

Instytut Inżynierii Lądowej  
Politechniki Wrocławskiej

Komunikat 50/1977

Reologiczna redystrybucja  
stanu naprężeń w niejedno-  
rodnych konstrukcjach  
betonowych

Jan Biliszczyk

Praca doktorska

Promotor: prof. dr hab. inż. Jan Kmita

Słowa kluczowe: niejednorodne konstrukcje betonowe,  
dźwigary zespolone, reologia, bada-  
nia, obciążenia zmienne.

Mgr inż. Jan Biliszcuk  
Instytut Inżynierii Lądowej  
Politechniki Wrocławskiej  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
bud. A-1 tel. 22-09-94  
50-370 Wrocław

Komunikat

wpłynął do Redakcji Wydawnictw Naukowych i Dydaktycznych  
Instytutu Inżynierii Lądowej w grudniu 1977.



SPIS RZECZY		Str.
1.	WSTĘP	6
1.1.	Niejednorodne konstrukcje betonowe	6
1.2.	Przedmiot pracy	9
2.	CEL I ZAKRES PRACY	10
3.	ANALIZA MOŻLIWOŚCI ROZWIĄZANIA POSTAWIONEGO PROBLEMU	12
3.1.	Rozwiązanie oparte na analizie przestrzennej konstrukcji	12
3.2.	Rozwiązanie problemu drogą określenia redystrybucji naprężeń w rozpatrywanym przekroju (metoda prętowa)	14
3.2.1.	Weryfikacja eksperymentalna założeń metody prętowej	14
3.2.2.	Zakres przydatności metody prętowej	19
3.3.	Wybór sposobu rozwiązania problemu	21
4.	MODELE TEORETYCZNE MATERIAŁÓW TWORZĄCYCH KONSTRUKCJĘ ZESPOLONĄ	23
4.1.	Stal	23
4.1.1.	Zbrojenie pasywne	23
4.1.2.	Armatura sprężająca	24
4.2.	Beton	27
4.2.1.	Proces starzenia betonu	30
4.2.2.	Odkształcalność betonu	48
4.2.3.	Wpływ obciążeń cyklicznie zmiennych na wielkość i charakter odkształceń plastyczno - lepkich betonu	73
4.2.4.	Warunki higrotermiczne środowiska, a odkształcalność betonu	81
4.2.5.	Ogólne reologiczne równanie stanu w jednoosiowym stanie naprężeń	96

5.	TEORETYCZNE ROZWIĄZANIE PROBLEMU KSZTAŁTOWANIA SIĘ STANU NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU NIEJEDNORODNEGO ELEMENTU BETONOWEGO	97
5.1.	Dotychczasowy stan opracowania problemu	97
5.1.1.	Metoda analogii termicznej E. Mörscha	98
5.1.2.	Metoda różnych modułów sprężystości betonu	98
5.1.3.	Metody fikcyjnych wielkości statycznych	99
5.1.4.	Stan samonaprzeżeń jako konsekwencja statycznej niewyznaczalności ośrodka heterogenicznego	101
5.1.5.	Metody oparte na analizie stanu naprzeżeń w niejednorodnym warstwowym przecie	101
5.1.6.	Analiza krytyczna dotychczasowego stanu opracowania problemu	106
5.2.	Propozycja autora teoretycznego ujęcia wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprzeżeń w przekrojach niejednorodnych konstrukcji betonowych	110
5.2.1.	Zagadnienie kształtowania się stanu naprzeżeń w przekrojach niejednorodnych konstrukcji betonowych jako proces przyrostowy	110
5.2.2.	Idea ujęcia problemu	112
5.2.3.	Algorytm matematyczny	114
5.2.4.	Program na M.C.	122

	Str.
6. BADANIA EKSPERYMENTALNE	128
6.1. Badania autora	128
6.1.1. Cel badań	129
6.1.2. Założenia badań	129
6.1.3. Przygotowanie eksperymentu	130
6.1.4. Sposób pomiaru szukanych wielkości	140
6.1.5. Przebieg eksperymentu	144
6.1.5. Wyniki przeprowadzonych przez autora badań eksperymentalnych i ich analiza	153
6.2. Badania przeprowadzone w innych ośrodkach	169
7. KONFRONTACJA PRZEDSTAWIONYCH ROZWIĄZAŃ TEORETYCZNYCH Z WYNIKAMI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH	172
7.1. Porównanie wyników badań własnych z rozwiązaniami teoretycznymi	172
7.2. Weryfikacja rozwiązań teoretycznych problemu oparta o badania przeprowadzone w ISM i S AN GSSR	180
7.3. Analiza przedstawionych wyników	180
8. WNIOSKI KONCOWE	188
LITERATURA	189

## 1. WSTĘP

Obecny etap rozwoju budownictwa inżynierskiego cechuje stała dążność do ograniczenia zużycia materiałów konstrukcyjnych. Efekt ten uzyskuje się drogą:

- wprowadzania nowoczesnych technologii wznoszenia obiektów inżynierskich,
- poszukiwania bardziej racjonalnych rozwiązań konstrukcyjnych,
- coraz to doskonalszego poznania pracy konstrukcji i stopnia jej wyęźnienia, co pozwala na bardziej śmiałe (lecz nie ryzykowne) wykorzystanie potencjalnych możliwości tradycyjnych rozwiązań i materiałów konstrukcyjnych.

Podstawowymi materiałami konstrukcyjnymi współczesnego budownictwa są beton i stal, zaś przykładem racjonalnego wykorzystania tych materiałów są niejednorodne konstrukcje betonowe.

### 1.1. Niejednorodne konstrukcje betonowe

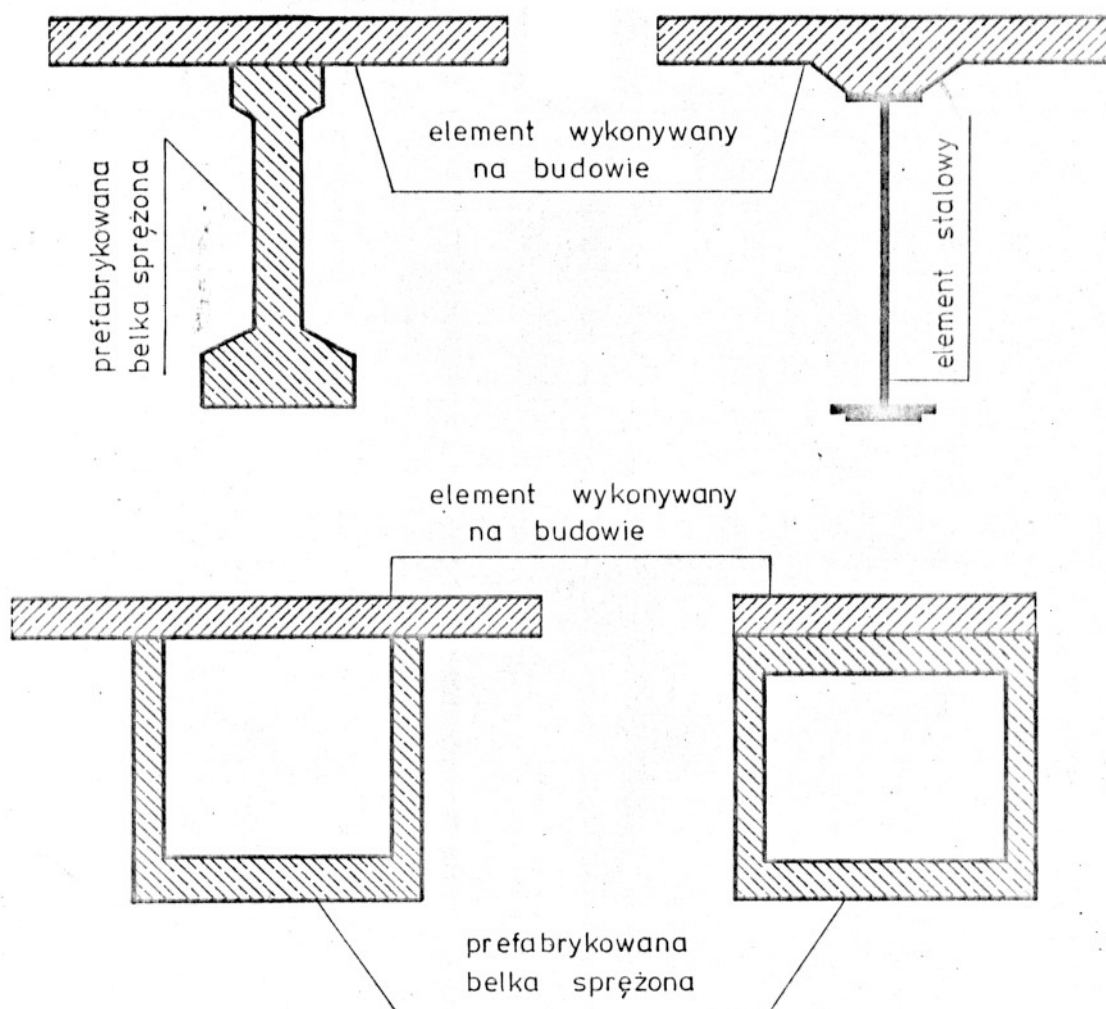
Pod tym terminem autor będzie rozumiał konstrukcje uzyskane drogą racjonalnego połączenia dwóch podstawowych elementów składowych (betonu i stali) w jedną wspólną konstrukcję nośną. Do tak zdefiniowanej grupy konstrukcji zaliczyć należy:

- konstrukcje żelbetowe,
- konstrukcje sprężone,
- konstrukcje zespolone.

Niektóre przykłady takich konstrukcji pokazano na rys. 1.1.

Ponieważ wymienione uprzednio konstrukcje stanowią o dniu dzisiejszym [48, 52, 59, 93, 108, 128, 151, 168], a także o przyszłości [48, 112, 113, 121, 150, 151, 168] budownictwa inżynierskiego, autor uważa za celowe podjęcie problematyki dotyczącej tych konstrukcji.

Podstawową informacją pozwalającą ocenić stan wyęźnienia, a tym samym niezawodność budowli są dane dotyczące stanu naprężeń panującego w analizowanej konstrukcji.



Rys. 1.1. Typowe przekroje poprzeczne dźwigarów mostowych o konstrukcji zespolonej:

Aktualny stan wiedzy dotyczący tego zagadnienia mimo bardzo obszernej literatury [9, 11, 16, 17, 20, 27, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 36, 38, 49, 50, 51, 54, 55, 63, 64, 65, 66, 67, 70, 78, 79, 82, 83, 84, 85, 89, 93, 99, 101, 103, 108, 112, 115, 122, 126, 127, 128, 135, 137, 139, 140, 141, 142, 154, 158, 160, 168, 174, 175, 176, 184, 188] nie pozwala zdaniem autora na jednoznaczne (a tym samym ściśle) określenie tego stanu. Wynika to z faktu, że inżynier mając do dyspozycji całą gamę metod analitycznych ujęcia problemu nie zna nie tylko ich dokładności, ale przeważnie i znaku błędu.



## 1.2. Przedmiot pracy

Przedmiotem niniejszej pracy jest opis procesu kształtowania się stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych zależny od zachodzących w nich zjawisk reologicznych. Graficzną ilustrację przedmiotowego problemu stanowi rys. 1.2.



## 2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem niniejszej pracy jest uściślenie metod oceny reologicznej redystrybucji stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych.

Cel ten postanowiono osiągnąć drogą takiego teoretycznego ujęcia problemu, które uwzględniałoby postulaty wynikające z analizy badań obcych uzupełnionych o doświadczalne eksperymenty autora. Ze względu na różnorodność koncepcji budowy związków konstytutywnych opisujących zachowanie się rozpatrywanych ciał pod wpływem działających obciążeń (bez poprawnego sformułowania tych związków nie można uzyskać zadawalającego teoretycznego opisu analizowanych zjawisk) postanowiono przeprowadzić szerszą niż to praktykuje się zwykle w pracach doktorskich analizę do robku naukowego w tym zakresie.

Z kolei z uwagi na obszerność przedmiotowego problemu jak i ograniczone ramy niniejszej rozprawy, zakres zainteresowań autora ogranicza się do prętowych konstrukcji izostatycznych (w których zachodzące zjawiska reologiczne nie wywołują dodatkowych sił wewnętrznych) pracujących w stanie niezarysowanym.

Tak więc zakres niniejszej rozprawy ogranicza się do:

- studium nad możliwościami dokładnego rozwiązania postawionego problemu,
- szczegółowego studium nad różnymi aspektami odkształcalności materiałów tworzących badaną konstrukcję, umożliwiającego poprawny opis teoretyczny tego problemu (odpowiednią konstrukcją reologicznych równań stanu),
- opracowania własnej koncepcji teoretycznego ujęcia wpływu zjawisk reologicznych na zmianę stanu odkształceń i naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych,



- wykonania własnych i analizy obcych badań eksperymentalnych, w celu weryfikacji uzyskanego rozwiązania teoretycznego,
- analizy przeprowadzonych badań uzupełnionej wnioskami natury poznawczej i technicznej.

Praca poza aspektami poznawczymi winna w zamierzeniu autora mieć również pewne znaczenie użytkowe, co uzyska się poprzez wykazanie przydatności proponowanych rozwiązań do bezpośredniego projektowania konstrukcji inżynierskich.

### 3. ANALIZA MOŻLIWOSCI ROZWIĄZANIA POSTAWIONEGO PROBLEMU

Zagadnienie kształtowania się stanu naprężenia i odkształcenia w przekroju dźwigara zespolonego w procesie zachodzących zjawisk reologicznych może być rozwiązane drogą analizy teoretycznej lub badań eksperymentalnych.

Ponieważ badania typu reologicznego są bardzo skomplikowane, czasochłonne i drogie, rolą teorii jest podanie ogólnych rozwiązań opisujących rozpatrywane zjawisko z niezbędną dla celów poznawczych dokładnością.

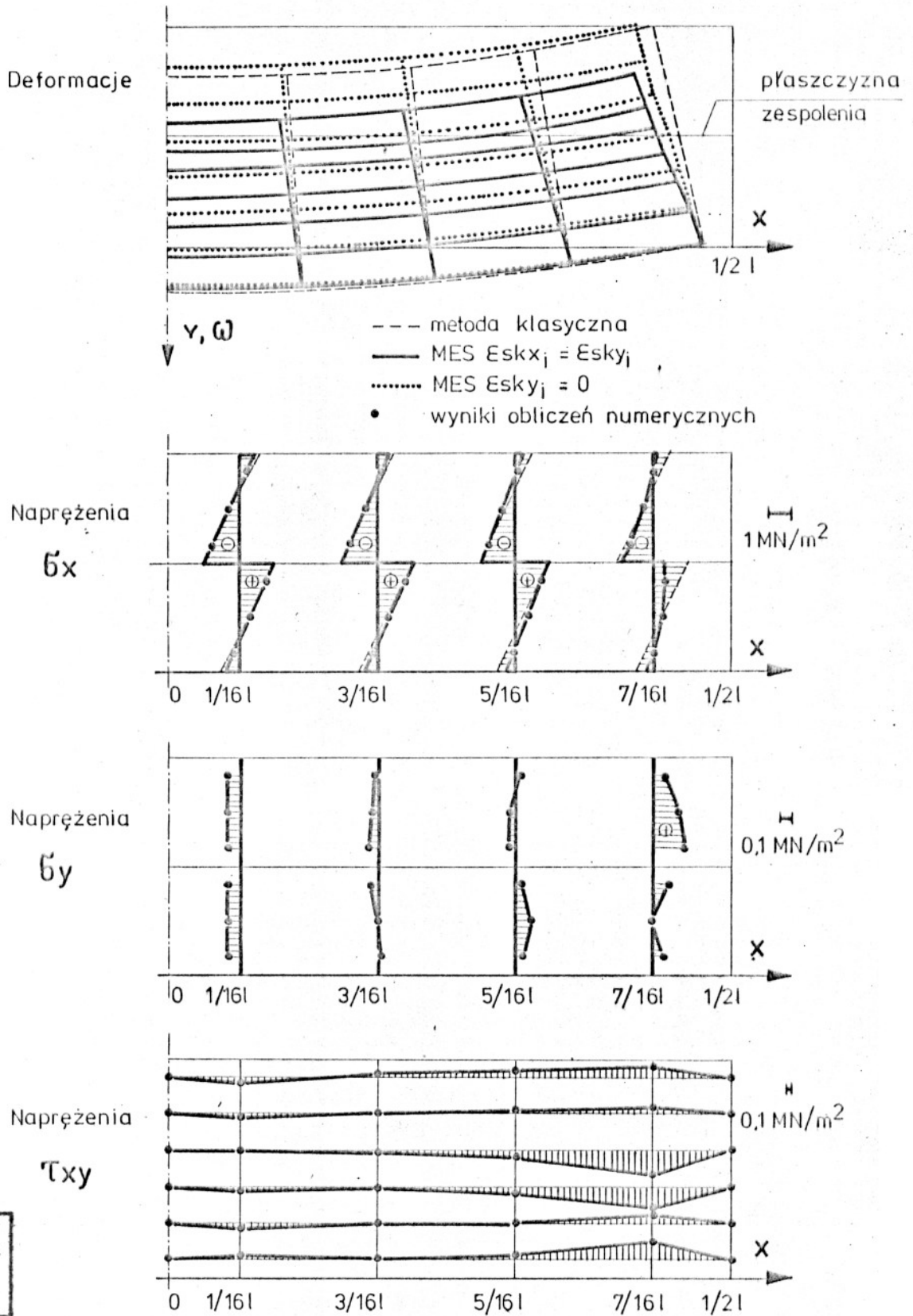
Teoretyczne rozwiązanie można uzyskać:

- poprzez analizę całego dźwigara zespolonego traktowanego jako dyskretny układ przestrzenno - czasowy,
- lub też przez rozważanie redystrybucji stanu naprężenia w kolejnych przekrojach tego dźwigara (metoda klasyczna, prętowa).

#### 3.1. Rozwiązanie oparte na analizie przestrzennej konstrukcji

Sposób ujęcia wpływu procesów reologicznych na zmianę stanu naprężenia w konstrukcji oparty na MES jest często wykorzystywany przy analizie betonowych osłon reaktorów siłowni jądrowych [150, 189] lub betonowych budowli hydrotechnicznych [144, 189]. Do analizy konstrukcji zespolonych metodę tą wprowadzili K. Okada i K. Kobayashi w pracy [143], w której rozważali problem nierównomiernego skurczu betonu części składowych dźwigara. Rozwiązanie to uzyskano traktując beton jako ciało liniowo - sprężyste, pominięto plastyczność - lepkość jego własności.

Na rys. 3.1 przedstawiono wyniki zamieszczone w cytowanej pracy, które ilustrują przydatność MES do rozwiązywania rozważanych problemów i jej zwiększone możliwości wszechstronnej analizy stanu odkształcenia i wyteżenia konstrukcji w stosunku do metody klasycznej.



Rys. 3.1. Zestawienie wyników analizy dźwigara zespolonego metodą klasyczną i MES — porównanie obu metod. Według [143].

### 3.2. Rozwiązanie problemu drogą określenia redystrybucji naprężeń w rozpatrywanym przekroju (metoda prętowa)

. Tradycyjny sposób analizy zmiany stanu naprężenia i odkształcenia w niejednorodnych elementach betonowych (metoda prętowa) polega na rozważeniu redystrybucji stanu naprężeń w przekroju dźwigi - gara będącej efektem zachodzących zjawisk reologicznych.

Takie teoretyczne ujęcie przedmiotowego problemu można znaleźć między innymi w pracach: [9, 12, 16, 17, 20, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 38, 45, 49, 50, 51, 54, 55, 56, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 78, 82, 83, 84, 89, 99, 107, 109, 112, 115, 122, 127, 128, 135, 139, 141, 142, 154, 160, 174, 175, 178, 184, 186, 187] oparte jest ono na dwóch podstawowych założeniach dotyczących deformacji konstrukcji, a mianowicie przyjmuje się, że:

- współpraca elementów stanowiących dźwigar zespolony jest idealna więzi sztywne ,
- obowiązuje założenie płaskich przekrojów Bernoulliego.

W literaturze można znaleźć rozwiązania, które zakładają podatność więzi łączących części składowe dźwigara zespolonego (wówczas drugie założenie dotyczy przekrojów poszczególnych elementów dźwigara) np. [79, 123, 154].

Ze względu na zakres pracy i jak się dalej okaże małą przydatność dla praktyki rozwiązania uwzględniającego podatność więzi łączących elementy dźwigara zespolonego rozważania tu przedstawione ograniczono do przypadku więzi sztywnej.

#### 3.2.1. Weryfikacja eksperymentalna założeń metody prętowej

Wymienione uprzednio założenia zostaną skonfrontowane z wynikami badań eksperymentalnych przeprowadzonych przez różnych autorów. Powinno to dać obiektywną i wszechstronną ocenę zarówno zakresu obciążeń jak i rodzaju więzi (łączników), przy których deformacje analizowanej konstrukcji czynią zadość przyjętym założeniom teoretycznym.

### 3.2.1.1. Rzeczywisty stopień zespolenia elementów tworzących dźwigar zespolony

Konieczne jest rozpatrzenie tu dwóch problemów, a mianowicie:  
- stopnia współpracy wkładek zbrojeniowych (pasywnych i aktywnych)  
z betonem,

- poprawnej oceny współpracy elementów tworzących dźwigar.

Problemem pierwszym zajmuje się teoria żelbetu i konstrukcji sprężonych [101, 142, 165], która w swoich rozważaniach przyjmuje idealną współpracę betonu i stali.

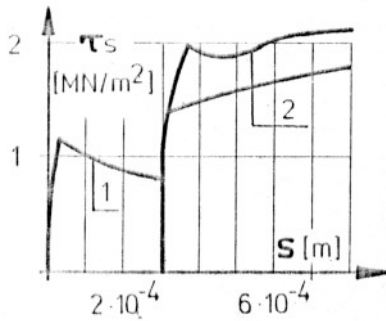
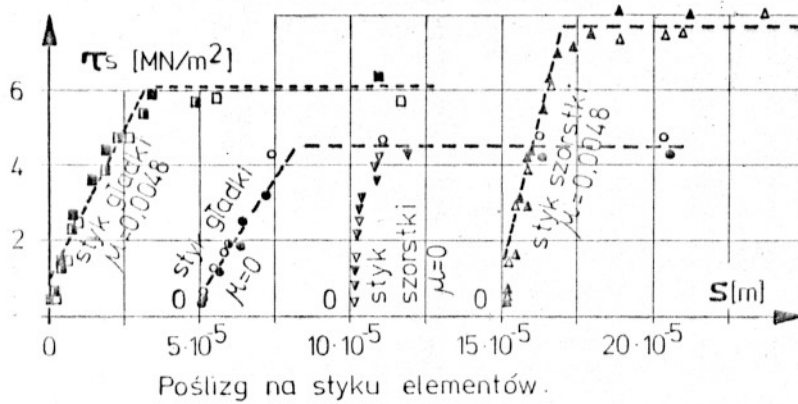
Założenie to jest na tyle zweryfikowane, że można je uważać za poprawne, zastrzegając się, iż rozpatrujemy przedział pracy betonowego elementu zbrojonego dostatecznie oddalony od kresu jego nośności.

Zagadnienie drugie było przedmiotem kilku prac badawczych jak np. O. Grafa i E. Brennera [85], N.W. Hanson'a [91], K. Okady i K. Kobayashi [143] i teoretycznych np. S. Kajfasza [95, 96, 97] i Rühlego H. [154].

Eksperymenty autorów wymienionych wyżej prac zostały przeprowadzone bądź to bezpośrednio na dźwigarach zespolonych poddanych czystemu zginaniu, bądź to przez próbę bezpośredniego ścinania. Obie te metody jak wykazuje rys. 3.2 dają wyniki jakościowo identyczne. Rysunek ten ilustruje badania przeprowadzone przez autorów prac [91, 143].

Analiza wyników badań przedstawionych na poniższym rysunku pozwala na wysnucie następujących wniosków:

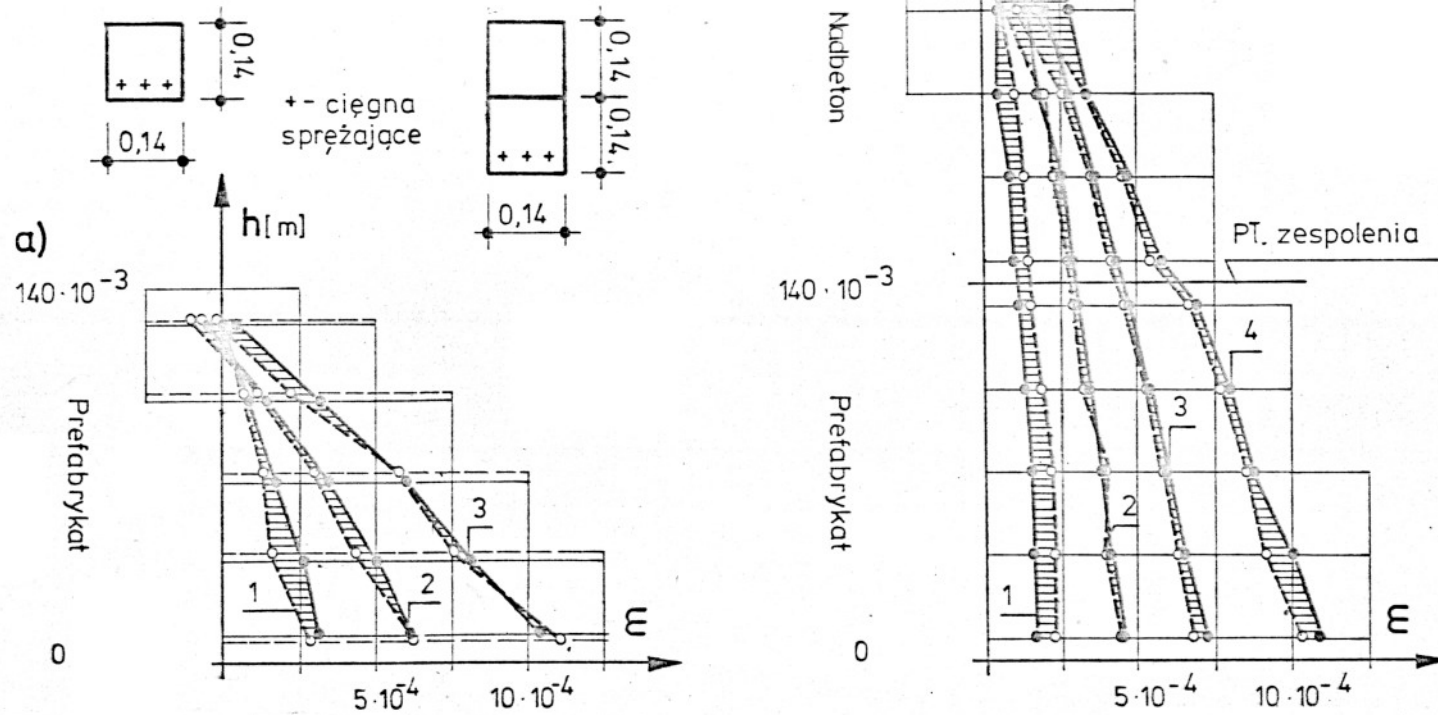
- stopień współpracy elementów tworzących dźwigar zespolony jest funkcją obciążenia,
- sztywna współpraca elementów składowych ma praktycznie miejsce wówczas gdy wielkość naprężeń ścinających w styku nie przewyższa wartości  $0,8 - 1,5 \text{ MN/m}^2$ ,
- po przekroczeniu tej granicy ( $\tau_s$ ) więź łącząca elementy musi być uważana za podatną,
- istnieje graniczna nośność więzi.



Rys.32. Wzajemne przemieszczenie elementów składowych przekroju zespolonego jako funkcja wyężenia styku.

Przytoczone wyżej wyniki dotyczyły pracy styku (więzi) w warunkach obciążeń doraźnych. Zachowanie się więzi pod długotrwałym obciążeniem ilustrują wyniki badań przytoczone dalej 3.2.1.2. rys. 3.3. i 3.4, Kończąc powyższe wywody należy stwierdzić, że założenie o idealnej współpracy części dźwigara zespolonego w czasie kształtowania się stanu naprężeń będącego efektem zachodzących zjawisk reologicznych jest słuszne nawet w przypadku gdy nastąpiły pewne poślizgi w styku przy przenoszeniu obciążeń doraźnych. Ustalając natomiast początkowy stan naprężeń w dźwigarze zespolonym (stanowiący podstawę do analizy wpływu zjawisk reologicznych) niezbędne jest uwzględnienie rzeczywistego stopnia współpracy jego elementów przy przenoszeniu obciążeń doraźnych.

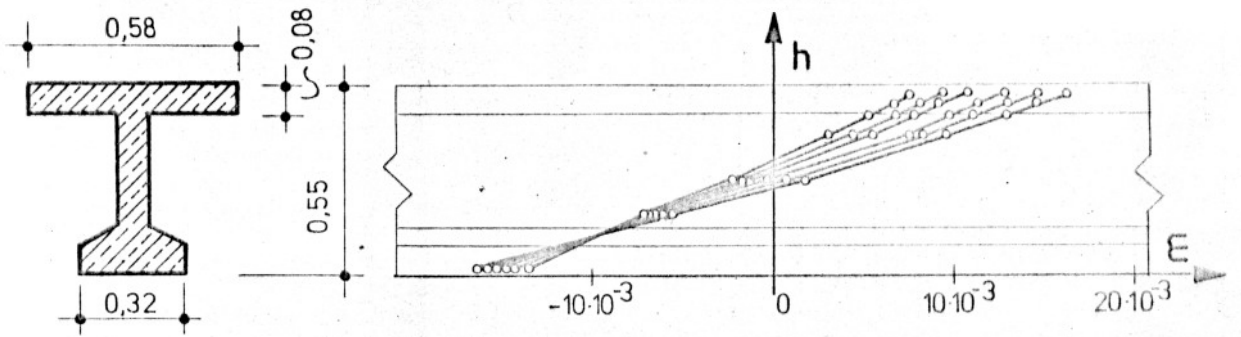
a) element sprężony , b) element zespolony



Stan odkształceń opóźnionych podano dla różnych długości okresu działania obciążenia ( $t-\tau$ )  
 a)  $t-\tau$  wynosi dla: 1- 3d, 2- 14d, 3- 52d; b) dla: 1- 14d, 2- 54d, 3- 123d, 4- 468d  
 Odkształcenia strony lewej (-----) i prawej (——) elementu.

Rys. 3.3. Proces kształtowania się stanu odkształceń w przekroju elementu sprężonego i zespolonego.

