

**Michał Stachura**

Uniwersytet Humanistyczno-Przyrodniczy im. Jana Kochanowskiego w Kielcach

## **KOINTEGRACJA I NIBY-PRZYCZYNOWOŚĆ W ŚWIELE METOD FALKOWYCH**

### **1. Wstęp**

Wyznaczanie wektora kointegrującego dla par szeregów czasowych jest szczególnie ważne w badaniach wykrywających istnienie związków między wspólnym kształtowaniem się analizowanych szeregów. Metody klasyczne są nie tylko dość pracochłonne, ale ponadto interpretacja uzyskanych wyników w wielu przypadkach może budzić pewne wątpliwości. Zatem celem niniejszego opracowania jest prezentacja możliwości zastosowania metod falkowych przy wyznaczaniu wektora kointegrującego dla zmiennych, które są realizacjami procesów niestacjonarnych. Zgodnie sugestiami Fan i Whitchera [Fan, Whitcher 2003] estymacji parametrów dokonuje się nie wprost dla danych empirycznych czy pewnego rzędu ich przyrostów, lecz dla stosownie dobranych współczynników transformat falkowych. Aby zilustrować te idee, analizom poddane zostały wybrane indeksy giełdowe.

Niniejsze opracowanie nawiązuje do wcześniejszych badań autora związanych z możliwością rozwiązywania problemu pozornej regresji dla kursów wymiany walut przeprowadzonych również przy użyciu metod falkowych [Stachura 2004].

### **2. Podstawowe pojęcia**

**Procesy skointegrowane.** Proces stochastyczny  $\{X_t\}$  nazywany jest zintegrowanym rzędu  $d$  ( $\{X_t\} \sim I(d)$ ) wtedy i tylko wtedy, gdy  $(1 - B)^d X_t = \varepsilon_t$ , gdzie odpowiednio  $B$  jest operatorem opóźnień (tzn.  $B(X_t) = X_{t-1}$ ),  $d \in \mathbb{R}$ , natomiast  $\{\varepsilon_t\}$  jest procesem stacjonarnym o zerowej wartości oczekiwanej. Dwa procesy stochastyczne  $\{X_t\}$  i  $\{Y_t\}$  nazywane są skointegrowanymi rzędu  $d, b$  ( $\sim CI(d, b)$ ) wtedy i tylko wtedy, gdy  $\{X_t\} \sim I(d)$ ,  $\{Y_t\} \sim I(b)$  oraz istnieją

niezerowe stałe  $\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$  o tej własności, że  $\{\beta_1 X_t + \beta_2 Y_t\} \sim I(d-b)$ . W tej sytuacji wektor  $[\beta_1, \beta_2]$  nazywany jest wektorem kointegrującym. Jeśli dwa procesy są skointegrowane rzędu  $d, d$  (czyli, gdy  $b = d$ ), to parametry  $\beta_1, \beta_2$  mogą być traktowane jako parametry długookresowej zależności obu procesów [Charemza, Deadman 1997; Welfe 2003]. Co więcej, w przypadku analizy niestacjonarnych szeregów czasowych wyznaczanie wektora kointegrującego może posłużyć za rozwiązanie problemu regresji pozornej.

