PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
Nr 7 (1207) 2008

TAKSONOMIA 15
Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

Barbara Pawełek

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

BADANIE PODOBIEŃSTWA ODLEGŁOŚCI MIĘDZY OBIEKTAMI DLA DZIESIĘCIU PAR WYBRANYCH FORMUŁ NORMALIZACYJNYCH

1. Wstęp

Metody statystycznej analizy wielowymiarowej bardzo często bazują na odległościach między obiektami w wielowymiarowej przestrzeni cech [*Metody statystycznej...* 2004, s. 38-51]. Wykorzystanie niektórych miar odległości wymaga przeprowadzenia normalizacji danych wejściowych [Walesiak 2006, s. 23-32]. Wyniki analiz porównawczych zależą m.in. od wyboru formuły normalizacyjnej.

Celem artykułu jest przedstawienie miary podobieństwa odległości między obiektami. Miara ta znajduje zastosowanie m.in. w badaniu warunków sprzyjających otrzymywaniu podobnych lub bardzo zróżnicowanych wyników analiz wielowymiarowych.

2. Miara podobieństwa odległości między obiektami

Proponowana miara podobieństwa odległości między obiektami dla zbioru zmiennych diagnostycznych w danym okresie ma następującą postać:

$$MPO = \sum_{j=1}^{m} \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{r=1}^{n} \underbrace{\sum_{\substack{s=1 \\ s\neq r}}^{n} \underbrace{\left| d_{rs}^{(j)N_1} - d_{rs}^{(j)N_2} \right|}_{MPO_{rs}^{(j)}}}_{MPO_r^{(j)}}}_{MPO^{(j)}}, \tag{1}$$

przy czym w przypadku miary Minkowskiego:

$$\left| d_{rs}^{(j)N_1} - d_{rs}^{(j)N_2} \right| = \left| x_{rj} - x_{sj} \right| \frac{\left| b_{j1} - b_{j2} \right|}{b_{j1} b_{j2}}, \tag{2}$$

gdzie: $MPO_{rs}^{(j)}$, $MPO_{r}^{(j)}$ i $MPO^{(j)}$ są miarami podobieństwa odległości między, odpowiednio, obiektami O_r i O_s $(r, s = 1, ..., n; r \neq s)$, obiektem O_r i pozostałymi obiektami O_s, wszystkimi parami obiektów O_r i O_s ze względu na przekształcone zmienne X_j $(j = 1, ..., m)$ otrzymane w wyniku przeprowadzenia normalizacji formułami N_1 (z parametrem skalującym b_{j1}) i N_2 (z b_{j2}); $d_{rs}^{(j)N_1}$ $\left(d_{rs}^{(j)N_2}\right)$ jest odległością jednowymiarową między obiektami O_r i O_s ze względu na znormalizowaną przekształceniem N_1 (N_2) zmienną X_j; x_{rj} (x_{sj}) jest wartością zmiennej X_j przypisaną obiektowi O_r (O_s).

Miara MPO przyjmuje wartości nieujemne. Wartości te są równe sumie bezwzględnych różnic między odległościami jednowymiarowymi. Przy obliczaniu zaproponowanej miary uwzględnia się wszystkie pary różnych obiektów oraz wszystkie zmienne diagnostyczne znormalizowane formułą z parametrem skalującym b_{j1} lub b_{j2}. Im większa wartość miary, tym większe niepodobieństwo odległości jednowymiarowych. To z kolei oznacza większe zróżnicowanie wyników analizy wielowymiarowej wykorzystującej odległości między obiektami. Przyjęcie przez miarę MPO wartości równej zeru informuje o doskonałym podobieństwie odległości jednowymiarowych.

