

**Anna Rutkowska-Ziarko, Lesław Markowski**

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

## **WYKORZYSTANIE DOLNOSTRONNYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW BETA DO OCENY RYZYKA NA PRZYKŁADZIE SPÓŁEK NOTOWANYCH NA GPW W WARSZAWIE**

### **1. Wstęp**

Od ponad pięćdziesięciu lat variancja jest powszechnie stosowaną miarą ryzyka [17]. Jednocześnie prawie od tak samo długiego czasu pojawiają się wątpliwości co do słuszności stosowania tej miary ryzyka [18]. Podstawową wadą variancji jako miary ryzyka jest jednakowe traktowanie odchyleń ujemnych i dodatnich od średniej stopy zwrotu. W rzeczywistości odchylenia ujemne są niepożądane, a dodatnie stwarzają możliwość większego zysku. Do mierzenia tylko odchyleń ujemnych Markowitz zaproponował semiwariancję będącą średnią odchyleń poniżej określonego poziomu [18]. Semiwariancja mierzy tylko dolnostronną zmienność i uważana jest za lepszą miarę ryzyka niż variancja [11; 18; 21; 28]. Również zgodnie z teorią perspektywy [14] właściwsze jest stosowanie semiwariancji jako miary ryzyka zamiast variancji [5].

Mniejsza popularność semiwariancji niż variancji podyktowana jest głównie problemami praktycznego zastosowania tej miary ryzyka. Gotowe aplikacje statystyczne nie pozwalają na wyznaczenie semiwariancji oraz innych dolnostronnych miar ryzyka. Wyznaczenie portfeli efektywnych dla semiwariancji również jest dużo bardziej skomplikowane niż dla variancji [18; 26]. Usunięcie tych niedogodności wymaga jedynie opracowania odpowiedniego oprogramowania.

Przyjmuje się, że variancję można stosować, gdy rozkłady stóp zwrotu są normalne, a przynajmniej symetryczne lub funkcje użyteczności inwestorów są funkcjami kwadratowymi [3; 10]. Przy zastosowaniu semiwariancji i innych dolnostronnych miar ryzyka nie przyjmuje się żadnych założeń odnośnie do rozkładów stóp zwrotu i funkcji użyteczności [9].

Kwadratowa funkcja użyteczności ma pewne niepożądane własności, przez co źle opisuje faktyczne zachowania inwestorów [10]. Przede wszystkim dla pewnej stopy zwrotu osiąga maksimum i jej wartość następnie maleje wraz ze wzrostem

stopy zwrotu, co jest w jawnej sprzeczności z preferencjami inwestorów, którzy zawsze wolą mieć więcej niż mniej.

Uważa się, że przy rozkładach symetrycznych wariancja jest nie gorszą miarą ryzyka od semiwariancji [5; 8; 20]. Można wykazać, że również przy normalności rozkładów stóp zwrotu semiwariancja jest właściwszą miarą ryzyka niż wariancja [27]. Badania na rynkach kapitałowych wskazują, że rozkłady stóp zwrotu niektórych spółek giełdowych nie są rozkładami normalnymi lub przynajmniej symetrycznymi [1; 5; 13; 15; 16; 19; 23; 25; 29]. Wówczas istotnego znaczenia nabiera wykorzystanie dolnostronnych miar ryzyka. W przypadku prawostronnych rozkładów stóp zwrotu większą część zmienności niż odchylenia dolnostronne, które są stosunkowo małe, stanowią odchylenia górnostronne zapewniające osiągnięcie wysokich stóp zwrotu. Z tego względu inwestorzy poszukują spółek o prawostronnych rozkładach stóp zwrotu [8; 22], co sugeruje, że nie można pomijać zagadnienia skośności w analizie ryzyka, nawet gdy część spółek charakteryzuje się symetrycznymi rozkładami stóp zwrotu.

