

POLSKA AKADEMIA NAUK

Biblioteka Główna i OINT  
Politechniki Wrocławskiej



100100359386

# ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

WYDAWNICTWO  
ZAKŁADU BADANIA DRGAŃ I ZAKŁADU ELEKTRONIKI  
WARSZAWA

**A R C H I W U M E L E K T R O T E C H N I K I**  
**P O L S K A A K A D E M I A N A U K**  
**Z A K Ł A D B A D A N I A D R G A Ń I Z A K Ł A D E L E K T R O N I K I**

Tom I

Rok 1952

Zeszyt 1

**S P I S T R E Ś C I**

	str.
J. Groszkowski, Generatory wielkiej stałości częstotliwości z ujemnym sprzężeniem zwrotnym . . . . .	3
I. Malecki, Wpływ kształtu membrany na jej promieniowanie akustyczne . . . . .	39
A. Smoliński, Wpływ pierwszego magnesowania na przenikalność magnetyczną . . . . .	67

**С О Д Е Р Ж А Н И Е**

Резюме на русском языке находится в конце каждой статьи

Я. Грошковски: Генераторы с отрицательной обратной связью дающие высокую устойчивость частоты . . . . .	3
И. Малецки: Влияние формы мембраны на ее акустическую радиацию . . . . .	39
А. Смолински: Влияние первичного намагничивания на магнитную проницаемость . . . . .	67

**C O N T E N S**

The english summary is given at the end of each paper

J. Groszkowski, Negative feedback oscillators of high frequency stability . . . . .	3
I. Malecki, The influence of the shape of the diaphragm on its acoustic radiation . . . . .	39
A. Smoliński, Effect of initial magnetization upon permeability . . . . .	67

ALL RIGHTS RESERVED by P. A. N.

Kolegium redakcyjne

profesorowie: J. Groszkowski (W-wa) — przewodniczący, J. L. Jakubowski (W-wa), B. Konorski (Łódź), I. Malecki (W-wa), P. Nowacki (W-wa), P. Szulkin (W-wa), St. Szpor (Gdańsk)

Redaktor techniczny W. Zwolakowski

Adres redakcji:

Warszawa, Politechnika, Gmach Elektrotechniki, Zakład Elektroniki P. A. N.

Nr zam. 817/55 — Rękopis otrzymano 27. 9. 1952 — Ark. druk. 5 — Druk ukończono 21. 2. 1953  
Nakład 1000 — Papier ilustr. kl. V. form. 70×100/16 — waga 70-g. — K-4-10036

P O Z N A Ń S K A D R U K A R N I A N A U K O W A , U L . F R E D R Y 1 0



POLSKA AKADEMIA NAUK

# ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

T O M I  
ZESZYT 1  
ROK 1952



WYDAWNICTWO  
ZAKŁADU BADANIA DRGAŃ I ZAKŁADU ELEKTRONIKI  
WARSZAWA

**ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI**  
**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**ZAKŁAD BADANIA DRGAŃ I ZAKŁAD ELEKTRONIKI**

---

**KOLEGIUM REDAKCYJNE**

Profesorowie: J. Groszkowski (W-wa) — przewodniczący, J. L. Jakubowski (W-wa), B. Konorski (Łódź), I. Malecki (W-wa), P. Nowacki (W-wa), P. Szulkin (W-wa), St. Szpor (Gdańsk)

---

Redaktor techniczny W. Zwolakowski

Adres redakcji:

Warszawa, Politechnika, Gmach Elektrotechniki, Zakład Elektroniki P. A. N.

---

Nr zam. 817/55 — Rękopis otrzymano 27. 9. 1952 — Ark. druk. 5 — Druk ukończono 21. 2. 1953  
Nakład 1000 — Papier ilustr. kl. V. form. 70×100/16 — waga 70 g. — K-4-10036

---

POZNAŃSKA DRUKARNIA NAUKOWA, UL. FREDRY 10

# ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

## OD REDAKCJI

Jak udowodnił Pierwszy Kongres Nauki Polskiej przemysł w Polsce międzywojennej będący na usługach kapitału prywatnego i w dużym zakresie zagranicznego celowo wytworzył próżnię w dziedzinie podbudowy naukowej. Polska Ludowa od pierwszych chwili swego istnienia rzuciła wielkie środki materialne, aby wypełnić tę próżnię. Liczba wydziałów elektrycznych i łączności w Politechnikach wynosi obecnie 11, zamiast 2 w okresie międzywojennym. Odpowiednio powiększyła się liczba katedr prowadzących badania naukowe. Powstał Naukowy Instytut Elektrotechniki związany ściśle z przemysłem elektrotechnicznym i energetyką. Instytut Łączności i Przemysłowy Instytut Telekomunikacji pracują nad zagadnieniami, o których trudno było myśleć przed wojną. Wreszcie Polska Akademia Nauk powołała ostatnio dwie placówki związane z elektrotechniką: Zakład Elektroniki i Zakład Badania Drgań z pracownią Elektrotechniki Teoretycznej.

Obecne wyekwipowanie placówek naukowych pozwala na wykonywanie prac na najwyższym poziomie, na przykład na badania udarowe wysokonapięciowe za pomocą generatora 2,8 MV, 32 kW, badanie sieci elektrycznych za pomocą analizatorów prądu zmiennego, wykonywanie lamp elektronowych specjalnej konstrukcji.

Obrazem niskiego poziomu naukowego okresu międzywojennego było piśmiennictwo. Nieliczne prace naukowe musiały być publikowane zagranicą wobec braku odpowiedniego organu lub też trafiały do „Przeglądu Elektrotechnicznego“ bądź „Przeglądu Telekomunikacyjnego“, gdzie długo musiały czekać na ukazanie się.

„Archiwum Elektrotechniki“ powołane przez Wydział Nauk Technicznych Polskiej Akademii Nauk ma za zadanie wypełnienie istniejącej dotąd luki w piśmiennictwie przez publikowanie prac na najwyższym poziomie. W pierwszym rzędzie będą to prace odzwierciedlające realizację planów Komitetu Elektrotechniki i zakładów badawczych Polskiej Akademii Nauk.



Komitet Elektrotechniki opracował plan zagadnień szczególnie ważnych, obejmujących dziedzinę energetyki, telekomunikacji, przemysłu elektrotechnicznego oraz automatyzacji procesów produkcyjnych; racjonalne rozwiązywanie tych zagadnień powinno się opierać na silnej podbudowie teoretycznej, dotychczas u nas zaniedbywanej i postawionej na zbyt niskim poziomie. Ta podbudowa musi być w szybkim tempie przygotowana i właśnie przede wszystkim dla tych prac łamy „Archiwum Elektrotechniki“ stoją otworem.

Należy jednak zdawać sobie sprawę, że osiągnięcie najwyższego poziomu nie jest rzeczą łatwą i nie od razu nastąpi. Nie mniej, postawione zadanie zmierza do osiągnięcia wielkich celów, które wskazał Prezydent Bolesław Bierut w liście do I Kongresu Nauki Polskiej:

„Cel i zadania nauki polskiej polegają w pierwszym rzędzie na tym, aby narodowi wyzwolonemu z pęt wyzysku i tyranii kapitalistów swoich i obcych dopomóc w szybkim zlikwidowaniu ponurej spuścizny zacofania w produkcji, w technice, w rozwoju jego sił wytwórczych, jak również w podniesieniu jego kultury i warunków bytu“.

621.396.615.1.072.6/0.78.3

J. GROSZKOWSKI

## Generatory wielkiej stałości częstotliwości z ujemnym sprzężeniem zwrotnym

*Rękopis dostarczono 22. 8. 52*

**Streszczenie.** W pierwszej części artykułu rozpatruje się wpływ ujemnego sprzężenia zwrotnego oporowego na stałość częstotliwości generatora z lampą elektronową o siatce czynnej. Z rozważań teoretycznych potwierdzonych doświadczeniem wynika, że pewne polepszenie stabilizacji zachodzi dzięki zmniejszeniu zawartości harmoniczných; jednak polepszenie to jest ograniczone wartością ujemnego sprzężenia zwrotnego, jakie można zastosować w praktyce.

W drugiej części rozpatruje się generator o sprzężeniu zwrotnym ujemnym uzyskiwanym za pomocą niewielkiej oporności dynamicznej dodatkowego obwodu rezonansowego. Rozważania teoretyczne przeprowadzone opracowaną przez autora tzw. metodą harmoniczných wykazują, iż tego rodzaju układ generacyjny, dzięki swym szczególnym właściwościom, daje kompensację mocy urojonej harmoniczných w prądzie anodowym poprzez wzbudzenie siatki lampy; umożliwia to całkowite uniezależnienie częstotliwości generatora od wpływu zmian harmoniczných, a więc pozwala na uzyskanie generatora o wielkiej stałości częstotliwości. Doświadczenie potwierdza wyniki rozważań teoretycznych w zakresie częstotliwości, gdzie wpływ zmian pojemności międzyelektrodowych lampy generacyjnej nie odgrywa większej roli.

### 1. WSTĘP

Zagadnienie polepszenia stałości częstotliwości generatorów o sprzężeniu zwrotnym przez zastosowanie dodatkowego sprzężenia zwrotnego ujemnego znajduje w literaturze stosunkowo niewielki wyraz. Nieliczne prace dotyczące tego tematu (np. [2]) nie ujmują istoty zagadnienia, gdyż rozważania w nich zawarte opierają się na ogół na liniowej teorii generacji, gdzie operuje się pewnymi średnimi wartościami parametrów lampy generacyjnej.



W niniejszej pracy do rozważania wpływu ujemnego sprzężenia zwrotnego na stałość częstotliwości zastosowano wyniki opracowanej przez autora teorii nieliniowej, tzw. teorii harmonicznych [5]: teoria ta opiera się na uwzględnieniu roli, jaką odgrywają w zagadnieniu stałości częstotliwości moce urojone prądów harmonicznym, a mianowicie rozkład tych mocy na obie gałęzie równoległego obwodu rezonansowego oraz na obwód lampy, jak również wzbudzenie siatki czynnej napięciami harmonicznymi o różnych fazach.

Polepszanie stałości częstotliwości przez zastosowanie ujemnego sprzężenia zwrotnego może się odbywać jednym z dwóch zasadniczych sposobów:

- a) przez zmniejszenie zawartości harmonicznym,
- b) przez kompensację mocy urojonej harmonicznym.

#### 1. 1. Generator o sprzężeniu zwrotnym dodatnim i ujemnym.

Ażeby układ amplifikacyjny o sprzężeniu zwrotnym mieszanym: dodatnim i ujemnym stał się układem generacyjnym, wypadkowe sprzężenie zwrotne dla częstotliwości generowanej musi być dodatnie, a zatem odsprężenie może się odnosić jedynie do częstotliwości harmonicznym. W takim układzie generacyjnym warunek amplitudy zostaje spełniony dla częstotliwości podstawowej (generowanej), podczas gdy dla częstotliwości harmonicznym warunek ten nie tylko nie jest spełniony, lecz ponadto uzyskuje się pewne zmniejszenie przebiegów harmonicznym. Osiąga się to zazwyczaj przez uzależnienie ujemnego sprzężenia zwrotnego od częstotliwości, wykorzystując np. rezonansowe właściwości bądź oscylacyjnego obwodu generatora, bądź specjalnie wprowadzonego do obwodu lampy generacyjnej elementu impedancyjnego.

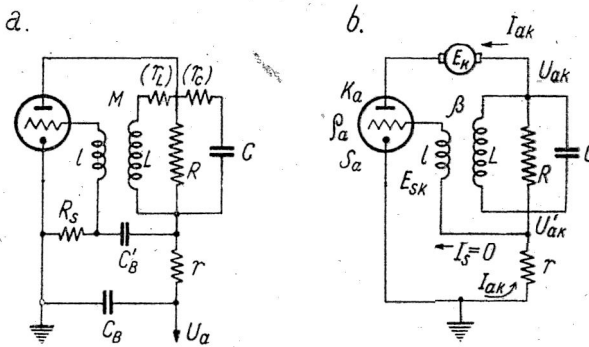
Poniższe rozważania przeprowadzono dla prostych układów generacyjnych oraz prostych elementów impedancyjnych.

### 2. POLEPSZANIE STAŁOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCI PRZEZ ZMNIEJSZENIE ZAWARTOŚCI HARMONICZNYCH

#### 2. 1. Układ o sprzężeniu indukcyjnym i odsprężeniu oporowym.

Najprostszy układ generatora z lampą elektronową o siatce czynnej ze sprzężeniem indukcyjnym i odsprężeniem za pomocą oporu

rzeczywistego (odsprężenie katodowe) przedstawiono na rys. 1a. Układ ten może być sprowadzony do układu zasadniczego tak, jak to pokazuje rys. 1b.



Rys. 1. Układ generacyjny o sprzężeniu indukcyjnym i odsprężeniu oporowym:  
a. układ połączeń, b. układ uproszczony.

Lampa elektronowa (trioda, tetroda lub pentoda) posiada współczynnik amplifikacji (odniesiony do siatki czynnej)  $K_a$ , nachylenie charakterystyki  $S_a$  i oporność wewnętrzną  $\rho_a$ . Sprężenie zwrotne uzyskiwane jest przez indukcyjność wzajemną  $M$  między cewką  $L$  obwodu rezonansowego a cewką obwodu siatki  $l$ .

Sprężenie zwrotne dane jest tu przez wielkość

$$\beta = \frac{M}{L}; \quad (1)$$

wielkość ta określa równocześnie związek między napięciem  $\hat{U}_{ak} - \hat{U}'_{ak}$  na zaciskach obwodu rezonansowego  $LCR$ , a siłą elektromotoryczną  $\hat{E}_{sk}$  wzbudzoną w cewce obwodu siatki  $l$ :

$$\frac{\hat{E}_{sk}}{\hat{U}_{ak} - \hat{U}'_{ak}} = \frac{j\omega M}{r_L + j\omega L}. \quad (2)$$

Jeśli przyjmiemy, że  $r_L \ll \omega L$ , wówczas wzór (2) przejdzie we wzór

$$\frac{\hat{E}_{sk}}{\hat{U}_{ak} - \hat{U}'_{ak}} \approx \frac{M}{L} = \beta. \quad (2a)$$

Wielkość  $\beta$  przy odpowiednio dobranym znaku indukcyjności wzajemnej  $M$  zapewnia sprzężenie zwrotne dodatnie; natomiast oporność  $r$  przy danym obwodzie rezonansowym daje sprzężenie zwrotne ujemne zależne od częstotliwości, a więc od rzędu harmoniczej.

W układzie przedstawionym na rys. 1b  $E_k$  oznacza siłę elektromotoryczną harmoniczej o częstotliwości  $k\omega$ , gdzie  $\omega$  jest częstotliwością podstawową generatora,  $k$  zaś — rzędem harmoniczej. Harmoniczne te powstają w obwodzie anodowym wskutek nieliniowości charakterystyki lampy o równaniu typu

$$i_a = au_s + bu_s^2 + cu_s^3 + \dots \quad (3)$$

pod wpływem wzbudzenia siatki napięciem sinusoidalnym (lub prawie sinusoidalnym); amplituda harmoniczej jest tym większa, im większe jest wzbudzenie siatki (na częstotliwości podstawowej). Można przyjąć że

$$E_k \approx p_k U_{s_1}^k, \quad (4)$$

gdzie

- $p_k$  — jest pewnym współczynnikiem zależnym od kształtu charakterystyki i lampy oraz danych obwodu zewnętrznego,  
 $U_{s_1}$  — amplitudą napięcia wzbudzenia siatki o częstotliwości podstawowej (dla  $k=1$ ).

Dla układu przedstawionego na rys. 1 b można napisać następujące równanie symboliczne składowej zmiennej prądu anodowego odpowiadającej harmoniczej rzędu  $k$ :

$$\hat{I}_{ak} = \frac{1}{Q_a} (\hat{U}_{ak} + K_a \hat{U}_{sk}) \quad (5)$$

gdzie

$$\hat{U}_{ak} = \hat{E}_k - \hat{I}_{ak} (r + \hat{Z}_k), \quad (6)$$

$$\hat{U}_{sk} = -\hat{I}_{ak} r - \hat{I}_{ak} \hat{Z}_k \beta, \quad (7)$$

współczynnik  $\beta$  zaś dany jest wzorami (1) i (2a); zakładamy przy tym, że praca lampy odbywa się bez prądu siatki.

Po podstawieniu (6) i (7) do (5) otrzymujemy wyrażenia, z którego określamy składową zmienną prądu anodowego o częstotliwości  $k\omega$

$$\hat{I}_{ak} = \frac{\hat{E}_k}{Q_a + r + Z_k + K_a(r + \hat{Z}_k \beta)} \quad (8)$$



## 2. 2. Przebiegi na częstotliwości podstawowej.

Ponieważ częstotliwości podstawowej ( $k=1$ ) ma odpowiadać praca układu jako generatora, przeto dla  $E_1=0$  musi być  $I_{a_1} \neq 0$ . Zatem w stanie granicznym pracy generacyjnej układu mianownik wyrażenia (8) powinien być równy zero:

$$\varrho_a + r + \hat{Z}_1 + K_a (r + \hat{Z}_1 \beta) = 0. \quad (9)$$

Dla częstotliwości generowanej bliskiej częstotliwości rezonansowej obwodu  $LCR$ , która dana jest przez

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad (10)$$

impedancja obwodu rezonansowego jest

$$Z_1 = R, \quad (11)$$

a zatem wyrażenie (1) przechodzi w następujące:

$$\varrho_a + r + R + K_a (r + R \beta) = 0. \quad (12)$$

Czynnik, który określa napięcie działające na siatce lampy w stanie granicznym pracy, może być znaleziony z równania (12) jako

$$-(r + R \beta) = \frac{1}{K_a} (\varrho_a + r + R). \quad (13)$$

Poza granicą powstawania drgań musi być spełniony warunek

$$|-(r + R \beta)| > \frac{1}{K_a} (\varrho_a + r + R), \quad (14)$$

który można napisać jako

$$|-(r + R \beta)| = \alpha \frac{1}{K_a} (\varrho_a + r + R), \quad (15)$$

gdzie  $\alpha \geq 1$

jest współczynnikiem przewzbudzenia, będącym miarą odejścia od granicznego stanu powstawania drgań<sup>1)</sup>.

Z równania

$$-(r + R \beta) = \frac{\alpha}{K_a} (\varrho_a + r + R) \quad (16)$$

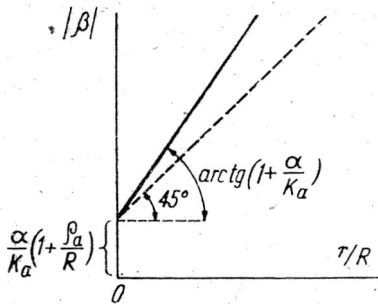
<sup>1)</sup> Współczynnik ten (dla generatora triodowego bez ujemnego sprzężenia zwrotnego) Zagajewski [14] oznacza przez  $q$  (wzór 41a).

znajdujemy — przy danym  $\alpha$  — sprzężenie zwrotne potrzebne do pracy generatora:

$$-\beta = \frac{r}{R} \left( 1 + \frac{\alpha}{K_a} \right) + \frac{\alpha}{K_a} \left( 1 + \frac{Q_a}{R} \right). \quad (17)$$

Zwiększenie oporności sprzężenia zwrotnego ujemnego  $r$  wymaga więc zwiększenia sprzężenia zwrotnego ( $\beta$ ), jeśli chcemy, aby wzbudzenie lampy  $U_{s1}$  dla częstotliwości generowanej pozostawało stałe, bowiem napięcie wzbudzenia jest proporcjonalne do wyrażenia (16), tzn.

$$U_{s1} \div (r + R\beta). \quad (18)$$



Rys. 2. Zależność  $|\beta| = f\left(\frac{r}{R}\right)$ .

Zależność  $\beta$  od  $\frac{r}{R}$  wynikająca z równania (16) przedstawiono na rys. 2.

### 2. 3. Przebiegi na częstotliwościach harmonicznych.

Dla przebiegów harmonicznych ( $k \geq 2$ ) siły elektromotoryczne  $E_k$  występujące w równaniu (8) nie są równe zero, lecz dane są przez równanie (4); odpowiadający im prąd jest

$$\hat{I}_{ak} = \frac{\hat{E}_k}{Q_a + r + \hat{Z}_k + K_a (r + \hat{Z}_k \beta)}, \quad (19)$$

gdzie  $Z_k$  jest impedancją obwodu rezonansowego dla częstotliwości  $k\omega$ .

Podstawiając do (19) zamiast  $\beta$  wyrażenie (17) napiszemy

$$\hat{I}_{ak} = \frac{\hat{E}_k}{Q_a + r(K_a + 1) + \hat{Z}_k \left\{ 1 - \left[ \alpha \left( 1 + \frac{Q_a}{R} + \frac{r}{R} \right) + K_a \frac{r}{R} \right] \right\}} \quad (20)$$

W przypadku gdy sprzężenia zwrotnego ujemnego nie ma, a więc gdy  $r=0$ , prąd anodowy będzie dany przez

$$\hat{I}'_{ak} = \frac{\hat{E}_k}{c_a + \hat{Z}_k \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{q_a}{R} \right) \right]} \quad (21)$$

Zakładamy przy tym, iż dla jednakowych wzbudzeń w obwodzie siatki napięciem o częstotliwości podstawowej ( $U_{s_1} = \text{const}$ ) siły elektromotoryczne  $E_k$  nie ulegają zmianie.