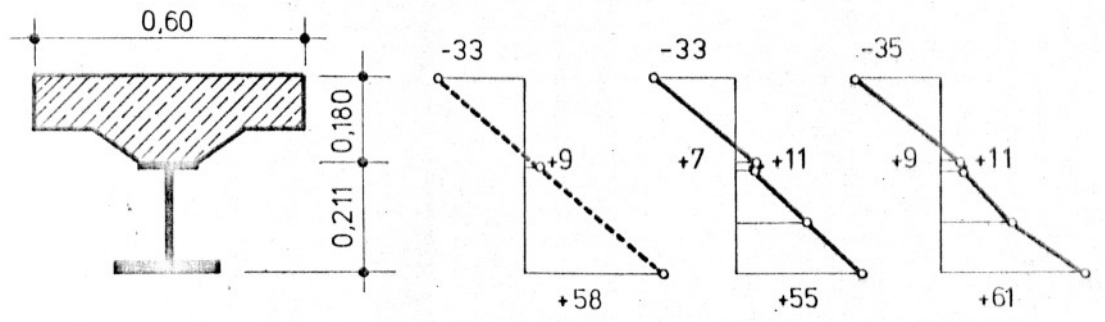




Przekrój poprzeczny

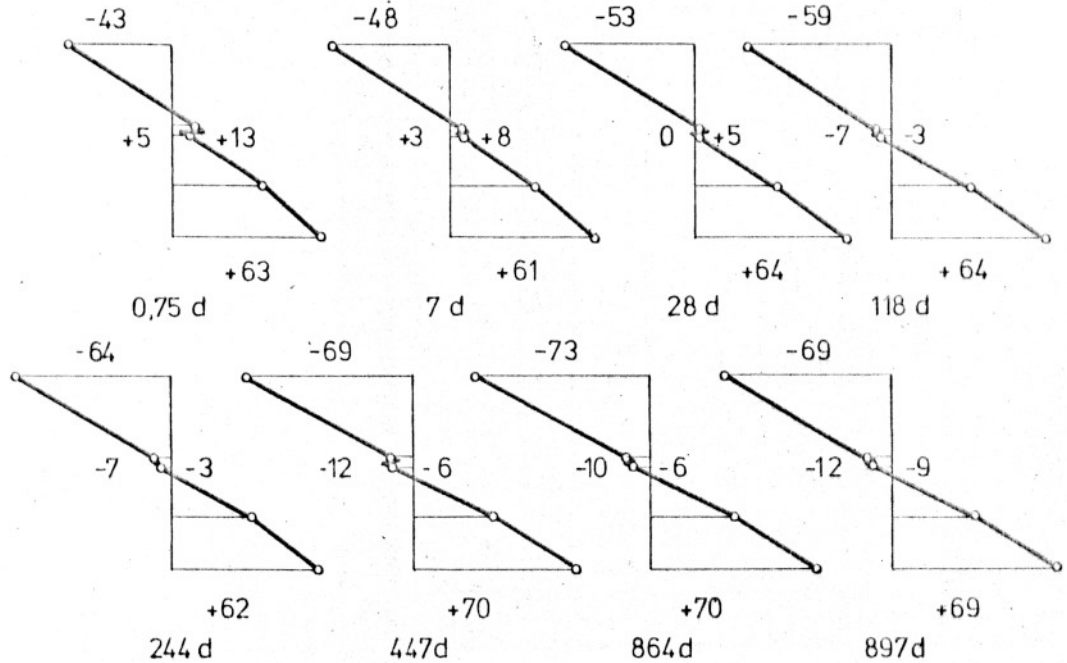
Badania H. Bachmanna [18]

Czas działania obciążenia [t-35] w dobach: 1,0, 2,7, 3-28, 4-90, 5-360, 6-730.



Przekrój poprzeczny

Teoria (0) 0,000694 d 0,00972 d



Badania O.Grafa i E. Brennera [85]

Rzędne odkształceń podane na rysunku „b” pomnożono przez  $10^5$   
 Pod każdym wykresem odkształceń podano czas jaki upłynął od chwili obciążenia belki do momentu pomiaru.

Rys. 3.4. Wyniki badań stanowiące podstawę weryfikacji hipotezy Bernoulliego.



### 3.2.1.2. Hipoteza Bernoulliego w przypadku zginania elementów betonowych długotrwałym obciążeniem

Problem ten był przedmiotem wielu prac eksperymentalnych jak [18, 33, 85, 93, 161], które przeprowadzono zarówno na samodzielnie pracujących elementach betonowych jak i dźwigarach zespolonych obu typów.

Sprawdzenia słuszności rozważanego założenia dokonano przez analizę przytoczonych na rys. 3.3 i 3.4 wyników badań eksperymentalnych następujących autorów: H. Bachmanna [18], T. Bilińskiego [33], O. Grafa i E. Brennera [85].

Analiza przedstawionych wyników badań prowadzi do wniosku, że ze wszystkich branych pod uwagę możliwości najbardziej prawdopodobna jest ta, że zmienność odkształceń na wysokości dźwigara jest liniowa.

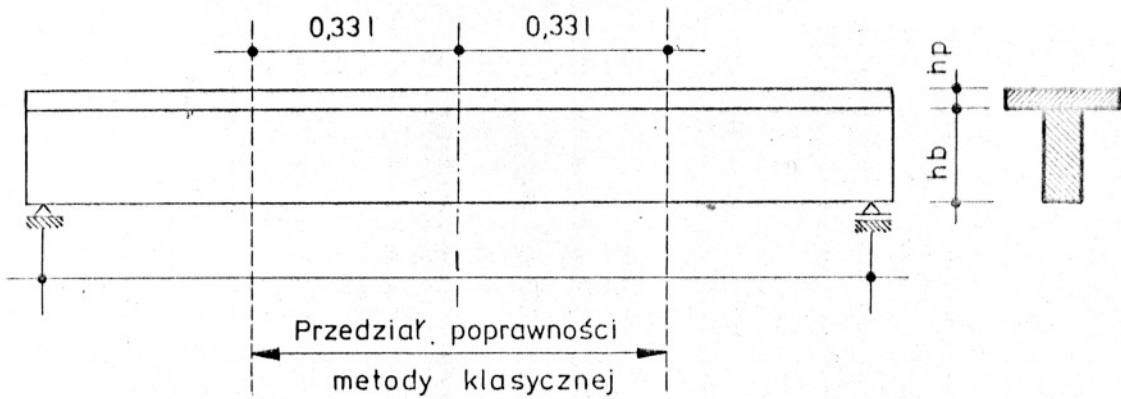
Podsumowując należy stwierdzić, że hipoteza Bernoulliego zakładająca liniowy rozkład odkształceń na wysokości belki zarówno w przypadku obciążeń doraźnych jak i długotrwałych została w pełni potwierdzona wynikami badań eksperymentalnych, które - co trzeba podkreślić - obejmowały również nieliniowy zakres pracy betonu.

### 3.2.2. Zakres przydatności metody prętowej

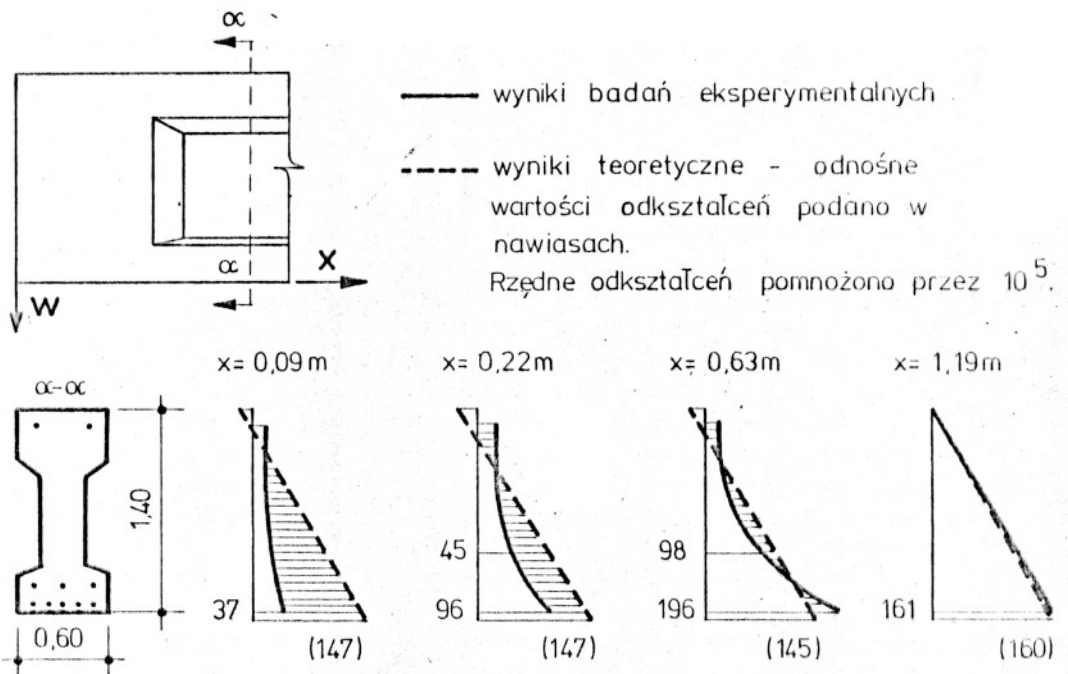
Wyniki przedstawione na rys. 3.1 dają nam też informację na temat przedziału, dla którego metoda prętowa daje wyniki praktycznie zgodne ze ścisłą oceną rozpatrywanych zjawisk.

Na poniższym rysunku zaznaczono ten przedział szacując go na podstawie pracy [143] na 0,667 l. Podaną tu wielkość należy traktować orientacyjnie gdyż w rzeczywistości jest ona funkcją stosunku  $(h_b + h_p) : l$ .

Przyczyn rozbieżności wyników uzyskanych z obu analizowanych tu metod, dla przekrojów położonych blisko końca belki, należy upatrywać w tarczowej pracy tych stref dźwigara, co potwierdzają wyniki badań pokazane na rys. 3.6.



Rys. 35. Wycinek dźwigara zespolonego, w którym metoda prętowa daje poprawne wielkości naprężeń wywołanych zjawiskami reologicznymi.



Rys. 36. Odkształcenia strefy przypodporowej betonowej belki sprężonej według [93].

### 3.3. Wybór sposobu rozwiązania problemu

Podsumowując niniejszy rozdział należy rozpatrzyć jeszcze problem ilościowego wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się końcowego stanu naprężeń w niejednorodnych przekrojach konstrukcji betonowych.

Jak wynika z wielu teoretycznych i eksperymentalnych badań np. [9, 16, 29, 51, 63, 115, 175] wymienione wyżej czynniki powodują zmianę doraźnego stanu naprężeń o 20 - 30 %. Informacja ta jest bardzo pomocna do uzasadnienia decyzji dotyczącej wyboru sposobu rozwiązania problemu, gdyż biorąc pod uwagę fakty, że:

- doraźny (początkowy) stan naprężeń determinujący jakościowo i ilościowo przebieg zjawisk reologicznych zachodzących w niejednorodnych konstrukcjach betonowych określa się traktując belki główne przęsła mostowego jako pręty,
- w konsekwencji takiego podejścia otrzymujemy początkowy stan naprężeń znacznie odbiegający od stanu rzeczywistego w przyporowych strefach dźwigara - rys. 3.6.

W związku z powyższym zastosowanie metod analizy przestrzennej konstrukcji do rozwiązywania poruszonych tu problemów wydaje się niecelowe, gdyż dla najbardziej interesującej projektanta strefy dźwigara (część środkowa belki) metoda ta daje wyniki praktycznie identyczne jak metoda prętowa.

Dodatkowe zaś informacje o stanie naprężeń są nie do wykorzystania z powodu wymienionego wyżej.

Mając na uwadze wymienione uprzednio aspekty, autor uważa, że na obecnym etapie badań wystarczające narzędzie do analizy wpływu czynników reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w rozważanych konstrukcjach stanowi metoda klasyczna (prętowa). Podstawową jej zaletą oprócz znacznie prostszego modelu matematycznego problemu jest fakt, że do opisu teoretycznego zjawiska wystarczy nam znajomość fizycznych cech materiału poddanego jednoosiowemu stanowi naprężeń.

Szczegółowa analiza przestrzenno - czasowa konstrukcji pozwoliłaby na bardziej szczegółowe rozeznanie efektów zachodzących w betonie

zjawisk reologicznych w strefach przypodporowych przęseł, ale tylko wówczas, gdyby objąć nią również doraźny stan pracy budowli. Takie podejście jednak mimo niewątpliwych walorów poznawczych nie ma obecnie głębszego uzasadnienia praktycznego.

#### 4. MODELE TEORETYCZNE MATERIAŁÓW TWORZĄCYCH KONSTRUKCJĘ ZESPOLONĄ

Materiały, z których tworzy się konstrukcje zespolone to beton i stal.

W rozdziale tym, autor przedstawi związki fizyczne wiążące odkształcenia z naprężeniami dla wymienionych wyżej materiałów, ograniczając się do przypadku jednoosiowego stanu naprężeń, co wystarcza do konstrukcji rozwiązań według metody wybranej w rozdziale 3.

##### 4.1. Stal

Rola wkładek stalowych (zbrojenia) w konstrukcjach betonowych została szeroko opisana w literaturze np. [101, 142, 165] i jest ogólnie znana.

Ze względu na charakter pracy armaturę zbrojeniową podzielono na dwa rodzaje:

- zbrojenie pasywne (miękkie),
- armatura aktywna (ciągną sprężającą).

##### 4.1.1. Zbrojenie pasywne

Na zbrojenie pasywne stosuje się tzw. stal miękką o ogólnie znanych cechach fizyczno - wytrzymałościowych.

W dalszych rozważaniach będzie się przyjmować liniowo sprężysty zakres pracy tego materiału co wyrazi się następującą zależnością:

$$\sigma_z = E_z \cdot \varepsilon_z , \quad (4.1)$$

a uwzględniając parametr czasu otrzymamy

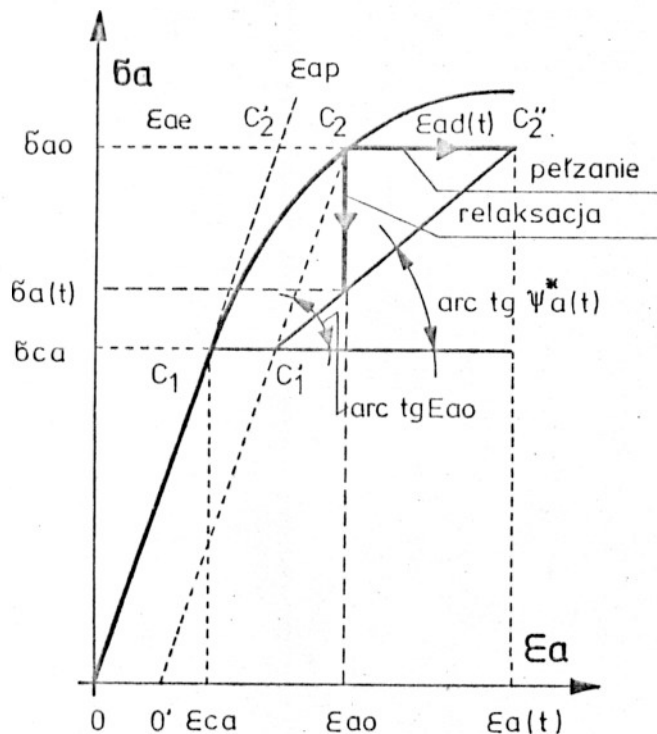
$$\sigma_z(t) = E_z \cdot \varepsilon_z(t) . \quad (4.2)$$

Te same zależności dotyczą również cech materiałowych elementu stalowego tworzącego wraz z częścią betonową przekrój zespolony (element zespolony typu beton - stal rys. 1.1) .

#### 4.1.2. Armatura sprężająca

Do sprężania konstrukcji betonowych używa się stali o podwyższonych parametrach wytrzymałościowych.

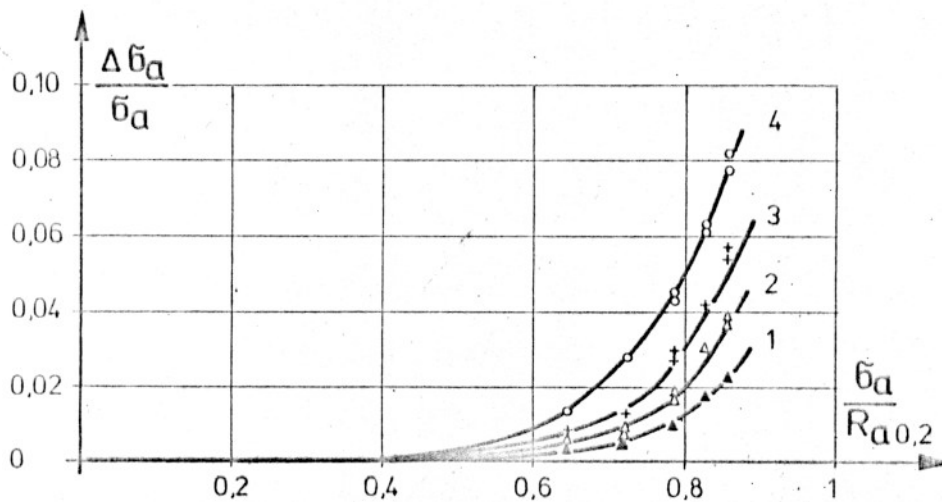
Zachowanie się tej stali w procesie obciążenia znacznie odbiega od opisu jaki daje model ciała liniowo - sprężystego; dotyczy to również przedziału obciążeń użytkowych. Problemowi odkształceń plastyczno - lepkich stali sprężającej poświęcono wiele prac badawczych i teoretycznych jak np. [1, 2, 17, 74, 101, 107, 127, 142, 150]. Analiza tych prac pozwala na stwierdzenie, że problem ten został już dostatecznie rozeznany. Wydaje się, że najbardziej poprawny opis zachowania się stali sprężającej pod długotrwałym obciążeniem podano w [17]. W dalszych rozważaniach zostaną wykorzystane przedstawione tam zależności, których ilustracją jest rys. 4.1.



Rys. 4.1. Ilustracja graficzna zależności między naprężeniem a odkształceniem dla stali sprężającej zaczerpnięta z pracy [17].

Związek fizyczny dla stali sprężającej zapisano czyniąc następujące założenia:

- istnieje pewne naprężenie graniczne  $\bar{\sigma}_{ca}$  (punkt  $C_1$  na rys. 4.1) równe około 0,4 - 0,6 wytrzymałości stali na rozciąganie, poniżej którego własności plastyczno - lepkie materiału są pomijalne. Słuszność tego założenia potwierdzają liczne badania eksperymentalne co przykładowo pokazano na poniższym rysunku,
- odkształcenia lepkie (pełzanie)  $\epsilon_{ad}(t)$  (na rys. 4.1 odkształcenia te reprezentuje odcinek  $C_2 C_2''$ ) są liniowe i całkowicie odwracalne,
- odkształcenia plastyczne  $\epsilon_{ap}$  (na rys. 4.1 odcinek  $C_2' C_2$ ) są nieliniowe i nieodwracalne,
- stal jest materiałem, którego cechy nie zmieniają się w czasie.



Czas jaki upłynął od momentu obciążenia próbki do chwili pomiaru odpowiednio wynosił : 1-0,041 d, 2- 0,408d, 3 - 4,08 d, 4- 40,8 d.

Rys. 4.2. Zależność między wielkością relaksacji naprężeń a stopniem wyciężenia ciągną stalowego - według badań Madatjana [125].



Odształcenia plastyczne wyzwalające się prawie całkowicie w procesie napinania cięgien, nie mają znaczącego wpływu na zmianę stanu naprężenia w belce sprężonej lub dźwigarze zespolonym, dlatego przy analizie tego procesu mogą być pominięte. Należy je natomiast, o ile nie przewiduje się wstępnego przeciągania cięgien, uwzględnić przy ocenie początkowego stanu naprężeń jaki wystąpi po sprężeniu elementu betonowego.

Podsumowując powyższe, w dalszych rozważaniach będzie się traktować stal sprężającą jako materiał liniowo - sprężysto - lepki, o ustalonej fizycznej granicy lepkości.

Równanie konstytutywne dla rozważanego materiału przybierze postać:

$$\sigma_a^*(t) = \varepsilon_a^*(t) E_a - \int_0^t \varepsilon_a^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \psi_a^*(t-\tau) d\tau \quad (4.3)$$

gdzie

$$\sigma_a^*(t) = \sigma_a(t) - \sigma_{ca} \quad ,$$

$$\varepsilon_a^*(t) = \varepsilon_a(t) - (\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{ap}) \quad ,$$

$$\begin{aligned} \psi_a^*(t) &= \frac{\sigma_a^*(t)}{E_{a0}} = \frac{\sigma_a(t) - \sigma_{ca}}{E_{a0} - (\varepsilon_{ca} - \varepsilon_{ap})} = \left[ \frac{\sigma_{a0} - \sigma_{ca} - \Delta\sigma_{ar}(t)}{\sigma_{a0} - \sigma_{ca}} \right] E_a = \\ &= \left[ 1 - \frac{\Delta\sigma_{ar}(t)}{\sigma_{a0} - \sigma_{ca}} \right] E_a \quad , \quad \text{dla } \tau = 0 \quad , \end{aligned}$$

a

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \psi_a^*(t) = E_a \quad ,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi_a^*(t) = \psi_a^* = \left[ 1 - \frac{\Delta\sigma_{ar}}{\sigma_{a0} - \sigma_{ca}} \right] E_a \quad .$$

Wszystkie wielkości następujące w przedstawionych wzorach oprócz  $\psi_a^*(t)$  i  $\Delta\sigma_{ar}(t)$  zostały zdefiniowane poprzednio, natomiast wyżej wymienione oznaczają:

- $\psi_a^*(t)$  - funkcję relaksacji stali,
- $\Delta\sigma_{ar}(t)$  - spadek naprężeń w stali spowodowany jej relaksacją w warunkach stałego odkształcenia  $\varepsilon_{a0}$ , czemu odpowiada



da początkowe naprężenie równe  $\sigma_{a0}$

Analityczną przystosowaną do operacji matematycznych postać funkcji  $\psi_a^*(t-\tau)$  przedstawiono niżej:

$$\psi_a^*(t-\tau) = \psi_a^* \left[ 1 - \Gamma + \Gamma \cdot e^{-\alpha_1(t-\tau)} \right] \quad (4.4)$$

$\alpha_1, \Gamma$  - współczynniki eksperymentalne (określające prędkość przebiegu zjawiska i względną wielkość relaksacji), które można wyznaczyć wykorzystując wyniki badań zestawione w różnych pracach np. [135],

$t, \tau$  - parametry czasowe,

#### 4.2. Beton

Od czasu gdy I. Samowicz [159] w roku 1890 stwierdził, że beton oprócz odkształceń doraźnych, wykazuje również odkształcenia opóźnione, opublikowano w literaturze światowej, kilka tysięcy prac dotyczących tego zjawiska (w okresie powojennym tylko w ZSRR opublikowano ponad 2000 takich prac), a mimo to wśród badaczy istnieją jeszcze istotne różnice w poglądach na jakościową i ilościową stronę tego zagadnienia.

Obecny poziom wiedzy dotyczącej zachowania się betonu poddanego działaniu długotrwałych obciążeń w dużej mierze zawdzięczamy badaczom i teoretykom tej miary co: L. Boltzman i V. Volterra, których prace [39, 177] stanowią podstawy wszelkich dalszych opracowań teoretycznych problemu, dokonanych przez: C. Whitney'a [182], F. Dichingera [60, 61], G.N. Masłowa [126], D. McHenry'ego [129], N.C. Arutiuniana [16], S.W. Aleksandrowskiego [5 - 15], A. Mitzela [133 - 136], H. Trosta [171, 172], H. Rüscha [155, 156], A.D. Rossa [153], A.R. Rżanicyna [158], J.J. Ulickiego [174 - 176] i innych. W aktualnym stadium rozwoju reologii betonu istnieją dwa zasadnicze kierunki analizy zagadnień reologicznych. Pierwszy sposób ogranicza się do czysto formalnej schematyzacji zjawisk za pomocą modeli reologicznych złożonych z kilku lub nawet nieskończenie wielu prostych elementów reprezentujących różne cechy rozpatrywanego

materiału [42, 71, 73, 80, 102, 135, 158], drugi zaś sposób cechuje się dążnością do ujęcia zjawisk reologicznych w postaci bardziej ogólnej, za pomocą tzw. funkcji pełzania [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 22, 39, 41, 46, 47, 60, 61, 68, 77, 86, 87, 88, 101, 104, 105, 106, 114, 126, 129, 130, 131, 132, 133, 135, 148, 160, 163, 166, 167, 171, 172, 174, 180, 182, 183, 188] i inne.

Różnice między wymienionymi podejściami ujawniają się głównie w zapisie matematycznym reologicznych równań stanu, które w pierwszym przypadku są równaniami różniczkowymi, a w drugim całkowymi.

Oba sposoby ujęcia problemu są nadal rozwijane (ulepszane), a szerokie i wszechstronne ich omówienie i porównanie można znaleźć w wielu poświęconych reologii betonu monografiach jak na przykład [9, 16, 135, 142, 174]. Poglądy badaczy zawarte w cytowanych wyżej opracowaniach są zgodne co do tego, że jakościowo lepsze efekty uzyskuje się w oparciu o fenomenologiczny opis (drugi sposób) zjawisk zachodzących w betonie. W związku z czym w dalszej części pracy autor ograniczy się do tego sposobu ujęcia odkształcalności betonu.

Obecnie istnieją trzy zasadnicze kierunki rozwoju fenomenologicznych teorii pełzania betonu, różnie nazywane w literaturze naukowej. Nazw zasadniczych teorii nie można uważać za jednoznacznie ustalone - dlatego autor będzie używał nieco innych określeń niż te, które przyjęły się w literaturze krajowej, a mianowicie:

- 1) teoria ciała lepkosprężystego (teoria dziedziczności) rozwijana w pracach:  
E. Eimera [69, 70], A.R. Rżanicyna [158], W. Nowackiego [140], M.L. Williamsa [181] i innych,
- 2) teoria starzenia mająca ogromne znaczenie praktyczne była przedmiotem prac wielu badaczy, jak: C. Whitney [180], F. Dischinger [60, 61], I.I. Ulicki [174 - 176], Czrżan - Czrżun - Jao [53], K. Sattler [160], Z. Wiśniewski [183], Z. Bychawski [46, 47], A. Chudzikiewicz [49, 50], A. Ja. Baraszkow [20, 22], J.H. Trost [171, 172] i innych,
- 3) dziedziczna teoria starzenia (teoria pełzania ciała sprężystego) opracowana przez G.N. Masłowa [126] i N.C. Arutiuniana [16] uważana jest za najbardziej ogólną teorię pełzania betonu. Obecny

stan tej teorii ukształtowali głównie S.W. Aleksandrowskij [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15], A.A. Gwozdiew [86, 87], A.B. Gałustow [77], A. Mitzel [133 - 135], M. Kłapoc [106], O.M. Popkowa [148], R. Sinno i H.L. Furr [163], Z. Wiśniewski [182], F. Dziendziel [68], R. A. Mielnik [130 - 132].

Analizy porównawczej wymienionych wyżej teorii dokonano w takich pracach jak np. [7, 8, 9, 12, 13, 86, 101, 135, 174, 182], w związku z czym można uznać, że zalety i wady poszczególnych propozycji ujęcia odkształcalności niesprężystej betonu są ogólnie znane i nie zachodzi potrzeba przytaczania ich w niniejszej pracy.

Konfrontacja przeprowadzona w cytowanych powyżej pracach wskazuje na to, że najlepiej rzeczywisty przebieg zjawisk reologicznych betonu odwzorowuje dziedziczna teoria starzenia.

Aktualnie publikowane prace dotyczące tej teorii [22, 104, 163, 166, 167] podają różne propozycje dotyczące w zasadzie aspektów ilościowych problemu, co wnosi niewiele elementów pozwalających na jej uogólnienie. Wynika to z faktu, że większość nowych propozycji dotyczy w zasadzie doboru funkcji występujących w odnośnych równaniach tej teorii. Odpowiedni dobór tych funkcji nie jest rzeczą błachą (odpowiednio dobrane funkcje mogą znacznie ułatwić otrzymanie rozwiązań), lecz nie prowadzi on do usunięcia niedostatków samej teorii.

Podstawą wszelkich uogólnień teorii odkształcalności betonu mogą być tylko wyniki wszechstronnych i obiektywnych badań eksperymentalnych. Wynikami takimi dysponujemy już obecnie (na szczególne uznanie zasługuje tu dorobek badaczy radzieckich), w związku z czym można się pokusić o próbę całościowego rozważania problemu.

Zdaniem autora do zagadnień wymagających uporządkowania lub też całkiem nowej interpretacji należą:

- 1) starzenie betonu,
- 2) nieliniowość jego odkształceń,
- 3) wpływ obciążeń zmiennych na wielkość odkształceń,
- 4) całokształt problemów związanych z wysychaniem betonu.

W dalszej części rozdziału autor opierając się na badaniach własnych i obcych przedstawi własną, opartą na dziedzicznej teorii starzenia, koncepcję ujęcia problemu odkształcalności betonu.

#### 4.2.1. Proces starzenia betonu

Proces starzenia betonu spowodowany jest przebiegiem zjawisk fizyko - chemicznych w zaczynie cementowym powodujących jego twardnienie.

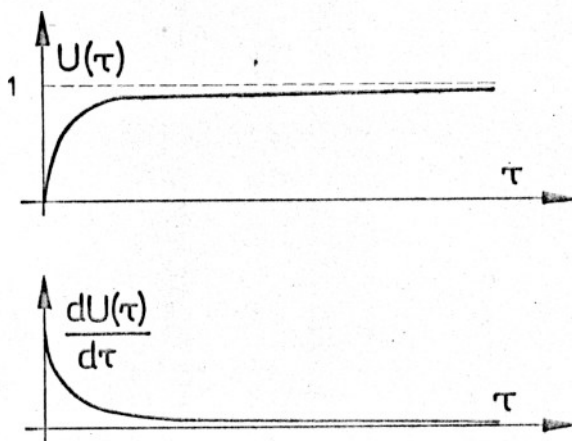
Efektom tego zjawiska jest zmiana mechaniczno - wytrzymałościowych cech betonu w czasie. Chodzi tu o takie podstawowe własności jak:

- wytrzymałość betonu,
  - moduł sprężystości doraźnej betonu,
  - wielkość odkształceń plastyczno - lepkich jako funkcja jego wieku.
- W dotychczasowym ujęciu wymienione wyżej cechy betonu traktowane były z reguły jako wielkości niezależne, a ich zmianę w czasie opisywano różnymi związkami teoretycznymi. Podejście takie zdaniem autora nie jest słuszne, albowiem jedynym czynnikiem powodującym zmienność własności betonu jest rozumiany jak wyżej proces twardnienia zaczynu cementowego (pomija się tu wpływ korozji), co jednoznacznie wskazuje na związek przyczynowo - skutkowy zachodzących zjawisk i obserwowanych efektów. Mówiąc inaczej, jeżeli byłaby znana funkcja opisująca zmianę stopnia stwardnienia zaczynu cementowego, to można by przy jej pomocy opisać zmianę wszystkich cech betonu w czasie.

##### 4.2.1.1. Uniwersalna bezwymiarowa funkcja starzenia betonu

Uniwersalna funkcja starzenia betonu określa przebieg zjawisk fizyko - chemicznych zachodzących w betonie, lub ujmując to inaczej, stopień stwardnienia jego podstawowego składnika zaczynu cementowego, oznacza się ją przez  $U(\tau)$ ; gdzie  $\tau$  - parametr czasowy określający wiek betonu.

Znając fenomenologiczny opis przebiegu rozpatrywanych zjawisk w czasie można wysunąć postulat co do granicznych wartości funkcji  $U(\tau)$ , a mianowicie (rys. 4.3).



Rys.4.3. Obraz graficzny uniwersalnej bezwymiarowej funkcji starzenia betonu.

$$\left. \begin{aligned}
 \lim_{\tau \rightarrow 0^+} U(\tau) = 0 \quad , \quad \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \frac{dU(\tau)}{d\tau} = \text{constans} \quad , \\
 \lim_{\tau \rightarrow \infty} U(\tau) = 1 \quad , \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{dU(\tau)}{d\tau} = 0
 \end{aligned} \right\} (4.5)$$

#### 4.2.1.2. Zmiana własności mechanicznych betonu jako funkcja zachodzących w zaczynie cementowym procesów fizyko-chemicznych

Beton jest ciałem dwufazowym złożonym z zaczynu cementowego, którego cechy mechaniczne zmieniają się w czasie i wypełniacza (kruszywa) o ustalonych własnościach mechanicznych. Analizując zmianę własności betonu w czasie będzie się przyjmować, że są one spowodowane zachodzącymi w zaczynie procesami wiązania i twardnienia.



Wytrzymałość betonu na ściskanie i rozciąganie w jednoosiowym stanie naprężeń.

