PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
Nr 1061 — 2005
Praktyczne aspekty pomiaru efektywności

Włodzimierz Rudny
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

WYKORZYSTANIE KONCEPCJI OPCJI REALNYCH DO POMIARU WARTOŚCI PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH

1. Wstęp

Celem artykułu jest prezentacja koncepcji opcji realnych oraz analiza możliwości wykorzystania tej koncepcji do wyceny projektów inwestycyjnych przedsiębiorstw. Uzasadnieniem wyboru tej problematyki jest celowość wzbogacenia metod pomiaru wartości projektów inwestycyjnych, jak i całych przedsiębiorstw, o metody uwzględniające dodatkową wartość wynikającą z elastyczności decyzyjnej wbudowanej w niektóre projekty.

W artykule zdefiniowano pojęcie opcji realnych oraz omówiono genezę tej koncepcji. Analizie poddane zostały podobieństwa i różnice między opcjami finansowymi i realnymi. Kolejny fragment artykułu poświęcony został wybranym zagadnieniom wyceny opcji realnych. Zwrócono uwagę na metodę wyceny opartą na analizie drzew dwumianowych. W końcowym fragmencie, na przykładzie wybranych opcji rzeczywistych, pokazane zostały przykłady – aplikacje koncepcji opcji realnych i metody ich wyceny.

2. Definicja i geneza opcji realnych

Opcje realne można zdefiniować jako systemowe i zintegrowane podejście – wykorzystujące dorobek teorii finansów, nauk zarządzania, teorii podejmowania decyzji, statystyki i modelowania ekonometrycznego – do wyceny aktywów rzeczowych (w odróżnieniu od finansowych) w dynamicznym i charakteryzującym się wysokim stopniem niepewności otoczeniu [Mun 2002, s. 24].

Opcje realne znajdują zastosowanie w sytuacjach decyzyjnych stwarzających możliwość wyboru kierunku, rodzaju i momentu podjęcia decyzji dotyczących głównie obszarów oceny projektów inwestycyjnych, wyceny przedsiębiorstw i projektowania strategii przedsiębiorstw [Mun 2002, s. 24].

Wycena aktywów rzeczowych prowadzona za pomocą analizy opcji realnych (ROA – *real options analysis*) może stanowić alternatywę lub rozszerzenie tradycyjnej metody wyceny, bazującej na dyskontowaniu strumieni pieniężnych netto (DCF – *discounted cash flow*).

Początków metody NPV można doszukać się w pracy amerykańskiego ekonomisty z uniwersytetu Yale, Irvina Fishera, który w 1907 r. zaproponował, aby wycenę projektów inwestycyjnych prowadzić w drodze dyskontowania strumieni pieniężnych generowanych przez projekt, przy założeniu, iż stopa dyskontowa będzie odzwierciedlała ryzyko związane z projektem.

Tradycyjna analiza NPV zakłada, iż znany jest oczekiwany czas użytkowania danego projektu inwestycyjnego, określone zostały strumienie pieniężne netto generowane przez projekt oraz możliwe jest wyznaczenie współczynnika dyskontowego skorygowanego o ryzyko. Od wartości bieżącej tych strumieni należy odjąć wartość nakładów inwestycyjnych niezbędnych do realizacji projektu. W wyniku otrzymujemy wartość bieżącą netto (NPV), która – aby projekt mógł być zaakceptowany – powinna być dodatnia.

Tradycyjna metodologia oceny projektów inwestycyjnych nie uwzględnia w wystarczającym stopniu swobody (elastyczności) decyzji, jakie mogą być podejmowane w stosunku do tego projektu przed jego rozpoczęciem (np. opóźnienie rozpoczęcia realizacji) lub w trakcie jego eksploatacji (np. wcześniejsze zakończenie, powtórne uruchomienie, zmniejszenie/zwiększenie skali). Metoda NPV uwzględnia ryzyko towarzyszące realizacji projektu, nie bierze jednak pod uwagę wspomnianych elementów elastyczności w procesie decyzyjnym związanym z akceptacją i realizacją projektu.

Alternatywę dla wspomnianej, dobrze znanej metody NPV, uwzględniającą w procesie wyceny dodatkową wartość wynikającą z większej elastyczności w podejmowaniu decyzji dotyczących projektu, stanowi metoda analizy opcji realnych.

Termin opcja realna został po raz pierwszy wprowadzony do literatury przedmiotu przez S. Myersa w artykule *Determinants of Corporate Borrowing* opublikowanym w „Journal of Corporate Finance" [Brach 2003, s. 15]. Myers jako pierwszy postawił tezę, iż niektóre inwestycje finansowe mogą mieć wbudowane opcje realne. Analiza tych inwestycji przy wykorzystaniu metody zdyskontowanych strumieni pieniężnych nie uwzględnia wartości tych opcji. Dziesięć lat później, w artykule *Finance Theory and Financial Strategy*, Myers wykazał zasadność wykorzystania koncepcji opcji realnych nie tylko w odniesieniu do instrumentów finansowych, ale także w odniesieniu do aktywów rzeczowych przedsiębiorstwa [Brach 2003, s. 15]. Argumentował, iż ocena projektów inwestycyjnych tradycyjną metodą zdyskontowanych strumieni pieniężnych nie uwzględnia wartości opcji wbudowanych w obarczone niepewnością i ryzykiem projekty. Wykazał, iż projekty inwestycyjne, które mają niską lub ujemną NPV, a zarazem tworzą podstawy rozwoju firmy w przyszłości, nie są akceptowane w przypadku wykorzystania tradycyjnej metodologii ich oceny. Myers dowodził, iż mimo ujemnej NPV realizacja tych projektów daje uprawnienie do dysponowania strumieniami pieniężnymi, które – w zależności od przyszłej koniunktury gospodarczej – mogą potencjalnie być generowane przez dany projekt.

Prace Myersa stworzyły bazę konceptualną do dalszych dyskusji na temat możliwości wykorzystania opcji poza „środowiskiem" rynków finansowych. W szczególności należy zwrócić uwagę na prace A. Dixita i R. Pindycka [1994] oraz Trigeorgisa [1996].

3. Analiza opcji realnych (AOR) a metoda NPV – podobieństwa i różnice

Jednym z najtrudniejszych zagadnień w obszarze oceny projektów inwestycyjnych jest określenie stopy dyskonta, a tym samym przypisanie ocenianemu projektowi określonego poziomu ryzyka. Powszechnie wykorzystywanym modelem służącym „wycenie" ryzyka jest model CAPM. Zgodnie z tym modelem kosztem kapitału własnego jest poziom stóp procentowych wolnych od ryzyka powiększony o premię za ryzyko. Po uwzględnieniu stopnia finansowania projektu długiem oblicza się średni ważony koszt kapitału (WACC), który staje się stopą dyskonta dla strumieni pieniężnych generowanych przez projekt.

Przy analizie projektów z wykorzystaniem opcji rzeczywistych[1] w odróżnieniu od metodologii opartej na analizie wartości bieżącej netto projektu (NPV), ryzyko jest kwantyfikowane poprzez określenie zmienności stóp zwrotu z projektu. Skorygowane o ryzyko strumienie pieniężne są dyskontowane według wolnej od ryzyka stopy procentowej, natomiast ryzyko rynkowe znajduje swoje odzwierciedlenie w modelowanej charakterystyce przepływów pieniężnych.

W metodologii analizy opcji rzeczywistych – ze względu na to, iż aktywa bazowe nie znajdują się w obrocie i tym samym nie można empirycznie wyznaczyć poziomu ich zmienności – konieczne jest znalezienie wielkości przybliżonej (ang. *proxy*) zmienności oczekiwanych strumieni pieniężnych. Do najczęściej stosowanych w tym celu narzędzi zaliczyć można: symulację Monte Carlo wartości projektu, znalezienie aktywów znajdujących się w obrocie i mających identyczną charakterystykę zmienności, utworzenie portfela syntetycznego [Copeland, Antikarov 2001, s. 43]. Kwantyfikacja zmienności aktywów bazowych jest jednym z najtrudniejszych zagadnień metodologii AOR.

Zarówno NPV, jak AOR biorą pod uwagę strumienie pieniężne generowane przez projekt w okresie jego trwania i dyskontują wartość tych strumieni na moment t_0, czyli na moment podejmowania decyzji o dalszych losach[2] projektu. W obu podejściach brany jest pod uwagę koszt kapitału rozumiany jako koszt utraconych korzyści

---

[1] W dalszej części artykułu zwrot „analiza opcji rzeczywistych" będzie oznaczany akronimem AOR.