**Dyskretna transformata falkowa.** Niech  $\mathbf{X} = (x_0, x_1, \dots, x_{M-1})$  będzie wektorem  $M$  obserwacji. Dla dowolnego  $j \in \{0, 1, \dots, J\}$  (oznaczającego numery skal rozkładu) oraz dla dowolnego  $k \in \{0, 1, \dots, 2^j - 1\}$  definiowane są współczynniki transformaty falkowej wektora  $\mathbf{X}$  jako  $W_{j,k} = \sum_{m=0}^{J-1} x_m \cdot \psi_{j,k}(\frac{m}{M})$ , gdzie  $\psi_{j,k}$  są przesuniętymi i przeskalowanymi wersjami falki  $\psi$  (tzn.  $\psi_{j,k}(s) = 2^{-j/2} \cdot \psi(2^{-j}s - k)$ ). Falkę  $\psi$  dobiera się w taki sposób, by układ  $\{\psi_{j,k}\}$  stanowił bazę ortonormalną. Współczynniki  $W_{j,k}$  blokowane są w wektory  $\mathbf{W}_j = (W_{j,1}, W_{j,2}, \dots, W_{j,2^j-1})$  współczynników odpowiadających każdej ze skal  $j$ , a następnie odbywa się blokowanie w wektor  $\mathbf{W} = (\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_J, \mathbf{V}_J)$ , który jest transformatą falkową wektora  $\mathbf{X}$ . Pojawiający się w transformacie dodatkowy wektor  $\mathbf{V}_J$  zapewnia istnienie wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości między  $\mathbf{X}$  i  $\mathbf{W}$ . Jest to sytuacja analogiczna do przypadku dyskretniej transformaty Fouriera, kiedy to również badanemu szeregowi w jednoznaczny sposób odpowiada jego transformata i na odwrót [Bruzda 2003; Percival, Walden 2000]. Oznacza to, iż zachodzą równości:  $\mathbf{W} = \Xi \mathbf{X}$  i  $\mathbf{X} = \Xi^T \mathbf{W}$  dla pewnej ortonormalnej macierzy  $\Xi$  ( $\Xi^T \Xi = \mathbf{I}$ ) jednoznacznie określonej przez wybór falki  $\psi$ .

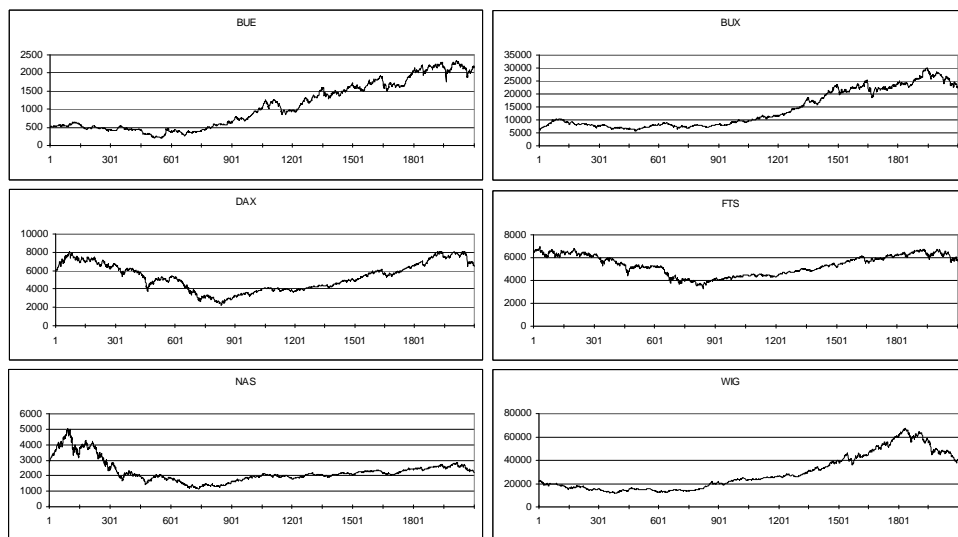
Dyskretna transformata falkowa może być równoważnie skonstruowana przez określenie dwu filtrów długości  $L$ : skalującego  $\{h_l\}_{l \in \{0, \dots, L-1\}}$  i sprzężonego  $\{g_l\}_{l \in \{0, \dots, L-1\}}$ , gdzie  $g_l = (-1)^{l+1} h_{L-l-1}$ . Przewagą tego podejścia polega na możliwości odrzucenia podziałów diadycznych, bowiem nie musi już obowiązywać równość  $M = 2^J$ . Tym razem konstrukcja wektora  $\mathbf{W}$  określana jest mianem schematu rekursywnego [Bruzda 2003; Percival, Walden 2000], a przebiega ona następująco. W pierwszym kroku dokonuje się splotów szeregu  $\mathbf{X}$  z filtrami  $\{h_l\}$  i  $\{g_l\}$ , w wyniku czego powstają wektor współczynników falkowych  $\mathbf{W}_1$  i wektor współczynników skalujących  $\mathbf{V}_1$  (oba dla skali 1). W drugim kroku analogicznemu zabiegowi poddaje się wektor  $\mathbf{V}_1$  i otrzymuje kolejne wektory  $\mathbf{W}_2$  i  $\mathbf{V}_2$  (dla skali 2) i tak dalej. Procedura kończy się na kroku, w którym z wektora  $\mathbf{V}_{J-1}$  powstają wektory  $\mathbf{W}_J$  i  $\mathbf{V}_J$  (dla skali  $J$ ).

