

**Kazimierz Krauze, Anna Krauze**

Akademia Morska w Gdyni

## **ROZWÓJ SYSTEMU EMERYTALNEGO W POLSCE. MODELOWANIE I PROGNOZOWANIE WYBRANYCH PROCESÓW**

### **1. Wstęp**

Aktualnie funkcjonujący w Polsce trzyfilarowy system emerytalny, opierający się na funkcjonowaniu otwartych funduszy emerytalnych (OFE)<sup>1</sup>, obowiązuje od początku 1999 r., a więc ma stosunkowo niedługą historię. Niemniej osiągnięte w tym czasie doświadczenia wskazują na jego różne mankamenty. Winny być one skutecznie i sprawnie usuwane. Jednym z nich jest nadmierne ryzyko inwestycyjne, jakie ponoszą fundusze emerytalne. To, że system emerytalny jest nadmiernie wrażliwy na pojawiające się perturbacje na rynkach finansowych, jest ogólnie dostrzegane<sup>2</sup>. Obserwowane w ostatnim czasie w świecie wyraźne spowolnienie czy też wkraczanie w stan recesji gospodarczej ma poważne konsekwencje globalne. Dotyka to oczywiście także funkcjonowania systemu emerytalnego, np. od pewnego już czasu trwa proces pomniejszania się wartości aktywów OFE w Polsce<sup>3</sup>, co z pewnością będzie miało niekorzystny wpływ na poziom świadczeń emerytalnych wypłacanych w najbliższym okresie.

Tematyce polityki inwestycyjnej oraz ryzyka związanego z funkcjonowaniem otwartych funduszy emerytalnych w Polsce poświęcono sporo uwagi<sup>4</sup>. Autorzy niniejszej pracy swe zainteresowania zawężają do wybranych procesów w obrębie systemu OFE, a mianowicie dotyczących kształtowania się liczebności członków i rachunków oraz wartości aktywów tych funduszy<sup>5</sup>.

---

<sup>1</sup> Głównym jego współtwórcą jest profesor Góra, por. [Góra 2003].

<sup>2</sup> Na potrzebę wprowadzenia większej kontroli ryzyka zwracają uwagę w szczególności zalecenia Banku Światowego oraz MFW.

<sup>3</sup> Ich wartość na koniec października tego roku spadła do poziomu sprzed półtora roku.

<sup>4</sup> Zob. np. [Jajuga, Szumlicz (red.) 2004; Dudkiewicz 2006]. Odniesienia międzynarodowe są tu bogate. Wśród wielce interesujących prac poświęconych zarządzaniu funduszami emerytalnymi można wymienić m.in.: [Treynor, Triest, Regan 1976; Valdes-Prieto 1998; Ambachtsheer, Don Ezra 2001; Holzmann, Orenstein, Rutkowski 2003].

<sup>5</sup> Autorzy uprzednio podejmowali już zagadnienie modelowania OFE, w tym w zakresie efektywności inwestycji i opisu wartości jednostek uczestnictwa, zob. [Krauze, Krauze 2007; Krauze, Krauze 2009].

W następnym punkcie pracy przedstawiona będzie specyfikacja układu równań wymienionych procesów, wyniki estymacji i weryfikacji równań oraz uzyskane wyniki prognozowania *ex post*. W kolejnym punkcie zaprezentowane są specyfikacje równań zmiennych prognozujących i zaktualizowanego układu równań dla OFE, oszacowania zaprezentowanych modeli oraz prognozy wszystkich rozpatrywanych kategorii. Artykuł zamykają wnioski końcowe.

## 2. Specyfikacja, estymacja i weryfikacja modelu oraz analiza prognoz *ex post*

Analizę empiryczną oparto wstępnie na miesięcznych szeregach czasowych z okresu od kwietnia 2002 r. do listopada 2007 r. Do podstawowych zmiennych charakteryzujących rozwój OFE zaliczono ( $t = 1, \dots, 64$ ):

- $TM_t$  – liczbę członków OFE ogółem (w 100 tys. osób),
- $TA_t$  – liczbę rachunków w OFE ogółem (w 100 tys. osób),
- $TAV_t$  – wartość aktywów OFE ogółem (w mld zł).
- Ponadto w opisie zależności wykorzystano także definicje następujące zmienne<sup>6</sup>:
- $UR_t$  – stopę bezrobocia (w %),
- $EAN_t$  – liczbę ludności aktywnej zawodowo (w mln osób),
- $UN_t$  – liczbę bezrobotnych (w mln osób),
- $CPI_t$  – indeks cen konsumpcyjnych (%),
- $PPI_t$  – indeks cen produkcji sprzedanej przemysłu (%),
- $TBR_t$  – średnią rentowność 56-tygodniowych bonów skarbowych (w %),
- $IWIG_t$  – dynamikę indeksu spółek rynku podstawowego GPW w Warszawie (w %),
- $IWIG_{20_t}$  – dynamikę indeksu 20 największych spółek GPW w Warszawie (w %),
- $ZE_t$  – średni kurs euro (w zł),
- $ZD_t$  – średni kurs dolara amerykańskiego (w zł).