Przyjmuje się, że zmieniająca się w czasie wytrzymałość na ściskanie jak i na rozciąganie jest wprost proporcjonalna do uniwersalnej bezwymiarowej funkcji starzenia betonu\*:

$$\left. \begin{aligned} R(\tau) &= \bar{R} \cdot U(\tau) & , & & \bar{R} &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\tau) & , & & \\ R_r(\tau) &= \bar{R}_r \cdot U(\tau) & , & & \bar{R}_r &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} R_r(\tau) & , & & \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

gdzie:  $R(\tau)$  i  $R_r(\tau)$  - funkcje określające zmienność w czasie wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie.

Moduł sprężystości doraźnej betonu (styczny) .

Linowo - sprężyste odkształcenia doraźne betonu są wypadkową odkształceń zachodzących w obu jego składnikach (twardniejącym zaczynie cementowym i wypełniaczu), dlatego dobór właściwej funkcji określającej zależność doraźnego modułu sprężystości od uniwersalnej bezwymiarowej funkcji starzenia betonu (lub jego wytrzymałości na ściskanie) nie jest sprawą łatwą.

W literaturze można znaleźć wiele propozycji teoretycznego ujęcia tego problemu; już sama ich mnogość świadczy o braku jednoznacznej oceny analizowanego zjawiska.





W tabeli 4.1 zestawiono niektóre proponowane wyrażenia dokonując jednocześnie ich podziału ze względu na strukturę matematyczną wzoru, która wynika z przyjęcia określonego modelu strukturalnego betonu.

---

\* Trzeba zaznaczyć, że założenie to jest słuszne tylko dla betonów konstrukcyjnych, dla których  $R_k \gg R_z$ .  
Indeksy k, z oznaczają kolejno kruszywo i zaczyn.

Zestawienie spotykanych w literaturze wyrażeń opisujących związek między modułem sprężystości betonu a jego wytrzymałością na ściskanie.

Strukturalny model betonu

Model szeregowy		Model równoległy		Inne
				zaczyn cementowy (z)      wypełniacz (k)
 $E_z(\tau) = \bar{E}_z U(\tau)$ $\bar{E}_k$	 $E_z(\tau) = \bar{E}_z U(\tau)$ $\bar{E}_k$	Np. mogą tu być rozpatrywane tzw. przestrzenne modele dwukomponentowych ziarnistych kompozytów [4, 44, 72, 75], lub pewne opisy empiryczne problemu abstrahujące od modeli strukturalnych betonu [4, 74, 142]		
Model zaproponowany w 1965 roku przez Hansena T. C. [90]		Model zaproponowany w 1957 roku przez Dantu P. [58]		
$E_b(\tau) = \frac{E_z(\tau)}{1 + \frac{\bar{E}_z(\tau)}{E_k}}$ [90]	$E_b(\tau) = \bar{E}_k + \bar{E}_z(\tau)$ [58]			
$E_b(\tau) = \frac{E_1 \cdot U(\tau)}{1 + E_2 U(\tau)}$ (4.7)	$E_b(\tau) = D_1 + D_2 U(\tau)$ (4.8)			
Modelom tym odpowiadają propozycje różnych autorów *				
D. Rosa [142] $E_b(\tau) = \frac{550000 R(\tau)}{150 + R(\tau)}$	A. Brandtza-ega [142] $E_b(\tau) = 95500 + 520 R(\tau)$	R. Salinger [142] $E_b(\tau) = 23000 \sqrt{R(\tau)}$	FIP-CEB [74] $E_b(\tau) = 21000 \sqrt{R(\tau)}$	
O. Grafa [142] $E_b(\tau) = \frac{1000000}{1,7 + \frac{360}{R(\tau)}}$	ASTM [4] $E_b(\tau) = 1000 R(\tau)$	J. S. Wajnszto-ka [4] $E_b(\tau) = E_z(\tau) \cdot \frac{A_1 + A_2 E_z(\tau)}{A_3 + A_4 E_z(\tau)}$		
C. Bacha i O. Grafa [142] $E_b(\tau) = \frac{580000 R(\tau)}{220 + R(\tau)}$				

\* Chcąc zachować oryginalną postać wzorów stałe występujące w cytowanych wyżej wyrażeniach podano w tradycyjnym układzie jednostek.

Do dalszych rozważań wybrano cztery podane niżej zależności:

$$E_b(\tau) = \frac{E_1 \cdot U(\tau)}{1 + E_2 \cdot U(\tau)} \quad , \quad (4.7)$$

$$E_b(\tau) = D_1 + D_2 \cdot U(\tau) \quad , \quad (4.8)$$

$$E_b(\tau) = E_0 \cdot U(\tau) \quad , \quad (4.9)$$

$$E_b(\tau) = D_0 \cdot \sqrt{U(\tau)} \quad , \quad (4.10)$$

Wszystkie zapisane wyżej funkcje spełniają wypływający z badań postulat co do wartości granicznej modułu doraźnej sprężystości betonu dla  $\tau \rightarrow \infty$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} E_b(\tau) = E_b = \text{constans} \quad ,$$

natomiast warunek początkowy przy

$$\lim_{\tau \rightarrow 0^+} E_b(\tau) = 0 \quad ,$$

nie jest spełniony we wzorze (4.8).

Kończącą weryfikację wyrażeń (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) i zakresu ich stosowania ustali się po konfrontacji wyników otrzymywanych z tych wzorów z danymi eksperymentalnymi.

#### Odkształcenia plastyczno - lepkie betonu

Odkształcenia te będziemy określać wykorzystując zaproponowaną przez G.N. Masłowa i N.C. Arutiuniana [126, 16], miarę odkształceń plastyczno - lepkich;

$$C_{p,l}[\tau, (t-\tau), \eta] \quad . \quad (4.11)$$

Funkcja ta określa nieliniową zależność odkształceń plastyczno - lepkich betonu od jednostkowego naprężenia przyłożonego w dowolnym jego wieku. Poszczególne parametry tej funkcji oznaczają:

- t - parametr czasowy określający moment oceny stanu odkształceń betonu,
- $\tau$  - parametr czasowy określający wiek betonu w chwili



- obciążenia,
- $\eta = \frac{\delta(\tau)}{R(\tau)}$  - bezwymiarowy współczynnik określający stopień wyężenia betonu w chwili obciążenia,
- $\delta(\tau)$  - wielkość naprężeń w chwili obciążenia.

Miara odkształceń plastyczno - lepkich spełnia następujące warunki:

- a) nieliniowa miara odkształceń opóźnionych betonu przechodzi w liniową dla  $\eta \rightarrow 0$  porównaj rys. 4.19

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} C_{p,l} [\tau, (t-\tau), \eta] = C_l [\tau, (t-\tau)] , \quad (4.12)$$

- b) graniczne (końcowe) wielkości odkształceń plastyczno - lepkich są równe

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C_{p,l} [\tau, (t-\tau), \eta] = \varphi_{p,l}(\tau, \eta) , \quad (4.13)$$

- c) w miarę wzrostu wieku betonu funkcja  $\varphi_{p,l}(\tau, \eta)$  powinna jednostajnie maleć i osiągnąć pewną wartość graniczną.

$$\frac{\partial \varphi_{p,l}(\tau, \eta)}{\partial \tau} < 0 \quad , \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi_{p,l}(\tau, \eta) = \varphi_{p,l}(\eta) . \quad (4.14)$$

Analizując fizykalną stronę zagadnienia odkształceń plastyczno - lepkich w betonie należy stwierdzić, że o wielkości ich decyduje głównie stopień stwardnienia zaczynu cementowego.

Można je zatem jednoznacznie zdefiniować wykorzystując funkcję  $U(\tau)$

Zakłada się a priori, że graniczna wartość miary odkształceń statyczno - lepkich określona funkcją  $\varphi_{p,l}(\tau, \eta)$  jest odwrotnie proporcjonalna do uniwersalnej bezwymiarowej funkcji starzenia betonu.

$$\varphi_{p,l}(\tau, \eta) = \frac{\bar{\varphi}_{p,l}(\eta)}{U(\tau)} = \frac{\varphi_p(\eta) + \bar{\varphi}_l}{U(\tau)} . \quad (4.15)$$

Jak nietrudno sprawdzić powyższe wyrażenie spełnia niezbędne warunki graniczne

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \varphi_{p,l}(\tau, \eta) &= \infty , \\ \lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi_{p,l}(\tau, \eta) &= \varphi_{p,l}(\eta) . \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

4.2.1.3. Zależności pomiędzy podstawowymi  
własnościami fizyko-mechanicznymi  
betonu

Analizując przedstawione poprzednio wyrażenia (4.6), (4.7), (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) łatwo skojarzymy następujące zależności:

$$\left. \begin{aligned} R(\tau) \cdot \varphi_{p,l}(\tau, \eta) &= \bar{R} \cdot U(\tau) \cdot \frac{\varphi_{p,l}(\eta)}{U(\tau)} = \bar{R} \cdot \varphi_{p,l}(\eta) \\ \bar{R} \cdot \varphi_{p,l}(\eta = \text{const.}) &= \text{constans} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

$$R(\tau) \cdot C_{p,l}[\tau, (t-\tau), \eta] = \text{constans}, \quad (4.18)$$

gdzie  $(t-\tau) = \text{constans}$  i  $\eta = \text{constans}$  ;

a ponadto

$$E_b(\tau) = \frac{E_1 \cdot \frac{R(\tau)}{\bar{R}}}{1 + E_2 \frac{R(\tau)}{\bar{R}}}, \quad (4.19)$$

$$E_b(\tau) = D_1 + D_2 \frac{R(\tau)}{\bar{R}}, \quad (4.20)$$

$$E_b(\tau) = E_0 \cdot \frac{R(\tau)}{\bar{R}}, \quad (4.21)$$

$$E_b(\tau) = D_0 \cdot \sqrt{\frac{R(\tau)}{\bar{R}}}. \quad (4.22)$$

Wykorzystanie zapisanych wyżej zależności pozwala na znaczne zmniejszenie zakresu i uproszczenie badań niezbędnych do uzyskania poprawnej oceny własności mechanicznych betonu, a szczególnie ich zmiany w czasie.

Wynika to z faktu, że wystarczy wyznaczyć eksperymentalnie przebieg w czasie funkcji  $R(\tau)$ , co jest rzeczą stosunkowo prostą, a następnie wykorzystując poniższą zależność

$$U(\tau) = \frac{R(\tau)}{\bar{R}}, \quad (4.23)$$

otrzymamy uniwersalną bezwymiarową funkcję starzenia betonu. Pozwoli nam to przy wykorzystaniu wzorów (4.7, 4.8, 4.9, 4,10) określić z dokładnością do jednej lub dwu stałych proces zmiany wartości doraźnego modułu sprężystości w czasie.

Niezależne stałe należy wyznaczyć określając rzeczywisty doraźny moduł sprężystości raz (gdy chodzi o wyznaczenie jednej stałej) dla dowolnego wieku betonu, lub (wyznaczenie dwóch stałych) dwa razy dla różnych, ale dowolnie przyjętych parametrów  $\tau$  ( $\tau_1 \neq \tau_2$ ).

Najwięcej kłopotów przysparza eksperymentatorom wyznaczenie miary odkształceń plastyczno - lepkich (4.11). Problem znacznie się uprości jeżeli wykorzystamy zależność (4.17) lub (4.18) gdyż:

$$\eta \cdot R(\tau) \cdot C_{p,l}[\tau, (t-\tau), \eta] = \epsilon_{p,l}[(t-\tau), \eta], \quad (4.24)$$

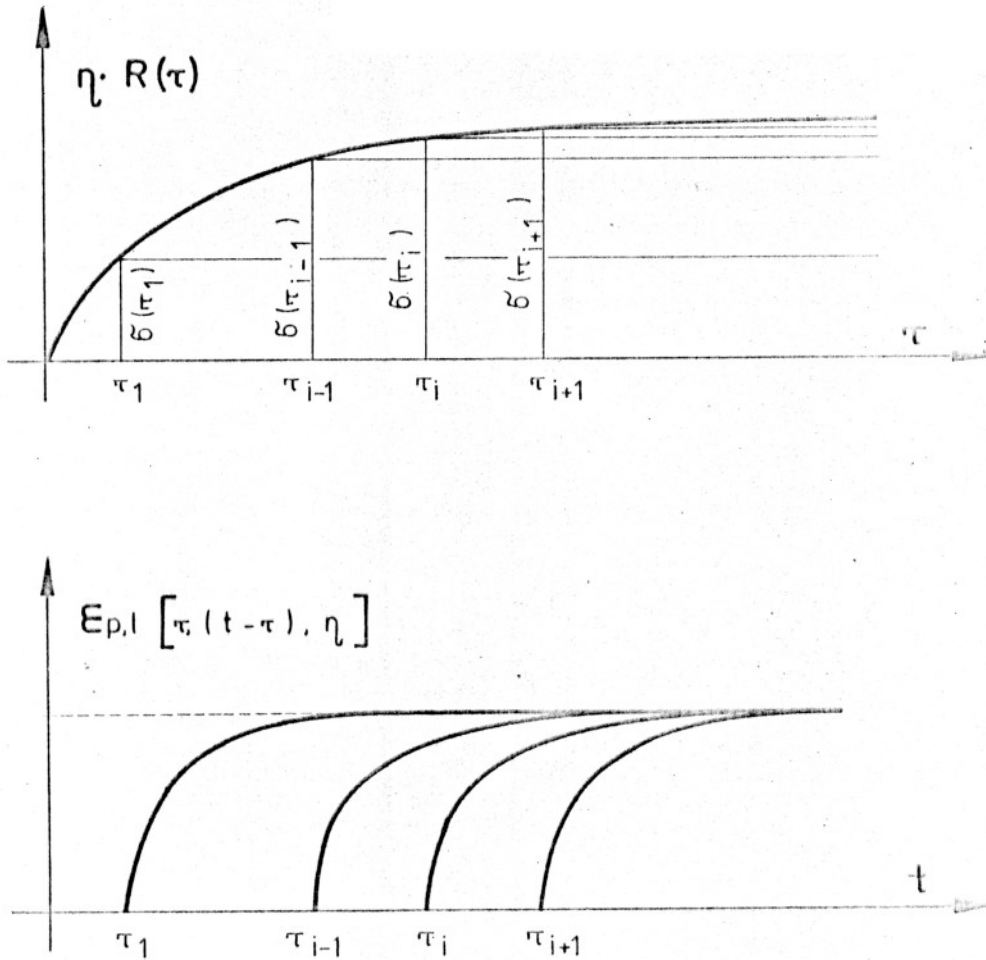
a po przekształceniu

$$C[\tau, (t-\tau), \eta] = \frac{\epsilon_{p,l}[(t-\tau), \eta]}{\eta \cdot R(\tau)}. \quad (4.25)$$

Po przeanalizowaniu wyrażeń (4.24) i (4.25) można sformułować następujące twierdzenia:

- 1) beton o dowolnym wieku ( $\tau_i$ ) poddany działaniu niezmiennego w czasie obciążenia spełniającego warunek  $\delta(\tau_i) = \eta \cdot R(\tau_i)$  (ten sam stopień wyężenia) wykazuje odkształcenia plastyczno - - lepkie, których wielkość nie zależy od wieku betonu w momencie jego obciążenia, a tylko od stopnia wyężenia betonu i okresu działania obciążenia ( $t-\tau$ ),
- 2) miarę odkształceń plastyczno - lepkich dla ustalonego stopnia wyężenia betonu można określić dysponując jedną krzywą przyrostu tych odkształceń wyznaczoną dla dowolnego  $\tau$ .

Do podobnych zależności doszedł drogą badań eksperymentalnych S.W. Aleksandrowski [10, 15].



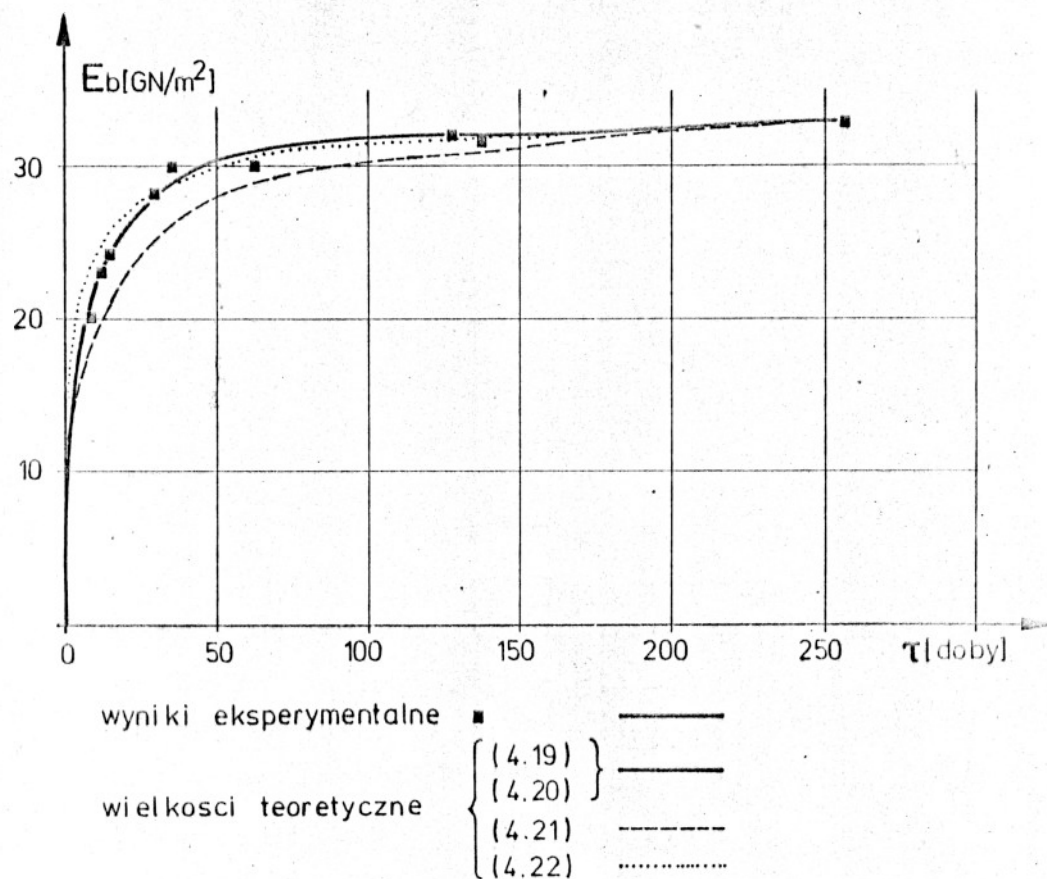
Rys. 4.4. Graficzna interpretacja twierdzenia podanego w punkcie 1).

#### 4.2.1.4. Weryfikacja eksperymentalna przedstawionych zależności teoretycznych

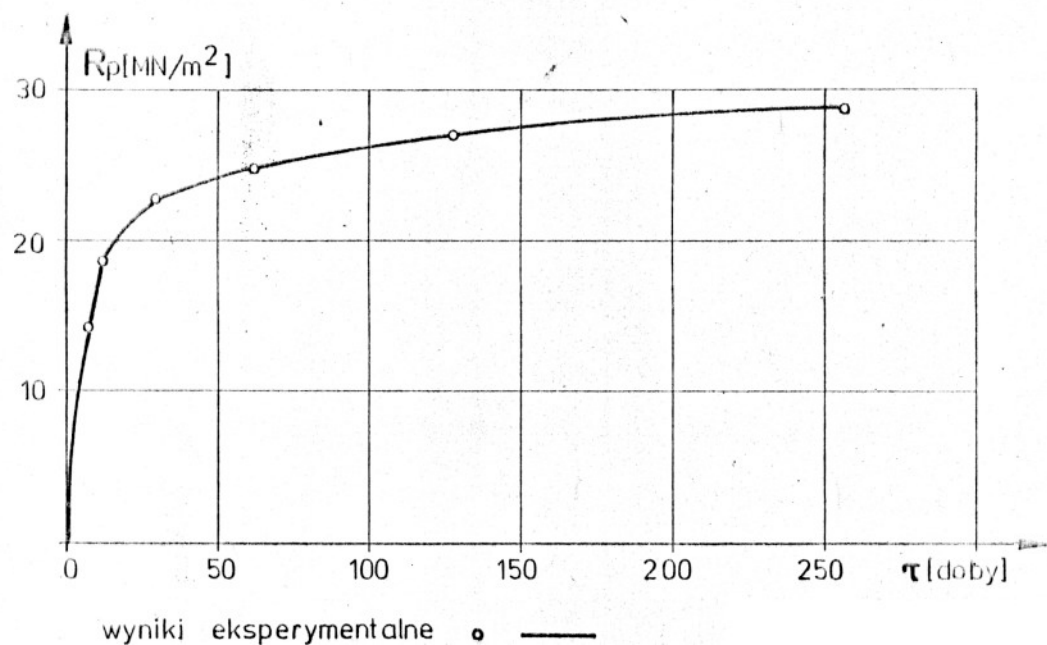
Przedstawione poprzednio zależności zostaną zweryfikowane w oparciu o badania własne\* i innych autorów. Trzeba zaznaczyć, że w badaniach musi być wyeliminowany zarówno efekt skali [26].

---

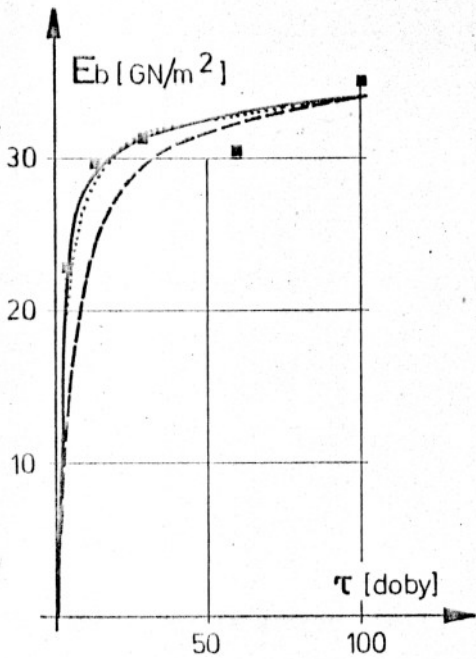
\* Badania te są częścią obszerniejszej analizy eksperymentalnej mającej na celu określenie zmiany stanu odkształcenia i naprężenia panującego w dźwigarach zespolonych, dlatego szczegółowy ich opis zamieszczono w dalszej części pracy.



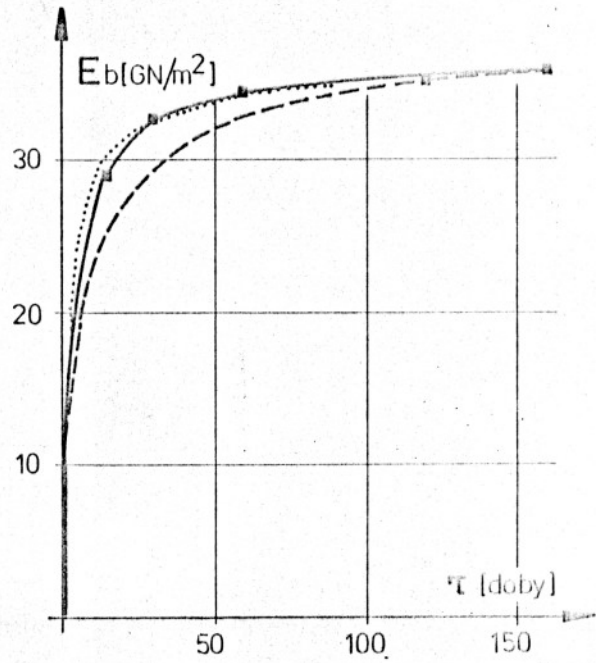
Wielkości określone ze wzorów (4.19), (4.20) praktycznie pokrywają się z krzywą wyznaczoną eksperymentalnie.



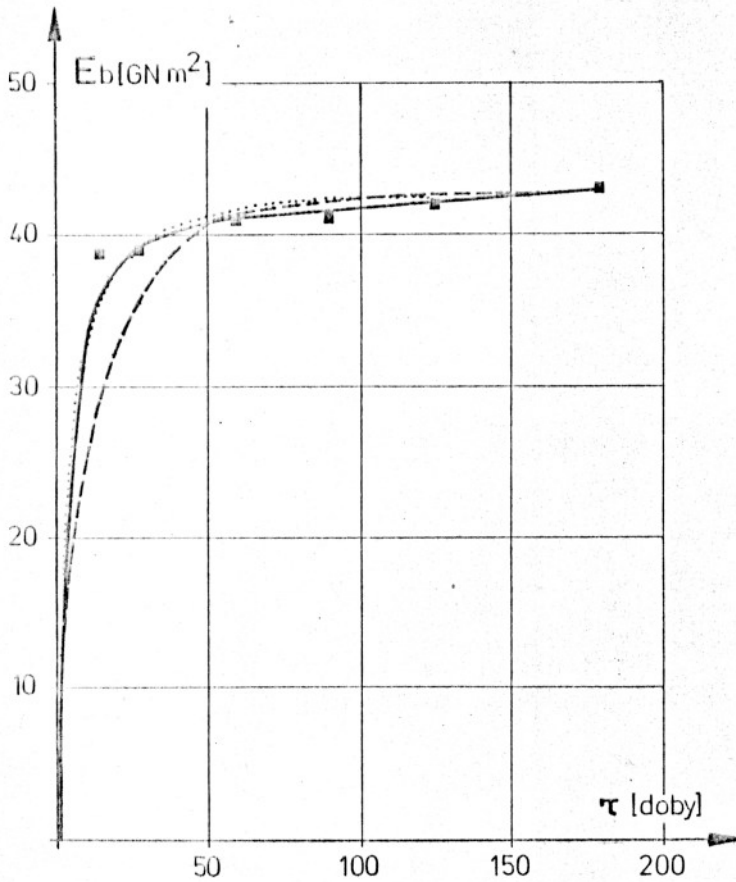
Rys. 45 Wyniki badań autora : a) zmiana doraźnego modułu sprężystości, b) zmiana wytrzymałości pryzmowej betonu w czasie.



Badania O.M. Popkovej [148]



Badania A.D. Dolidze i innych [63]

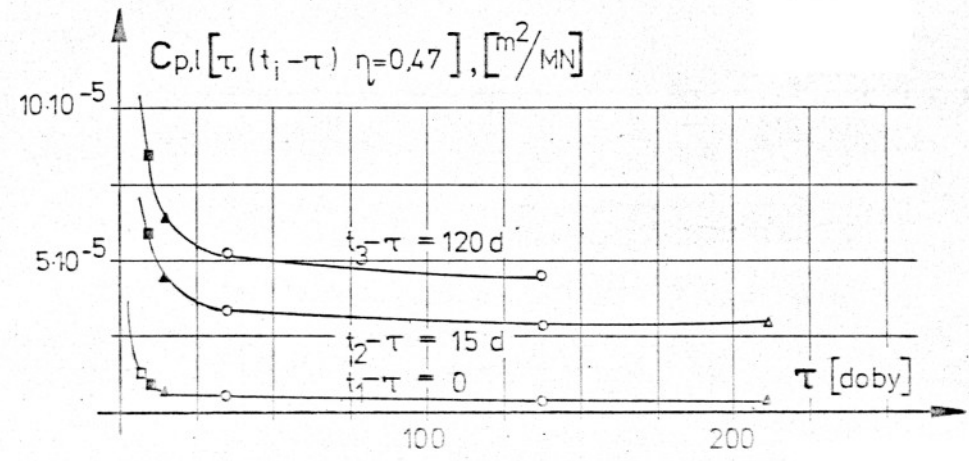
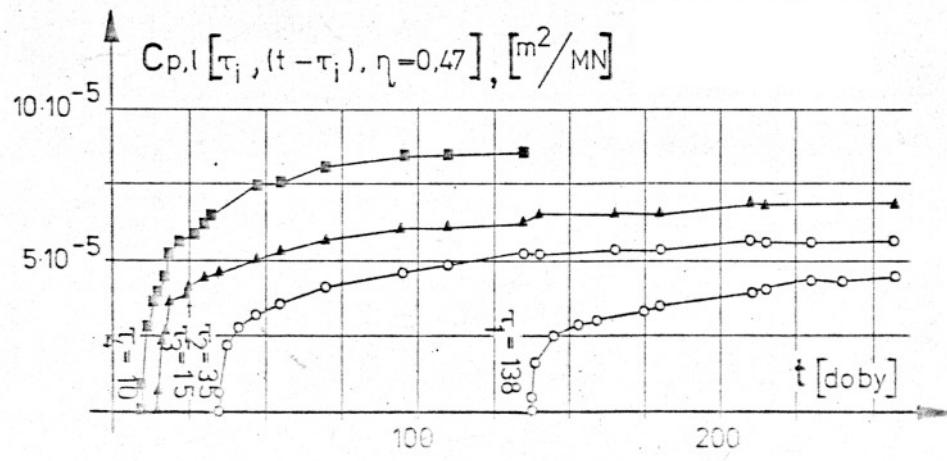
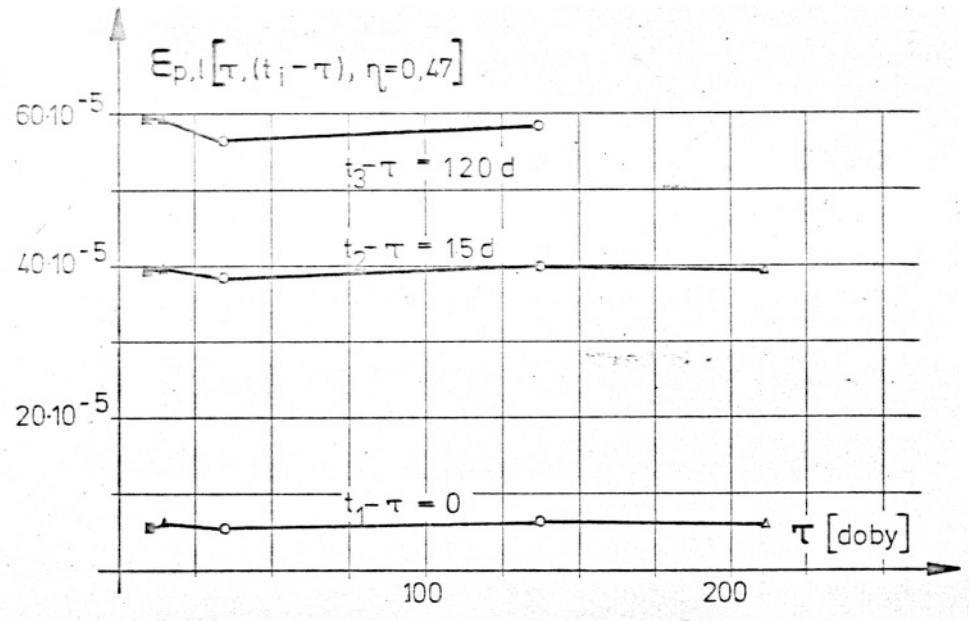
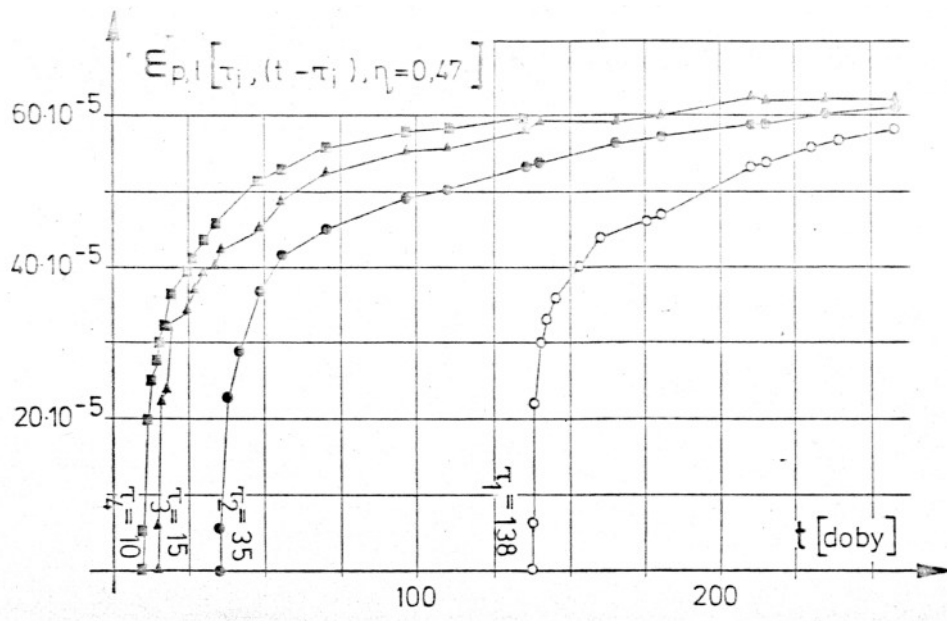


Badania A.Ja. Bariszikowa [79]

Oznaczenia jak na rys. 4.5.