Szczególnie istotne są falki i filtry o stosownie dużej liczbie  $N$  tzw. momentów zerowych, pozwalają one bowiem eliminować niestacjonarność z empirycznych szeregów czasowych zintegrowanych rzędu  $d > 0$ . Otóż, jeśli tylko  $N \geq [d + \frac{1}{2}]$ , to dla każdej skali  $j$  szereg  $\mathbf{W}_j = \{W_{j,t}\}_t$  jest stacjonarny i ma zerową wartość oczekiwaną. Co więcej, odpowiednio duże  $N$  gwarantuje bardzo szybkie wygasanie funkcji korelacyjnej szeregu  $\mathbf{W}_j$  i to bez względu na tempo wygasania funkcji korelacyjnej szeregu  $\mathbf{X}$ . W przypadku większości filtrów liczba momentów zerowych jest związana z długością  $L$  i w celu uzyskania tak stacjonarności  $\mathbf{W}_1$ , jak i szybkiego zaniku funkcji korelacyjnej wystarczy przyjąć  $L \geq 2[d + \frac{1}{2}]$  [Fan, Whitcher 2003; Serroukh, Walden, Percival 2000].

### 3. Dane empiryczne

Analizom poddano 6 szeregów czasowych reprezentujących dzienne notowania na zamknięcie następujących indeksów giełdowych: Merval z giełdy w Buenos Aires (oznaczany w ciągu dalszym jako BUE), BUX, DAX, FTSE100 (oznaczany: FTS), Nasdaq (oznaczany: NAS) oraz WIG. Zakres danych obejmuje czas od około kwietnia 2000 r. (zależnie od indeksu) do 30 lipca 2008 r.

Wykresy na rys. 1-6 ilustrują kształtowanie się indeksów, a umieszczono na nich po 2100 ostatnich rekordów z okresu objętego badaniem.



Rys. 1-6. Szeregi empiryczne – przebiegi analizowanych indeksów giełdowych

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu bossa.pl.

Na wstępie zweryfikowany został rząd integracji szeregów empirycznych. Użyto w tym celu rozszerzonego testu Dickeya-Fullera (ADF), były więc szacowane modele regresji liniowej o postaci:  $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \gamma_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t$ , gdzie  $\Delta y_t$  oznacza przyrosty szeregu  $y_t$ , a  $k$  jest tak dobrane, że reszty  $\varepsilon_t$  są nieskorelowane, przy czym hipotezie o stacjonarności szeregu  $y_t$  odpowiada hipoteza o ujemności parametru  $\delta$ .