W rezultacie zastosowania standardowych procedur statystyczno-ekonometrycznych wyselekcjonowano następującą specyfikację liniowego układu rekurencyjnych równań  $TM_t$ ,  $TA_t$  i  $TAV_t$ <sup>7</sup>:

$$TM_t = f(TM_{t-1}, UR_t, t, D404_t, D405_t, DT501_t, D501_t, D507_t, S1_t, S2_t, S5_t, S6_t, S9_t, S10_t, S11_t, S12_t, c, \xi_t), \quad (1)$$

$$TA_t = f(TA_{t-1}, TA_{t-7}, TM_t, UR_t, CPI_t, IWIG_{20_t}, t, D405_t, DT501_t, D501_t, D707_t, S1_t, S2_t, S3_t, S4_t, S7_t, S10_t, c, \xi_t), \quad (2)$$

$$TAV_t = f(TAV_{t-6}, UR_t, EAN_t, TBR_t, IWIG_t, ZE_t, t, D605_t, D608_t, D701_t, D703_t, D707_t, S1_t, S2_t, S3_t, S4_t, S5_t, S6_t, S7_t, S12_t, c, \xi_t), \quad (3)$$

<sup>6</sup> Wstępnie wzięto pod uwagę szerszy zestaw zmiennych makroekonomicznych, jednakże część z nich okazała się statystycznie nieistotna i w konsekwencji pominięto je w dalszej analizie. Za okresy odniesienia dla  $CPI_t$ ,  $PPI_t$  przyjęto grudzień 1998 r. i 1995 r., zaś dla  $IWIG_t$  i  $IWIG_{20_t}$  – styczeń 2002 r.

gdzie (przyjmując  $o = rmm$ , przy czym  $r = [200]2, \dots, [200]8$  – czyli  $r$  jest ostatnią cyfrą roku, a oznaczenie miesiąca ma postać  $mm = 01, \dots, 09, 10, 11, 12$ ):

- $DT_{0t}$  – zmienna sztuczna obrazująca załamanie w poziomie zmiennej (od momentu załamania  $T_b$  [ $T_b \in (1, T)$ ] równa się jeden, a w poprzednich okresach wynosi zero)<sup>7</sup>,
- $Do_t$  – zmienna impulsowa (w momencie  $T_b$  wynosi jeden, a w pozostałych okresach – zero),
- $Sm_t$  – zmienna sezonowości stałej ( $m = 1, \dots, 12$ ),
- $t$  – zmienna czasowa,
- $c$  – stała,
- $\xi_t$  – zakłócenie losowe (o zerowej wartości oczekiwanej, stałej wariancji i bez autokorelacji).

Tabela 1. Wyniki estymacji 2MNK układu równań dla OFE – próba do listopada 2007 r.

Regresor	TM	t [p]	TA	t [p]	TAV	t [p]
TM			0.77313	7.4063[.000]		
TM(-1)	.63597	9.2756[.000]				
TA(-1)			0.053347	2.0222[.049]		
TA(-7)			-0.037708	-2.5327[.015]		
TAV(-6)					.24563	5.2975[.000]
UR	-.29823	-5.7723[.000]	-0.26952	-2.9471[.005]	-.89455	-2.4196[.020]
EAN					-8.5803	-3.9039[.000]
CPI			-0.059922	-1.4665[.150]		
TBR					-1.0445	-9.1801[.000]
IWIG					12.6435	20.2423[.000]
IWIG20			-1.2083	-2.8201[.007]		
ZE					-4.8936	-9.7646[.000]
t	.14600	5.1518[.000]	0.15129	3.1476[.003]	.52454	10.3159[.000]
D404	5.5736	18.6903[.000]	-4.0971	-6.3883[.000]		
D405	-3.5412	-6.8985[.000]				
DT501	-3.3766	-5.4848[.000]	-3.3451	-3.6655[.001]		
D501	-4.8271	-7.3637[.000]	8.7163	26.0831[.000]		
D507	.92923	3.0577[.004]				
D605					-4.6680	-6.8191[.000]
D608					-1.8963	-3.1167[.003]
D701					2.8676	4.2735[.000]
D703					3.6689	5.1281[.000]
D707			0.68192	2.6736[.011]	-3.4972	-4.8192[.000]
S1	1.2101	7.5885[.000]	0.41839	1.8796[.067]	2.6058	4.1936[.000]
S2	.48805	3.0617[.004]	0.44226	1.8744[.068]	3.0629	4.7097[.000]
S3			0.44472	2.5663[.014]	3.3360	5.4426[.000]
S4			0.49141	3.2120[.002]	2.0074	4.9409[.000]
S5	-.39483	-2.7324[.009]			1.6294	4.8632[.000]
S6	-.49880	-3.6145[.001]			1.0165	3.4009[.002]
S7			0.25397	2.1529[.037]	1.0145	3.0908[.004]
S9	-.33087	-2.4783[.017]				

<sup>7</sup> Szerzej o zagadnieniu różnego rodzaju załamów strukturalnych traktuje praca [Krauze 2002, s. 41 i dalsze].

