

Artur Zaborski

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

IDENTYFIKACJA PREFERENCJI Z WYKORZYSTANIEM MODELI PREFMAP

1. Wstęp

Bardzo pomocnym narzędziem badania preferencji jest skalowanie wielowymiarowe, będące zbiorem technik mających za zadanie graficzną (zazwyczaj w przestrzeni dwuwymiarowej) prezentację zależności między obiektami traktowanymi jako punkty w przestrzeni wielowymiarowej. Świadczą o tym liczne praktyczne zastosowania metod skalowania wielowymiarowego (zob. [Zaborski 2001, s. 107-110]).

Wśród metod, których wyniki są prezentowane w formie graficznej, w analizie preferencji szczególne znacznie ma grupa modeli map preferencji PREFMAP (*PREFerence MAPping*). Idea konstrukcji map preferencji opiera się na analizie *unfolding* i obejmuje model wektorowy oraz modele punktu idealnego.

Celem artykułu jest przedstawienie podstawowych cech modeli PREFMAP oraz możliwości ich wykorzystania na gruncie badań marketingowych. Szczególną uwagę zwrócono na zasady interpretacji wyników oraz problemy, które mogą występować przy interpretacji wyników dla modeli z wagami. W części empirycznej pokazano, że najbardziej istotne dla konsumentów czynniki nie zawsze są decydujące przy podejmowaniu decyzji.

2. Modele preferencji w skalowaniu wielowymiarowym

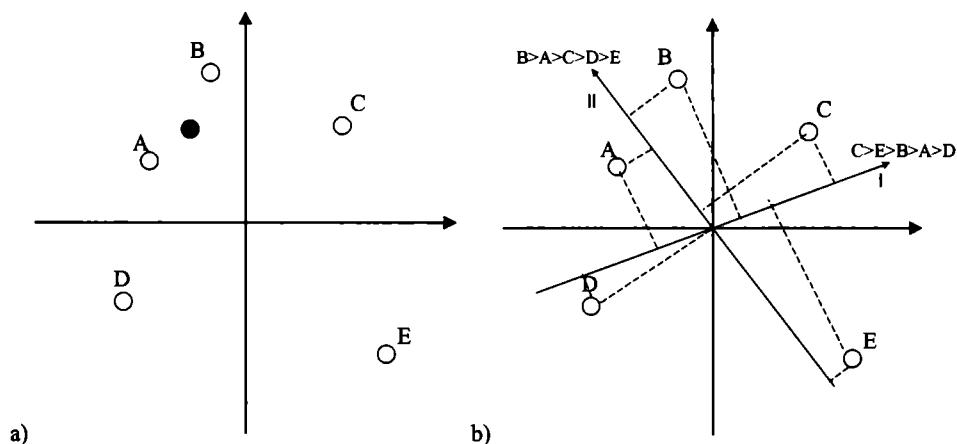
Najbardziej powszechnymi modelami geometrycznej prezentacji preferencji w skalowaniu wielowymiarowym są model punktu idealnego i model wektorowy¹.

Przez pojęcie punktu idealnego w skalowaniu wielowymiarowym rozumie się pozycję na mapie percepcyjnej punktu reprezentującego obiekt posiadający najbar-

¹ Van Deun, Groenen i Delbeke [2005] przedstawili model VIPSCAL, który stanowi próbę połączenia modelu wektorowego z modelem punktu idealnego.

dziej preferowaną kombinację cech. W praktyce preferencje konsumentów mogą być również badane ze względu na wybrane zmienne. W takim przypadku punkt idealny reprezentuje hipotetyczny obiekt, który – jeżeli istnieje – posiada najbardziej preferowany przez respondenta poziom realizacji danej zmiennej. Pozycja punktu idealnego (w stosunku do punktów reprezentujących inne obiekty) określa względne preferencje konsumentów, tzn. odległości pozostałych punktów od punktu idealnego mają takie same uporządkowanie jak rangowe uporządkowanie preferencji. Na rys. 1a zaprezentowano hipotetyczny model punktu idealnego, w którym uporządkowanie preferencji wobec pięciu obiektów przedstawia nierówność: $A > B > C > D > E$.

