

Lesław Markowski

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

ASYMETRYCZNE MIARY RYZYKA W WYCENIE AKTYWÓW KAPITAŁOWYCH NA GPW W WARSZAWIE

Streszczenie: Teoria finansów określa ryzyko systematyczne, w szczególności współczynnik beta jako jedyną właściwą miarę ryzyka. Jednakże dotychczasowe badania na rozwiniętych rynkach kapitałowych nie potwierdzają jednoznacznie tej tezy. W przeciwieństwie do klasycznych testów modelu CAPM, w pracy zaproponowano wykorzystanie dolnostronnych i górnostronnych współczynników beta, czyli podejście traktujące oddzielnie wyniki otrzymane w okresach dodatniej koniunktury giełdowej od oszacowań uzyskanych w okresach z ujemną koniunkturą giełdową. Własność ta powoduje, że stosownymi miarami ryzyka systematycznego mogą być wskaźniki asymetrii tych rozkładów, takie jak skośność czy koskośność. Ze względu na znaczną zmienność miar ryzyka systematycznego, wykorzystano ich wartości uśrednione, wyznaczone na podstawie prób przesuwanych.

1. Wstęp

Zastosowanie nowoczesnej teorii portfelowej w zarządzaniu akcjami i wycena walorów na podstawie podstawowego modelu rynku kapitałowego w równowadze, jakim jest model CAPM, wymagają przyjęcia co najmniej dwóch założeń. Pierwsze odwołuje się do normalności rozkładów stóp zwrotu walorów, drugie natomiast związane jest z wariancją jako miarą ryzyka. Podczas gdy normalność rozkładu jest przedmiotem ciągłej dyskusji i testowania empirycznego, założenie o wariancji wydaje się przeczyć intuicji. Zgodnie z wariancją inwestorzy traktują bardzo wysokie i bardzo niskie stopy zwrotu jako jednakowo niepożądane. W rzeczywistości, zgodnie z racjonalnym podejmowaniem decyzji, tylko odchylenia ujemne są niepożądane, a dodatnie stwarzają możliwość większego zysku. W tym rozumieniu ryzyko utożsamiane jest z możliwością uzyskania zwrotu poniżej pewnej, założonej stopy. Lewostronne, względem np. oczekiwanej stopy zwrotu, postrzeganie ryzyka pozwala na uchylenie założenia o normalności rozkładu stóp zwrotu. Inwestorzy będą preferowali akcje o mniejszej lewostronnej asymetrii.

Zgodnie z powyższym wariancja przestaje być właściwą miarą ryzyka. Pożądaną natomiast staje się miara odzwierciedlająca ryzyko dolnostronne (*downside risk*), związane ze skośnością rozkładu. Ma to istotne znaczenie przy wyborze walorów do portfela, w przypadku których preferowane powinny być akcje spółek redukujące ryzyko dolnostronne, ponad akcje zwiększające ujemną asymetrię portfela. Podstawową miarą dla odchyłeń ujemnych jest semiwariancja będąca średnią odchyłeń poniżej określonego poziomu [Markowitz 1959]. Semiwariancja mierzy tylko dolnostronną zmienność i w tym sensie uważana jest za lepszą miarę ryzyka niż wariancja. Semiwariancja jest tzw. dolnym momentem cząstkowym (*lower partial moment-lpm*) drugiego rzędu rozkładu stóp zwrotu. Znaczenie dolnych momentów cząstkowych n -tego stopnia w aproksymacji ryzyka dolnostronnego i jego wycenie zgodnej z modelem CAPM można znaleźć m.in. w takich pracach, jak [Bawa, Lindenberg 1977; Chow, Denning 1995; Estrada 2007; Fishburn 1977].

Celem artykułu jest analiza wpływu asymetrycznych miar ryzyka systematycznego na wycenę aktywów kapitałowych na GPW w Warszawie, w kontekście modelu CAPM.