Przedstawione argumenty przemawiają na korzyść dolnostronnych miar ryzyka względem ich klasycznych odpowiedników. Dolnostronne miary ryzyka pozwalają na uniwersalną weryfikację takich modeli, jak model pojedynczego indeksu Sharpe'a, a w szczególności model CAPM. Wiąże się to bowiem z pominięciem m.in. założenia o normalności rozkładów stóp zwrotu czy założenia o kwadratowej funkcji użyteczności inwestora. Wiele badań na rozwiniętych i wschodzących rynkach kapitałowych pokazuje, że miary ryzyka systematycznego, jakimi są dolnostronne współczynniki beta, są lepsze od współczynników beta z klasycznej postaci modelu CAPM [4; 6; 8]. Wykorzystanie ich jest szczególnie istotne w modelowaniu wysokich przeciętnych stóp zwrotu [23]. Ponadto dolnostronne bety znacznie lepiej wyjaśniają zmienność stóp zwrotu w regresji przekrojowej w kontekście premii za ryzyko dolnostronne niż tradycyjne miary ryzyka [4; 6].

Na Zachodzie od ponad czterdziestu lat prowadzone są badania nad stosowaniem dolnostronnych miar ryzyka w modelu Sharpe'a i modelu CAPM [12]. W Polsce do tej pory nie prowadzono takich badań.

Celem artykułu jest porównanie dolnostronnych miar ryzyka z klasycznymi miarami ryzyka w kontekście ryzyka całkowitego i systematycznego inwestycji kapitałowych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

## 2. Dolnostronne współczynniki beta

Dolnostronnym odpowiednikiem wariancji jest semiwariancja zdefiniowana przez Markowitza [18] za pomocą wzorów:

$$ds_i^2(t) = \frac{\sum_{t=1}^m d_{it}^2(t)}{m-1}, \quad (1)$$

gdzie:

$$d_{it}(l) = \begin{cases} 0 & \text{dla } z_{it} \geq l \\ z_{it} - l & \text{dla } z_{it} < l \end{cases}, \quad (2)$$

$z_{it}$  – stopa zwrotu w  $t$ -tym okresie dla  $i$ -tej spółki giełdowej,

$ds_i^2(t)$  – semiwariancja dla  $i$ -tej spółki giełdowej,

$m$  – liczba jednostek czasowych,

$l$  – równe średniej stopie zwrotu bądź stopie zwrotu zadanej przez inwestora.

Rozwinięciem i uogólnieniem semiwariancji jako miary ryzyka było zdefiniowanie dolnych momentów częściowych przez Bawę [2] i Fishburna [7]. Według tych autorów dolnym momentem cząstkowym  $n$ -tego stopnia dla  $i$ -tej akcji nazywamy wyrażenie:

$$LPM_i^n = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^m lpm_{it}^n, \quad (3)$$

gdzie:

$$lpm_{it} = \begin{cases} 0 & \text{dla } z_{it} \geq l \\ z_{it} - l & \text{dla } z_{it} < l \end{cases}. \quad (4)$$

Zauważmy, że dla  $n = 2$  dolny moment cząstkowy jest równy semiwariancji.

Stosowanie klasycznej bety ( $\beta_i$ ) związane jest z przyjęciem wariancji jako miary ryzyka. Bety dolnostronne ( $\beta_i^{LPM}$ ) natomiast wyznaczone są na podstawie semiwariancji i innych dolnych momentów cząstkowych. W teorii wyróżniono wiele odmian bet dolnostronnych, różnicując je względem punktu odniesienia, którym może być m.in. średnia, stopa wolna od ryzyka lub dowolna założona stopa zwrotu [6; 8]. Ustalenie punktu odniesienia ma charakter subiektywny i wpływa na oszacowanie dolnostronnego ryzyka systematycznego. Klasyczne współczynniki beta, w przeciwieństwie do bet dolnostronnych, przyjmują jedną standardową formułę współczynników regresji w modelu Sharpe'a o postaci:

$$z_{it} = \alpha_i + \beta_i z_{Mt} + \varepsilon_{it}, \quad (5)$$

gdzie:

$$\beta_i = \frac{COV_{iM}}{S_M^2}, \quad (6)$$

$z_{Mt}$  – stopa zwrotu portfela rynkowego w  $t$ -tym okresie,

$COV_{iM}$  – kowariancja stóp zwrotu  $i$ -tej akcji i stóp zwrotu portfela rynkowego,

$S_M^2$  – wariancja stóp zwrotu portfela rynkowego,

$\varepsilon_{it}$  – składnik losowy modelu.

