

**Jadwiga Sobieska-Karpińska, Marcin Hernes**

## **METODY CONSENSUSU W SYSTEMACH WSPOMAGAJĄCYCH PODEJMOWANIE DECYZJI**

### **1. Wstęp**

Podjęcie decyzji jest problemem trudnym i skomplikowanym. Coraz częściej do wspomagania podejmowania decyzji wykorzystywane są systemy informacyjne. Rozwój sieci komputerowych oraz metod sztucznej inteligencji umożliwił stworzenie narzędzi programowych służących temu celowi. Systemy te dysponują aktualnymi danymi niezbędnymi do podjęcia decyzji i pozwalają na szybkie rozwiązanie danego problemu. Obecnie systemy wspomagania podejmowania decyzji są coraz częściej systemami rozproszonymi, ponieważ składają się z pewnej liczby komputerów połączonych za pomocą sieci (najczęściej jest to Internet). Systemy takie pozwalają na szybkie przetwarzanie bardzo dużej ilości danych. Często zdarza się jednak, że rozproszony system wspomagania decyzji generuje różne wersje rozwiązań. Użytkownik zaś oczekuje od systemu jednej wersji, inaczej mówiąc jednej decyzji. Należy wówczas na podstawie kilku rozwiązań wyznaczyć jedno, które będzie spełniało wymagania użytkownika. Możemy to zrobić na przykład, stosując przy wyborze jednego z istniejących rozwiązań pewne kryteria oceny, możemy też losowo wybrać któreś z rozwiązań. Możliwe jest także zastosowanie metod consensusu (w literaturze używane jest także pojęcie „metody wyznaczania consensusu”), które także pozwalają na wyznaczenie jednego rozwiązania (w tym przypadku decyzji) spośród wielu alternatyw. Decyzja wyznaczona za pomocą metod consensusu nie musi być jedną z decyzji wygenerowanych przez system, może być do nich bardzo zbliżona.

Jeżeli stosujemy metody wyznaczania consensusu do rozwiązywania konfliktu, to consensus jest takim rozwiązaniem, które daje stronom konfliktu następujące korzyści [3]:

1. Każda ze stron jest brana pod uwagę w consensu.
2. Każda ze stron konfliktu „traci” najmniej, jak tylko to jest możliwe.
3. Każda ze stron wnosi swój wkład w consensus.
4. Wszystkie strony akceptują consensus.
5. Consensus jest reprezentacją wszystkich stron konfliktu.

Dotychczas metody consensu nie znalazły zastosowania w systemach wspomagających podejmowanie decyzji. Należy jednak zwrócić uwagę, że wymienione wcześniej korzyści płynące ze stosowania metod consensu pozwalają na ich zastosowanie w takich właśnie systemach. Zauważmy, że w procesie podejmowania decyzji mamy do czynienia z wyborem jednego spośród wielu rozwiązań. Jeżeli działamy w warunkach niepewności czy też ryzyka (nie jesteśmy w stanie określić, jakie konsekwencje będą następstwem podjętej decyzji), to często istnieje niebezpieczeństwo podjęcia nieprawidłowej decyzji. Wykorzystanie metod consensu powoduje, że nie musimy wybierać z istniejących rozwiązań, możemy utworzyć nowe rozwiązanie, które będzie najbardziej zbliżone do tych istniejących, czyli inaczej mówiąc, wszystkie rozwiązania zostaną w pewnym stopniu wzięte pod uwagę, co oczywiście zmniejszy ryzyko podjętej decyzji.

W niniejszym artykule scharakteryzowano problem wspomaganie podejmowania decyzji, metodę consensu, przedstawiono definicje funkcji odległości, funkcji consensu oraz postulatów służących określeniu własności metod consensu w odniesieniu do systemów wspomagających podejmowanie decyzji finansowych.

## 2. Wspomaganie podejmowania decyzji

Decyzja jest pojęciem definiowanym na kilka sposobów. W pracy [5] decyzję opisano jako świadomy wybór spośród możliwości. W innych pozycjach literaturowych decyzja to pojęcie z zakresu teorii decyzji. Teoria decyzji to wspólny obszar zainteresowań wielu różnych dziedzin nauki, obejmujący analizę i wspomaganie procesu podejmowania decyzji. Korzystają z niej i dostarczają jej metod m.in.: matematyka, statystyka, psychologia, socjologia, ekonomia, zarządzanie, filozofia, informatyka, medycyna.