S10	-40556	-2.9584[.005]	0.30934	3.0497[.004]		
S11	-46639	-3.3730[.001]				
S12	-33640	-2.2309[.030]			1.4140	3.9307[.000]
c	45.1526	5.5490[.000]	40.2961	2.9030[.006]	189.258	5.4470[.000]
$R^2$ , $\bar{R}^2$	.99838	.99787	0.99906	0.99868	.9998	.9997
DW, h[p]	1.9125	43248[.665]	1.7205	-	1.8257	-
G(F), R(F)	3.0892[.004]	2.1204[.152]	1.901 [.074]	2.897 [.096]	1.529[.170]	2.027[.162]
JB( $\chi^2$ ), K(F)	1.7005[.427]	1.0781[.303]	1.7459[.418]	1.5689[.215]	8.277[.016]	.0059[.939]

$R^2$  ( $\bar{R}^2$ ) – (skorygowany) współczynnik determinacji,  $t$  – statystyka t-Studenta, DW – statystyka Durбина-Watsona,  $h$  – statystyka Durбина, G(F) – statystyka Godfrey’a, R(F) – statystyka Ramsey’a, JB( $\chi^2$ ) – statystyka Jarque’a-Bera, K(F) – statystyka Koenkera. W nawiasach zwykłych przy zmiennych objaśniających znajduje się rozmiar opóźnienia ‘s’). W nawiasach kwadratowych podana jest wartość empirycznego poziomu istotności  $p$ .

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki estymacji dwustopniową metodą najmniejszych kwadratów (2MNK)<sup>8</sup> równań (1)-(3) przedstawione są w tab. 1. Charakteryzują się one wysoką jakością. Precyzja opisu jest bardzo wysoka, a testy diagnostyczne dotyczące w szczególności braku autokorelacji (DW, h, G), rozkładu normalnego (JB) i homoskedastyczności (K) składnika losowego oraz liniowości o postaci funkcyjnej (R) są pomyślne.

Tabela 2. Wyniki prognozowania *ex post* dla TM, TA i TAV

Okres	TM			TA			TAV		
	wart.rzecz.	prognoza	błąd	wart.rzecz.	prognoza	błąd	wart.rzecz.	prognoza	błąd
2007.12	131.3408	131.5589	-.21807	136.4383	136.8280	-.38970	140.0309	139.5461	.48480
2008.01	133.1527	133.4433	-.29063	139.1029	139.0490	.053897	134.5780	133.1498	1.4282
2008.02	134.3617	134.1254	.23634	139.5478	139.9169	-.36909	134.5516	134.1557	.39588
2008.03	134.4829	134.3364	.14648	139.7063	140.6207	-.91437	138.1128	135.0870	3.0258
2008.04	134.6062	134.7955	-.18931	140.4725	141.2561	-.78357	138.1076	136.5688	1.5388
2008.05	134.7734	134.9878	-.21444	140.1490	140.9404	-.79148	140.1279	136.4633	3.6646
2008.06	135.0200	135.2714	-.25142	140.7465	141.5833	-.83686	136.3954	134.5132	1.8823
2008.07	136.2714	136.1562	.11514	142.6690	142.8926	-.22362	139.2441	131.2202	8.0239
Charakterystyka	ME	RMSE	PF	ME	RMSE	PF	ME	RMSE	PF
	-.08324	.21437	.57128[.796]	-.53185	.62429	2.3514 [.034]	2.5555	3.4516	5.9666 [.000]

ME – empiryczny średni błąd prognozy, RMSE – empiryczny błąd średni prognozy, PF – statystyka (F) testu błędu prognozy.

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie zaprezentowanych tu oszacowań wyznaczono na okres od grudnia 2007 r. do lipca 2008 r. prognozy *ex post*  $TM_t$ ,  $TA_t$ ,  $TAV_t$ , ich błędy i mierniki dokładności. Wyniki te są zamieszczone w tab. 2. Jakkolwiek zaobserwowane

<sup>8</sup> W przypadku równań prostych (1) i (3) redukuje się ona do metody najmniejszych kwadratów (MNK).

błędy prognoz dla poszczególnych zmiennych są relatywnie niskie, to uzasadniony niepokój wywołuje wynik testu błędu prognozy PF (*Predictive Failure*), zwłaszcza w przypadku prognoz  $TAV_t$ , który jednoznacznie wykazuje brak stabilności struktury równania tej zmiennej.