Warto zauważyć, że dla miary miejskiej:

$$MPO = \left| \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^{n} \left(d_{rs}^{N_1} - d_{rs}^{N_2} \right) \right| = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^{n} \left| d_{rs}^{N_1} - d_{rs}^{N_2} \right|, \tag{3}$$

gdyż:

$$\forall j = 1, ..., m : \begin{cases} b_{j1} < b_{j2} \Rightarrow \left(\forall r, s = 1, ..., n; r \neq s : d_{rs}^{(j)N_1} > d_{rs}^{(j)N_2} \right) \\ \\ b_{j1} = b_{j2} \Rightarrow \left(\forall r, s = 1, ..., n; r \neq s : d_{rs}^{(j)N_1} = d_{rs}^{(j)N_2} \right) \\ \\ b_{j1} > b_{j2} \Rightarrow \left(\forall r, s = 1, ..., n; r \neq s : d_{rs}^{(j)N_1} < d_{rs}^{(j)N_2} \right) \end{cases}. \tag{4}$$

Podane zależności (3) oznaczają, że miara MPO informuje także o sumie bezwzględnych różnic między wielowymiarowymi odległościami miejskimi pomiędzy wszystkimi parami różnych obiektów otrzymanymi w wyniku przeprowadzenia normalizacji formułami N_1 (z parametrem skalującym b_{j1}) i N_2 (z b_{j2}).

3. Miara podobieństwa odległości dla niektórych formuł normalizacyjnych

Przedstawione poniżej rozważania przeprowadzono dla zmiennych diagnostycznych mierzonych na skali ilorazowej[1] i znormalizowanych formułą ilorazową. Charakterystyki opisowe rozkładów empirycznych badanych zmiennych wyrażono jako funkcje liniowe wartości największej (por. tab. 1), która stanowiła punkt odniesienia[2].

Tabela 1. Miary opisowe zmiennej X_j mierzonej na skali ilorazowej jako funkcje liniowe wartości największej

Miara opisowa	Funkcja liniowa wartości największej
Wartość najmniejsza	$\min_i\{x_{ij}\} = \alpha_j \max_i\{x_{ij}\}$, gdzie $\forall j = 1,\dots,m: \alpha_j \in (0,1)$
Rozstęp	$R_j = (1-\alpha_j)\max_i\{x_{ij}\}$
Średnia arytmetyczna	$\bar{x}_j = \beta_j \max_i\{x_{ij}\}$, gdzie $\forall j = 1,\dots,m: \beta_j \in (\alpha_j, 1)$,
Odchylenie standardowe	$s_j = \gamma_j \max_i\{x_{ij}\}$, gdzie $\forall j = 1,\dots,m: \gamma_j \in (0, 1-\alpha_j)$
Średnia odległość obiektów O_s od wybranego obiektu O_r $(r,s = 1,\dots,n;\, r \neq s)$	$\frac{1}{n-1}\sum_{\substack{s=1\\ s\neq r}}^{n}\lvert x_{rj} - x_{sj}\rvert = \mu_{rj}\max_i\{x_{ij}\}$, gdzie $\forall r = 1,\dots,n;\, j = 1,\dots,m: \mu_{rj} \in (0, 1-\alpha_j)$
Średnia odległość między wszystkimi parami obiektów O_r i O_s $(r,s = 1,\dots,n;\, r \neq s)$	$\frac{1}{n(n-1)}\sum_{r=1}^{n}\sum_{\substack{s=1\\ s\neq r}}^{n}\lvert x_{rj} - x_{sj}\rvert = \mu_j \max_i\{x_{ij}\}$, gdzie $\forall j = 1,\dots,m: \mu_j \in (0, 1-\alpha_j)$

Źródło: opracowanie własne.

Badaniem objęto pięć ilorazowych formuł normalizacyjnych z parametrem skalującym równym: odchyleniu standardowemu, rozstępowi, wartości największej, średniej arytmetycznej i sumie wartości. W celu wskazania własności rozkładów empirycznych sprzyjających otrzymywaniu podobnych lub bardzo zróżnicowanych wyników analiz wielowymiarowych do wzorów (1) i (2) podstawiano pary wybrane spośród rozważanych parametrów skalujących b_j $(j = 1,\dots,m)$. Najważniejsze

[1] Wybór zmiennych mierzonych na skali ilorazowej był podyktowany możliwością rozważania wówczas stosunków wartości. Podobne rozważania można przeprowadzić dla pomiarów na skali przedziałowej, ale w analizie, zamiast stosunków wartości, trzeba wykorzystać stosunki długości przedziałów.