W niniejszej pracy do określenia bet dolnostronnych przyjęto założenie, że punktem odniesienia jest stopa wolna od ryzyka zmieniająca swą wartość z okresu na okres [24]. Ponadto posłużono się asymetrycznym mieszanym dolnym momentem cząstkowym drugiego stopnia o postaci:

$$CLPM_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^m (z_{it} - z_{ft}) lpm_{Mt}, \quad (7)$$

gdzie:

$$lpm_{Mt} = \begin{cases} 0 & \text{dla } z_{Mt} \geq z_{ft} \\ z_{Mt} - z_{ft} & \text{dla } z_{Mt} < z_{ft} \end{cases}. \quad (8)$$

gdzie:  $CLPM_i^2$  – asymetryczny mieszanym dolnym momentem cząstkowym drugiego stopnia dla  $i$ -tej spółki giełdowej,

$z_{ft}$  – stopa zwrotu wolna od ryzyka w  $t$ -tym okresie.

Biorąc pod uwagę (3) i (7), dolnostronne bety wyznaczone według wzoru [24]:

$$\beta_i^{LPM} = \frac{CLPM_i^2}{LPM_M^2} = \frac{CLPM_i^2}{ds_M^2(f)}, \quad (9)$$

gdzie:  $ds_M^2(f)$  – semiwariancja portfela rynkowego wyznaczona względem stopy zwrotu wolnej od ryzyka. Wyznaczając dolnostronne współczynniki beta, pomija się okresy, w których rynkowa stopa zwrotu jest wyższa od stopy zwrotu wolnej od ryzyka.

### 3. Wyniki

Badaniami objęto dwadzieścia spółek wchodzących w skład indeksu WIG20<sup>1</sup>. Wyznaczono miesięczne stopy zwrotu na podstawie notowań z końca miesiąca w okresie od 31 grudnia 2003 roku do 29 lutego 2008 roku. Dwanaście spółek było notowanych w całym analizowanym okresie, dla ośmiu szeregi czasowe były krótsze.

Po wyznaczeniu zyskowności za pomocą średniej stopy zwrotu uszeregowano spółki od najmniej do najbardziej zyskowej. Następnie oszacowano ryzyko za pomocą semiwariancji liczonej względem stopy zwrotu wolnej od ryzyka oraz wariancji. Za stopę wolną od ryzyka przyjęto średni ważony zysk z bonów skarbowych. Obliczono stosunek semiwariancji do wariancji (S/W) oraz wyznaczono skośność rozkładów stóp zwrotu i zbadano jej istotność. Ponadto testem Shapiro-Wilka zweryfikowano zgodność rozkładów stóp zwrotu analizowanych spółek z rozkładem normalnym. Wyniki prezentuje tab. 1.

<sup>1</sup> Skład indeksu WIG20 na 29 lutego 2008 roku.

Tabela 1. Parametry rozkładów stóp zwrotu spółek należących do WIG20 w okresie I 2004-II 2008

Nazwa spółki	Liczebność	Średnia	Semiwariancja	Wariancja	S/W	Współczynnik asymetrii	Zgodność z rozkładem normalnym
PKM	50	-0,17	50,06	85,11	0,59	-0,16	
BPH	50	0,02	179,74	210,76	0,85	<b>-4,81</b>	<b>niezgodny</b>
AGO	50	0,08	40,74	80,01	0,51	0,14	
LTS	32	0,87	44,80	90,95	0,49	-0,09	
PGN	28	0,97	21,59	55,93	0,39	0,24	
TPS	50	1,02	24,96	59,11	0,42	0,16	
PEO	50	1,25	26,48	53,53	0,49	-0,46	
PKN	50	1,28	32,64	68,92	0,47	-0,28	
PKO	39	1,62	28,44	56,06	0,51	<b>-0,64</b>	<b>niezgodny</b>
BZW	50	2,16	40,47	100,38	0,40	-0,19	
CEZ	16	2,34	14,97	40,36	0,37	-0,42	
CST	50	3,12	28,05	137,79	0,20	<b>1,57</b>	<b>niezgodny</b>
TVN	38	3,14	19,54	70,51	0,28	0,27	
GTC	45	3,32	32,97	118,71	0,28	0,27	
BIO	35	3,41	197,60	530,28	0,37	0,00	
BRE	50	3,48	31,40	87,56	0,36	-0,57	
KGH	50	3,49	35,96	127,37	0,28	0,28	
PBG	42	5,55	20,39	116,30	0,18	0,31	
PXM	50	6,78	27,02	183,38	0,15	<b>1,42</b>	<b>niezgodny</b>
PND	50	8,62	154,40	1089,12	0,14	<b>1,65</b>	<b>niezgodny</b>