Szczególnym przypadkiem modelu punktu idealnego jest model wektorowy² oparty na wielowymiarowym rangowaniu obiektów względem wektora respondenta lub atrybutu obiektu. W modelu tym respondent lub atrybut obiektu przedstawiony jest za pomocą wektora wskazującego kierunek maksymalnej preferencji, a ranking preferencji interpretowany jest poprzez uporządkowanie rzutów prostopadłych punktów reprezentujących obiekty na wektor. Stosowanie modelu wektorowego jest uzasadnione wtedy, gdy preferencje rosną monotonicznie dla danego wymiaru. Przykład uporządkowania preferencji dla modelu wektorowego prezentuje rys. 1b.

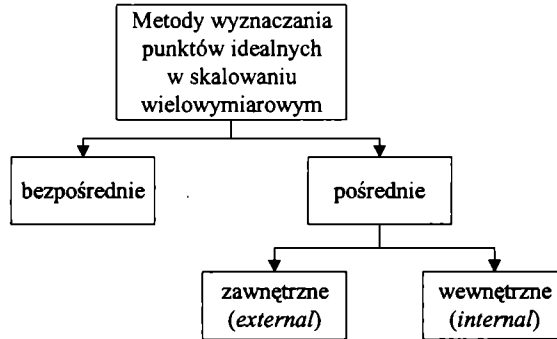


Rys. 1. Metody geometrycznej prezentacji preferencji: a) model punktu idealnego; b) model wektorowy

Źródło: opracowanie własne.

W skalowaniu wielowymiarowym punkty idealne można wyznaczać w sposób bezpośredni lub pośredni (zob. rys. 2). W pierwszym podejściu prosi się respondentów o uwzględnienie w badaniu hipotetycznego obiektu idealnego ze względu na badane cechy, a następnie o porównanie pozostałych obiektów do obiektu idealnego.

² W modelu wektorowym przyjmuje się, że punkt idealny znajduje się w nieskończoności danego wymiaru.



Rys. 2. Metody wyznaczania punktów idealnych

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Borg, Groenen 2005, s. 335-336].

Bezpośrednie wyznaczanie punktów idealnych może sprawiać pewne problemy. Respondent często wyobraża sobie obiekt idealny jako nieistniejący w rzeczywistości obiekt abstrakcyjny, posiadający maksymalne realizacje wymienionych cech (np. samochód o największym komforcie jazdy, najnowocześniejszych rozwiązaniach technicznych, najmniejszym zużyciu paliwa, a jednocześnie najtańszy) lub jako zbliżony do najbardziej preferowanego ze zbioru badanych obiektów. Należy pamiętać, że respondent powinien oceniać obiekty w kategoriach preferencji, a nie podobieństwa, co jest utrudnione w wypadku uwzględniania nieznanymi obiektów. Powyższe trudności sprawiają, że badacze do wyznaczania punktów idealnych chętniej korzystają z metody pośredniej.

W pośrednim podejściu możliwe są dwa warianty wyznaczania punktu idealnego [Borg, Groenen 2005, s. 335-336]: wewnętrzny (*internal*) i zewnętrzny (*external*). W pierwszym sposobie do skalowania wielowymiarowego wykorzystuje się tylko dane preferencji. Na ich podstawie na jednej mapie percepcyjnej dokonuje się rozmieszczenia zarówno punktów reprezentujących badane obiekty, jak i punktów idealnych (zob. [Zaborski 2003]). W drugim skalowanie wielowymiarowe obejmuje dwa etapy. Najpierw wyznacza się konfigurację punktów reprezentujących obiekty na podstawie danych podobieństwa. Następnie, wykorzystując dane preferencji od jednego lub kilku respondentów, dokonuje się takiego rozmieszczenia punktów idealnych na mapie percepcyjnej, aby uporządkowanie odległości punktu idealnego od pozostałych punktów odpowiadało uporządkowaniu preferencji respondentów.

3. Charakterystyka modeli PREFMAP

PEFMAP jest zbiorem czterech hierarchicznych modeli (nazywanych fazami), w których na podstawie danych preferencji dokonuje się rozmieszczenia punktów idealnych (wektorów) na istniejącej konfiguracji punktów reprezentujących obiekty, otrzymanej na podstawie danych podobieństwa. W szczególnym przypadku

program umożliwia wyznaczenie konfiguracji obiektów, wykorzystując wyłącznie dane preferencji [Coxon 1982, s. 230].