Procedurę tę zastosowano wobec wszystkich podszeregów obejmujących odpowiednio po 120, 250, 500, 1000, 2000 ostatnich rekordów każdego z indeksów. Skutkowało to estymacją 30 modeli, w przypadku których wystarczyło przyjąć  $k = 1$ , jako że statystyki Durбина-Watsona były za każdym razem bardzo bliskie wartości 2 i wskazywały na brak autokorelacji składnika resztowego. Niestety wartości statystyki ADF oscylowały wokół zera i były większe niż wartość krytyczna statystyki ADF  $\cong -2,58$  ( $\alpha = 1\%$ ,  $n = 120, 250, 500, 1000, 2000$  oraz  $k = 1$ ), dzięki czemu wszystkie szeregi empiryczne, i to bez względu na ich długość, zostały uznane za niestacjonarne.

W związku z tym analogicznej analizie poddano przyrosty dotychczas analizowanych szeregów. Tym razem także wystarczyło  $k = 1$ , zaś wartości statystyki ADF oscylowały od ok.  $-31$  (dla szeregów po 2000 rekordów) do ok.  $-7$  (dla szeregów po 120 rekordów) i za każdym razem były mniejsze od wartości krytycznej. Pozwala to uznać przyrosty za stacjonarne, a tym samym możemy uważać rozważane szeregi empiryczne za zintegrowane rzędu 1.

Konkluzję tę potwierdzają wartości statystyki  $IDW = \frac{\sum (y_t - y_{t-1})^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$ . Otóż, jeśli wartość IDW jest bliska zeru (mniejsza od 0,5), to przyjmuje się, że szereg jest niestacjonarny, natomiast gdy wartość IDW jest bliska 2, to z dużą dozą pewności można uznać szereg za stacjonarny. W przypadku analizowanych szeregów empirycznych okazało się, że w żadnym z przypadków wartość statystyki IDW nie przekroczyła progu 0,115, natomiast przypadku ich przyrostów mieściła się w zakresie od 1,798 do 2,335.

Reasumując przeprowadzone badania stacjonarności, stwierdzić należy, że każdy szereg empirycznych (bez względu na długość próby) może być uważany za zintegrowany rzędu 1. Z punktu widzenia dalszej części opracowania istotny jest jedynie fakt, iż rząd integracji jest znany i że jest on dodatni. Pozwala to bowiem dobrać właściwe filtry falkowe.

## 4. Kointegracja

Niech dane będą dwa wzajemnie niezależne procesy  $\mathbf{Y} = \{Y_t\}$  i  $\mathbf{X} = \{X_t\}$  zintegrowane odpowiednio rzędów  $d_1$  i  $d_2$ , przy czym  $d_1, d_2 > 0$ . Rozważmy dla tych procesów model regresji liniowej  $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$  odzwierciedlający związek między nimi. Dzięki temu, że transformata falkowa jest operatorem liniowym, uzysku-

jemy nowe równanie:  $W_t^Y = \beta_1 W_t^X + W_t^\varepsilon$ , w którym  $W_t^Y$ ,  $W_t^X$  i  $W_t^\varepsilon$  są współczynnikami falkowymi odpowiednio dla  $\{Y_t\}$ ,  $\{X_t\}$  i  $\{\varepsilon_t\}$ . Utrata parametru  $\beta_0$  nie stanowi najmniejszego problemu w kontekście wyznaczania wektora kointegrującego dla procesów  $\mathbf{Y}$  i  $\mathbf{X}$ , wyraz wolny uznaje się bowiem wówczas za równy zeru, jeden z parametrów wektora kointegrującego zawsze może być zaś uznany za równy 1.