Tabela 3. Oszacowania MNK regresji na optymalną poprawkę prognoz

Regressor	TM	t [p]	TA	t [p]	TAV	t [p]
TiF	1.0420	17.3776[.000]	1.3144	9.6880[.000]	1.2576	11.279[.000]
TAF(-1)			-0.3658	-2.9580[.032]		
TAVF(-2)					-.24170	-2.1938[.080]
DT807					7.2050	6.5798[.001]
C	-5.7254	-.71075[.504]	6.3781	.92795[.396]		
$R^2, \bar{R}^2$	.98052	.97727	0.98699	.98179	.87132	.81985
DW	1.7989	-	2.4398	-	3.0552	-
G(F), R(F) [p]	.0312[.867]	.0093[.927]	.95365[.384]	.89991[.397]	2.5487[.186]	1.3448[.311]
JB( $\chi^2$ ), K(F) [p]	.90881[.635]	.09765[.765]	.54715[.761]	1.9292[.214]	.42695[.808]	1.2212[.311]

$i = M, A, AV.$

Źródło: opracowanie własne.

Następnie w celu wyznaczenia optymalnych poprawek prognoz zaproponowano następujące specyfikacje liniowych regresji pomocniczych zastosowane dla podanego wyżej okresu empirycznej weryfikacji prognoz:

$$TM_t = f(TM_{t-1}, c, \xi_t), \quad (4)$$

$$TA_t = f(TAF_t, TAF_{t-1}, c, \xi_t), \quad (5)$$

$$TAV_t = f(TAVF_t, TAVF_{t-2}, DT807_t, \xi_t), \quad (6)$$

gdzie F – dołączone na końcu symbolu danej zmiennej – wskazuje, iż mamy tu do czynienia z jej prognozami. Wyniki oszacowań MNK równań (4)-(6) podane są w tab. 3. Zostaną one wykorzystane w następnym punkcie przy wyznaczaniu prognoz skorygowanych.

### 3. Specyfikacja, estymacja i weryfikacja równań zmiennych prognozujących i zmiennych prognozowanych oraz analiza prognostyczna

Celem niniejszego punktu jest wyznaczenie możliwie najlepszych prognoz zmiennych  $TM_t$ ,  $TA_t$  i  $TAV_t$  na okres od sierpnia 2008 r. do grudnia 2008 r. Wymaga to zabezpieczenia posiadania kompletnej informacji w tym okresie odnośnie do wszystkich zmiennych prognozujących. Bazując na dostępnych stosownych danych statystycznych z okresu od kwietnia 2002 r. (ogólnie) do października 2008 r., dokonano wyboru następujących specyfikacji równań zmiennych prognozujących:

$$LUR_t = f(LUR_{t-1}, LUR_{t-7}, LUR_{t-10}, t, T601_t, S1_t, S3_t, S4_t, S5_t, S6_t, S10_t, S12_t, c, \xi_t), \quad (7)$$

$$LUN_t = f(LUN_{t-1}, LUN_{t-7}, LUN_{t-10}, t, T601_t, S1_t, S3_t, S4_t, S5_t, S6_t, S10_t, S12_t, c, \xi_t), \quad (8)$$

$$EAN_t = f(EAN_{t-1}, t, D301_t, D712_t, S1_t, S3_t, S4_t, S5_t, S6_t, S7_t, S8_t, S9_t, S10_t, c, \xi_t), \quad (9)$$

$$CPI_t = f(CPI_{t-1}, CPI_{t-2}, t, D301_t, D712_t, S1_t, S3_t, S4_t, S5_t, S9_t, S10_t, c, \xi_t), \quad (10)$$

$$PPI_t = f(PPI_{t-1}, PPI_{t-2}, S1_t, S3_t, S12_t, c, \xi_t), \quad (11)$$

$$TBR_t = f(TBR_{t-1}, TBR_{t-12}, t, t2, T307_t, DT403_t, T808_t, c, \xi_t), \quad (12)$$

$$IWIG_t = f(IWIG_{t-1}, t, D606_t, D704_t, D708_t, T711_t, D711_t, D801_t, c, \xi_t), \quad (13)$$

$$IWIG20_t = f(IWIG20_{t-1}, t, D606_t, D708_t, T711_t, D711_t, D801_t, c, \xi_t), \quad (14)$$

$$ZD_t = f(ZE_t, ZD_{t-1}, t, D305_t, T502_t, T512_t, T808_t, c, \xi_t), \quad (15)$$

$$ZE_t = f(ZD_t, ZE_{t-1}, ZD_{t-1}, UN_{t-1}, PPI_t, IWIG_t, IWIG_{t-1}, D207_t, DT403_t, T808_t, c, \xi_t), \quad (16)$$