Wszystkie cztery fazy metody map preferencji są w rzeczywistości odrębnymi modelami, a ich hierarchiczność przejawia się w tym, że każdy kolejny model jest szczególnym przypadkiem modelu poprzedniego.

W skład metody PREFMAP wchodzi:

- model wektorowy (faza IV),
- prosty model *unfolding* (faza III),
- ważony model *unfolding* (faza II),
- uogólniony model *unfolding* (faza I).

Model wektorowy wyraża się wzorem:

$$\delta_{ki} = \sum_{a=1}^r w_{ka} x_{ia} + e_k, \quad (1)$$

gdzie: δ_{ki} – ocena preferencji k -tego respondenta ($k=1, 2, \dots, m$) względem i -tego obiektu ($i=1, 2, \dots, n$),

w_{ka} – indywidualna waga a -tego wymiaru ($a=1, 2, \dots, r$) dla k -tego respondenta,

x_{ia} – a -ta współrzędna i -tego punktu,

e_k – wyraz wolny.

W modelu wektorowym zakłada się liniową zależność preferencji respondentów względem analizowanych obiektów. Przyjmuje się, że respondenci, wyrażając swoje preferencje, sprowadzają wielowymiarową przestrzeń zmiennych do jednego wymiaru, w którym dokonują uporządkowania preferencji, a indywidualne różnice w preferencjach wyrażone są przez różne kierunki wektorów w przestrzeni.

Kolejne trzy modele to kwadratowe modele punktu idealnego, w których założenie o liniowym związku preferencji względem obiektów jest złagodzone przez dopuszczenie możliwości występowania zależności krzywoliniowej.

Zwykły model *unfolding* przyjmuje założenie, że preferencje wszystkich respondentów determinowane są przez takie same wymiary, a każdy respondent posiada w przestrzeni swoje najbardziej preferowane miejsce (punkt idealny), które traktowane jest jako punkt odniesienia do oceny preferencji obiektów poprzez porównanie ich odległości od punktu idealnego. Zwykły model *unfolding* prezentuje równanie:

$$\delta_{ki} = \sum_{a=1}^r w_{ka} (y_{ka} - x_{ia})^2 + e_k, \quad (2)$$

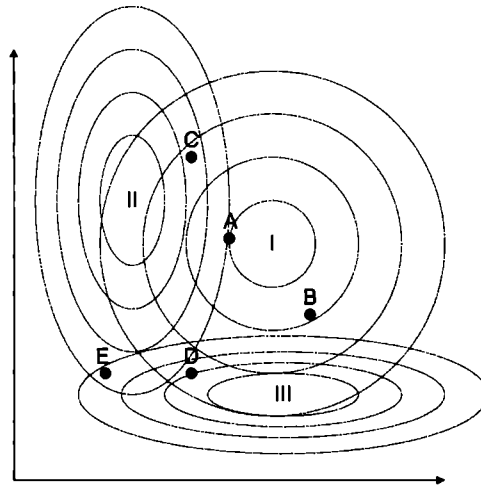
gdzie: y_{ka} – punkt idealny (wartość wzorcowa) a -tego wymiaru dla k -tego respondenta,

$w_{ka} = \text{const. } \forall a=1, 2, \dots, r.$

Ważony model *unfolding* przyjmuje postać:

$$\delta_{ki} = \sum_{a=1}^r w_{ka} (y_{ka} - x_{ia})^2 + e_k. \quad (3)$$

W modelu tym (podobnie jak w fazie III) zakłada się, że preferencje wszystkich respondentów determinowane są przez takie same wymiary, mogą oni jednak przypisywać poszczególnym wymiarom różne znaczenie. Tym samym ich linie izopreferencji nie mają kształtu okręgów tak jak w zwykłym modelu *unfolding*, ale przyjmują kształt elips, których długości osi odpowiadają wagom przypisanym odpowiednim wymiarom (zob. rys. 3).



Rys. 3. Linie izopreferencji w ważonej analizie *unfolding* dla trzech punktów idealnych o wagach wymiarów: I – (1; 1); II – (0,75; 1,5); III – (1,75; 0,5)

Źródło: opracowanie własne.