Z równań (20) i (21) znajdujemy dla danej harmonicznej  $k$  stosunek prądów ze sprzężeniem ujemnym do prądów bez tego sprzężenia:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{I}_{ak}}{\hat{I}'_{ak}} &= \frac{q_a + \hat{Z}_k \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{q_a}{R} \right) \right]}{q_a + (K_a + 1)r + \hat{Z}_k \left\{ 1 - \left[ \alpha \left( 1 + \frac{q_a}{R} + \frac{r}{R} \right) + K_a \frac{r}{R} \right] \right\}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{r}{q_a} \frac{(K_a + 1) - \frac{\hat{Z}_k}{R}(\alpha + K_a)}{1 - \frac{\hat{Z}_k}{q_a} \left[ \alpha \left( 1 + \frac{q_a}{R} \right) - 1 \right]}} \end{aligned} \quad (22)$$

Ponieważ  $K_a \gg 1$  oraz  $K_a \gg \alpha$ , przeto równanie (22) można uprościć pisząc

$$\frac{\hat{I}_{ak}}{\hat{I}'_{ak}} \approx \frac{1}{1 + \frac{r}{q_a} \frac{K_a \left( 1 - \frac{\hat{Z}_k}{R} \right)}{1 - \frac{\hat{Z}_k}{q_a} \left[ \alpha \left( 1 + \frac{q_a}{R} \right) - 1 \right]}} \quad (23)$$

Równanie (23) upraszczamy w dalszym ciągu mając na uwadze, że  $Z_k \ll R$  oraz  $Z_k \ll q_a$ :

$$\frac{I_{ak}}{I'_{ak}} \approx \frac{1}{1 + K_a \frac{r}{q_a}} = \frac{1}{1 + S_a r} \quad (24)$$

Dla jednakowych wzbudzeń  $U_{s_1} = \text{const}$  jest  $I_{a_1} = I'_{a_1}$ , a zatem zawartości harmonicznych prądowych określone jako

$$n_{ak} = \frac{I_{ak}}{I_{a_1}}, \quad n'_{ak} = \frac{I'_{ak}}{I'_{a_1}} = \frac{I_{ak}}{I_{a_1}} \quad (25a, b)$$

dadzą stosunek

$$\frac{n_{ak}}{n'_{ak}} = \frac{I_{ak}}{I'_{ak}} = \frac{1}{1 + S_a r} \quad (26)$$

Tak więc zawartość harmoniczných prądowych w obwodzie anodowym generatora przy zastosowaniu ujemnego sprzężenia zwrotnego za pomocą oporu maleje w stosunku  $1 : (1 + S_a r)$ .

Zgodnie z teorią harmoniczných [12] wpływ zawartości harmoniczných na częstotliwość generatora jest proporcjonalny do wyrażenia kształtu

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_{ak}^2 \quad (27)$$

(gdzie  $\Psi_{(k^2)}$  jest funkcją kwadratu rzędu harmoniczných, nie zależy zaś od zawartości harmoniczných), przeto wpływ ten — po zastosowaniu sprzężenia zwrotnego ujemnego — zmaleje w stosunku  $1 : (1 + S_a r)^2$

W celu polepszenia stałości częstotliwości należy zwiększać oporność  $r$ , co wymaga równoczesnego zwiększenia  $\beta$ , jeśli stała wartość wzbudzenia siatki dla częstotliwości podstawowej (generowanej) ma być zachowana, zgodnie z równaniem (18). Stąd więc wynika ograniczenie możliwości polepszania na tej drodze stałości częstotliwości generatora.

#### 2. 4. Sprawdzenie doświadczalne.

Wpływ sprzężenia zwrotnego ujemnego na polepszenie stałości częstotliwości generatora sprawdzono w układzie przedstawionym na rys. 1. Dane układu były następujące:

Trioda EBC3 o parametrach (w początkowym punkcie pracy):

$$K_a \approx 28 \text{ V/V}, \quad \varrho_a \approx 15 \text{ k}\Omega, \quad S_a \approx 1,8 \text{ mA/V}.$$

Obwód rezonansowy: częstotliwość drgań  $f=3\text{kc/s}$ , indukcyjność  $L=0,1 \text{ H}$ , pojemność  $C \approx 28000 \text{ pF}$ , oporność dynamiczna samego obwodu  $56 \text{ k}\Omega$  dołączona oporność równoległa  $40 \text{ k}\Omega$ , oporność wypadkowa  $R=23,5 \text{ k}\Omega$ .

Inne elementy układu:  $R_s=50 \text{ k}\Omega$ ,  $C_B=2 \mu\text{F}$ ,  $C'_B=2 \mu\text{F}$ .

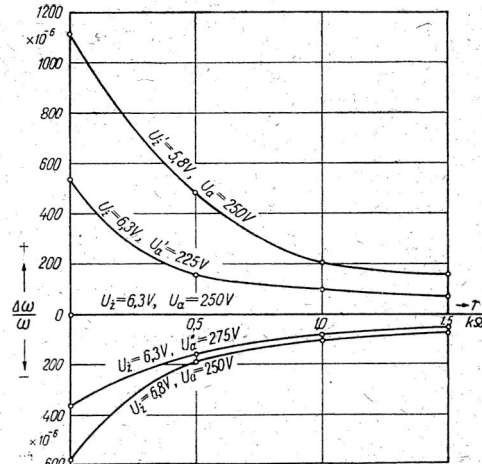
Oporność ujemnego sprzężenia zwrotnego  $r$  zmieniano od  $r=0$  do  $r=1,5 \text{ k}\Omega$ , przy czym sprzężenie zwrotne (dodatnie) między cewkami  $L$  a  $l$  było zawsze tak dobrane, aby dla początkowego punktu pracy ( $U_z=6,3 \text{ V}$ ,  $U_a=250 \text{ V}$ ,  $I_{a0} \approx 8 \text{ mA}$ ) amplituda napięcia zmiennego na obwodzie rezonansowym wynosiła  $\bar{U}=70 \text{ V}$ .

Wpływ zmian napięć zasilających na częstotliwość badano zmieniając przy stałym napięciu żarzenia  $U_z=6,3 \text{ V}$  napięcie anodowe do

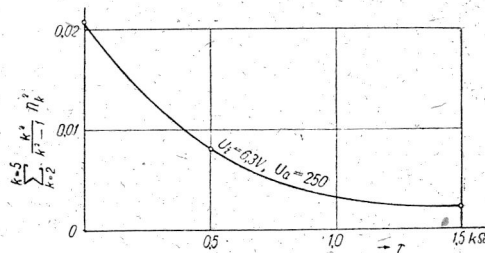
wartości  $U'_a=225\text{ V}$  i  $U''_a=275\text{ V}$  oraz przy stałym napięciu anodowym  $U_a=250\text{ V}$ , napięcie żarzenia do wartości  $U'_z=5,8\text{ V}$  i  $U''_z=6,8\text{ V}$  i określając odpowiadające temu zmiany częstotliwości. Tego rodzaju pomiary przeprowadzono dla wartości oporności  $r=0, 0,5, 1,0$  i  $1,5\text{ k}\Omega$ . Wyniki pomiarów przedstawiono na rys. 3. Krzywa na rys. 4 przedstawia przebieg zawartości harmoniczných prądowych (aż do piątej harmonicznej) obliczonej na podstawie wzoru

$$\sum_{k=2}^{k=5} \frac{k^2}{k^2-1} n_k^2 \text{ dla tych samych}$$

wartości oporności ujemnego sprzężenia zwrotnego (dla  $U_z=6,3\text{ V}$  i  $U_a=250\text{ V}$ ). Jak widać, doświadczenie potwierdza wyniki rozważań teoretycznych podane w poz. 2. 3. Zarówno niestaość częstotliwości jak i zawartość harmoniczných maleją wraz ze wzrostem  $r$ , przy czym charakter przebiegu odpowiada na ogół kształtowi funkcji  $y=1:(1+S_a r)^2$ .



Rys. 3. Niestaość częstotliwości  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  w generatorze o odsprężeniu oporowym w zależności od oporności odsprężającej  $r$ .



Rys. 4. Zawartość harmoniczných w zależności od oporności odsprężającej  $r$ .

### 3. UNIEZALEŻNIENIE CZĘSTOTLIWOŚCI GENERATORA OD WPLYWU HARMONICZNYCH

#### 3. 1. Możliwość uniezależnienia się od wpływu harmoniczných.

Zastosowanie sprzężenia zwrotnego ujemnego w generatorze z siatką czynną pozwala na pewne polepszenie stałości częstotliwości



dzięki zmniejszeniu zawartości harmoniczných. Możliwość polepszenia tej stałości jest jednak ograniczona wartością dającego się wprowadzić do generatora ujemnego sprzężenia zwrotnego, a więc zawartość harmoniczných nie może tu być zredukowana do zera.

Dokładniejsza analiza układów o sprzężeniu zwrotnym mieszanym: dodatnim i ujemnym wykazuje, że przy zastosowaniu specjalnych układów istnieje możliwość uzyskania całkowitej niezależności częstotliwości od wpływu zawartości harmoniczných, przy czym warunek idealnej stabilizacji można uczynić niezależnym od rzędu harmonicznej, a więc może on być spełniony dla każdego widma harmoniczných.

Analiza ta jest oparta na teorii harmoniczných [3, 4, 5, 6, 11, 12, 13]; punktem wyjścia jest tu rozumowanie fizykalne, że zmiana częstotliwości spowodowana przez nierównomierny rozplływ harmoniczných w obu gałęziach obwodu rezonansowego może być skompensowana przez wprowadzenie na siatkę czynną lampy generacyjnej napięć harmoniczných o odpowiednich fazach. Napięcie takie uzyskuje się z obwodu ujemnego sprzężenia zwrotnego, który jest jakościowo identyczny z obwodem rezonansowym oscylacyjnym, ilościowo zaś jest odpowiednio dobrany, tak iż dla częstotliwości podstawowej odsprężenie jest stosunkowo niewielkie natomiast dla częstotliwości wszystkich harmoniczných wprowadzane na siatkę napięcia kompensują wpływ nierównomiernego rozkładu prądów harmoniczných w obu gałęziach obwodu oscylacyjnego.

W rozumowaniu matematycznym doprowadza się do nadania funkcji  $\Psi_{(k)}$ , we wzorze (27) takiej postaci, aby wyciągnięty przed znak sumy współczynnik mógł być uczyniony równym zeru.

### 3. 2. Wyniki rozważań teorii harmoniczných.

W teorii harmoniczných zasadniczy związek między zmianą częstotliwości a widmem harmoniczných dany jest przez wyrażenie następujące

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k^2 \quad (28)$$

W wyrażeniu tym  $\frac{\Delta \omega}{\omega}$  oznacza względne odchylenie częstotliwości generowanej  $\omega$  od częstotliwości  $\omega_1$ , jaką miałby generator w stanie

granicznym swej pracy (tj. w przypadku pracy w warunkach liniowych),  $n_k$  jest zawartością harmonicznej prądowej rzędu  $k$ , dana przez

$$n_k = \frac{I_k}{I_1}, \quad (29)$$

gdzie  $I_1$  i  $I_k$  są amplitudami prądów: podstawowego i harmonicznego rzędu  $k$  (tzn. o częstotliwości  $k\omega$ ) dopływających do obwodu rezonansowego;  $\Psi_{(k^2)}$  jest funkcją rzędu harmonicznej  $k$  oraz parametrów liniowych układu generacyjnego (tj. indukcyjności  $L$ , pojemności  $C$ , oporności  $R$ , współczynnika amplifikacji lampy generacyjnej  $K_a$  itp).

Jak wiadomo z [6, 12], np. w przypadku prostego układu generacyjnego składającego się z obwodu rezonansowego szeregowego oraz z oporu ujemnego, funkcja ta ma postać najprostszą:

$$\Psi_{(k^2)} = (k^2 - 1); \quad (30)$$

daje to następujące wartości współczynnika pod znakiem sumy we wzorze (28):

$$\Psi_{(k^2)}: +3, +8, +15, +24, \dots$$

Dla generatora triodowego w układzie przedstawionym na rys. 5 wyrażenie to jest bardziej złożone; mianowicie

$$\Psi_{(k^2)} = \frac{1}{Q^2} \frac{1}{(K_a + 1)q - 1} \left[ \frac{(K_a + 1)q}{k^2} - 1 \right] \frac{k^2}{k^2 - 1} \quad (31)$$

gdzie

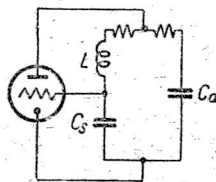
$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad q = \frac{C_a}{C_a + C_s}$$

W powyższych wyrażeniach otrzymywane pod znakiem sumy wyrazy są jednakowego znaku.

Istnieją jednak układy<sup>1)</sup>, dla których pod znakiem sumy do pewnego wyrazu występuje jeden znak, dla dalszych — znak przeciwny.

### 3. 3. Niestalość częstotliwości i sposoby jej zmniejszenia.

W celu określenia niestalości częstotliwości układu znajdujemy pochodną wyrażenia (28). W najprostszym przypadku jest to po-



Rys. 5. Układ generacyjny triodowy.

<sup>1)</sup> Patrz [12], s. 257 i nast.

chodna względem jednej wielkości  $v$ , od której zależy widmo harmonicznym:

$$n_k = f(v) \quad (32)$$

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (28) z uwzględnieniem (32) otrzymujemy

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta \omega}{\omega} \right) = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k \frac{dn_k}{dv} = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) \quad (33)$$

Wielkość  $v$  może wyrażać np. współrzędną punktu pracy lampy generacyjnej, a więc jedno z napięć zasilających<sup>1)</sup> (napięcie anodowe, żarzenia, itp.); zmiana jej (w czasie) powoduje zmianę widma harmonicznym a przez to zmianę częstotliwości generatora<sup>2)</sup>.

Warunek stałości częstotliwości

$$\omega = \text{const}$$

wymaga spełnienia równania

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta \omega}{\omega} \right) = 0 \quad (34)$$

czyli

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) = 0 \quad (35)$$

Spełnienie warunku (35) może być uzyskane jednym z kilku sposobów.

#### Sposób $n_k \approx 0$

Jest to praca liniowa generatora, np. blisko granicy powstawania drgań, gdzie zawartość harmonicznym jest znikomo mała. Oczywiście uzyskiwana przy tym amplituda drgań jest niewielka. Stłumienie harmonicznym może być również osiągnięte częściowo przez zastosowanie obwodów o rezonansie szeregowym, zwierających szereg najsilniejszych harmonicznym [7, 8, 9].

#### Sposób $f'(v) = 0$

Jest to dobór empiryczny początkowych napięć zasilających układu w taki sposób, aby przy zmianach tych napięć w otoczeniu punktów początkowych pracy widmo harmonicznym nie ulegało zmianie.

<sup>1)</sup> Jest to przypadek najprostszym; zazwyczaj bywa  $n_k = f(v_a, v_b, v_c \dots)$ .

<sup>2)</sup> Zmiany pojemności międzyelektrodowych, jako zmiany typu liniowego, w rozważaniu tym nie są brane pod uwagę.



$$\text{Sposób } \sum_2^{\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) = 0$$

Jest to również dobór empiryczny takiego stanu pracy generatora, w którym przy zmianach napięć zasilających następuje kompensacja wpływu różnych harmonicznych. Uzyskanie tego jest możliwe wówczas, gdy wyrazy pod znakiem sumy mają różne znaki; jeśli znaki funkcji  $\Psi_{(k^2)}$  są jednakowe, wówczas muszą być różne znaki pochodnej  $f'(v)$ , co nie zawsze daje się zrealizować. Otrzymanie funkcji  $\Psi_{(k^2)}$  z wyrazami o różnych znakach ułatwia nieco rozwiązanie stabilizacji tym sposobem.

$$\text{Sposób } \Psi_{(k^2)} = 0$$

Oznacza to budowę takiego układu generacyjnego, dla którego funkcja  $\Psi_{(k^2)}$  dałaby się przedstawić w postaci następującej:

$$\Psi_{(k^2)} = (a+b) \psi_{(k^2)}; \quad (36)$$

$a$  i  $b$  są tu wielkościami zależnymi tylko od parametrów liniowych układu ( $L$ ,  $C$ ,  $R$ ,  $K_a$  itp.), niezależnymi zaś od rzędu harmonicznej  $k$ , natomiast  $\psi_{(k^2)}$  jest funkcją jedynie rzędu harmonicznej  $k$ .

Wielkości  $a$  i  $b$  muszą być ponadto różnych znaków, czyli muszą spełniać warunek

$$ab < 0. \quad (37)$$

Wówczas równanie (35) da się napisać jako

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta \omega}{\omega} \right) = -(a+b) \sum_2^{\infty} \psi_{(k^2)} n_k \frac{dn_k}{dv} \quad (38)$$

Oczywiście, iż dla

$$a+b=0 \quad (39)$$

będzie spełniony warunek (34) niezależnie od istnienia widma harmonicznych oraz od jego zmian pod wpływem zmian  $v$ <sup>1)</sup>.

Zaletą sposobu  $\Psi_{(k^2)} = 0$  w porównaniu z trzema pierwszymi jest oczywista.

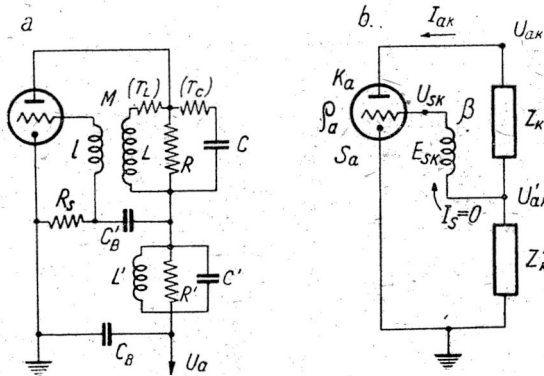
<sup>1)</sup> Warunek  $\Psi_{(k^2)} = 0$  byłby spełniony również w układzie rezonansowym posiadającym oporność rzeczywistą dla podstawowej oraz wszystkich harmonicznych; właściwości takie częściowo wykazuje linia o stałych równomiernie rozłożonych (patrz [10]).

Tego rodzaju stabilizacja może być właśnie zrealizowana przez zastosowanie specjalnego układu generacyjnego o ujemnym sprzężeniu zwrotnym.

Mianowicie rozważania oparte na teorii harmonicznym doprowadziły do sugestii, że jeśli w zwykłym generatorze (o sprzężeniu tylko dodatnim) wpływ harmonicznym wyraża się funkcją  $\Psi_{(k^2)}$  o wyrazach jednego znaku (np.  $a > 0$ ), to wprowadzenie sprzężenia ujemnego powinno spowodować wystąpienie funkcji o wyrazach znaku przeciwnego (np.  $b < 0$ ); sprzężenie dodatnie i sprzężenie ujemne — jeśli chodzi o harmoniczne — powinny mieć przy tym identyczne charakterystyki częstotliwościowe, aby funkcja  $\psi_{(k^2)}$  dała się wyciągnąć po za nawias wyrażenia  $(a+b)$ .

### 3. 4. Układ o sprzężeniu indukcyjnym i odsprężeniu za pomocą obwodu rezonansowego.

Układ spełniający powyższe warunki przedstawiono na rys. 6a. Obwód  $LCR$  jest tu właściwym obwodem generacyjnym, pobudza-



Rys. 6. Układ generacyjny o sprzężeniu indukcyjnym i odsprężeniu za pomocą obwodu rezonansowego:

a. układ połączeń, b. układ uproszczony.

nym do drgań przez sprzężenie zwrotne (dodatnie)  $LMl$ . Obwód  $L'C'R'$  jest obwodem pomocniczym, dającym odpowiednie sprzężenie zwrotne ujemne. Oba obwody są wzajemnie dostrojone:

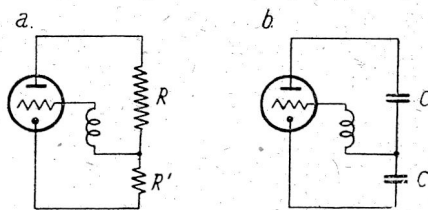
$$\frac{1}{LC} = \frac{1}{L'C'} = \omega_0^2; \quad (40)$$

$\omega_0$  określa częstotliwość generatora w stanie granicznym.

Wobec nieliniowości charakterystyk lampy praca układu jest nieliniowa, a w obwodzie anodowym oprócz prądu o częstotliwości podstawowej  $\omega$  płyną również prądy o częstotliwościach harmonicznych  $k\omega$ .

Układ z rys. 6a sprowadza się do układu przedstawionego na rys. 6b; dla częstotliwości podstawowej może on być sprowadzony do układu jak na rys. 7a, dla wyższych harmonicznych — jak na rys. 7b.

Czyniąc  $R' \ll R$  przy jednocześnie doborze odpowiedniego stosunku  $C : C'$  otrzymujemy dowolnie małe odsprężenie na częstotliwości podstawowej, odpowiednio zaś większe na częstotliwościach harmonicznych, przy czym to ostatnie będzie niezależnie od rzędu harmonicznej. Układ ten pozwala na spełnienie warunku  $a + b = 0$ .



Rys. 7. Układ generacyjny o sprzężeniu indukcyjnym i odsprężeniu za pomocą obwodu rezonansowego:

a. dla częstotliwości podstawowej, b. dla harmonicznych wysokiego rzędu.

### 3. 5. Częstotliwość układu.

W celu określenia funkcji  $\Psi_{(k\omega)}$  dla omawianego układu stosujemy wyniki rozważań teorii harmonicznych [5, 12]. Wychodząc z zamkniętego cyklu na charakterystyce  $i = f(u)$  układu pobudzającego (danej lampy generacyjnej), dla którego spełniony jest warunek

$$\oint u di = 0 \quad (41)$$

ustalamy następujące równanie dla generatora z lampą o siatce czynnej (pracującego bez prądu siatki):

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} k \left| \left( \hat{U}_{sk} + \frac{1}{K_a} \hat{U}_{ak} \right) \hat{I}_{ak} \right|_{ur} = 0. \quad (42)$$

We wzorach tych oznacza:  $u$  — napięcie zastępcze w powierzchni siatki lampy,  $i$  — prąd anodowy nieliniowej charakterystyki lampy,  $\hat{U}_{sk}$ ,  $\hat{U}_{ak}$  i  $\hat{I}_{ak}$  — symboliczne napięcia siatki, anody oraz symboliczny prąd anodowy o częstotliwości  $k\omega$ ;  $K_a$  jest tu współczynnikiem amplifikacji lampy.