gdzie  $L$  poprzedzające symbol danej zmiennej oznacza logarytm tejże zmiennej,  $To_t$  jest zmienną odzwierciedlającą załamanie w trendzie (od momentu załamania  $T_b$  przyjmuje ona wartości  $t - T_b + 1$ , zaś w poprzednich okresach – zero), a  $t^2$  jest kwadratem zmiennej czasowej  $t$ . Wyniki estymacji powyższych równań zamieszczone są w tab. 4. Zostały one wykorzystane w wyznaczeniu prognoz odnośnych zmiennych do końca 2008 r. Prognozy te są zaprezentowane w tab. 5.

Naturalnym sposobem na wyznaczenie prognoz zmiennych charakteryzujących OFE na następne okresy jest wykorzystanie modelu przedstawionego w poprzednim punkcie. Bez względu na to, że i tak te prognozy są niezbędne w wyznaczaniu optymalnych poprawek prognoz, to także interesujące wydaje się porównanie, na ile te obie wersje, tj. oryginalne i z korektą, różnią się od siebie. Wyniki prognozowania w obydwu podejściach na okres od sierpnia 2008 r. do grudnia są zamieszczone w tab. 7-9. Zgodnie z oczekiwaniem wszystkie prognozy skorygowane optymalną poprawką charakteryzują się wyższą precyzją od wersji standardowej, a zwłaszcza jest to szczególnie widoczne w przypadku prognoz  $TAV_t$  (w tab. 9).

Tabela 4. Wyniki estymacji MNK równań zmiennych prognozujących

Regresor	LUR	t [p]	LUN	t [p]	EAN	t [p]	CPI	t [p]	PPI	t [p]
X(-1)	.8954	25.504 .000	.88425	27.0660 .000	.86734	16.1761 .000	1.4609	17.0311 .000	1.4334	13.3046 .000
X(-2)							-5.1909	-6.2262 .000	-4.4518	-4.1657 .000
X(-7)	-.1089	-3.8687 .000	-.13093	-4.9481 .000						
X(-10)	.0936	2.9851 .004	.10149	3.7391 .000						
t	-.001	-6.0277 .000	-.0009	-6.5134 .000	-.0013	-2.5380 .014	.016552	2.2867 .025		
D301					-.1174	-2.5680 .013				
T601	-.0022	-4.1290 .000	-.0026	-4.2741 .000						
D712					.1919	4.4140 .000				
S1	.0259	7.6898 .000	.0332	9.0575 .000	.1240	5.9341 .000	.59653	4.6816 .000	1.1888	
S3	-.0076	-2.2572 .028	-.0117	-3.1710 .002	-.0762	-3.4876 .001	.37361	2.9649 .004	.87844	
S4	-.0241	-7.2692 .000	-.0305	-8.5190 .000	-.1145	-5.5473 .000	.58162	4.6222 .000		3.1332 .003
S5	-.0281	-9.4054 .000	-.0332	-10.256 .000	-.0991	-5.3602 .000	.54953	4.2805 .000		2.5636 .012
S6	-.0166	-6.0847 .000	-.0209	-7.0127 .000	-.0840	-4.5607 .000				
S7					-.0504	-2.6993 .009				
S8					-.0687	-3.6803 .000				
S9					-.0495	-2.6245 .011	.83085	6.5093 .000		
S10	-.0078	-2.6591 .010	-.0104	-3.2602 .002	-.0859	-4.2791 .000	.45501	3.7937 .000		
S12	.0138	3.9059 .000	.014941	3.8501 .000						
c	.3763	4.0069 .000	.18946	4.4975 .000	2.1741	2.5212 .014	6.8792	2.0581 .043	2.1905	1.2711 .208
$R^2$ , $\bar{R}^2$	.99955	.99946	.99952	.99941	.97147	.96558	.99803	.99776	.99312	.99264
DW, h [p]	1.4720	-	1.3124	-	2.1588	-.78950 .430	1.8817	-	2.0122	-
G(F), R(F)	1.4050 .201	3.5194 .066	2.4091 .017	5.4134 .024	.8659 .585	.04661 .830	1.4794 .160	1.1864 .280	.9019 .550	.0226 .881
JB ( $\chi^2$ ), K(F)	1.6609 .436	4.5797 .036	1.5495 .461	6.4442 .013	1.1081 .575	2.1625 .146	.28975 .865	1.2974 .258	2.055 .358	.1342 .715