Decyzja w rozumieniu teorii decyzji oznacza jeden z możliwych wariantów działania w problemie decyzyjnym. Aby proces decyzyjny miał sens, potrzebujemy co najmniej dwóch różnych decyzji. Zbiór wszystkich decyzji nazywamy przestrzenią decyzyjną [7].

Definicja decyzji w sensie teorii decyzji nie obejmuje drugiego znaczenia tego słowa, czyli procesu wyboru spośród możliwości. W rozumieniu tej teorii jest to proces decyzyjny.

Decyzja dopuszczalna jest pojęciem z zakresu teorii decyzji oznaczającym taką decyzję, która spełnia wszystkie warunki ograniczające decyzję. Zbiór wszystkich takich decyzji nazywamy zbiorem decyzji dopuszczalnych [7]. Zbiór decyzji do-

puszczalnych może być zbiorem pustym, wtedy problem decyzyjny nie ma rozwiązania.

Decyzja optymalna to z kolei pojęcie z zakresu teorii decyzji oznaczające taką decyzję, która jest decyzją dopuszczalną i jednocześnie jest najlepsza z punktu widzenia kryteriów oceny decyzji. Zbiór wszystkich takich decyzji nazywamy zbiorem decyzji optymalnych [7]. Zbiór decyzji optymalnych może zawierać jeden element, kilka elementów, nieskończenie wiele elementów lub być zbiorem pustym. W przypadku zbioru pustego problem decyzyjny nie ma rozwiązania.

Proces decyzyjny jest pojęciem z zakresu teorii decyzji oznaczającym grupę logicznie powiązanych ze sobą operacji myślowych prowadzących do rozwiązania problemu decyzyjnego przez wybranie jednego z możliwych wariantów działania (decyzji) [7]. Proces decyzyjny składa się z kilku kolejnych faz, takich jak:

- identyfikacja sytuacji decyzyjnej,
- sformułowanie problemu decyzyjnego,
- zbudowanie modelu decyzyjnego,
- wyznaczenie decyzji dopuszczalnych i decyzji optymalnych,
- podjęcie ostatecznej decyzji,
- realizacja podjętej decyzji.

Metody teorii decyzji wykorzystuje się wszędzie tam, gdzie podjęcie decyzji jest z pewnych powodów trudne. Przyczynami takiej sytuacji mogą być:

- *duża liczba możliwych wariantów* – np. wybór najlepszego kandydata na dane stanowisko,
- *skomplikowana sytuacja decyzyjna* – np. opracowanie takich tras i rozkładów jazdy autobusów, aby zapewnić wysoki poziom obsługi przy jak najniższym koszcie,
- *możliwość wysokich korzyści lub dużych strat* – np. wybór sposobu ulokowania oszczędności,
- *skomplikowany proces decyzyjny* – np. podejmowanie grupowych decyzji w dużych organizacjach,
- *waga problemu decyzyjnego* – np. ustalenie okręgów wyborczych w wyborach prezydenckich.

Z powyższych przykładów wynika, że metody teorii decyzji stosujemy wszędzie tam, gdzie koszt ich zastosowania może przynieść wymierne korzyści.

Ze względu na posiadane informacje problemy decyzyjne możemy podzielić na trzy grupy:

- decyzja podejmowana w warunkach pewności – każda decyzja pociąga za sobą określone, znane konsekwencje,
- decyzja podejmowana w warunkach ryzyka – każda decyzja pociąga za sobą więcej niż jedną konsekwencję, znamy zbiór możliwych konsekwencji i prawdopodobieństwa ich wystąpienia,

– decyzja podejmowana w warunkach niepewności – nie znamy prawdopodobieństw wystąpienia konsekwencji danej decyzji.

Większość metod teorii decyzji ma charakter normatywny, tzn. zajmuje się wyznaczeniem optymalnego rozwiązania przez idealnego decydenta, który całkowicie wykorzystuje dostępne mu informacje, wyznacza korzyści z perfekcyjną dokładnością i działa w pełni racjonalnie. Takie metody mają najczęściej ścisły związek z matematyką, statystyką, czy ekonomią. Celem jest wyznaczenie decyzji optymalnej, tzn. przynoszącej największe korzyści lub minimalizującej stratę.

