

Dominik Krężolek

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

POMIAR EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI – FUNKCJA OMEGA. ZASTOSOWANIE NA GPW W WARSZAWIE*

1. Wstęp

Inwestowanie na giełdzie jest jedną z powszechniejszych metod pomnażania kapitału. Niemniej jednak ze względu na specyfikę rynku finansowego jest to także metoda bardzo ryzykowna. Ryzyko wynika bezpośrednio ze zmienności cen, a także stóp zwrotu aktywów finansowych. Zmiany te, w kategoriach stopy zwrotu, można rozpatrywać pozytywnie – wtedy zrealizowana stopa zwrotu przekracza jej wartość oczekiwaną, lub negatywnie, kiedy zrealizowana stopa zwrotu przyjmuje wartości poniżej jej wartości oczekiwanej [Jajuga, Kuziak 1997]. Dwuaspektowość ryzyka w tym ujęciu wynika z podejścia statystycznego – podstawową miarą zmienności jest wariancja (odchylenie standardowe). Jest to jednak ujęcie klasyczne, według którego inwestycje finansowe opisywane są za pomocą dwóch charakterystyk: dochodu oraz ryzyka. Jednakże w praktycznych zastosowaniach szacowanie poziomu ryzyka implikowane jest znajomością empirycznych rozkładów stóp zwrotu, których postaci analityczne nie są znane (w celu ich uzyskania wykorzystuje się dane historyczne).

Powyższa koncepcja inwestycji ma odzwierciedlenie w teorii Markowitza, a wadą tego podejścia jest założenie normalności oraz uwzględnianie tylko dwóch pierwszych momentów rozkładu stopy zwrotu. W rzeczywistości rynków finansowych założenie rozkładu gaussowskiego nie jest jednak spełnione. Wysoka częstotliwość danych, zjawisko heteroskedastyczności wariancji, autokorelacja czy grube ogony empirycznych rozkładów odrzucają stosowalność klasycznych miar ryzyka. Cechy te mają szczególne znaczenie w przypadku analizy zmienności w ogonach rozkładów odpowiadających występowaniu obserwacji ekstremalnych (np. kwantylowe miary ryzyka). W prezentowanej pracy przedstawiono miarę Omega opartą na analizie dystrybuant stóp zwrotu, cechującą się zarazem bardzo atrakcyjnymi własnościami z punktu widzenia zarówno własności matematycznych, jak i interpretacji finansowych.

* Praca napisana w ramach grantu naukowego o numerze KBN: N111 003 32/0262.

2. Miara efektywności omega

Miara Omega oraz jej uogólnienie – funkcja Omega, zostały zaproponowane przez C. Keatinga oraz W.F. Shadwicka [2002] jako alternatywa do klasycznego ujęcia ryzyka (bazującego na normalności rozkładu stopy zwrotu). Główną cechą miary jest to, iż do pomiaru efektywności osiągnięć inwestycyjnych wykorzystuje cały rozkład analizowanej zmiennej losowej (miary klasyczne rozważają jedynie dwa pierwsze momenty rozkładu). Omega zaliczana jest do miar kwantylowych, gdyż zakłada występowanie pewnego punktu progowego dzielącego zbiór realizacji strategii inwestycyjnej na obszar zysków oraz strat. Nie zakłada ona konkretnego kształtu krzywej gęstości empirycznego rozkładu [Keating, Shadwick 2002]. Wykorzystuje informacje zawarte w danych historycznych zrealizowanych w określonym przedziale czasowym.

Z matematycznego punktu widzenia Omega zdefiniowana jest następująco [Bertrand, Prigent 2006]:

$$\Omega(X) = \frac{\int_a^b [1 - F(x)] dx}{\int_a^p F(x) dx}, \quad (1)$$

gdzie X jest zmienną losową typu ciągłego określoną na przedziale $[a, b]$, $F(x)$ jest funkcją dystrybuanty tej zmiennej, natomiast p jest przyjętym punktem progowym, spełniającym założenie $a \leq p \leq b$. Jak wynika ze wzoru (1), Omega jest ilorzem zysków do strat względem założonego punktu progowego, ważonym odpowiednim prawdopodobieństwem. Jedynym założeniem co do Omega jest zbieżność całek występujących we wzorze (1). Miara ma przewagę nad miernikami klasycznymi, gdyż uwzględnia wszelkie momenty analizowanego szeregu stóp zwrotu, a co za tym idzie – może być wykorzystywana do oceny efektywności inwestycji w przypadku rozkładów innych niż gaussowski (tj. asymetrycznych, bimodalnych czy gruboogonowych). Jeżeli wyższe momenty rozkładu stóp zwrotu są statystycznie nieistotne, to wartość miary Omega zbieżna jest z wartościami miar klasycznych. Natomiast w przypadku statystycznie istotnych wartości tych momentów interpretacja może doprowadzić do odmiennej alokacji aktywów.

Istota miary Omega wynika z prostej reguły decyzyjnej – jakie są preferencje inwestora: czy woli mieć więcej, czy też mniej. Istnieje zatem pewien próg, powyżej którego zrealizowane stopy zwrotu interpretowane są jako zyski, natomiast realizacje poniżej tego progu – jako straty. Zdefiniowano zatem dwie wielkości:

- oczekiwany zysk, czyli warunkową wartość oczekiwaną realizacji stopy zwrotu r ponad punkt progowy p , tj. $E(r | r \geq p)$,

- oczekiwaną stratę, czyli warunkową wartość oczekiwaną realizacji stopy zwrotu r poniżej punktu progowego p , tj. $E(r|r < p)$ [Keating, Shadwick 2002].

Zysk albo strata z inwestycji dla ustalonego punktu progowego p może być zdefiniowana następująco:

- zysk: $z = E[r|r \geq p] - p$,
- strata: $s = p - E[r|r < p]$.

Aby możliwe było porównanie potencjalnych zysków wobec potencjalnych strat, należy przyporządkować im odpowiednie prawdopodobieństwa. Jeżeli $F(r)$ jest dystrybuantą stopy zwrotu r , to prawdopodobieństwo realizacji tej stopy poniżej punktu progowego p odpowiadające stracie z inwestycji wynosi $P(r < p) = F(p)$. Natomiast gdy rozważany jest zysk, prawdopodobieństwo realizacji stopy zwrotu powyżej punktu progowego określone jest jako $P(r \geq p) = 1 - P(r < p) = 1 - F(p)$. Zatem dokonując odpowiedniego skalowania, otrzymano miernik:

$$M_{Omega} = \frac{z[1 - F(p)]}{sF(p)}, \quad (2)$$

który mierzy i umożliwia porównanie efektywności inwestycji [Keating, Shadwick 2002].

W przypadku dyskretnym miara ta definiowana jest następująco:

$$Omega(r = p) = \frac{\sum_b \max(0; r_p^u)}{\sum_a \max(0; |r_p^l|)}, \quad (3)$$

gdzie r_p^u , r_p^l oznaczają odpowiednio realizację stopy zwrotu powyżej i poniżej założonego punktu progowego p [Maxam, Nikbakht 2006]. Funkcja Omega ma ciekawe własności matematyczne: jest monotonicznie malejąca w przedziale określoności $[a, b]$, spełniając warunki: $\lim_{r=p \rightarrow a} Omega(r = p) = +\infty$ oraz $\lim_{r=p \rightarrow b} Omega(r = p) = 0$. Ponadto wartość funkcji równa jest jedności dla punktu progowego reprezentującego wartość oczekiwaną rozkładu analizowanej stopy zwrotu [Kaye 2005]. Finansowa interpretacja miary odnosi się do analizy efektywności inwestycji, gdyż na podstawie wartości, jakie przyjmuje, można dokonać rangowania spółek ze względu na atrakcyjność (w porównaniu z przyjętym punktem progowym). Punkt taki może być reprezentowany stopą wolną od ryzyka, poziomem inflacji czy jakkolwiek inną wartością, w stosunku do której inwestor potrafi jednoznacznie sprecyzować obszar zysków oraz obszar strat. Porównując dwie inwestycje w akcje, należy

stwierdzić, że atrakcyjniejsza jest ta, która dla założonego, jednakowego punktu progowego ma większe wartości miary Omega.