Jak w przypadku każdego modelu regresji, tak i dla równania wiążącego współczynniki falkowe możliwe jest ograniczenie zakresu zmienności indeksu  $t$ . Sugeruje się [Fan, Whitcher 2003], aby do estymacji regresji brać jedynie tzw. współczynniki brzegowo niezależne skali 1. Zatem, jeżeli  $\mathbf{W}_1^Y = \{W_{1,t}^Y\}$  oznacza współczynniki falkowe wektora  $\mathbf{Y}$  dla skali 1, to wektor  $\tilde{\mathbf{W}}_1^Y = \{\tilde{W}_{1,t}^Y\}$  współczynników brzegowo niezależnych złożony jest z połowy liczebności „środkowych” elementów wektora  $\mathbf{W}_1^Y$ . Analogicznie tworzy się także wektory  $\tilde{\mathbf{W}}_1^X$  i  $\tilde{\mathbf{W}}_1^\varepsilon$ . W modelu regresji dla współczynników falkowych parametr  $\beta_1$  daje się estymować klasyczną metodą najmniejszych kwadratów, albowiem zapewniony jest szybki zanik funkcji korelacyjnej przez stosowny dobór liczby  $N$  momentów zerowych falki ( $N \geq \max\{[d_1 + \frac{1}{2}], [d_2 + \frac{1}{2}]\}$ ). Z kolei istotność parametru  $\beta_1$  daje się weryfikować przy użyciu statystyki  $\hat{t} = \sqrt{T/2} \cdot \hat{\beta}_1 \cdot \hat{v}_{X,1} / \hat{v}_{Y,1}$  o asymptotycznym standardowym rozkładzie normalnym ( $\sim N(0,1)$ ), gdzie  $\hat{v}_{X,1}^2$ ,  $\hat{v}_{Y,1}^2$  są próbkowymi wariancjami wektorów  $\tilde{\mathbf{W}}_1^X$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}_1^Y$ , a  $T$  jest długością każdego z tych wektorów [Fan, Whitcher 2003].

Chociaż opisana przez Fan i Whitchera procedura ma służyć rozwiązywaniu problemu pozornej regresji, to ze względu na ścisłe pokrewieństwo zagadnień można równie dobrze przy jej użyciu wyznaczać wektor kointegrujący. Zauważyć przy tym należy, iż wartość statystyki testowej zależna jest od kolejności szeregów  $\mathbf{Y}$  i  $\mathbf{X}$  występujących w wyjściowej regresji. Fakt ten stanowi fundamentalną różnicę względem kointegracji w klasycznym ujęciu i może służyć rozpoznawaniu niby-przyczynowości w sensie jednokierunkowego związku między  $\mathbf{Y}$  i  $\mathbf{X}$ <sup>1</sup>.

Jako ilustrację procedury przedstawiamy analizy dokonane dla wybranych par badanych uprzednio szeregów empirycznych. Ze względu na lokalizację giełd w różnych strefach czasowych, a w konsekwencji ze względu na występowanie dużych rozbieżności czasowych w godzinach notowań na zamknięcie, badaniom poddano parę indeksów BUE, NAS oraz każdą z sześciu możliwych do utworzenia

<sup>1</sup> Posługujemy się tu nazwą „niby-przyczynowość”, nawiązuje ona bowiem do idei przyczynowości w sensie Grangera. Jest jednak rozumiana w sensie naiwnym. Otóż, jeśli w modelu regresji zmiennej  $Y$ , w zależności od zmiennej  $X$ , zmienna  $X$  jest statystycznie istotna, a równocześnie w modelu regresji zmiennej  $X$ , w zależności od zmiennej  $Y$ , zmienna  $Y$  jest statystycznie nieistotna, to mówimy o jednokierunkowej zależności między tymi zmiennymi, zaś zmienną  $X$  uznajemy za niby-przyczynę zmiennej  $Y$ .

par spośród indeksów: BUX, DAX, FTS, WIG. Analizowanie w kontekście rozpoznawania niby-przyczynowości par indeksów, których notowania na zamknięcie odbywają się w bardzo dużym odstępstwie godzinowym samo przez się nacechowane jest poszukiwaniem co najwyżej oddziaływania jednokierunkowego między indeksami. Fakt ten przesądził o pominięciu badań dotyczących pozostałych par indeksów.