[2] W przypadku metody NPV będzie to oznaczało przyjęcie lub odrzucenie projektu, w przypadku zaś AOR realizację lub brak realizacji jednej z opcji, jakie zidentyfikowano w związku z danym projektem.

związanych z inwestowaniem na rynku kapitałowym (*market opportunity cost of capital*). Podejścia te jednak różnią się od siebie zasadniczo. Zdaniem niektórych autorów (por. np. [Copeland, Antikarov 2001, s. 72]) metoda NPV stanowi szczególny przypadek metody AOR. Jest to przypadek analizy opcji rzeczywistych, zakładający brak elastyczności decyzyjnej związanej z realizacją projektu, a tym samym swoisty determinizm decyzyjny w momencie t_0. Projekt – w określonym kształcie – w wyniku przeprowadzonej analizy zostaje przyjęty lub odrzucony; innej możliwości nie ma.

W klasycznej formule kalkulacji NPV

$$NPV = -I + \sum_{t=1}^{N} \frac{E(FCF_t)}{(1+WACC)^t}$$

nie modeluje się w sposób bezpośredni niepewności związanej z oczekiwanymi strumieniami pieniężnymi. Problem niepewności znajduje swoje odzwierciedlenie w skorygowanej o ryzyko stopie dyskonta. W praktyce w okresie między rozpoczęciem a zakończeniem projektu istnieje wiele „wariantów" realizacji oczekiwanych strumieni pieniężnych. Wykorzystanie metody NPV nie wymaga analizy tych „wariantów". Jest to konsekwencja tego, iż istota metody NPV wymaga podjęcia **dzisiaj** decyzji o realizacji/odrzuceniu projektu. NPV wykorzystuje tylko informację dostępną w momencie dokonywania oceny projektu, ignorując fakt, iż w przyszłości może pojawić się inna informacja, istotna dla projektu. Z punktu widzenia matematyki jest to podejście równoważne z wyborem wartości maksymalnej z grupy wzajemnie wykluczających się alternatyw [Copeland, Antikarov 2001, s. 73]. Regułę wyboru dla metody NPV można zapisać jako

$$MAX(dla\ t=0)\ [0,\ E_0 V_T - X] \qquad (1)$$

Analiza opcji rzeczywistych oznacza przyjęcie odmiennej perspektywy. Z punktu widzenia matematyki opcja kupna jest traktowana jako wartość oczekiwana możliwych maksimów, a nie jak w przypadku NPV, wartość maksymalna z wartości oczekiwanych) [Copeland, Antikarov 2001, s. 73]. Regułę wyboru projektu dla AOR można zapisać następująco

$$E_0 MAX(dla\ t=T)\ [0,\ V_T - X] \qquad (2)$$

Z perspektywy analizy opcji rzeczywistych projekt zostaje przyjęty do realizacji, w przyszłości (w czasie $t = T$), wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek $V_T > X$. W metodzie NPV projekt jest akceptowany w momencie $t = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek $E_0 V_T > X$.

Oba podejścia dadzą identyczny rezultat, jeśli realizacja projektu nie będzie związana z niepewnością, gdyż w takim wypadku faktyczna wartość przyszła V_T będzie równa bieżącym oczekiwaniom co do poziomu tej wartości, tzn. będzie równa E_0V_T. W przeciwnym wypadku decyzje powinny być podejmowane w miarę jak napływają istotne dla projektu informacje, tak by jego wartość była maksymalna z punktu widzenia informacji dostępnych w danym momencie (*MAX dla t = T*).

4. Metodologia modelowania procesów stochastycznych dla aktywów bazowych

Do najważniejszych zagadnień, jakie należy rozwiązać w procesie wyceny opcji, należą m.in.:

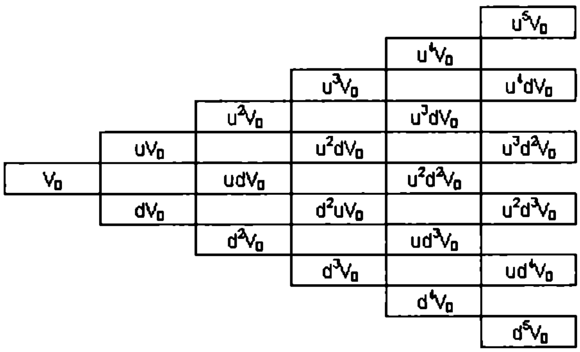
- określenie charakterystyki procesu stochastycznego, jakiemu podlegają aktywa bazowe,
- określenie, czy i w jaki sposób aktywa bazowe wypłacają określony sposób strumienie pieniężne (np. dywidendę).

Wybór metodologii modelowania procesów stochastycznych jest uzależniony od charakterystyki aktywów bazowych będących przedmiotem wyceny, a także od rodzaju opcji na te aktywa. Na przykład, istotne jest, czy zmiana ich wartości w czasie podlega procesom o charakterze multiplikatywnym (geometrycznym), czy też procesom o charakterze addytywnym (arytmetycznym).

Proces multiplikatywny (geometryczny) charakteryzuje się tym, iż początkowa wartość waloru bazowego jest równa V_0. W kolejnych przedziałach czasu następuje zmiana tej wartości poprzez pomnożenie jej

- przez współczynnik $u > 1$ (co odpowiada wzrostowi wartości) lub
- przez współczynnik $d < 1$ (co odpowiada spadkowi wartości).

Zazwyczaj, chociaż nie jest to konieczne, przyjmuje się, że zachodzi relacja $u = 1/d$. Wartość współczynników u oraz d jest uzależniona od zmienności waloru bazowego. Rysunek 1 obrazuje zmianę ceny waloru bazowego, w formie drzewa dwumianowego. Dzięki spełnieniu warunku $u = 1/d$ drzewo ma charakter drzewa rekombinowanego (*recombining*) co oznacza, że jeśli po wzroście o u następuje spadek o d, to wartość waloru bazowego wraca do poziomu wyjściowego.



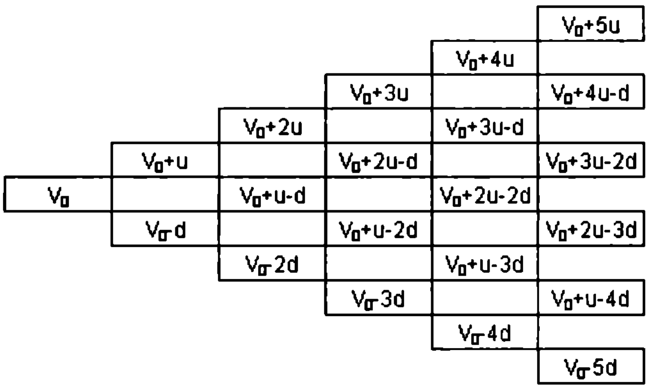
Rys. 1. Drzewo zmiany ceny waloru bazowego i drzewo wyceny opcji
Źródło: [Copeland, Antikarov 2001, s. 122].

W przykładzie prezentowanym na rys. 1 okres życia opcji został podzielony na cztery przedziały. Zwiększanie liczby przedziałów czasu (a tym samym skracanie ich długości)[3], prowadzące do bardziej dokładnego szacowania charakterystyki zmienności waloru bazowego, będzie zmieniało jego rozkład prawdopodobieństwa. W miarę jak liczba przedziałów wzrasta do nieskończoności, rozkład prawdopodobieństwa dla końcowych węzłów zbliża się do rozkładu logarytmiczno-normalnego.

W najwyższym węźle drzewa na rys. 1 wartość waloru bazowego wzrasta do nieskończoności (aczkolwiek z zerowym prawdopodobieństwem), natomiast w węźle najniższym wartość ta zbliża się do zera, ponieważ d^T zbliża się do zera w miarę jak T wzrasta do nieskończoności.

Jeśli walorem bazowym jest akcja, przyjmuje się, iż rozkład logarytmiczno-normalny stanowi dobre przybliżenie rozkładu prawdopodobieństwa dla ceny akcji, m.in. dlatego, iż cena akcji nie może przyjąć wartości ujemnej.