Uogólniony model *unfolding* wyrażony jest równaniem:

$$\delta_{ki} = \sum_{a=1}^r w_{ka} (y_{ka}^* - x_{ia}^*)^2 + e_k, \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{X}^* = \mathbf{X}\mathbf{T}_k$, $\mathbf{Y}^* = \mathbf{Y}\mathbf{T}_k$, \mathbf{T}_k – ortogonalna macierz rotacji.

Model ten ogranicza założenie, że wszyscy respondenci w swoich ocenach kierują się tym samym ustalonym zbiorem wymiarów. Zakłada się, że każdy z respondentów może dysponować specyficznym tylko dla siebie zbiorem osi, względem których dokonuje oceny preferencji. W rezultacie dopuszczalne jest indywidualne rotowanie osi (pod warunkiem zachowania ich liniowej niezależności), a następnie, podobnie jak w fazie II, przypisywanie im różnych wag.

W modelach PREFMAP (fazy I – III) dopuszczalne jest występowanie ujemnych wag. Jeżeli dla każdego a $w_{ka} < 0$, proponuje się (zob. [Coxon 1982, s. 227-228; Kuhfeld 2005]), aby punkt reprezentujący respondenta traktować jako punkt „antyidealny”. W przypadku gdy wagi poszczególnych wymiarów różnią się znakiem, jest to punkt siodłowy.

Dla ustalonej macierzy punktów reprezentujących obiekty $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)^T$ w przestrzeni r -wymiarowej oraz ocen preferencji $\{\delta_{ki}\}$, gdzie $k = 1, 2, \dots, m$, $i = 1, 2, \dots, n$, przy czym m oznacza liczbę respondentów, n zaś jest liczbą obiektów, współrzędne punktów idealnych $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m)^T$ oraz wagi w_{ka} ($a = 1, 2, \dots, r$) wyznaczane są tak, aby minimalizowały wartość funkcji dopasowania:

$$S(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \left(d_{ki}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}) - \delta_{ki}^2 \right)^2. \quad (5)$$

Szczegółowe algorytmy wyznaczania punktów idealnych i wektorów w modelach PREFMAP prezentuje m.in. [Davison 1983, s. 170-178],