Źródło: obliczenia własne.

Średnie stopy zwrotu badanych spółek osiągnęły wartości dodatnie, z wyjątkiem spółki PKM, dla której wartość średniej rentowności była ujemna i wynosiła -0,17%. Otrzymane wyniki są rezultatem m.in. panującej w badanym okresie tendencji wzrostowej na GPW w Warszawie. Generalnie wraz ze wzrostem średniej stopy zwrotu rośnie ryzyko wyrażone wariancją stóp zwrotu, zjawisko to nie jest tak widoczne dla semiwariancji. Współczynnik korelacji między średnią stopą zwrotu i wariancją wynosi 0,65, a między średnią stopą zwrotu i semiwariancją – 0,15. Występuje wysoka ujemna korelacja (-0,83) między S/W i średnią stopą zwrotu. Oznacza to, że wysokim stopom zwrotu odpowiadają niewielkie odchylenia poniżej stopy zwrotu wolnej od ryzyka w stosunku do odchylen poniżej i powyżej średniej. W przypadku czterech spółek występuje istotna asymetria, a dla pięciu z nich rozkłady stóp zwrotu istotnie odbiegają od rozkładu normalnego. Można zauważyć także zależność między średnią stopą zwrotu a współczynnikiem asymetrii, czego wyrazem jest współczynnik korelacji wynoszący 0,56. Bardzo silna ujemna korelacja (-0,85) występuje między S/W a współczynnikiem asymetrii. Wynika z tego, że w analizach inwestycji na rynkach kapitałowych nie można pomijać zjawiska skośności rozkładów stóp zwrotu.

W kolejnym etapie badania dla analizowanych spółek wyznaczono klasyczne i dolnostronne współczynniki beta, które następnie uszeregowano względem rosnących wartości średniej stopy zwrotu, co prezentuje tab. 2.

Tabela 2. Wartości współczynników beta i jednostronnych współczynników beta dla spółek należących do WIG20 w okresie I 2004-II 2008

Nazwa spółki	Współczynnik beta	Dolnostronny współczynnik beta	Różnica
PKM	0,964	1,142	-0,179
BPH	1,143	1,176	-0,034
AGO	0,498	0,679	-0,181
LTS	0,877	0,905	-0,028
PGN	0,650	0,692	-0,042
TPS	0,812	0,846	-0,034
PEO	1,085	1,208	-0,123
PKN	1,121	1,248	-0,126
PKO	0,976	1,116	-0,140
BZW	1,488	1,495	-0,006
CEZ	0,509	0,441	0,068
CST	1,289	0,832	0,456
TVN	0,727	0,488	0,239
GTC	1,001	0,960	0,041
BIO	0,303	-0,666	0,969
BRE	1,290	1,196	0,095
KGH	1,309	1,061	0,248
PBG	0,989	0,420	0,569
PXM	0,811	0,208	0,604
PND	2,808	1,739	1,069

Źródło: obliczenia własne.