Multiplikatywne procesy stochastyczne są wybierane do modelowania zmian aktywu bazowego znacznie częściej aniżeli procesy addytywne. Procesy addytywne mogą być wykorzystane, jeśli zakłada się, iż wartość waloru bazowego może przyjąć wartości mniejsze niż zero. Ilustracją modelowania z wykorzystaniem takiego procesu jest przykład zaprezentowany na rys. 2. Zakłada się, iż wartość waloru bazowego w kolejnych przedziałach czasu zwiększa się lub zmniejsza o stałą wartość. W przypadku addytywnego (arytmetycznego) procesu wykorzystanego do modelowania zmian, przyrost wartości waloru jest wolniejszy, spadek zaś jego wartości szybszy w porównaniu z procesem o charakterze multiplikatywnym. Jeśli w każdym kolejnym okresie prawdopodobieństwo wzrostu jest identyczne jak prawdopodobieństwo spadku, to w miarę skracania długości przedziałów czasu (a tym samym zwiększania ich liczby w okresie życia opcji) rozkład prawdopodobieństwa w końcowych węzłach zbliża się do rozkładu normalnego.



Rys. 2. Drzewo zmiany wartości waloru bazowego i drzewo wyceny opcji
Źródło: [Copeland, Antikarov 2001, s. 123].

[3] Co oznacza przechodzenie od dyskretnych do ciągłych procesów stochastycznych.

Powyższe przykłady dotyczą przypadku modelowania procesów stochastycznych wartości waloru bazowego. Możliwe jest również modelowanie, w pierwszym kroku, strumieni pieniężnych generowanych przez analizowany walor i dopiero w drugim kroku konstruowanie drzewa wyceny z wartościami w kolejnych przedziałach czasu.

5. Przejście od analizy jednookresowej do wielookresowej

Przedmiotem niniejszego fragmentu opracowania jest koncepcja wyceny opcji za pomocą drzew dwumianowych w odniesieniu do sytuacji, gdy czas życia opcji jest podzielony na wiele podokresów. Kreowane w procesie wyceny drzewa dwumianowe (*lattices*)[4] stwarzają możliwość rozwiązania bardziej zróżnicowanych problemów z zakresu wyceny opcji realnych, w porównaniu z rachunkiem różniczkowym. W niniejszym fragmencie odwołano się do pracy Coksa, Rubinsteina i Rossa (1979). Wykorzystują oni rachunek prawdopodobieństwa w celu rozwinięcia teorii wyceny opcji za pomocą drzew dwumianowych (*binominal lattice approach*). Model Coksa, Rubinsteina, Rossa (CRR), wykorzystując dyskretne modelowanie matematyczne, prowadzi do uzyskania rozwiązania identycznego, do tego jaki uzyskali Black i Scholes, wykorzystując matematykę modeli ciągłych i rachunek Itô. Z praktycznego punktu widzenia model ten ma także ten walor, iż matematyka modeli dyskretnych jest z natury algebraiczna, a zatem łatwiejsza do zrozumienia aniżeli stochastyczne równania różniczkowe.

Prawdopodobieństwo dwumianowe i drzewa dwumianowe. Najczęściej spotykanym w praktyce drzewem decyzyjnym wykorzystywanym w analizie opcji jest drzewo dwumianowe. Punktem wyjścia do analizy zasad tworzenia takiego drzewa może być tzw. trójkąt Pascala. Trójkąt ten można określić jako proste narzędzie ułatwiające obliczenie dystrybucji wyników prób dwumianowych (np. rzut monetą), czyli takich, dla których możliwy jest tylko jeden z dwóch wyników.

Przy zero prób (wiersz zero) jest tylko jedno możliwe rozwiązanie: pewność, że może zostać wyrzucony orzeł lub reszka. Przy jednej próbie możliwy jest jeden z dwóch rezultatów: orzeł lub reszka. Przy dwóch próbach możliwe są trzy kombinacje: dwa orły, dwie reszki oraz orzeł i reszka. Dla pierwszych dwóch kombinacji istnieje tylko jedna ścieżka realizacji, natomiast dla trzeciej kombinacji, dwie ścieżki (orzeł-reszka i reszka-orzeł). Ogólnie prawdopodobieństwo zaobserwowania n orłów przy T prób można obliczyć ze wzoru

$$\Pr(n \mid T) = coef.\, p^{n}(1-p)^{T-n} \tag{3}$$

gdzie *coef.* to współczynnik (*coefficient*) wyznaczony z trójkąta Pascala. Współczynnik ten obliczamy według formuły

$$coef. = \left(\frac{T}{n}\right) = \frac{T!}{(T-n)!\, n!} \tag{4}$$

[4] W literaturze przedmiotu sporadycznie spotyka się także termin „drzewa derywatywne".

Używając oznaczeń z obszaru kombinatoryki, prawdopodobieństwo dwumianowe zaobserwowania n orłów z T prób rzutu monetą – przy założeniu, że prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi p – obliczamy ze wzoru

$$\mathrm{B}(n \mid T,p) = \binom{T}{n} p^{n} (1-p)^{T-n} \tag{5}$$

Biorąc pod uwagę, że ruchy w górę i w dół w drzewie dwumianowym mają charakter multiplikatywny (geometryczny) oraz to, że wartość początkowa jest dodatnia, dochód w poszczególnych gałęziach drzewa jest ograniczony od dołu przez zero i rośnie do nieskończoności w miarę jak wzrasta liczba okresów w drzewie. Rozkład prawdopodobieństwa zbliża się do rozkładu logarytmiczno-normalnego.

Model dwumianowy dla wielu okresów. Wartość opcji kupna dla pojedynczego okresu została opisana wzorem

$$C = [pC_u+(1-p)\ C_d] \div (1+R_f),$$

gdzie

$$p = \frac{(1+R_f)-d}{u-d},$$

$$1-p = \frac{u-(1+R_f)}{u-d}.$$

Dochody z opcji w końcowych węzłach tego drzewa zależą od wartości aktywu bazowego (uV_0 dla wariantu „wzrostowego" lub dV_0 dla wariantu „spadkowego") i od ceny wykonania opcji, X:

$$C_u = \max\,[uV_0-X,\ 0],$$

$$C_d = \max\,[dV_0-X,\ 0].$$

Należy podkreślić, iż wartość opcji kupna nie zależy od subiektywnej percepcji prawdopodobieństwa wzrostów lub spadków wartości waloru bazowego przez poszczególnych uczestników rynku. Wynika to z faktu, iż ryzyko związane z danym walorem bazowym jest już uwzględnione w jego wycenie rynkowej.

Rozszerzając model na wiele faz, przyjmuje się następujące założenia:

- ruchy cen w dół i w górę są multiplikatywne,
- $u = 1/d$,
- walor bazowy nie wypłaca dywidendy,
- stopa procentowa wolna od ryzyka jest niezmienna,
- cena wykonania opcji X jest stała.

Ogólnie funkcja dochodu z opcji w końcowym węźle ma następującą postać:

$$\max\,[0,\ u^{n}\, d^{(T-n)}\, V_0-X]\ , \tag{6}$$

gdzie: T – łączna liczba okresów w drzewie dwumianowym,
n – liczba okresów, w których miał miejsce wzrost wartości waloru bazowego.

Wykorzystując wzór (5) na prawdopodobieństwo dwumianowe, prawdopodobieństwo zrealizowania któregokolwiek z możliwych dochodów z opcji w końcowych węzłach jest równe

$$\mathrm{B}(n, | T, p) = \left(\frac{T!}{(T-n)!\, n!}\right) p^{n} (1-p)^{T-n} \tag{7}$$

Mnożąc dochody z opcji przez prawdopodobieństwa ich uzyskania oraz dodając możliwe kombinacje, otrzymujemy wzór na cenę opcji kupna w czasie t_0:

$$C_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{T} \frac{T!}{(T-n)!\, n!} p^{n} (1-p)^{T-n} \max\,[0,\, u^{n} d^{T-n}\, V_0 - X] \right\} \div (1+R_f)^{T} \tag{8}$$

Wzór ten pozwala na obliczenie wartości opcji kupna przy wykorzystaniu metody drzewa dwumianowego. Poddanie tego wzoru dalszym przekształceniom pozwoli na jego porównanie ze wzorem Blacka-Scholesa na obliczenie ceny opcji kupna. Po pierwsze należy zauważyć, iż część końcowych wartości dochodu z opcji będzie równa zero, gdyż opcje będą *out-of-the money*. Oznaczając symbolem a dodatnią liczbę całkowitą, począwszy od której opcje będą miały dodatnią wartość, możemy równanie (8) przekształcić do postaci

$$C_0 = \left\{ \sum_{n=a}^{T} \frac{T!}{(T-n)!\, n!} p^{n} (1-p)^{T-n} [u^{n} d^{T-n}\, V_0 - X] \right\} \div (1+R_f)^{T} \tag{9}$$

Wszystkie przypadki, dla których $n < a$, będą generowały zerowy dochód, ponieważ opcje będą *out-of-the-money* i nie będą wykonywane.