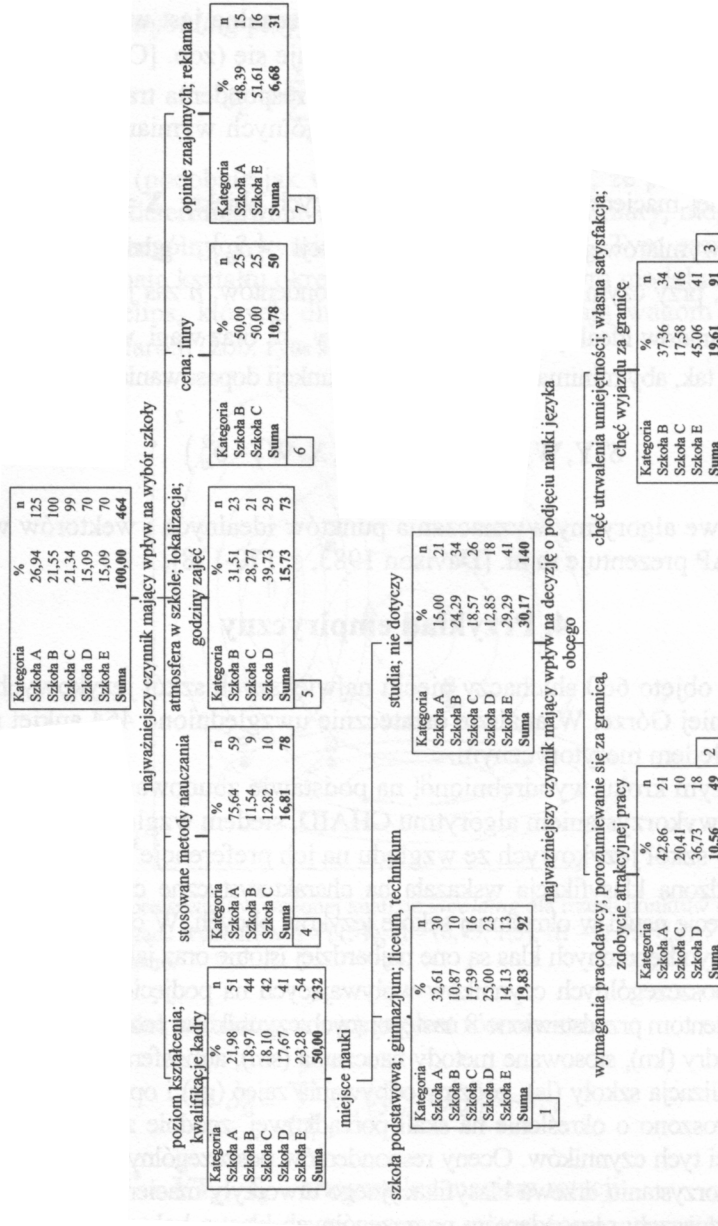
4. Przykład empiryczny

Badaniem objęto 660 słuchaczy pięciu największych szkół językowych działających w Jeleniej Górze. W analizie ostatecznie uwzględniono 464 ankiet poprawnych pod względem merytorycznym.

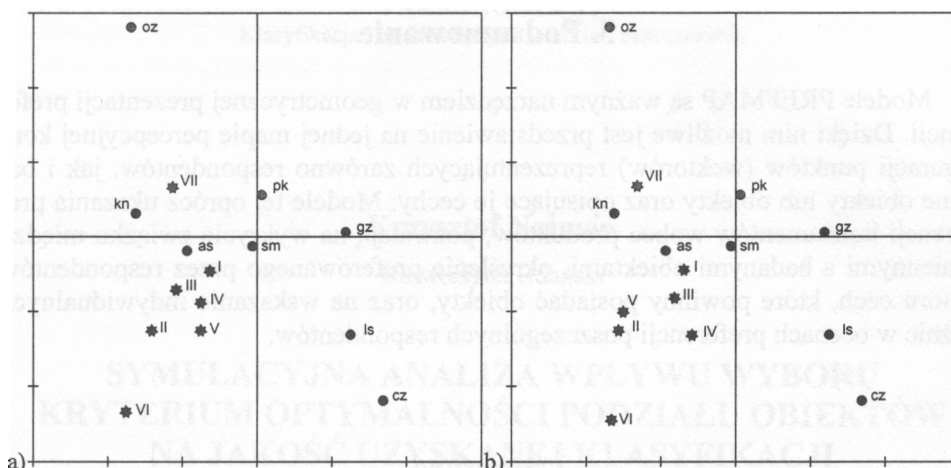
W pierwszym kroku wyodrębniono, na podstawie zbudowanego drzewa klasyfikacyjnego z wykorzystaniem algorytmu CHAID, siedem względnie jednorodnych klas słuchaczy szkół językowych ze względu na ich preferencje³ (zob. rys. 4).

Przeprowadzona klasyfikacja wskazała na charakterystyczne czynniki, które miały wpływ na podjęcie nauki w określonej szkole języków obcych. W celu sprawdzenia, czy dla członków wyodrębnionych klas są one najbardziej istotne oraz jakie są różnice w ocenie ważności poszczególnych czynników wpływających na podjęcie decyzji o wyborze szkoły, respondentom przedstawiono 8 następujących czynników: poziom kształcenia (pk), kwalifikacje kadry (kn), stosowane metody nauczania (sm), atmosfera w szkole (as), cena zajęć (cz), lokalizacja szkoły (ls), godziny odbywania zajęć (gz) i opinie znajomych (oz). Następnie poproszono o określenie na skali porządkowej, zgodnie z własnymi preferencjami, istotności tych czynników. Oceny respondentów poszczególnych klas wyodrębnionych przy wykorzystaniu drzewa klasyfikacyjnego utworzyły macierz preferencji, w których wiersze oznaczały respondentów poszczególnych klas, a kolumny – przedstawione czynniki. Na jej podstawie przeprowadzono analizę map preferencji. Konfiguracje punktów reprezentujących analizowane czynniki oraz klasy respondentów otrzymane za pomocą prostej i ważonej analizy *unfolding* (faza III i II) prezentuje rys. 5.

³ Szczegółowy opis klasyfikacji słuchaczy przedstawiony jest w pracy [Kurzydłowski, Zaborski 2005].



Rys. 4. Klasyfikacja słuchaczy szkół językowych z wykorzystaniem algorytmu CHAID
 Źródło: [Kurzydłowski, Zaborski 2005, s. 456].