Wiadomo, że ludzie nie zawsze postępują w optymalny sposób, dlatego istnieje również podejście deskryptywne (*pozytywne*) opisujące *typowe* zachowania człowieka w danej sytuacji decyzyjnej. Takim podejściem zajmują się głównie psychologia i socjologia. Psychologia zwraca szczególną uwagę na przebieg procesów decyzyjnych w umyśle człowieka, badając wpływ cech osobowościowych na podejmowane decyzje, np. dobór subiektywnych kryteriów oceny poszczególnych wariantów, skłonność do ryzyka. Socjologia zaś bada uwarunkowania społeczne: miejsce decydenta w organizacji, wpływ stylu kierowania organizacją, podejmowanie decyzji grupowych i związane z tym konflikty.

Jeśli decyzja jest podejmowana w warunkach pewności, mówimy o deterministycznych metodach teorii decyzji, natomiast niepewnością i ryzykiem zajmują się metody niedeterministyczne.

Większość metod zakłada, że decydent działa w środowisku, w którym nie ma konkurentów, którzy mogliby wpłynąć na wynik decyzji lub stany natury. Gdy znamy wszystkie możliwe konsekwencje wariantów decyzyjnych, wybór wariantu optymalnego sprowadza się do wyboru decyzji przynoszącej największe korzyści. W prostych przypadkach wybór wariantu jest trywialny, natomiast jeśli problem decyzyjny przyjmuje bardziej skomplikowaną postać, wykorzystuje się dział matematyki, zwany badaniami operacyjnymi. Przypadkiem więcej niż jednego kryterium oceny decyzji zajmuje się dział teorii decyzji, zwany wielokryterialną analizą decyzyjną.

W warunkach ryzyka konsekwencje każdej decyzji są określone przez rozkłady prawdopodobieństwa, dlatego do przypadków niedeterministycznych wykorzystujemy głównie metody teorii prawdopodobieństwa oraz statystyki.

W przypadku niepewności klasyczne metody statystyczne zawodzą, gdyż nie jesteśmy w stanie określić rozkładów prawdopodobieństwa konsekwencji decyzji. Podejmowaniem decyzji w takich warunkach zajmuje się statystyka bayesowska. Ogólnie przypadkami niedeterministycznymi (ryzyka i niepewności) zajmuje się statystyczna analiza decyzyjna.

Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka i niepewności niesie ze sobą potrzebę dokonywania skomplikowanych analiz i obliczeń, a wykonywanie ich przez człowieka jest bardzo czasochłonne i generuje wysokie koszty. Zaczęto zatem wykorzystywać systemy informatyczne wspomagające podejmowanie decyzji (SWD).

Systemy te nie zastępują człowieka, jednak pomagają rozwiązywać złożone problemy decyzyjne.

Termin „system wspomagania decyzji” (*Decision Support System – DSS*) jest pojęciem znaczeniowo dość obszernym. Systemy wspomagania decyzji utożsamiane są z wieloma rodzajami układów, narzędzi i technologii. Niektórzy uznają to pojęcie za przestarzałe i zastępują je określeniem OLAP (*On-Line Analytical Processing*), nazywając je „systemami nowego typu”. OLAP jest oprogramowaniem umożliwiającym analitykom i naczelnemu kierownictwu postrzeganie danych biznesowych poprzez szeroki wybór perspektyw. Odbywa się to z wykorzystaniem szybkiego, spójnego, interaktywnego dostępu do informacji. Informacje powstają w procesie przetwarzania danych źródłowych i stanowią zrozumiałe dla użytkownika odzwierciedlenie realnych efektów przedsięwzięcia. Inni uznają tzw. *Knowledge-Based DSS* za najwyższy stopień rozwoju w tej klasie systemów. Z kolei z punktu widzenia badań operacyjnych interesujące są modele symulacyjne i optymalizacyjne, wykorzystywane w systemach wspomagania decyzji. Wydaje się, że za SWD można uznać oprogramowanie, które potrafi bezpośrednio pomóc menedżerowi w podejmowaniu decyzji. Coraz częściej w systemach wspomagania decyzji wykorzystuje się metody sztucznej inteligencji, takie jak systemy ekspertowe czy też systemy wieloagentowe. Systemy takie składają się z kilku programów ekspertowych lub agentowych potrafiących się ze sobą komunikować za pomocą sieci komputerowej. Programy te na podstawie posiadanej wiedzy mogą generować decyzje, które ich zdaniem są optymalne. Oczywiście, decyzje każdego programu ekspertowego czy agentowego mogą się różnić. Użytkownik zaś potrzebuje jednego, konkretnego rozwiązania. W takiej sytuacji przydatne stają się metody consensusu, które pozwalają wyznaczyć jedną decyzję spośród wielu rozwiązań. Metody te zostaną scharakteryzowane w dalszej części artykułu.