[2] W zależności od celu badania rolę punktu odniesienia może odgrywać dowolna miara opisowa.

wnioski dotyczące rozkładów empirycznych zmiennych diagnostycznych otrzymano z wykorzystaniem miary $MPO^{(j)}$, której postaci zostały zamieszczone w tab. 2.

Tabela 2. Miara podobieństwa odległości $MPO^{(j)}$ $(j = 1, \ldots, m)$ dla par rozważanych ilorazowych przekształceń normalizacyjnych

Formuła z parametrem skalującym b_{j2}	Formuła z parametrem skalującym b_{j1}			
	s_j	R_j	$\max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$	$\bar{x}_j$
R_j	$\Delta_j \frac{1-\alpha_j-\gamma_j}{\gamma_j(1-\alpha_j)}$	×	×	×
$\max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$	$\Delta_j \frac{1-\gamma_j}{\gamma_j}$	$\Delta_j \frac{\alpha_j}{1-\alpha_j}$	×	×
$\bar{x}_j$	$\Delta_j \frac{\lvert\beta_j-\gamma_j\rvert}{\beta_j\gamma_j}$	$\Delta_j \frac{\lvert\alpha_j+\beta_j-1\rvert}{\beta_j(1-\alpha_j)}$	$\Delta_j \frac{1-\beta_j}{\beta_j}$	×
$\sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}$	$\Delta_j \frac{\lvert n\beta_j-\gamma_j\rvert}{n\beta_j\gamma_j}$	$\Delta_j \frac{\lvert\alpha_j+n\beta_j-1\rvert}{n\beta_j(1-\alpha_j)}$	$\Delta_j \frac{\lvert 1-n\beta_j\rvert}{n\beta_j}$	$\Delta_j \frac{n-1}{n\beta_j}$

Uwaga: $\Delta_j = \frac{1}{2}n(n-1)\mu_j$.

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzono badanie szczególnych przypadków rozkładów empirycznych reprezentowanych przez wartości współczynników związanych z miarami opisowymi. W przedstawionych poniżej przykładowych wnioskach dotyczących warunków sprzyjających przyjmowaniu przez miarę podobieństwa odległości $MPO^{(j)}$ małych wartości pominięto (ze względu na ich oczywistość) przypadki informujące o zbliżonym poziomie miar opisowych odgrywających rolę parametrów skalujących oraz wskazujące na konieczność wystąpienia bardzo małej średniej odległości między wszystkimi parami obiektów.

Dla przykładu wybrano dwie pary parametrów skalujących, a mianowicie: R_j i $\bar{x}_j$ oraz R_j i $\sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}$. Z przeprowadzonej analizy wynika, że dla pierwszej pary (tzn. R_j i $\bar{x}_j$) podobne odległości obiektów wystąpią w przypadku zmiennej diagnostycznej charakteryzującej się np.:

– średnią arytmetyczną położoną bardzo blisko lewego końca przedziału zmienności i wartością najmniejszą zbliżoną do $\frac{1}{2}\max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$, wówczas $\alpha \to \frac{1}{2}$ i $\beta \to \frac{1}{2}$,

- średnią arytmetyczną położoną w środku przedziału zmienności i wartością najmniejszą zbliżoną do $\frac{1}{3}\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$, wówczas $\alpha \to \frac{1}{3}$ i $\beta \to \frac{2}{3}$,
- średnią arytmetyczną położoną bardzo blisko prawego końca przedziału zmienności i wartością najmniejszą bardzo bliską zera, wówczas $\alpha \to 0$ i $\beta \to 1$.