2. Asymetryczne współczynniki beta (bety dolnostronne i bety górnostronne)

Zastosowanie dolnych momentów cząstkowych oznacza, że inwestorzy nie przestrzegają zbioru możliwości inwestycyjnych w układzie średnia – wariancja (m-s), lecz w przestrzeni średnia – dolny moment cząstkowy (m-lpm). W konsekwencji takiego podejścia klasyczny model CAPM przyjmuje postać lpm-CAPM, w którym klasyczne współczynniki beta zastąpione są dolnostronnymi współczynnikami beta [Bawa, Lindenberg 1977], wykorzystującymi w swej formule dolne momenty cząstkowe.

Asymetryczną reakcję stóp zwrotu walorów lub portfeli na różne stany koniunktury giełdowej badano również przy użyciu modelu generującego stopy zwrotu o postaci [Harlow, Rao 1989; Pedersen, Hwang 2007]:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i^+ R_{Mt}^+ + \beta_i^- R_{Mt}^- + \xi_{it}, \quad (i = 1, \dots, N), (t = 1, \dots, T), \quad (1)$$

gdzie R_{it} oznacza stopę zwrotu i -tej akcji w okresie t ; R_{Mt}^+, R_{Mt}^- oznacza stopę zwrotu portfela rynkowego, odpowiednio gdy jest ona dodatnia, i 0 w pozostałych przypadkach oraz gdy jest ona ujemna, i 0 w pozostałych przypadkach; ξ_{it} oznacza składnik losowy modelu; $\alpha_i, \beta_i^+, \beta_i^-$ są parametrami strukturalnymi modelu. Bety dolnostronne (β_i^-) są systematycznymi miarami ryzyka dolnostronnego, mierzącego wrażliwość danego waloru na ujemne zmiany rentowności rynku. Pomiar ryzyka systematycznego dolnostronnego, czyli ryzyka faktycznej straty, w stosunku do klasycznych współczynników beta, ma istotnie większe znaczenie dla inwestorów. Jeśli inwestorzy charakteryzują się awersją do ryzyka dolnostronnego, to wymaga się dodatniej premii za ten

rodzaj ryzyka. Bety górnostronne (β_i^+) są systematycznymi miarami uzyskania potencjalnych, wysokich stóp zwrotu. Inwestorzy preferujący ryzyko górnostronne powinni oczekiwać ujemnych premii za ten rodzaj ryzyka, bowiem im wyższe potencjalne możliwości zakupu walorów, tym mniejsze oczekiwane stopy zwrotu.

3. Skośność

Klasyczna analiza portfelowa ogranicza preferencje inwestorów do pierwszych dwóch momentów, w pełni charakteryzujących rozkłady stóp zwrotu. Jednakże intuicyjnie, inwestorzy będą preferowali dodatnie rozkłady rentowności dające im znaczną szansę uzyskania wysokich stóp zwrotu. Formalnie, biorąc pod uwagę inwestora niechętnego ryzyku, jego preferencje co do skośności mogą być opisane sześcienną funkcją użyteczności. Rozwijając w szereg Taylora wartość oczekiwaną jego funkcji użyteczności wokół wartości oczekiwanej bogactwa w , otrzymujemy:

$$E[U(w)] = U(\mu_w) + U'(\mu_w)E(w - \mu_w) + U''(\mu_w)\frac{E(w - \mu_w)^2}{2!} + U'''(\mu_w)\frac{E(w - \mu_w)^3}{3!} = U(\mu_w) + \frac{1}{2}U''(\mu_w)\sigma_w^2 + \frac{1}{6}U'''(\mu_w)\gamma_w\sigma_w^3, \quad (2)$$

gdzie μ_w , σ_w^2 , γ_w oznaczają odpowiednio wartość oczekiwaną, wariancję i klasyczny współczynnik asymetrii rozkładu bogactwa. Najczęściej, co pokazują badania, inwestorzy cechują się malejącą, bezwzględną niechęcią do ryzyka, co zapiszemy:

$$A'(w) = \left(-\frac{U'(w)}{U''(w)} \right)' = \frac{-U''(w)U'(w) + (U''(w))^2}{(U'(w))^2} \leq 0. \quad (3)$$