### 3. Metody consensusu

Teoria consensusu ma swoje korzenie w teorii wyboru zajmującej się następującym problemem: dany jest zbiór  $Z$  (np. zbiór obiektów) będący podzbiorem zbioru  $X$ . Mówiąc o wyborze, dokonujemy selekcji według pewnych kryteriów pewnego podzbioru zbioru  $Z$ . W teorii consensusu zaś wybór nie musi być podzbiorem zbioru  $Z$ , nie musi mieć także takiej samej struktury co elementy zbioru  $Z$ . Początkowo teoria consensusu dotyczyła prostych struktur, takich jak porządek liniowy lub częściowy porządek. Następnie zaczęto zajmować się bardziej złożonymi strukturami, takimi jak podziały, hierarchie,  $n$ -drzewa. Teoria consensusu dotyczy zatem problemów związanych z analizą danych w celu wydobywania użytecznych informacji (tak samo jak eksploracja danych). Jednak podczas gdy cele metod eksploracji danych dotyczą poszukiwań związków przyczynowo-skutkowych ukrytych w danych, cele metod consensusu dotyczą wyznaczania takiej wersji dla pewnego

zestawu wersji danych, która najlepiej reprezentuje dane wersje lub jest kompromi-  
sem akceptowanym przez strony będące autorami tych wersji. Za pomocą teorii  
consensusu możemy rozwiązywać różnego rodzaju konflikty występujące na po-  
ziomie danych. W pracy [6] problemy rozwiązywane za pomocą teorii consensusu  
zaliczamy do następujących grup:

1) problemy związane z odkrywaniem ukrytej struktury obiektu, np. dany jest  
zbiór elementów, a odkrywaną strukturą jest funkcja odległości między tymi ele-  
mentami;

2) problemy związane z uzgadnianiem niespójnych lub sprzecznych danych do-  
tyczących tego samego obiektu, np. eksperci przedstawiają różne wersje danych i  
należy znaleźć jedną wersję, która zostanie przedstawiona użytkownikowi systemu.

Wyznaczanie consensusu składa się z kilku etapów. Na początku należy do-  
kładnie zbadać strukturę zbioru  $Z$ . Następnie należy umieć obliczać odległości po-  
między poszczególnymi podzbiórami zbioru  $Z$ . Wyznaczenie consensusu polega na  
wyborze takiego zbioru, że odległość pomiędzy tym zbiorem (consensusem)  
a podzbiórami zbioru  $Z$  jest minimalna (według różnych kryteriów).

Wyniki uzyskane przez zastosowanie metod consensusu są dobrą reprezentacją  
danego zbioru, ponieważ uwzględniają praktycznie wszystkie podzbiory rozpatry-  
wanego zbioru, metody wyboru zaś w dużym stopniu uwzględniają jeden z pod-  
zbiorów danego zbioru, natomiast w małym stopniu pozostałe podzbiory rozpatry-  
wanego zbioru.