W kolejnym kroku rozdzielamy równanie (9) na dwie części:

$$\begin{aligned} C_0 = V_0 &\left[\sum_{n=a}^{T} \frac{T!}{(T-n)!\, n!} p^{n} (1-p)^{T-n} \frac{u^{n} d^{T-n}}{(1+R_f)^{T}} \right] \\ -X\,(1+R_f)^{-T} &\left[\sum_{n=a}^{T} \frac{T!}{(T-n)!\, n!} p^{n} (1-p)^{T-n} \right] \end{aligned} \tag{10}$$

Drugi składnik tego równania to iloczyn zdyskontowanej ceny wykonania opcji tzw. komplementarnej dystrybucji dwumianowej, $B(n \geq a | T,p)$. Jest to kumulatywne prawdopodobieństwo posiadania opcji *in-the-money* (tj. kiedy $n \geq a$), gdzie prawdopodobieństwami są równoważniki pewności określone przez portfel (hedgingowy) wolny od ryzyka.

Oznaczamy

$$p' \equiv \left[\frac{u}{(1+R_f)}\right] p$$

oraz

$$1-p' \equiv \left[\frac{d}{(1+R_f)}\right](1-p)$$

Pozwala to na zredukowanie funkcji prawdopodobieństwa w pierwszym członie formuły (10) w następujący sposób:

$$p^n(1-p)^{T-n}\frac{u^n d^{T-n}}{(1+R_f)^T} = \left[\frac{u}{(1+R_f)}p\right]^n \left[\frac{d}{(1+R_f)}(1-p)\right]^{T-n} = (p')(1-p')^{T-n} \quad (11)$$

Po dokonaniu tych przekształceń model dwumianowy wyceny europejskiej opcji kupna (z multiplikatywnym procesem stochastycznym) może zostać zapisany za pomocą następującej formuły:

$$C_0 = V_0 B(n \geq a \mid T, p') - X(1+R_f)^{-T} B(n \geq a \mid T, p) \quad (12)$$

gdzie

$$p = \frac{(1+R_f)-d}{u-d} \quad (13)$$

$$p' = \left[\frac{u}{(1+R_f)}\right]p \quad (14)$$

Formuła modelu dwumianowego, dotychczas prezentowana w postaci dyskretnej, może zostać rozszerzona do formuły w czasie ciągłym. Stanie się tak, jeśli czas T podzielimy na nieskończenie wiele podokresów, czyli n będzie rosło do nieskończoności.

6. Podstawowe rodzaje opcji realnych i ich wycena

Typologia podstawowych opcji realnych. Miniona dekada przyniosła zarówno dynamiczny rozwój teorii opcji realnych, jak i wzrost liczby aplikacji tych opcji w biznesie. W świetle literatury przedmiotu można wyróżnić następujące, podstawowe rodzaje opcji realnych.

- opcja opóźnienia (*option to defer*); źródłem wartości tej opcji jest możliwość odroczenia w czasie decyzji o podjęciu realizacji projektu do czasu zmniejszenia/wyeliminowania niepewności towarzyszącej realizacji projektu;
- opcja rezygnacji (*option to abandon*); źródłem wartości tej opcji jest możliwość rezygnacji z kontynuacji projektu;
- opcja zmiany (*switch option*); wartość opcji zmiany wynika z charakteryzującej projekt możliwości zmiany (struktury i/lub kosztu zasileń materiałowych, zmiany asortymentu wyrobów, zmiany rynków, technologii wytwarzania itp.);
- opcja zwiększenia/zmniejszenia skali (*option to expand/contract*); wartość opcji związana jest z możliwością zmiany skali projektu w zależności od sytuacji rynkowej;

- opcja wzrostu (*option to grow*); źródłem wartości tej opcji jest możliwość przyszłego rozwoju w wyniku zrealizowania początkowej inwestycji o niskiej lub ujemnej NPV;
- opcja złożona (*compound option*); źródłem wartości tej opcji jest możliwość sekwencyjnej realizacji projektu; realizacja wcześniejszej fazy daje opcję realizacji fazy następnej.

Zaprezentowane powyżej podstawowe rodzaje opcji realnych występują zazwyczaj jednocześnie, w różnych kombinacjach, co zwiększa skalę trudności związaną z ich wyceną. Problem ten jest szczególnie istotny, gdyż czynniki determinujące wartość opcji finansowych i realnych różnią się od siebie, często w sposób istotny.

Poniżej przedstawione zostaną podstawowe problemy wyceny i analizy opcji realnych dla dwóch wybranych rodzajów opcji.

Opcja rezygnacji. Opcja rezygnacji daje posiadaczowi prawo do rezygnacji z kontynuacji projektu inwestycyjnego w zamian za określoną sumę (*salvage value*). Analiza tego typu opcji ilustruje poniższy przykład [Mun 2002].

Przykład

Rozważamy przykład firmy farmaceutycznej (A), która prowadzi prace nad nowym lekiem. Wysoki poziom niepewności związanej z wynikami prac badawczych, testów klinicznych oraz procedurą dopuszczenia leku do obrotu sprawia, iż firma postanawia stworzyć strategiczną opcję rezygnacji. Opcję stanowi umowa zawarta z inną firmą farmaceutyczną (B), dająca firmie A prawo sprzedaży praw intelektualnych z prowadzonych prac badawczych w ciągu najbliższych pięciu lat. Zgodnie z umową, wartość patentu posiadanego przez firmę A oraz innych praw intelektualnych oszacowano na kwotę 100 mln USD (w celu uproszczenia analizy przyjęto, iż kwota ta będzie niezmienna w całym okresie pięciu lat). Firma B zobowiązuje się do zapłacenia tej kwoty w każdym przypadku, kiedy decyzję o sprzedaży podejmie firma A.

Wartość projektu obliczona tradycyjną metodą NPV, nie uwzględniająca opcji rezygnacji, wynosi według szacunków firmy 150 mln USD. Przeprowadzona za pomocą symulacji Monte Carlo analiza implikowanej zmienności (*implied volatility*) logarytmicznych stóp zwrotu ze strumieni pieniężnych netto generowanych przez projekt daje wynik 30%. Stopa zwrotu wolna od ryzyka gwarantowana przez wolne od ryzyka aktywa, w identycznym okresie (tj. 5 lat) wynosi 5%.

Celem analizy jest obliczenie wartości opcji rezygnacji oraz wartości całego programu rozwoju nowego leku.

Wycena opcji zostanie przeprowadzona, w celu porównania wyników, dwiema metodami:

- przy wykorzystaniu formuły aproksymacyjnej Bjorksunda dla amerykańskiej opcji sprzedaży (możliwość sprzedania praw intelektualnych z projektu pozwala na traktowanie tej opcji jako amerykańskiej opcji sprzedaży)[5],
- metodą drzew dwumianowych

[5] Formuła ta jest dostępna w wykorzystywanym do analiz w niniejszej pracy programie **Real Options Analysis Toolkit** firmy Decisioneering, Inc.

Cena opcji obliczona za pomocą formuły aproksymacyjnej Björksunda wynosi 6,9756 USD.

Parametry niezbędne do wyznaczenia ceny opcji metodą drzewa dwumianowego są równe (jako dane z treści przykładu lub obliczone ze wzorów modelu CRR):

$S = 150,$

$\sigma = 0{,}30,\ T = 5,\ r_f = 0{,}05,$

$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1{,}3499,$

$u = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = 0{,}7408,$

$$p = \frac{e^{r_f(\delta t)} - d}{u - d} = 0{,}51.$$

Wykorzystując metodę drzewa dwumianowego, w pierwszym kroku tworzymy drzewo zmiany wartości dla waloru bazowego. Ilustruje to rys. 3[6].

					A
					672,25
				498,02	
		C	368,94		368,94
		273,32		273,32	
	202,48		202,48		202,48
150,00		150,00		150,00	
	111,12		111,12		111,12
		82,32		82,32	B
			60,99		60,99
				45,18	
					33,47

Rys. 3. Drzewa wartości waloru bazowego
Źródło: opracowanie własne (w oparciu o dane przykładu, za pomocą programu ROAT).

