miarę siły asymptotycznej zależności zmiennych, o których skądinąd wiemy, że są ze sobą powiązane.

Współczynnik $\bar{\chi}$, określony wzorem:

$$\bar{\chi} = \lim_{u \to 1} \frac{2 \ln P(U > u)}{\ln P(U > u, V > u)}, \tag{3}$$

przyjmuje wartości z przedziału [-1, 1]. Wartość tego współczynnika mówi o współzależności dwóch zmiennych (nie tylko asymptotycznej). W przypadku zmiennych o rozkładzie normalnym jego wartość jest równa współczynnikowi korelacji. Dopiero wartości wskaźnika na poziomie 1 (lub -1 dla przeciwnej współzależności) pozwalają mówić o asymptotycznej zależności zmiennych. Para współczynników $\left(\chi, \bar{\chi}\right)$ charakteryzuje rodzaj zależności między zmiennymi. Gdy $|\bar{\chi}| = 1$, zmienne są asymptotycznie zależne, zaś wielkość χ opisuje siłę tej zależności (natomiast znak współczynnika $\bar{\chi}$ mówi o jej kierunku). Jeżeli zaś $|\bar{\chi}| < 1$, to zmienne są asymptotycznie niezależne (a co za tym idzie $\chi = 0$). Wielkość $\bar{\chi}$ oznacza wówczas siłę zależności między zmiennymi w głównej części rozkładu [zob. np. Coles 2001, rozdz. 8.4; Jondeau, Poon, Rockinger 2007, rozdz. 7.2; Poon, Rockinger, Tawn 2004].

Estymację współczynników χ i $\bar{\chi}$ ze względów numerycznych najlepiej wykonywać nie na danych wyjściowych X, Y czy przekształconych do rozkładu jednostajnego U, V ale zastosować transformatę Frécheta:

$$S = \frac{-1}{\ln F_X(X)}, \; T = \frac{-1}{\ln F_Y(Y)}. \tag{4}$$

W szacunkach teoretyczne dystrybuanty F_X i F_Y zastępuje się dystrybuantami empirycznymi.

Wprowadźmy zmienną $Z = \min(S,T)$. Zmienne S i T mają taki sam rozkład o dystrybuancie $F_S(s) = \exp[-1/s]$, skąd wynika, że:

$$P(S > s) = 1 - e^{-\frac{1}{s}} \approx \frac{1}{s} \tag{5}$$

dla odpowiednio dużego s. W [Ledford, Tawn 1996] pokazano, że:

$$P(Z > s) = P(S > s, T > s) = L(s)s^{-1/\eta} \tag{6}$$

dla pewnej stałej η, przy czym $L(s)$ jest wolno zmieniającą się funkcją[5]. Wynika stąd, że:

$$\bar{\chi} \approx 2\eta - 1 \tag{7}$$

dla dostatecznie dużego s. Do szacowania współczynnika $\bar{\chi}$ można zatem wykorzystać estymator Hilla współczynnika kształtu rozkładu wartości ekstremalnych [zob. np. Coles 2001].

Obserwacje $z_1,\ldots,\ z_n$ będą obserwacjami zmiennej Z. Przez $z_{(j)}$ oznaczamy j-tą statystykę pozycyjną (tj. $z_{(1)} \le z_{(2)} \le \ldots \le z_{(n)}$). Niech $u \in (0,1)$ będzie liczbą odpowiednio bliską 1. Przez s_u oznaczamy empiryczny kwantyl obserwacji zmiennej Z rzędu u, zaś $k_u = \lfloor nu \rfloor$ ($\lfloor x \rfloor$ oznacza największą liczbę naturalną nie większą od x), niech będzie numerem odpowiedniej statystyki pozycyjnej (zatem $s_u = z_{(k_u)}$). Estymator współczynnika $\bar{\chi}$ dany jest wzorem:

$$\hat{\bar{\chi}} = \frac{2}{n - k_u + 1} \sum_{j=0}^{n-k_u} \ln\left(\frac{z_{(n-j)}}{s}\right) - 1, \tag{8}$$

zaś estymatorem jego wariancji jest:

$$D^2\left(\hat{\bar{\chi}}\right) = \frac{\left(\hat{\bar{\chi}} + 1\right)^2}{n - k_u + 1}. \tag{9}$$