Rys.4.6 Zmiana doraźnego modułu sprężystości w czasie według badań obcych.





■▲●□△○ wyniki eksperymentalne

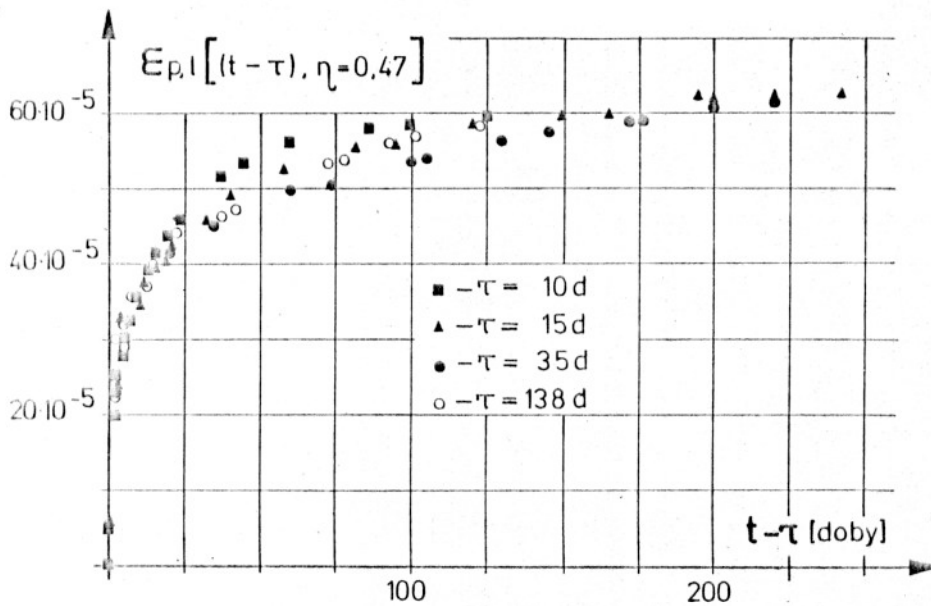
Rys.4.7 Odkształcenia plastyczno-lepkie betonu ( $\epsilon_{p,l}$ ) i miara tych odkształceń ( $C_{p,l}$ ) według badań autora.



jak i ortotropii betonu [100]. Oznacza to, że wyznaczanie wszystkich cech betonu musi być przeprowadzone na identycznych geometrycznie i w jednakowy sposób wykonanych próbkach.

Badania takie wykonuje się zwykle na próbkach pryzmatycznych, lub walcowych o długości znacznie większej od wymiarów poprzecznych. Wytrzymałość na ściskanie określona na takich próbkach nosi nazwę słupowej lub pryzmowej. W naszych rozważaniach będzie się ją oznaczać przez  $R_p(\tau)$ .

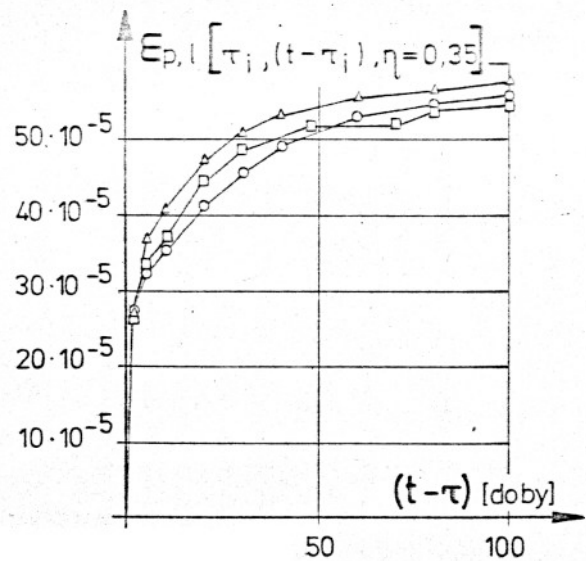
Wyniki badań spełniających wymienione uprzednio warunki, a tym samym mogących stanowić podstawę do weryfikacji wyprowadzonych zależności teoretycznych przedstawiono na rysunkach od 4.5 do 4.10.



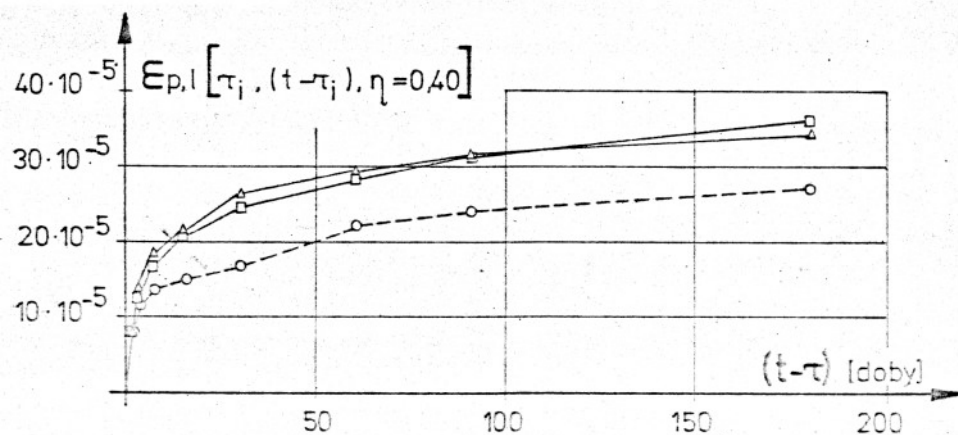
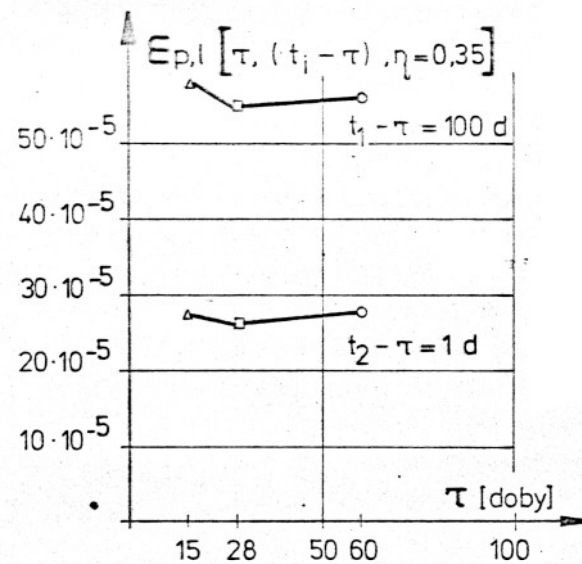
Rys. 4.8. Eksperymentalna weryfikacja związku (4.24)

$$\eta \cdot R_p(\tau) \cdot C_{p,l}[\tau, (t-\tau), \eta] = \epsilon_{p,l}[(t-\tau), \eta]$$

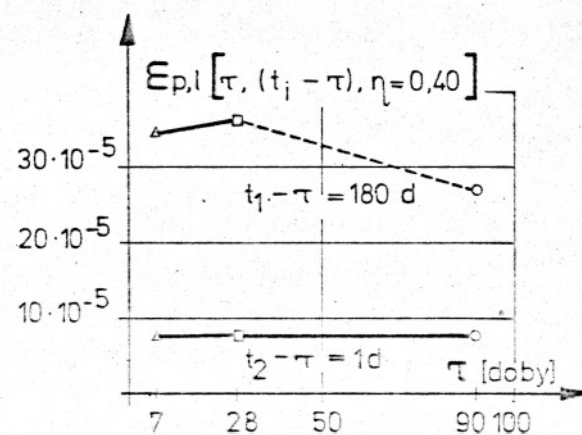
według badań autora.



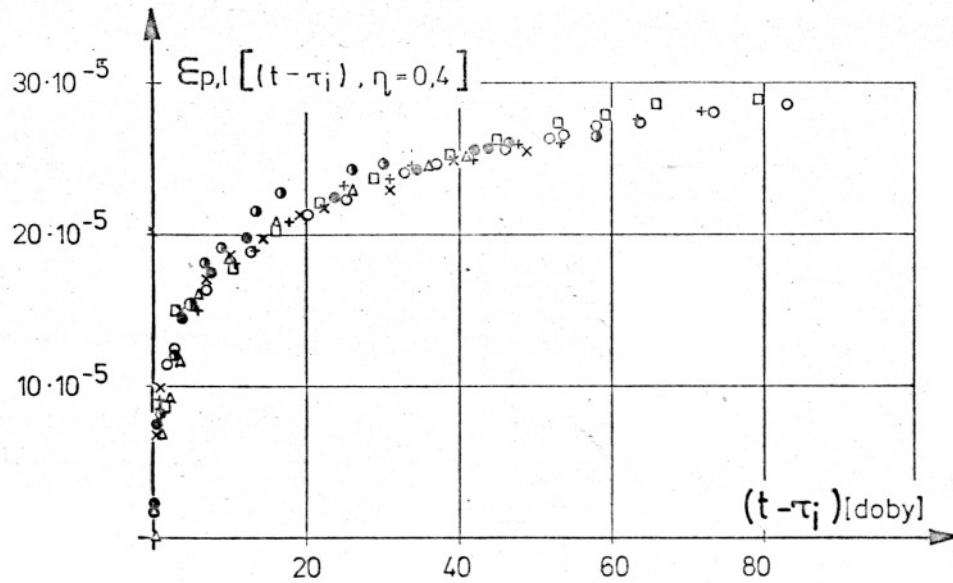
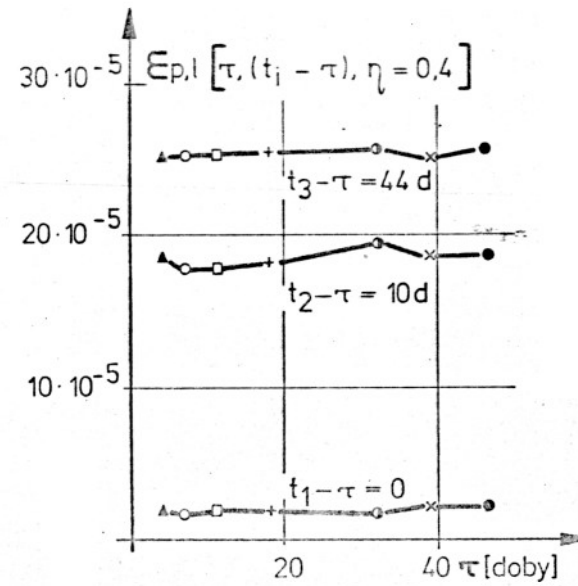
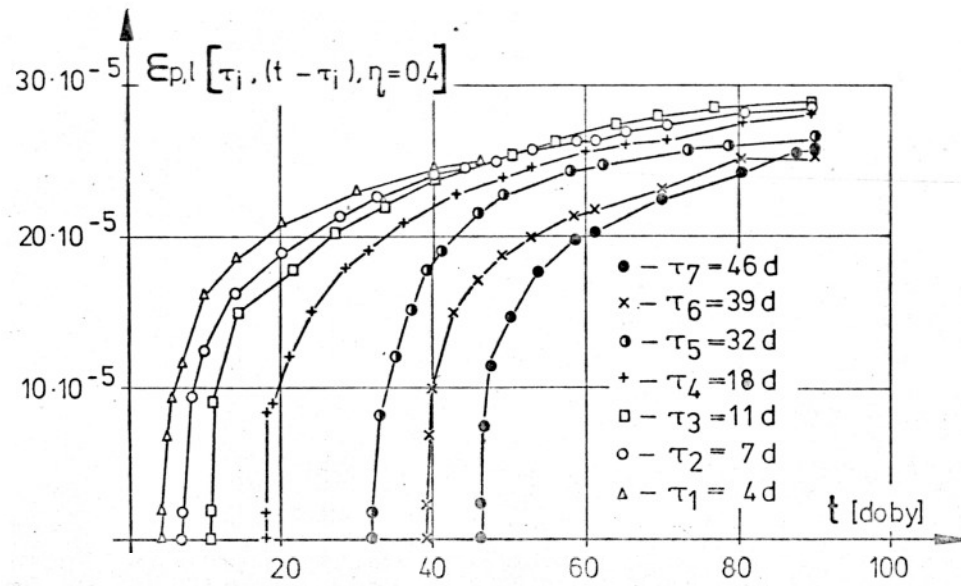
a) badania A.D. Dolidze i innych [59]



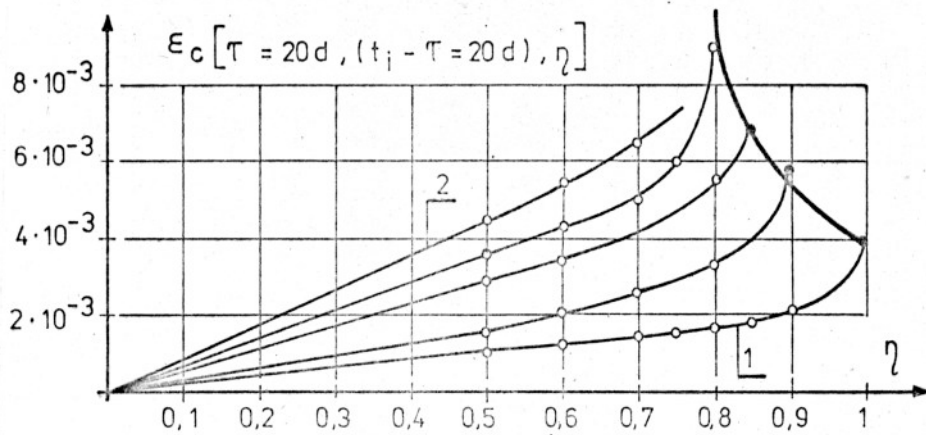
b) badania R.A. Mielnika [132]



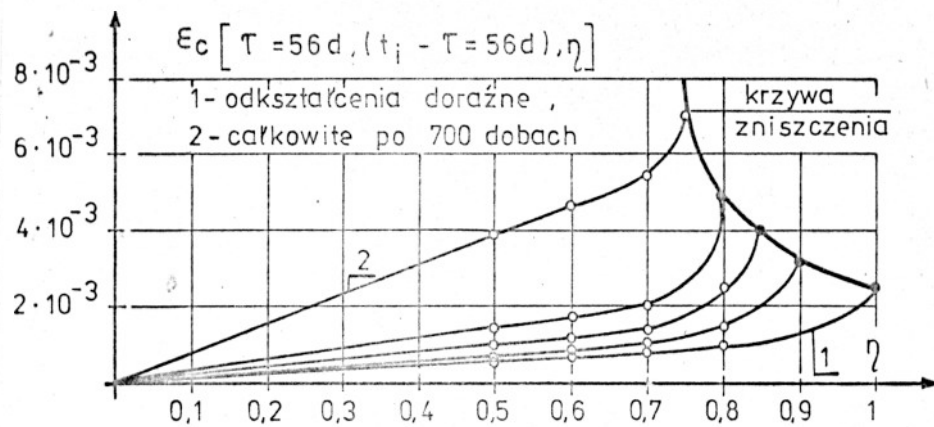
Rys. 4.9. Wyniki badań innych autorów:



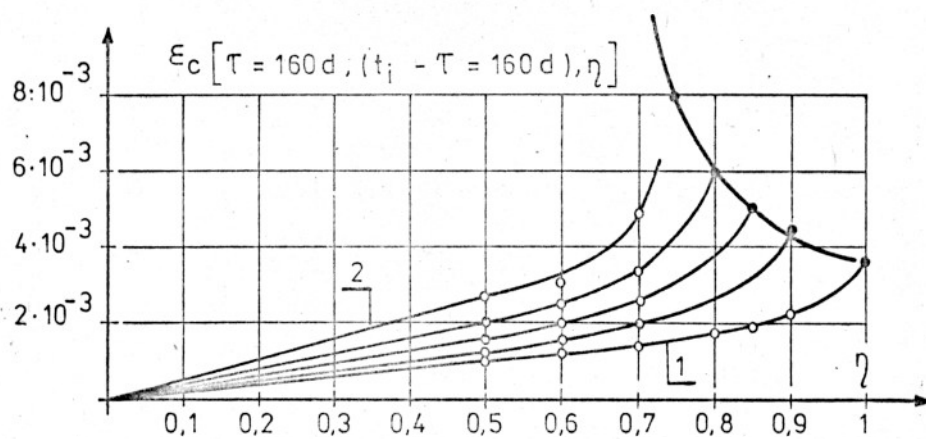
Rys. 4.10. Wyniki badań S.W. Aleksandrowskiego i W. Ja. Bagrija [11]



Próbka obciążona po 20 dobach



Próbka obciążona po 56 dobach



Próbka obciążona po 160 dobach

Rys.4.11 Zależność całkowitych odkształceń betonu od początkowego stopnia jego wyężenia opracowano wykorzystując wyniki badań H. Rüscha [154, 155]

Analizując przedstawione wyniki badań własnych i obcych [10, 11, 15, 19, 63, 132, 148, 153] można stwierdzić, że wyprowadzone zależności teoretyczne (4.6), (4.7), (4.8), (4.10), (4.15), (4.24), zostały potwierdzone eksperymentalnie i mogą być wykorzystane w dalszych rozważaniach analitycznych.

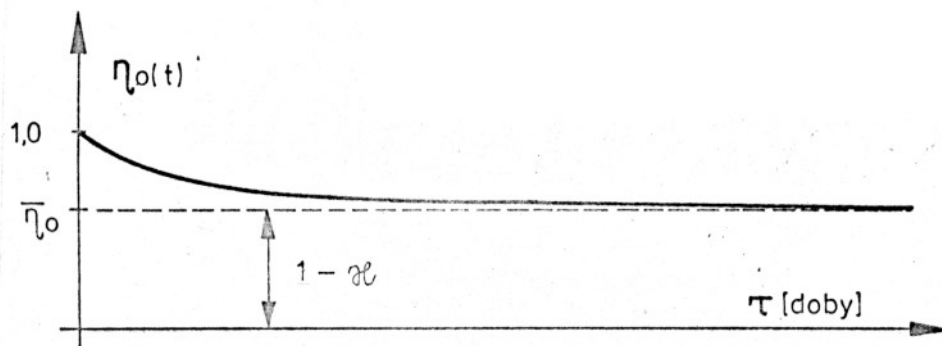
Pozostaje jeszcze do określenia górny kres stopnia wyężenia betonu, dla którego zachowają ważność wyprowadzone zależności. W tym celu wykorzystuje się bardzo obszerne badania H. Rüscha [155, 156].

Na rys. 4.11 pokazano zależność całkowitych odkształceń sprężysto - plastyczno - lepkich betonu od stopnia jego wyężenia, przy różnych długościach okresu działania niezmiennego w czasie obciążenia.

Wyższą wartość granicznego stopnia wyężenia otrzymaną dla młodego betonu należy tłumaczyć wzmocnieniem, jakiego on doznaje w wyniku zachodzących zjawisk fizyko - chemicznych (twardnienia), co hamuje lawinowy proces propagacji mikrodefektów.

Jak wynika z przedstawionych zależności graniczny stopień wyężenia betonu jest funkcją jego wieku w chwili obciążenia.

Zależność ta w postaci jawnej przedstawiona została na rys. 4.12



Rys. 4.12. Zależność granicznego stopnia wyężenia betonu od jego wieku w chwili obciążenia.

Funkcję opisującą zależność granicznego stopnia wyężenia przy stałym obciążeniu przyjęto za M. Kłapociem [104, 106] w nieco zmodyfikowanej postaci:

$$\eta_o(\tau) = 1 - \alpha [U(\tau)]^k \quad (4.26)$$

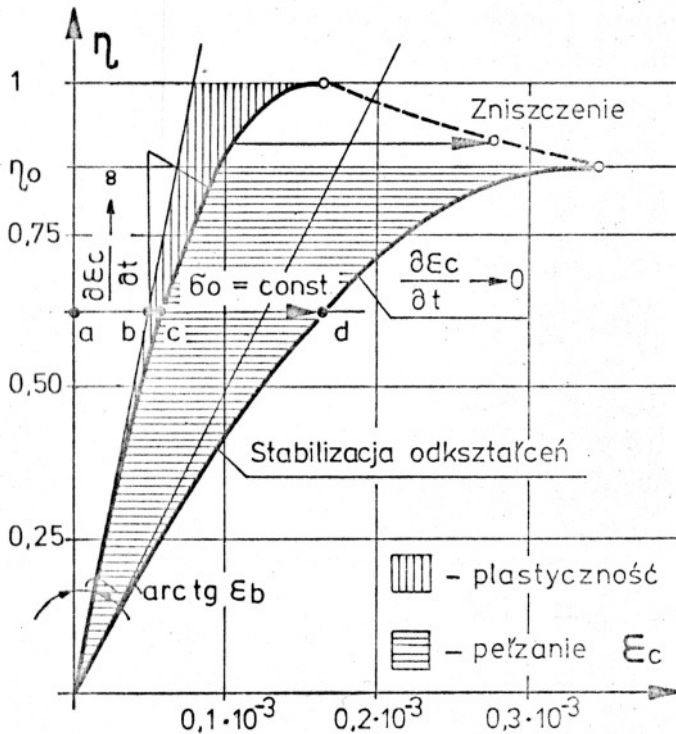
$$\lim_{\tau \rightarrow 0^+} \eta_o(\tau) = 1$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \eta_o(\tau) = 1 - \alpha = \bar{\eta}_o$$

(4.27)

gdzie:  $\alpha, k$  - współczynniki wyznaczone eksperymentalnie.

W tym miejscu należy wspomnieć jeszcze o pracy C. Eimera [73], w której wykorzystując nieskończony zbiór modeli reologicznych A.R. Rżanicyna [158] o losowo - zmiennych parametrach, uzyskał on zgodny z wynikami badań opis zachowania się betonu (starego  $\tau \gg 90$  d.) pod działaniem stałego obciążenia rys. 4.13



Rys. 4.13. Odkształcalność betonu według Eimera [73]

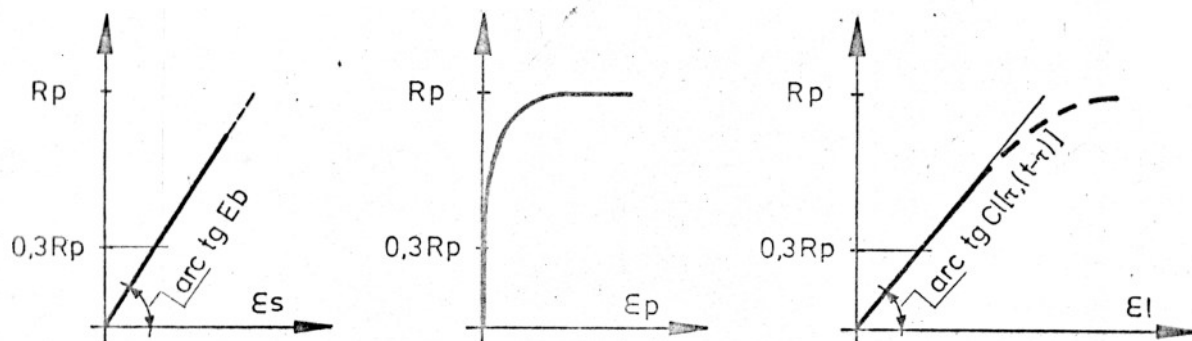
W wyniku przeprowadzonych rozważań, a także analizy innych nieprzedstawionych tu badań [9, 101, 105, 135, 142, 151, 152] można stwierdzić, że wyprowadzone zależności pomiędzy podstawowymi własnościami fizyczno - mechanicznymi betonu zachowują ważność dla:

- a) całego zakresu 0 - 1 wyteżenia betonu w chwili jego obciążenia,
- b) w zakresie 0 -  $\eta_0$  od zera do granicznej wartości stopnia wyteżenia betonu dla dowolnego jego wieku i okresu trwania obciążenia.

Oszacowana eksperymentalnie wartość  $\eta_0$  waha się w granicach 0,6 - 0,8.

#### 4.2.2. Odkształcalność betonu

W dotychczasowych rozważaniach wystarczał nam podział odkształceń betonu na doraźne (liniowo - sprężyste) i opóźnione (plastycz - no - lepkie), teraz jednak rozpatrując zagadnienie pod kątem konstrukcji związku konstytutywnego wiążącego deformacje i naprężenia należy dokonać bardziej szczegółowej analizy ich charakteru.



Es - odkształcenia sprężyste  
 Ep - odkształcenia plastyczne  
 El - odkształcenia lepkie (pełzanie)

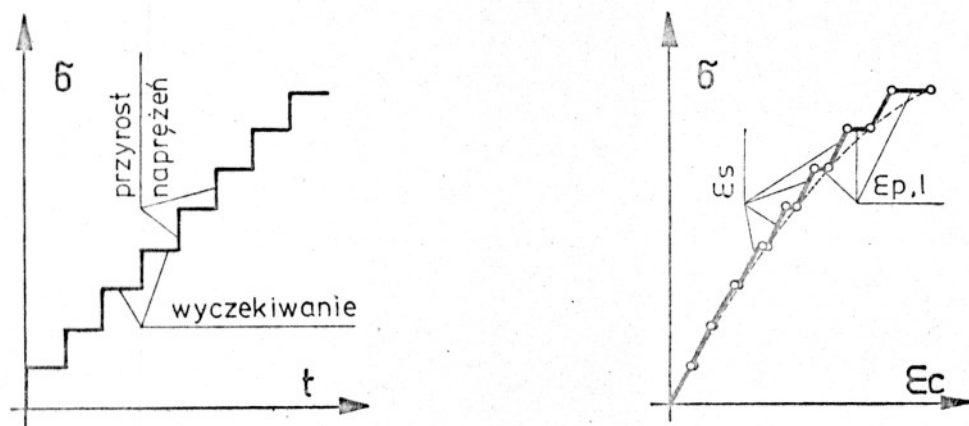
Rys.4.14. Ilustracja ideowa zależności różnych rodzajów odkształceń od naprężeń.



Po przeanalizowaniu wielu prac doświadczalnych, w których badano zachowanie się betonu poddanego działaniu różnego rodzaju obciążeń [9, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 41, 68, 75, 87, 94, 104, 105, 106, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 142, 148, 150, 151, 152, 153, 155, 156, 163] autor doszedł do wniosku (rys. 4.14), że całkowite odkształcenia betonu składają się z :

- odkształceń sprężystych,
- odkształceń plastycznych,
- odkształceń lepkich. } pełzanie

Na razie pomijamy efekt skurczu betonu. Odkształcenia sprężyste zgodnie z poglądem radzieckiej szkoły reologii betonu [9, 16, 126, 174] opartym na wszechstronnych badaniach, będzie się uważać za liniowe.



Rys. 4.15. Eksperymentalna interpretacja odkształceń sprężystych betonu.

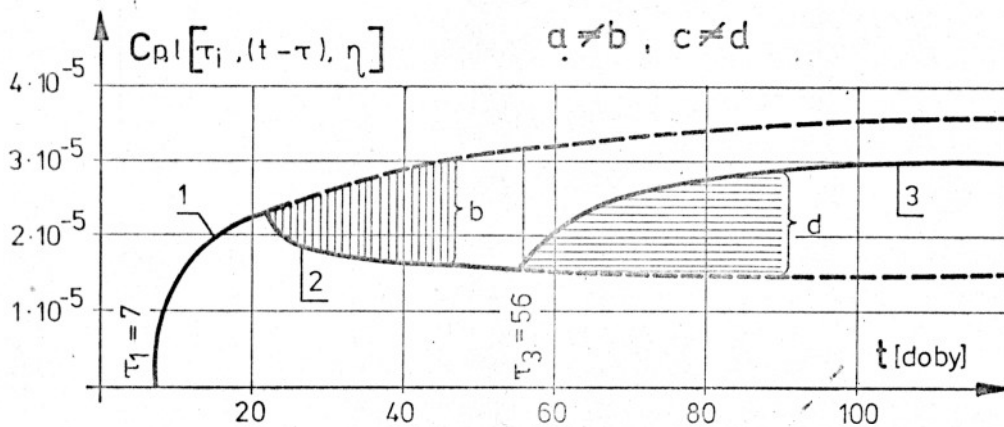
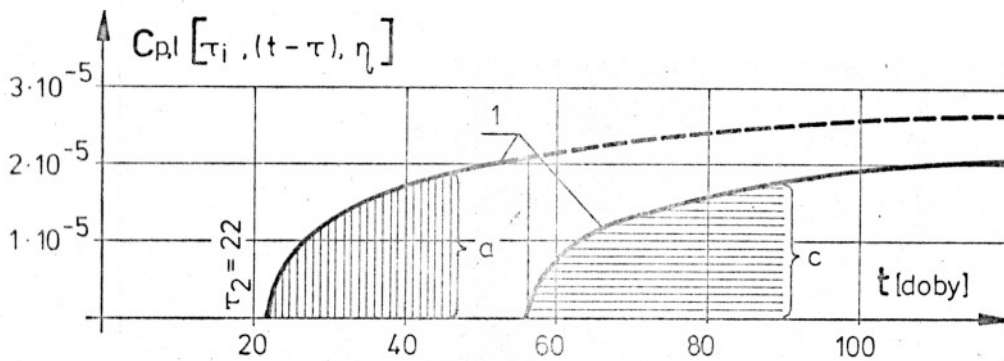
Na powyższym rysunku pokazano eksperymentalny sposób określania odkształceń sprężystych betonu (doraźnego modułu sprężystości). Wielkość okresów wyczekiwania jest różna w różnych badaniach i waha się w granicach od 3 - 15 min. Podsumowując powyższe za odkształcenia sprężyste będziemy uważali te, które odpowiadają bardzo szybkiemu (teoretycznie nieskończenie szybkiemu) przyrostowi naprężeń, lub mówiąc inaczej, są to odkształcenia niezależne od czasu.

Nieliniowość odkształceń betonu będziemy wiązać z plastyczno - lep-  
kimi jego własnościami.

#### 4.2.2.1. Nieliniowość odkształceń betonu.

Konieczność szczegółowego rozważenia charakteru odkształceń  
plastyczno - lepkich betonu (niektórzy badacze nie rozdzielają  
tych odkształceń określając je terminem pełzania) wynika między  
innymi z faktu podważenia słuszności zasady superpozycji wpływów,  
na której opiera się większość dotychczasowych koncepcji teoretycz-  
nego ujęcia rozważanego problemu.

Na rys. 4.16 przedstawiono wyniki badań przeprowadzonych pod kie -  
rownictwem A.A. Gwozdiewa [87] rzucających nowe światło na zacho -  
wanie się betonu pod działaniem sumy obciążeń różnych znaków.



1 - obciążenie pierwotne , 2 - odciążenie , 3 - obc. powtórne

Rys. 4.16. Badania Gwozdiewa i innych [87]

Analiza przedstawionych na rys. 4.16 wyników prowadzi do wniosku, że:

- odkształcenia plastyczne - lepkie betonu obciążonego po raz pierwszy, są większe od odkształceń będących następstwem odciążenia ( $a > b$  - rys. 4.16),
- powtórnie obciążony beton (po poprzednim odciążeniu) wykazuje odkształcenia plastyczne - lepkie, znacznie mniejsze niż beton obciążony pierwotnie ( $d < c$  - rys. 4.16).