Zgodnie z opisaną wcześniej metodologią konstruowania tego typu drzew wartości, wartość waloru w węźle A obliczona została według formuły S_0u^5, w węźle B według formuły $S_0u^2d^3$, w węźle C zaś jako S_0u^2.

W kroku drugim dokonujemy wyceny opcji dzięki stworzeniu drzewa dwumianowego wyceny opcji. W drzewie tym najpierw wyceniamy wartość węzłów końcowych drzewa, a następnie węzłów pośrednich, tak by w procedurze tzw. indukcji wstecznej (*backward induction*) obliczyć wartość węzła pierwszego, czyli

[6] Literowe oznaczenia wartości węzłów znajdują się nad odpowiednimi wartościami (np. wartość waloru w węźle A wynosi 672,25, a w węźle C 273,32).

wartość projektu z uwzględnieniem opcji rezygnacji. Ilustruje to rys. 4. Po upływie pięciu lat firma ma możliwość podjęcia decyzji zarówno o kontynuacji projektu, jak i o rezygnacji – i tym samym sprzedaży praw intelektualnych za uzgodnioną sumę. Firma będzie, oczywiście, wybierała strategię maksymalizującą wynik finansowy (w każdym z węzłów odpowiadających możliwym, tzn. uwzględniającym zmienność, wartościom oczekiwanej wartości waloru bazowego).

					A
					672,25
				498,02	
		C	368,94		368,94
		273,32		273,32	
	204,32		202,48		202,48
156,64		153,96		150,00	
	123,44		119,61		111,12
		104,63		100,52	B
			100,00		100,00
				100,00	
					100,00

Rys. 4. Wycena waloru bazowego metodą drzewa dwumianowego
Źródło: opracowanie własne (w oparciu o dane przykładu, za pomocą programu ROAT).

Wartość węzła A jest obliczana jako większa z dwóch wartości: wartość waloru bazowego w tym węźle oraz cena zbycia praw intelektualnych, tj. $\max(672,25; 100)$. Tak więc decyzją maksymalizującą wynik finansowy będzie decyzja o kontynuacji projektu. W węźle B wartość waloru bazowego wynosi zaledwie 60,69 mln USD i jest mniejsza od kwoty możliwej do uzyskania ze sprzedaży praw intelektualnych z projektu. Kryterium maksymalizacji wyniku finansowego, $\max(60,09; 100)$, wskazuje, iż właściwą decyzją jest w tym przypadku rezygnacja z kontynuacji projektu.

Wartość węzła C, zgodnie z procedurą indukcji wstecznej, obliczana jest jako maksimum z dwóch wartości:

- zdyskontowanej wartości sumy ważonych odpowiednim prawdopodobieństwem wartości węzłów następujących po C w drzewie dwumianowym,
- ceny zbycia praw intelektualnych.

Wartość pierwszą obliczamy (biorąc pod uwagę wartości w węzłach następujących po C) za pomocą wzoru:

$$\frac{[(p)(368,9)+(1-p)(202,5)]}{e^{(r_f)(\delta t)}},$$

gdzie $\delta t = 1$. Daje to wynik równy 273,3, a więc wartość większą od kwoty możliwej do uzyskania ze sprzedaży praw intelektualnych. Tak więc optymalną decyzją w węźle C jest utrzymanie opcji, czyli kontynuacja programu badań nad lekiem. Na rysunku 5 każdy z węzłów zawiera:

- informację o wartości waloru bazowego bez uwzględnienia elastyczności decyzyjnej (górna liczba),
- informację wartości waloru bazowego z uwzględnieniem wartości opcji dającej elastyczność decyzyjną (dolna liczba),
- rekomendację decyzji, jaka powinna podjąć firma w celu maksymalizacji wyniku finansowego.

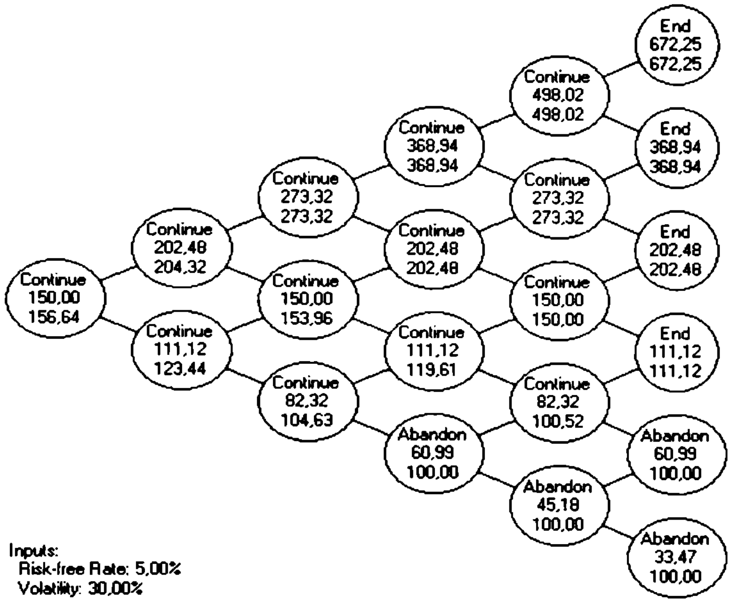
Wycena kolejnych węzłów metodą indukcji wstecznej prowadzi do pierwszego węzła, w którym wyznaczona zostaje ostateczna wartość analizowanej opcji. W węźle tym zestawiona zostaje bieżąca wartość waloru bazowego z uwzględnieniem i bez uwzględnienia wartości analizowanej realnej opcji rezygnacji. Porównanie obu wielkości prowadzi do konkluzji, iż wartość tej opcji jest równa 6,64 mln USD. Obliczona tradycyjną metodą wartość projektu (150 mln USD) określana jest mianem statycznej NPV. Po dodaniu wartości realnej opcji rezygnacji z kontynuacji projektu otrzymujemy tzw. rozszerzoną formułę wartości bieżącej netto (*ENPV – expanded NPV*) [Mun 2002, s. 174]. Formułę NPV, uwzględniającą wycenę wbudowanych w projekt inwestycyjny opcji, oznacza się również skrótem $NPV^{+}O$ (*NPV* plus wartość opcji).

Zwiększenie granulacji drzewa dwumianowego, osiągane dzięki skróceniu długości wykorzystywanego do analizy kroku czasowego (*time-step*), sprawia, iż szacowanie ceny opcji staje się bardziej dokładne. Na przykład widoczne na rys. 6 zwiększenie liczby „kroków" do dziesięciu (długość „kroku" równa: 5 lat/10 = 0,5 roku) daje w wyniku cenę opcji rezygnacji równą 156,92 mln USD. Wartości opcji obliczone metodą drzew dwumianowych dla większej liczby kroków zawiera tab. 1. Im mniejsza długość pojedynczego „kroku" w analizie, tym bardziej zbliżamy się do symulacji zmian ceny waloru bazowego w czasie ciągłym (w odróżnieniu od analizy w czasie dyskretnym).

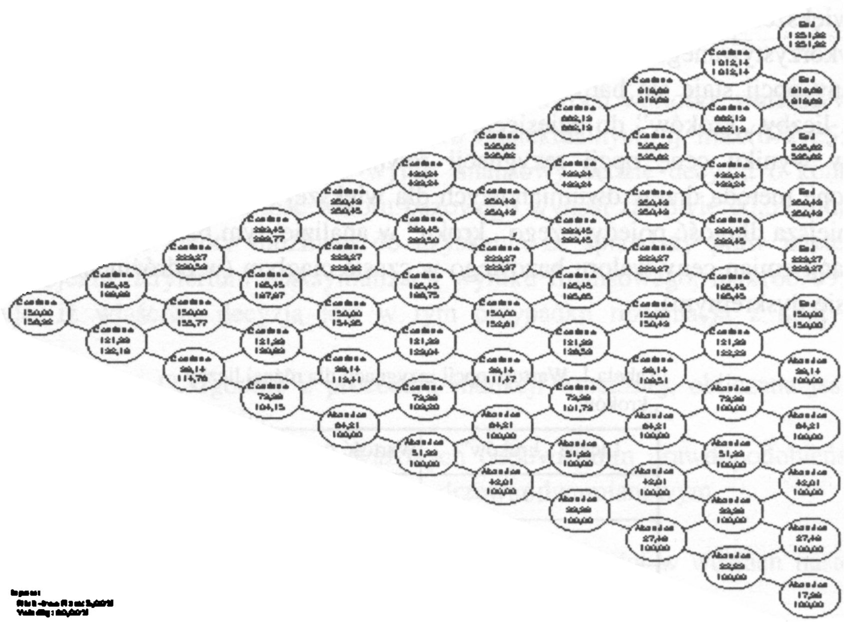
Tabela 1. Wartość opcji rezygnacji dla różnej liczby „kroków"

Liczba „kroków"	Wartość opcji rezygnacji
10	156,92
100	157,06
500	157,09
100	157,09

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Drzewo wyceny opcji (dla pięciu „kroków")
Źródło: opracowanie własne (na podstawie danych przykładu, za pomocą programu ROAT).