Powyższy zapis będzie prawdą, gdy:

$$U''(w) \geq \frac{U'(w)}{U'(w)} > 0, \quad (4)$$

co oznacza, że racjonalny inwestor z awersją do ryzyka będzie preferował dodatnią skośność rozkładu bogactwa. Można zatem oczekiwać dodatniej korelacji między skośnością a stopami zwrotu. Uzasadnienie tej tezy znalazło wyraz w wielu testach przeprowadzonych na rozwiniętych i rozwijających się rynkach kapitałowych [Barone-Adesi 1985; Harvey, Siddique 2000; Lin, Wang 2003].

4. Ko-skośność

Inwestor budując portfele, zwraca uwagę na krańcowy wkład danej akcji w asymetrię portfela. Będzie zatem bardziej preferował akcje zwiększające prawostronną asymetrię rozkładów stóp zwrotu portfeli niż akcje wydłużające ogony lewostronne

rozkładów. W warunkach równowagi inwestorzy będą skłonni płacić za akcje, których włączenie do portfela zwiększa jego asymetrię prawostronną. Jednocześnie inwestorzy będą wymagać premii za ryzyko uwzględniające akcje z „ujemnym” wkładem w asymetrię rozkładu stóp zwrotu portfela.

Rozważając krańcowy wkład danego waloru do wielkości asymetrii dobrze zdywersyfikowanego portfela, którym w kontekście wyceny na rynku kapitałowym jest portfel rynkowy, możemy zapisać:

$$\frac{\partial E[(R_M - \mu_M)^3]}{\partial x_i} = \frac{\partial E\{[\sum_i x_i (R_i - \mu_i)]^3\}}{\partial x_i} = E\{3[\sum_i x_i (R_i - \mu_i)]^2 (R_i - \mu_i)\} = \quad (5)$$

$$= 3E\{(R_M - \mu_M)^2 (R_i - \mu_i)\} = 3\text{cov}[R_i, (R_M - \mu_M)^2].$$

Dzieląc powyższe wyrażenie przez $3E[(R_M - \mu_M)^3]$, otrzymujemy miarę zwaną ko-skością, a mianowicie [Cheng 2005]:

$$\gamma_{M,i} = \frac{\text{cov}[R_i, (R_M - \mu_M)^2]}{E[(R_M - \mu_M)^3]}. \quad (6)$$

Inwestorzy będą preferowali dodatnią ko-skość, ponieważ oznacza ona wyższe prawdopodobieństwo otrzymania wysokich, dodatnich stóp zwrotu z danego waloru. Walory z dodatnią ko-skością będą powodowały, że rozkład portfela rynkowego będzie bardziej skośny w kierunku wyznaczonym asymetrią portfela rynkowego. Premia za ryzyko opisane ko-skością będzie zależała zatem od asymetrii portfela rynkowego. W sytuacji gdy portfel rynkowy jest lewostronnie asymetryczny, inwestorzy będą wymagali dodatniej premii za ryzyko związane z ko-skością, natomiast gdy portfel rynkowy jest prawostronnie asymetryczny, inwestorzy skłonni będą zapłacić za wkład akcji o dodatniej ko-skości do portfela. Należy spodziewać się wówczas ujemnej premii za ryzyko.

Po raz pierwszy implikację preferencji skośności w wycenie aktywów zastosowali Kraus i Litzenberger [1976], którzy zaproponowali tzw. *three moment CAPM* o postaci:

$$\mu_i = R_f + \lambda_1 \beta_i + \lambda_2 \gamma_{M,i}, \quad (7)$$

gdzie $\beta_i, \gamma_{M,i}$ oznaczają odpowiednio klasyczny współczynnik beta i ko-skość i -tego waloru; λ_1, λ_2 – parametry strukturalne modelu oznaczające premie za dany rodzaj ryzyka; η_i – składnik losowy modelu. Empiryczną użyteczność ko-skości w regresji przekrojowej oczekiwanych stóp zwrotu pojedynczych walorów i portfeli wykazano w pracach m. in. Friend, Westerfield [1980] czy Barone-Adesi [2004].