Wyrażenie  $|_{ur}$  we wzorze (42) oznacza składową urojoną zespolonego iloczynu sprzężonych wielkości symbolicznych

$$(\hat{U}_{sk} + \frac{1}{K_a} \hat{U}_{ak}) \text{ oraz } \hat{I}_{ak}.$$

Wprowadzając podobnie jak w p. 2.1 oznaczenie

$$\beta = \frac{\hat{E}_{sk}}{\hat{U}_{ak} - \hat{U}'_{ak}} = \frac{M}{L} \quad (43)$$

napiszemy następujące równania napięć i prądów:

$$\hat{U}_{ak} = -\hat{I}_{ak} (\hat{Z}'_k + \hat{Z}_k) \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{sk} &= -\hat{I}_{sk} \hat{Z}'_k + \hat{E}_{sk} = -\hat{I}_{ak} \hat{Z}_k + \beta (\hat{U}_{ak} - \hat{U}'_{ak}) = \\ &= -\hat{I}_{ak} \hat{Z}'_k - \beta \hat{I}_{ak} \hat{Z}_k = -\hat{I}_{ak} (\hat{Z}'_k + \beta \hat{Z}_k). \end{aligned} \quad (45)$$

Napięcie określające przepływ prądu przez lampę jest więc

$$K_a \hat{U}_{sk} + \hat{U}_{ak} = -\hat{I}_{ak} [(K_a + 1) \hat{Z}'_k + (K_a \beta + 1) \hat{Z}_k]. \quad (46)$$

Wprowadzając zawartości harmonicznym prądowych

$$n_{ik} = \frac{I_{ak}}{I_{a1}} \quad (47)$$

i podstawiając wyrażenie (46) i (47) do (42) otrzymamy

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} k [(K_a + 1) \hat{Z}'_k + (K_a \beta + 1) \hat{Z}_k]_{ur} n_k^2 = 0. \quad (48)$$

Ponieważ wyrazy w nawiasach okrągłych są rzeczywiste, równanie (48) można napisać jako

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} k \{ (K_a + 1) |\hat{Z}'_k|_{ur} + (K_a \beta + 1) |\hat{Z}_k|_{ur} \} n_k^2 = 0. \quad (49)$$

Wydzielając stąd podstawową ( $k=1, n_1=1$ ), równanie (49) doprowadzimy do postaci

$$\begin{aligned} & (K_a + 1) |\hat{Z}'_1|_{ur} + (K_a \beta + 1) |\hat{Z}_1|_{ur} = \\ & = - \sum_{k=2}^{k=\infty} k \{ (K_a + 1) |\hat{Z}'_k|_{ur} + (K_a \beta + 1) |\hat{Z}_k|_{ur} \} n_k^2 \end{aligned} \quad (50)$$

Przyjmując, że dobroci cewek i kondensatorów dla częstotliwości generowanej

$$Q_L = \frac{\omega L}{r_L}; \quad Q_c = \frac{1}{\omega C r_c} \quad (51a, b)$$

$$Q'_L = \frac{\omega L'}{r'_L}; \quad Q'_c = \frac{1}{\omega C' r'_c} \quad (52a, b)$$

są bardzo duże w porównaniu z dobrociami całych obwodów oraz wprowadzając oznaczenia

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{L'C'} \quad (53)$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = v^2 \quad (54)$$

$$Q = \frac{R}{\omega L}; \quad Q' = \frac{R'}{\omega L'} \quad (55a, b)$$

wyrażenia na impedancje obwodów rezonansowych równoległych dla częstotliwości  $k\omega$  przedstawimy następująco:

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{k\omega} &= \frac{1}{\frac{1}{R} + jk\omega C - j\frac{1}{k\omega L}} = \frac{R}{1 + j\frac{R}{k\omega L}(k^2\omega^2 LC - 1)} = \\ &= \frac{R}{1 + j\frac{Q}{k}(k^2 v^2 - 1)}, \end{aligned} \quad (56)$$

skąd

$$|\hat{Z}_{k\omega}| = \frac{R \frac{Q}{k}(k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q^2}{k^2}(k^2 v^2 - 1)^2}; \quad (57)$$

podobnie otrzymamy

$$\left| \hat{Z}'_{k\omega} \right|_{ur} = \frac{R' \frac{Q'}{k}(k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q'^2}{k^2}(k^2 v^2 - 1)^2} \quad (58)$$

Dla podstawowej ( $k=1$ ) jest:

$$\hat{Z}_1|_{ur} = -\frac{RQ(v^2-1)}{1+Q^2(v^2-1)^2} \quad (59)$$

$$\hat{Z}'_1|_{ur} = -\frac{R'Q'(v^2-1)}{1+Q'^2(v^2-1)^2} \quad (60)$$

dla harmonicznych ( $k^2 \geq 4, v^2 \approx 1$ )

$$\hat{Z}_k|_{ur} = -\frac{kRQ(k^2-1)}{k^2+Q^2(k^2-1)^2} \quad (61)$$

$$\hat{Z}'_k|_{ur} = -\frac{kR'Q'(k^2-1)}{k^2+Q'^2(k^2-1)^2} \quad (62)$$

Po podstawieniu wyrażeń (59) ÷ (62), do (50) otrzymujemy

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{(K_a+1)R'Q'}{1+Q'^2(v^2-1)^2} + \frac{(K_a\beta+1)RQ}{1+Q^2(v^2-1)^2} \right] (v^2-1) = \\ & = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \left[ \frac{(K_a+1)R'Q'}{k^2+Q'^2(k^2-1)^2} + \frac{(K_a\beta+1)RQ}{k^2+Q^2(k^2-1)^2} \right] k^2(k^2-1) n_k^2 \quad (63) \end{aligned}$$

Prawa strona równania (63) jest wyrażeniem bardzo małym, tym mniej różniącym się od zera, im bliżej stanu granicznego odbywa się praca generatora; jest więc to wyrażenie poprawkowe, uwzględniające wpływ zawartości harmonicznych na częstotliwość generatora.

W stanie granicznym, gdy  $n_k|_2^\infty = 0$ , wyrażenie to staje się równe zeru a wówczas częstotliwość układu określa się z przyrównania lewej strony równania (63) do zera jako

$$v^2-1=0 \quad (64)$$

albo

$$\omega^2 = \omega_0^2. \quad (65)$$

Prawa strona równania (63) jako wyrażenia poprawkowego może być zatem uproszczona; wobec warunku  $Q^2 \gg 1$  i  $k^2 \geq 4$  można napisać

$$k^2+Q^2(k^2-1)^2 \approx Q^2(k^2-1)^2, \quad (66)$$

$$k^2+Q'^2(k^2-1)^2 \approx Q'^2(k^2-1)^2. \quad (67)$$



Ponadto dla stanu pracy bliskiego stanowi granicznemu jest  $\omega \approx \omega_0$  czyli  $v^2 \approx 1$ , a przeto

$$Q^2 (v^2 - 1) \ll 1, \quad (68)$$

$$Q'^2 (v^2 - 1) \ll 1. \quad (69)$$

Uwzględniając równania (66)÷(69) w wyrażeniu (63), napiszemy

$$v^2 - 1 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 = - \frac{(K_a + 1) \frac{R'}{Q} + (K_a \beta + 1) \frac{R}{Q}}{(K_a + 1) R' Q' + (K_a \beta + 1) R Q} \sum_{k=2}^{k=\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1} n_k^2. \quad (70)$$

Przekształcając prawą stronę równania (70) oraz mając na uwadze, że

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0^2} \approx \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0} = \frac{2\Delta\omega}{\omega}, \quad (71)$$

(przy wprowadzeniu oznaczenia na odchylenie częstotliwości

$$\omega - \omega_0 = \Delta\omega), \quad (72)$$

wyrażenie na zmianę częstotliwości przedstawimy ostatecznie jako:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{1}{Q Q'} \frac{(K_a + 1) R' Q + (K_a \beta + 1) R Q'}{(K_a + 1) R' Q' + (K_a \beta + 1) R Q} \sum_{k=2}^{k=\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1} n_k^2. \quad (73)$$

### 3. 6. Warunek niezależności częstotliwości od harmonicznych.

Wyrażenie (73) może spełnić warunki omówione w sposobie  $\Psi'_{(k^2)} = 0$ ; mianowicie

$$a + b = - \frac{1}{2} \frac{1}{Q Q'} \frac{(K_a + 1) R' Q + (K_a \beta + 1) R Q'}{(K_a + 1) R' Q' + (K_a \beta + 1) R Q} \quad (74)$$

może być uczynione równym zero, gdyż wobec  $\beta < 0$  można uzyskać

$$(K_a + 1) R' Q + (K_a \beta + 1) R Q' = 0 \quad (75)$$

przy czym mianownik wyrażenia (74) nie powinien być równy zero, tj.

$$(K_a + 1) R' Q' + (K_a \beta + 1) R Q \neq 0. \quad (76)$$

Z równania (75) znajdujemy

$$-\beta = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a + 1) \frac{R'Q}{RQ'} \right]. \quad (77)$$

Uwzględniając zależności

$$Q \approx \frac{R}{\omega_0 L} = R \omega_0 C \quad (78)$$

$$Q' \approx \frac{R'}{\omega_0 L'} = R' \omega C' \quad (79)$$

możemy napisać

$$-\beta = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a + 1) \frac{L'}{L} \right] = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a + 1) \frac{C}{C'} \right], \quad (80)$$

W przypadku gdy  $K_a \gg 1$ , wyrażenie (80) upraszcza się do postaci

$$-\beta \approx \frac{1}{K_a} + \frac{L'}{L} = \frac{1}{K_a} + \frac{C}{C'}. \quad (81)$$

Warunek (76) wymaga równocześnie, aby

$$|Q^2 - Q'^2| \neq 0. \quad (82)$$

Wynika stąd, iż dobroci obu obwodów powinny się między sobą dostatecznie różnić; odpowiada temu warunek

$$R' \ll R \frac{L'}{L}. \quad (83)$$

### 3. 7. Warunek amplitudy generatora.

Warunek amplitudy generatora dla stanu granicznego może być określony z równań:

$$U_{s_1} = -I_{a_1} (R' + R \beta), \quad (84)$$

$$I_{a_1} = \frac{K_a}{\varrho_a + R' + R} U_{s_1}, \quad (85)$$

gdzie  $\varrho_a$  jest opornością wewnętrzną lampy.

Z równań tych otrzymujemy dla stanu granicznego

$$1 + K_a \frac{R' + R \beta}{\varrho_a + R' + R} = 0 \quad (86)$$



skąd

$$(-\beta_0) \geq \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a + 1) \frac{R'}{R} + \frac{Q_a}{R} \right]. \quad (87)$$

Znak równości odpowiada stanowi granicznemu, znak większości odpowiada stanowi po za granicą powstania drgań.

Oznaczając

$$\beta = \alpha_0 \beta_0, \quad (88)$$

gdzie  $\alpha_0 \geq 1$  oznacza stopień odejścia układu od stanu granicznego, warunek (87) napiszemy jako

$$(-\beta) = \frac{\alpha_0}{K_a} \left[ 1 + (K_a + 1) \frac{R'}{R} + \frac{Q_a}{R} \right] \quad (89)$$

#### Przykład

Określić dane układu generacyjnego o wielkiej stałości częstotliwości z obwodem oscylacyjnym (głównym) o dobroci  $Q=20$  i oporności dynamicznej  $R=13 \text{ k}\Omega$  przy pracy niezbyt daleko od granicy powstawania drgań ( $\alpha_0 \approx 1,2$ ) Lampą generacyjną jest trioda EBC3 o parametrach:  $K_a=29 \text{ V/V}$ ,  $S_a=2 \text{ mA/V}$ ,  $Q_a=14,5 \text{ k}\Omega$ . Oporność dynamiczną obwodu pomocniczego (odsprzęgającego) przyjmujemy  $R'=0,3 \text{ k}\Omega \ll R=13 \text{ k}\Omega$ .

Ze wzoru (89) znajdujemy sprzężenie zwrotne niezbędne do otrzymania pracy po za granicą powstania drgań (przy stopniu odejścia  $\alpha_0 \approx 1,2$ ):

$$(-\beta) = \frac{1,2}{29} \left[ 1 + (29 + 1) \cdot \frac{0,2}{13} + \frac{14,5}{13} \right] \approx 0,1.$$

Z równania (80)

$$0,1 = \frac{1}{29} \left[ 1 + (29 + 1) \frac{L'}{L} \right]$$

otrzymujemy potrzebny do uzyskania wielkiej stałości częstotliwości stosunek indukcyjności (bądź pojemności)

$$\frac{L'}{L} = \frac{C}{C'} = 0,063.$$

Dobroć obwodu rezonansowego pomocniczego  $Q'$  znajdujemy z zależności

$$Q' : 20 = \frac{R'}{L'} : \frac{R}{L} = \left( \frac{L}{L'} \right) \cdot \left( \frac{R'}{R} \right)$$

jako

$$Q' = 20 \cdot \frac{1}{0,095} \cdot \frac{0,2}{13} = 3,2,$$

co spełnia warunek (83):

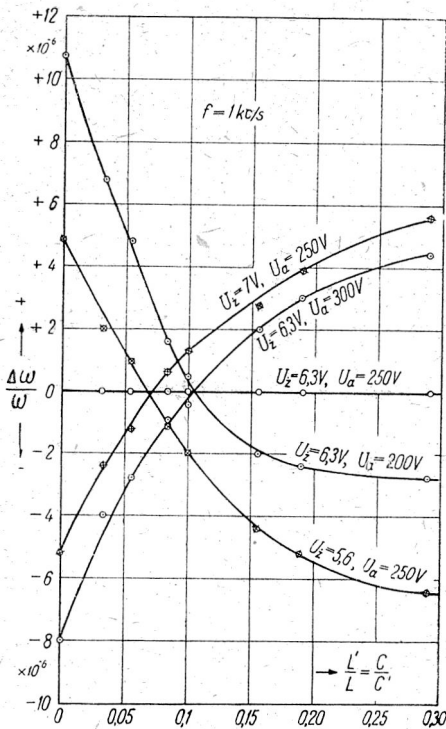
$$20^2 \gg 3,2^2.$$

### 3. 8. Sprawdzenie doświadczalne.

Sprawdzenie wyników rozważań teoretycznych, a zwłaszcza skuteczności spełnienia warunku (75), przeprowadzono zarówno dla częstotliwości małej (1 kc/s) jak i wielkiej (100 kc/s), stosując jako lampę generacyjną triodę EBC3 w układzie przedstawionym na rys. 6a.

#### 3. 8. 1. Układ małej częstotliwości.

Obwód rezonansowy główny posiadał następujące dane:  $f=1\text{kc/s}$ ,  $L=0,1\text{ H}$ ,  $C=254\ 500\ \text{pF}$ ,  $Q=20$ ,  $R=13\ \text{k}\Omega$ . Obwód rezonansowy pomocniczy o indukcyjności  $L'$  zmienianej kilkoma skokami



Rys. 8. Niestalość częstotliwości generatora o sprzężeniu zwrotnym dodatnim i ujemnym w zależności od stosunku indukcyjności obwodu odsprężającego  $L'$  do indukcyjności obwodu głównego  $L$  w zakresie częstotliwości małych.

zmienianej kilkoma skokami od wartości 4,5 mH do wartości 29 mH był każdorazowo dostrajany za pomocą pojemności  $C'$  do częstotliwości 1 kc/s. Oporność równoległa tego obwodu wynosiła  $R'=0,3\ \text{k}\Omega$  (dobroć  $Q'$  tego obwodu ulegała więc zmianie od 10 do ok. 1,5).

Sprężenie zwrotne między cewkami  $L$  i  $l$ , określające wartość  $(-\beta)$  wynosiło 0,1 i podczas pomiarów pozostawało stałe; odpowiadała temu (dla początkowego punktu pracy  $U_z=6,3\ \text{V}$ ,  $U_a=250\ \text{V}$ ) amplituda napięcia zmiennego na obwodzie drgań  $\bar{U} \approx 80\ \text{V}$ <sup>1)</sup>.

Napięcie zasilające zmieniano od początkowego punktu pracy  $U_z=6,3\ \text{V}$  i  $U_a=250\ \text{V}$  do wart.  $U_z'=5,6\ \text{V}$  i  $U_z''=7,0\ \text{V}$  oraz  $U_a'=200\ \text{V}$  i  $U_a''=300\ \text{V}$  i określano odpowiadające zmiany częstotliwości. Wyniki pomiarów przedstawione są na rys. 8.

<sup>1)</sup> Amplituda ta ze zmianą  $L'$  ulegała niewielkim zmianom.

Wyniki doświadczenia pokazują, że wpływ zmian napięcia żarzenia redukuje się do zera przy stosunku  $L' : L = 0,07$ , podczas gdy redukcja wpływu zmian napięcia anodowego występuje dla  $L' : L = 0,10$ . Ta rozbieżność daje się tłumaczyć głównie wpływem zmian pojemności międzyelektrodowych lampy (oraz ew. znacznego prądu siatki) zachodzących przy zmianach napięć zasilających.

Przeliczenie warunku (80) dla  $\beta = -0,1$ ,  $K_a = 29 \text{ V/V}$ , daje (jak w przykładzie 3.7):

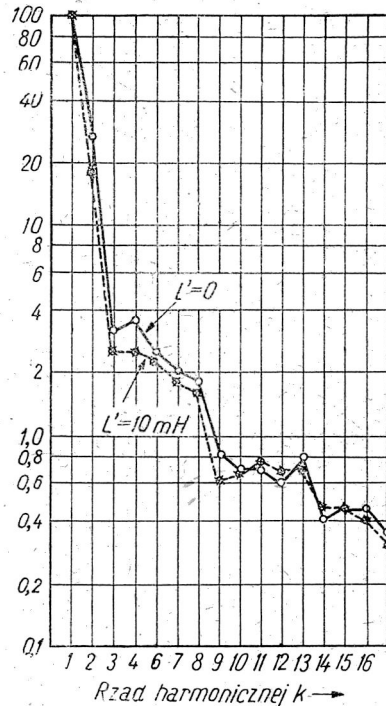
$$\frac{L'}{L} = -\frac{K_a \beta + 1}{K_a + 1} =$$

$$= -\frac{-29 \cdot 0,1 + 1}{29 + 1} = \frac{1,9}{30} = 0,063,$$

a więc wartość bliską, jaką otrzymuje się z doświadczenia dla zmian napięcia żarzenia.

Wykresy na rys. 9 przedstawiają widma harmonicznych (aż do 16-tej) prądu anodowego badanego układu przy napięciach znamionowych  $U_z = 6,3 \text{ V}$  i  $U_a = 250 \text{ V}$  dla  $L = 0$  (układ zwykły, bez odsprężenia) oraz dla  $L' = 10 \text{ mH}$ , tj. dla  $L' : L = 0,1$  (układ z kompensacją).

Jak widać, wprowadzenie tego rodzaju sprzężenia zwrotnego ujemnego nie wpływa na zmniejszenie widma harmonicznych; polepszenie stałości częstotliwości tłumaczy się tutaj — jak widzieliśmy — kompensacją wpływu harmonicznych poprzez siatkę czynną lampy.



Rys. 9. Widmo harmonicznych prądu anodowego w generatorze o sprzężeniu zwrotnym dodatnim (krzywa  $L' = 0$ ) oraz o sprzężeniu zwrotnym dodatnim i ujemnym (krzywa  $L' = 10 \text{ mH}$ ).

### 3. 8. 2. Układ wielkiej częstotliwości.

Obwód rezonansowy główny posiadał następujące dane:  $f = 100 \text{ kc/s}$ ,  $L = 0,58 \text{ mH}$ ,  $C \approx 4320 \text{ pF}$ ,  $Q \approx 60$ ,  $R = 20 \text{ k}\Omega$ . Obwód

rezonansowy pomocniczy o pojemności  $C'$  zmienianej w granicach od 20 000 pF do 100 000 pF był każdorazowo dostrajany wariometrem  $L'$  do częstotliwości 100 kc/s; oporność równoległa tego obwodu była  $R'=0,4$  k $\Omega$

(dobroć  $Q'$  ulegała zmianom od ok. 2,5 do 12,5).

Indukcyjność wzajemna  $M$  między cewkami  $L$  i  $l$  wynosiła  $|M|=0,075$  mH i podczas pomiarów pozostawała stała; indukcyjności tej odpowiadało

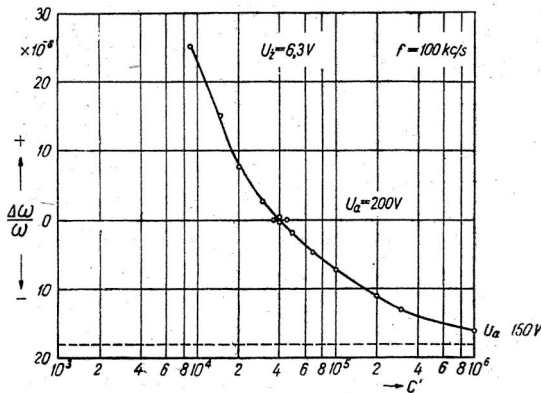
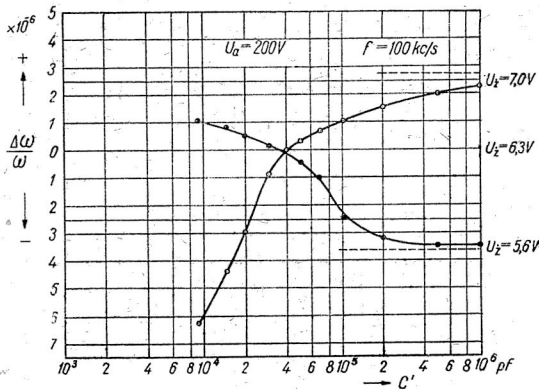
$$|\beta| = \frac{M}{L} = \frac{0,075}{0,58} \approx 0,13.$$

Napięcia zasilające zmieniano od początkowego punktu pracy  $U_z=6,3$  V i  $U_a=200$  V do wartości  $U_z=5,6$  V i  $U_z''=7,0$  V oraz  $U_a'=150$  V i określano odpowiadające im zmiany częstotliwości.

Wyniki pomiarów przedstawione są na rys. 10a i 10b. Wyniki te pokazują, że przy

pewnym stosunku  $\frac{C}{C'}$  za-

równo zmiany napięcia żarzenia jak i napięcia anodowego nie wywołują zmian częstotliwości. Warunek (80) daje tu stosunek pojemności



Rys. 10. Niestalność częstotliwości generatora o sprzężeniu zwrotnym dodatnim i ujemnym w zależności od pojemności  $C'$  obwodu odsprężającego w zakresie częstotliwości wielkich: a. wpływ zmian napięcia żarzenia, b. wpływ zmiany napięcia anodowego.

Linie przerywane są asymptotami, a więc podają wpływ zmian odpowiednich napięć w układzie bez odsprężenia.

$$\frac{C}{C'} = \frac{-29,0,13 + 1}{29 + 1} \approx 0,09;$$

odpowiada temu — przy  $C=4320$  pF — pojemność  $C' \approx 48\,000$  pF, a więc zgodnie z doświadczeniem, z którego otrzymujemy  $C' \approx 40\,000$  pF.