Zauważono, że dla spółek o niskich (wysokich) średnich stopach zwrotu jednostronne współczynniki beta są wyższe (niższe) od bet klasycznych. W celu przeanalizowania tej zależności obliczono różnice między klasycznymi i jednostronnymi współczynnikami beta. Dla najmniej zyskowej spółki występuje największa różnica ujemna. Następnie wraz ze wzrostem zyskowości wartości bezwzględne różnic maleją i dla spółek 10 i 11 wynoszą w przybliżeniu zero. Dla kolejnych spółek omawiane różnice osiągają średnio coraz wyższe wartości dodatnie. Współczynnik korelacji między średnią stopą zwrotu a różnicą między betami wynosi 0,85. Szczególną uwagę zwraca fakt osiągnięcia najwyższych różnic między dwoma rodzajami bet, przez spółki o najwyższych dodatnich współczynnikach asymetrii rozkładów stóp zwrotu. Dla tych spółek jednostronne bety wskazują na dużo mniejsze ryzyko systematyczne niż bety klasyczne. Współczynnik korelacji między miarami skośności i różnicami bet wynosi 0,45. Oznacza to, iż spółki o rozkładach prawostronnie skośnych są mniej wrażliwe na zmiany indeksu rynku, gdy rynkowa stopa zwrotu jest niższa od stopy pozbawionej ryzyka, w porównaniu z wrażliwością (klasyczny współczynnik beta) biorącą pod uwagę cały badany okres. Inwestor powinien wybierać spółki o prawostronnej asymetrii stopy zwrot, mają one stosunkowo niskie ryzyko jednostronne w stosunku do ryzyka dwustronnego.

Dla inwestora korzystne jest, gdy beta klasyczna jest wyższa od bety jednostronnej. Oznacza to, że zmienność stopy zwrotu danej spółki jest w większym stopniu uza-

leżniona od indeksu w czasie dobrej koniunktury, a słabiej – w czasie bessy. W szczególności należy unikać spółek o wartościach bety dolnostronnej wyższych od jedności, wtedy stopy zwrotu danej spółki spadają szybciej niż rynkowa stopa zwrotu.

#### 4. Podsumowanie

Otrzymane wyniki wskazują, że wraz ze wzrostem średniej stopy zwrotu spada współczynnik S/W. Oznacza to, że dla wysokich średnich stóp zwrotu semiwariancja wskazuje na znacznie mniejsze ryzyko całkowite inwestycji w porównaniu z wariancją. Odkryto silną zależność między asymetrią i zyskowością oraz między asymetrią i współczynnikiem S/W.

Zauważono, że przy wysokich średnich stopach zwrotu lub silnej prawostronnej asymetrii klasyczne bety mogą przeszacowywać ryzyko systematyczne. Przy niskich średnich stopach zwrotu lub silnej asymetrii lewostronnej klasyczne współczynniki beta mogą niedoszacowywać ryzyko systematyczne.

#### Literatura

- [1] Adcock C.J., Shutes K., *An analysis of skewness and skewness persistence in three emerging markets*, "Emerging Markets Review" 2005, 6, s. 396-418.
- [2] Bawa V., *Optimal rules for ordering uncertain prospects*, "Journal of Financial Economics" 1975, 2(1), s. 95-121.
- [3] Elton E.J., Gruber M.J., *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, Wig Press, Warszawa 1998.
- [4] Estrada J., *Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM*, "Emerging Markets Review" 2002, 3, s. 365-379.
- [5] Estrada J., Serra A., *Risk and return in emerging markets: family matters*, "Journal of Multinational Financial Management" 2005, 15, s. 257-272.
- [6] Estrada J., *Mean-semivariance behavior: Downside risk and capital asset pricing*, "International Review of Economics & Finance" 2007, 16, s. 169-185.
- [7] Fishburn P., *Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns*, "The American Economic Review" 1977, march, s. 116-126.
- [8] Galagedera U.A., Brooks R.D., *Is co-skewness a better measure of risk in the downside than downside beta? Evidence in emerging market data*, "Journal of Multinational Financial Management" 2007, 17, s. 214-230.
- [9] Harlow W.V., Rao R.K.S., *Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework: theory and evidence*, "Journal of Financial and Quantitative Analysis" 1989, 24, s. 285-311.
- [10] Haugen A., *Teoria nowoczesnego inwestowania*, WIG-Press, Warszawa 1996.
- [11] Hogan W., Warren J., *Computation of the efficient boundary in the E-S portfolio selection model*, "Journal of Finance and Quantitative Analysis", September 1972.
- [12] Hogan W., Warren J., *Toward the development of an equilibrium capital-market based on semivariance*, "Journal of Finance and Quantitative Analysis", January 1974.
- [13] Jajuga K. (red.), *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, AE, Wrocław 2000.
- [14] Kahneman D., Tversky A., *Prospect theory: An analysis of decision under risk*, "Econometrica" 1979, 47, s. 263-291.
- [15] Kolupa M., Plebaniak J., *Budowa portfeli lokat*, PWE, Warszawa 2000.