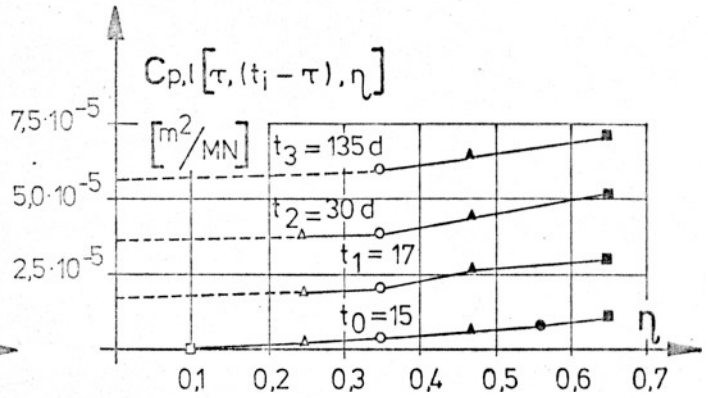
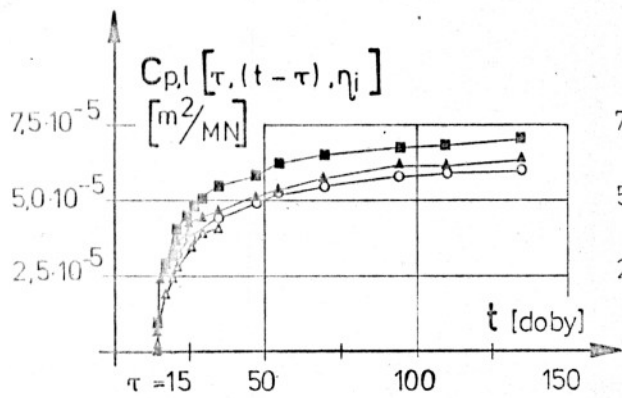
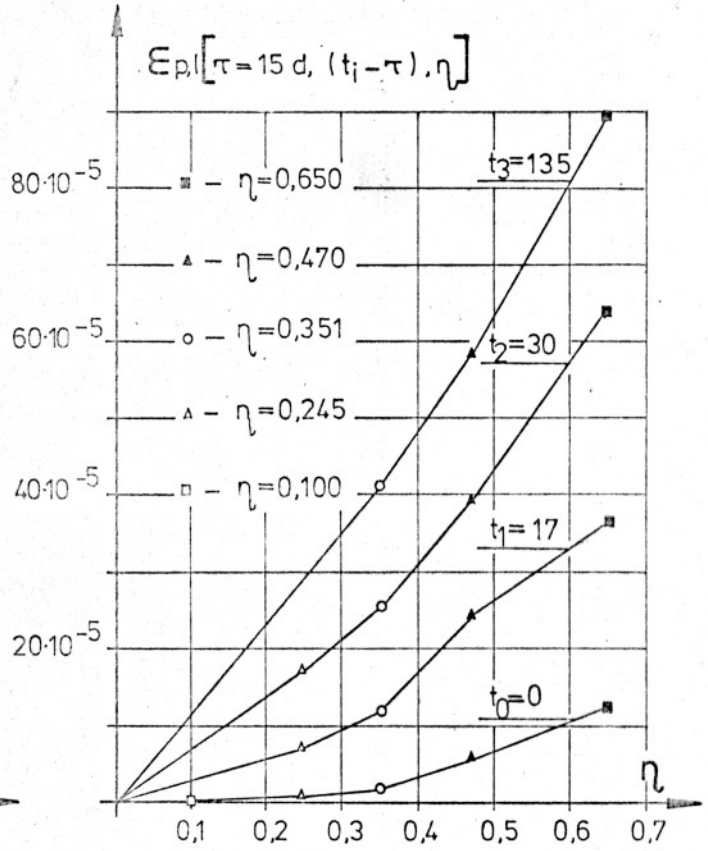
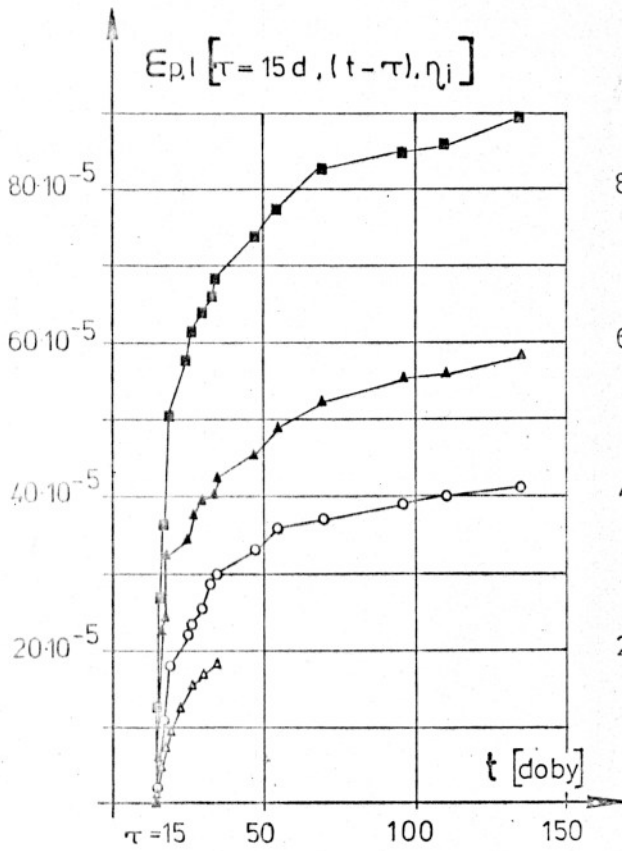
Zapisane wyżej spostrzeżenia, zmieniają zasadniczo pogląd na mechanizm procesów reologicznych zachodzących w konstrukcjach betonowych (p. 5.1.6 rys. 5.3).

Dalsze rozważania skoncentrowane są na próbie zdefiniowania w oparciu o bogaty materiał doświadczalny odkształceń plastycznych betonu i wykazania, że tylko one są nieliniowo związane z naprężeniami. Na rys. 4.17, 4.18, 4.19, 4.20 i 4.21 przedstawiono wyniki badań, które pozwolą w sposób wystarczający rozegrać problem.

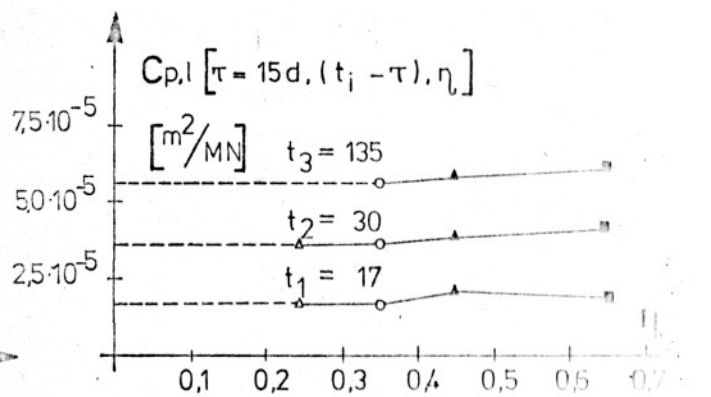
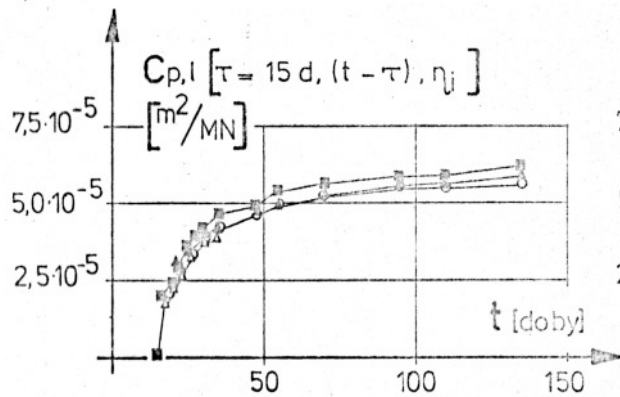
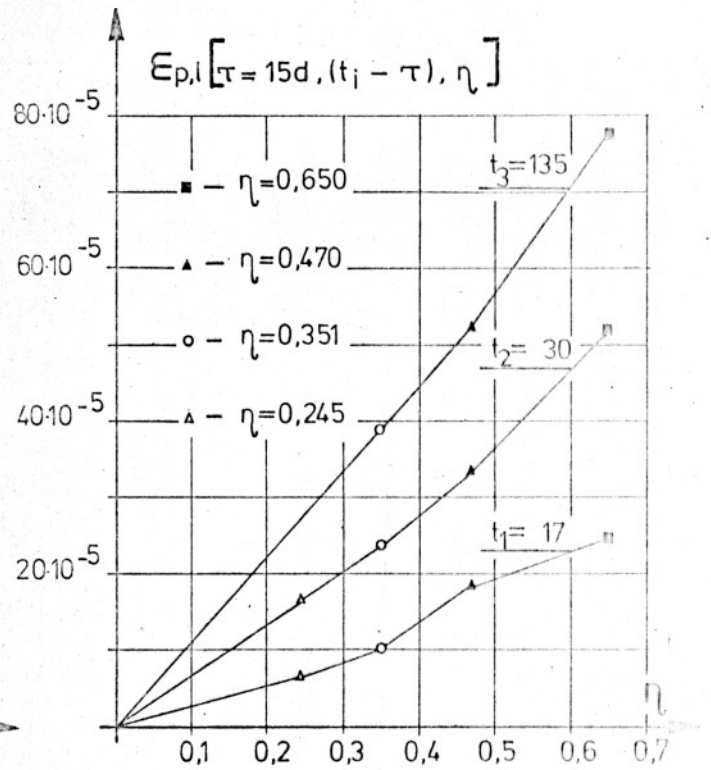
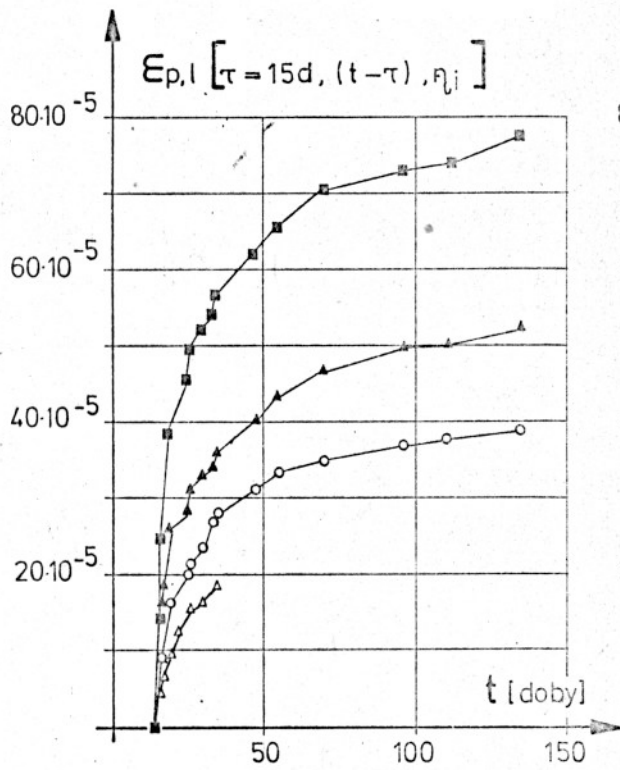
Na podstawie przedstawionego materiału doświadczalnego można następująco zdefiniować plastyczne odkształcenia betonu i sformułować pewne ogólne wnioski:

- za całkowite odkształcenia plastyczne betonu będzie się uważać nieodwracalną część odkształceń opóźnionych oznaczenie "Cp" na rys. 4.19 ,
- odkształcenia plastyczne pojawiają się już przy stosunkowo niskim stopniu wyężenia betonu i są nieliniową funkcją naprężenia,
- znaczna część analizowanych odkształceń jest wyzwalana już w procesie obciążania konstrukcji przy  $\eta < 0,7$  część ta wynosi 90-97 % całości odkształceń nieodwracalnych , co wskazuje na ich doraźny, a nie opóźniony charakter rys. 4.17, 4.18, 4.20 i 4.21 ,
- gdy z całkowitych odkształceń betonu wydzielimy odkształcenia plastyczne, to okaże się, że pozostała część deformacji jest liniowo związana z naprężeniami.

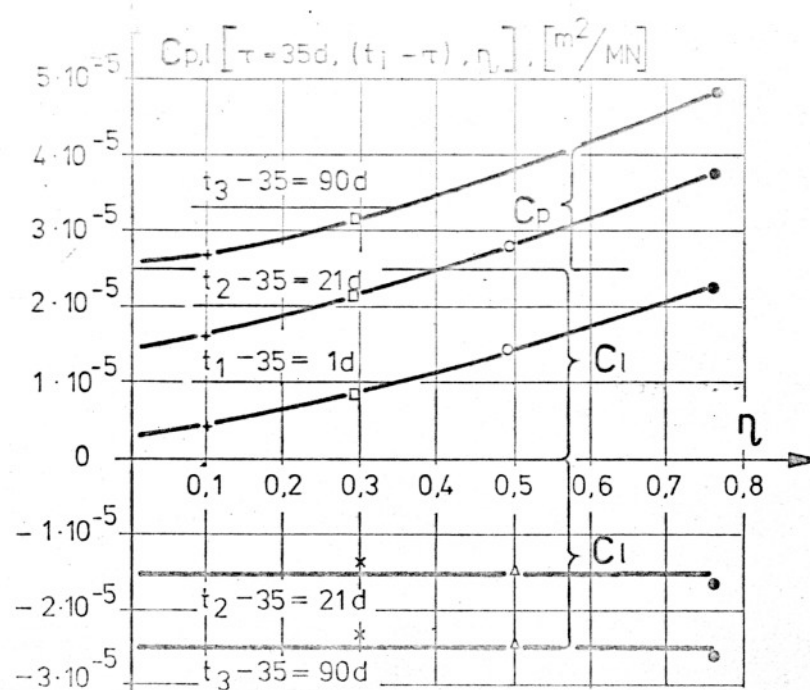
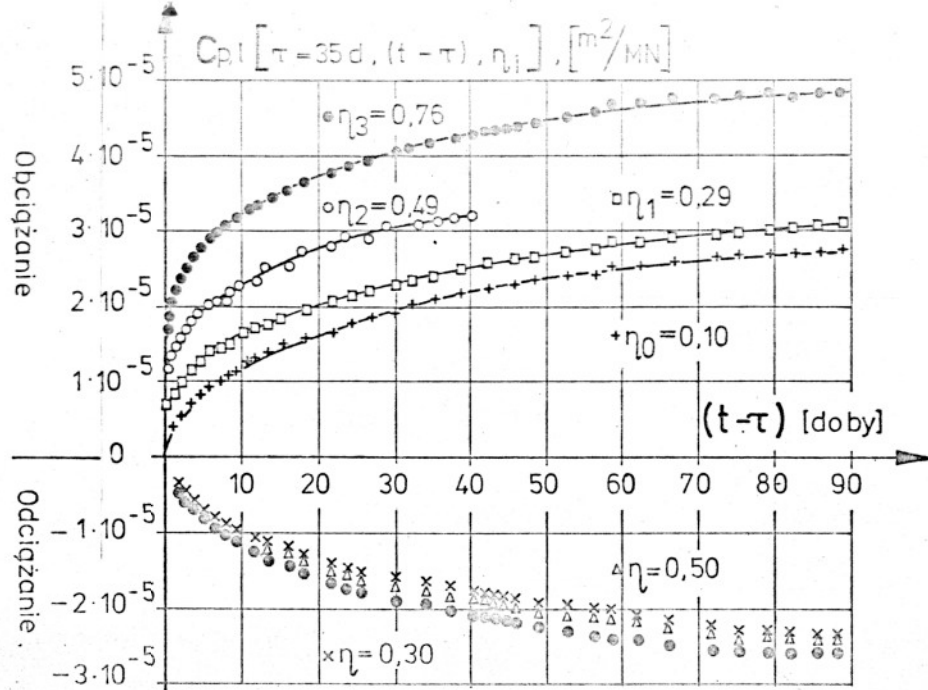
Opierając się na zapisanych wyżej spostrzeżeniach, można przystąpić do konstrukcji reologicznych równań stanu opisujących zachowanie się betonu w jednoosiowym stanie naprężeń.



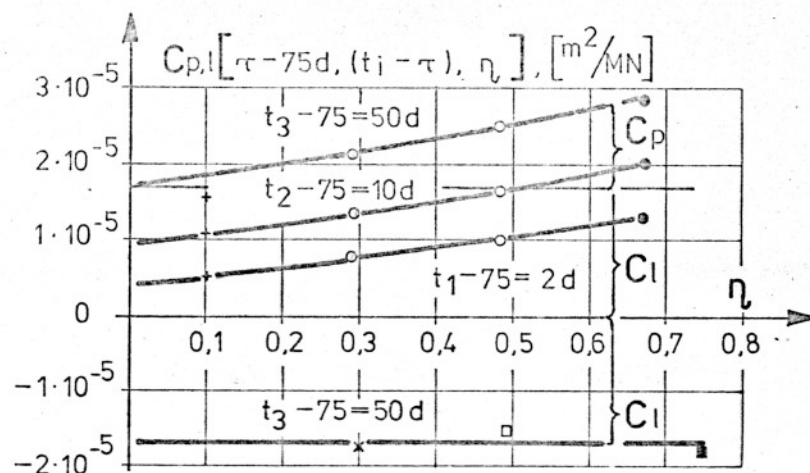
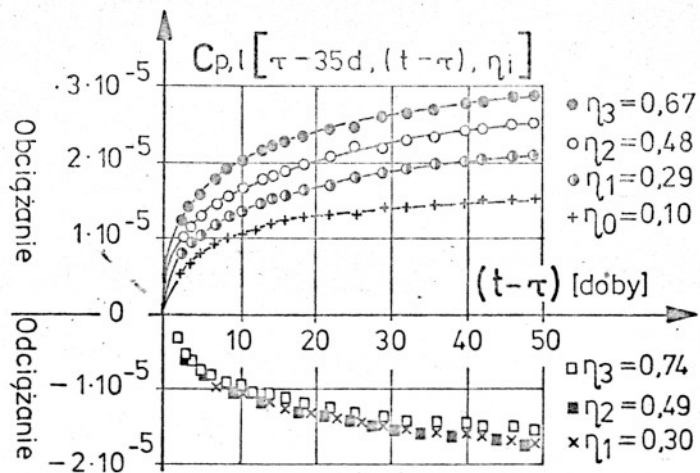
Rys. 4.17. Zależność odkształceń plastyczno-lepkich betonu od stopnia jego wyciężenia według badań autora.



Rys. 4.18. Odształcenia plastyczno-lepkie betonu po odjęciu tej części odształceń, która wyzwoliła się w czasie obciążania (w okresach wyczekiwań); badania autora.

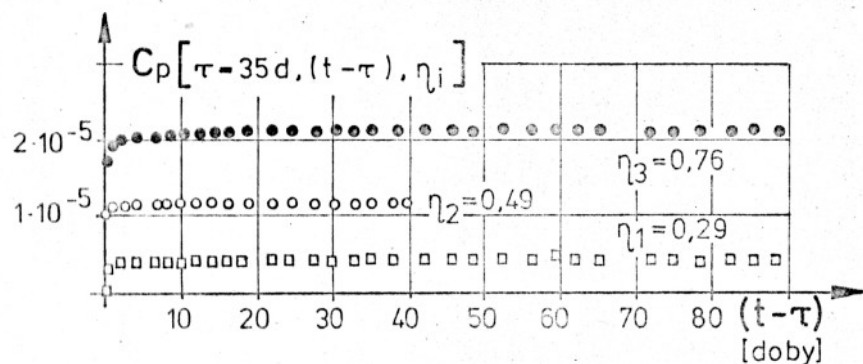


Badania S.W. Aleksandrowskiego i O.M. Popkovej [14]

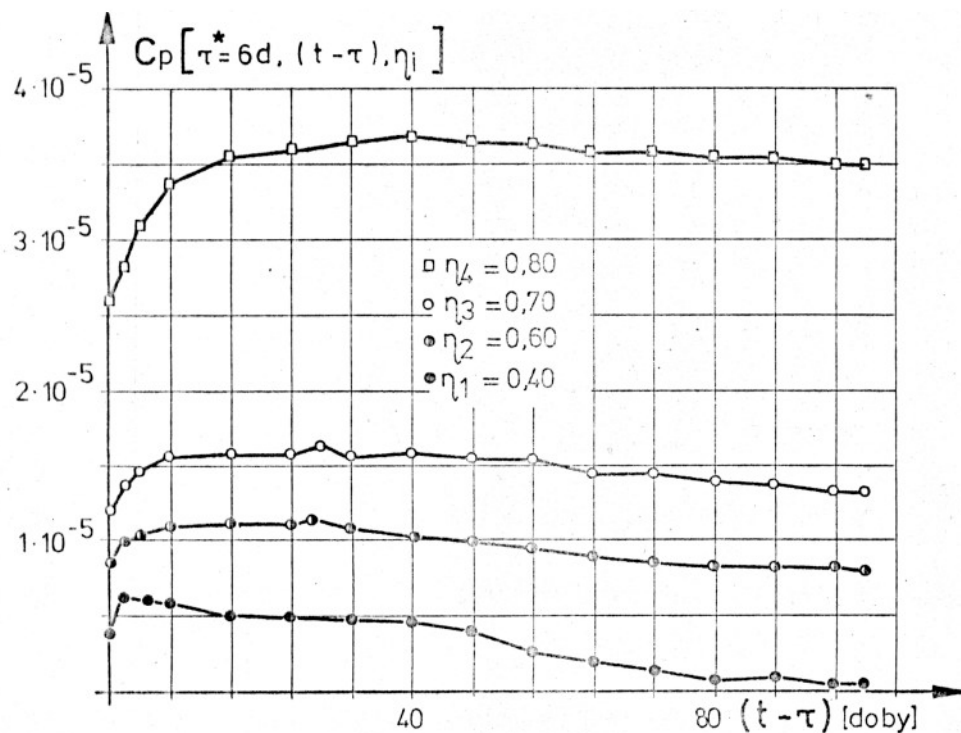


Rys. 4.19. Liniowa (lepka) i nieliniowa (plastyczna) część odkształceń opóźnionych.





Rys. 4.20. Rozwój nieliniowych (plastycznych) odkształceń betonu według badań S.W.Aleksandrowskiego i O.M.Popkovej [14]. Stanowią one nieodwracalną część odkształceń opóźnionych.



\* beton naparzany

Rys. 4.21. Badania W.G.Szczelkunowa i A.Ju.Switłyka [166] dotyczące charakteru i prędkości narastania odkształceń plastycznych betonu.



#### 4.2.2.2. Reologiczne równania stanu w przypadku obciążeń wolno-zmiennych

Wykorzystując ustalenia zawarte w poprzednim podrozdziale możemy stwierdzić, że:

- model teoretyczny zakładający liniowość odkształceń poprawnie (z praktycznego punktu widzenia) odwzorowuje deformacje betonu, przy stopniu jego wyteżenia nie przekraczającym 0,3 ,
- powyżej tej granicy konieczne jest uwzględnienie wpływu odkształceń plastycznych, co prowadzi do nieliniowego związku konstytutywnego.

W przedmiotowej literaturze można znaleźć wiele różnych koncepcji teoretycznego ujęcia problemu, które sprowadzają się do liniowych lub nieliniowych zależności.

Zestawienia tych propozycji zawarte są w różnych monografiach i artykułach jak na przykład [7, 8, 9, 13, 14, 16, 29, 41, 46, 77, 86, 87, 105, 106, 126, 135, 142, 148, 163, 171, 172, 174, 182, 188] dlatego też nie ma potrzeby ich przytaczania.

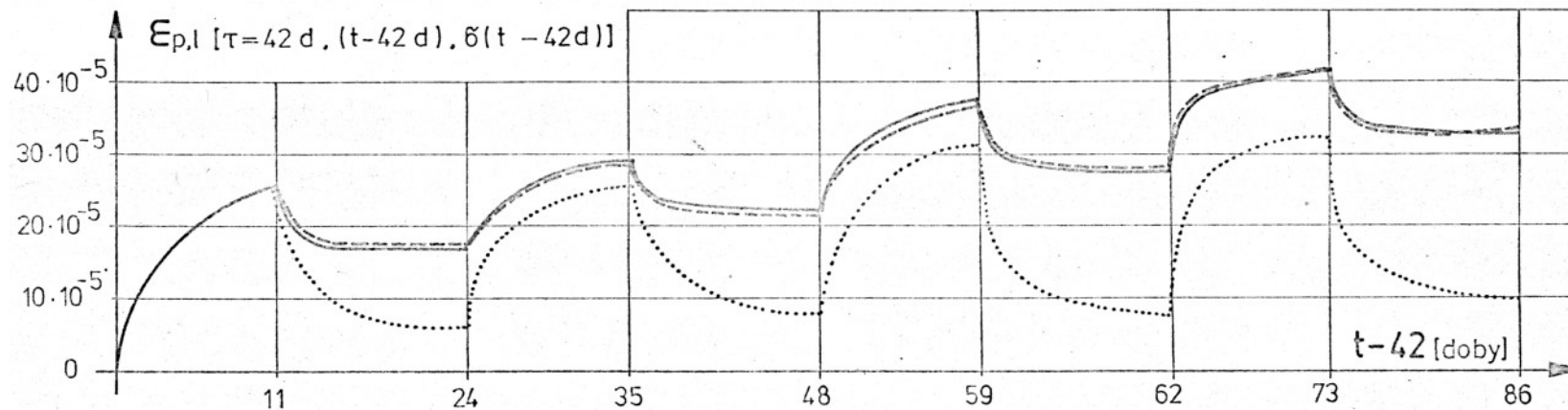
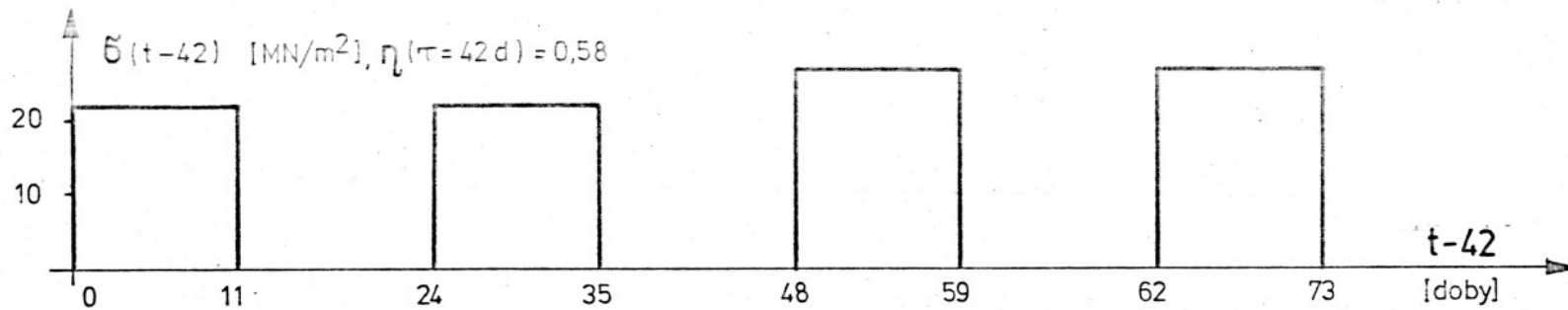
Konieczne jest natomiast porównanie jakościowe i ilościowe liniowych i nieliniowych teorii pełzania zarówno ze sobą, jak i z wynikami eksperymentów.

Na rys. 4.22 zaczerpniętym z pracy [77] skonfrontowano dane eksperymentalne dotyczące zachowania się betonu pod działaniem okresowych obciążeń z liniowym i nieliniowym opisem teoretycznym.

Wniosek jaki można wyciągnąć na podstawie pokazanych tam wyników jest następujący:

liniowe teorie pełzania nie odwzorowują w sposób zadawalający zachowania się betonu poddanego bardziej złożonym schematom obciążeń, co wynika głównie z jednakowego potraktowania przebiegu odkształceń opóźnionych przy obciążaniu i odciążaniu rozpatrywanego elementu, lub mówiąc inaczej z założenia, iż wielkość tych odkształceń nie zależy od znaku przykładanych kolejno przyrostów naprężeń. Założenie to jak wykazują badania S.W. Aleksandrowskiego, O.M. Popkovej [14] i Z.K. Gałustowa [77] jest błędne (rys. 4.19 i 4.22).

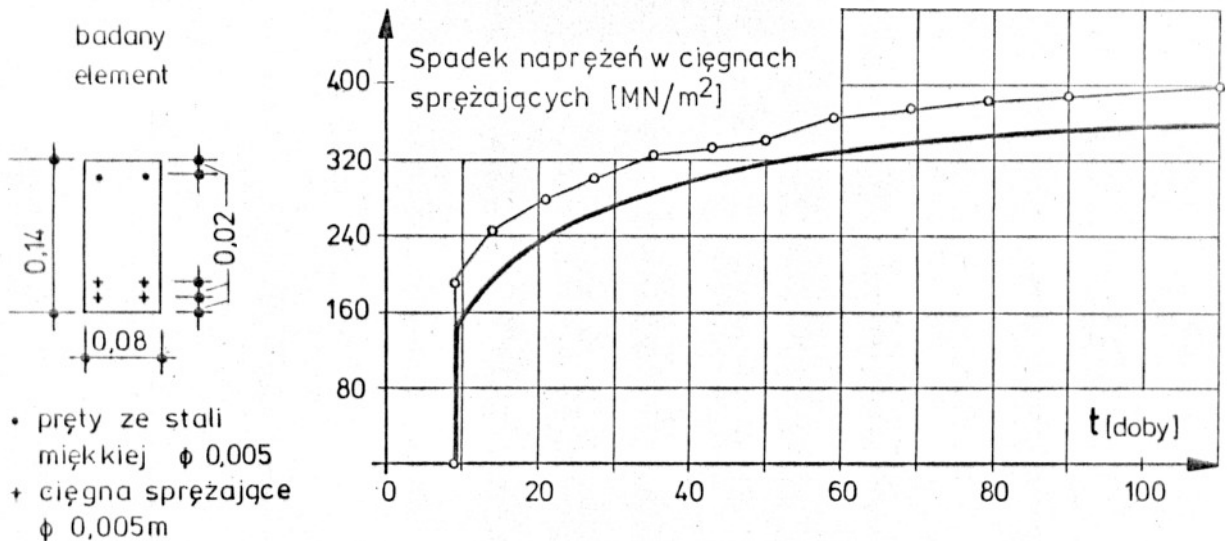
Oceniając liniowe teorie odkształcalności betonu pod kątem ich zastosowania do analizy zagadnień relaksacji i redystrybucji stanu



— wyniki eksperymentalne, - - - - według propozycji KZGałustowa (odkształcenia plastyczne zaliczono do doraźnych), ..... według liniowej teorii sprężystości pełzającego ciała (miara pełzania według koncepcji G.N.Masłowa i N.C.Arutiuniana).

Rys. 4.22. Odkształcenia plastyczno-lepkie betonu wywołane okresowo działającym obciążeniem – porównanie wyników eksperymentalnych z opisem teoretycznym. Cytat z pracy [77].

naprężeń w konstrukcjach należy podkreślić, że nie doceniają one wpływu omawianych zjawisk, problem ten będzie jeszcze poruszony w rozdziale 5.1. Spostrzeżenie to potwierdzają również wyniki badań przeprowadzonych na konstrukcjach przez Ł.D. Dolidze, G.D. Pawlenaszwili i Ł.D. Cincadze [51, 63], których ilustracją jest rys. 4.23.