3. Analiza empiryczna na GPW w Warszawie

Miarę Omega oceny efektywności inwestycji przedstawiono na przykładzie akcji spółek notowanych na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Okres badawczy obejmuje dzienne logarytmiczne stopy zwrotu od 3 stycznia 2006 r. do 29 sierpnia 2008 r. (łącznie 666 obserwacji). Spółki wykorzystane w badaniu zaliczane są do sektorów reprezentowanych indeksami WIG-PALIWA oraz WIG-DEWELOPERZY. Za stopę zwrotu wolną od ryzyka przyjęto odpowiednio zdyskontowaną średnią rentowność 52-tygodniowych bonów skarbowych emitowanych przez Skarb Państwa. Do oszacowania wrażliwości zmienności stóp zwrotu akcji w stosunku do benchmarku wykorzystano współczynnik beta; za benchmark przyjęto indeks DWS MS. W tabeli 1 przedstawiono wyniku testu normalności Kołmogorowa-Smirnowa (K-S).

Tabela 1. Test normalności rozkładu K-S

Parametr/spółka	GTC	ECHO	POLNORD	O8OCTAVA	BBIDEVNFI
Średnia	0,00049	0,00020	0,00171	-0,00178	-0,00143
Odchylenie standardowe	0,02862	0,02617	0,04836	0,06913	0,07084
Statystyka K-S	1,108	2,286	2,641	6,195	4,399
<i>p-value</i>	0,171	0,000*	0,000*	0,000*	0,000*
Parametr/spółka	PKNORLEN	PGNIG	LOTOS	MOL	DWS MS
Średnia	-0,00098	-0,00002	-0,00074	-0,00035	0,00030
Odchylenie standardowe	0,02233	0,02154	0,02215	0,02263	0,01198
Statystyka K-S	1,044	1,431	0,720	1,070	2,142
<i>p-value</i>	0,226	0,033*	0,677	0,203	0,000*

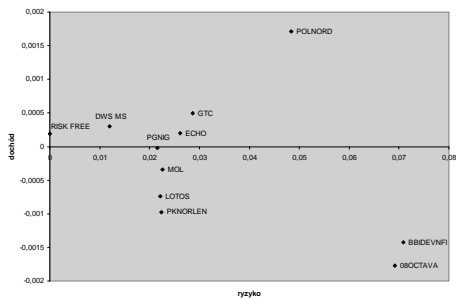
*Statystyczna istotność na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie testu K-S odrzucono hipotezę o normalności rozkładu stopy zwrotu dla pięciu analizowanych spółek oraz dla benchmarku. Na tej podstawie można wnioskować, iż stosowanie klasycznych miar oceny dochodu i ryzyka może prowadzić do błędnych wniosków. Wyniki analizy podstawowych charakterystyk rozkładów stóp zwrotu badanych walorów pokazują, że w całym analizowanym okresie spółki z sektora paliwa cechowały się ujemną oczekiwaną stopą zwrotu (PGNIG, PKNORLEN, LOTOS, MOL). Dodatkowo, analizując ich wrażliwość za pomocą współczynnika beta (za indeks rynkowy przyjęto DWS MS), wykazano, że są to spółki defensywne. Natomiast wszystkie spółki sektora deweloperzy, z wyjątkiem O8OCTAVA, okazały się agresywne¹. Na wykresie na rys. 1 przedstawiono mapę ryzyko – dochód. Porównując inwestycje ze stopą zwrotu bonów skarbo-

¹ Zakładając jako portfel rynkowy indeks WIG20, jako agresywne sklasyfikowano spółki GTC, BBIDEVNFI oraz PKNORLEN.

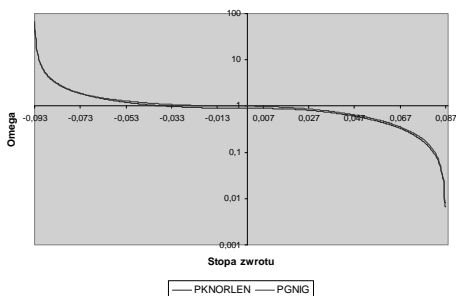
wych, zauważa się, że tylko trzy spośród wszystkich badanych spółek cechuje dodatnia premia za ryzyko (GTC, ECHO, POLNORD), ale kosztem podwyższonego poziomu ryzyka. Najbardziej ryzykowne w ujęciu klasycznym okazują się walory spółek deweloperskich BBIDEVNFI oraz 08OCTAVA.