Estymator $\hat{\bar{\chi}}$ ma asymptotycznie rozkład normalny, a zatem istotność współczynnika $\bar{\chi}$ można badać, sprawdzając, czy $\hat{\bar{\chi}} + 1{,}96D\left(\hat{\bar{\chi}}\right) \ge 1$ lub $\hat{\bar{\chi}} - 1{,}96D\left(\hat{\bar{\chi}}\right) \le 1$ (przyjmując poziom istotności 0,05). Współczynnik χ można szacować, gdy nie

[5] Tj. $\lim_{x\to\infty} L(ax)/L(x) = 1$ dla każdego $a > 0$.

ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że $\overline{\chi}=1$ (lub $\overline{\chi}=-1$). Odpowiednim estymatorem jest:

$$\hat{\chi}=\frac{s_u k_u}{n}, \tag{10}$$

zaś jego wariancja wynosi:

$$D^2\left(\hat{\chi}\right)=\frac{s_u^2 k_u (n-k_u)}{n^3}. \tag{11}$$

3. Opis danych użytych w badaniu

Badanie dotyczyło kursów walut czterech państw Europy Środkowo-Wschodniej: polskiego złotego (PLN), węgierskiego forinta (HUF), czeskiej korony (CZK) i ukraińskiej hrywny (UAH). Dane obejmowały okres od 4 stycznia 2004 r. do 16 lutego 2009 r. Wzięto do badania średnie dzienne kursy walut w stosunku do euro podawane przez NBP. Badanie dotyczyło danych dziennych, ponieważ nie są łatwo dostępne częstsze notowania ukraińskiej hrywny. Okres badań dobrano tak, aby obejmował gwałtowne spadki kursów badanych walut z końca 2008 r. Jak się okazuje, dane z tego okresu stanowią „ogony" w rozkładach stóp zwrotu badanych walut, a zatem są istotne do szacowania zależności asymptotycznych.

Estymatory przedstawione w punkcie 2 powinno się stosować, gdy obserwacje pochodzą z próby prostej (choć symulacje pokazują, że własności tych estymatorów są dość odporne na zależności typowe dla danych finansowych, np. heteroskedastyczność [patrz np. Quintos, Fan, Phillips 2001]). Dlatego ze stóp zwrotu walut należy najpierw usunąć autokorelację i efekt ARCH. W badanych szeregach czasowych nie dało się dostrzec autokorelacji, więc przefiltrowano je ze względu na heteroskedastyczność – szacują odpowiedni model typu GARCH i biorą do dalszych obliczeń reszty z modelu. Szacowanie modeli GARCH wykonano przy użyciu pakietu OxMetrics 4. Tabela 1 zawiera informacje nt. badanych zmiennych. Przedstawiono w niej informacje o zastosowanym rodzaju modelu warunkowej wariancji (podstawowym kryterium doboru modelu było usunięcie heteroskedastyczności, a drugim – kryterium informacyjne Schwarza) oraz dane na temat reszt z modelu – współczynniki skośności, kurtozę oraz wyniki testu Jarque-Bery (w nawiasie podano też statystykę p dla testu). Wyniki przedstawione w tabeli wskazują wyraźnie, że rozkład serii nie jest normalny – żadna z serii nie przeszła testu Jarque-Bery przy poziomie istotności 1%. Wartości kurtozy wskazują, że rozkłady zmiennych są leptokurtyczne, a zatem zasadne jest rozważenie ich zależności asymptotycznych.