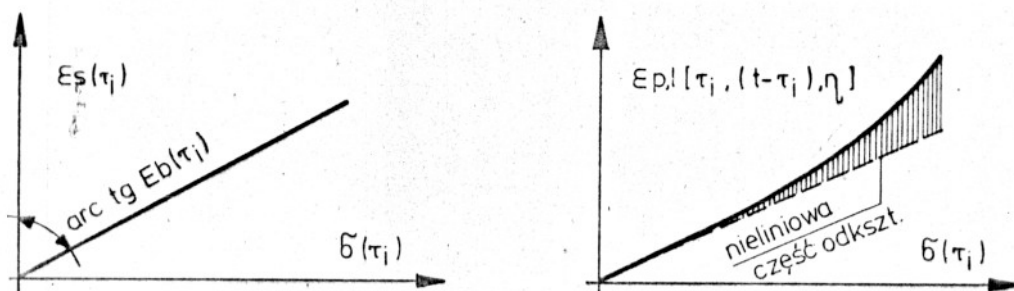


Rys. 4.23. Spadek naprężeń w cięgnach sprężających belki – badania Ł.D.Cincadze i G.D.Pawlenaszwili [51]. —○— badania, — według liniowej teorii sprężycie pełzającego ciała (miara pełzania według S.W.Aleksandrowskiego). Wpływ sprężenia i skurczu betonu.

Wynika stąd jasno, że dalszy postęp w rozwoju reologii betonu jest związany z wykorzystaniem nieliniowych reologicznych równań stanu i im poświęcimy dalsze rozważania.

Nieliniowe związki konstytutywne ujmujące całościowo problem odkształceń betonu można podzielić na dwie grupy różniące się sposobem interpretacji odkształceń plastycznych, a mianowicie:

- a) Kierunek pierwszy rozwijany w pracach N.C. Arutiuniana [26], S.W. Aleksandrowskiego i jego szkoły [11, 12, 13, 14, 15, 148], M. Kłapocia [104 - 106], R.A. Mielnika [130 - 132], I.I. Ulickiego [174] i innych, polega na zaliczeniu odkształceń plastycznych do opóźnionych; konsekwencje takiej interpretacji ilustruje rysunek 4.24.



Rys 4.24. Sposób pierwszy interpretacji odkształceń betonu.

Sposób ten sprowadza się do założenia, że odkształcenia doraźne są liniową, a opóźnione nieliniową funkcją naprężenia. Odkształcenia całkowite wywołane działaniem niezmiennego w czasie obciążenia w ujęciu tym określimy poprzez sumę

$$\epsilon_c [\tau_i, (t-\tau_i), \eta] = \epsilon_s (\tau_i) + \epsilon_{p,l} [\tau_i, (t-\tau_i), \eta], \quad (4.28)$$

gdzie :

$$\epsilon_s (\tau_i) = \bar{\sigma}_0 \cdot H(t-\tau_i) \cdot \frac{1}{E_b(\tau_i)}, \quad (4.29)$$

$\bar{\sigma}_0$  - wartość niezmiennego w czasie naprężenia przyłożonego w chwili  $\tau_i$ ,

$H(t-\tau_i)$  - dystrybucja Heaviside'a,

$$\epsilon_{p,l} [\tau_i, (t-\tau_i), \eta] = \bar{\sigma}_0 \cdot H(t-\tau_i) \cdot c_{p,l} [\tau_i, (t-\tau_i), \eta]. \quad (4.30)$$

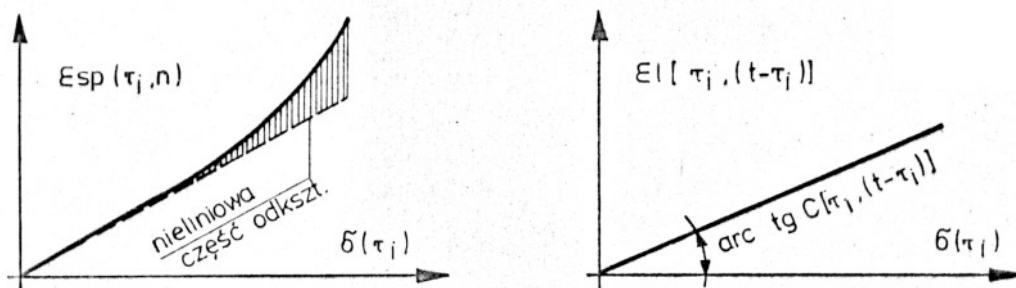
Znaczny wkład w rozwój tego kierunku teorii wniósł R.A. Mielnik [130], który w 1964 roku zaproponował, by miarę odkształceń plastyczno - lepkich betonu rozdzielić na część nieliniową i liniową.

$$C_{p,l} [\tau_i, (t-\tau_i), \eta] - C_{nl} [\tau_i, (t-\tau_i), \eta] + C_{ln} [\tau_i, (t-\tau_i)] \quad (4.31)$$

Wprowadzone tu indeksy "nl" i "ln" oznaczają nieliniową i liniową część miary odkształceń opóźnionych.

Wszystkie późniejsze znane autorowi prace takie jak [13, 14, 148, 166, 167, 174] wykorzystują to założenie, a nowe zawarte w nich propozycje dotyczą sposobu wydzielenia i matematycznej konstrukcji nieliniowej miary odkształceń pełzania.

- b) drugi kierunek rozwoju nieliniowych teorii odkształcalności betonu jest reprezentowany przez prace W.M. Bondarenki [41], A.A. Gwozdiewa [87], K.Z. Gałustowa [77], i T. Bilińskiego [29]. Autorzy wymienionych prac odkształcenia plastyczne betonu uznają za część deformacji doraźnych rys. 4.20 i 4.21, które w tej koncepcji będą w nieliniowym związku z naprężeniami. Rysunek 4.25 ilustruje tę koncepcję, a analityczny jej zapis przedstawia wzór (4.32).



Rys. 4. 25. Drugi sposób ujęcia problemu.

$$\epsilon_c [\tau_i, (t-\tau_i), \eta] = \epsilon_{s,p} (\tau_i, \eta) + \epsilon_l [\tau_i, (t-\tau_i)] \quad (4.32)$$

gdzie :

$$\epsilon_{s.p}(\tau_i, \eta) = f[\sigma_0 \cdot H(t - \tau_i), \tau_i, \eta], \quad (4.33)$$

$f[\sigma_0 \cdot H(t - \tau_i), \tau_i, \eta]$  - funkcja opisująca zależność odkształceń doraźnych betonu obciążonego w wieku  $\tau_i$  od naprężeń,

$$\epsilon_l[\tau_i, (t - \tau_i)] = \sigma_0 \cdot H(t - \tau_i) \cdot c_l[\tau_i, (t - \tau_i)], \quad (4.34)$$

$c_l[\tau_i, (t - \tau_i)]$  - liniowa miara odkształceń lepkich betonu.

Obie koncepcje teoretycznego ujęcia problemu mają swoje zalety i wady. Do najważniejszych zalet pierwszego sposobu należy liniowa zależność odkształceń doraźnych i naprężeń, co pozwala na ustalenie początkowego stanu naprężeń w oparciu o zasady liniowej teorii sprężystości.

Jednakże, co podkreślają badania A.D. Dolidze, O.I. Kwicariдзе, G.D. Pawlenaszwilli [51, 63] przeprowadzone na konstrukcjach i sugestie W.M. Bondarenki zawarte w pracy [41] główna przyczyna niezadawalającej zgodności rozwiązań teoretycznych opartych na koncepcji pierwszej z wynikami eksperymentów leży w błędnej ocenie początkowego stanu naprężeń.

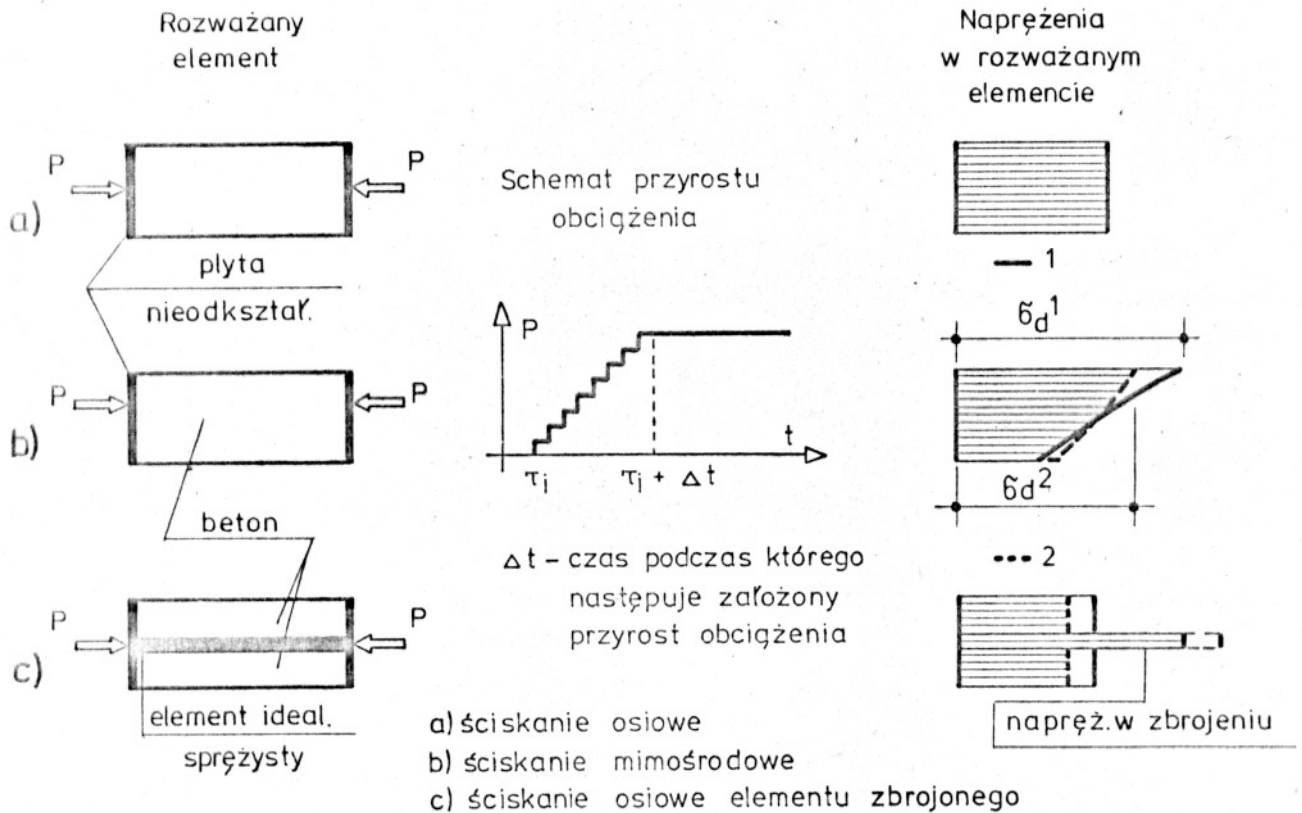
Na rys. 4.26 pokazane zostały różnice w tej ocenie wynikające ze sposobu interpretacji odkształceń plastycznych.

Przedstawione na poprzednim rysunku wyniki rozważań teoretycznych, jednoznacznie wskazują na to, że:

- tylko w przypadku osiowo ściskanego betonowego pręta (próbki) oba sposoby ujęcia problemu opierają się na identycznym zgodnym z rzeczywistością początkowym stanie naprężeń,
- dla bardziej złożonych przypadków wytrzymałościowych i konstrukcji niejednorodnych w ocenie początkowego stanu naprężeń, oba sposoby wykazują istotne różnice z tym, że rzeczywisty stan naprężeń poprawnie opisuje sposób drugi,



- weryfikacja nieliniowych teorii pełzania przeprowadzona na próbkach osiowo ściskanych jest niewystarczająca, a uzyskana w takich badaniach, zgodność nie przesądza o ogólności teorii.

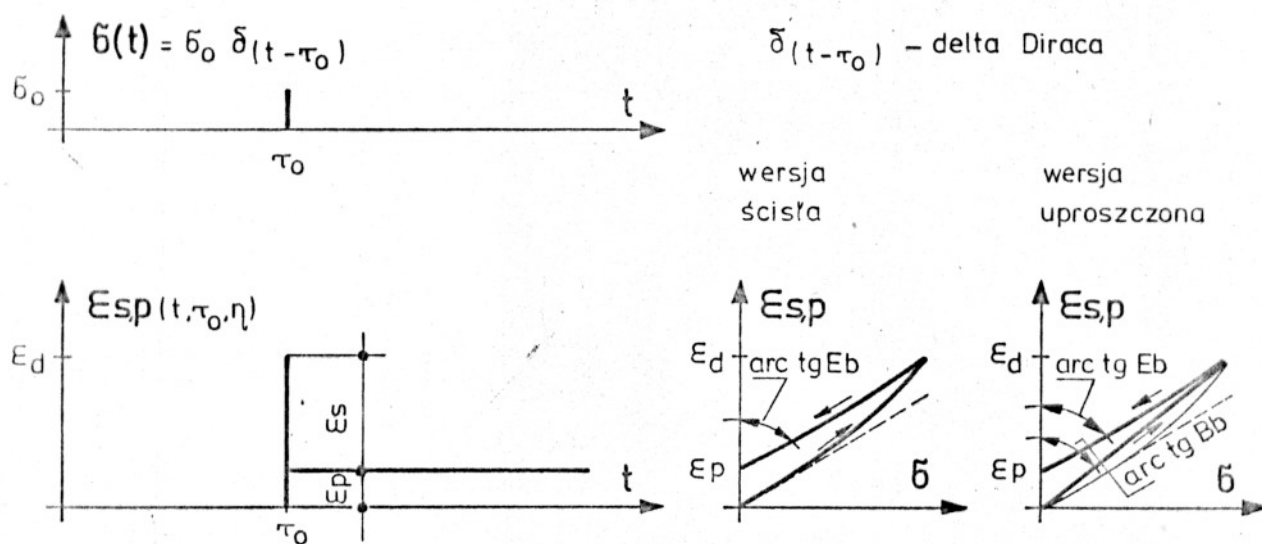


Rys.4.26 Teoretyczny początkowy stan naprężeń będący funkcją sposobu interpretacji odkształceń plastycznych: 1 - przypadek kiedy odkształcenia plastyczne zaliczamy do opóźnionych, 2 - do doraźnych.

Przedstawione spostrzeżenia sugerują, że właściwszym sposobem ujęcia odkształcalności betonu jest zaliczenie odkształceń plastycznych do doraźnych jego deformacji. Potwierdzeniem tego stanowiska są badania autorów gruzińskich [51, 63, 64], którzy uzyskane wyniki konfrontowali z rozwiązaniem teoretycznym opartym o nieliniowe zależności zaliczone tu do grupy pierwszej. Jako przyczynę rozbieżności wyników uznano niezgodność między rzeczywistym a przyjmowanym teoretycznie początkowym stanem naprężenia. Oprócz przedstawionych tu znanych koncepcji teoretycznego opisu odkształceń betonu, istnieje możliwość (sugerują to rys. 4.20 i 4.21) ujęcia problemu w sposób całkowicie nieliniowy. Polegałoby



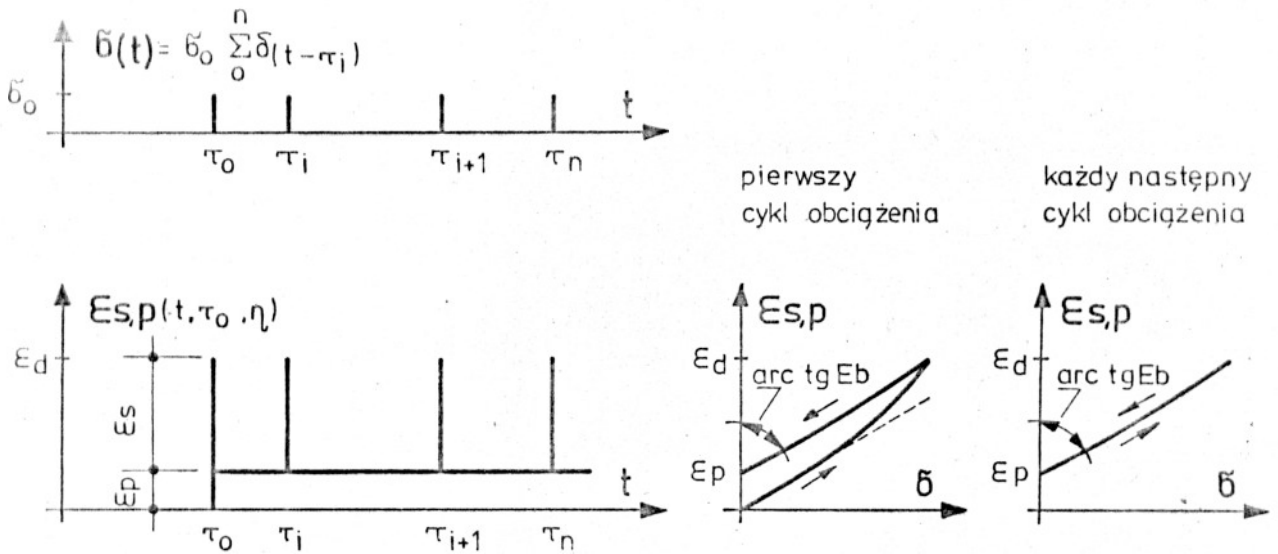
to na rozdzieleniu odkształceń plastycznych na część doraźną i opóźnioną, co jak sugerują wyniki badań byłoby jak najbardziej słuszne. Mając jednak na uwadze praktyczny aspekt pracy, oraz fakt że odkształcenia plastyczne w znikomej wielkości 4 - 8 % całkowitych odkształceń plastycznych przy  $\eta < 0,5$  pojawiają się po zakończeniu procesu obciążenia, autor, reologiczne równania stanu będzie formułował według koncepcji podanej w podpunkcie b). Istotnym nowym elementem w ujęciu problemu przez autora jest sposób interpretacji odkształceń doraźnych (sprężysto - plastycznych). Ilustracją tego jest poniższy rysunek, na którym pokazano zachowanie się betonu poddanego jednemu impulsowi obciążenia.



Rys. 4.27. Interpretacja odkształceń doraźnych betonu według koncepcji autora.

Charakter odkształceń doraźnych betonu zależy od historii obciążenia, tzn. od tego czy analizowany element jest obciążany czy odciążany, a także czy obciążanie (rys. 4.28) ma miejsce po raz pierwszy czy n-ty. Tak więc w przypadku pierwszym odkształcenia są nieliniową funkcją naprężeń, a w drugim liniową. Analizując działanie kilku impulsów obciążenia na element betonowy co poka-

zakończono na rys. 4.28 przyjmuje się, że w efekcie działania pierwszego cyklu obciążenia zachodzi zjawisko zwane w teorii plastyczności [92] przystosowaniem, co powoduje liniowość deformacji odpowiadających kolejnym impulsom. Oczywiście założenie to traci ważność, gdy liczba impulsów obciążenia i ich częstość rośnie, gdyż wówczas mamy do czynienia z nowym zjawiskiem, a mianowicie wibropełzaniem.



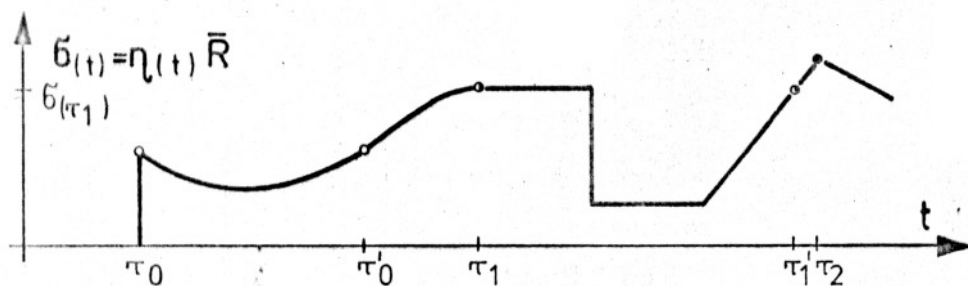
Powyższa interpretacja jest słuszna gdy „n” nie przekracza kilku cykli.

Rys. 4.28. Zachowanie się niestarzejącego betonu pod wpływem kolejnych doraźnych impulsów obciążenia. — zjawisko przystosowania.

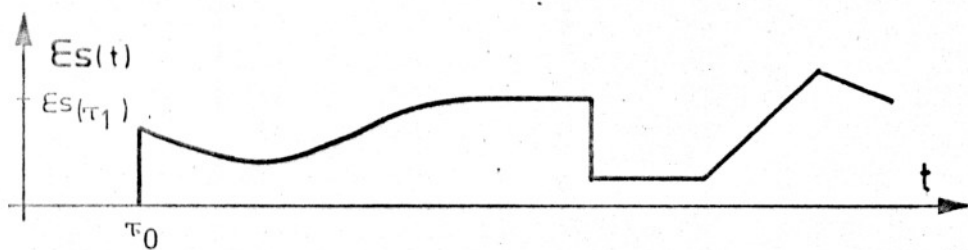
Budując reologiczne równanie stanu opisujące zachowanie się betonu pod działaniem obciążeń, praktykowano odkształcenia w nim zachodzące jako sumę deformacji sprężysto - lepkich (odwracalnych) i plastycznych (nieodwracalnych)

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{s,l} [\tau, (t-\tau)] + \epsilon_p [\tau, \eta(t)]. \quad (4.35)$$

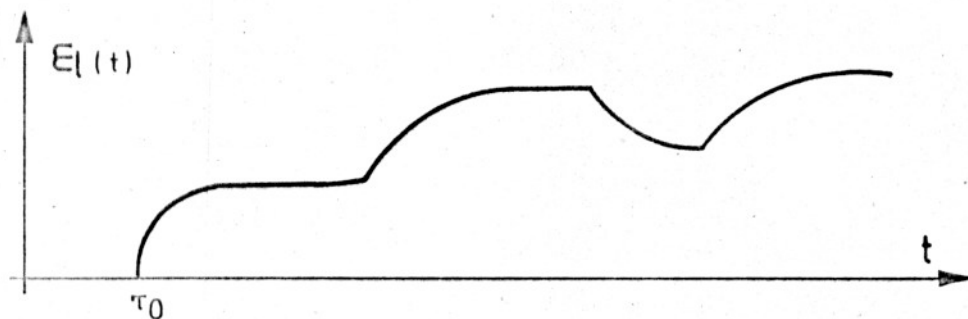
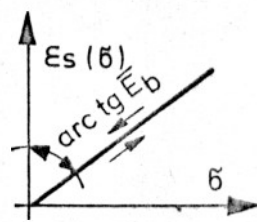
Pierwszy człon tego wyrażenia można przedstawić w postaci równania przyjętego w liniowej teorii pełzania ciała sprężystego, które przyjęto za G.N. Masłowem i N.C. Arutiunianem:



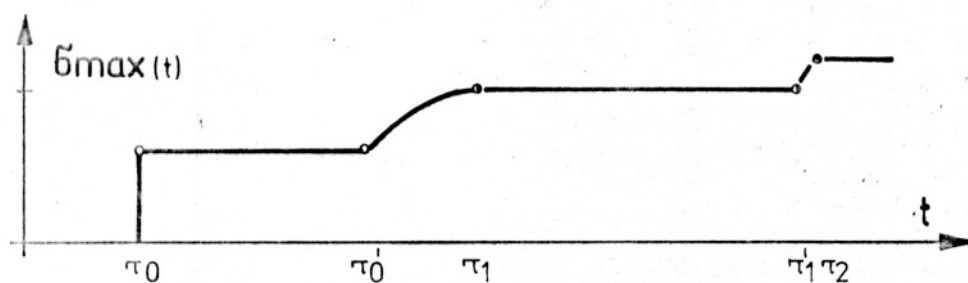
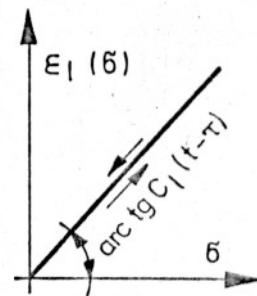
Naprężenia zmienne w czasie



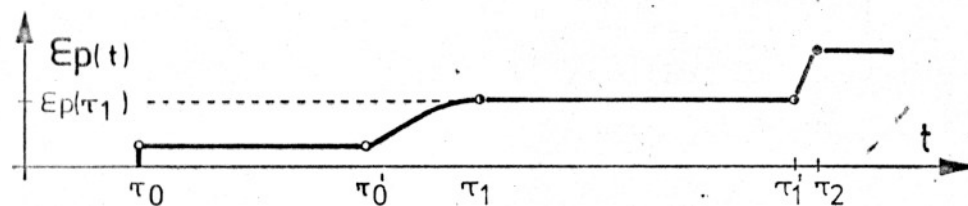
Odształcenia sprężyste betonu  $\epsilon_s(t) = \delta(t) \cdot \bar{E}_b$



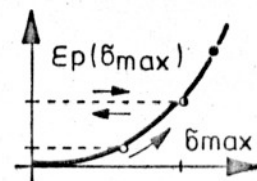
Odształcenia lepkie betonu  $\epsilon_l(t) = \delta(t) \cdot C(t - \tau)$



Maksymalne naprężenia występujące w przedziale czasowym  $\langle \tau_0, t \rangle$   
 $\delta_{max}(t) = \max[\delta(\tau_0), \delta(t)]$



Odształcenia plastyczne betonu jako funkcja maksymalnych naprężeń



Rys. 4.29. Koncepcja autora ujęcia problemu odkształcalności betonu.

W pokazanych rozwiązaniach pominięto zjawisko starzenia tworzywa.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sl}(t) = & \delta(\tau_0) \cdot \left\{ \frac{1}{E_b(\tau_0)} + c_l[\tau_0, (t-\tau_0)] \right\} + \\ & + \int_{\tau_0}^t \frac{d\delta(\tau)}{d\tau} \cdot \left\{ \frac{1}{E_b(\tau)} + c_l[\tau, (t-\tau)] \right\} d\tau. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Równanie to zapisano dla ogólnego przypadku zmiennych w czasie naprężeń przyłożonych w chwili  $\tau_0$ .

Mając zapisany problem, należy dokonać wizualizacji funkcji wchodzących do powyższego związku.

W przedmiotowej literaturze można znaleźć szereg różnych propozycji matematycznej konstrukcji miary odkształceń lepkich jak np. : [7, 8, 9, 16, 39, 46, 60, 61, 126, 129, 133, 163, 174, 180, 182]. Autor niniejszej pracy, uważa za najpoprawniejsze następujące propozycje:

a) S.W. Aleksandrowskiego [7]:

$$c(t, \tau) = \Psi_l(\tau) - \Psi_l(\tau) \left( \frac{e^{\sigma\tau} - A}{e^{\sigma t} - A} \right) - \Delta_l(\tau) \cdot e^{-\alpha(t-\tau)}, \quad (4.37)$$

$$\Psi_l(t) = \Psi_0 + \sum_{j=1}^m \Psi_j e^{-\beta_j t}, \quad (4.38)$$

$$\Delta_l(\tau) = \Delta_0 + \sum_{j=1}^m \Delta_j e^{-\alpha_j \tau}, \quad (4.39)$$

$$\Psi_l(\tau) = \Psi_l(\tau) + \Delta_l(\tau), \quad (4.40)$$

$$0 \leq A \leq 1, \quad \alpha \gg \gamma.$$

Zdefiniowaną uprzednio funkcję  $\Psi_l(\tau)$  określającą końcową wartość odkształceń lepkich betonu w zależności od jego wieku w chwili obciążenia, przedstawiono tu jako superpozycję dwóch funkcji  $\Psi_l(\tau)$  i  $\Delta_l(\tau)$ , które odpowiadają umownemu podziałowi rozważanych odkształceń na wolno i szybko narastające.

Funkcje te, można przedstawić w postaci szeregów pokazanych powyżej (4.38) i (4.39).

Współczynniki liczbowe występujące w tych funkcjach jak i pozostałe stałe  $(A, \gamma, \alpha)$  dobiera się w oparciu o wyniki eksperymentów.

Metodę aproksymacji wyników doświadczalnych przy pomocy miary odkształceń lepkich S.W. Aleksandrowskiego opracował N.A. Kolesnikow, i podał w pracy [114].

b) zmodyfikowaną wersję propozycji N.C. Arutiuniana [16, 36] :

$$c[\tau, (t-\tau)] = \varphi_l(\tau) \cdot f_l(t-\tau), \quad (4.41)$$

$$f_l(t-\tau) = 1 - \sum_{i=1}^n a_i e^{-s_i(t-\tau)}, \quad (4.42)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (4.43)$$

$$\varphi_l(\tau) = \frac{\bar{\varphi}_l}{U(\tau)}. \quad (4.44)$$

Podobnie jak w poprzedniej koncepcji, tak i tutaj wszystkie występujące w powyższych wyrażeniach współczynniki liczbowe wyznaczone są poprzez aproksymację wyrażeniem (4.41) danych eksperymentalnych. Przy przyjęciu  $n = 1$  otrzymamy wzór podany przez N.C. Arutiuniana.

Praktycznie zadawalający stopień aproksymacji w obu propozycjach można osiągnąć ograniczając liczbę wyrazów w szeregach funkcyjnych do dwóch  $n = m = 2$ . Jak już zaznaczono poprawny opis zjawiska dają obie koncepcje, a zalety i wady ich ujawnią się na etapie poszukiwań konkretnych rozwiązań.

Przeanalizujemy teraz drugi człon równania (4.35) ujmujący nieodwracalne odkształcenia plastyczne.

Koncepcję teoretycznego zapisu problemu przedstawiono niżej,

$$\begin{aligned} \epsilon_p(t) = & \delta_{\max}(\tau_0) \cdot c_p[\tau_0, \eta_{\max}(\tau_0)] + \\ & + \int_{\tau_0}^t \frac{d\delta_{\max}(\tau)}{d\tau} \cdot c_p[\tau, \eta_{\max}(\tau)] d\tau, \end{aligned} \quad (4.45)$$

gdzie zgodnie z ideą pokazaną na rys. 4.29

$$\delta_{\max}(t) = \max[\delta(\tau_0), \delta(t)], \quad (4.46)$$

$$\eta_{\max}(t) = \frac{\delta_{\max}(\tau_0)}{R(\tau_0)} + \int_{\tau_0}^t \frac{d\delta_{\max}(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{R(\tau)} d\tau, \quad (4.47)$$

czyli  $\delta_{\max}(t)$  oznacza maksymalną wielkość naprężeń, a  $\eta_{\max}(t)$  największy względny stopień wytężenia betonu rozumiany jako suma ilorazów przyrostów maksymalnych naprężeń, jakie miały miejsce w wieku  $\tau$  do wytrzymałości betonu w tym wieku - rys. 4.30 w przedziale czasowym  $\langle \tau_0, t \rangle$ .