Rys. 6. Drzewo wyceny opcji (dla dziesięciu „kroków")
Źródło: opracowanie własne (na podstawie danych przykładu, za pomocą programu ROAT).

Powyższy, uproszczony przykład może być oczywiście modyfikowany, tak by uwzględnione zostały np. zmiany wartości praw intelektualnych w czasie, inflacja itp.

Opcja zwiększenia skali. Opcja zwiększenia skali[7] (*option to expand*) oznacza wbudowaną w projekt inwestycyjny możliwość zwiększenia jego skali, w dowolnym (teoretycznie) momencie okresu uznanego jako potencjalnie uzasadniający – ze względu na rodzaj projektu i stan rynku – taką decyzję.

Przykład

Wartość firmy obliczona metodą dyskontowania oczekiwanych strumieni pieniężnych wynosi 400 mln USD. Analiza Monte Carlo wykazuje, iż implikowana zmienność logarytmicznych stóp zwrotu z oczekiwanych stóp zwrotu wynosi 35%. Szacuje się, że stopa zwrotu, wolna od ryzyka, w ciągu najbliższych pięciu lat będzie kształtowała się średnio na poziomie 7%. Zakładamy, iż firma ma możliwość podwojenia własnych zdolności produkcyjnych (i w takim samym stopniu zwiększenia wielkości generowanych strumieni pieniężnych netto) dzięki przejęciu konkurenta za cenę 250 mln USD. W celu uproszczenia analizy zakładamy, iż możliwość (opcja) przejęcia firmy konkurencyjnej będzie aktualna przez pięć lat, cena przejęcia zaś nie ulegnie zmianie i będzie wynosiła 250 mln USD [Mun 2002, s. 175 i nast.].

W tabeli 2 zestawiono dane wynikające z treści przykładu oraz parametry niezbędne do obliczenia wartości poszczególnych węzłów w drzewie dwumianowym: *dt*, *u*, *d* oraz *p*.

Tabela 2. Podstawowe parametry wyceny opcji (przykład)

Assumptions	
Asset Value ($)	$400,00
Implementation Cost ($)	$250,00
Maturity (Years)	5,00
Risk-free Rate (%)	7,00%
Dividends (%)	0,00%
Volatility (%)	35,00%
Lattice Steps	5
Expansion Factor	2,00

Intermediate Calculations	
Stepping-Time (dt)	1,0000
Up Step-Size (up)	1,4191
Down Step-Size (down)	0,7047
Risk-neutral probability (prob)	51,49%

Results	
Lattice Results	$638,30

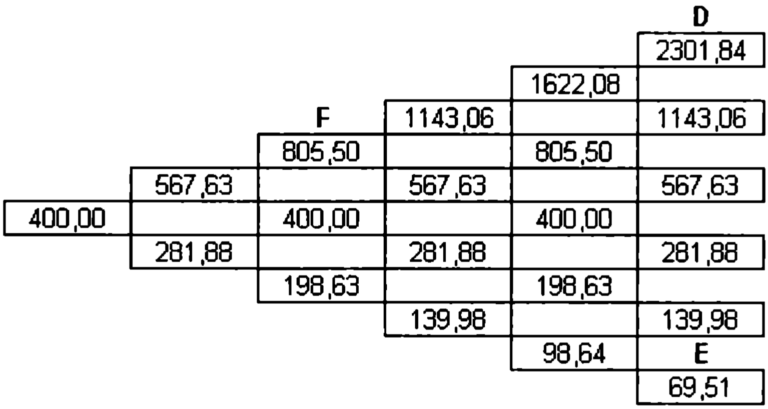
Źródło: opracowanie własne (na podstawie danych przykładu).

Opcja realna opisana w przykładzie może być traktowana jako amerykańska opcja kupna. Do wyznaczenia przybliżonej wartości tej opcji można wykorzystać formułę aproksymacyjną Barone-Adesi-Whaley'a [Mun 2002, s. 175]. Obliczona wartość, 626,6 mln USD, stanowi parametr odniesienia (*benchmark*) dla wyceny prowadzonej metodą drzewa dwumianowego.

[7] Opcja jest także określana jako opcja **ekspansji, rozszerzenia.**

Pierwszym krokiem w analizie metodą drzew dwumianowych jest sporządzenie drzewa zmiany wartości waloru bazowego. Dane zawarte w treści przykładu pozwalają na kalkulację podstawowych parametrów niezbędnych do sporządzenia zarówno drzewa zmiany cen waloru bazowego, jak i drzewa wyceny opcji (tabela BBB).

Drzewo zmiany wartości waloru bazowego przybiera postać jak na rys. 7



Rys. 7. Drzewo zmiany wartości waloru bazowego

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku uprzednio analizowanej opcji rezygnacji, wartości w poszczególnych węzłach drzewa otrzymujemy, mnożąc początkową wartość waloru (400 USD) przez adekwatną do umiejscowienia danego węzła liczbę czynników u (=1,4191) oraz d (= 0,7047).

Wycenę opcji za pomocą drzewa dwumianowego ilustruje rys. 8. W węźle D tego drzewa znajduje się wartość 4353,7 USD. Otrzymujemy ją, porównując (i wybierając większą) dwie wielkości:

- wartość oczekiwaną waloru bazowego przy najbardziej optymistycznym scenariuszu zmian (pięć kolejnych wzrostów w pięciu kolejnych przedziałach czasowych analizowanego okresu) i przy założeniu, iż opcja ekspansji (przejęcie innej firmy) zostanie wykonana, co – zgodnie z warunkami przykładu – oznacza podwojenie wartości z węzła D na rys. 7 oraz odjęcie ceny wykonania opcji ($2 \times 2301{,}84 - 250 = 4353{,}5$),
- wartość oczekiwaną waloru bazowego przy najbardziej optymistycznym scenariuszu, bez wykonywania opcji ekspansji, tj. wartość z węzła D na rys. 7 (= 2301,84).

Właściwą decyzją w tym węźle jest wykonanie opcji, czyli przejęcie firmy konkurencyjnej za uzgodnioną kwotę i podwojenie wartości strumienia pieniężnego generowanego przez firmę.

W węźle E, podobnie jak w węźle D, porównujemy wartość firmy w przypadku wykonania opcji ($2 \times 69{,}51 - 250 = -110{,}98$) oraz w przypadku jej niewykonania

					D
					4353,68
				3011,06	
		F	2068,78		2036,12
		1408,36		1377,90	
	950,91		917,91		885,25
638,30		607,54		566,90	
	401,91		368,92		313,75
		243,75		213,94	
			147,32		139,98
				98,64	E
					69,51

Rys. 8. Drzewo dwumianowe wyceny opcji rozszerzenia

Źródło: opracowanie własne.

(= 69,51), wprowadzając do drzewa wyceny większą z tych wartości. W tym przypadku właściwą decyzją jest kontynuacja działalności firmy w dotychczasowej skali.

Decyzje w węzłach D i E, wynikające z powyższych kalkulacji, są zbieżne z „intuicyjnym" postrzeganiem właściwej strategii dla firmy. Węzeł D i znajdująca się w nim wartość waloru bazowego (rys. 7) oznaczają korzystną sutuację rynkową. Rosnąca (maksymalnie w tym przypadku) wartość strumienia pieniężnego generowanego ze sprzedaży produktów firmy oznacza, iż celowe może być (po dokonaniu stosownych kalkulacji) podwojenie skali działalności dzięki przejęciu firmy konkurencyjnej. Niska wartość strumieni pieniężnych generowanych w negatywnym scenariuszu (węzeł E) nie uzasadania strategii zwiększania skali produkcji (w kontekście ceny, jaką należałoby zapłacić za przejmowaną firmę).