Tabela 1. Własności badanych szeregów danych

Szereg	Zastosowany model	Skośność	Kurtoza	Statystyka J-B
CZK	GARCH (1,1)	-0,5067	11,7486	3970,9 (0,0000)
HUF	GARCH (1,1)	-0,7897	15,2146	7768,3 (0,0000)
PLN	GARCH (1,1)	-0,9068	9,7125	2474,6 (0,0000)
UAH	GARCH (1,2)	-2,5799	98,9913	473550 (0,0000)

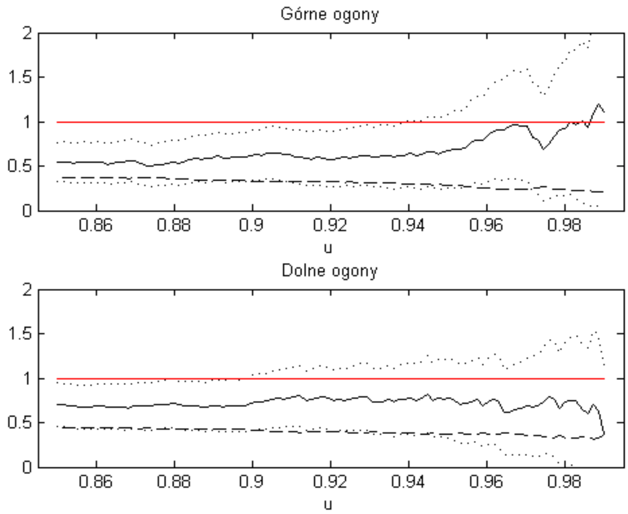
Źródło: obliczenia własne.

4. Wyniki badań

Dla wszystkich szeregów obliczono statystyki $\hat{\chi}$ i $\hat{\bar{\chi}}$ oraz ich odchylenia standardowe. Obliczenia wykonano w środowisku Matlab, stosując samodzielnie opracowany pakiet funkcji. Dla sprawdzenia stabilności wyników do obliczeń stosowano kwantyle z przedziału od 0,85 do 0,99. W badanych zmiennych nie dostrzeżono odwrotnej zależności (wszystkie waluty miały tendencję do ruchów w tym samym kierunku), zatem obliczono jedynie współczynniki dla górnych i dolnych ogonów, pomijając współczynniki „mieszane" (współzależność górnego ogona jednej zmiennej i dolnego ogona drugiej zmiennej). Wyniki obliczeń zostały przedstawione na rysunkach 1–4. Przedstawiono na nich wartości estymatora $\hat{\bar{\chi}}$ (czarna ciągła linia), 95% przedziały ufności dla tego estymatora (linie kropkowane) oraz wartości estymatora $\hat{\chi}$ (linia przerywana). Współczynnik $\bar{\chi}$ jest istotny, gdy górny koniec przedziału ufności dla $\hat{\bar{\chi}}$ przekracza 1 (dla ułatwienia poziom 1 zaznaczono na rysunkach czerwoną linią). Z braku miejsca pominęliśmy wykresy dla par CZK-UAH i HUF-UAH.

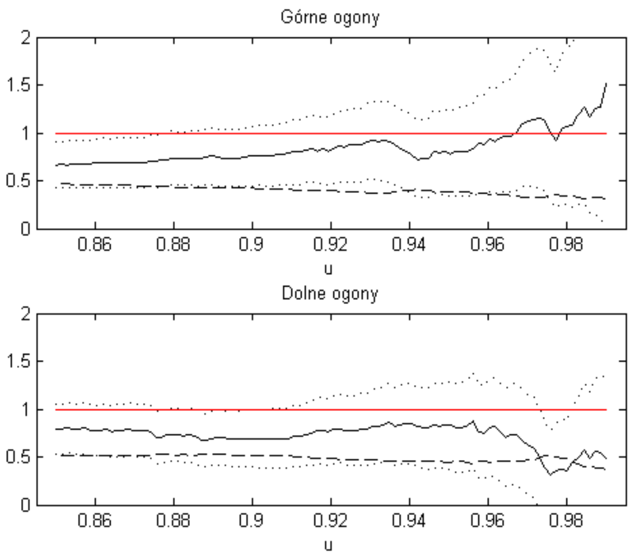
Jak widać z przedstawionych wykresów, w zasadzie nie wykryto współzależności w ogonach między kursem PLN a kursem UAH – górny kres przedziału ufności dla $\bar{\chi}$ przekracza poziom graniczny 1 dopiero dla bardzo wysokich kwantyli, dla których oszacowania są wątpliwe ze względu na małą liczbę obserwacji. Podobnie nie wykryto powiązania ogonowego między UAH a pozostałymi walutami (CZK i HUF). Widać natomiast wyraźną zależność między PLN a kursami CZK i HUF. W przypadku pary PLN i CZK zależność jest bardziej widoczna dla dolnych ogonów, a zatem należy przypuszczać, że współzależność ujawnia się bardziej przy spadkach kursów tych walut. Podobnie wygląda to w przypadku pary CZK i HUF. Tu również powiązanie jest silniejsze dla dolnych ogonów.