Nieliniową miarę odkształceń plastycznych betonu zapisano w postaci:

$$c_p[\tau, \eta_{\max}(\tau)] = \psi_p(\tau) \cdot f_p[\eta_{\max}(\tau)]. \quad (4.48)$$

W tym miejscu trzeba przypomnieć, że dotąd zakładaliśmy milcząco, iż

$$\psi_p(\tau) + \psi_l(\tau) = \psi_{p,l}(\tau), \quad (4.49)$$

co pozwala na wykorzystanie tw. 4.1 na mocy którego zapiszemy:

$$\psi_p(\tau) = \frac{\bar{\psi}_p}{U(\tau)} = \frac{\bar{\psi}_p \cdot \bar{R}}{R(\tau)}. \quad (4.50)$$



gdzie:

$$\bar{\varphi}_p = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi_p(\tau).$$

Po wstawieniu zależności (4.50) do równania (4.45) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \varepsilon_p(t) = \bar{\varphi}_p \cdot \bar{R} \cdot \left\{ \eta_{\max}(\tau_0) \cdot f_p[\eta_{\max}(\tau_0)] + \right. \\ \left. + \int_{\tau_0}^t \frac{d\zeta_{\max}(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{R(\tau)} \cdot f_p[\eta_{\max}(\tau)] d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ponieważ

$$\frac{d\zeta_{\max}(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{R(\tau)} = \frac{d\eta_{\max}(\tau)}{d\tau}, \quad (4.52)$$

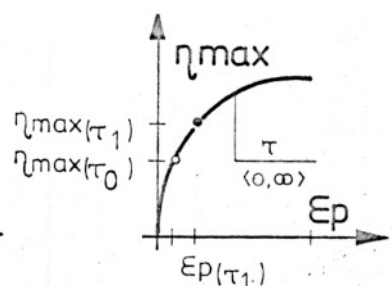
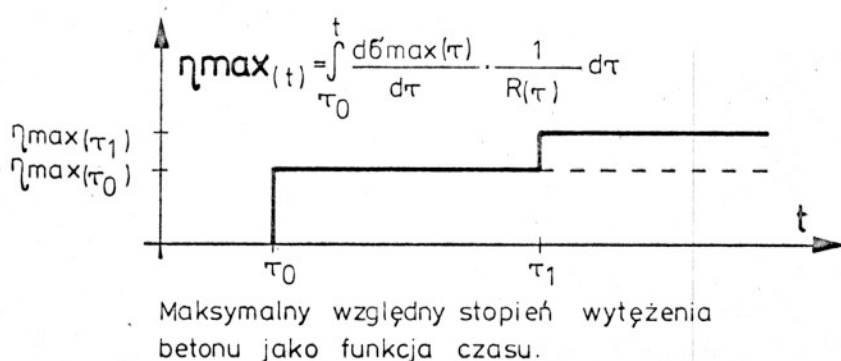
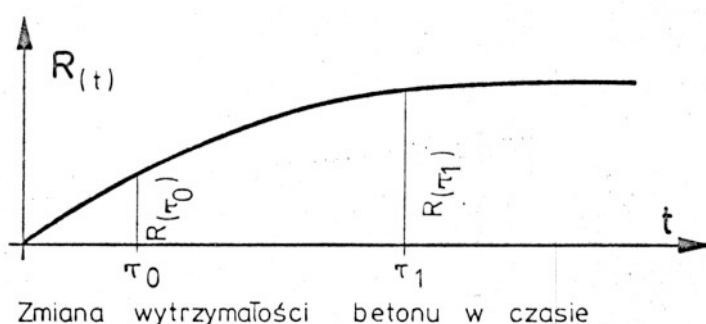
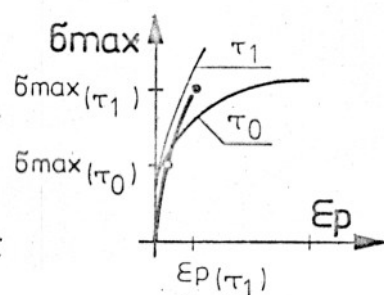
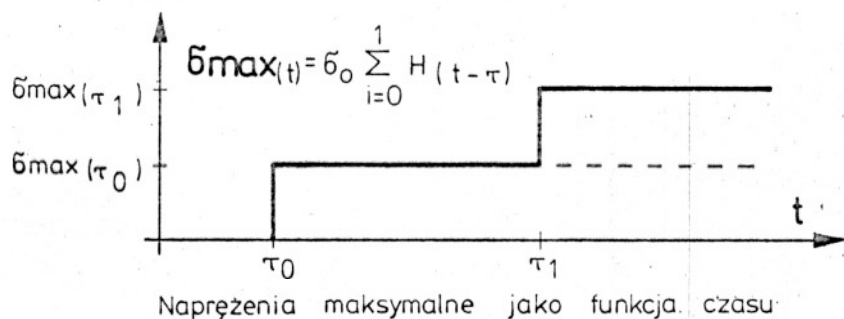
to

$$\varepsilon_p(t) = \bar{\varphi}_p \bar{R} \cdot \left\{ \eta_{\max}(\tau_0) \cdot f_p[\eta_{\max}(\tau_0)] + \int_{\tau_0}^t \frac{d\eta_{\max}(\tau)}{d\tau} \cdot f_p[\eta_{\max}(\tau)] d\tau \right\}, \quad (4.53)$$

wykorzystując całkowe twierdzenie o zmianie zmiennych łatwo otrzymamy następującą zależność:

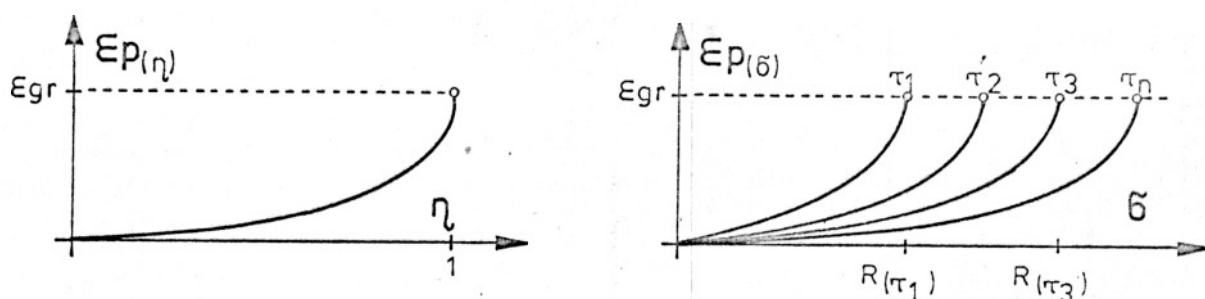
$$\varepsilon_p(t) = \bar{\varphi}_p \cdot \bar{R} \int_0^{\eta_{\max}(t)} f_p(\eta) d\eta. \quad (4.54)$$

Zaletą koncepcji autora ujęcia problemu jest stosunkowo prosta forma matematyczna pozwalająca na ominięcie trudności na jakie natrafia się budując równanie oparte na tradycyjnych zależnościach.



Rys. 4.30. Odkształcenia plastyczne betonu o niestabilnych własnościach fizyko - mechanicznych.

Na rys. 4.30 wykazano, że w przypadku betonu o niestabilnych własnościach fizyko-mechanicznych funkcja podcałkowa konstruowana tradycyjnie na ogół nie spełniałaby warunków całkowalności w całym przedziale naprężeń  $(0 - \delta_{\max}(t))$ . Oczywiście w przypadku pominięcia zjawiska starzenia koncepcja autora sprowadza się do ujęcia tradycyjnego.



Rys. 4.31. Odształcenia plastyczne betonu podlegającego starzeniu jako funkcja stopnia jego wyężenia lub panujących naprężeń.

W dalszych rozważaniach należy przeanalizować strukturę matematyczną funkcji  $f_p(\eta)$ , która musi spełniać pewne warunki wynikające z analizy przeprowadzonej w p. 4.2.1, a mianowicie

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} f_p(\eta) = 0 \quad \lim_{\eta \rightarrow 1} f_p(\eta) = \infty$$

W niniejszej pracy przyjęto funkcję  $f_p(\eta)$  w postaci:

$$f_p(\eta) = \frac{\eta}{1 - \eta^2} \quad (4.55)$$

która jak łatwo sprawdzić spełnia te warunki.

Po wstawieniu zależności (4.55) do równania (4.54) i scałkowaniu otrzymamy:

$$\epsilon_p(t) = -\frac{1}{2} \bar{\psi}_p \bar{R} \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\} \quad (4.56)$$

Ostatecznie reologiczne równanie stanu zapiszemy w postaci sumy wyrażeń (4.36) i (4.56).

$$\begin{aligned} \epsilon_c(t) = & \delta(\tau_0) \cdot \left\{ \frac{1}{E_b(\tau_0)} + c_1 [\tau_0, (t - \tau_0)] \right\} + \\ & + \int_{\tau_0}^t \frac{d\delta(\tau)}{d\tau} \left\{ \frac{1}{E_b(\tau)} + c_1 [\tau, (t - \tau)] \right\} d\tau + \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$+ \frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \bar{R} \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\}.$$

Wykorzystując związki (4.21) i (4.18) oraz tw. 4.1 można równanie (4.57) z miarą odkształceń lepkich według (4.41) doprowadzić do takiej oto interesującej postaci:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_c(t)}{\bar{R}} &= \eta(\tau_0) \cdot \left[ \frac{1}{E_0} + \bar{\varphi}_l \sum_{i=1}^n a_i \cdot f_{li}(t - \tau_0) \right] + \\ &+ \bar{\varphi}_l \cdot \sum_{i=1}^n a_i \int_{\tau_0}^t \frac{d\eta(\tau)}{d\tau} \left[ \frac{1}{E_0} + f_{li}(t - \tau) \right] d\tau + \\ &+ \frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \cdot \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4.58)$$

Przy ograniczeniu aproksymacji i przyjęciu  $n = 1$  jak to jest u N.C. Arutiuniana otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_c(t)}{\bar{R}} &= \eta(\tau_0) \left[ \frac{1}{E_0} + \bar{\varphi}_l \cdot f_l(t - \tau_0) \right] + \\ &+ \bar{\varphi}_l \int_{\tau_0}^t \frac{d\eta(\tau)}{d\tau} \left[ \frac{1}{E_0} + f_l(t - \tau) \right] d\tau + \\ &- \frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Występującą we wzorach (4.58) i (4.59) funkcję  $\eta(\tau)$  określającą względny stopień wytężenia betonu zdefiniowano następująco:

$$\eta(\tau) = \frac{\delta(\tau_0)}{R(\tau_0)} + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\delta(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{R(\tau)} d\tau. \quad (4.60)$$

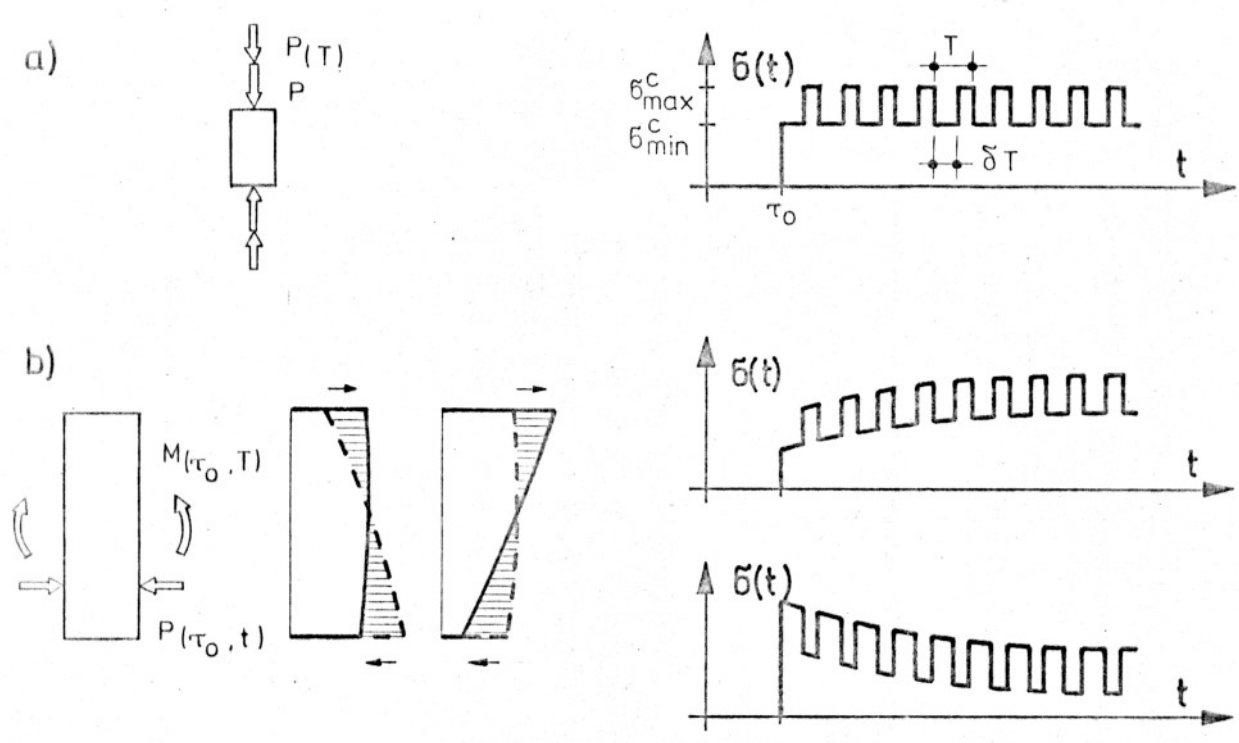
Reologiczne równania stanu o podobnej strukturze otrzymał na innej drodze S.W. Aleksandrowski [10].

Matematyczna forma równania (4.59) rokuje nadzieje na stosunkowo łatwe uzyskanie rozwiązań w zakresie liniowych teorii problemów redystrybucji stanu naprężeń (w procesie zachodzących zjawisk reologicznych) w przekrojach konstrukcji betonowych. Niestety, mimo uzyskania związku konstytutywnego w postaci równania całkowego typu splotowego, które łatwo rozwiązać wykorzystując transformację Laplace'a droga do efektywnych wyników nie jest prosta, co zostanie wykazane w rozdziale 5.1.6.

#### 4.2.3. Wpływ obciążeń cyklicznie zmiennych na wielkość i charakter odkształceń plastyczno - lepkich betonu

Poznanie zjawisk zachodzących w betonie przy obciążeniach cyklicznie zmiennych ma dla praktyki wyjątkowe znaczenie, ponieważ problem ten dotyczy prawie wszystkich konstrukcji inżynierskich. W ostatnich latach przeprowadzono na świecie wiele badań [11, 12, 19, 20, 22, 23, 40, 88, 100, 120, 138, 142, 149, 151, 162, 164] dotyczących tych zagadnień, niemniej liczba ich jest jeszcze zbyt mała, by można w sposób wystarczająco ścisły opisać problem na drodze teoretycznej. Wynika to z faktu, że w obecnej chwili dość dobrze rozeznano poprzez odpowiednio zaprogramowane badania np. [19, 22, 23, 40, 88, 100, 120, 164] wpływ na rozpatrywane zjawiska obciążeń zmieniających się jak na rys. 4.32 a. Tak zaprogramowane obciążenie stanowi pewien szczególny przypadek obciążeń cyklicznie zmiennych nie występujący w pracy rzeczywistych konstrukcji, w których zmiana naprężeń może przebiegać np. według zależ -

ności pokazanych na rys. 4.32 b. Jest rzeczą oczywistą, że wyników odnoszących się do tego szczególnego przypadku zmiany obciążeń, nie można ekstrapolować wprost na inne bardziej ogólne formy zmiany obciążeń. Wpływ obciążeń cyklicznie zmiennych działających na konstrukcję na wielkość i charakter odkształceń betonu będzie się określać wykorzystując zależności wyprowadzone dla szczególnego przypadku obciążeń wprowadzając pewien współczynnik korekcyjny  $\chi$ , który jest zawsze  $< 1$ .



Rys. 4.32. Zmiany naprężeń wywołane cyklicznym obciążeniem : a) w próbkach podczas programowanych badań , b) w rzeczywistych konstrukcjach:

Oczywiście taki sposób ujęcia problemu jest przybliżony i w przyszłości w oparciu o odpowiedni materiał eksperymentalny powinien być uściślony.



4.2.3.1. Rozpoznanie zjawiska w oparciu o wyniki badań eksperymentalnych

Wykorzystując wyniki badań wykonanych pod kierunkiem A.A. Gwozdiewa przeanalizuje się wpływ poszczególnych parametrów charakteryzujących obciążenie cykliczne na wielkość odkształceń lepkko - plastycznych, oraz przebadają się ich charakter.

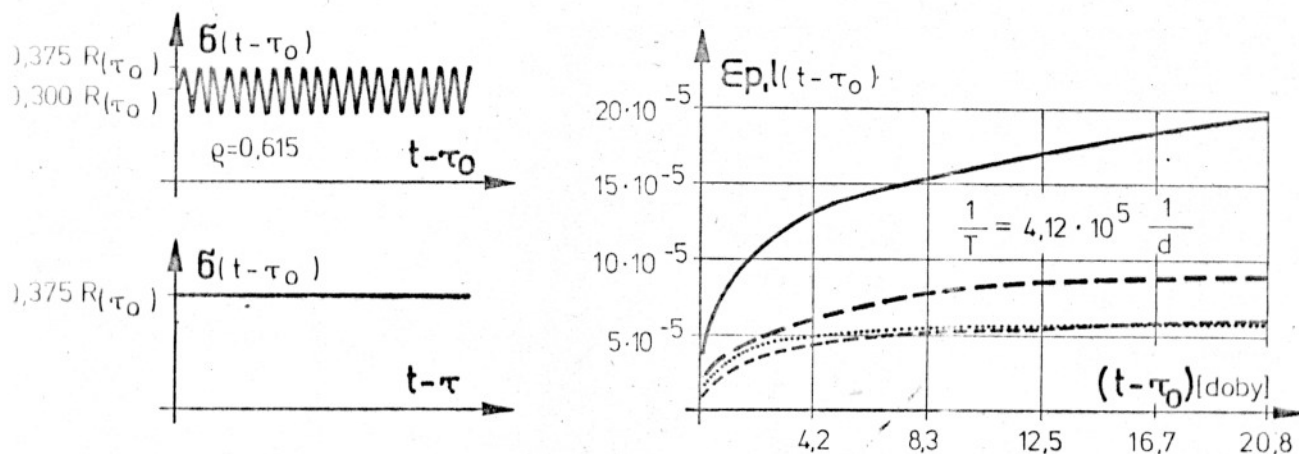
Parametrami charakteryzującymi obciążenie cykliczne są:

- $\rho$  - współczynnik amplitudy cyklu,
- $\delta$  - charakterystyka cyklu,
- $T$  - okres cyklu.

Parametr  $\rho$  zdefiniowany jest w następujący sposób

$$\rho = \frac{\sigma_{\min}^c}{\sigma_{\max}^c} \quad , \quad -1 < \rho < 1 \quad , \quad (4.61)$$

gdzie  $\sigma_{\min}^c$  i  $\sigma_{\max}^c$  oznaczają maksymalne i minimalne naprężenia cyklu. Rozważania mające na celu wyjaśnienie analizowanego zjawiska rozpoczniemy od określenia charakteru odkształceń powstających w jego procesie. Rozwiązanie tej kwestii przedstawiono na rys. 4.33, który opracowano opierając się na wynikach zawartych w pracy [88].



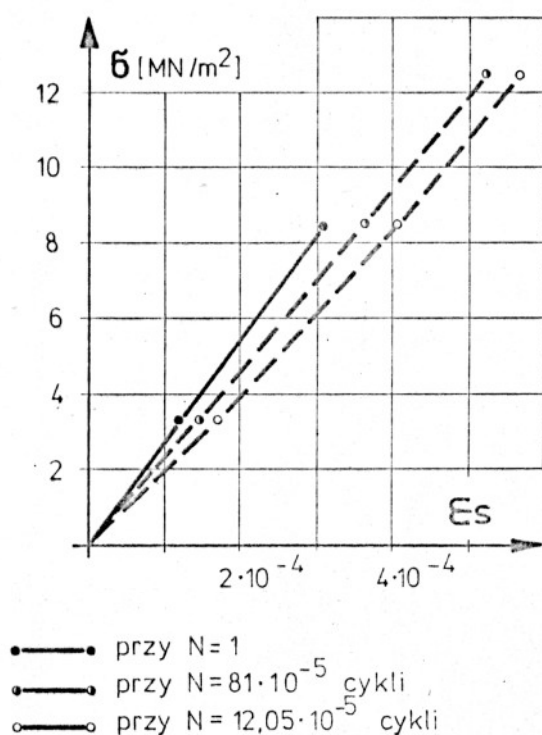
Rys. 4.33. Odkształcenia niesprężyste betonu wywołane działaniem obciążenia cyklicznie zmiennego ( —,.....) i stałego ( - - , - - - - ).

— } odkształcenia całkowite , ..... } część odwracalna odkształceń całkowitych

Wyniki eksperymentów przedstawione na powyższym rysunku jednoznacznie wskazują na to, że działanie obciążenia cyklicznie zmiennego potęguje rozwój odkształceń plastycznych nieodwracalnych betonu, natomiast jego wpływ na wielkość odkształceń lepkich jest przy tej częstotliwości zmian niezauważalny.

Znaczny przyrost odkształceń plastycznych będący odpowiedzią materiału na ten rodzaj obciążenia należy tłumaczyć tym, że w miarę narastania liczby cykli obciążenia następuje wzrost uszkodzeń wewnętrznych obniżający spójność materiału.

Mikrodefekty powodują lokalne nieodwracalne stany odkształceń wewnątrz krystalitów, co prowadzi do poślizgów między ziarnami [142]. W dalszym procesie defekt taki rozszerza się na większe obszary i prowadzi w końcowej fazie do zmęczeniowego zniszczenia materiału.



Rys. 4.34. Ilustracja destrukcyjnego działania obciążenia cyklicznie zmiennego na beton - doraźny moduł sprężystości jako funkcja liczby cykli  $N$ . Cytat z pracy [88].

Ilustracją destrukcyjnego działania na beton obciążenia cyklicznie zmiennego jest rys. 4.34 przedstawiający zmianę doraźnego modułu sprężystości betonu w zależności od liczby cykli obciążenia.

Na rys. 4.35 przedstawiono wyniki eksperymentów, w których poddano analizie wpływ wielkości naprężeń maksymalnych cyklu i innych parametrów charakteryzujących obciążenie na wielkość odkształceń betonu.

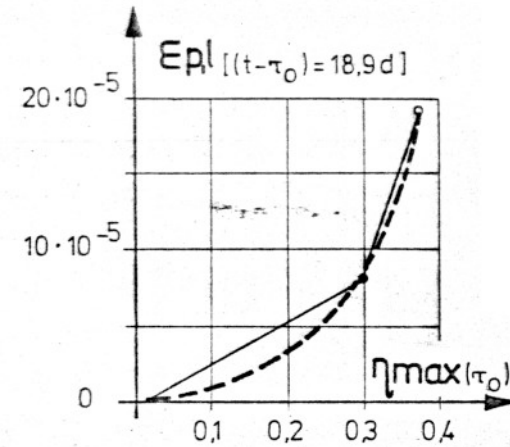
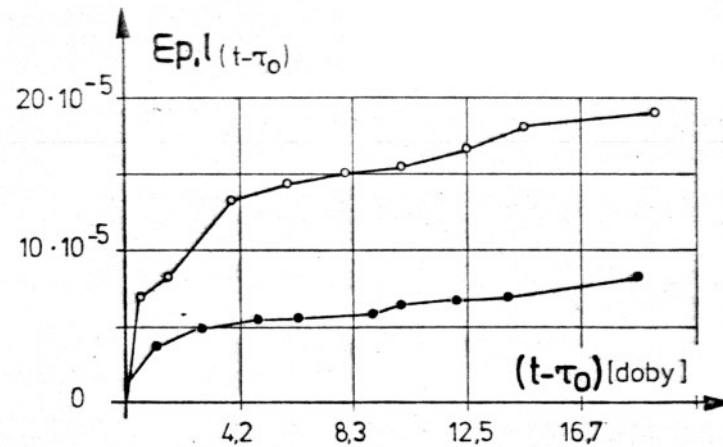
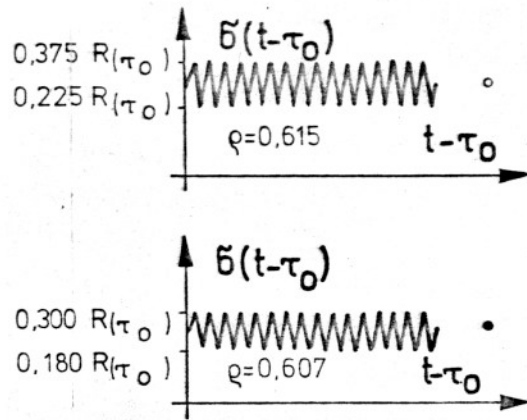
Na podstawie analizy materiału doświadczalnego zawartego w pracach [19, 22, 40, 88, 100, 120, 164], którego najistotniejsze elementy zamieszczono na rysunkach 4.33 i 4.35 można wysunąć następujące postulaty:

- obciążenie cykliczne zmienne destrukcyjnie wpływa na beton, co objawia się nadmiernym rozwojem plastycznych deformacji,
- odkształcenia wymuszane tym obciążeniem są nie tylko funkcją parametrów czasowych ( $t, \tau$ ) i wielkości maksymalnego względnego stopnia wyciężenia betonu, ale także współczynników charakteryzujących cykl zmiany obciążenia.

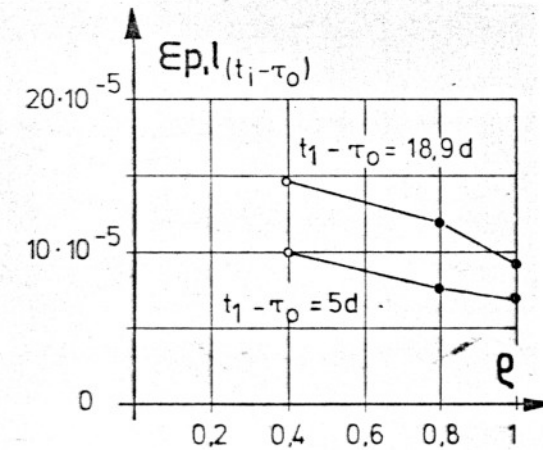
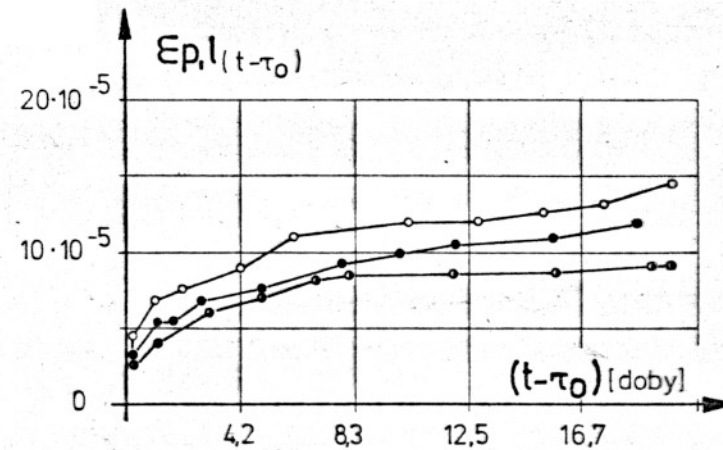
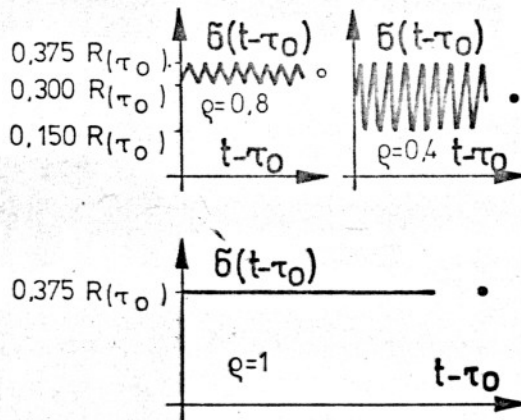
#### 4.2.3.2. Propozycja teoretycznego opisu zjawiska

Jeżeli w przypadku konstrukcji reologicznych równań stanu opisujących wpływ obciążeń stałych lub wolnozmiennych na wielkość odkształceń uzasadniano każde czynione założenie teoretyczne wynikami doświadczeń, to w przypadku analizy wpływu obciążeń cyklicznych nie zawsze będzie to możliwe. Jest to spowodowane lukami występującymi w eksperymentalnym opracowaniu problemu. Przedstawione tu zależności teoretyczne oparte będą o pewne hipotetyczne założenia, które podstawiono zakładając analogię między przebiegiem zjawisk w betonie i innych materiałach.

Ponieważ niniejsza praca dotyczy problemów występujących podczas wznoszenia i eksploatacji obiektów mostowych, gdzie częstość zmian naprężeń jest znacznie mniejsza niż to ma miejsce w cytowanych badaniach rys. 4.34 zakłada się, że doraźny moduł sprężystości betonu nie zmienia się w procesie analizowanego zjawiska.



Zależność plastyczno-lepkich odkształceń betonu wywołanych cyklicznym obciążeniem zmiennym o stałym współczynniku amplitudy naprężeń ( $\rho$ ) od wielkości maksymalnego stopnia wyężenia betonu w chwili jego obciążania.



Zależność plastyczno-lepkich odkształceń betonu wywołanych cyklicznym obciążeniem zmiennym o stałym maksymalnym stopniu wyężenia betonu od współczynnika amplitudy naprężeń ( $\rho$ ).

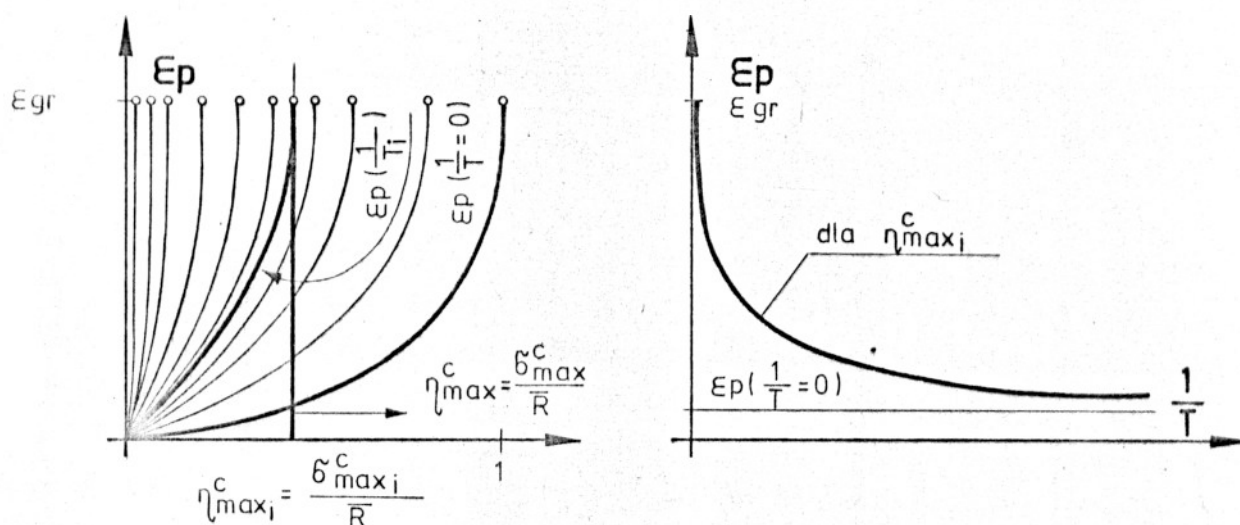
Rys. 4.35. Wyniki badań eksperymentalnych A.A.Gwozdiewa i innych - opracowane na podstawie pracy [88].

Odkształcenia sprężysto - lepkie (odwracalne) betonu wymuszane cyklicznie zmieniającym się obciążeniem będzie się określać tak samo jak w przypadku obciążeń wolnozmiennych tzn. według zależności (4.36) przy wykorzystaniu zmodyfikowanej miary (tych odkształceń) N.C. Arutiuniana (4.41). Uzasadnienie takiego ujęcia problemu stanowi rys. 4.33 oraz wyniki badań zawarte w pracach [11, 12, 19, 20, 22, 88, 120].

Odkształcenia plastyczne betonu wywołane działaniem cyklicznie zmiennych obciążeń zostaną określone przy wykorzystaniu następujących założeń:

- odkształcenia plastyczne są nieliniową funkcją maksymalnych naprężeń cyklu  $\sigma_{max}^c$ ,
- częstość zmiany naprężeń w sposób istotny wpływa na wielkość odkształceń plastycznych betonu, a także na wartość jaką osiągnie zależna od niej (tej częstości) wytrzymałość zmęczeniowa,
- odkształcenia plastyczne są liniową funkcją współczynnika amplitudy naprężeń  $\rho$ ,
- wielkość analizowanych tu odkształceń nie zależy od współczynnika charakteru cyklu.