### WYKAZ LITERATURY

1. Asiejew B. P. Osnovy nielinieijnoy radiotiechniki — Moskwa, 1943.
2. Delyon G., Manière M. Oscillateur à fréquence stable pour equipments de télégraphie harmonique — Cables et Transmissions, t. 2, Nr 3, 1948.
3. Groszkowski J. The dynatron oscillator. The interdependence of its frequency variation and the content of harmonics — The Wireless Engineer, t. 9, Nr 107, 1932.
4. Groszkowski J. Oscylator dynatronowy — Wiadomości i Prace Inst. Radiotechn., t. 3, z. 6, 1931.
5. Groszkowski J. Zmiany częstotliwości a zawartość harmoniczných w układach oscylacyjnych — Przegl. Radiot., t. 10, z. 23/24, 1932 oraz t. 11, z. 1/2, 3/4, 1933.
6. Groszkowski J. The interdependence of the frequency variation and content of harmonics — Proc. I. R. E., t. 21, Nr 7, 1933.
7. Groszkowski J. Generatory stałej częstotliwości. Dynatron z samoczynną regulacją stanu granicznego — Przegl. Radiot., t. 11, z. 17/18, 1933, s. 101.
8. Groszkowski J. Generatory stałej częstotliwości Binoda jako dynatron z automatyczną regulacją stanu granicznego — Przegl. Radiot., t. 11, z. 17/18, 1933.
9. Groszkowski J. The constant frequency oscillators — Proc. I. R. E., t. 22, Nr 2, 1934, s. 145.
10. Groszkowski J. Stabilizacja częstotliwości za pomocą obwodu o stałych równomiernie rozłożonych — Kwartalnik Telekom., t. 1, z. 1, 1938, s. 1.
11. Groszkowski J. Otnoszenie między izmienieniami czastoty a sodierżaniem garmonik w kolebatielnych sistemach — Tiechn. Swiazi — Moskwa (pierew za okt. i noj. 1933).
12. Groszkowski J. Generacja i stabilizacja częstotliwości — Warszawa, 1947 (BWT) i 1951 (PWT).
13. Thomas H. A. Theory and design of valve oscillators — Londyn, 1944.
14. Zagajewski T. Analiza pracy generatorów samowzbudnych metodą współczynników nieliniowych — Prace Państw. Inst. Telekom., t. 2, Nr 3, 1951, s. 1.
15. Zagajewski T. Zakres stosowalności metody nieliniowej przy badaniach stałości częstotliwości generatorów samowzbudnych — Prace Państw. Inst. Telekom., t. 2, Nr 4, 1951, s. 7.



Я. ГРОШКОВСКИ

ГЕНЕРАТОРЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ  
ДАЮЩИЕ ВЫСОКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ЧАСТОТЫ

Резюме

Улучшение устойчивости частоты при помощи отрицательной обратной связи может быть получено двумя основными способами:

- а) уменьшая содержание гармонических составляющих,
- б) компенсируя реактивную мощность гармонических.

Первый способ в простейшей форме был осуществлен при помощи схемы представленной на рис. 1: это генератор с положительной индукционной обратной связью  $LMI$  и с отрицательной связью  $r$ . Можно доказать, что — благодаря применению отрицательной обратной связи — содержание гармоник уменьшается в отношении  $1:(1+S_a r)$ , в котором  $S_a$  равно крутизне характеристики анодного тока генераторной лампы.

Согласно разработанной автором теории гармоник [литерат.: 3, 6, 9, 12, 13] влияние содержания гармоник на частоту генератора пропорционально выражению

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k^2$$

(в котором  $\Psi_{(k^2)}$  является функцией ряда гармоники  $k$ .  $n_k$  — содержанием гармоники ряда  $k$ ,  $n_k = \frac{I_k}{I_1}$ ), и поэтому неустойчивость частоты уменьшается в отношении  $1:(1+S_a r)^2$ .

Возможность улучшения устойчивости частоты при увеличении  $r$  ограничена необходимостью одновременного увеличения обратной связи для сохранения постоянной амплитуды колебаний.

Диаграммы на рис. 3, полученные опытным путем, указывают улучшение устойчивости частоты  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  при увеличении сопротивления  $r$ .

Рис. 4 представляет уменьшение содержания гармоник при возрастании этого сопротивления.

Более точный анализ систем со смешанной, т. е. положительной и отрицательной обратной связью показывает, что применение специальных схем дает возможность получить полную независимость частоты от влияния содержания гармоник, при чем

условие идеальной стабилизации можно сделать независимым от ряда гармоник, следовательно оно может быть исполнено для каждого спектра гармоник.

Из нелинейной теории генерации может быть выведена основная связь между переменной частоты и спектром гармоник:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k^2 \quad (28)$$

В выражении этом  $\frac{\Delta \omega}{\omega}$  обозначает относительное отклонение генерированной частоты  $\omega$  от частоты  $\omega_1$ , которую генератор имел бы при критическом режиме работы;  $n_k$  — содержание гармоник частоты  $k\omega$  питающей резонансный контур;  $\Psi_{(k^2)}$  является функцией ряда гармоник  $k$ , линейных параметров генераторной системы  $L$ ,  $C$  и  $R$  и коэффициента усиления генераторной лампы  $K_a$ .

Как известно, функция эта, напр. в случае простой генераторной системы (динатрон или схема Мейснера), имеет простейший вид

$$\Psi_{(k^2)} = (k^2 - 1) \quad (30)$$

Для определения неустойчивости частоты в зависимости от условий питания принимаем, что содержание гармоник  $n_k$  является функцией некоторой величины  $v$  (напр. одного из питающих напряжений):

$$n_k = f(v) \quad (32)$$

Дифференцируя (28), мы получим

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta \omega}{\omega} \right) = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) \quad (33)$$

Условие устойчивости частоты ( $\omega = \text{const}$ ) дает

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) = 0 \quad (35)$$

Способ стабилизации б. — при компенсировке реактивной мощности гармоник — состоит в создании такой генераторной системы с отрицательной обратной связью, для которой функция  $\Psi_{(k^2)}$  может быть представлена в следующем виде:

$$\Psi_{(k^2)} = (a + b) \psi_{(k^2)}; \quad (36)$$

здесь  $a$  и  $b$  — величины, зависящие только от линейных параметров системы ( $L, C, K_a$ ), и независимые от ряда гармоники  $k$ ; напротив,  $\Psi_{(k^2)}$  является функцией только ряда гармоники. Если кроме того

$$ab < 0 \quad (37)$$

то для

$$a + b = 0 \quad (39)$$

может быть выполнено условие (33) независимо от существования спектра гармоник и от его перемен под влиянием перемен  $v$ .

Оказывается, что представленная на рис. 6 генераторная система с индукционной обратной связью и добавочной отрицательной обратной связью при помощи резонансного контура, выполняет вышесказанные условия. В этой системе вспомогательный резонансный контур  $L' C' R'$  настроен до генерированной частоты  $\omega$ , определенной главным генераторным контуром  $LCR$ . Доброта  $Q'$  и динамическое сопротивление  $R'$  вспомогательного контура — значительно меньше, чем соответствующие им величины  $Q$  и  $R$  главного контура.

Для определения функции  $\Psi_{(k^2)}$  для рассматриваемой системы применены результаты соображений теории гармоник. Исходя из замкнутого цикла на характеристике  $i = f(u)$  возбуждающей системы, для которой выполнено условие

$$\oint u di = 0 \quad (41)$$

устанавливается следующее уравнение для триодного генератора (работающего без сеточного тока):

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} k \left| \left( \hat{U}_{sk} + \frac{1}{K_a} \hat{U}_{ak} \right) \check{I}_{ak} \right|_{ur} = 0 \quad (42)$$

Символы формул (41) и (42) обозначают:  $u$  — действующее напряжение в поверхности контрольной сетки,  $i$  — анодный ток,  $\hat{U}_{sk}$ ,  $\hat{U}_{ak}$ ,  $\check{I}_{ak}$  — векторы сеточного напряжения, анодного напряжения и анодного тока частоты  $k\omega$ ;  $K_a$  — коэффициент усиления лампы. Выражение  $\left| \right|_{ur}$  обозначает реактивную составляющую комплексного произведения сопряженных векторных величин.

Определяя векторные уравнения напряжений (43, 44, 45, 46) для рассматриваемой генераторной системы, уравнение (42) мы сводим к уравнению



$$\sum_1^{\infty} k | (K_a + 1) \hat{Z}'_k + (K_a \beta + 1) \hat{Z}_k |_{ur} n_k^2 = 0 \quad (48)$$

Затем мы находим выражения  $\hat{Z}_k$  и  $\hat{Z}'_k$ , а также их реактивные составляющие

$$|\hat{Z}_k|_{ur} = - \frac{R \frac{Q}{k} (k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q^2}{k^2} (k^2 v^2 - 1)^2} \quad (57)$$

$$|\hat{Z}'_k|_{ur} = - \frac{R' \frac{Q'}{k} (k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q'^2}{k^2} (k^2 v^2 - 1)^2} \quad (58)$$

где

$$v^2 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \quad (54)$$

и

$$\beta = \frac{M}{L} \quad (43)$$

Для основной (первой гармоники  $k=1$ ), после введения некоторых упрощений получим

$$|\hat{Z}_1|_{ur} = - \frac{RQ(v^2-1)}{1+Q^2(v^2-1)^2} \approx -RQ(v^2-1), \quad (59)$$

$$|\hat{Z}'_1|_{ur} = - \frac{R'Q'(v^2-1)}{1+Q'^2(v^2-1)^2} \approx -R'Q'(v^2-1) \quad (60)$$

Для гармоник ( $k^2 \geq 4$ ,  $v^2 \approx 1$ ), также после упрощений (66, 67) получим

$$|\hat{Z}_k|_{ur} = - \frac{kRQ(k^2-1)}{k^2+Q^2(k^2-1)^2} \approx - \frac{R}{Q} \frac{k}{k^2-1} \quad (61)$$

$$|\hat{Z}'_k|_{ur} = - \frac{kR'Q'(k^2-1)}{k^2-Q'^2(k^2-1)^2} \approx - \frac{R'}{Q'} \frac{k}{k^2-1} \quad (63)$$

После подстановки этих выражений в (48) и имея ввиду, что согласно с преобразованием (71)

$$v^2 - 1 = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega} \quad (70,71)$$

получим

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \frac{1}{QQ'} \frac{(K_a+1)R'Q + (K_a\beta+1)RQ'}{(K_a+1)R'Q' + (K_a\beta+1)RQ} \sum_{k=2}^{k=\infty} \frac{k^2}{k^2-1} n_k^2 \quad (73)$$

Отсюда условие (39) примет вид:

$$(K_a+1)R'Q + (K_a\beta+1)RQ' = 0 \quad (75)$$

Уравнение (75) может быть удовлетворено, так как  $\beta < 0$ .

Из условия (75) получим соответствующие коэффициенты обратной связи в генераторе:

$$(-\beta) = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{L'}{L} \right] = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{C}{C'} \right] \quad (80)$$

С другой стороны та же обратная связь должна отвечать условию амплитуды:

$$(-\beta) = \frac{\alpha_0}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{R'}{R} + \frac{\varrho_a}{R} \right] \quad (87)$$

где  $\alpha_0 > 1$  обозначает степень отклонения от критического режима,  $\varrho_a$  внутреннее сопротивление лампы.

Правильность вышеприведенных соображений проверена опытным путем для частоты 1 кгц и 100 кгц. А именно, при постоянном коэффициенте обратной связи  $(-\beta)$  было определено влияние изменения питающих напряжений (напряжения накала  $U_z$  и анодного напряжения  $U_a$ ) на частоту  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  при различных величинах отношения  $L' : L$  или же  $C : C'$ .

Кривая зависимости неустойчивости частоты  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  как функции отношения  $\frac{L'}{L}$  (для  $f=1$  кгц) представлена на рис. 8.

Как видно, для  $L' : L = 0,07$  перемены напряжения накала в пределах  $U_z' = 5,6$  до  $U_z'' = 7$  в не влияют на частоту. Что касается перемен анодного напряжения (в пределах от  $U_a' = 200$  в до  $U_a'' = 300$  в), то влияние их исчезает при  $L' : L \approx 0,1$ . Несогласие это объясняется повидимому переменами междуэлектродных емкостей лампы, происходящими при переменах питающих напряжений. На рис. 10а и 10в представлена зависимость  $\frac{\Delta\omega}{\omega} = f(C')$  для частоты  $f=100$  кгц.

J. GROSZKOWSKI

## NEGATIVE FEEDBACK OSCILLATORS OF HIGH FREQUENCY STABILITY

## Summary

Improvement of frequency stability by means of negative feedback may be achieved by two following methods:

- a) reducing harmonic content and
- b) compensating imaginary power of harmonics.

The first method may be realized in the simplest way in the circuit shown in Fig. 1; this is an oscillator with positive inductive feedback  $LMI$  and with negative resistive feedback  $r$ . It may be proved, that owing to the applied negative feedback, harmonic content diminishes in the ratio  $1 : (+S_a r)$ , where  $S_a$  is the transconductance of the oscillator valve.

In accordance with the theory of interdependence of frequency stability and harmonic content, developed by the author [3, 6, 9, 12, 13], the influence of harmonic content upon the frequency generated by the oscillator is proportional to the expression

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k^2$$

(where  $\Psi_{(k^2)}$  is a function of the order of harmonic  $k$  and  $n_k$  is the amount of harmonic of the order  $k$ ,  $n_k = \frac{I_{k^2}}{I_1}$ ), hence frequency instability decreases in the ratio:  $1 : (1 + S_a r)^2$ .

The possibility of improving frequency stability by means of increasing  $r$  is limited by the necessity of simultaneous increasing of the positive feedback in order to maintain the constant amplitude of oscillations.

Experimentally obtained graphs, presented in Fig. 3, show rising frequency stability  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  with increasing resistance  $r$ . Fig. 4 shows diminishing of harmonic content with the increase of the above resistance.

More exact analysis of the circuit with mixed (i. e. positive and negative) feedback shows, that with some special circuits it is pos-

sible to obtain the complete independence of frequency from the influence of harmonic content; moreover the condition of ideal stability may be made independent of harmonic order, hence it may be fulfilled for any harmonic spectrum.

From the nonlinear theory of generation of electrical oscillations it results the fundamental relation between frequency change and harmonic spectrum

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k^2 \quad (28)$$

In the above expression  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  denotes relative drift of frequency  $\omega$  from frequency  $\omega_1$ , the latter being the frequency, which the oscillator would have had at the critical working conditions;  $n_k$  — content of harmonic of frequency  $k\omega$ , flowing into the resonant circuit;  $\Psi_{(k^2)}$  — function of the harmonic order  $k$ , of linear parameters of the resonant circuit  $L$ ,  $C$  and  $R$  and of amplification factor of the oscillator valve  $K_a$ . It is known, for instance, that in case of a simple generating circuit (such as dynatron or Meissner circuit) the above function has the simplest form

$$\Psi_{(k^2)} = (k^2 - 1) \quad (30)$$

In order to determine frequency instability as a function of the supply conditions we take, that the harmonic content  $n_k$  is a function of a certain quantity  $v$  (for instance one of supply voltages):

$$n_k = f(v) \quad (32)$$

Differentiating (28) we obtain

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega} \right) = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) \quad (33)$$

The condition of frequency stability ( $\omega = \text{const}$ ) gives

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \Psi_{(k^2)} n_k f'(v) = 0 \quad (35)$$

The method of frequency stabilizing, given under b, i. e. the stabilizing by compensating imaginary power of harmonics, consist

in evolving of such generating system with negative feedback, whose function  $\Psi_{(k^2)}$  may be expressed in the following form

$$\Psi_{(k^2)} = (a + b) \psi_{(k^2)}; \quad (36)$$

$a$  and  $b$  in this expression depend only on the linear parameters of the circuit ( $L, C, K_a$ ), being independent of the harmonic order  $k$ , whereas  $\psi_{(k^2)}$  is only a function of the harmonic order.

If moreover

$$ab < 0 \quad (37)$$

then for

$$a + b = 0 \quad (39)$$

the condition (35) may be fulfilled independently of the existence of harmonic spectrum and of its variations, caused by the changes of  $v$ .

It appears, that a generating system with inductive coupling and with additional negative feedback by means of a resonant circuit shown in Fig. 6) fulfills the above conditions. In that system the auxiliary resonant circuit (decoupling circuit)  $L' C' R'$  is tuned to the generated frequency  $\omega$ , determined by the main oscillatory circuit  $L C R$ . The values of magnification factor  $Q'$  and of dynamic resistance  $R'$  of the auxiliary resonant circuit are substantially smaller than corresponding values of  $Q$  and  $R$  of the main resonant circuit.

In order to determine the function  $\Psi_{(k^2)}$  for the oscillatory system in question, the results of the before mentioned author's theory have been applied. From a complete cycle on the characteristic  $i = f(u)$  of the driving system, for which the condition

$$\oint u di = 0 \quad (41)$$

is fulfilled, the following equation for an oscillator having a valve with control grid working without grid current, is evolved:

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} k \left| \left( \hat{U}_{sk} + \frac{1}{K_a} \hat{U}_{ak} \right) \check{I}_{ak} \right|_{ur} = 0. \quad (42)$$

In formulae (41) and (42)  $u$  denotes the equivalent voltage in the plane of the control grid;  $i$  — plate current;  $\hat{U}_{sk}$ ,  $\hat{U}_{ak}$  and  $\check{I}_{ak}$  — symbolic values of grid and plate voltages and symbolic value of plate

current of frequency  $k\omega$ ;  $K_a$  — amplification factor of the valve. The expression  $\left| \left( \hat{U}_{s_k} + \frac{1}{K_a} \hat{U}_{a_k} \right) \check{I}_{a_k} \right|_{ur}$  in the equation (42) denotes the imaginary component of the complex product of conjugate symbolic quantities.

Determining the symbolic equations of voltages (43, 44, 45 and 46) for the generating system in question, we transform (42) into the following form

$$\sum_1^{\infty} k | (K_a + 1) \hat{Z}'_k + (K_a \beta + 1) \hat{Z}_k |_{ur} n_k^2 = 0 \quad (48)$$

Next we determine  $\hat{Z}_k$  and  $\hat{Z}'_k$  along with their imaginary components

$$\left| \hat{Z}_k \right|_{ur} = - \frac{R \frac{Q}{k} (k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q}{k^2} (k^2 v^2 - 1)^2}, \quad (57)$$

$$\left| \hat{Z}'_k \right|_{ur} = - \frac{R' \frac{Q'}{k} (k^2 v^2 - 1)}{1 + \frac{Q'^2}{k^2} (k^2 v^2 - 1)^2} \quad (58)$$

where

$$v^2 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \quad (54)$$

and

$$\beta = \frac{M}{L} \quad (43)$$

For the fundamental frequency ( $k=1$ ) — after some simplifications — we obtain

$$\left| \hat{Z}_1 \right|_{ur} = - \frac{RQ(v^2 - 1)}{1 + Q^2(v^2 - 1)^2} \approx -RQ(v^2 - 1), \quad (59)$$

$$\left| \hat{Z}'_1 \right|_{ur} = - \frac{R'Q'(v^2 - 1)}{1 + Q'^2(v^2 - 1)^2} \approx -R'Q'(v^2 - 1). \quad (60)$$

For harmonic frequencies ( $k^2 \geq 4$ ;  $v^2 \approx 1$ ) — also after some simplifications (66, 67) — we obtain



$$|\hat{Z}_k|_{ur} = -\frac{kRQ(k^2-1)}{k^2+Q^2(k^2-1)^2} \approx -\frac{R}{Q} \frac{k}{k^2-1}, \quad (61)$$

$$|\hat{Z}'_k|_{ur} = -\frac{kR'Q'(k^2-1)}{k^2+Q'^2(k^2-1)^2} \approx -\frac{R'}{Q'} \frac{k}{k^2-1}. \quad (63)$$

Introducing the above formulae into (48) and remembering that in accordance with the transformation (71)

$$v^2 - 1 = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega}, \quad (70, 71)$$

we can write

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \frac{1}{Q} \frac{1}{Q'} \frac{(K_a+1)R'Q + (K_a\beta+1)RQ'}{(K_a+1)R'Q' + (K_a\beta+1)RQ} \sum_{k=2}^{k=\infty} \frac{k^2}{k^2-1} n_k^2. \quad (73)$$

It follows, that the condition (39) takes the form

$$(K_a+1)R'Q + (K_a\beta+1)RQ' = 0 \quad (75)$$

The latter equation may be satisfied, because  $\beta < 0$ .

From the condition (75) we obtain the corresponding feedback in the oscillator in question

$$(-\beta) = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{L'}{L} \right] = \frac{1}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{C'}{C} \right] \quad (80)$$

On the other hand the above feedback must fulfill the amplitude condition

$$(-\beta) = \frac{\alpha_0}{K_a} \left[ 1 + (K_a+1) \frac{R'}{R} + \frac{\rho_a}{R} \right] \quad (87)$$

where  $\alpha_0 \geq 1$  denotes the degree of departure from the critical state,  $\rho_a$  — the inner resistance of the valve.

The above considerations have been verified experimentally for 1 kc/s and 100 kc/s, by determining the influence of the variation of supply voltages (filament voltage  $U_z$  and plate voltage  $U_a$ ) on frequency instability  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  with constant feedback  $(-\beta)$  and for different  $\frac{L'}{L}$  and  $\frac{C'}{C}$  ratios.

In Fig. 8 instability of frequency  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  is plotted against the ratio

$\frac{L'}{L}$  (for  $f=1$  kc/s). It will be noted, that for  $\frac{L'}{L} = 0,07$ , the change of

filament voltage from  $U'_z=5,6$  V to  $U''_z=7$  V does not influence the frequency. As to the variations of plate voltage (from  $U'_a=200$  V to  $U''_a=300$  V), their influence disappears for  $\frac{L'}{L} \approx 0,1$ . This disagreement seems to be caused by changes in interelectrode capacitances of the valve, brought about by the changes of supply voltages. Fig. 10a and 10b give the graphical representation of the relation  $\frac{\Delta\omega}{\omega} = f(C')$  for the frequency  $f=100$  kc/s.

I. MALECKI

## Wpływ kształtu membrany na jej promieniowanie akustyczne

*Rękopis dostarczono 28. 8. 52*

Streszczenie. Zadaniem pracy jest określenie jaki kształt membrany zapewnia optimum promieniowania akustycznego. Na wstępie podano sposób subiektywnej oceny, dopuszczalnych wahań charakterystyki częstotliwości pola akustycznego, powstającego wokół drgającej membrany. Następnie porównano różne typy membran z wzorcową membraną płaską kołową.

Zbadano rachunkowo membrany tłokowe w kształcie płaskiej elipsy, pierścienia kołowego i stożka, oraz membrany kołowe zamocowane na obrzeżu i drgające synfazowo, bądź podzielone liniami węzłów. Stwierdzono, że bezpośredni wpływ kształtu membrany na rozkład pola akustycznego jest niewielki, decydujące znaczenie ma sposób rozkładu drgań na membranie. Węzły kołowe i radialne obniżają sprawność układu i pogarszają charakterystykę częstotliwości. Membrana pierścieniowa i membrana o zmiennym wykładniku rozkładu drgań posiadają lepsze właściwości akustyczne niż membrana okrągła, tłokowa.

### 1. ZAKRES ZAGADNIENIA

Literatura dotycząca drgań membran jest bardzo bogata, trudności powstające przy analizie tego zagadnienia prowadziły do licznych opracowań teoretycznych [9], [6], [4], uwieńczonych jednak tylko częściowymi rezultatami, gdyż drgania membran o kształtach bardziej złożonych nie można przedstawić przy pomocy dających się w sposób ogólny rozwiązać funkcji.