5. Dane i specyfikacja empiryczna

Badanie wpływu asymetrycznych miar ryzyka na oczekiwane stopy zwrotu przeprowadzone zostało w drodze dwuetapowej procedury. W pierwszym etapie wy-

znaczone zostały klasyczne współczynniki beta (β) poszczególnych walorów za pomocą modelu Sharpe'a oraz bety dolno- i górnostronne (β^- , β^+) zgodnie z relacją (1). Ponadto oszacowano klasyczne współczynniki asymetrii rozkładu analizowanych walorów zgodnie z wzorem:

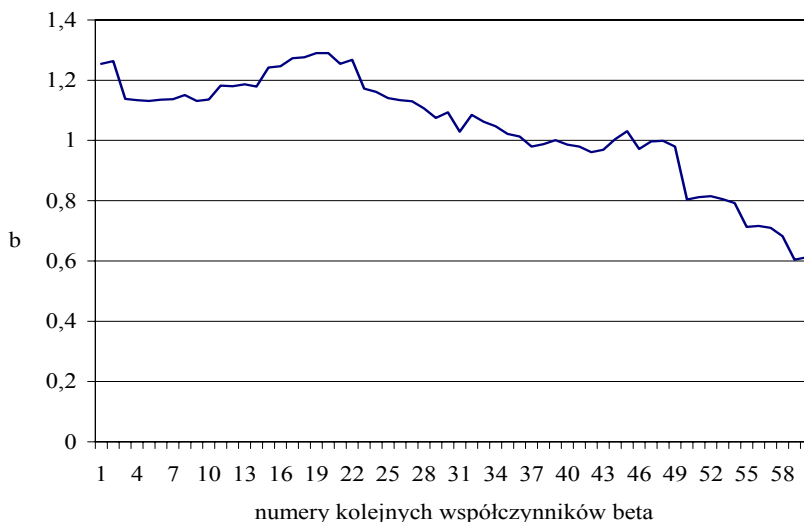
$$\gamma_i = \frac{T}{(T-1)(T-2)} \sum_t \left(\frac{R_t - \mu}{S} \right)^3 \quad (i=1, \dots, N) \quad (8)$$

oraz współczynniki ko-skośności ($\gamma_{M,i}$) zgodnie z relacją (6).

W drugim etapie analiza regresji była oparta na szeregach przekrojowych, w których zmiennymi zależnymi były oczekiwane stopy zwrotu walorów, a zmiennymi niezależnymi – asymetryczne współczynniki ryzyka (β^- , β^+ , γ_i , $\gamma_{M,i}$) analizowanych walorów. Testowane relacje standardowej wersji modelu CAPM są następujące:

$$\mu_i = \lambda_0 + \lambda_1(\text{ryzyko}) + \eta_i \quad (i=1, \dots, N), \quad (9)$$

gdzie η_i oznacza składnik losowy modelu.