Rys. 1. Mapa ryzyko – dochód

Źródło: obliczenia własne.

Powyższe podejście stanowi podstawę analizy strategii inwestycyjnych modelu Markowitza. Koncepcja ta jest jednak sztywno ograniczona założeniem normalności rozkładu stopy zwrotu, które dla niektórych z analizowanych spółek jest spełnione. Niezależnie zatem od rzeczywistego empirycznego rozkładu wyznaczono wartości funkcji Omega (wzór 3) dla wszystkich analizowanych walorów. Na wykresie przedstawionym na rys. 2 pokazano przebieg funkcji dla stóp zwrotu spółek PKNORLEN (brak podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu) oraz PGNIG (odrzucono hipotezę o normalności rozkładu) bez określania jednoznacznie punktu progowego dzielącego obszar zmienności stóp zwrotu na obszar zysków oraz strat. W celu uzyskania przejrzystości wykresu zastosowano logarytmiczną skalę osi rzędnych.



Rys. 2. Funkcja Omega – spółki PKNORLEN oraz PGNIG

Źródło: obliczenia własne.

W całym badanym okresie stopa zwrotu PKNORLEN zawierała się w przedziale od -9,30 do 7,75%, natomiast PGNIG odpowiednio od -8,05 do 8,72%.

Funkcja Omega umożliwia porównywanie atrakcyjności inwestowania w poszczególne walory – w przypadku prezentowanych dwóch spółek punktem progowym jest poziom około $-7,25\%$. Do tego punktu atrakcyjniejsze wydaje się inwestowanie w akcje PKNORLEN, natomiast powyżej tego punktu – w akcje PGNIG. Jednak wskazany punkt jest tylko punktem przejścia między inwestycjami w PKNORLEN a inwestycjami w PGNIG. Jako iż przyjmuje wartości ujemne, mało prawdopodobne jest, by był on brany pod uwagę przez potencjalnego inwestora.

Efektywność inwestycji w analizowane walory przetestowano za pomocą klasycznych wskaźników Sharpe'a, Treynora oraz Jansena, a także za pomocą miary Omega, przyjmując za punkt progowy stopę zwrotu wolną od ryzyka oraz wartość oczekiwaną stopy zwrotu indeksu DWS MS. Wszelkie realizacje stopy zwrotu spółek poniżej punktu progowego interpretowane są jako straty, natomiast powyżej – jako zyski. Tabela 2 zawiera wartości wyznaczonych klasycznych wskaźników, natomiast tab. 3 – wartości miary Omega dla przyjętych punktów progowych.

Tabela 2. Wskaźniki efektywności Sharpe'a, Jansena oraz Traynora

Spółka	Wskaźnik Sharpe'a	Spółka	Wskaźnik Treynora	Spółka	Wskaźnik Jansena
POLNORD	0,03154	POLNORD	0,00102	POLNORD	0,00135
GTC	0,01063	GTC	0,00026	GTC	0,00017
ECHO	0,00026	ECHO	0,00001	ECHO	-0,00012
PGNIG	-0,00978	PGNIG	-0,00028	PGNIG	-0,00030
BBIDEVNFI	-0,02278	MOL	-0,00072	MOL	-0,00062
MOL	-0,02362	BBIDEVNFI	-0,00081	LOTOS	-0,00104
O8OCTAVA	-0,02841	LOTOS	-0,00099	PKNORLEN	-0,00127
LOTOS	-0,04204	PKNORLEN	-0,00135	BBIDEVNFI	-0,00184
PKNORLEN	-0,05235	O8OCTAVA	-0,00342	O8OCTAVA	-0,00203

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie wyników tab. 2 należy stwierdzić, że najefektywniejsze okazują się inwestycje przede wszystkim w spółki deweloperskie POLNORD, GTC oraz ECHO. Jako jedyne realizują dodatnią premię za ryzyko inwestowania na rynku kapitałowym. Najmniej atrakcyjne wydają się być spółki PKNORLEN oraz O8OCTAVA.