Teoria consensusu wykorzystywana jest do rozwiązywania konfliktów różnych  
struktur danych w różnych systemach, np. konfliktów wiedzy ekspertów, konflik-  
tów w temporalnych bazach danych, konfliktów w systemach wieloagentowych, do  
przywracania spójności replikowanych danych. W niniejszym artykule zaś prezen-  
towana jest możliwość wykorzystania metod consensusu w systemach wspomaga-  
nia podejmowania decyzji. Istnieje wiele prac poświęconych wykorzystaniu teorii  
consensusu. Dotyczą one różnych struktur danych, zarówno prostych, jak i złożo-  
nych. Dla różnych struktur danych istnieją różne sposoby obliczania funkcji odleg-  
łości i różne metody wyznaczania consensusu. Metody te określane są przez postu-  
laty funkcji consensusu przedstawione w dalszej części artykułu. Ogólnie metody  
consensusu możemy podzielić na metody konstruktywne, metody optymalizacyjne  
oraz metody wykorzystujące wnioskowanie boolowskie [6].

**Metody konstruktywne** polegają na rozwiązywaniu problemów consensusu na  
dwóch poziomach: mikrostruktury oraz makrostruktury uniwersum  $U$ . Mikrostruk-  
tura zbioru  $U$  to struktura jego elementów. Makrostruktura zbioru  $U$  to jego struk-  
tura.

**Metody optymalizacyjne** polegają na definiowaniu funkcji consensusu za po-  
mocą reguł optymalizacyjnych. Bardzo często stosuje się w tych metodach funkcje  
*quasi*-mediany, dzięki którym consensus jest najbardziej zbliżony do wszystkich

rozwiązań, z których jest wyznaczany, jednocześnie odległości consensusu do poszczególnych rozwiązań są równomierne.

**Metody wykorzystujące** wnioskowanie boolowskie polegają na zakodowaniu problemu consensusu w postaci formuły boolowskiej w taki sposób, że każdy implikant pierwszy tej formuły wyznacza rozwiązanie problemu. Wnioskowanie boolowskie jest przydatne wtedy, jeżeli liczba zmiennych i ich dziedziny nie są duże.

Poszczególne rodzaje metod consensusu wykorzystywane są w zależności od tego, dla jakiej struktury danych wyznaczany jest consensus.

W dalszej części artykułu przedstawimy ogólne definicje funkcji odległości i funkcji consensusu oraz postulaty funkcji consensusu określające, którą z przedstawionych wcześniej metod należy w danym przypadku stosować.

#### 4. Funkcja odległości

Jeżeli przyjmiemy, że decyzje reprezentowane są za pomocą pewnych struktur danych, to proces podejmowania decyzji polega na wyborze podzbioru ze zbioru możliwych rozwiązań. Możemy zatem zdefiniować funkcję odległości. Zakładamy, że makrostrukturą uniwersum  $U$  jest pewna funkcja

$$o: U \times U \rightarrow [0, 1],$$

która spełnia warunki [6]:

- a)  $\forall x, y \in U \forall o(x, y) \geq 0$ ,
- b)  $\forall x, y \in U \forall o(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ ,
- c)  $\forall x, y \in U \forall o(x, y) = o(y, x)$ .

Funkcja  $o$  spełnia więc wszystkie warunki funkcji odległości. Zauważmy jednak, że tutaj nie zakładamy warunku nierówności trójkąta, czyli funkcja odległości nie musi być metryką. W pracy [6] stwierdzono, że warunki metryczne są często nałożone na funkcje odległości, lecz w niektórych przypadkach są one zbyt mocne.

Para  $(U, o)$  jest pewną przestrzenią nazywaną przestrzenią *z odległością*.

W systemach wspomagających podejmowanie decyzji najbardziej przydatne są funkcje odległości klasy MK (minimalizującej koszty) i OU (określającej udział) scharakteryzowane szczegółowo w pracach [2; 4; 6; 8]. Funkcja odległości klasy MK pomiędzy dwoma zbiorami elementów polega na określeniu minimalnego kosztu przekształcenia jednego zbioru w drugi. Przyjęto, że decyzje są pewnymi zbiorami elementów, więc celowe staje się zastosowanie funkcji odległości tego typu w systemach wspomagania decyzji. Często zdarza się jednak, że oprócz zbioru pewnych elementów (rozwiązań) decyzja zawiera także przedział czasowy określający ramy aktualności decyzji. W takim przypadku należy zastosować także funkcję odległości klasy OU pomiędzy dwoma zbiorami wartości elementarnych

danego atrybutu, która polega na określeniu udziału każdej wartości elementarnej w tej różnicy [6].