Celem niniejszego studium nie jest rozwijanie abstrakcyjnego rachunku membran, chodzi nam o znalezienie zależności matematycznych, które pozwolą stwierdzić jaki kształt membrany zapewnić będzie optimum promieniowania akustycznego. Sprawa ta ma zasadniczą wagę w elektroakustyce, jednak i dla innych dziedzin techniki (np. lotnictwo, walka z hałasem), nie jest pozbawiona znaczenia.

Zagadnienie promieniowania akustycznego membrany podzielić można na 3 działy, które jednak traktować należy we wzajemnym powiązaniu. Idąc wedle związku przyczynowego, można uszeregować następujące działy:

- a. badanie rodzajów drgań mechanicznych membrany,
- b. badanie rozkładu pola akustycznego w ośrodku otaczającym membranę,
- c. badanie efektów fizjologiczno-psychologicznych, wytwarzanych przez pole akustyczne drgającej membrany.

W naszych rozważaniach punktem wyjścia jest zagadnienie c., gdyż efekt słuchowy wyznacza wymagania jakie postawić należy parametrom fizykalnym promieniującej membrany, np. membrany głośnikowej. Trzeba przy tym pamiętać, że taka membrana stanowi przetwornik mechano-akustyczny, którego sprawność będzie miała duże znaczenie techniczne i gospodarcze, a więc musi być brana pod uwagę przy ocenie użyteczności urządzenia.

Dla uproszczenia rozważań badać będziemy jedynie stany ustalone układu drgającego oraz pominiemy zniekształcenia nieliniowe, powodowane na przykład zmianą podatności układu drgającego.

## 2. WRAŻENIA SŁUCHOWE

Warunkiem wiernego odtworzenia dźwięków nadawanych przez głośnik jest zachowanie stałej amplitudy ciśnienia akustycznego w miejscu gdzie znajduje się słuchacz, jeżeli siła działająca na membranę mając stałą amplitudę zmienia częstotliwość. Wymaganie to może być jednak spełnione tylko częściowo; to też ustalić należy jaka jest dozwolona tolerancja odchyień od idealnej charakterystyki częstotliwości.

Ogólnie można powiedzieć, że dopuszczalne są zmiany, których nie odczujemy słuchem, oraz zakłócenia mniejsze od tych jakie spowodowane są innymi elementami aparatury przenoszącej. Stwierdzono doświadczalnie [2], że w granicach od 100 c/s do 5000 c/s ucho rozróżnia zmiany intensywności dźwięku wynoszące około  $\frac{1}{3}$  dB. Dla wyższych, a zwłaszcza dla niższych tonów ten „próg rozróżniania“ jest większy i wynosi ok. 1,5 dB. Te właściwości ucha wyznaczają „tolerancję absolutną“, której nie ma potrzeby obniżać, nawet przy bardzo dużych wymaganiach stawianych urządzeniu akustycznemu.

W praktyce można jednak dopuścić większe odchylenia, tego rzędu jakie wykazuje część elektryczna aparatury elektroakustycznej. Odchylenia te dla urządzeń elektroakustycznych wysokiej jakości wynoszą  $\pm 1$  dB dla środkowego zakresu częstotliwości i ok.  $\pm 2$  dB dla częstotliwości niskich i wysokich.

Obok wartości bezwzględnej odchylenia, duży wpływ na subiektywne odczuwanie dźwięku ma przebieg charakterystyki częstotliwości. Jak wiadomo, przy pewnych częstotliwościach siły napędowej występują drgania rezonansowe mechanicznego układu ruchomego, powodujące wzrost natężenia dźwięku o pewnej wysokości.

Niewątpliwie pojedynczy rezonans wywoła zniekształcenie barwy dźwięku, a więc należy go unikać. Sprawa staje się bardziej skomplikowana, jeżeli charakterystyka ma przebieg „grzebieniowy” tj. wykazuje szereg blisko siebie położonych maksimów. Taki przebieg charakterystyki obserwujemy zarówno przy promieniowaniu membran jak i drganiach powietrza w obszarze zamkniętym [5]. Na przykład obszar o kształcie prostopadłościanu o bokach  $a$ ,  $b$ ,  $d$ , wykazuje częstotliwości rezonansowe, określone dobrze znanym z teorii wewnątrz wzorem

$$f_r = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{d^2}}, \quad (1)$$

gdzie

- $p, q, r$ , — dowolne liczby całkowite,  
 $c$  — prędkość rozchodzenia się dźwięku w ośrodku.

Łatwo obliczyć, że ilość częstotliwości rezonansowych w przedziale  $\Delta f$  rośnie z trzecią potęgą częstotliwości. Jeżeli różnice częstotliwości między sąsiednimi rezonansami wynoszą  $\Delta f_r$ , to przy  $\Delta f_r \rightarrow 0$ , nastąpi moment gdy ucho przestanie odczuwać „grzebieniowy” przebieg charakterystyki, tj. nie będzie zauważać poszczególnych maksimów.

Wynika to z mechanizmu przenoszenia podniet nerwowych w organie Cortiego i z właściwości źródeł dźwięku. Dźwięki instrumentów muzycznych i tym bardziej śpiewu nie mają zazwyczaj stałej wysokości, lecz wykazują pewną modulację częstotliwości. Przy użyciu aparatury o charakterystyce „grzebieniowej” modulacja częstotliwości daje wprawdzie przy odbiorze pewną modulację amplitudy, co jednak wyrównane zostaje bezwładnością ucha, które reaguje na średnią wartość natężenia dźwięku. Dalej instrumenty muzyczne nie wytwarzają przeważnie pojedynczego tonu sinusoidal-

nego, lecz „wiązkę tonów“ [3]. Jeżeli taka wiązka tonów ma szerokość  $\Delta f_t \gg \Delta f_r$ , nierównomierny przebieg charakterystyki częstotliwościowej nie wpływa na natężenie dźwięku.

Omówione zjawiska nie zostały dotychczas zbadane ilościowo, to też bez przeprowadzenia długotrwałych i żmudnych doświadczeń, trudno podać bliższe wartości na  $\Delta f_r$ . Na razie sygnalizujemy to zagadnienie, które wymagać będzie osobnego omówienia.

Oczywiście o wyrazistości wrażeń słuchowych decyduje nie tylko  $\Delta f_r$ , lecz i różnica natężeń dźwięku między maksimami i minimami krzywej grzebieniowej. Jeżeli tłumienie mechanicznego układu drgającego wynosi  $\delta$ , to natężenie dźwięku w przedziale między dwoma rezonansami o częstotliwościach  $f_n$  i  $f_{n+1}$  ma przebieg wynikający z nałożenia się krzywych rezonansowych

$$J = \frac{A_n f^2}{(f - f_n)^2 + 4 \delta^2 f^2} + \frac{A_{n+1} f^2}{(f - f_{n+1})^2 + 4 \delta^2 f^2} \quad (2)$$

Przyjmując  $f_{n+1} - f_n = \Delta f_r$  i  $A_n = A_{n+1}$  oraz uwzględniając, że  $\Delta f_r \ll f_n$  otrzymujemy dla  $f = f_n$

$$J_{\max} = \frac{A_n}{4} \left[ \frac{1}{\delta^2} + \frac{1}{\delta^2 + (\Delta f_r)^2} \right] \quad (3)$$

pośrodku między wierzchołkami krzywej, dla  $f = f_n + \frac{\Delta f_r}{2}$  natężenie dźwięku osiąga wartość zbliżoną do minimum

$$J_{\min} = \frac{2A_n}{4[\delta^2 + (\Delta f_r)^2]} \quad (3a)$$

zatem

$$\frac{J_{\max} - J_{\min}}{A_n} = \frac{1}{4 \delta^2} - \frac{1}{4[\delta^2 + (\Delta f_r)^2]} \quad (4)$$

Jak widać im mniejsze jest  $\Delta f_r$  i im większe tłumienie posiada układ mechaniczny, tym prawidłowsza będzie charakterystyka częstotliwościowa promieniowania. Moment ten uwzględnić należy w dalszym ciągu przy projektowaniu membran.

### 3. KRYTERIA OKREŚLAJĄCE WŁAŚCIWOŚCI AKUSTYCZNE MEMBRANY

Pełną charakterystykę akustyczną źródła dźwięku da wyznaczenie całkowitego rozkładu przestrzennego pola akustycznego dla sze-



regu częstotliwości. Rozkład ten może być zobrazowany rodziną krzywych określających charakterystykę kierunkową źródła, tj. ciśnienie akustyczne w funkcji kąta jaki tworzy promień łączący środek membrany „0” i punkt obserwacji „A” z osią membrany (rys. 1). Funkcja ta  $p(\Theta)$  zostaje zwykle wyznaczona dla punktów położonych w stałej odległości  $D$  od środka membrany.

Można również dla szeregu punktów obszaru wokół źródła wyznaczyć zależność między ciśnieniem akustycznym a częstotliwością, czyli krzywą  $p(f)$ .

Zwykle ograniczamy się do obliczenia wartości  $p(f)$  dla punktu leżącego w odległości jednostkowej (np. 1 m) od membrany w kierunku jej osi symetrii ( $\Theta=0$ ), oraz do wyznaczenia charakterystyk kierunkowych  $p(\Theta)$  dla dwóch lub trzech częstotliwości, celem ogólnego zorientowania się w rozkładzie przestrzennym pola.

Krzywe te nie dają nam jednak pojęcia o sprawności bądź mocy akustycznej źródła. Zamiast tych wielkości wygodniejsze rachunkowo jest obliczanie oporności promieniowania źródła  $R_p$ , moc akustyczną  $N$  wytworzoną przez źródło znajdujemy wtedy z równania

$$N = v_0^2 R_p = \frac{p_0^2}{Z_0^2} R_p \quad (5)$$

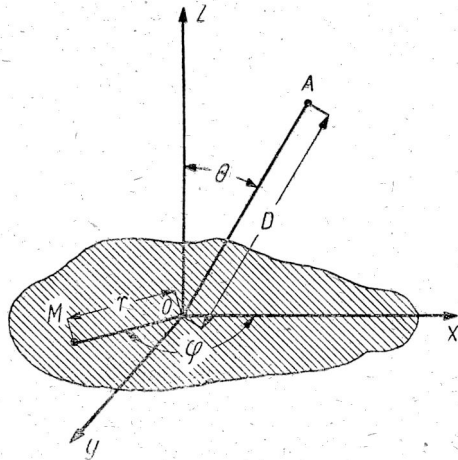
gdzie

$v_0$  — wartość skuteczna prędkości drgań powierzchni membrany w środkowym jej punkcie,

$p_0$  — wartość skuteczna ciśnienia akustycznego w tym punkcie,

$Z_0$  — falowa oporność akustyczna ośrodka.

Oporność promieniowania obliczamy z zależności (5), znając charakterystykę kierunkową źródła



Rys. 1. Schemat geometryczny układu promieniującego.

$$R_p = \frac{D^2}{Z_0 v_0^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} [p(\Theta, \varphi)]^2 \sin \Theta d\Theta \quad (6)$$

kąty  $\Theta$  i  $\varphi$  uwidocznione są na rys. 1. Całka  $(p)^2$  rozciągnięta na powierzchni półkuli o promieniu  $D$  jest w tym wzorze miarą strumienia energii akustycznej wytwarzanej przez membranę.

W dalszym ciągu w obliczeniach pomijając będziemy przesunięcie fazowe między ciśnieniem akustycznym i prędkością cząstkową, czyli wartość  $Z_0$  uważać będziemy jako rzeczywistą. Oznacza to, że rozpatrywać będziemy pole akustyczne w pewnej odległości  $D > D_0$  od źródła, w której przesunięcie fazowe jest bardzo małe. Przyjąć możemy  $D_0 = 5\lambda$ , przesunięcie fazowe dla tej odległości wynosi bowiem zaledwie  $1^\circ 50'$ . Założone uproszczenie nie ogranicza zatem praktycznie ogólności rozważań.

Zadaniem naszym jest zbadanie użytecznego promieniowania membrany z wyeliminowaniem wpływu obudowy i oddziaływania tylnej powierzchni membrany. Dlatego przyjmujemy milcząco, że membrana umieszczona jest w doskonale odbijającym i sztywnym, płaskim ekranie o znacznych wymiarach w porównaniu z długością fali.

#### 4. PROMIENIOWANIE OKRĄGŁEJ MEMBRANY TŁOKOWEJ

Chcąc porównać właściwości różnych projektowanych przez nas membran, pożyteczne będzie przyjąć pewien typ membrany jako wzorcowy i porównywać z nim właściwości innych membran. Jako membranę wzorcową wybierzemy okrągłą, płaską membranę tłokową. Promieniowanie takiej membrany da się przedstawić stosunkowo prostymi funkcjami matematycznymi, a jej kształt jest podstawą do projektowania bardziej złożonych układów drgających.

Promieniowanie okrągłej, tłokowej membrany o średnicy  $2a$  obliczamy z ogólnego wzoru na wypadkowe ciśnienie akustyczne wytwarzane przez układ drgający [7]

$$p = \frac{\rho}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_S \frac{\partial \Phi}{\partial n} \frac{e^{jkr}}{r} dS \right], \quad (7)$$

gdzie

- $\rho$  — gęstość ośrodka,  
 $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  — składowa potencjału akustycznego prostopadła do powierzchni membrany tłokowej,

$r$  — odległość punktu obserwacji od środka membrany,  
 $S$  — powierzchnia membrany,  
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ .

Promieniowanie membrany tłokowej było wielokrotnie obliczane różnymi metodami, to też ograniczymy się do podania końcowych wyników. Charakterystyka kierunkowa tej membrany w odległości  $D$  od jej środka ma postać

$$p = \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} \frac{J_1(ka \sin \Theta)}{ka \sin \Theta}, \quad (8)$$

gdzie

$J_1$  — funkcja Bessela 1 rzędu.

Charakterystyka częstotliwościowa w punkcie  $r=D, \Theta=0$

$$p = \frac{ka^3 Z_0 v_0}{2D}. \quad (9)$$

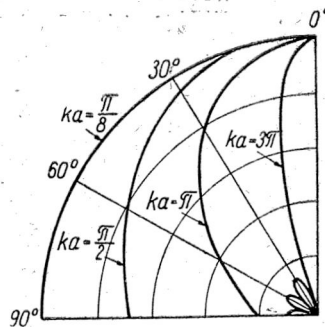
Współczynnik liczbowy wynika stąd, że  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1(x)}{x} = 0,5$ .

Oporność promieniowania membrany obliczona przy pomocy wzoru (6) wyniesie

$$R_p = \pi a^3 Z_0 \left[ 1 - \frac{2 J_1(2ka)}{2ka} \right]. \quad (10)$$

Przykład charakterystyk kierunkowych membrany podano na rys. 2.

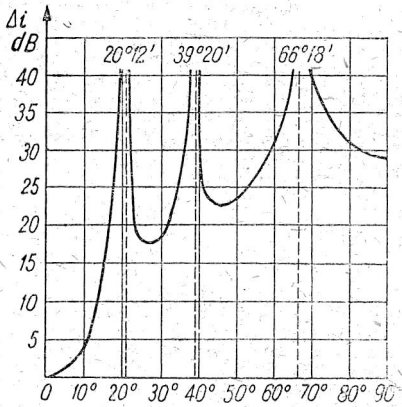
Nierównomierności charakterystyki częstotliwościowej są jak widać z wykresu (rys. 3) bardzo znaczne. Przy sporządzaniu tego wykresu założono membranę o średnicy 24 cm i przeliczono w skali logarytmicznej stosunek natężeń dźwięków dla częstotliwości 100 c/s i 5000 c/s. Dla kierunku  $\Theta=0^\circ$  przyjęto, że natężenia dźwięku przy obu częstotliwościach są równe. W rzeczywistości ugięcie fal dźwiękowych i odbicia od ścian pomieszczenia powodują zatarcie ostrości minimum promieniowania tak, że warunki akustyczne są znacznie korzystniejsze od teoretycznych.



Rys. 2. Charakterystyka kierunkowa membrany porównawczej.

O nierówności charakterystyki częstotliwościowej decyduje górna granica przenoszenia, gdyż dla dolnej granicy charakterystyka kierunkowa pozostaje niemal kołową. Dlatego im mniejsza membrana,

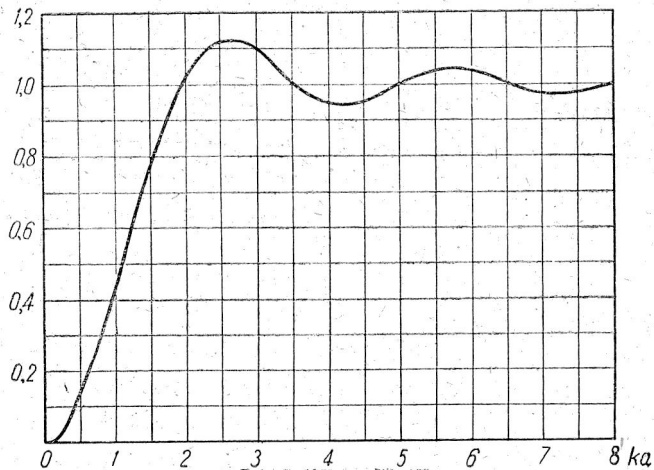
tym charakterystyka kierunkowa będzie bliższa optymalnej. Z podanej na rys. 4 zależności [1]  $R_p(ka)$  wynika jednak, że nie można iść w tym kierunku za daleko, gdyż moc promieniowana na niskich częstotliwościach przez zbyt małą membranę będzie niedostateczna.



Rys. 3. Poziomy względny natężenia dźwięku w funkcji kąta  $\theta$ .

Okrągła membrana tłokowa wcale nie jest idealnym źródłem promieniowania, to też przy konstrukcji membran o kształtach złożonych dążyć musimy do uzyskania lepszych wyników. Rozpatrzmy najbardziej charakterystyczne kształty membran tłokowych, to jest takich, których cała powierzchnia drga z jednakową amplitudą. Wystarczy przeanalizować następujące przypadki:

$$\left[ 1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right]$$



Rys. 4. Oporność promieniowania membrany porównawczej.

- a. membranę eliptyczną,
- b. membranę pierścieniową,
- c. membranę stożkową.

Następnie na przykładzie okrągłej, płaskiej membrany zbadamy wpływ sposobu drgań na charakterystykę promieniowania, mianowicie rozpatrzemy:

- a. membranę zamocowaną na obrzeżu i drgającą bez różnic fazowych na całej powierzchni,
- b. membranę, na której przy drganiach tworzą się węzły kołowe i promieniowe.

## 5. PROMIENIOWANIE MEMBRANY ELIPTYCZNEJ

Zbadamy zachowanie się płaskiej membrany tłokowej wyciętej w kształcie elipsy o półosiach  $a$  i  $b$ . Charakterystykę kierunkową promieniowania wyznaczmy posługując się wzorem (7). Ponieważ rozpatrujemy pole akustyczne w znacznej odległości od membrany, można przyjąć, że potencjał akustyczny pochodzący od różnych jej punktów jest stały; o wypadkowym potencjale decydują, w tym przypadku, przesunięcia fazowe. Z uwagi na to, że mamy do czynienia z membraną tłokową, spełniony jest warunek  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_0$ . Zatem

$$p = \frac{Z_0 v_0}{\lambda D} \int_s e^{jku} dS, \quad (11)$$

gdzie

$u$  — różnica dróg fal dźwiękowych przychodzących z różnych miejsc membrany.

Oznaczając kąty jakie tworzy promień kierunkowy, wyprowadzony ze środka membrany, z osiami współrzędnych prostokątnych przez  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Theta$  mamy

$$u = x \cos \alpha + y \cos \beta. \quad (12)$$

Aby sprowadzić rozumowanie do prostszego przypadku membrany kołowej, użyjemy [10] współrzędnych pomocniczych  $x_1 = \frac{x}{a}$  i  $y_1 = \frac{y}{b}$  wtedy

$$p = \frac{Z_0 v_0}{\lambda D} ab \int_{s_1} e^{jk(ax_1 \cos \alpha + by_1 \cos \beta)} dx_1 dy_1, \quad (13)$$



gdzie

$S_1$  — powierzchnia koła o promieniu jednostkowym.

Wprowadzimy współrzędne biegunowe  $\varphi, \Theta, r$  i oznaczmy

$$\psi = \arctg \frac{b \cos \beta}{a \cos \alpha} \quad \text{i} \quad l = \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta}$$

wykorzystując związki  $\cos \alpha = \cos \varphi \sin \Theta$ ;  $\cos \beta = \sin \varphi \sin \Theta$  możemy napisać

$$p = \frac{Z_0 \nu_0 ab}{\lambda D} \int_0^1 r dr \int_0^{2\pi} e^{jkl \cos(\varphi - \psi)} d\varphi. \quad (14)$$

Całkując to wyrażenie otrzymujemy

$$p = \frac{kabZ_0 \nu_0}{D} \frac{J_1(kl)}{kl}. \quad (15)$$

Jak było do przewidzenia charakterystyka kierunkowa membrany eliptycznej nie będzie bryłą obrotową, gdyż  $l$  jest funkcją  $\alpha$  i  $\beta$ . Dla przekroju przez większą oś elipsy, to jest dla promieni leżących w płaszczyźnie  $zx$ , spełnione są zależności

$$\alpha + \Theta = 90^\circ \quad \text{i} \quad \beta = 90^\circ$$

zatem

$$p = \frac{kabZ_0 \nu_0}{D} \frac{J_1(ka \sin \Theta)}{ka \sin \Theta}. \quad (16)$$

Wzór ten jest identyczny jak dla membrany okrągłej. Podobnie dla promieni w płaszczyźnie  $zy$ :

$$p = \frac{kabZ_0 \nu_0}{D} \frac{J_1(kb \sin \Theta)}{kb \sin \Theta} \quad (17)$$

dla płaszczyzny  $xy$

$$\alpha + \beta = 90^\circ; \quad \alpha = \varphi; \quad \Theta = 90^\circ$$

$$p = \frac{kabZ_0 \nu_0}{D} \frac{J_1(k \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi})}{k \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (18)$$

czyli w płaszczyźnie prostopadłej do osi przekrój charakterystyki kierunkowej jest elipsą.

Zbadamy jeszcze wpływ eliptycznego kształtu membrany na charakterystykę częstotliwościową. We wzorze (15) podstawiając



$\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=90^\circ$  otrzymujemy identyczne wyrażenie jak dla membrany kołowej. Wbrew więc utartemu pogładowi nie mamy tu do czynienia z wyrównaniem charakterystyki.