Co do siły tych powiązań, w tabeli 2 przedstawiliśmy wartości estymatora $\hat{\chi}$ (oszacowania współczynnika χ) dla kwantyla 0,95. Jak łatwo zauważyć, wartość estymatora jest największa dla dolnego ogona dla pary walut PLN i HUF. Ogólnie estymator ten ma większą wartość dla dolnych ogonów niż dla górnych, co potwierdza silniejsze powiązania walut podczas spadków cen. Wartość współczynnika dla par, w których występuje UAH, jest znacznie mniejsza. Jak zresztą wiadomo, z analizy współczynnika $\hat{\bar{\chi}}$ w parach tych nie występuje zależność ogonowa i „prawdziwa" wartość współczynnika χ wynosi 0.



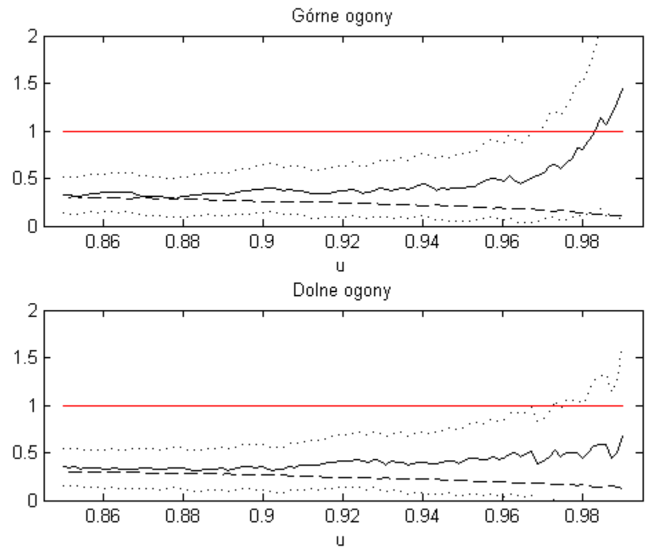
Rys. 1. Współczynniki zależności ogonowej, PLN/CZK

Źródło: obliczenia własne.



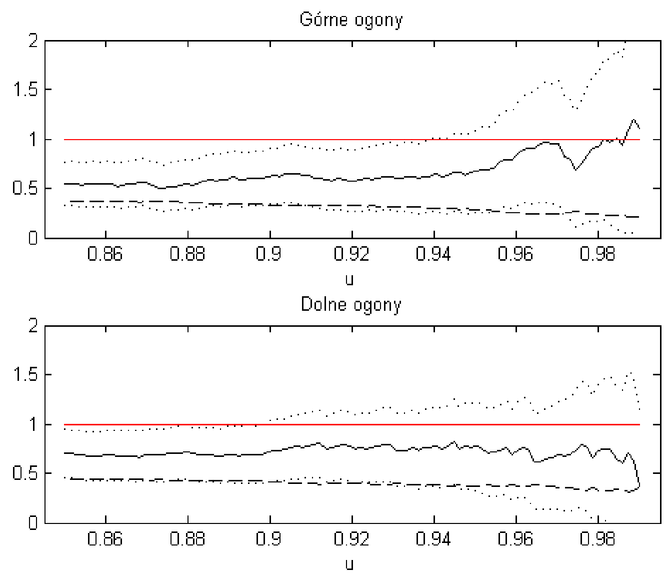
Rys. 2. Współczynniki zależności ogonowej, PLN/HUF