Regresor	TBR	t [p]	IWIG	t [p]	IWIG20	t [p]	ZD	t [p]	ZE	t [p]
X(-1)	23494	2.61451 0111	9673	26.4181 0001	88877	16.5581 0000	23599	1.9575 0555	96619	13.959 0000
X(-12)	-22683	-8.806 0001								
ZE(-1)							.43031	4.8420 0000		
ZD(-1)									-22123	-2.3563 0221
UN(-1)							10993	1.2714 2081	26953	4.0023 0000
PPI							.014289	2.2068 0311	018504	3.6694 0000
IWIG							-0627	-1.0355 3041	-099206	-2.1053 0391
IWIG(-1)							12819	2.0501 0441	18691	3.8382 0001
t	-5.1972	-4.611 0001	.0035	1.9496 0551	.0047200	2.8090 0061	-0368	-5.4219 0001	-011007	-2.0819 0411
t2	.0044200	8.4241 0001								
D207							.0418	.5950 .5511	16244	2.9886 0041
D305							-1.642	-2.4353 0181	.010922	.20802 8361
T307	40729	3.7793 0001								
D1403							-0307	-47142 6391	-27096	-5.3367 0001
T410	-36659	-7.650 0001								
T502							.0599	5.7935 0001	.014772	1.8330 0711
T512							-0492	-5.4694 0001	-013539	-1.9332 0581
D606			-35260	-4.2199 0001		-28471				
D704			21760	2.5649 0121						
D708			-46925	-5.2402 0001		-24460		-3.5094 0011		
T711			-038432	-6.0813 0001		-033508		-5.5807 0001		
D711			-42335	-4.8465 0001		-19451		-2.7934 0071		
D801			-49527	-5.8092 0001		-32402		-4.7190 0001		
T808	-32377	-5.543 0001					21575	7.8044 0001	12567	5.8369 0001
c	12.2896	6.0903 0001	-0025698	-10684 9151	.043804	1.3981 1671	-1.0631	-1.0785 2851	-2.7270	-3.5523 0011
R <sup>2</sup> , R <sup>2</sup>	98107	.97882	99379	99307	98929	98822	98996	.98792	98498	.98193
DW, b(p)	1.4511		1.9365	29636 7671	1.9739	13065 8961	1.7204		2.0274	-1.5280 8791
G(F), R(F)	1.2957 2531	1.0706 3051	2.1366 0281	1.3495 2491	.72752 7191	.78221 3801	1.5476 1371	61870 4341	1.5568 1341	3.1041 0831
JBC(χ <sup>2</sup> ), K(F)	.10528 9491	1.0163 3171	7.5849 0231	.41734 .5201	.46493 .7931	.38338 .5381	.27956 .8701	.05382 .8171	.2131 .8991	1.0216 .3151

X(-s) – opóźniona zmienna objaśniana. Ze względu na wzajemną współzależność ZE i ZD prezentuje się tu wyniki estymacji postaci zredukowanej odpowiedniego produktu, które to są następnie wykorzystywane w wyznaczaniu prognoz.

Źródło: opracowanie własne.



Tabela 5. Prognozy zmiennych egzogenicznych

Okres	UR	EAN	UN	CPI	PPI	TBR	IWIG	IWIG20	ZD	ZE
2008M10	8.6270	15.4046	1.3326	-	-	-	-	-	-	-
2008M11	8.5033	15.4347	1.3189	144.83	188.59	6.1482	1.6829	1.2260	2.9794	3.7332
2008M12	8.5174	15.4596	1.3282	144.66	187.55	5.9072	1.3741	1.0466	3.2658	3.8843

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6. Wyniki estymacji 2MINK układu równań dla OFE – próba do lipca 2008 r.

Regresor	TM	t [p]	TA	t [p]	TAV	t [p]
TM			0.73377	6.6300[.000]		
TM(-1)	.61006	10.6421[.000]				
TA(-1)			.0530	1.8499[.070]		
TA(-7)			-0.026931	-1.8384[.072]		
TAV(-6)					.19366	4.7317[.000]
UR	-.31576	-6.6703[.000]	-0.25444	-2.8370[.007]	-1.4810	-5.7953[.000]
EAN					-6.8096	-3.7452[.000]
CPI			-0.072859	-1.6784[.099]		
TBR					-.96291	-8.1448[.000]
IWIG					11.9813	28.7407[.000]
IWIG20			-0.77061	-3.326[.002]		
ZE					-4.6490	-9.6832[.000]
t	.15639	6.5594[.000]	0.15622	3.3379[.002]	.59426	14.2464[.000]
D404	5.5811	19.3709[.000]	-3.8606	-5.7139[.000]		
D405	-3.3792	-7.4776[.000]				
DT501	-3.6121	-6.7766[.000]	-3.6175	-3.7767[.000]		
D501	-4.5763	-7.9493[.000]	8.665	23.9269[.000]		
D507	.90476	3.1096[.003]				
D605					-4.3574	-6.2449[.000]
D608					-2.1963	-2.9264[.005]
D701					2.8885	3.8808[.000]
D703					3.0698	3.9781[.000]
D707			0.56292	2.0372[.047]	-3.8232	-5.1476[.000]