Trudniejsze będzie obliczenie oporności promieniowania membrany eliptycznej, którą określa się ze wzoru (6) podstawiając poprzednio wyznaczone wartości na  $p$ ,

$$R_p = k^3 a^2 b^3 Z_0 \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi \left[ \frac{J_1(kl)}{kl} \right]^2 \sin \Theta d\Theta \quad (19)$$

zmiana granic całkowania nie wpływa na wynik końcowy.

Ponieważ

$$\int_0^\pi \frac{J_1^2(kz \sin \Theta)}{\sin \Theta} d\Theta = 1 - \frac{2 J_1(2kz)}{2kz}$$

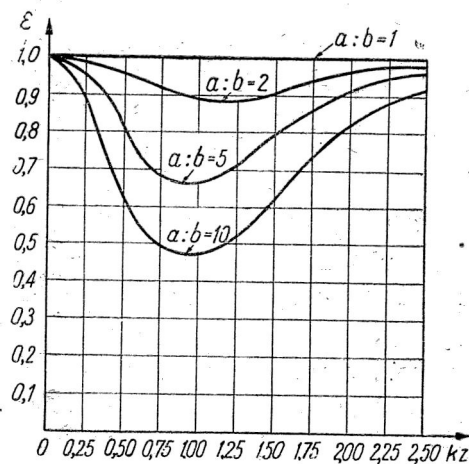
więc

$$R_p = a^2 b^3 Z_0 \int_0^\pi \frac{1}{z^2} \left[ 1 - \frac{2 J_1(2kz)}{2kz} \right] d\varphi, \quad (20)$$

gdzie

$$z = \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi - b^2 \sin^2 \varphi}.$$

Całkę tę można przedstawić w formie słabo zbieżnego szeregu, bardzo uciążliwego do przeliczenia, praktycznie lepiej jest zastosować całkowanie metodą graficzną [10]. Na rys. 5 przedstawiono stosunek wartości tej całki dla różnych  $a:b$  do wyrażenia  $\left[ 1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right]$  występującego przy membranie kołowej ( $a=b$ ). W zakresie niskich częstotliwości następuje obniżenie oporności promieniowania, uwydatniające się przy wzroście stosunku  $a:b$ .



Rys. 5. Zależność oporności promieniowania od kształtu membrany eliptycznej.

Z powyższych danych liczbowych wnioskujemy, że duże komplikacje technologiczne związane z wykonaniem membrany eliptycznej nie są zrównoważone zaletami jej promieniowania.

## 6. PROMIENIOWANIE MEMBRANY PIERŚCIENIOWEJ

Promieniowanie kołowej membrany pierścieniowej obliczymy odejmując od pola akustycznego pełnej membrany kołowej, promieniowanie wywołane działaniem membrany kołowej o średnicy równej otworowi membrany pierścieniowej.

Charakterystyka kierunkowa takiej membrany będzie więc stosownie do wzoru (8) miała kształt

$$p = \frac{kZ_0 v_0}{D} \left[ a_1^2 \frac{J_1(ka_1 \sin \Theta)}{ka_1 \sin \Theta} - a_2^2 \frac{J_1(ka_2 \sin \Theta)}{ka_2 \sin \Theta} \right] \quad (21)$$

charakterystyka częstotliwościowa dla kierunku  $\Theta = 0$

$$p = \frac{kZ_0 v_0}{2D} (a_1^2 - a_2^2). \quad (22)$$

Oporność promieniowania obliczamy ze wzoru (6) i (7) posługując się wyrażeniem (21):

$$R_p = \pi Z_0 \left\{ a_1^2 \left[ 1 - \frac{J_1(2ka_1)}{ka_1} \right] + a_2^2 \left[ 1 - \frac{J_1(2ka_2)}{ka_2} \right] \right\} - \\ - 2\pi k^2 a_1^2 a_2^2 Z_0 \int_0^\pi \frac{J_1(ka_1 \sin \Theta)}{ka_1 \sin \Theta} \frac{J_1(ka_2 \sin \Theta)}{ka_2 \sin \Theta} \sin \Theta d\Theta. \quad (23)$$

Porównajmy właściwości membrany okrągłej o promieniu  $a$ , z membraną pierścieniową mającą tę samą powierzchnię i promień zewnętrzny  $a_1$ . Promień wewnętrzny takiej membrany będzie  $a_2 = \sqrt{a_1^2 - a^2}$ . Widać od razu, że charakterystyka częstotliwościowa na osi membrany będzie identyczna jak dla membrany kołowej i niezależna od  $a_1$  gdzie ( $a_1 \gg a$ ). Charakterystyka kierunkowa będzie miała silniej zaznaczone maksima niż dla membrany kołowej. Na rys. 6 podano przykładowo porównawcze charakterystyki kierunkowe membrany kołowej ( $m$ ) i pierścienia o tej samej średnicy i znikomej szerokości ( $p$ ). Dla takiego pierścienia [13]

$$p = gJ_0(ka \sin \Theta) \quad (24)$$

gdzie  $g$  — współczynnik zależny od wymiarów membrany.

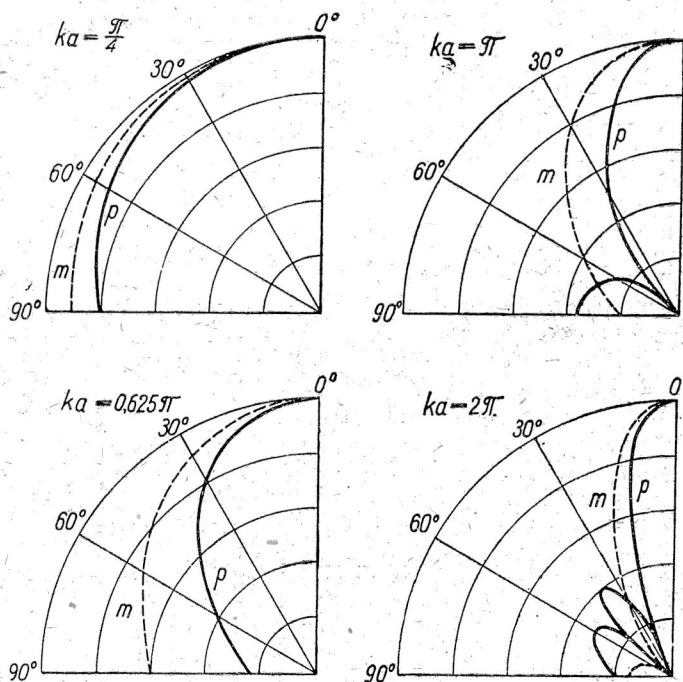
$g$  — współczynnik zależny od wymiarów membrany.

Oporność promieniowania obliczamy dla wypadku granicznego gdy  $a_1 \gg a$ , wtedy  $J_1(ka_1) \cong J_1(ka_2)$  w przybliżeniu można napisać

$$R_p^1 = \pi Z_0 (a_1 - a_2)^2 \left[ 1 - \frac{J_1(2ka_1)}{ka_1} \right] \quad (25)$$

gdy oporność promieniowania porównawczej membrany kołowej wynosi

$$R_p = \pi Z_0 (a_1^2 - a_2^2) \left[ 1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right]. \quad (25a)$$



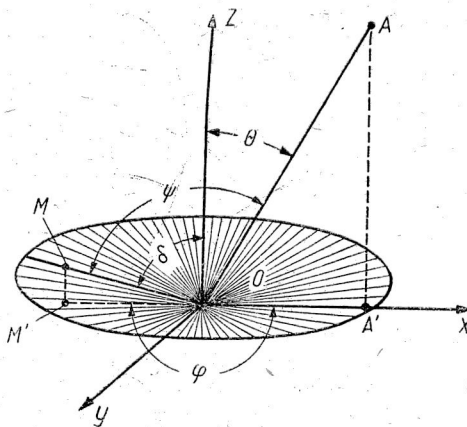
Rys. 6. Promieniowanie pierścienia w porównaniu z membraną kołową.

Ponieważ  $a_1 \cong a_2$ , przejście z membrany kołowej na pierścieniową o danej powierzchni nie ma w tych warunkach wpływu na argument oporności promieniowania. Zmieni się natomiast przebieg  $R_p$  w funkcji częstotliwości, zamiast parametru  $ka$  wystąpi bowiem wielkość  $ka_1$ : ponieważ  $a_1 \gg a$ , więc przy użyciu membrany pierścieniowej współczynnik  $1 - \frac{J_1(2kz)}{kz}$  jest bliski jedności i praktycznie stały. Wynika stąd zaleta stosowania membran pierścienio-

wych, polegająca na tym, że oporność promieniowania jest w szerszym zakresie częstotliwości (niższa dolna granica) stała, niż to ma miejsce przy membranie kołowej. Wadą natomiast membrany pierścieniowej są komplikacje konstrukcyjne przy wykonaniu mechanizmu napędowego.

## 7. MEMBRANA STOŻKOWA TŁOKOWA

Najczęściej w głośnikach używa się membran mających kształt zbliżony do stożka lub tuby wykładniczej o dużej rozwartości. Roz-



Rys. 7. Parametry geometryczne membrany stożkowej.

patrzymy najprostszemu przypadkowi membrany stożkowej. Kąt rozwartości stożka wynosi  $\delta$ .

Jak poprzednio posługujemy się wzorem (11). Charakterystyka kierunkowa promieniowania membrany będzie oczywiście bryłą obrotową. Z zależności geometrycznych wyznaczamy wielkość  $u$  we wzorze (11).

Ustawimy osie współrzędnych w ten sposób (rys. 7), że punkt pomiaru  $A$  leży w płaszczyźnie  $xz$ , wtedy

promień kierunkowy tworzy z osiami współrzędnych kąty:

$$\alpha_1 = 90^\circ - \theta; \quad \beta_1 = 90^\circ; \quad \gamma_1 = \theta.$$

Prosta  $OM$  leżąca na powierzchni membrany i przechodząca przez jej środek tworzy z osiami współrzędnych kąty

$$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$$

dla których obowiązują zależności

$$\cos \alpha_2 = \cos \varphi \sin \delta; \quad \cos \beta_2 = \sin \varphi \sin \delta; \quad \gamma_2 = \delta.$$

Możemy stąd wyznaczyć kąt  $\psi$  jaki tworzy promień kierunkowy z prostą na powierzchni membrany

$$\cos \psi = \sin \delta \sin \theta \cos \varphi + \cos \delta \cos \theta. \quad (26)$$

Stąd wielkość  $u$  we wzorze (11)

$$u = \frac{r \cos \psi}{\sin \delta} = r (\sin \Theta \cos \varphi + \cos \Theta \operatorname{ctg} \delta) . \quad (27)$$

Podstawiając tę wartość do wzoru (11) otrzymujemy

$$p = \frac{Z_0 v_0}{\lambda D} \int_0^a r dr \int_0^{2\pi} e^{jkr(\sin \Theta \cos \varphi + \cos \Theta \operatorname{ctg} \delta)} d\varphi \quad (28)$$

stąd po przeprowadzeniu pierwszego całkowania

$$p = \frac{Z_0 v_0}{D} \int_0^a k r e^{jkr \operatorname{ctg} \delta \cos \Theta} J_0(kr \sin \Theta) dr . \quad (29)$$

Celem porównania rozkładu pola wokół tego typu membrany z polem wytwarzanym przez membranę kołową, płaską, rozłożymy wyraz wykładniczy na szereg

$$e^x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^m}{m!} . \quad (30)$$

Uwzględniając fakt, że zwykle  $\operatorname{ctg} \delta \cong 0$ , wystarczy wziąć pod uwagę np. 3 pierwsze wyrazy szeregu. Wówczas oznaczając  $z = kr \sin \Theta$  i  $y = ka \sin \Theta$  mamy

$$p = \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} \frac{J_1(y)}{y} + \frac{Z_0 v_0}{Dk \sin^2 \Theta} \operatorname{ctg} \delta \operatorname{ctg} \Theta \int_0^y z^2 J_0(z) dz + \\ + \frac{Z_0 v_0}{Dk \sin^2 \Theta} \operatorname{ctg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \Theta \int_0^y z^3 J_0(z) dz + \dots \quad (31)$$

Rozwiązanie liczbowe otrzymamy przy użyciu związku [12]

$$\int_0^y z^{n+1} J_0(z) dz = -n^2 \int_0^y z^{n-1} J_0(z) dz + y^{n+1} J_1(y) + ny^n J_0(y) . \quad (32)$$

Na podstawie wzoru (31) wnioskujemy, że kąt rozwarcia stożka przy  $\delta$  bliskim  $90^\circ$  ma mały wpływ na promieniowanie membrany; o wyborze  $\delta$  będą więc decydować nie warunki promieniowania, lecz wpływ tego parametru na rozkład drgań na powierzchni membrany.



## 8. MEMBRANA DRGAJĄCA SYNFAZOWO, ZAMOCOWANA NA OBRZEŻU

Ten typ membrany promieniującej był badany teoretycznie przez wielu autorów, ograniczamy się więc zatem do przeanalizowania końcowych wyników i ustalenia wzorów pozwalających na porównanie tej membrany z membraną tłokową.

Sposób drgań membrany zamocowanej na obrzeżu zależy od sztywności membrany (ściśle mówiąc płytki) i od sposobu jej zamocowania. Ogólnie biorąc amplituda drgań membrany zmieniać się będzie według funkcji

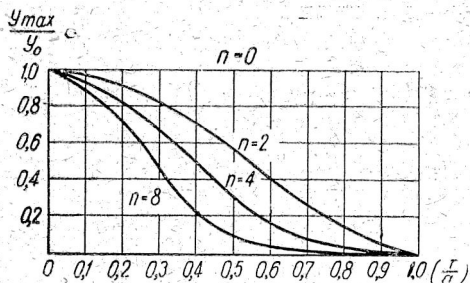
$$y_{\max} = y_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^n \quad (33)$$

gdzie

$r$  — promień koła, na którym rozpatrujemy drgania,

$a$  — promień membrany.

Przebieg funkcji  $y_{\max}$  podano na rys. 8.



Rys. 8. Amplituda drgań membrany umocowanej na obrzeżu.

W przeciwieństwie do poprzednich przypadków  $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  nie będzie tutaj wielkością stałą, obliczyć więc należy ciśnienie akustyczne na podstawie wzoru (7) jak następuje:

$$p = \frac{Z_0 v_0}{\lambda D} \int_0^a r \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^n dr \int_0^{2\pi} e^{jkr \sin \Theta \sin \varphi} d\varphi \quad (34)$$

Rozwiązując drugą całkę otrzymujemy [10]

$$p = \frac{2\pi Z_0 v_0}{\lambda D} \int_0^a r \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^n J_0(kr \sin \Theta) dr \quad (35)$$

oznaczając  $\cos \vartheta = \frac{r}{a}$  i  $z = ka \sin \Theta$  [8]

$$p = \frac{2\pi Z_0 v_0 a^2}{\lambda D} \int_0^{\pi/2} (\sin \vartheta)^{2n+1} \cos \vartheta J_0(z \cos \vartheta) d\vartheta \quad (36)$$



stąd

$$p = \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} 2^n (n+1)! \left[ \frac{J_{n+1}(ka \sin \Theta)}{(ka \sin \Theta)^{n+1}} \right] \quad (37)$$

Posługując się tym rozumowaniem można wyznaczyć ciśnienie akustyczne pochodzące od membrany drgającej synfazowo w dowolny sposób, lecz symetrycznie względem środka membrany. Rozkład potencjału prędkości na membranie można bowiem wyrazić szeregiem

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = b_0 + b_1 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) + \dots + b_m \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^m \quad (38)$$

a ciśnienie akustyczne wypadnie odpowiednio

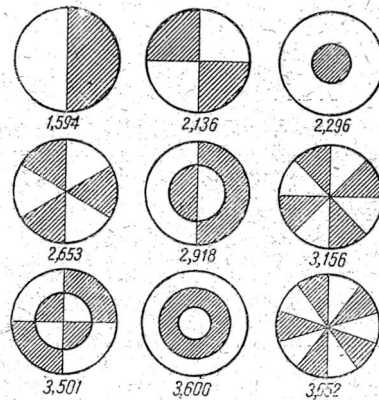
$$p = \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} \sum_{m=0}^{m=n} b_m 2^m (m+1)! \left[ \frac{J_{m+1}(ka \sin \Theta)}{(ka \sin \Theta)^{m+1}} \right] \quad (39)$$

Porównawczy przebieg krzywych charakterystyki kierunkowej pokazano na rys. 9. Widzimy, że im większy jest wykładnik  $n$ , tym bardziej zbliżamy się do charakterystyki kierunkowej membrany o małych wymiarach w porównaniu z długością fali, jest to zrozumiałe, gdyż wówczas drga tylko środkowa część membrany. Membrana zachowuje się zatem jak membrana tłokowa o małej średnicy.

Zjawisko to nie pozostaje oczywiście bez wpływu na oporność promieniowania, którą wyznaczymy ze wzoru (6), posługując się wzorem (37):

$$R_p = 2^{2n} \pi [(n+1)!]^2 a^2 Z_0 \int_0^\pi \frac{J_{n+1}^2(ka \sin \Theta)}{(ka \sin \Theta)^{2n+1}} d\Theta \quad (40)$$

Całka ta nie daje się rozwiązać w sposób ogólny. Jeżeli  $n=0$  otrzymujemy równanie membrany kołowej, tłokowej (10). Przy  $n \geq 1$  oporność promieniowania można przedstawić w przybliżeniu wzorem



Rys. 9. Charakterystyka kierunkowa membrany przy różnych wykładnikach  $n$ .

$$R_p = \pi w^2 Z_0 \left[ 1 - \frac{J_1(2kw)}{kw} \right] \quad (41)$$

gdzie  $w$  jest średnicą tłokowej okrągłej membrany zastępczej, która dawałaby dla danej częstotliwości taką charakterystykę kierunkową jak rozpatrywana membrana. Szczególnie interesujące jest zachowanie się tej membrany przy bardzo niskich częstotliwościach gdy  $ka \cong 0$  i można przyjąć uproszczenie  $J_n(z) = \frac{z^n}{2^n n!}$  wówczas

$$R_p = \frac{\pi a^2}{2} Z_0 (ka)^2 \quad (41a)$$

czyli przy wzroście  $n$  — charakterystyka promieniowania dla niskich częstotliwości staje się niezależna od  $n$ .

Wynika stąd, że jeśli potrafimy skonstruować membranę, której wykładnik drgań  $n$  będzie wzrastał z częstotliwością, uzyskamy równanie charakterystyki kierunkowej i mocy promieniowania.

## 9. MEMBRANA PŁASKA PODZIELONA LINIAMI WĘZŁÓW

Nie będziemy się tutaj wdawać w od dawna znaną teorię drgania membrany zamocowanej na obwodzie. Jak wiemy, na takiej membranie powstaną linie węzłów, których położenie zmienia się zależnie od częstotliwości siły napędowej.

Rozpatrzmy najprostszy przypadek drgań membrany kołowej płaskiej zamocowanej na obrzeżu. Równanie ruchu takiej membrany wyrażone we współrzędnych biegunowych będzie

$$\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} + k^2 y = 0. \quad (42)$$

Warunek brzegowy: dla  $r=a$ ,  $y=0$ . Równanie powyższe powinno być spełnione dla każdego dopuszczalnego przebiegu przestrzennego funkcji  $y$ , zatem przy rozkładzie tej funkcji na szereg sinusoidalny, każdy z wyrazów szeregu powinien spełniać zadany warunek brzegowy. Prowadzi to do grupy równań typu

$$\frac{\partial^2 y_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y_n}{\partial r} + \left( k_n^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) y_n = 0. \quad (43)$$

Rozwiązanie tego równania jest jak wiadomo funkcją Bessela  $n$ -rzędu i ma ogólną postać

$$y_n = b_n \cos n \varphi J_n(k_n r) \quad (44)$$

gdzie

$b_n$  — współczynnik stały,

$J_n(k_m r)$  — funkcja Bessela  $n$ -rzędu spełniająca równanie

$$J_n(k_m a) = 0,$$

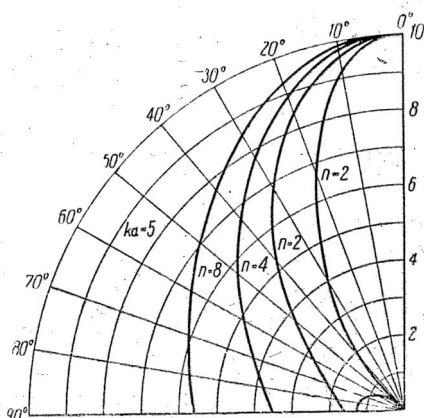
$k_m$  — jest pierwiastkiem równania  $J_n(ka) = 0$ .

Na rys. 10 zestawiono rozkład linii węzłów dla różnych częstotliwości siły napędowej. Liczby oznaczają stosunek danej częstotliwości do częstotliwości pierwszego rezonansu.

W ogólnym przypadku rozkład drgań membrany będzie wyznaczony sumą szeregu funkcji (44). Wystarczy zatem obliczyć dla pewnego rozkładu drgań, określonego zależnością (44), charakterystykę promieniowania, aby przy bardziej złożonych drganiach przez superpozycję otrzymać potrzebne wyniki.

Współczynnik  $n$  zawarty w funkcji (44) określa liczbę promieniowych linii węzłowych, a liczba pierwiastków równania  $J_n(ka) = 0$ , odpowiada liczbie kołowych linii węzłowych. Wówczas gdy liczba promieniowych linii węzłowych na membranie jest parzysta, następuje dodawanie się fal pochodzących od położonych naprzeciw siebie miejsc  $M_1$  i  $M_2$  membrany, odległych o  $r$  od jej środka. Pamiętając, że  $\cos \vartheta = \frac{1}{2}(e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta})$ , różnicę faz między falami docierającymi od tych miejsc do punktu obserwacji wyrazimy w postaci  $\cos(kr \sin \psi)$ , gdzie  $\psi$  kąt między promieniem kierunkowym a prostą łączącą punkty  $M_1$  i  $M_2$ . Można teraz, opierając się na wzorach (11) i (44), określić ciśnienie akustyczne dla rozkładu  $(n, m)$  drgań membrany, jeżeli  $n$  jest liczbą parzystą:

$$p_n = \frac{b_n Z_0 v_0}{\lambda D} \int_0^a r dr \int_0^\pi J_n(k_m r) \cos n \varphi \cos(kr \sin \psi) d \varphi. \quad (45)$$



Rys. 10. Rozkład linii węzłów na membranie okrągłej.