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 3. Współczynniki zależności ogonowej, PLN/UAH

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 4. Współczynniki zależności ogonowej, CZK/HUF

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Oszacowania współczynników χ

Para walut	Współczynnik χ (estymator)		Odchylenie standardowe estymatora	
	górny ogon	dolny ogon	górny ogon	dolny ogon
PLN/CZK	0,3024	0,4246	0,0374	0,0530
PLN/HUF	0,3909	0,4488	0,0487	0,0560
PLN/UAH	0,2057	0,2066	0,0256	0,0258
CZK/HUF	0,2827	0,3693	0,0352	0,0461
CZK/UAH	0,2130	0,2069	0,0266	0,0258
HUF/UAH	0,2130	0,2069	0,0223	0,0249

Źródło: obliczenia własne.

5. Podsumowanie

Otrzymane wyniki sugerują, że w przypadku pewnych par walut występują wyraźne zależności zdarzeń ekstremalnych. Zależności te są silniejsze dla dolnych ogonów (spadków cen walut) niż dla górnych (wzrostów cen). Najsilniejsza jest zależność między PLN a HUF, a w drugiej kolejności – między PLN a CZK. Nie wykryto zależności w ogonach między UAH a pozostałymi walutami (lub zależności te są małe).

Literatura

Coles S., *An introduction to statistical modeling of extreme values*, Springer, London 2001.

Cont R., Tankov P., *Financial modelling with jump processes*, Chapman & Hall, London 2004.

Jang J., *Measuring tail dependence for collateral losses using bivariate Lévy processes*, 28th International Congress of Actuaries, Paris 2006.

Jondeau E., Poon S.-H., Rockinger M., *Financial modeling under non-gaussian distributions*, Springer, London 2007.

Ledford A.W., Tawn J.A., *Modeling dependence within joint tail regions*, „Journal of the Royal Statistical Society B” 1997, vol. 49, s. 475–499.

Ledford A.W., Tawn J.A., *Statistics for near independence in multivariate extreme values*, „Biometrika” 1996, vol. 83, s. 169–187.

Nelsen R.B., *An introduction to copulas*, Springer, New York 2006.

Poon S.-H., Rockinger M., Tawn J., *Extreme value dependence in financial markets: Diagnostics, models and financial implications*, „The Review of Financial Studies” 2004, vol. 7, s. 581–610.

Quintos C., Fan Z., Phillips P.C.B., *Structural change tests in tail behaviour and Asian crisis*, „Review of Economic Studies” 2001, vol. 68, s. 633–663.

Rigobon, R., *On the measurement of the international propagation of shocks*: *Is the transmission stable*?, „Journal of International Economics”, vol. 61, s. 261–283.

Sornette D., *Why stock market crash*, Princeton University Press, Princeton 2003.

ANALYSIS OF THE INTERDEPENDENCE IN THE EXTREME RETURNS OF FOUR CENTRAL AND EASTERN EUROPEAN CURRENCIES

Summary: In the paper we analyze the interdependence in the extreme returns of four Central and Eastern European currencies: the Polish zloty, Czech koruna, Hungarian forint and Ukrainian hryvnia. The study involves the period of rapid falls in these currencies (the end of 2008 and the beginning of 2009). The aim of the research is to measure what part of big and rapid shocks in one currency can be attributed to other ones. To test the existence and the power of the interdependences we use tail correlation coefficients χ and $\bar{\chi}$. We conclude that the interdependence is stronger during big falls than during increases. There is a strong interdependence between the Polish zloty and Hungarian forint. The exchange rate of the Ukrainian hryvnia does not depend on exchange rates of the other currencies.