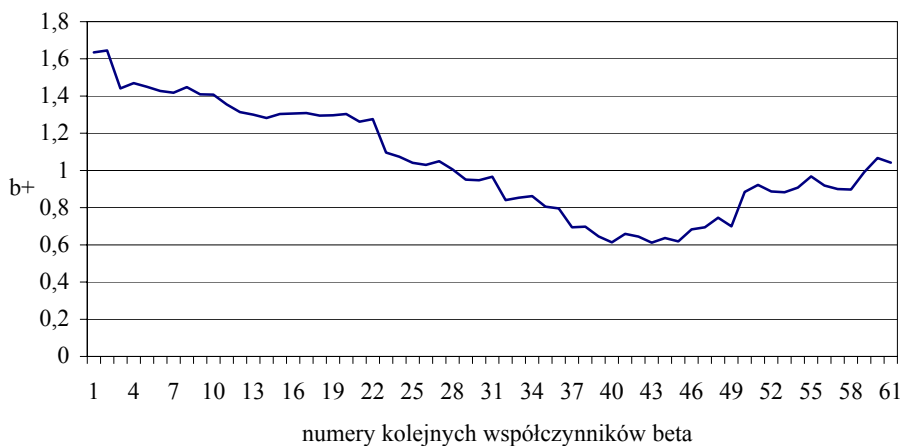


Rys. 1. Miesięczne wartości współczynników beta spółki TPSA w latach 2004–2008

Źródło: opracowanie własne.

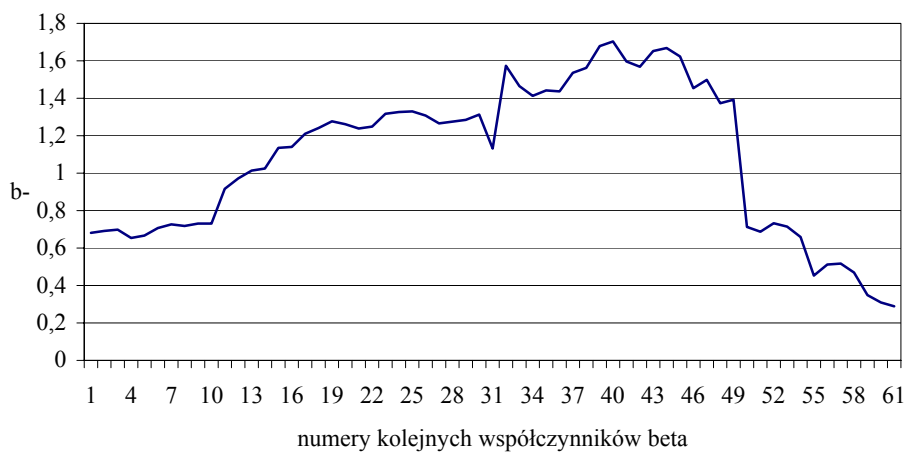
Badanie obejmowało $N = 59$ walorów notowanych nieprzerwanie na GPW w Warszawie, od stycznia 2000 r. do grudnia 2008 r. Wielkości spółek były zróżnicowane. Do badania weszło 10 spółek dużych (z WIG20), 19 spółek średnich (z WIG40) i 30 spółek małych (z WIG80). Do analizy użyto szeregów czasowych miesięcznych stóp zwrotu. Biorąc pod uwagę znaczną zmienność w czasie klasycznych współczynników w czasie i asymetrycznych współczynników ryzyka po-

szczególnych spółek (przykładowe wykresy zmienności prezentują rysunki 1–5), współczynniki te wyznaczone zostały na podstawie prób przesuwanych, o długości okna przesunięcia równej 4 lata (48 obserwacji miesięcznych).



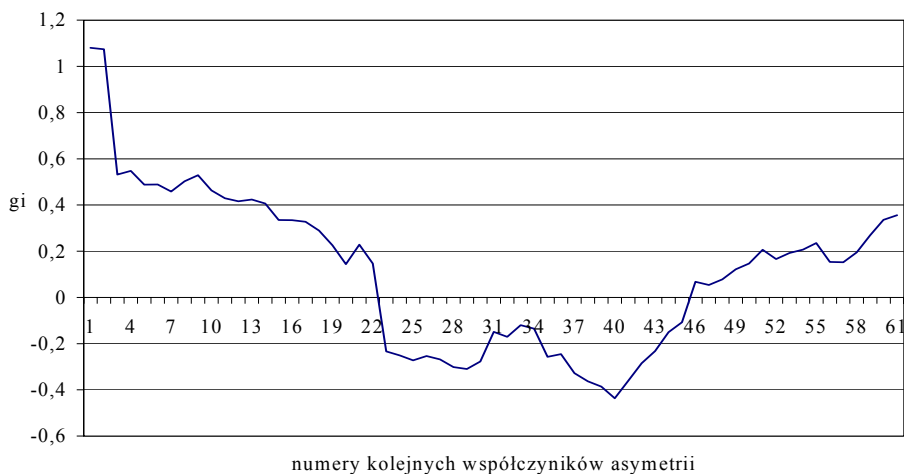
Rys. 2. Miesięczne wartości górnostronnych współczynników beta spółki TPSA w latach 2004–2008

Źródło: opracowanie własne.