Analiza węzła F, jednego z węzłów pośrednich (tj. znajdujących się między węzłami końcowymi a węzłem pierwszym), opiera się na stwierdzeniu, iż w tym węźle, podobnie jak w poprzednich, firma ma do wyboru dwa rodzaje działań:

- wykorzystując istniejącą opcję, przejąć firmę konkurencyjną lub
- nie realizując opcji, kontynuować działalność w dotychczasowej skali, pozostawiając opcję otwartą, w oczekiwaniu na rozwój sytuacji w otoczeniu.

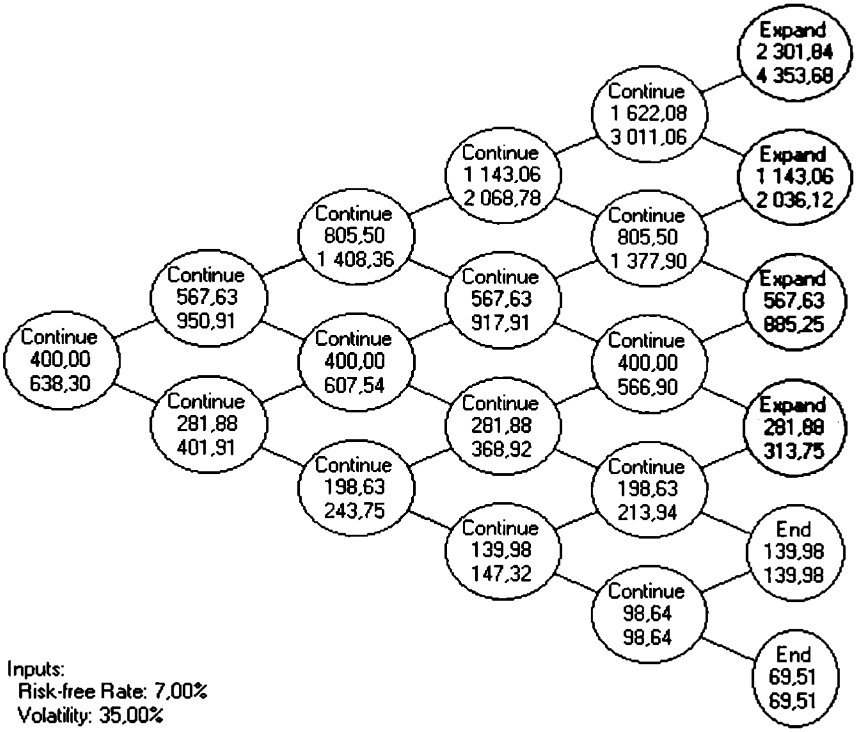
„Wartość" decyzji o wykonaniu opcji w węźle jest równa 1361. Natomiast w przypadku pozostawienia otwartej pozycji w opcji wartość węzła będzie równa – zgodnie z metodą indukcji wstecznej – zdyskontowanej wartości sumy ważonych prawdopodobieństwami wartości opcji w węzłach następujących bezpośrednio po węźle D, czyli (dla $p = 0{,}5149$).

$$\frac{p \times 2068{,}8 + (1-p) \times 917{,}9}{e^{(-r_f)(\delta t)}} = 1408{,}4.$$

Tak więc decyzją korzystniejszą jest pozostawienie opcji otwartej. Wykorzystując w podobny sposób metodę indukcji wstecznej do wyceny pozostałych węzłów, dochodzimy do węzła początkowego w drzewie wyceny. Wyznaczona w tym węźle wartość strumieni pieniężnych z uwzględnieniem opcji ekspansji daje wynik 638,30.

Drzewo wyceny i decyzji na rys. 9 zawiera wartości pozwalające dokonać „wyceny" poszczególnych węzłów oraz określić właściwą dla danego węzła decyzję. Wycena strumieni pieniężnych z uwzględnieniem opcji, dla warunków omawianego przykładu, daje wartość 638,8.

Z danych przykładu wiadomo, że wartość bieżąca przyszłych strumieni pieniężnych wynosi 400 mln USD. Przejęcie firmy konkurencyjnej (za kwotę 250 mln USD) **w chwili bieżącej**, zwiększające dwukrotnie wartość tych strumieni (bez uwzględnienia opcji podjęcia takiej decyzji w przyszłości, tj. w ciągu najbliższych pięciu lat), daje wartość strumieni pieniężnych po przejęciu równą 550 mln USD ($= 2 \times 400 - 250$). Jest to tzw. statyczna wartość przejęcia. Wcześniejsze obliczenia wykazały, iż wartość bieżąca oczekiwanych strumieni, przy założeniu, iż przejęcie konkurenta może zostać zrealizowane w dowolnym momencie zakreślonego przedziału czasu (czyli jest



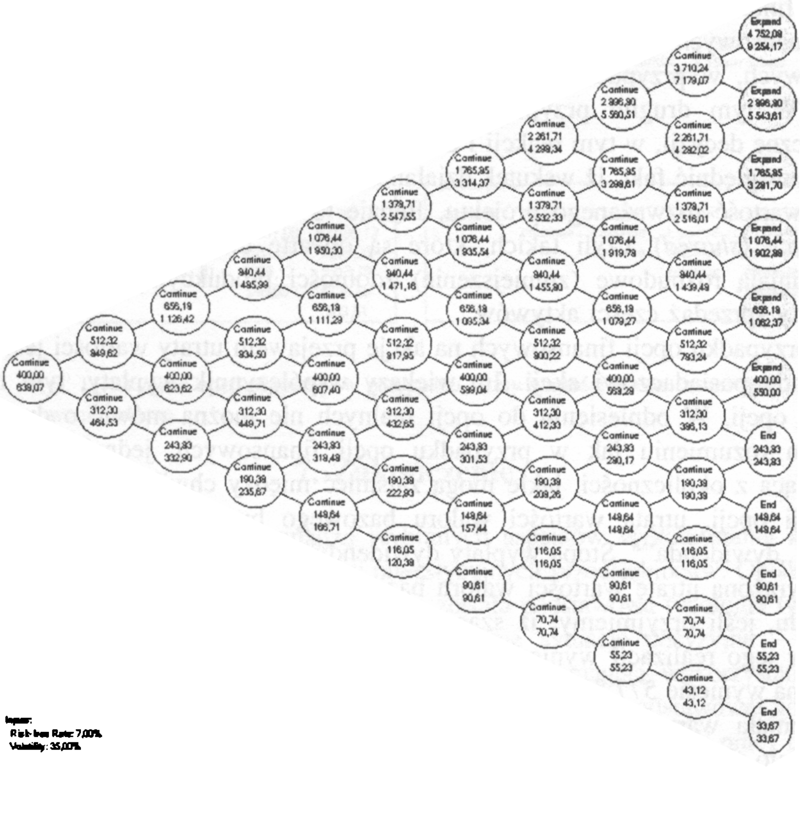
Rys. 9. Drzewo wyceny i decyzji dla opcji rozszerzenia

Źródło: opracowanie własne.

opcją), wynosi 638,30 mln USD. Różnica między tymi dwiema wartościami stanowi wartość realnej opcji ekspansji w analizowanym przykładzie. Wartość ta jest równa 88,30 mln USD.

W praktyce niektóre wielkości przyjęte w przykładzie jako stałe (np. cena przejęcia, skala zwiększenia operacji firmy wskutek przejęcia) będą ulegały zmianom w czasie, co powinno znaleźć odzwierciedlenie w prognozie tych wielkości. W takim przypadku konieczne jest uwzględnienie – przy modelowaniu analizowanych powyżej drzew dwumianowych – dynamiki tych parametrów.

Zwiększenie granulacji drzewa (widoczne na rys. 10) poprawia dokładność szacowania wyniku. Tabela 3 zawiera informacje o wartościach opcji przy zwiększaniu liczby podokresów („kroków") wykorzystywanych do symulacji zmian wartości waloru bazowego.



Rys. 10. Drzewo wyceny i decyzji dla opcji rozszerzenia (10 podokresów)
Źródło: opracowanie własne.

Dotychczasowa analiza prostych opcji realnych nie uwzględniała wpływu, jaki na wartość opcji mogą wywierać działania firm konkurencyjnych. Koncepcja zarówno opcji finansowych, jak i realnych oparta jest na założeniu, iż można zrealizować

Tabela 3. Wartość opcji rozszerzenia a liczba podokresów

Liczba podokresów	Wartość opcji rozszerzenia
50	638,77
100	638,73
500	638,87
1000	638,77

Źródło: opracowanie własne.