W dalszej części artykułu przedstawimy postulaty funkcji consensusu, wykorzystując zdefiniowaną wcześniej funkcję odległości.

## 5. Postulaty funkcji consensusu

Przedstawimy podejście aksjomatyczne do wyznaczania funkcji consensusu. Celem wprowadzenia aksjomatów jest określenie na ich podstawie klasy funkcji consensusu, czyli inaczej mówiąc, różnych metod wyznaczania consensusu. Poza tym aksjomaty stanowią intuicyjne warunki, jakie powinna spełniać funkcja consensusu, dlatego uzyskamy dzięki nim uzasadnienia stosowania tych funkcji w praktyce.

W dalszej części artykułu będziemy używać następujących oznaczeń:

$\Gamma(U)$  – zbiór wszystkich niepustych podzbiorów uniwersum  $U$ ,

$\Gamma'(U)$  – zbiór wszystkich niepustych podzbiorów z powtórzeniami uniwersum  $U$ ,

$\cup'$  – suma zbiorów z powtórzeniami.

Niech  $X, X_1, X_2 \in \Gamma'(U)$ ,  $x \in U$ . W dalszej części artykułu będziemy korzystać z następujących parametrów:

$$o(x, X) = \sum_{y \in X} o(x, y),$$

$$o^n(x, X) = \sum_{y \in X} o(x, y)^n \text{ dla } n \in \mathbb{N}.$$

Zauważmy, że parametr  $o(x, X)$  reprezentuje sumę odległości od elementu  $x$  uniwersum  $U$  do elementów profilu  $X$ , a wielkość  $o^n(x, X)$  reprezentuje sumę  $n$ -tych potęg tych odległości. Wartość ta może być zinterpretowana jako miara równomierności odległości od elementu  $x$  do elementów profilu  $X$ . Im większa jest wartość  $n$ , tym bardziej te odległości są równomierne.

W pracy [6] funkcję consensusu zdefiniowano następująco:

*Funkcją wyboru consensusu (lub funkcją consensusu) w przestrzeni  $(U, o)$  nazywamy dowolną funkcję o postaci:*

$$c: \Gamma'(U) \rightarrow \Gamma(U).$$

Dla profilu  $X \in \Gamma'(U)$  każdy element zbioru  $c(X)$  będziemy nazywać jego *consensusem*, a cały zbiór  $c(X)$  *reprezentacją* profilu  $X$ . Niech  $C$  oznacza zbiór wszystkich funkcji consensusu w przestrzeni  $(U, o)$ .

Następująca definicja przedstawia aksjomaty dla funkcji consensusu [6]:



Niech  $X$  będzie dowolnym profilem; mówimy, że funkcja consensusu  $c \in C$  spełnia postulat:

1) niezawodności (Re), jeśli

$$C(X) \neq \emptyset,$$

2) spójności (Co), jeśli

$$\beta \in C(x) \Rightarrow \chi \in c \beta \cup \{x\},$$

3) quasi-jednomysłności (Qu), jeśli

$$\beta \in C(x) \Rightarrow \beta \in N \wedge \chi \in c \beta \cup \{x^* x\},$$

4) proporcjonalności (Pr), jeśli

$$\chi_1 \subseteq \chi_2 \wedge x \in \beta_1 \wedge y \in c \beta_2 \Rightarrow y \in \chi_1 \leq o \beta_2 \chi_2.$$

5) 1- optymalności ( $O_1$ ), jeśli

$$\beta \in C(x) \Rightarrow \beta \in \arg \min_{y \in U} o(y, X),$$

6) 2- optymalności ( $O_2$ ), jeśli

$$\beta \in C(x) \Rightarrow \beta \in \arg \min_{y \in U} o^2(y, X).$$

Postulaty te wyrażają pierwotne warunki dla funkcji consensusu, a więc określają różne metody consensusu.

Pierwszy postulat (niezawodności) zakłada, że dla każdego profilu zawsze można wyznaczyć consensus. Odpowiada on optymistycznemu nastawieniu: *każdy konflikt da się rozwiązać*. Niezawodność jest znanym kryterium w teorii wyboru [1].