Z kolei w przypadku drugiej pary (tzn. R_j i $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$) dla zmiennej diagnostycznej można wskazać m.in. następujące warunki:

- wartość najmniejsza bardzo bliska zera i średnia arytmetyczna zbliżona do $\frac{1}{n}\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$, wówczas $\alpha \to 0$ i $\beta \to \frac{1}{n}$,
- średnia arytmetyczna położona bardzo blisko lewego końca przedziału zmienności i wartość najmniejsza zbliżona do $\frac{1}{n+1}\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$, wówczas $\alpha \to \frac{1}{n+1}$ i $\beta \to \frac{1}{n+1}$,
- średnia arytmetyczna położona w środku przedziału zmienności i wartość najmniejsza zbliżona do $\frac{2-n}{2+n}\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$, wówczas $\alpha \to \frac{2-n}{2+n}$ i $\beta \to \frac{2}{2+n}$.

Przedstawione rozważania pozwalają także wskazać dla danego zbioru zmiennych diagnostycznych opisujących złożone zjawisko ekonomiczne te zmienne, które w dużym stopniu odpowiadają za rozbieżności wyników badań porównawczych otrzymanych po zastosowaniu dwóch różnych formuł normalizacyjnych. Otóż biorąc dla przykładu parę $b_{j1} = R_j$ i $b_{j2} = \overline{x}_j$, można stwierdzić, że zmienne o charakterystykach opisowych odbiegających od podanych powyżej będą silnie wpływały – w wyniku przeprowadzenia normalizacji z rozważanymi parametrami – na wyniki analizy porównawczej obiektów. Znaczenie tych zmiennych zostanie wzmocnione na skutek przyjęcia określonej formuły normalizacyjnej.

Do pomiaru udziału poszczególnych zmiennych diagnostycznych w obliczonej różnicy między jednowymiarowymi odległościami obiektów można wykorzystać następujący miernik:

$$W^{(j)} = \frac{MPO^{(j)}}{MPO}, \tag{5}$$

przyjmujący wartości z przedziału $<0,1>$. Im większa wartość miernika $W^{(j)}$, tym większy wpływ zmiennej diagnostycznej X_j na różnice w wynikach analiz wykorzystujących odległości między obiektami w przypadku zastosowania dwóch różnych formuł normalizacyjnych.

4. Miara podobieństwa odległości dla niektórych formuł normalizacyjnych i rozkładu jednostajnego lub normalnego na odcinku (0, *c*]

W przypadku prowadzenia badań na gruncie stochastycznym na próbę można patrzeć jak na zbiór wartości wylosowanych z pewnego rozkładu. Jeżeli są znane parametry rozkładu związanego z badanym zjawiskiem, to wykorzystując wzory podane w tab. 1, można sprawdzić, dla jakich par parametrów skalujących wartości odległości jednowymiarowych będą podobne.

Rozważono próbę zawierającą n obserwacji, pobraną z rozkładu jednostajnego na odcinku $(0, c]$. Korzystając z własności tego rozkładu, można pokazać, że $\alpha_j \to 0$, $\beta_j = 0{,}5$, $\gamma_j = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ i $\mu_j \approx \frac{n+1}{3n}$. Oszacowania miary podobieństwa odległości $MPO^{(j)}$ zamieszczono w tab. 3.

Tabela 3. Oszacowania miary podobieństwa odległości obiektów $MPO^{(j)}$ w przypadku zmiennej o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0, c]$ dla par rozważanych ilorazowych przekształceń normalizacyjnych

Formuła z parametrem skalującym b_{j2}	Formuła z parametrem skalującym b_{j1}			
	s_j	R_j	$\max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$	$\bar{x}_j$
R_j	$(n^2-1)\frac{2\sqrt{3}-1}{6}$	×	×	×
$\max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$	$(n^2-1)\frac{2\sqrt{3}-1}{6}$	0	×	×
$\bar{x}_j$	$(n^2-1)\frac{2(\sqrt{3}-1)}{6}$	$\frac{n^2-1}{6}$	$\frac{n^2-1}{6}$	×
$\sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}$	$(n^2-1)\frac{2(n\sqrt{3}-1)}{6n}$	$(n^2-1)\frac{\lvert n-2\rvert}{6n}$	$(n^2-1)\frac{\lvert n-2\rvert}{6n}$	$(n^2-1)\frac{n-1}{3n}$

Źródło: obliczenia własne.