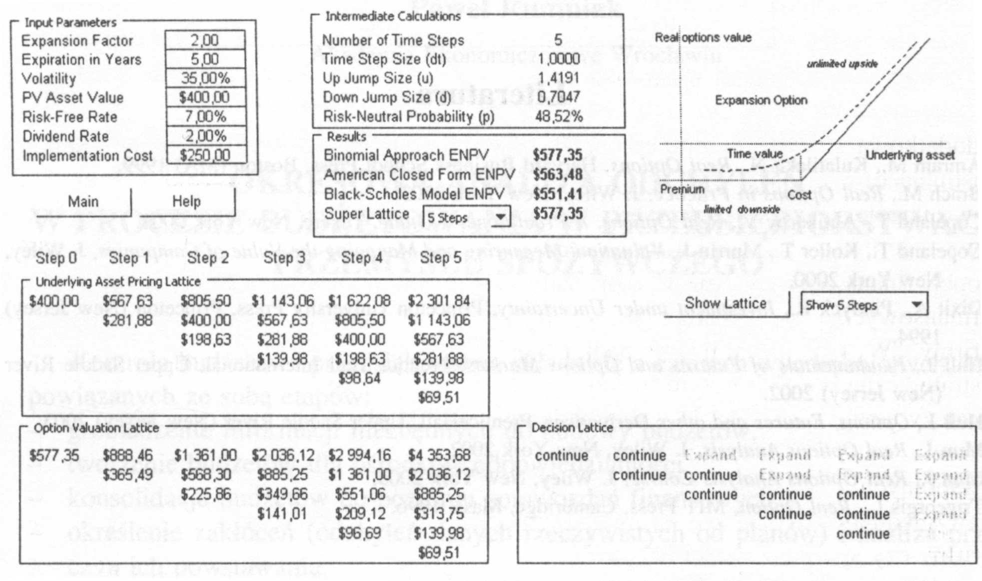
dodatkową wartość w zamierzonej transakcji, jeśli nada się jej (lub uwzględni już istniejące) cechy opcji, czyli uwzględni możliwość podjęcia decyzji z opóźnieniem, w zakreślonym czasie, w zależności od tego, jak się będzie kształtowała sytuacja w – zdefiniowanym adekwatnie do problemu decyzyjnego – otoczeniu. W przypadku opcji finansowych będzie to oznaczało sytuację w odpowiednim segmencie rynków finansowych, w przypadku zaś opcji realnych sytuację w otoczeniu biznesowym firmy. W tym drugim przypadku konieczne jest zwrócenie uwagi na aspekty strategiczne decyzji, w tym reakcji i działań firm konkurencyjnych. W szczególności należy uwzględnić fakt, iż wskutek działań firm konkurencyjnych może ulec zmniejszeniu wartość rozważanego projektu. Będzie to dotyczyło przypadków tzw. opcji wspólnych (*shared*), czyli takich, które są otwarte dla więcej niż jednej firmy, uwzględniają rozbudowę (zmniejszenie) zdolności produkcyjnych, przejęcie innej firmy czy sprzedaż części aktywów.

W przypadku opcji finansowych na akcje przejawem utraty wartości jest wypłata dywidendy posiadaczowi akcji. Im większy współczynnik wypłaty, tym mniejsza wartość opcji. W odniesieniu do opcji realnych nie można mówić o dywidendzie w takim rozumieniu jak w przypadku opcji finansowych, jednak spodziewana, wynikająca z okoliczności, jakie mogą zaistnieć między chwilą obecną a terminem realizacji opcji, utrata wartości waloru bazowego bywa również określana jako swoista „dywidenda”[8]. Stopa wypłaty dywidendy oznacza w tym przypadku procentowo wyrażoną utratę wartości waloru bazowego. W nawiązaniu do analizowanego przykładu, jeśli przyjmiemy, iż szacowana utrata wartości projektu wskutek opóźnienia w jego realizacji wyniesie 2%, to jego wartość uwzględniająca elastyczność decyzyjną wyniesie 577,35 mln USD, sama zaś opcja ekspansji wbudowana w projekt będzie miała wartość 27,35 mln USD (= 577,35 – 550). Porównując tę wielkość z uprzednio obliczoną wartością opcji równą 88,30 mln USD, widzimy wpływ, jaki na wartość opcji mają działania firm konkurencyjnych.

Warto przy tym zwrócić uwagę, iż w przypadku gdy procent utraty wartości projektu zrówna się z poziomem przyjętej do obliczeń stopy zwrotu wolnej od ryzyka, wówczas wartość firmy uwzględniająca elastyczność decyzyjną zrównuje się z war-

[8] Tak należy rozumieć kategorię *dywidenda* występującą w wykorzystywanym w pracy programie **Real Options Analysis Toolkit**.

tością firmy bez uwzględnienia tej elastyczności ($NPV = ENV = 550$). Upływ czasu i związane z nim działania firm konkurencyjnych powodują erozję wartości opcji ekspansji. W takiej sytuacji zaleceniem strategicznym jest wcześniejsze, w porównaniu do wariantu braku konkurencji, wykonanie opcji. Rekomendacja wcześniejszego wykonania opcji jest widoczna w panelu na rys. 11.



Rys. 11. Wycena opcji ekspansji w przypadku utraty wartości waloru bazowego
Źródło: opracowanie własne.

7. Zakończenie

Przedmiotem artykułu była analiza wybranych aspektów wykorzystania koncepcji realnych do pomiaru wartości projektów inwestycyjnych przedsiębiorstw. Opisano istotę i genezę koncepcji opcji realnych. Omówiona została podstawowa typologia tych opcji. Podkreślono, iż faktycznie występujące w praktyce sytuacje decyzyjne – jeśli są modelowane zgodnie z koncepcją opcji realnych – wymagają wykorzystania wielu podstawowych opcji jednocześnie bądź też kreowania na bazie podstawowej konstrukcji opcji, struktur nowych, specyficznych dla rozwiązywanego problemu. W pracy dokonano porównania metody NPV i analizy opcji realnych (AOR), zwrócono uwagę na te typy sytuacji decyzyjnych, dla których metoda AOR pozwala na bardziej adekwatną ocenę analizowanych projektów. Owa „adekwatność" oznacza możliwość uwzględnienia wartości, jaką w danym projekcie kreuje elastyczność podejmowania decyzji. Ponadto w pracy omówione zostały podstawowe metody i techniki wyceny opcji realnych.

W końcowym fragmencie artykułu zaprezentowane zostały przykłady wyceny prostych opcji realnych. Celem było pokazanie możliwości, jakie stwarza koncepcja opcji realnych dla analizy wybranych problemów decyzyjnych z obszaru pomiaru wartości projektów inwestycyjnych. Do analiz wykorzystano dwa programy komputerowe: *Crystall Ball* (program wykorzystywany do wielokryterialnych oraz ryzyka biznesowego) oraz *Real Options Analysis Toolkit* (program służący do wyceny opcji realnych).

Literatura

Amram M., Kulatilaka N., *Real Options*, Harvard Business School Press, Boston (MA) 1999.

Brach M., *Real Options in Practice*, J. Wiley, New York 2003.

Copeland T., Antikarov V., *Real Options. A Practitioner's Guide*, Texere, New York 2001.

Copeland T., Koller T., Murrin J., *Valuation. Measuring and Managing the Value of Companies*, J. Wiley, New York 2000.

Dixit A., Pindyck R., *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton (New Jersey) 1994.

Hull J., *Fundamentals of Futures and Options Markets*, Prentice Hall International, Upper Saddle River (New Jersey) 2002.

Hull J., *Options, Futures and other Derivatives*, PrenticeHall, Upper Saddle River (New Jersey) 2003.

Mun J., *Real Options Analysis*, J. Wiley, New York 2002.

Mun J., *Real Options Analysis Course*, J. Wiley, New York 2003.

Trigeorgis L., *Real Option*, MIT Press, Cambridge, Mass. 1996.

THE USING TO MEASUREMENT OF VALUE OF INVESTMENT PROJECTS THE CONCEPTION OF REAL OPTIONS

Summary

The article analyses the recent concept of real options as applied to valuation of investment projects. Real options are defined and the basic typology of them is presented. Valuation of real options using binominal trees is analysed in detail. Examples of valuation and application of selected options conclude the paper.