Kolejną możliwością predykcji daje skorzystanie z reestymowanego modelu po dokonanej aktualizacji próby. Zastosowanie takiego zabiegu doprowadziło ostatecznie do respecyfikacji równania  $TAV_t$  danego w (3), co w świetle sygnalizowanych kłopotów nie powinno dziwić. Zaktualizowana (liniowa) wersja tego równania jest następująca<sup>9</sup>:

$$TAV_t = f(TAV_{t-6}, UR_t, EAN_t, TBR_t, IWIG_t, ZE_t, t, D605_t, D608_t, D701_t, D703_t, D707_t, DT807_t, S1_t, S2_t, S3_t, S4_t, S6_t, S8_t, S9_t, S10_t, S11_t, c, \xi_t). \quad (17)$$

Wyniki estymacji tego równania oraz pozostałych równań układu podane są w tab. 6. Ich pozytywna ocena pozostaje podtrzymana, w szczególności miary dopasowania są jeszcze nieco lepsze.

Tabela 7. Wyniki prognozowania dla TM

Wariant		Bez korekty		Z korektą		Po aktualiz. próby	
Okres	wart. rzecz.	prognoza	błąd	prognoza	błąd	prognoza	błąd
2008M8	137.0613	136.8948	.16652	136.9191	.14222	136.9576	.10373
2008M9	137.3481	137.2392	.10883	137.2780	.070060	137.2543	.093775
2008M10	-	137.6110	.58153*	137.6654	.30449*	137.5965	.40634*
2008M11	-	137.9695	.58854*	138.0390	.31879*	137.9381	.42447*
2008M12	-	138.4693	.61333*	138.5598	.33998*	138.3931	.43509*
Miara dokładności		ME	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE
Wartość		0,137675	0,140664	.10614	.11210	.098754	.098880

\* – podana wartość jest błędem średnim predykcji (*ex ante*).

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8. Wyniki prognozowania dla TA

Wariant		Bez korekty		Z korektą		Po aktualiz. próby	
Okres	wart. rzecz.	prognoza	błąd	prognoza	błąd	prognoza	błąd
2008M8	142.8389	143.5357	-.69684	142.7772	.061650	142.8611	-.022227
2008M9	142.2807	144.0817	-1.8010	143.2596	-.97896	143.3347	-1.0541
2008M10	143.1965	145.2904	-2.0939	144.6487	-1.4522	144.4128	-1.2163
2008M11	-	145.6707	.80587*	144.7064	.36209*	144.6728	.37780*
2008M12	-	146.4290	.89701*	145.5641	.38751*	145.3324	.42618*
Miara dokładności		ME	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE
Wartość		-1,53058	1,644547	-.78985	1.0118	-.76418	.92930

\* – podana wartość jest błędem średnim predykcji (*ex ante*).

Źródło: opracowanie własne.

<sup>9</sup> Uwagę zwraca pojawienie się w procesie  $TAV_t$  załamania strukturalnego w jego poziomie w lipcu 2008 r.

Tabela 9. Wyniki prognozowania dla TAV

Wariant		Bez korekty		Z korektą		Po aktualiz. próby	
Okres	wart. rzecz.	prognoza	błąd	prognoza	błąd	prognoza	błąd
2008M8	139.7385	132.0789	7.6596	140.7953	-1.0568	139.7296	.0089248
2008M9	139.6774	130.8958	8.7816	140.1034	-4.2605	139.0545	.62284
2008M10	130.1903	124.9986	5.1917	132.4795	-2.2892	132.9572	-2.7669
2008M11	-	121.2870	3.3608*	128.0977	1.4373*	130.2168	1.2870*
2008M12	-	118.1282	3.8986*	125.5506	1.3642*	127.3723	1.3690*
Miara dokładności		ME	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE
Wartość		7,210967	2,685324	-1.2574	1.4764	-.71170	1.6374

\* – podana wartość jest błędem średnim predykcji (*ex ante*).

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane tu oszacowania użyto w procesie predykcji zmiennych  $TM_t$ ,  $TA_t$ ,  $TAV_t$  na analogiczny (do dwóch poprzednich wariantów) okres. Uzyskane wyniki zostały dołączone do tab. 7-9. Na podstawie dotychczasowej informacji można zauważyć, że nastąpiła pewna dalsza poprawa precyzji prognozowania (niższe RMSE i moduł ME), przynajmniej w przypadku zmiennych  $TM_t$  (tab. 7) i  $TA_t$  (tab. 8). Maksymalny moduł błędu prognozy  $TAV_t$  był na tyle relatywnie większy, że RMSE okazało się wyższe niż to, które otrzymano w wariacie opartym na optymalnej poprawce. Warto też zauważyć, że ten ostatni wariant posiada, wyjąwszy pojedynczy przypadek (w relacji do prognozowania po reestymacji z aktualizacją danych), najkorzystniejsze wartości miernika *ex ante*, tj. najniższe błędy średnie predykcji.