Rezultaty oszacowań wskazują, że odległości jednowymiarowe będą prawie takie same w przypadku zastosowania formuł z $b_{j1} = R_j$ i $b_{j2} = \max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$. Najmniejsze różnice wśród pozostałych par przekształceń normalizacyjnych będą występowały $(n > 2)$, gdy $b_{j1} = R_j$ i $b_{j2} = \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}$ oraz $b_{j1} = \max\limits_{i=1,\ldots,n}\{x_{ij}\}$ i $b_{j2} = \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}$.

Podobnymi (niezerowymi dla $n > 2$) różnicami będą się charakteryzować pary z:

- $b_{j1} = s_j$ i $b_{j2} = R_j$ oraz $b_{j2} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$,
- $b_{j2} = \bar{x}_j$ i $b_{j1} = R_j$ oraz $b_{j1} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$.

W przypadku wylosowania próby n-elementowej z przedziału $(0, c]$, przy założeniu rozkładu normalnego, można przyjąć, że $\alpha_j \to 0$ i $\beta_j = 0,5$. Wyniki oszacowań miary $MPO^{(j)}$ podano w tab. 4.

W przypadku rozważanego rozkładu normalnego i założeniu $\alpha_j \to 0$ odległości jednowymiarowe będą prawie takie same w przypadku zastosowania formuł z $b_{j1} = R_j$ i $b_{j2} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$. Jeśli chodzi o pozostałe pary analizowanych przekształceń normalizacyjnych, to wszystkie wyniki zależą od rozmiaru próby i średniej odległości między obiektami, a niektóre od poziomu odchylenia standardowego. Także w tym przypadku można wskazać pary formuł normalizacyjnych, które będą dawały podobne (niezerowe dla $n > 2$) różnice między odległościami jednowymiarowymi, a mianowicie:

- $b_{j1} = s_j$ i $b_{j2} = R_j$ oraz $b_{j2} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$,
- $b_{j2} = \bar{x}_j$ i $b_{j1} = R_j$ oraz $b_{j1} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$,
- $b_{j2} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ i $b_{j1} = R_j$ oraz $b_{j1} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$.

Tabela 4. Oszacowania miary podobieństwa odległości obiektów $MPO^{(j)}$ w przypadku zmiennej o rozkładzie normalnym $N(5000, \sigma)$ przy $\alpha_j \to 0$ dla par rozważanych ilorazowych przekształceń normalizacyjnych

Formuła z parametrem skalującym b_{j2}	Formuła z parametrem skalującym b_{j1}			
	s_j	R_j	$\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$	$\bar{x}_j$
R_j	$n(n-1)\mu_j\frac{1-\gamma_j}{2\gamma_j}$	×	×	×
$\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$	$n(n-1)\mu_j\frac{1-\gamma_j}{2\gamma_j}$	0	×	×
$\bar{x}_j$	$n(n-1)\mu_j\frac{\lvert 1-2\gamma_j\rvert}{2\gamma_j}$	$\frac{1}{2}n(n-1)\mu_j$	$\frac{1}{2}n(n-1)\mu_j$	×
$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$	$(n-1)\mu_j\frac{\lvert n-2\gamma_j\rvert}{2\gamma_j}$	$(n-1)\mu_j\frac{\lvert n-2\rvert}{2}$	$(n-1)\mu_j\frac{\lvert n-2\rvert}{2}$	$(n-1)^2\mu_j$

Źródło: obliczenia własne.