W badaniach konkretnej pary indeksów z konieczności ograniczamy się do danych z tych dni, w których notowane były oba indeksy z pary, a pomijamy pozostałe dane. Podobnie jak w przypadku badania stopnia zintegrowania, tak i tu analizom poddane są z osobna szeregi w różnych skalach czasowych – szeregi złożone ze 120, 250, 500, 1000, 2000 ostatnich rekordów (ze wspólnych dni). Co więcej, ze względu na postać statystyki testowej  $\hat{t}$  kolejność indeksów w estymowanej docelowo regresji odgrywa istotną rolę. Wobec powyższego rozważyć należy 70 związków i oszacować tyleż właśnie modeli regresji liniowej.

Skoro wynik estymacji parametru  $\beta_1$  zależny jest od uprzedniego wyboru konkretnego filtra falkowego, to za wynik tejże estymacji przyjęta jest wartość średnia estymatorów parametru  $\beta_1$  liczonych dla 10 różnych filtrów falkowych (db2, db6, db10, db14, db18, bl14, bl20, la8, la14, la20<sup>2</sup>). Podobnie jako statystyki testowe służą średnie ze statystyk testowych liczonych względem 10 przyjętych filtrów falkowych.

Okazuje się, że wszystkie uzyskane estymatory parametrów  $\beta_1$  są dodatnie (zarówno średnie, jak i pojedyncze wartości) oraz że niemal wszystkie spośród nich są istotne, i to dla poziomu istotności  $\alpha = 1\%$ . Pojawiły się jednak w tym względzie dwa wyjątki. Po pierwsze w przypadku regresji indeksu NAS w zależności od indeksu BUE dla skali 2000 rekordów średnia wartość statystyki testowej (a w tym aż 8 z 10 pojedynczych wartości) jest mniejsza od wartości krytycznej ( $\alpha = 1\%$ ). Po drugie natomiast dla regresji indeksu WIG w zależności od indeksu DAX dla skali 250 rekordów średnia wartość statystyki testowej jest tylko nieznacznie większa od wartości krytycznej dla  $\alpha = 1\%$  (a przy tym aż 8 z 10 pojedynczych wartości jest od niej mniejszych).

Te dwie wyjątkowe sytuacje możemy odczytać w następujący sposób: przez pryzmat rozważanych i estymowanych modeli mamy przesłanki, by mówić o możliwości występowania jednokierunkowej zależności między daną parą indeksów w odpowiednim horyzoncie czasowym. Z kolei w świetle definicji przyczynowości w sensie Grangera oraz w świetle nakreślonej uprzednio idei tę jednokierunkową zależność można rozumieć właśnie jako niby-przyczynowość. I tak – dla skali

<sup>2</sup> A. Współczynniki falkowe wyznaczone zostały w pakiecie R. Wybór filtrów był wyborem arbitralnym, acz zapewniającym szybki zanik funkcji korelacyjnej transformaty falkowej, jako że długość filtrów falkowych jest wystarczająca ze względu na wykryty uprzednio rząd integracji.

B. Estymatory uzyskane dla każdej z par szeregów nieznacznie różniły się od siebie.

C. Skrót „db” oznacza filtry *Daubechies*, „bl” – filtry *best localized*, zaś „la” – filtry *least asymmetric*.

2000 ostatnich rekordów indeks NAS kształtuje się „niezależnie” od indeksu BUE, lecz wpływu w drugim kierunku jak najbardziej możemy się dopatrywać. Podobnie (choć już z mniejszym natężeniem ma to miejsce, bo średnia ze statystyk testowych jest tym razem istotna) stwierdzamy dla skali 250 ostatnich rekordów indeksów WIG i DAX – tu WIG kształtuje się „niezależnie” od indeksu DAX i ten pierwszy może być uznany za niby-przyczynę tego drugiego.

Przy tego typu rozważaniach bezwzględnie musimy mieć na uwadze fakt, że to nie indeksy giełdowe oddziałują w sposób bezpośredni jeden na drugi, lecz stany poszczególnych giełd (czy nawet stany gospodarek narodowych reprezentowanych przez spółki notowane na tychże giełdach) mogą na siebie nawzajem oddziaływać. Natomiast poziomy indeksów tych giełd są jedynie odzwierciedleniami wymienionych stanów.