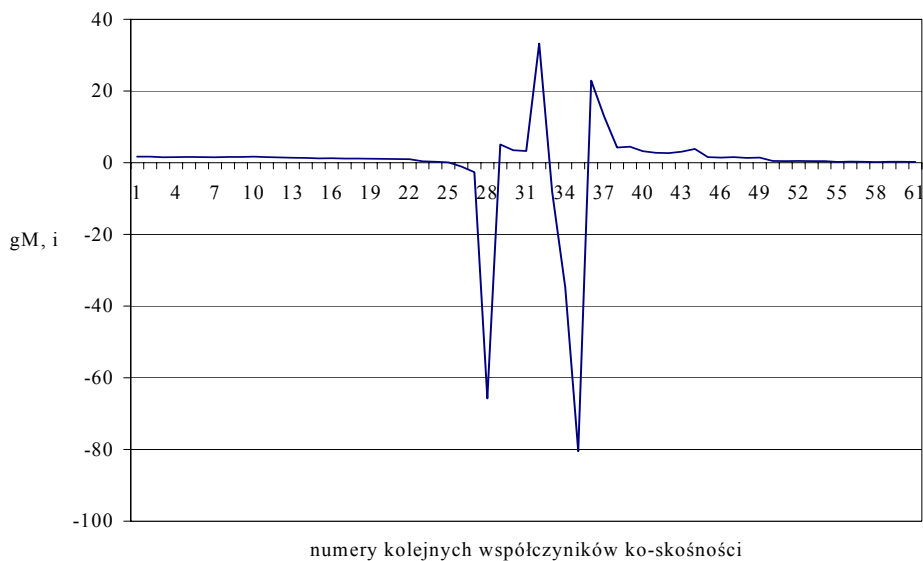
Rys. 3. Miesięczne wartości dolnostronnych współczynników beta spółki TPSA w latach 2004–2008

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Miesięczne wartości współczynników asymetrii rozkładu stóp zwrotu spółki TPSA w latach 2004–2008

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Miesięczne wartości współczynników ko-skośności rozkładu stóp zwrotu spółki TPSA w latach 2004–2008

Źródło: opracowanie własne.

Uzyskane zestawy 61 wartości każdej miary ryzyka uśredniono. Przeciętne wartości tych miar stanowiły podstawę do oszacowania premii za ryzyko związane z każdą z tych miar. Indeksu WIG użyto jako aproksymantę portfela rynkowego.

6. Wyniki – asymetryczne miary ryzyka

Analizę wpływu asymetrycznych miar ryzyka na oczekiwane stopy zwrotu poprzedza charakterystyka rozkładów tych miar w badanej grupie 59 walorów (tabela 1). Przeciętnie rzecz biorąc, analizowane spółki nieznacznie silniej reagują na dodatnie niż ujemne stopy zwrotu indeksu giełdowego, a ponadto charakteryzują się przeciętnie dodatnią skośnością i ko-skośnością.