5. Przykład empiryczny

Rozważaniom poddano dane dotyczące sytuacji na rynku pracy w województwach w Polsce w 2004 r.:

X_1 – liczba zarejestrowanych bezrobotnych w przeliczeniu na 1000 osób w wieku produkcyjnym,

X_2 – liczba pracujących w przeliczeniu na 1000 osób w wieku produkcyjnym.

Charakterystyki opisowe rozkładów empirycznych badanych zmiennych wyrażono jako funkcje liniowe wartości największej (por. tab. 5).

Tabela 5. Miary opisowe zmiennych X_1 i X_2 mierzonych na skali ilorazowej jako funkcje liniowe wartości największej

Miara opisowa	Zmienna diagnostyczna	
	X_1	X_2
Wartość największa	$\max_i\{x_{ij}\}=179,09$	$\max_i\{x_{ij}\}=385,33$
Wartość najmniejsza	$\min_i\{x_{ij}\}=0,53\cdot\max_i\{x_{ij}\}$	$\min_i\{x_{ij}\}=0,66\cdot\max_i\{x_{ij}\}$
Rozstęp	$R_j=0,47\cdot\max_i\{x_{ij}\}$	$R_j=0,34\cdot\max_i\{x_{ij}\}$
Średnia arytmetyczna	$\bar{x}_j=0,73\cdot\max_i\{x_{ij}\}$	$\bar{x}_j=0,78\cdot\max_i\{x_{ij}\}$
Odchylenie standardowe	$s_j=0,14\cdot\max_i\{x_{ij}\}$	$s_j=0,09\cdot\max_i\{x_{ij}\}$
Średnia odległość między wszystkimi parami obiektów	$\frac{1}{n(n-1)}\sum_{r=1}^{n}\sum_{\substack{s=1\\s\neq r}}^{n}\lvert x_{rj}-x_{sj}\rvert=0,17\cdot\max_i\{x_{ij}\}$	$\frac{1}{n(n-1)}\sum_{r=1}^{n}\sum_{\substack{s=1\\s\neq r}}^{n}\lvert x_{rj}-x_{sj}\rvert=0,11\cdot\max_i\{x_{ij}\}$

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 6. Wartości miary *MPO* dla par rozważanych ilorazowych przekształceń normalizacyjnych

Formuła z parametrem skalującym b_{j2}	Formuła z parametrem skalującym b_{j1}			
	s_j	R_j	$\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$	$\bar{x}_j$
R_j	203,93 (0,504 i 0,496)	×	×	×
$\max_{i=1,\dots,n}\{x_{ij}\}$	251,72 (0,498 i 0,502)	47,79 (0,474 i 0,526)	×	×
$\bar{x}_j$	240,60 (0,491 i 0,509)	36,67 (0,415 i 0,585)	**11,12** (0,667 i 0,333)	×
$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}$	281,90 (0,509 i 0,491)	77,97 (0,523 i 0,477)	30,18 (0,601 i 0,399)	41,30 (0,619 i 0,381)

Uwaga: W nawiasach podano wartości miary $W^{(j)}$ $(j=1,2)$.

Źródło: obliczenia własne.

W tab. 6 zamieszczono wartości miary *MPO* dla par rozważanych ilorazowych przekształceń normalizacyjnych. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że najmniejsze różnice między odległościami jednowymiarowymi wystąpią po zastosowaniu średniej arytmetycznej lub wartości największej jako parametru skalującego. W tym przypadku zmienna X_1 aż w 66,7% będzie odpowiedzialna za powstałe różnice.

Literatura

Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych (2004), red. E. Gatnar, M. Walesiak, AE, Wrocław.

Walesiak M. (2006), *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, AE, Wrocław.

RESEARCH OF SIMILARITY OF DISTANCE BETWEEN OBJECTS FOR TEN PAIRS OF NORMALIZATION TRANSFORMATIONS

Summary

The paper presents the measure of similarity of distance between objects. There are given its form for ten pairs of normalization transformations. This measure can find application in the research of conditions which favour receiving similarity or dissimilarity results in comparative analysis into complex economic phenomena with two different normalization transformations.