#### 4. Wnioski końcowe

Zaproponowane w pracy specyfikacje modelu niektórych głównych procesów charakteryzujących OFE dają bardzo precyzyjny ich opis i można je z powodzeniem wykorzystać w prognozowaniu. Przewidywalność kształtowania się rozpatrywanych kategorii jest zróżnicowana. O ile prognozowanie liczby członków OFE jest stosunkowo nietrudne, o tyle nie jest już tak samo w przypadku liczby rachunków (staje się wyraźnie bardziej kłopotliwe w przypadku wartości aktywów funduszy, zwłaszcza w dłuższym horyzoncie czasowym). Pożądane jest bieżące aktualizowanie analizowanych szeregów czasowych, reestymowanie równań i systematyczne powtarzanie procedur prognostycznych. Ważne jest tutaj prowadzenie analizy prognostycznej *ex post*. Użyteczne bywa zwłaszcza zastosowanie optymalnej poprawki prognoz. Okazuje się ono szczególnie widoczne w analizie predykcji *ex ante*.

Obserwowana kontynuacja trendu wzrostowego liczby członków OFE, biorąc pod uwagę uregulowania systemowe i uwarunkowania demograficzne (zwłaszcza w aspekcie struktury wiekowej ludności), jest zrozumiała. Z kolei kształtowanie się poziomu wartości aktywów funduszy jest uzależnione przede wszystkim od sytu-

acji na rynku pracy oraz, co jest szczególnie widoczne w ostatnim czasie, od sytuacji na rynkach finansowych. Ten ostatni aspekt jest, można rzec, w głównej mierze odpowiedzialny za spadki poziomu tejże kategorii, a trudna przewidywalność na tym polu przekłada się na niepewność wyrokowania o przyszłej wartości aktywów OFE. Perturbacje w tym obszarze negatywnie oddziałują na poziom liczebności rachunków w funduszach. Jednakże ten ostatni najwyraźniej w znacznej mierze kształtuje się pod wpływem liczebności członków OFE, dzięki czemu cokolwiek łatwiej jest prognozować tę zmienną.

## Literatura

- Ambachtsheer K.P., Don Ezra D., *Fundusze emerytalne. Jak efektywnie pomnażać majątek ich członków*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2001.
- Dudkiewicz D., *Ryzyko związane z funkcjonowaniem systemu emerytalnego*, [w:] *Ryzyko kryzysu finansowego w Polsce. Identyfikacja i monitorowanie*, D.J. Błaszczuk (red.), POLTEXT, Warszawa 2006.
- Góra M., *System emerytalny*, PWE, Warszawa 2003.
- Holzmann R., Orenstein M., Rutkowski M., *Pension reform in Europe: process and progress*, The World Bank, Washington 2003.
- Jajuga K., Szumlicz T. (red.), *Forum dyskusyjne ubezpieczeń i funduszy emerytalnych*, Wydawnictwo EDYTOR SA, Warszawa 2004.
- Krauze A., Krauze K., *Modelowanie notowań otwartych funduszy emerytalnych w Polsce*, [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Z. Zieliński (red.), Wydawnictwo UMK, Toruń 2007, s. 237-244.
- Krauze K., Krauze A., *Modelling the open pension funds: the case of Poland, evaluation of market strong efficiency*, [w:] *FindEcon monograph series: advances in financial market analysis*, vol. 6, *Financial markets: principles of modelling, forecasting and decision-making*, W. Milo, G. Szafrński, P. Wdowiński (red.), 2009, s. 163-176.
- Krauze K., *Modelowanie ekonometryczne i weryfikacja hipotez dotyczących integracji i kointegracji szeregów czasowych w warunkach występowania załamań strukturalnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2002.
- Treynor J.L., Triest W., Regan P.J., *The financial reality of pension funding under ERISA*, Dow Jones-Irwin, Homewood, 1976.
- Valdes-Prieto S., *The Latin American experience with pension reform*, „Annals of Public and Co-operative Economics” 1998 no 64/4.

## DEVELOPMENT OF OPEN PENSION SYSTEM IN POLAND. MODELLING AND FORECASTING OF SELECTED PROCESSES

### Summary

In the paper the total numbers of members and accounts as well total assets value of Polish open pension funds are used for characterizing of these funds. Equations for these processes and relating macroeconomic variables are specified. Adequate monthly statistical data set, covering the period April 2002 – October 2008, is used. Estimation results for all the considered equations are used in the prediction processes of three initially mentioned categories. Various ex-post and ex-ante forecasting procedures are applied. Conclusions from the realized empirical studies and some practical remarks are also included.