Postulat spójności wymaga spełnienia warunku, że jeśli jakiś element  $x$  jest consensussem dla profilu  $X$ , to po rozszerzeniu tego profilu o  $x$  (tj.  $X \cup \{x\}$ ) element ten powinien być consensussem dla nowego profilu. Spójność jest bardzo ważną własnością funkcji consensusu, ponieważ pozwala użytkownikom przewidzieć zachowanie reguł wyboru consensusu, kiedy przesłanki niezależnych wyborów są połączone ze sobą.

Według postulatu quasi-jednomysłności, jeśli jakiś element  $x$  nie jest consensussem dla profilu  $X$ , to powinien on być consensussem dla profilu  $X^1$  zawierającego  $X$  i  $n$  wystąpień elementu  $x$  dla pewnego  $n$ . Innymi słowy, każdy element uniwersum  $U$  powinien być wybrany jako consensus dla takiego profilu, o ile liczba jego wystąpień jest dostatecznie duża.

Postulat *proporcjonalności* jest dość naturalną własnością, ponieważ im większy jest profil, tym większa jest różnica między jego elementarni a consensusem wybranym dla niego.

Bardzo szczególne są dwa ostatnie postulaty. Pierwszy z nich, postulat *1- optymalności*, wymaga, aby consensus był jak najbliższym (najbardziej podobnym) elementem profilu. Postulat ten, bardzo dobrze znany w literaturze, określa konkretną klasę funkcji zwanych *medianami*. Natomiast postulat *2- optymalności* wymaga, aby suma kwadratów odległości od consensusu do elementów profilu była najmniejsza. Powód wprowadzenia tego postulatu wynika z następującego (także bardzo naturalnego) warunku dotyczącego określenia funkcji consensusu: consensus powinien być jak najbardziej „sprawiedliwy”; oznacza to, że jego odległości do elementów profilu powinny być jak najbardziej równomierne. Zauważmy, że liczba  $o^n(x, X)$  definiowana wyżej może być traktowana jako miara równomierności odległości pomiędzy jakimś obiektem  $x$  a elementami profilu  $X$ . Powyższy warunek wymaga zatem, aby wartość  $o^n$  (consensus,  $X$ ) była minimalna. W pracy [6] pokazano, że funkcje spełniające postulat *2- optymalności* są lepsze od funkcji spełniających postulat *1- optymalności* z racji większej równomierności, a od innych funkcji consensusu różnią się większym podobieństwem do elementów profilu. Wynika z tego, że postulat *2- optymalności* jest dobrym kryterium wyboru consensusu.

Zauważmy, że pierwsze trzy postulaty, tj. *Re*, *Co* i *Qu*, są niezależne od struktury uniwersum  $U$ , którą jest funkcja odległości  $o$ , podczas gdy ostatnie trzy postulaty (*Pr*,  $O_1$  i  $O_2$ ) są sformułowane na podstawie funkcji  $o$ . Postulaty *Re*, *Co* i *Qu* są przydatne więc w sytuacjach, w których nie można definiować funkcji odległości (lub ogólnie makrostruktury) dla uniwersum  $U$ .

W procesie podejmowania decyzji, zwłaszcza w warunkach niepewności, dobrym rozwiązaniem jest consensus najbardziej równomierny, czyli taki, który w takim samym stopniu bierze pod uwagę wszystkie możliwe rozwiązania. Jeżeli zatem postulat *2- optymalności* pozwala uzyskać większą równomierność niż postulat *1- optymalności*, to należałoby zdefiniować także postulat *n- optymalności*, który dla  $n > 2$  będzie pozwalał na uzyskanie jeszcze większej równomierności consensusu niż postulat *2- optymalności*. Zatem definicja tego postulatu przedstawia się następująco:

Mówimy, że funkcja consensusu  $c \in C$  spełnia postulat *n- optymalności* ( $O_n$ ), jeśli

$$\forall c \in C(x) \nexists \tilde{c} \left( \int_{\tilde{c}}^c o^n(x, X) = \min_{y \in U} o^n(y, X) \right)$$

Postulat ten jest uogólnieniem postulatów *1- optymalności* i *2- optymalności*.