## 5. Podsumowanie

Abstrahując od podanych uprzednio wniosków płynących wprost z przeprowadzonych przykładowych badań empirycznych, jako podsumowanie wypunktujemy kilka istotnych kwestii, które świadczą o przewadze metod falkowych nad klasycznymi metodami wyznaczania wektora kointegrującego.

Po pierwsze metody falkowe ze względu na wrażliwość na zamianę roli zmiennych w regresji dają możliwość wykrywania jednokierunkowych zależności wewnątrz analizowanej pary szeregów czasowych. To z kolei pozwala na wnioskowanie o niby-przyczynowości i może być przyczynkiem do badania przyczynowości.

Po drugie nie ma konieczności sprowadzania szeregów empirycznych do procesu stacjonarnego, aby w ogóle można było rozpocząć procedurę estymacji wektora kointegrującego, a co więcej, w zasadzie można nawet pokusić się o pominięcie wstępnej weryfikacji stopnia integracji danych empirycznych skoro wieloletnie badania wskazują, że empiryczne szeregi finansowe są zintegrowane w stopniu 1 bądź 2 (ten etap był jednak w opracowaniu uwzględniony).

Po trzecie transformatę falkową stosuje się wprost do danych empirycznych. Jeśli nawet nie jest uprzednio rozpoznany stopień zintegrowania danych, to wystarczy unikać filtrów falkowych o małej liczbie momentów zerowych.

Po czwarte zastosowanie transformaty falkowej niweluje wpływ zbyt wolnego zaniku funkcji korelacyjnej szeregów empirycznych i sprawia, że estymacja klasyczną metodą najmniejszych kwadratów może być z powodzeniem stosowana.

Po piąte wnioskowanie statystyczne, w odróżnieniu od testu ADF, w przypadku metody falkowej opiera się na rozkładzie normalnym, którego użycie nie naręcza najmniejszych trudności.

## Literatura

Bruzda J., *Analiza falkowa – alternatywa dla spektralnej analizy procesów ekonomicznych?*, VII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe – Dynamiczne Modele Ekonometryczne, Toruń 2003.

- Charemza W.W., Deadman D.F., *New directions in econometric practice*, Edward Elgar Publishing Ltd., 1997.
- Fan Y., Whitcher B., *A wavelet solution to the spurious regression of fractionally differenced processes*, "Applied Stochastic Models in Business and Industry" 2003 no 19.
- Percival D.B., Walden A., *Wavelet methods for time series analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 2000.
- Serroukh A., Walden A.T., Percival D.B., *Statistical properties of the wavelet variance estimator for non-Gaussian /non-linear time series*, "Journal of the American Statistical Association" 2000, 95, 184-196.
- Stachura M., *Przykład rozwiązania pozornej regresji przy użyciu metod falkowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1037, vol. 2, AE, Wrocław 2004, s. 224-231.
- Welfe W., *Ekonometria*, PWE, Warszawa 2003.
- R Development Core Team, *R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria, ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>, 2009.

## COINTEGRATION AND QUASI-CAUSALITY IN THE LIGHT OF WAVELET METHODS

### Summary

Cointegrating vector estimation problem and long-range dependence detection can yield some obstacles when using classical methods. Therefore, there are many attempts undertaken to avoid this problem with use of different ideas, among which applying the discrete wavelet transform is noteworthy. The paper deals with an example of cointegrating vector estimation for some stock indexes (BUX, DAX, FTSE100, Merval, Nasdaq, WIG). The carried investigation via wavelet methods discloses some advantages of these methods over the classical ones. First, there may be no need to detect preliminarily the integration order of data before estimating the cointegrating vector. Second, the wavelet methods are sensible for the order of variables in the regression equation, which leads to the quasi-causality detection.