Rys. 5. Konfiguracje punktów reprezentujących czynniki oraz klasy respondentów otrzymane za pomocą: a) prostej analizy *unfolding* (faza III); b) ważonej analizy *unfolding* (faza II)

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu *NewMDSX for Windows*.

Tabela 1. Wagi wymiarów dla poszczególnych klas

Wymiar	Klasa (punkty idealne)						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	0,8482	1,0000	1,2146	1,8320	0,4534	0,8665	0,7854
2	1,4009	1,0000	0,8282	0,8648	1,2086	0,6812	1,0162

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu *NewMDSX for Windows*.

Rozkład punktów na mapach percepcyjnych wskazuje, że respondentów zakwalifikowanych do klas od I do V charakteryzuje podobieństwo w ocenie istotności czynników mających wpływ na wybór szkoły, mimo że przypisują oni różne znaczenie poszczególnym wymiarom (zob. tab. 1). Najbardziej istotne są dla nich: atmosfera panująca w szkole, stosowane metody nauczania i kwalifikacje nauczycieli, a w przypadku respondentów klasy IV również lokalizacja szkoły. Dla osób, które dokonały wyboru szkoły, biorąc pod uwagę cenę zajęć, wszystkie wymienione w badaniu czynniki (z wyjątkiem opinii znajomych) mają podobne znaczenie.

Rozkład punktów pozwala na stwierdzenie, że nie zawsze czynniki decydujące o podjęciu decyzji są dla respondentów najważniejsze. Przykładem są tutaj słuchacze zakwalifikowani do klasy I. Mimo że wybrali oni szkołę ze względu na poziom kształcenia i kwalifikacje kadry, czynnikiem najistotniejszym jest dla nich, podobnie jak dla wielu innych, atmosfera panująca w szkole.

5. Podsumowanie

Modele PREFMAP są ważnym narzędziem w geometrycznej prezentacji preferencji. Dzięki nim możliwe jest przedstawienie na jednej mapie percepcyjnej konfiguracji punktów (wektorów) reprezentujących zarówno respondentów, jak i badane obiekty lub obiekty oraz opisujące je cechy. Modele te, oprócz ukazania preferencji konsumentów wobec produktów, pozwalają na wykrycie związku między zmiennymi a badanymi obiektami, określenie preferowanego przez respondentów zbioru cech, które powinny posiadać obiekty, oraz na wskazanie indywidualnych różnic w ocenach preferencji poszczególnych respondentów.

Literatura

- Borg I., Groenen P. (2005), *Modern Multidimensional Scaling. Theory and Applications*, Second Edition, Springer-Verlag, New York.
- Coxon A.P.M. (1982), *The Users Guide to Multidimensional Scaling*, Heinemann Educational Books, London.
- Davison M.L. (1983), *Multidimensional Scaling*, John Wiley and Sons, New York.
- Kuhfeld W.F. (2005), *Marketing Research: Uncovering Competitive Advantages*, „Marketing Research Methods in SAS”, SAS 9.1 Edition, TS-722, s. 21-34.
- Kurzydłowski A., Zaborski A. (2005), *Ocena atrakcyjności szkół językowych z wykorzystaniem wybranych metod wielowymiarowej analizy statystycznej*, [w:] Taksonomia 12, red. K. Jajuga, M. Walesiak, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1076, AE, Wrocław, s. 453-461.
- Van Deun K., Groenen P.J.F., Delbeke L. (2005), *VIPSCAL: A Combined Vector Ideal Point Model for Preference Data*, „Econometric Institute Report” EI 03, s. 1-28.
- Zaborski A. (2003), *Metryczna i niemetryczna wielowymiarowa analiza unfolding*, [w:] Ekonometria 11, red. K. Jajuga, M. Walesiak, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 981, AE, Wrocław, s. 50-58.
- Zaborski A. (2001), *Skalowanie wielowymiarowe w badaniach marketingowych*, AE, Wrocław.

IDENTIFICATION OF PREFERENCES BY PREFMAP MODELS

Summary

The objective in PREFMAP analysis is to relate subjects' preferences to an existing configuration of the stimulus points. The article presents four hierarchical models of PREFMAP. These models are the four phases of the programme and each phase is a special case of the one preceding it. The subjects are mapped into the stimulus configuration as ideal points so that the preference scores are maximally reproduced in the distances from each subject points to the stimulus point.