W pracy [6] udowodniono, że nie jest możliwe, aby funkcja consensusu spełniała jednocześnie wszystkie postulaty. Zatem szczegółowe funkcje consensusu de-

finiowane dla różnych struktur będą się różnić w zależności od postulatów, jakie mają spełniać. Postulaty funkcji consensusu określają poszczególne rodzaje metod consensusu.

W metodach konstruktywnych możemy wykorzystywać wszystkie postulaty. Oczywiście, jak wcześniej wspomniano, konkretna funkcja consensusu (wyznaczająca consensus dla konkretnej struktury danych) nie może spełniać jednocześnie wszystkich postulatów, jednak w metodach konstruktywnych możemy definiować różne funkcje consensusu, dlatego ogólnie metody te wykorzystują wszystkie postulaty.

Metody optymalizacyjne wykorzystują postulaty  $Pr$ ,  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_n$ . Pozwalają one zdefiniować funkcje *quasi*-mediany.

Metody wykorzystujące wnioskowanie boolowskie stosowane są głównie w przypadku postulatów  $Re$ ,  $Co$ ,  $Qu$ .

W literaturze spotyka się także inne postulaty funkcji consensusu, jednak w artykule przedstawiono te, które mogą być wykorzystywane w systemach wspomagających podejmowanie decyzji.

## 6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono charakterystykę metod consensusu w odniesieniu do systemów wspomagających podejmowanie decyzji. Proces podejmowania decyzji jest procesem bardzo złożonym, zwłaszcza gdy działamy w warunkach ryzyka i niepewności. Wykorzystanie metod consensusu w tym zakresie pozwala uzyskać wynik, który nie musi być wcale jednym z rozpatrywanych rozwiązań, ale jest do nich bardzo zbliżony, co powoduje zmniejszenie ryzyka. Przedstawione rozwiązania stosuje się głównie w systemach ekspertowych czy systemach wieloagentowych, w których każdy ekspert (lub agent) może podjąć inną decyzję, a użytkownik powinien otrzymać jedno satysfakcjonujące go rozwiązanie.

## Literatura

- [1] Daniłowicz C., Nguyen N.T., *Metody wyboru reprezentacji podziałów i pokryć uporządkowanych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1992.
- [2] Hernes M., *Uzgadnianie niespójności wiedzy w systemach rozproszonych metodą consensusu*, [w:] *Multimedialne i Sieciowe Systemy Informacyjne*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.
- [3] Hernes M., Nguyen N.T., *Deriving Consensus for Incomplete Ordered Partitions*, [w:] N.T. Nguyen (ed.), *Intelligent Technologies for Inconsistent Knowledge Processing*, Advanced Knowledge International, Australia 2004.
- [4] Hernes M., Nguyen N.T., *Deriving Consensus for Hierarchical Incomplete Ordered Partitions and Coverings*, „Journal of Universal Computer Science” 2007, 13(2), 317-328.

- [5] Kulikowski R., Libura M., Słomiński L., *Wspomaganie decyzji inwestycyjnych*, Polska Akademia Nauk, Warszawa 1998.
- [6] Nguyen N.T., *Metody wyboru consensusu i ich zastosowanie w rozwiązywaniu konfliktów w systemach rozproszonych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [7] Purczyński J., *Wykorzystanie symulacji komputerowej w estymacji wybranych modeli ekonometrycznych i statystycznych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2003.
- [8] Sobieska-Karpińska J., Hernes M., *Metody consensusu w odniesieniu do hierarchicznych i ważonych niepełnych podziałów uporządkowanych*, [w:] J. Dziechciarz (red.), *Ekonometria. Zastosowania metod ilościowych*, AE, Wrocław 2006.

## CONSENSUS METHODS IN DECISION SUPPORT SYSTEMS

### Summary

A consensus methods for Decision Support Systems are presented in this article. Consensus methods are one of the methods for solving conflicts in distributed systems and so in Decisions Support Systems. A Decision Support Systems problem and consensus methods nature are described in the article. A definition of the distance function, which is an element of consensus, definition of consensus functions and postulates for consensus functions are presented in this article.

---

**Jadwiga Sobieska-Karpińska** – dr hab., prof. UE w Katedrze Komunikacji Gospodarczej Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.

**Marcin Hernes** – mgr, doktorant w Katedrze Komunikacji Gospodarczej Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.