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki rozkładów asymetrycznych miar ryzyka

Miary ryzyka	Średnia	Odchylenie standardowe	Asymetria	Min.	Max.
Stopa zwrotu	2,832	1,858	0,386	-0,464	6,685
β	1,038	0,386	0,659	0,365	2,318
β^+	1,093	0,638	1,446	0,032	3,853
β^-	0,985	0,485	0,025	-0,113	2,116
Skośność	0,768	1,001	0,699	-2,089	3,857
Ko-skośność	1,465	5,825	1,714	-9,581	26,650
Stopa rynku	1,781	0,855	-0,046	0,313	3,198

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki estymacji standardowej postaci modelu CAPM, opisanej równaniem (9), wykorzystującej klasyczny współczynnik beta oraz asymetryczne miary ryzyka systematycznego, prezentuje tabela 2. Wyraz wolny modelu reprezentujący stopę wolną od ryzyka okazał się dodatni i statystycznie istotny na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Badanie wykazało ponadto dodatnią i statystycznie istotną premię za ryzyko związane z klasycznym współczynnikiem beta, górnym współczynnikiem beta i skośnością. Najsilniejszy wpływ na stopy zwrotu wywiera asymetria rozkładu stóp zwrotu ($\bar{R}^2 = 0,212$). Premia za ryzyko ko-skośności jest dodatnia, czyli zgodna z oczekiwaniami (ujemna asymetria rozkładu indeksu giełdowego), lecz statystycznie nieistotna.

Tabela 2. Wyniki estymacji standardowej wersji modelu CAPM

Miara ryzyka	$\hat{\lambda}_0$	t_{λ_0}	<i>p-value</i>	$\hat{\lambda}_1$	t_{λ_1}	<i>p-value</i>	\bar{R}^2
β	1,417	2,10	0,040	1,362	2,23	0,030	0,064
β^+	2,009	4,27	0,000	0,753	2,02	0,048	0,051
β^-	2,368	4,28	0,000	0,471	0,93	0,354	0,001
Skośność	2,154	7,92	0,000	0,881	4,07	0,000	0,212
Ko-skośność	2,766	11,1	0,000	0,045	1,08	0,285	0,020

Źródło: opracowanie własne.

Powyższe wyniki skłaniają do zastosowania rozszerzonych wersji modelu CAPM, takich jak *three moment CAPM*, wykorzystujących skośność (γ_i) i ko-skośność ($\gamma_{M,i}$) oraz ryzyko dolnostronne (β_i^-), stanowiące znacznie ważniejszy aspekt ryzyka inwestycji kapitałowych. W tym celu oszacowano następujące równania regresji:

$$\mu_i = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i^- + \lambda_2 \gamma_i, \quad (i = 1, \dots, N), \quad (10)$$

$$\mu_i = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i^- + \lambda_2 \gamma_{M,i}, \quad (i = 1, \dots, N). \quad (11)$$

Tabela 3. Wyniki estymacji modelu *three moment CAPM*

Miary ryzyka	$\hat{\lambda}_0$	t_{λ_0}	<i>p-value</i>	$\hat{\lambda}_1$	t_{λ_1}	<i>p-value</i>	$\hat{\lambda}_2$	t_{λ_2}	<i>p-value</i>	\bar{R}^2
β , skośność	1,040	1,88	0,064	1,028	2,30	0,025	1,013	4,68	0,000	0,267
β , ko-skośność	1,628	2,46	0,017	1,082	1,85	0,070	0,094	1,93	0,059	0,043

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowania parametrów równań (10) i (11) zawiera tabela 3. Rozszerzone postacie modelu CAPM w większym stopniu wyjaśniają kształtowanie się średnich stóp zwrotu. Premie za ryzyko dolnostronne i ko-skośność są dodatnie i statystycznie istotne na poziomie $\alpha = 0,1$. Wzrost wartości współczynnika beta dolnostronnego o jednostkę spowoduje wzrost oczekiwanej stopy zwrotu średnio o 1,028 lub 1,082% przy stałości odpowiednio współczynnika skośności lub ko-skośności. Zwiększenie współczynnika asymetrii oraz współczynnika ko-skośności o jednostkę spowoduje średnio rzecz biorąc przyrost oczekiwanej stopy zwrotu odpowiednio o 1,013 i 0,094% przy stałości poziomu dolnostronnego współczynnika beta. Wyniki te sugerują, że *three moment CAPM* znacznie wzbogaca wycenę walorów w warunkach równowagi.