Równanie to w podobnej postaci rozwiązane przez Strutta [11] daje wyrażenie

$$p_n'' = b_n \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} \left[ \frac{k_m a J_{n-1}(k_m a) J_n(ka \sin \theta)}{k_m^2 a^2 - (ka \sin \theta)^2} \right] \cos n \varphi. \quad (46)$$

Przy nieparzystej liczbie węzłów promieniowych, położone naprzeciw siebie punkty membrany drgają z przeciwnymi fazami, wobec czego we wzorze (45) zamiast wyrazu  $\cos(kr \sin \theta)$ , wystąpi czynnik  $\sin(kr \sin \theta)$  a ciśnienie akustyczne wyniesie odpowiednio

$$p_n' = b_n \frac{ka^2 Z_0 v_0}{D} \left[ \frac{k_m a J_{n-1}(k_m a) J_n(ka \sin \theta)}{k_m^2 a^2 - (ka \sin \theta)^2} \right] \sin n \varphi. \quad (47)$$

Dla  $n \neq 0$  bryła promieniowania nie jest obrotowa, lecz wykazuje szereg maksimów. Kształt każdego z nich zależy od  $k_m a$ , czyli od węzłów kołowych, im większa jest liczba tych węzłów, tym wiązka promieniowania staje się bardziej skupiona.

Ponieważ liczba pierwiastków równania  $J(ka) = 0$  wzrasta z częstotliwością, przebieg charakterystyki dla miejsc położonych z boku od osi symetrii membrany będzie silniej opadający na wysokich częstotliwościach niż przy membranie tłokowej. Zjawisko to odbija się niekorzystnie na jakości dźwięków przekazywanych przez membranę podzieloną liniami węzłów.

Oporność promieniowania rozpatrywanej membrany określimy ze wzorów (6) i (46) bądź (47)

$$R_{pn} = 2 \pi b_n^2 Z_0 k^2 k_m^2 a^2 J_{n-1}^2(k_m a) \int_0^{\pi/2} \frac{J_n^2(ka \sin \theta)}{[k_m^2 - (k \sin \theta)^2]^2} \sin \theta d\theta. \quad (48)$$

Całkę tę obliczamy dla przypadku  $ka \cong 0$  tzn. określimy promieniowanie membrany dla niskich częstotliwości. Można tutaj przyjąć

$$J_n(ka \sin \theta) \cong \frac{(ka \sin \theta)^n}{2^n n!} \text{ oraz } (k_m a)^2 \gg (ka \sin \theta)^2$$

zatem

$$R_{pn} = \frac{\pi b_n^2 a^3 k^2 Z_0}{2^{2n-1} (n!)^2 k_m^2} J_{n-1}^2(k_m a) \int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1} \theta d\theta. \quad (49)$$



Całka ta równa się  $2^{2n} B(n+1, n+1)$  ( $B$  całka Eulera pierwszego rodzaju). Wartość liczbową znajdujemy z tablic lub też przez rachowanie odpowiedniego szeregu [8], mianowicie robiąc podstawienie  $\cos \theta = z$ , otrzymujemy

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1} \theta d\theta = \sum_{q=0}^n (-1)^q \binom{n}{q} \frac{1}{2q+1}. \quad (50)$$

Oporność promieniowania maleje ze wzrostem ilości linii węzłowych, czyli moc oddawana przez membranę jest znacznie mniejsza niż przy membranie tłokowej. Na przykład przy  $n=1, m=0$ , oporność promieniowania wynosi 0,167 w porównaniu z membraną tłokową, przy  $n=0, m=1$  stosunek ten równa się 0,0465, przy  $n=2, m=0$  wynosi 0,0069. Jak widać węzły nie tylko pogarszają charakterystykę kierunkową, lecz również bardzo znacznie obniżają sprawność promieniowania. Jedynie wówczas gdy interesuje nas tylko promieniowanie w wąskim kącie bryłowym (dla  $\theta$  bliskich zeru), zwiększenie kierunkowości układu może wyrównać spadek sprawności. Efekt ten byłby do wykorzystania w głośnikach ultrakierunkowych. Sprawa wymaga oddzielnego opracowania.

## 10. METODA PROJEKTOWANIA MEMBRAN

Z przeanalizowanych wyżej właściwości membran tłokowych wynika, że zmiany kształtu membrany tego typu bezpośrednio mało wpływają na rozkład i natężenie pola akustycznego wokół membrany. Polepszenie charakterystyki kierunkowej wywołane zastosowaniem membran o kształtach odbiegających od kołowego jest zazwyczaj niewspółmierne z trudnościami technologicznymi przy produkcji tego rodzaju membran. Jedynie membrany pięścieniowe i membrany o zmiennym wykładniku funkcji rozkładu drgań, z uwagi na dobrą charakterystykę częstotliwości, mogą być użyte z korzyścią w urządzeniach elektroakustycznych, zwłaszcza stosowanych do celów specjalnych.

Stwierdziłszy natomiast, że pojawienie się węzłów na powierzchni membrany obniża znacznie jej sprawność i pogarsza charakterystykę kierunkową, zmiana kształtu może zatem wpłynąć pośrednio na pole akustyczne, na skutek zmiany rozkładu linii węzłowych.

Projektując membranę, która ma stanowić źródło promieniujące energię akustyczną, można zatem nie popełniając błędów ograniczyć się do przeliczenia pola akustycznego zastępczej membrany tłokowej. Całą uwagę trzeba skupić na uzyskaniu właściwego rozkładu drgań na samej powierzchni membrany, w szczególności chodzi o usunięcie linii węzłów kołowych.

Ponieważ sposób drgań membrany zależy od szeregu czynników związanych z rodzajem materiału, sposobem zawieszenia, naciąganiem promieniowym, obciążeniem itp. obliczenie teoretyczne uwzględniające jedynie wpływ kształtu membrany na drgania jej powierzchni daje obraz zbyt uproszczony.

To też konieczne jest sprawdzenie i korekta obliczeń teoretycznych na modelu. Prace doświadczalne w tym zakresie podjęte zostały przez Zakład Badania Drgań P. A. N. Rozkład drgań na membranie mierzono przy pomocy czujnika elektrodynamicznego i sondy pojemnościowej. Wyniki pomiarów opublikowane zostaną w jednym z najbliższych numerów „Archiwum“.

#### WYKAZ LITERATURY

1. Furdujew W. W. Elektroakustika. Moskwa 1948, s. 110.
2. Gerszin G. W. O pieriestrojkiie słuchowej funkcji pri dejstwii zwuka — Problemy fizjologiczeskoj akustiki, Nr 1, 1949, s. 5.
3. Gorelik G. S. Woprosy statisticeskoj akustiki — Uspiechy fiziczeskich nauk, t. 49, Nr 4. Moskwa 1951, s. 643.
4. Lamb. Dynamical theory of Sound. Londyn 1931.
5. Liwszyc S. J. Kurs architekturnoj akustiki. Moskwa 1937.
6. Lachlan Mac N. W. Loud Speakers. Oxford 1934.
7. Rayleigh L. Theory of Sound. London 1925, s. 107.
8. Riżik I. M., Tradźtejn I. S. Tablicy integralow, sum i riadow. Moskwa 1951, s. 107, 175.
9. Schoch A. Betrachtungen über das Schallfeld einer Kolbenmembran — Akustische Zeitschrift, Nr 11, 1941, s. 318.
10. Stenzel H. Über die akustische Strahlung von Membranen — Ann. der Physik — ser. 5, t. 7, Nr 8, 1930, s. 947.
11. Strutt M. J. Über die Strahlung einer mit Knotenlinien schwingenden Kreismembran — Ann. der Physik, ser. 5, t. 11, Nr 2, 1931, s. 147.
12. Watson G. N. Teorja besselewych funkcij. Moskwa 1949, s. 147.
13. Wolff J., Malter L. Radiation of circular ring source — Journ. of Acous. Soc. of Am. Nr 2, 1930, s. 201.



И. МАЛЕЦКИ

ВЛИЯНИЕ ФОРМ МЕМБРАНЫ  
НА ЕЁ АКУСТИЧЕСКУЮ РАДИАЦИЮ

Резюме

1. Объем проблемы. Предметом этой статьи является установление условий, которым должна отвечать колеблющаяся мембрана, для получения оптимума акустической радиации. Проблема эта складывается из трех частей:

- а. исследование родов механических колебаний мембраны,
- б. исследование распределения акустического поля в окружающей мембрану среде,
- в. исследование физиологически-психологических действий, производимых акустическим полем колеблющейся мембраны.

Вопрос а. был темой многих трудов, которые привели к числовому решению колебаний плоской мембраны, однако не дали общего метода расчета пространственных мембран. Два других вопроса обсуждались в литературе только отрывочно и они требуют значительной дальнейшей разработки.

2. Характеристика частоты. Исходной точкой рассуждений должно быть установление требований, относящихся к субъективному восприятию звуковых явлений. Для установления условий, которым должна отвечать мембрана, особенно важным является определение допустимых отклонений характеристики частоты. „Абсолютный допуск“ следует из способности уха к отличению перемен интенсивности звука и он равняется ок.  $1/3$  децибела для среднего диапазона слышимых частот. В практике допустимы однако гораздо большие отклонения. Типическим для акустических явлений есть „гребенчатый“ вид характеристики частоты: эта характеристика имеет ряд близлежащих максимумов. Рассмотрено влияние расстояния между максимумами  $\Delta f$ , и влияние затухания системы  $\delta$ . Характеристика частоты определяется уравнением (2), ее неравномерность уравнением (4). Чем ближе себя лежат максимумы и чем больше затухание системы, тем равномернее вид характеристики.

3. Поршневая мембрана. Для определения свойств разных типов мембран принята за основание для их сравнения круговая, плоская поршневая мембрана. Ее радиация была многократно рассчитана разными авторами. Формулы (8) и (10) представляют окончательный результат этих расчетов.

4. Эллиптическая мембрана. Основываясь отчасти на трудах Стенцеля — произведен расчет характеристики радиации плоской эллиптической мембраны. Акустическое давление выражается для этой мембраны формулой (15). Акустическое сопротивление (20) можно представить в виде слабо сходящегося ряда.

Эллиптическая мембрана имеет акустические свойства мало отличающиеся от круговой мембраны. Интересно падение сопротивления радиации для некоторого диапазона низких частот (рис. 6), усиливающееся по мере отклонения отношения полуосей  $a:b$  от единицы.

5. Кольцевая мембрана. Проблема эта решена при помощи вычитания направляющих характеристик двух круговых мембран. Интеграл формулы (23) может быть решен только для частного случая мембраны близкой к кольцу небольшой ширины (24). В сравнении с круговой мембраной той же площади, плоская мембрана имеет более сильную направленность радиации и меньшую предельную частоту, ниже которой сопротивление радиации стремительно уменьшается. Кольцевая мембрана может быть полезна в некоторых специальных устройствах.

6. Коническая поршневая мембрана. До сих пор разрешен только частный случай пространственной мембраны, состоящей из трех взаимно перпендикулярных плоских круговых секторов. Указана общая формула (28) для радиации конической мембраны. Формула эта, в самом деле, не может быть выражена при помощи элементарных функций, однако же развитие интеграла в ряд (31) позволяет сообразить ход явлений и найти числовые величины. Радиация конической мембраны мало отличается от радиации плоской мембраны того же диаметра.

7. Мембрана закрепленная по краям. Образ колебаний такой мембраны, если не появляются в ней узлы, выражается формулой (33). Акустическое давление, производимое мембраной этого типа, выражается формулой (37). Чем больше показатель  $n$ , тем характеристика направления ближе к форме полушария (рис. 9). Этим путем можно было бы компенсировать характеристику частоты при условии, что будет сохранена достаточная величина сопротивления радиации, чтобы не уменьшить коэффициента полезного действия мембраны при низких частотах.

8. Плоская мембрана разделенная линиями узлов. Распределение колебаний на поверхности плоской круглой мем-

браны, закрепленной по краям, следует из уравнения (42). Общее решение уравнения (7) акустического давления для этого случая невозможно. Достаточно однако рассмотреть мембрану, на которой образуется  $n$  радиальных узловых линий, и известное число круговых линий, определенных корнями уравнения  $J_n(ka) = 0$ . Более сложные распределения колебаний получаем путем наложения.

Если  $n$  — число четное, то расположенные симметрически по отношению к центру мембраны точки ее поверхности колеблются с одинаковой фазой, если же  $n$  — число нечетное, то фазы этих точек противоположны. Отсюда возможно определить равнодействующую акустического давления в наблюдаемой точке, которая при применении преобразования Струтта может быть выражена формулой (46) или (47).

Сопrotивление радиации такой мембраны выражается интегралом (48), который не может быть в общем виде представлен при помощи элементарных функций. Проведен анализ поведения мембраны при низких частотах, для которых выведено решение общей формулы (49), что позволяет ее пересчитать (50). Константировано, что при возрастании количества узлов наступает значительное падение сопротивления радиации системы. Возникновение узлов на мембране вызывает концентрацию пучка звуковой энергии и значительное понижение коэффициента полезного действия радиации и, следовательно, это явление в общем вредное.

9. **Заключительный вывод.** Из проведенного в статье анализа радиации колебательной системы следует, что главной задачей конструкторов является проектировка такой мембраны, на которой, благодаря надлежащему выбору материалов, не возникли бы линии узлов. Непосредственное влияние формы мембраны на интенсивность акустического поля — невелико. Интересны свойства кольцевой мембраны и мембраны с переменным показателем распределения поля (формула (33)); в некоторых случаях мембраны эти могут давать результаты лучше чем круглая мембрана.

Так как решающее влияние на распределение колебаний на поверхности мембраны имеет целый ряд параметров, и теоретический расчет не дает поэтому удовлетворительной картины явлений — Отдел Исследования Колебательных Явлений Польской Академии Наук, приступил теперь к систематическим измерениям разнообразных моделей мембран.

I. MALECKI

THE INFLUENCE OF THE SHAPE OF THE DIAPHRAGM  
ON ITS ACOUSTIC RADIATION

## Summary

1. The scope of the problem. The objective of the paper is to set forth conditions, essential for achieving optimum acoustic radiation from a diaphragm. The problem includes three main subjects, i. e.:

- a. investigation of modes of mechanical vibration of a diaphragm,
- b. investigation of the distribution of acoustic pressure in the ambient medium,
- c. investigation of physiological and psychological effects relative to acoustic radiation from a vibrating diaphragm.

The problem a) has been dealt with in numerous papers, which resulted in an explicit solution for the case of vibrations of a plane diaphragm. As for the general case, however, there does not exist, as yet, a satisfactory method of design of three-dimensional diaphragms. The two subsequent problems have been treated only fragmentarily in the literature and require still closer analysis.

2. The frequency - response characteristic. The considerations should be based on the requirements involved by the subjective perception of acoustic phenomena. Determining of tolerance for the frequency response is of particular importance for setting up requirements pertaining to the diaphragm. The „absolute tolerance“ is closely related to the distinguishing quality of the ear, as regards changes in sound intensity, amounting to about  $\frac{1}{3}$  dB for the middle range of audible frequencies. Much larger deviations, however, can be safely allowed in practice.

A typical „comb-like“ acoustic pressure-versus-frequency characteristic shows a number of pronounced maxima placed closely to each other. The influence of the distance  $\Delta f_i$  between the subsequent maxima and of the attenuation  $\delta$  of the system have been discussed. The frequency response is defined by the equation (2), its non-uniformity by (4). The closer the distribution of maxima and the larger the attenuation, the more uniform is the frequency-response characteristic.

3. The piston diaphragm. For the sake of comparison between different types of diaphragms, the circular, plane, piston

diaphragm has been taken as a reference. Its radiation quality has been thoroughly analysed by many authors. Formulae (8) and (10) present final results of these investigations.

4. Elliptic diaphragm. The radiation pattern of an elliptic, plane diaphragm has been determined. The computation has been based partially on Stenzel's results. Acoustic pressure for this diaphragm is given by formula (15). Acoustic resistance (20) can be expressed by a slowly convergent series.

The acoustic features of the elliptic diaphragm are very much like those of the circular one. Of interest is the decrease in radiation resistance in a certain range of lower frequencies (Fig. 6). This phenomenon is all the more pronounced, when the ratio  $a : b$  of the semi-axes is far from unity.

5. Ring diaphragm. The problem has been solved by subtraction of two directional radiation patterns of two circular diaphragms. The integral in formula (22) can be evaluated only in the particular case of a diaphragm approaching a narrow ring (24). As compared with a circular diaphragm of equal area, the ring diaphragm shows more pronounced directivity, as well as lower cut-off frequency, below which there is a rapid decrease of radiation resistance. This kind of diaphragm may prove useful in some special equipment.

6. Cone piston diaphragm. Only one particular case of a three-dimensional diaphragm has been solved so far, viz. that of a diaphragm made up of three plane, circular segments, placed perpendicularly to each other. The paper gives a general formula (28) for the radiation from a cone diaphragm. Although this formula cannot be exactly expressed by elementary functions, it is possible to evaluate it and to get an idea of the corresponding phenomena, expanding the integral into a series (31). There is but a slight difference between the radiation of a cone diaphragm and of a plane one of equal diameter.

7. Diaphragm clamped round its circumference. Vibrations of this kind of diaphragm are defined by formula (33), provided there are no nodes on its surface. The acoustic pressure in this case gives formula (37). With increasing exponent  $n$  the directivity characteristic approaches hemisphere (Fig. 9). It would be possible, by this way, to equalise the frequency response; care should be taken, however, to keep the radiation resistance sufficiently high, in



order to prevent diminishing of diaphragm efficiency at lower frequencies.

8. Plane diaphragm divided by nodal lines. The distribution of vibrations over the surface of a plane diaphragm, clamped round its circumference, is evident from equation (42). A general solution of the equation for the acoustic pressure (7) is impossible in this case. It will be sufficient, however, to consider diaphragms with  $n$  radial nodal lines and a number of circular lines, defined by the equation  $I_n(ka)=0$ . More complex distribution of vibrations can be obtained by superposition.

If  $n$  be an even number, the points on the surface of the diaphragm, placed symmetrically with reference to its centre, will vibrate in the same phase, whereas, assuming odd values for  $n$ , the opposite will be the case. Hence it is possible to determine the acoustic pressure at any point which, by virtue of the transformation applied by Strutt, can be expressed by formula (46) or (47).

The radiation resistance of such a diaphragm is defined by the integral (48) which cannot be generally expressed in terms of elementary functions. The behaviour of the diaphragm at low frequencies has been analysed. As a result, a solution of the general formula (49) for this case, suitable for numerical evaluation, has been obtained (50). It has been shown that the radiation resistance falls off considerably as the number of nodes increases. Thus the effect of nodes is usually detrimental, inasmuch it involves contraction of the energy beam and serious decrease in radiation efficiency.

9. Conclusion. The analysis of the radiation of vibrating systems, presented in the paper, leads to the conclusion that avoiding of nodal lines — by proper choice of material and shape — is the main problem in the design of diaphragms. The shape of the diaphragms has but little effect on the intensity of acoustic field. Interesting properties of ring diaphragm and of a diaphragm with variable exponent of field distribution (formula 33) give sometimes better results than it would have been expected from a circular one.

The theoretical computation does not satisfactorily determine the actual behaviour of the diaphragm because the distribution of vibrations over its surface depends upon manifold factors. Systematic measurements on models of different kinds of diaphragms have been recently initiated at the Vibration Research Laboratory of the Polish Academy of Science.



621. 318. 322 : 621. 318.24. 042. 1. 0042 : 538. 21

A. SMOLIŃSKI

## Wpływ pierwszego magnesowania na przenikalność magnetyczną

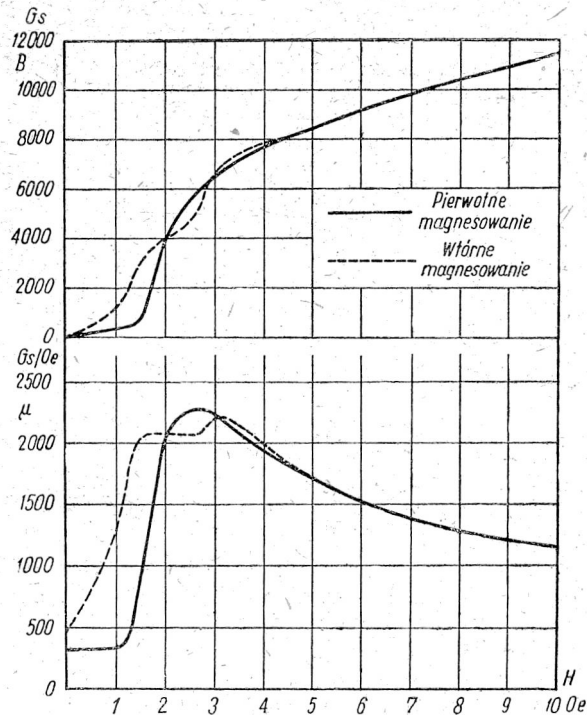
*Rękopis dostarczono 29. 8. 52*

**Streszczenie.** Techniczne materiały ferromagnetyczne miękkie jak stal krzemowa i permalloye rozmagnesowane cieplnie (to znaczy przeprowadzone przez punkt Curie) wykazują mniejsze wartości przenikalności w zakresie małych i średnich pól, niż materiały rozmagnesowane magnetycznie (to jest rozmagnesowane polem magnetycznym). Zjawisko to wywołuje, u nieświadomego tego stanu rzeczy użytkownika materiału magnetycznego, błędy pomiarowe sięgające kilkudziesięciu procent. Celem uzyskania jednoznacznych wyników pomiarowych należy przed pomiarami namagnesować i rozmagnesować magnetycznie badany materiał.

### 1. WSTĘP

Własności magnetyczne materiałów ferromagnetycznych zależą między innymi od naprężeń mechanicznych wprowadzanych przy wytwarzaniu żądanych elementów urządzeń z danych materiałów ferromagnetycznych [1]. Naprężenia te obniżają własności magnetyczne, a w szczególności znacznie zmniejszają przenikalność magnetyczną przy słabych i średnich polach magnetycznych. Naprężenia te usuwa się przez wygrzewanie gotowych elementów ferromagnetycznych w temperaturach powyżej  $600^{\circ}\text{C}$  przekraczając zwykle punkt Curie, to jest temperaturę, przy której materiał traci własności ferromagnetyczne i zachowuje się jako materiał paramagnetyczny. Po ostudzeniu materiał odzyskuje swe własności ferromagnetyczne w punkcie Curie. W rezultacie obróbki cieplnej (wygrzanie w temperaturze powyżej  $600^{\circ}\text{C}$  i powolne studzenie) uzyskujemy element wykonany z materiału ferromagnetycznego wolny od naprężeń mechanicznych, a więc i o lepszych własnościach magnetycznych.