Tabela 3. Miara Omega

Spółka	Omega – punkt progowy: bon	Omega – punkt progowy: DWS MS
POLNORD	1,12029	1,12029
GTC	1,04635	1,04611
ECHO	1,02204	1,02204
PGNIG	0,99729	0,99729
MOL	0,96038	0,96028
BBIDEVNFI	0,92339	0,92339
LOTOS	0,91574	0,91559
PKNORLEN	0,89200	0,89178
O8OCTAVA	0,85895	0,85895

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki zawarte w tab. 3 pozwalają na ocenę efektywności inwestycji w wybrane akcje bez konieczności analizowania i dopasowywania rozkładu teoretycznego do danych empirycznych. Spółki POLNORD, GTC, ECHO oraz PGNIG zostały sklasyfikowane podobnie jak w przypadku miar klasycznych. Natomiast różnice wykazują pozostałe spółki, np. spółka 08OCTAVA sklasyfikowana na 7 miejscu (według wskaźnika Sharpe'a) plasuje się na dziewiątej, ostatniej pozycji (według miary Omega). Natomiast BBIDEVNFI (8 miejsce według wskaźnika Janse- na) klasyfikowana jest na pozycji 6 (według miary Omega). Biorąc pod uwagę rozbieżność rozkładów tych spółek z rozkładem normalnym, można stwierdzić, że rozsądniejsza wydaje się ocena efektywności inwestycji za pomocą miary Omega.

4. Podsumowanie

Ocena efektywności inwestycji kapitałowych stanowi podstawę wszelkich działań inwestora, dlatego też mierniki wykorzystywane do analizy zarządzania portfelami akcji powinny być odpowiednio stosowane. Zdecydowana większość narzędzi oceniających efektywność ujmowana jest w aspekcie klasycznym, przy założeniu normalności analizowanego rozkładu. Jednakże założenie to, zresztą bardzo surowe, w większości przypadków nie jest spełnione. Czynnikiem zaburzających jest bardzo wiele, a zaliczyć tu można te natury zarówno losowej (nieprzewidywalność zdarzeń, napływ informacji, nieokreślone kierunki zmian cen), jak i behawioralnej (indywidualne podejście do inwestowania). Prezentowana w pracy miara Omega odporna jest na takie czynniki i uwzględnia wszelkie informacje zawarte w historycznych stopach zwrotu (tym samym momenty wyższych rzędów odpowiedzialne za skośność czy kurtozę rozkładu). Omega okazuje się szczególnie przydatna w analizie wartości ekstremalnych, kiedy za punkt progowy przyjmowana jest wartość bliska dowolnie niskiemu kwantylowi stopy zwrotu (zwłaszcza w przypadku rozkładów gruboogonowych). Analiza empiryczna na GPW w Warszawie wykazała, że w przypadku uwzględnionych spółek kierowanie się miarami klasycznymi mogłoby doprowadzić do odmiennej (niekoniecznie właściwej) alokacji środków finansowych.

Literatura

- Bertrand P., Prigent J.L., *Omega performance measure and portfolio insurance*, March 16, 2006.
- Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Aktywa niefinansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
- Jajuga K., Kuziak K., Markowski P., *Rynek kapitałowy. Inwestycje finansowe*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 1997.
- Kaye P., *Risk Measurement in Insurance. A guide to risk measurement, capital allocation and related decision support issues*, ReMetrics, Benfield, 2005.
- Keating C., Shadwick B., *An introduction to Omega*, The Finance Development Center, AIMA Newsletter, April 2002.
- Keating C., Shadwick W.F., *A universal performance measure*, The Finance Development Center, London, May 2002.
- Maxam C.L., Nikbakht E., Petrova M., Spieler A.C., *Manager characteristics and hedge fund performance*, "Journal of Applied Finance", Fall/Winter 2006, s. 57-70.

**THE MEASUREMENT OF INVESTMENT EFFICIENCY:
THE OMEGA FUNCTION - AN APPLICATION
ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE**

Summary

The aim of this paper is to present some nonclassical approach to risk assessment and efficiency analysis regarding stocks' investments. The Omega performance measure, based on cumulative distribution functions, is shown. As a nonclassical approach to efficiency analysis this measure can be considered as an alternative to the Sharpe, Traynor or Jensen ratios. The results of confrontation between these two approaches can lead to different assets allocation. An application of the Omega function in the Warsaw Stock Exchange is discussed.