7. Podsumowanie

W pracy zaprezentowano cztery asymetryczne miary ryzyka i przetestowano ich możliwości wyjaśnienia zmienności średnich stóp zwrotu walorów. Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że standardowa postać modelu CAPM w niewielkim stopniu wyjaśnia przekrojową zmienność oczekiwanych stóp zwrotu walorów. Klasyczny współczynnik beta nie jest jedyną miarą ryzyka systematycznego. Inwestorzy wynagradzani są również za ryzyko związane ze zmianami sytuacji na rynku w okresie hossy (β^+).

Oszacowania *three moment* CAPM wskazują natomiast na bardzo duże znaczenie skośności w wycenie aktywów kapitałowych. Towarzyszy jej dodatnia i statystycznie istotna premia. Inwestorzy wynagradzani są również dodatnią i statystycznie istotną premią za wrażliwość stóp zwrotu walorów na zmiany rynku w okresie bessy (β^-). Istotna premia za skośność obecności w modelu dolnostronnych współczynników beta sugeruje, że skośność pokrywa dodatkowy aspekt ryzyka dolnostronnego.

Premia za ryzyko związane z ko-skośnością jest dodatnia, lecz statystycznie nieistotna. Na podstawie powyższych badań nie można jednoznacznie stwierdzić przydatności ko-skośności do wyceny akcji na GPW w Warszawie.

Literatura

- Barone-Adesi G., *Arbitrage equilibrium with skewed asset return*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1985, no. 20, s. 299–313.
- Barone-Adesi G., *Testing asset pricing models with coskewness*, „Journal of Business & Economic Statistics” 2000.
- Bawa V.S., Lindenberg E.B., *Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework*, „Journal of Financial Economics” 1977, no. 5, s. 189–200.
- Cheng P., *Asymmetric risk measures and real estate returns*, „The Journal of Real Estate Finance and Economics” 2005, no. 30, s. 89–102.
- Chow K.V., Denning K.C., *On variance and lower partial moment betas the equivalence of systematic risk measure*, „Journal of Business Finance & Accounting” 1994, March, vol. 21, no. 2, s. 231–241.
- Estrada J., *Mean-semivariance behavior: Downside risk and capital asset pricing*, „International Review of Economics & Finance” 2007, no. 16, s. 169–185.
- Fishburn P., *Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns*, „The American Economic Review” 1977, March, s. 116–126.
- Friend I., Westerfield R., *Co-skewness and capital asset pricing*, „Journal of Finance” 1980, no. 35, s. 897–913.
- Harlow W.V., Rao R.K.S., *Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework: Theory and evidence*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1989, no. 24, s. 285–311.
- Harvey C.R., Siddique A., *Conditional skewness in asset pricing test*, „Journal of Finance” 2000, no. 55, s. 1263–1295.
- Kraus A., Litzenberger R., *Skewness preference and the valuation of risk assets*, „Journal of Finance” 1976, no. 31, s. 1085–1100.
- Lin B.H., Wang J.M.C., *Systematic skewness in asset pricing: an empirical examination of the Taiwan stock market*, „Applied Economics” 2003, no. 35, s. 1877–1887.
- Markowitz H., *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*, John Wiley and Sons, New York 1959.
- Pedersen C.S., Hwang S., *Does downside beta matter in asset pricing?*, „Applied Financial Economics” 2007, no. 17, s. 961–978.

ASYMMETRIC RISK MEASURES IN ASSET PRICING ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary: The theory of finances defines the systematic risk, in particular the coefficient beta as the only proper measure of risk. Past studies on capital developed markets did not confirm this thesis unambiguously. In contrast to classic tests of CAPM, the author of the work proposes the downside and upside beta coefficients, that is the approach separately treating the results in periods of bull and bear market. Moreover, the capital market research proves that the rates of return distributions are not often normal. With regard to considerable changeability of measures of systematic risk, the author uses their average values that were estimated using rolling regression time series appointed on the ground of the shoved tests. Cross-sectional analyses show that the classic beta coefficient is not the only measure of systematic risk.