Po przejściu przez obróbkę cieplną powyżej punktu Curie i ostudzeniu do temperatury otoczenia materiał ferromagnetyczny wprowadzony jest w nowy stan magnetyczny, który charakteryzuje się wymazaniem jego przeszłości magnetycznej. Materiał rozmagnesowany cieplnie staje się magnetycznie „czystym“, pomijając natu-



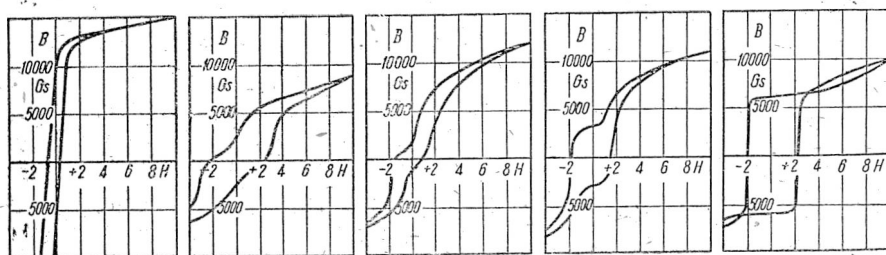
Rys. 1. Wpływ pierwotnego magnesowania na własności magnetyczne perminwaru.

ralnie wpływ ziemskiego pola magnetycznego. Z poniżej podanych pomiarów wynika, że ten stan magnetycznej „czystości“ uzyskuje się jedynie po wygrzaniu materiału przez punkt Curie <sup>1)</sup> i ostudzeniu go do temperatury otoczenia. Rozmagnesowanie materiału ferromagnetycznego — nawet najstaranniejsze wykonane — nie sprowadza go do

<sup>1)</sup> Dalsze badania, oparte na wzmiance w literaturze [4] wykazują, że już w niższych temperaturach występuje zjawisko rozmagnesowania cieplnego, to jest powrotu do pierwotnej wartości przenikalności. Wyniki tych badań będą opublikowane.

stanu magnetycznie „czystego“. W materiale pozostaje ślad magnesowania uwidoczniający się w postaci zwiększenia przenikalności magnetycznej przy małych i średnich polach. Śladu tego nie można usunąć — jak już wspomniano — rozmagnesowaniem magnetycznym lecz jedynie rozmagnesowaniem cieplnym przez ogrzanie powyżej punktu Curie.

W literaturze można znaleźć wzmianki o podobnym zachowaniu się specjalnego materiału ferromagnetycznego jakim jest perminwar, który odznacza się stałą przenikalnością w zakresie małych i średnich pól [3]. Materiał ten posiada inne krzywe magnesowania i prze-



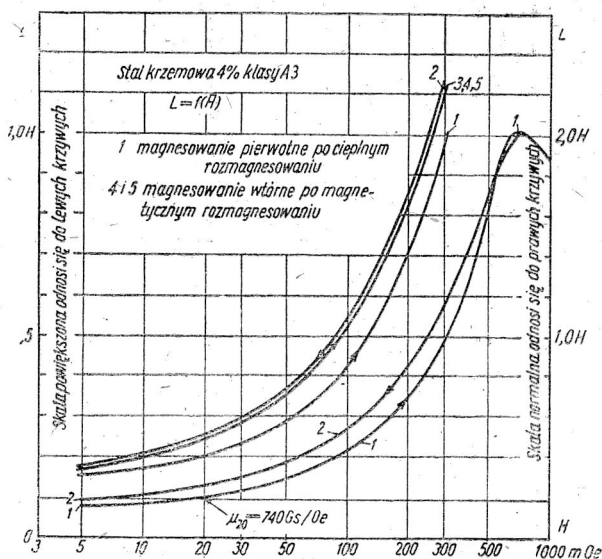
Rys. 2. Pętle hysterezy perminwaru.

nikalności przy pierwotnym magnesowaniu niż po całkowitym rozmagnesowaniu go prądem zmiennym (rys. 1). Przy pierwotnym magnesowaniu uzyskujemy mniejsze wartości przenikalności przy małych i średnich polach. Zjawisko to występuje tym silniej im bardziej odkształca się pętla hysterezy zależnie od składu chemicznego i obróbki cieplnej (rys. 2); w skrajnym przypadku (rys. 2d) materiału w ogóle nie można rozmagnesować magnetycznie lecz jedynie ciepłonie, to jest przez ponowne przeprowadzenie go przez punkt Curie.

Istnieje kilka teorii wyjaśniających to zjawisko. Do najbardziej prawdopodobnych zalicza się teorię stwierdzającą, że przyczyną tego zjawiska są zanieczyszczenia stopu Ni—Fe—Co znajdujące się w roztworze w wysokich temperaturach przy tworzeniu się stopu i wypadające z roztworu przy obróbce cieplnej, tworząc lokalne naprężenia wokół siebie przy czym inne miejsca materiału, w których nie ma zanieczyszczeń, są wolne od naprężeń. Na potwierdzenie tej teorii przemawia fakt, że omawiane zjawisko występuje w perminwarze tym silniej im więcej zanieczyszczeń posiada materiał [3].

## 2. WPŁYW PIERWSZEGO MAGNESOWANIA NA PRZENIKALNOŚĆ MAGNETYCZNĄ

Mimo, że w literaturze znajdują się wzmianki o różnych wynikach pierwotnego i wtórnego magnesowania tylko odnośnie do perminwaru, to wydaje się, że zjawisko to występuje powszechnie w technicznych miękkich materiałach magnetycznych, jak stal krzemowa i permalloye różnego składu. Spostrzeżenie to oparto na po-

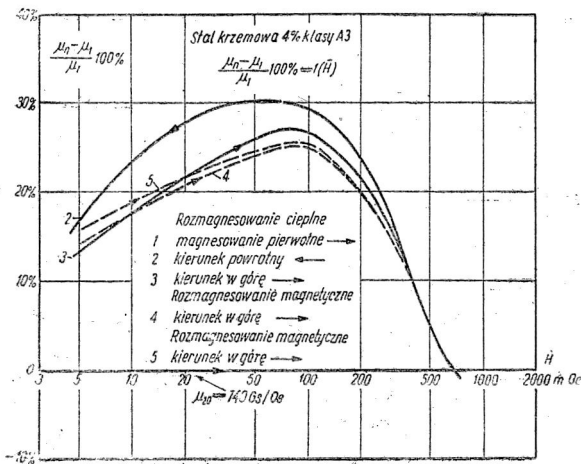


Rys. 3. Wpływ kolejnego magnesowania na indukcyjność cewki z rdzeniem pierścieniowym ze stali krzemowej 4% klasy A3 wytwarzanej normalną metodą hutniczą.

miarach czterech technicznych materiałów jak: 1. stali krzemowej ok. 4% klasy A3 wytwarzanej normalną metodą hutniczą, 2. stali krzemowej ok. 2,5% klasy A3 wytwarzanej w piecu próżniowym (Heraeus), 3. permalloyu B (ok. 50% Ni) pochodzenia zagranicznego, 4. permalloyu C molibdenowego (ok. 76% Ni) pochodzenia zagranicznego.

Próbki pierścieniowe wycięte z tych materiałów poddano odpowiedniej obróbce cieplnej celem uzyskania optymalnych właściwości magnetycznych, przy czym próbki przechodziły przez punkt Curie; w ten sposób uzyskano ciepłe ich rozmagnesowanie.

Próbki rozmagnesowane ciepłnie poddano magnesowaniu prądem zmiennym od kilku mOe do kilku Oe mierząc ich przenikalność (rys. 3 — stal krzemowa 4<sup>0</sup>%, krzywa 1) po czym zmniejszając prąd magnesujący do zera otrzymano drugą linię indukcyjności w funkcji natężenia pola (krzywa 2) przebiegającą w zakresie słabych i średnich pól p o w y ż e j pierwszej. Powtórne magnesowanie przy wzroście pola (krzywa 3) jest bardzo zbliżone do krzywej 2, jak również



Rys. 4. Względne różnice przenikalności występujące w 4<sup>0</sup>% stali krzemowej klasy A3 wytwarzanej normalną metodą hutniczą przy magnesowaniu stali w różnych warunkach.

magnesowanie po magnetycznym (wykonanym prądem zmiennym) rozmagnesowaniu próbki przeprowadzonym po raz pierwszy (krzywa 4) lub drugi (krzywa 5). Krzywe 4 i 5 wyrażają ustalone wartości indukcyjności, występujące po magnetycznym rozmagnesowaniu próbki.

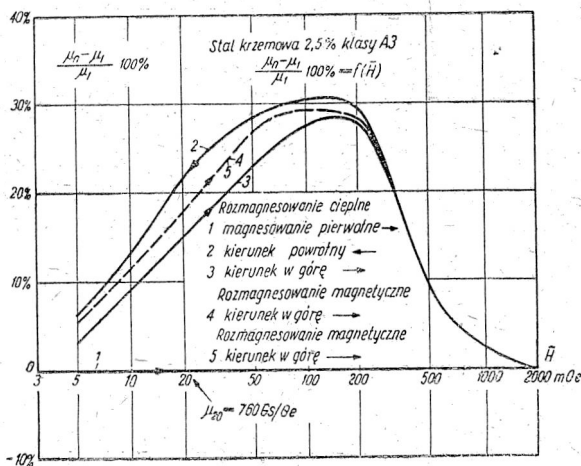
Własności początkowe (krzywa 1) uzyskuje się dopiero po ciepłym rozmagnesowaniu próbki. Własności te wypadają jednakowe, o ile warunki obróbki cieplnej są jednakowe i nie zmieniają składu chemicznego i struktury próbki, co zwykle nie zachodzi w praktyce.

Ze względu na małe różnice między krzywymi 3, 4 i 5, których nie można uwidocznic na rys. 3, dla stali krzemowej 4<sup>0</sup>% otrzyma-

nej normalną metodą hutniczą różnice indukcyjności a więc i przenikalności wyrażono w postaci względnej

$$\frac{L_n - L_1}{L_1} 100\% = \frac{\mu_n - \mu_1}{\mu_1} 100\%$$

gdzie  $L_n$  i  $\mu_n$  odnoszą się kolejno do krzywych 2, 3, 4 i 5, a  $L_1$  i  $\mu_1$  do krzywej 1.



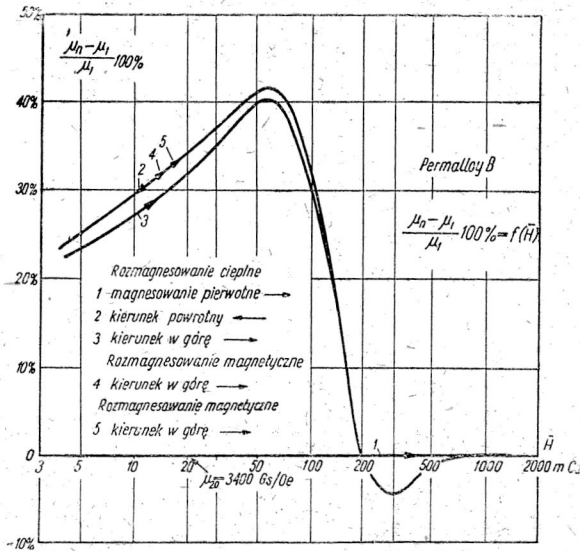
Rys. 5. Względne różnice przenikalności występujące w 2,5% stali krzemowej klasy A3 wytwarzanej w piecu próżniowym przy magnesianiu stali w różnych warunkach.

Odpowiednie wartości dla stali krzemowej 4% otrzymanej drogą hutniczą podano na rys. 4. Z krzywych tych wynika, że w zakresie słabych i średnich pól występujące dodatnie różnice względnych przenikalności sięgają w maksimum 25 do 30 procent. Największe różnice występują dla krzywej 2. Krzywe 4 i 5 praktycznie zlewają się, więc można powiedzieć, że uzyskuje się w tych warunkach (to jest po rozmagnesowaniu magnetycznym) wyniki powtarzalne praktycznie. Maksymalne wartości różnic wypadają przy polu równym ok. 100 mOe.

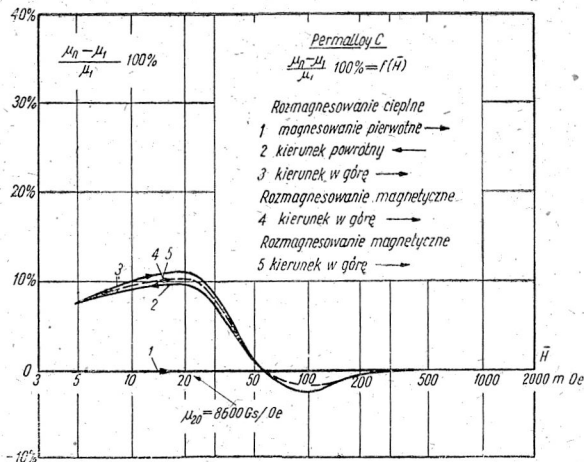
Podobne wyniki uzyskuje się przy pomiarach stali krzemowej 2,5% wytworzonej w piecu próżniowym (rys. 5), permalloyu B (rys. 6) i permalloyu C (rys. 7). Z pomiarów tych wynika, że obok



dotadniego maksimum w zakresie słabych i średnich pól występuje ujemne maksimum w zakresie silniejszych pól; to ostatnie maksimum jest stosunkowo niewielkie (kilka procent).



Rys. 6. Względne różnice przenikalności występujące w permalloyu B przy magnesowaniu w różnych warunkach.



Rys. 7. Względne różnice przenikalności występujące w permalloyu C przy magnesowaniu w różnych warunkach.

Charakterystyczne cechy tych pomiarów zebrano w tablicy 1.

Charakterystyczne cechy materiałów magnetycznych  
rozmagnesowanych cieplnie i magnetycznie

Tablica 1

	Stal krzemowa 4 <sup>o</sup> / <sub>o</sub> Si	Stal krzemowa 2,5 <sup>o</sup> / <sub>o</sub> Si	Permalloy B	Permalloy C
$\mu_{20}$ (Gs/Oe)	~ 740	~ 760	~ 3 400	~ 8 600
Przyrost przenikalności przy $H = 20$ mOe (1/Oe)	~ 20	~ 20	~ 30	~ 20
Maksimum dodatniego przyrostu przenikalności (1/Oe)	~ 30	~ 30	~ 40	~ 10
Pole, przy którym wystę- puje dodatnie maksimum (mOe)	~ 80	~ 150	~ 55	~ 20
Srodek dolnego zakrzy- wienia krzywej $B=f(H)$ (mOe)	~ 100	~ 150	~ 50	~ 20

### 3. WPŁYW PIERWOTNEGO MAGNESOWANIA NA PRZENIKALNOŚĆ MAGNETYCZNĄ A PIERWOTNE KRZYWE MAGNESOWANIA

W celu zbadania przyczyny powstawania wpływu pierwszego magnesowania na przenikalność magnetyczną pomierzono pierwotne krzywe magnesowania (po rozmagnesowaniu cieplnym, rys. 8) i wtórne krzywe magnesowania (po rozmagnesowaniu magnetycznym) badanych materiałów. Otrzymane wyniki dla poszczególnych materiałów różnią się tak niewiele od siebie, że — przy niezbyt dokładnych przyrządach pomiarowych (fluksomierz), jakimi autor dysponował — nie można było znaleźć związku między przyrostami wielkości statycznych i dynamicznych.

Jedynym wnioskiem, jaki można wysnuć z pierwotnych krzywych magnesowania badanych materiałów (rys. 8) jest stwierdzenie, że do-

datnie przyrosty przenikalności występują przy dolnym zakrzywieniu krzywej  $B=f(H)$ . Maksimum dodatnich przyrostów występuje dla stali krzemowych w środku dolnego zakrzywienia (krzywa *a*, *b*) a dla permalloyów na jego końcu (krzywe *c*, *d*).

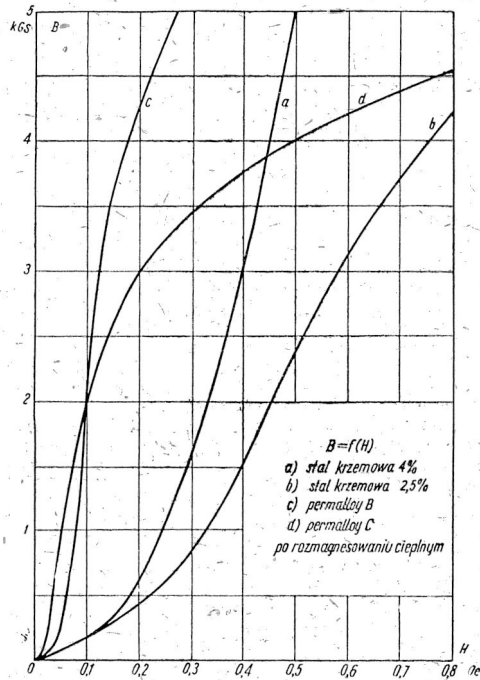
Z rozważań tych można by wysnuć wniosek, że maksimum dodatnich przyrostów przenikalności występuje w zakresie pól magnetycznych, w którym obszary magnetyczne zaczynają się ustawiać wzdłuż pola magnetycznego drogą skoków nieodwracalnych zwanych skokami Barkhausena [2]. Wydaje się, że po ciepłym rozmagnesowaniu, po bezładnym ułożeniu się obszarów magnetycznych są wielce utrudnione. Pierwszy proces magnesowania jest trudniejszy niż procesy następne, co wyraża się najmniejszą przenikalnością przy pierwszym magnesowaniu.

Należy jeszcze dodać, że po zakresie dodatnich przyrostów przenikalności następuje zakres ujemnych przyrostów jednak o niewielkich wartościach. Na razie jest trudno znaleźć wyjaśnienie tego zjawiska.

#### 4. SKŁAD CHEMICZNY STALI KRZEMOWYCH

W celu zbadania wpływu zanieczyszczeń na badane zjawisko wykonano w Głównym Instytucie Metalurgii analizy chemiczne badanych próbek stali krzemowych. Wyniki te zebrane są w tabelicy 2.

Z danych tych wynika, że zanieczyszczenia węglem głównie wpływające na własności magnetyczne przy słabych polach [5] nie



Rys. 8. Pierwotne charakterystyki magnesowania prądem stałym.

Tablica 2

## Podstawowe składniki stali krzemowych

	% Si nominalny	% Si oznaczony	% C oznaczony	Metoda otrzymywania stali
a	4	3,9	~ 0,02	normalna hutnicza
b	2,5	2,2	~ 0,01	w piecu próżniowym

mają widocznego wpływu na przyrosty przenikalności wbrew teorii wspomnianej na wstępie [1]. Albowiem, obie stale krzemowe wykazują jednakowe maksima dodatniego przyrostu (patrz tablica 1 oraz rys. 4 i 5) mimo, że stal 4% Si posiada dwukrotnie większe zanieczyszczenia węglem niż stal 2,5% Si. Wydaje się zatem, że uzasadnienia teoretycznego badanego zjawiska należałoby szukać na innej drodze.

## 5. WNIOSKI

Z powyższych podanych rozważań wynika, że w zakresie słabych i średnich pól magnetycznych pierwsze magnesowanie daje przenikalność mierzoną prądem zmiennym mniejszą niż przy następnych magnesowaniach mimo, że materiał przed pomiarami rozmagnesowano magnetycznie. Położenie i wielkość maksymalnego przyrostu przenikalności zależy od rodzaju materiału.

Z punktu widzenia praktyki pomiarowej interesuje nas przyrost przenikalności występujący przy polu 20 mOe, przy którym mierzy się własności magnetyczne w zakresie słabych pól. Przyrost ten dochodzi dla stali krzemowych do 20%.

Stąd wynika ważny wniosek, że materiał ferromagnetyczny, który został rozmagnesowany cieplnie, powinien być przed pomiarami w zakresie słabych i średnich pól magnetycznych rozmagnesowany magnetycznie. Wówczas usuwa się trudności pierwszego magnesowania i uzyskuje powtarzalne wyniki.

## WYKAZ LITERATURY

1. Brailsford. Magnetic materials — Methuen, Londyn 1948, s. 61.
2. Brailsford. Magnetic materials — Methuen, Londyn 1948, s. 34.
3. Miesskin. Ферромагнитные сплавы — ONTI, Moskwa 1937, s. 696.
4. Schulze. Über die magnetische Nachwirkung in schwachen Wechsel-  
feldern. III. Der Einfluss von Anlassglühungen auf den entmagnetisierten  
Zustand von Karbonylisen — Wiss. Ver. a. d. Siemens-Werken, t. XVII,  
1938, s. 180.
5. Smoliński A. Stal krzemowa w telekomunikacji — Prace PIT Nr 3, 1951.

А. СМОЛИНСКИ

### ВЛИЯНИЕ ПЕРВИЧНОГО НАМАГНИЧИВАНИЯ НА МАГНИТНУЮ ПРОНИЦАЕМОСТЬ

Резюме

Мягкие технические ферромагнитные материалы, как кремни-  
стая сталь и пермаллои термически размагниченные (прошедшие  
через точку Кюри) проявляют меньшие значения проницаемости  
в границах малых и средних полей, чем материалы размагничен-  
ные магнетически (т. е. при помощи магнитного поля). Явление  
это вызывает ошибки измерений, доходящие до нескольких де-  
сятков процентов, если потребитель магнитных материалов не  
отдает себе в нем отчета. Для получения однообразных резуль-  
татов измерений, следует перед измерением намагнитить и маг-  
нетически размагнитить исследуемый материал.

A. SMOLIŃSKI

### EFFECT OF INITIAL MAGNETIZATION UPON PERMEABILITY

Summary

Magnetically soft materials, such as silicon steel and permalloys,  
demagnetized by annealing (i. e. by heating above the Curie point),  
show in the region of small and medium fields lower values of per-  
meability, than those demagnetized by magnetic field. The above  
causes, with inexperienced user, measurement errors to mount up  
to many per cent. In order to obtain correct results one should  
magnetize and demagnetize the tested material magnetically before  
starting measurements.







## WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie podanych wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 3 cm. z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg pisać należy szczególnie dokładnie i wyraźnie.
3. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.
4. Każda praca powinna być zaopatrzona w krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim oraz obszerniejsze streszczenia (do 50 wierszy) w języku rosyjskim oraz angielskim lub francuskim. W razie niemożności nadesłania streszczenia w języku obcym autor dostarcza obszerniejsze streszczenie w języku polskim w trzech egz. z jednoczesnym wpisaniem terminologii w języku rosyjskim oraz angielskim lub francuskim.
5. Każda praca napisana w języku obcym powinna być zaopatrzona w obszernie streszczenie w języku polskim a także streszczenia w innych językach.
6. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach — na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy lub nazwisko autora.
7. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych) podobnie jak rysunki należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis) objaśniający.
8. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom lub numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów; w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, np. [3].

U w a g a: Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem: Redakcja „Archiwum Elektrotechniki“, Warszawa, Politechnika, Gmach Elektrotechniki, Zakład Elektroniki PAN.