- [16] Kowalewski G., Kuziak K., *Statystyczne miary ryzyka dla polskiego rynku akcji*, Finanse i Bankowość nr 4, AE, Wrocław 1998.
- [17] Markowitz H., *Portfolio selection*, "J. Finance" 1952, 7, s. 77-91.
- [18] Markowitz H., *Portfolio selection: efficient diversification of investments*, John Wiley and Sons, New York 1959.
- [19] Markowski L., *Risk analysis of capital investment on the Warsaw Stock Exchange in the context of portfolio theory*, "Economic Science" 2000, 3, Wydawnictwo UWM, Olsztyn 2001, s. 159-177.
- [20] Nantell T.J., Price B., *An analytical comparison of variance and semivariance capital market theories*, "Journal of Finance and Quantitative Analysis" 1979, XIV, no 2, s. 221-242.
- [21] Ogryczak W., Ruszczyński A., *From stochastic dominance to mean-risk models: semideviations as risk measures*, "European Journal of Operational Research" 1999, 116, s. 33-35.
- [22] Peiro A., *Skewness in financial returns*, "Journal of Banking and Finance" 1999, 23, s. 847-862.
- [23] Post T., van Viet P., *Downside risk and asset pricing*, "Journal of Banking and Finance" 30, s. 823-849.
- [24] Price K., Price B., Nantell T.J., *Variance and lower partial moment measures of systematic risk: some analytical and empirical results*, "The Journal of Finance" 1982, XXXVII, no 3, s. 843-855.
- [25] Rutkowska-Ziarko A., *Semiwariancja stóp zwrotu jako miara ryzyka inwestycyjnego na przykładzie spółek notowanych na Warszawskiej Gieldzie Papierów Wartościowych*, Biuletyn Naukowy UWM w Olsztynie nr 15, Olsztyn 2002, s. 63-78.
- [26] Rutkowska-Ziarko A., *Metody znajdowania portfela efektywnego dla semiwariancji*. „Badania Operacyjne i Decyzje” 2005, 3-4, s.63-83.
- [27] Rutkowska-Ziarko A., *Wykorzystanie wariancji i semiwariancji do budowy portfela akcji przy normalności rozkładów stóp zwrotu*, „Przegląd Statystyczny” 2007, 4, s. 105-116.
- [28] Sortino F., Satchell S., *Managing downside risk in financial markets: theory, practice and implementation*, Butterworth-Heinemann, Oxford 2001.
- [29] Sun Q., Yan Y., *Skewness persistence with optimal portfolio selection*, "Journal of Banking and Finance" 2003, 27, s. 1111-1121.

## APPLICATION OF DOWNSIDE BETA COEFFICIENT FOR RISK ASSESSMENT BASED ON THE EXAMPLE OF COMPANIES LISTED ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

### Summary

The article is a continuation of studies on application of semivariance to stocks portfolio building and verification of Sharpe's single index model. Classic and downside beta coefficients are compared and the total risk is estimated by variance and semivariance. For high average rates of return semivariance shows significantly lower total investment risk than the variance. Generally downside beta coefficients are lower than the classic coefficients. Downside beta coefficients allow the assessment of reaction of a given company to changes in the stock exchange index in case of unfavourable market situation. The unfavourable market situation is considered to be a decrease of the stock exchange index rate of return below the risk-free rate. The studies show that there are companies in the market that react less pronouncedly to stock exchange situation in case of unfavourable market situation than indicated by classic beta coefficients. For low (high) average rate of return companies downside beta coefficients are higher (lower) than classic betas. Companies showing positive skewness of rate of return react less pronouncedly to index changes when the market rate of return is lower than the risk free rate for the entire studied period. It is noticed that in case of high average rates of return or strong positive skewness, classic betas could overestimate the systematic risk. In case of low average rates of return or strong negative skewness classic betas could underestimate the systematic risk.