Przedstawiony poniżej rysunek stanowi ilustrację graficzną dwóch pierwszych założeń.



Rys. 4.36 Odkształcenia plastyczne betonu jako funkcja maksymalnego stopnia jego wyczerpania i częstości zmian cyklicznego obciążenia - przypadek starego betonu.



Nieliniowa zależność odkształceń plastycznych od maksymalnych naprężeń cyklu, a tym samym maksymalnego stopnia wyężenia betonu, nie budzi raczej zastrzeżeń (rys. 4.35), natomiast proponowany związek (będący w pewnym sensie odmianą tzw. krzywej Wöhlera) opisujący zmianę tych odkształceń w zależności od częstości zmian cyklu obciążeń ma charakter hipotetyczny. Analizując problem intuicyjnie dojdziemy do wniosku, że proponowane ujęcie lepiej opisuje badane zjawisko niż liniowa zależność przyjmowana w pracach wielu autorów jak np. [120, 138], która może opisać zjawisko w niewielkim przedziale zmian częstości.

Założenie trzecie potwierdzają wyniki pokazane na rys. 4.35, a czwarte jest konsekwencją przyjętego przez autora sposobu ujęcia odkształceń plastycznych.

$$\bar{\epsilon}_{pT} = -\frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \bar{R} \ln \left\{ 1 - \left[ \eta_{\max}^c \right]^2 \right\} \cdot \left[ 1 + \frac{b_0}{T} \cdot (1 - \rho) \right]. \quad (4.62)$$

Powyższy wzór określa końcową wartość odkształceń plastycznych wywołanych cykliczną zmianą naprężeń; występujący w nim współczynnik  $b_0$  należy określić na drodze eksperymentalnej.

Proces narastania w czasie odkształceń plastycznych opisany zostanie poprzez wykorzystanie odkrycia A. Ja. Berga [25], który stwierdził afiniczność krzywych przyrostu odkształceń wymuszonych przez obciążenie stałe i cyklicznie zmienne.

W naszym przypadku posłużymy się funkcją  $f_1(t - \tau_0)$  przyjętą w zmodyfikowanej wersji miary odkształceń niesprężystych N.C. Arutiuniana.

Ostatecznie całkowite odkształcenia betonu wywołane cyklicznym obciążeniem o niezmiennych się w czasie jego parametrach wyrażają się wzorem:

$$\epsilon_c(t) = \zeta(\tau_0) \cdot \left\{ \frac{1}{E(\tau_0)} + C[\tau_0, (t - \tau_0)] \right\} + \int_{\tau_0}^t \frac{d\zeta(\tau)}{d\tau} \cdot C[\tau, (t - \tau)] d\tau - \frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \cdot \bar{R} \ln \left[ 1 - (\eta_{\max}^c)^2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{b_0}{T} \cdot (1 - \rho) \cdot f_1(t - \tau_0) \right]. \quad (4.63)$$



Jak łatwo zauważyć gdy  $\rho-1$  zależność (4.63) opisuje zachowanie się betonu pod działaniem niezmiennego w czasie naprężenia  $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ . W przypadku gdy rozpatrujemy wpływ działania na element lub konstrukcję betonową sumy obciążeń wymuszających zmianę stanu naprężenia podobną do pokazanej na rys. 4.32, wówczas ostatni człon równania (4.63) przedstawiający udział odkształceń plastycznych będzie mieć postać następującą:

$$\epsilon_{pT} = -\frac{1}{2} \bar{\varphi}_p \cdot \bar{R} \cdot \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\} \cdot \left[ 1 + \chi \frac{b_0}{T} (1-\rho) \cdot f_l(t-\tau_0) \right], \quad (4.64)$$

gdzie:  $\eta_{\max}(t)$  oznacza maksymalny względny stopień wyężenia betonu w czasie trwania cyklicznej zmiany naprężeń zdefiniowany wzorem (4.60),

$\chi$  - współczynnik empiryczny zdefiniowany poprzednio.

Gdy częstość zmian naprężenia maleje ( $\frac{1}{T}$ ) wówczas wzór (4.64) przechodzi w wyprowadzony poprzednio (4.56) opisujący plastyczne odkształcenia betonu wywołane obciążeniem wolnozmiennym.

#### 4.2.4. Warunki higrotermiczne środowiska a odkształcalność betonu

W dotychczasowych rozważaniach zajmowaliśmy się odkształcalnością betonu odizolowanego od otaczającego go środowiska. Ponieważ stanowi to poważne zawężenie problemu, w tym podrozdziale zostanie przeanalizowana odkształcalność betonu w warunkach wymiany wody z otaczającym go środowiskiem, którego warunki higrotermiczne mogą zmieniać się w określonych dla naszego klimatu granicach.

Autor ogranicza tutaj zakres swojego zainteresowania do warunków panujących na tzw. "wolnym powietrzu" - temperatura - 15 do + 35 °C, wilgotność względna od 35 - 100 %.

##### 4.2.4.1. Woda w betonie

W miejscu tym ograniczono się do podania kilku podstawowych informacji niezbędnych dla logicznej ciągłości przedstawionych wywodów. Obszerne omówienie tego problemu znajdzie czytelnik w monografiach A. Mitzla [135], czy S.W. Aleksandrowskiego [9].

Względną ilość wody zawartej w betonie w chwili jego zaronienia określa tzw. współczynnik wodno - cementowy  $\frac{w}{c}$ . Po zakończeniu procesu wiązania wodę zawartą w betonie można podzielić na części zależne od form jej wiązania [135] :

- część związaną chemicznie (stechiometrycznie),
- część związaną fizyko - chemicznie (strukturalnie i adsorpcyjnie),
- część związaną fizyko - mechanicznie (kapilarnie).

Woda chemicznie związana nie może być wymieniana z otoczeniem. Wymianie tej podlega pozostała niechemicznie związana woda, co jest podstawową przyczyną (jest to znaczne uproszczenie problemu [3, 5, 6]) powstawania opóźnionych odkształceń betonu zwanych odkształceniami skurczonymi.

#### 4.2.4.2. Związek między ilością wyparowanej, lub wchłoniętej przez beton wody a jego odkształceniem skurczonym.

Wyniki licznych ogólnie znanych badań doświadczalnych, których tu nie ma potrzeby przedstawiać [3, 5, 6, 9, 135, 174], pozwalają na zapisanie następującej zależności:

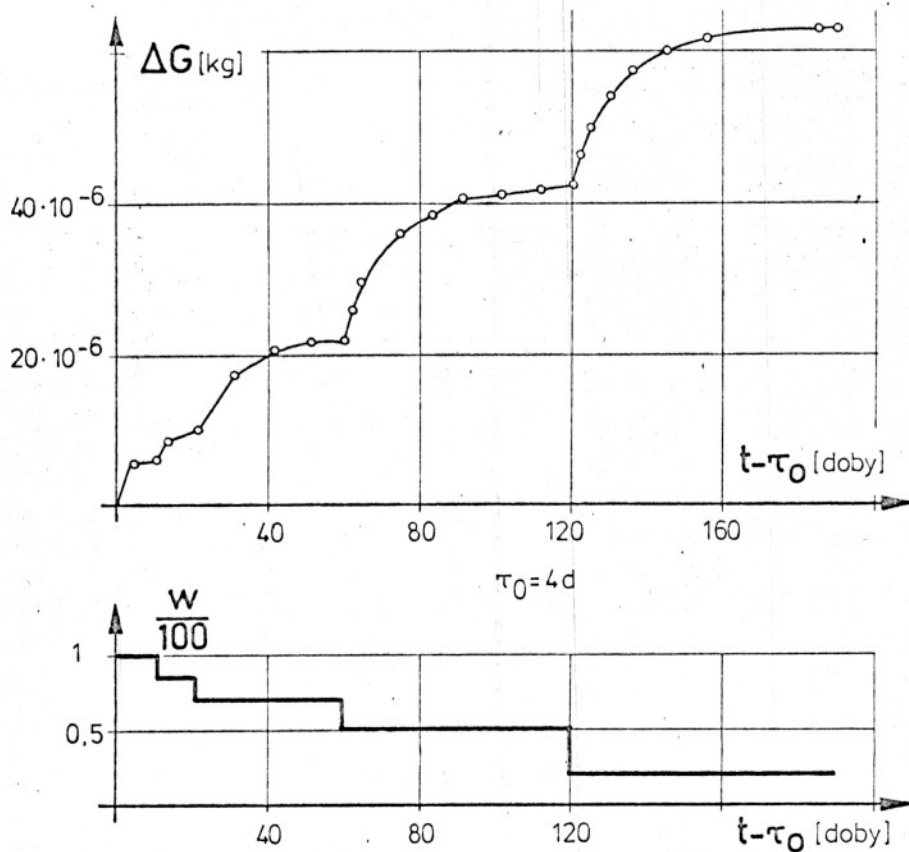
$$\frac{\epsilon_{sk}(t)}{\Delta q(t)} = \text{constans} = w_0, \quad (4.65)$$

gdzie:  $\epsilon_{sk}(t)$  - odkształcenia skurczowe w nieobciążonym elemencie betonowym określone dla zadanych warunków higrotermicznych,

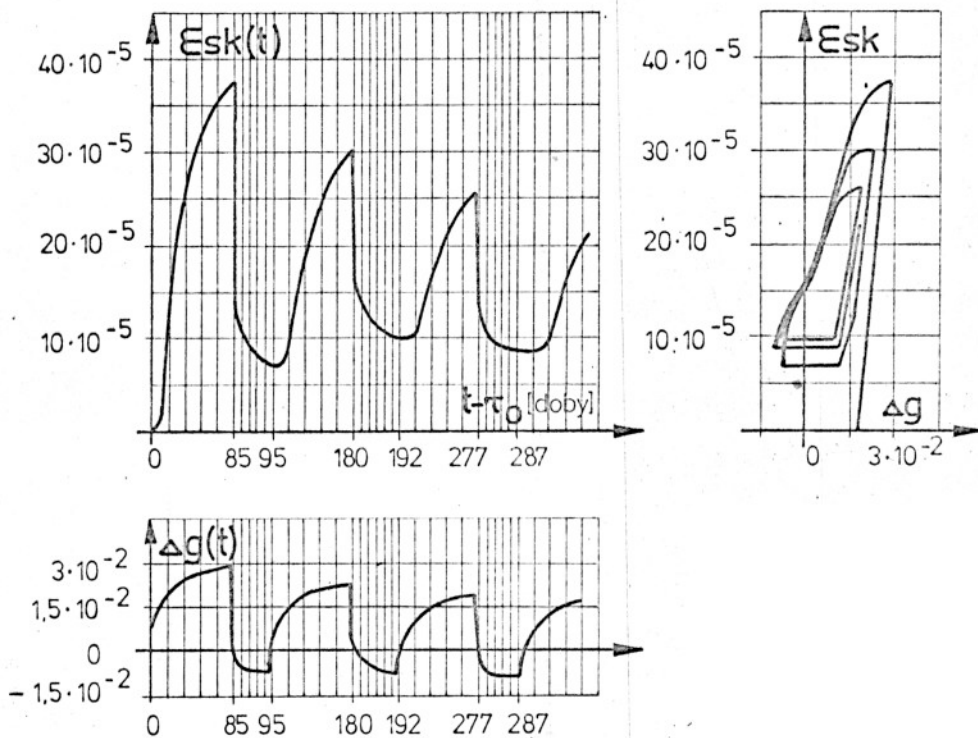
$\Delta q(t)$  - względna ilość wyparowanej lub wchłoniętej wody w tych samych warunkach wilgotnościowo - cieplnych.

Na wielkość zmian względnej wilgotności wagowej betonu wpływają następujące czynniki:

- warunki klimatyczne środowiska,
- wymiary rozpatrywanego elementu (tzw. grubość zastępcza),
- wielkość współczynnika wodno - cementowego,
- skład betonu,



Rys.4.37. Wyparowywanie wody z nieobciążonego betonu w zmieniających się warunkach higrometrycznych, opracowano na podstawie pracy [124].



Rys. 4.38. Zmiana względnej wilgotności wagowej betonu  $\Delta g$ , a wielkość odkształceń skurczowych. Wyniki badań S.W.Aleksandrowskiego [9].

- wiek betonu w chwili zmiany warunków higrometrycznych środowiska,
- długość okresu wysuszania lub nawilgacania betonu,
- wielkość i znak obciążenia.

Rozpatrując wpływ warunków klimatycznych na stan wilgotności względnej betonu na razie ograniczymy się tylko do wpływu wilgotności środowiska.

Oznaczmy przez  $g_0$  wilgotność początkową betonu, która odpowiada momentowi zakończenia okresu pielęgnacji betonu. Zakłada się, że wilgotność względna "W" środowiska wynosi wówczas 100 % - beton polewany wodą.

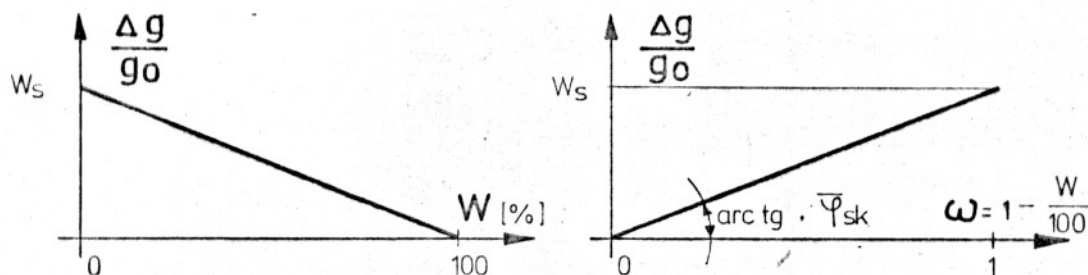
$$g(t) = g_0 - \Delta g(t) , \quad (4.66)$$

$$\Delta g(t) = \frac{\Delta G(t)}{m_0} ,$$

gdzie:  $g(t)$  - aktualna względna wilgotność wagowa betonu,  
 $\Delta G(t)$  - ubytek masy betonu w chwili "t",  
 $m_0$  - początkowa masa betonu.

Na rys. 4.37 i 4.38 pokazano wyniki badań korelacji występujących między analizowanymi zjawiskami.

Zakładając liniowy związek pomiędzy wilgotnością względną środowiska (W) i ilością odparowywanej wody, oraz wprowadzając nową zmienną (4.67) można w sposób analityczny określić  $\Delta g(t)$  dla dowolnie zmieniających się warunków higrometrycznych środowiska.



Rys. 4.39. Zależność między wilgotnością względną środowiska a względną ilością wymienionej z otoczeniem wody.



$$\omega = \left(1 - \frac{W}{100}\right) \quad (4.67)$$

Względna ilość wody wyparowanej z betonu w warunkach zmiennej wilgotności jest określona przez wyrażenie:

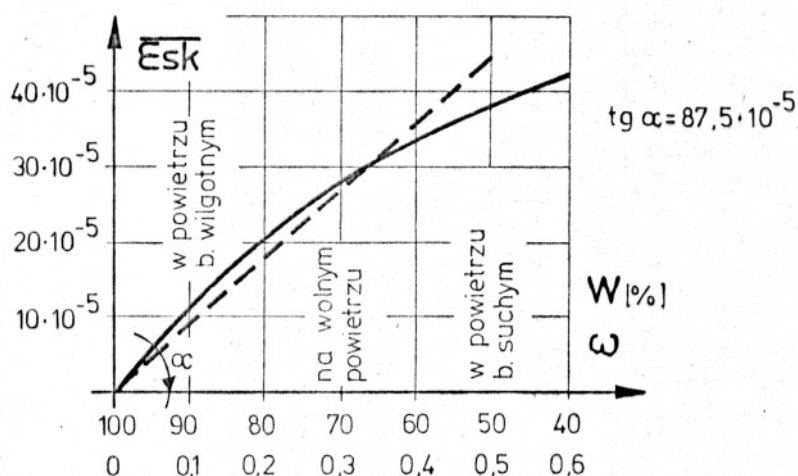
$$\Delta g(t) = \omega(\tau_1) \cdot V[\tau_1, (t-\tau_1)] + \int_{\tau_1}^t \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} V[\tau, (t-\tau)] d\tau \quad (4.68)$$

We wzorze tym funkcja  $V[\tau, (t-\tau)]$  - określa pewną miarę rozumianą jako odkształcenie skurczowe spowodowane całkowitym wysuszeniem betonu.

Wykorzystując założenie (4.65) można przedstawić odkształcenia skurczowe betonu jako funkcję współczynnika higrometrycznego środowiska  $\omega$ :

$$\epsilon_{sk}(t) = w_s \cdot \left\{ \omega(\tau_1) \cdot V[\tau_1, (t-\tau_1)] + \int_{\tau_1}^t \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} \cdot V[\tau, (t-\tau)] d\tau \right\} \quad (4.69)$$

Konsekwencją poczynionych założeń jest liniowa zależność  $\bar{\epsilon}_{sk}$  od "W". Na poniższym rysunku dokonano weryfikacji tego założenia,

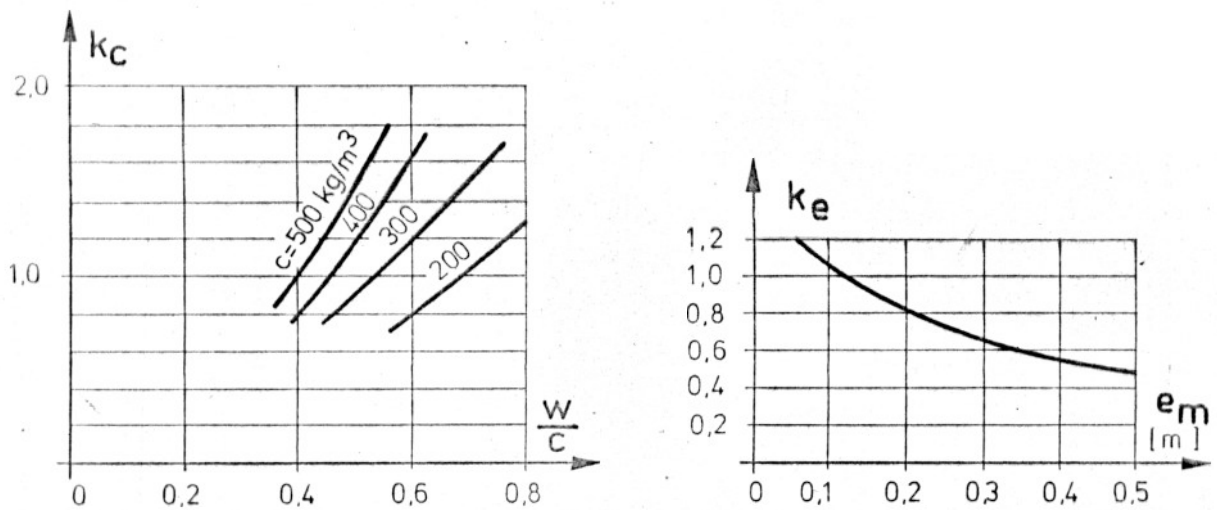


Rys. 4.40. Zależność granicznych odkształceń skurczowych betonu od wilgotności względnej środowiska: — według zaleceń CEB-FIB [74], --- sposób ujęcia problemu przez autora.

w oparciu o zalecenia FIP-CEB: Ponieważ w warunkach eksploatacji obiektów mostowych wilgotność względna powietrza nie spada poniżej 55 % możemy uznać to założenie za dostatecznie uzasadnione.

Przeanalizujmy teraz wpływ na wielkość odkształceń skurczowych pozostałych czynników, z wyłączeniem obciążenia, któremu poświęcony zostanie podrozdział 4.2.4.3.

Wpływ wymiarów elementu i składu betonu na rozpatrywane zjawisko przedstawiono na rys. 4.41 zaczerpniętym z pracy [74].



Rys. 4.41. Wpływ składu betonu i wymiarów elementu na ilość wymienianej z otoczeniem wody (wielkość odkształceń skurczowych betonu).

Ponieważ czynniki te są określone a priori ich wpływ należy uwzględnić mnożąc miarę  $V[\tau, (t-\tau)]$  przez ich wartość. Wyjaśnienia wymaga jeszcze wprowadzone na powyższym rysunku pojęcie grubości zastępczej elementu " $e_m$ ", którą definiuje się jako iloraz powierzchni przekroju poprzecznego elementu przez połowę jego obwodu pozostającego w kontakcie z powietrzem.

Przedstawione na rys. 4.38 wyniki badań oraz inne nie przytoczone tu doświadczenia [5, 6, 9, 118, 135, 173, 174], sugerują, iż rozpatrywane tu zjawiska zależą od procesu starzenia betonu, w związku



z tym miarę odkształceń skurczowych  $V_k[\tau, (t-\tau)]$  zapiszemy w postaci:

$$V_k [\tau, (t-\tau)] = k_c \cdot k_e \varphi_{sk}(\tau) \cdot f_{sk}(t-\tau), \quad (4.70)$$

gdzie :

$$\varphi_{sk}(\tau) = \frac{\bar{\varphi}_{sk}}{U(\tau)}, \quad (4.71)$$

$$f_{sk}(t-\tau) = 1 - \sum_{i=1}^n s_i \cdot e^{-\delta_i \tau}, \quad (4.72)$$

$$\sum_{i=1}^n s_i = 1. \quad (4.73)$$

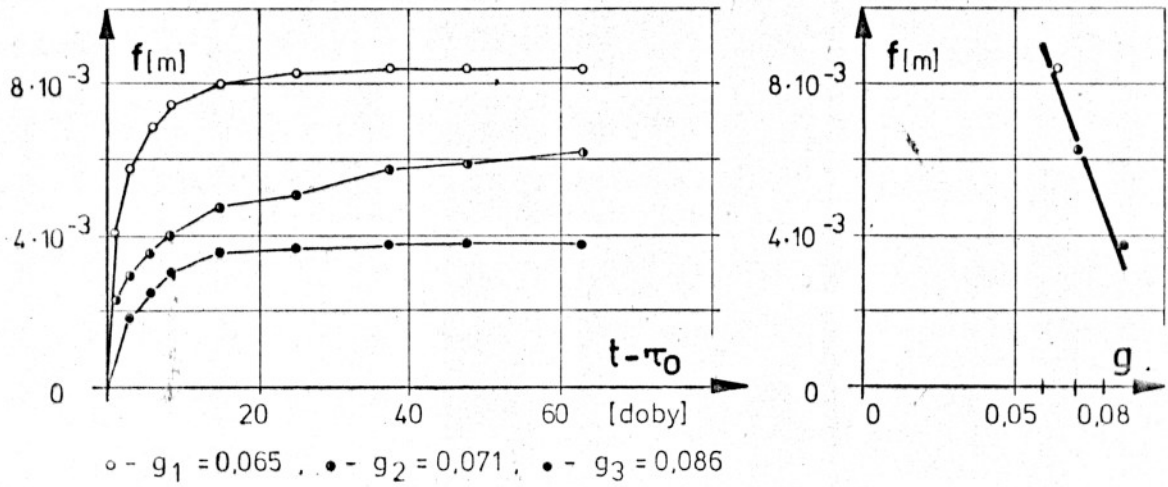
$s_i, \delta_i$  - parametry empiryczne.

#### 4.2.3.4. Odkształcenia lepkie betonu w zmiennych warunkach higrometrycznych.

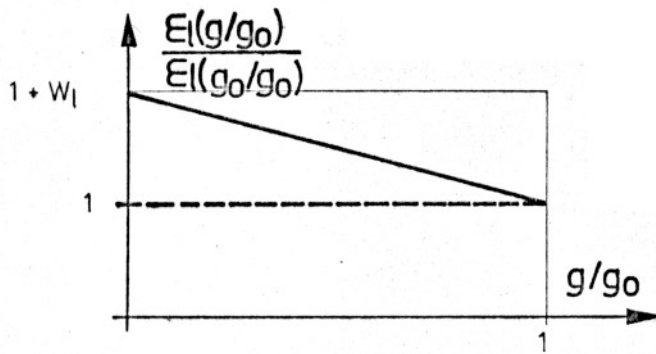
Analizując zależności między odkształcalnością betonu, a warunkami wilgotnościowymi środowiska zakłada się, że ich ingerencja ogranicza się do wpływu na wielkość i przebieg odkształceń lepkich, odkształcenia doraźne natomiast nie zależą od czynników klimatycznych. Założenie to potwierdzają badania O.I. Kwicariдзе [119].

Następnie przyjmuje się, że o wielkości odkształceń lepkich decyduje ilość zawartej (związanej nie chemicznie) w betonie wody. Na rys. 4.42 przedstawiono wyniki badań wymienionego uprzednio autora przeprowadzone na próbkach o różnym stopniu ich zawilgoce-  
nia "g" (różnej wilgotności względnej betonu), który dzięki izolacji próbek był stały przez cały okres badań.

Na podstawie analizy przedstawionych tu wyników badań można przyjąć, że odkształcenia lepkie betonu pozostają w liniowym związku z względną jego wilgotnością.



Rys 4.42: Wpływ stopnia zawilgocenia betonu na wielkość przemieszczeń badanych elementów (próba długotrwałego zginania). Opracowano na podst. [119].



Rys. 4.43. Przyjęta hipotetycznie zależność odkształceń lepkich betonu od jego wilgotności względnej.

$$\epsilon_l(g) = 1 + w_l \left( 1 - \frac{g}{g_0} \right) , \quad (4.74)$$

ponieważ :

$$1 - \frac{g}{g_0} = \frac{\Delta g}{g_0} ,$$

zależność (4.74) można zapisać w prostszej formie

$$\epsilon_l(g) = 1 + \frac{w_l}{g_0} \Delta g . \quad (4.75)$$

Wykorzystując powyższą zależność można odkształcenia lepkie betonu wywołane obciążeniem i jednoczesnym ubytkiem wody zapisać następująco:

$$\varepsilon_l(t) = \tilde{\sigma}(\tau_0) \left[ 1 + \frac{w_l}{g_0} \Delta g(\tau_0) \right] c_l[\tau_0, (t - \tau_0)] \quad (4.76)$$

Natomiast w przypadku ogólnym, gdy  $\tilde{\sigma}(\tau)$  i  $\Delta g(\tau)$  są zmienne w czasie otrzymamy:

$$\varepsilon_l(t) = f[\tilde{\sigma}(\tau_0), \Delta g(\tau_0)] \cdot c[\tau_0, (t - \tau_0)] + \int_{\tau_0}^t \frac{df[\tilde{\sigma}(\tau), \Delta g(\tau)]}{d\tau} \cdot c[\tau, (t - \tau)] d\tau, \quad (4.77)$$

gdzie:

$$f[\tilde{\sigma}(\tau), \Delta g(\tau)] = \tilde{\sigma}(\tau) \cdot \left[ 1 + \frac{w_l}{g_0} \Delta g(\tau) \right], \quad (4.78)$$

a  $\Delta g(\tau)$  wyraża się wzorem (4.68) z uwzględnieniem (4.70).

#### 4.2.4.3. Sprężenie zjawisk zachodzących w betonie w wyniku jego obciążenia i wysuszenia

Aktualny pogląd badaczy na poruszoną w tytule kwestię jest jednoznaczny [5, 6, 9, 135, 136, 174] i przedstawia się następująco; zachodzące w betonie w wyniku jego obciążenia i wysuszenia zjawiska (narastanie odkształceń lepkich i skurczowych) są ze sobą związane i oddziałują na siebie.

Dowodem mającym potwierdzać ten pogląd jest eksperyment polegający na określeniu wielkości odkształceń zachodzących w trzech seriach próbek, z których jedna jest izolowana. Dwie serie próbek obciąża się w tym tą izolowaną w chwili  $\tau_0$  niezmiennym w czasie obciążeniem  $\tilde{\sigma}(\tau_0)$  i rejestruje proces narastania odkształceń.

Podobnie przeprowadza się pomiary na próbkach nieobciążonych.

W efekcie, tak przeprowadzonego doświadczenia, otrzymuje się:

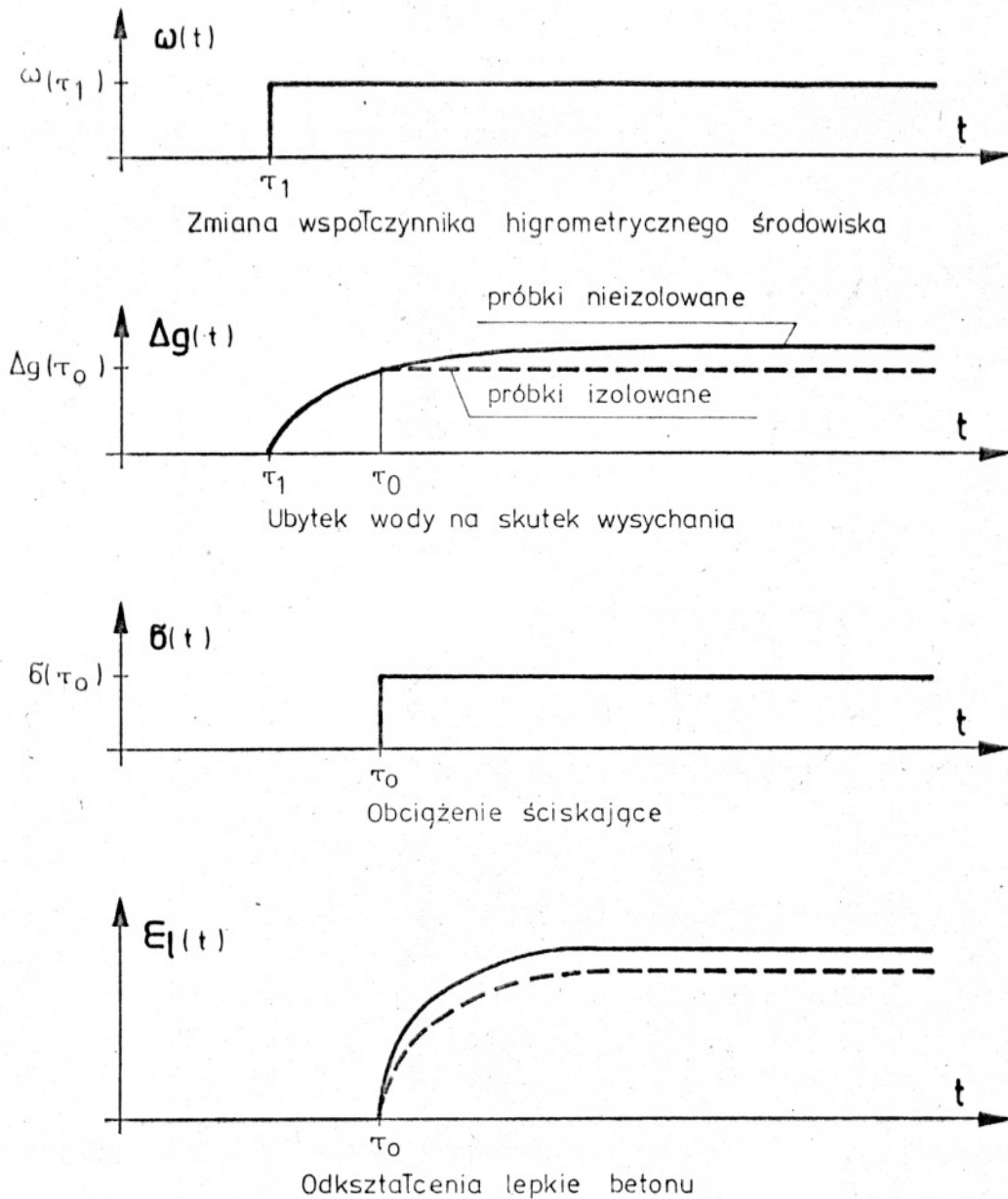
-  $\varepsilon_l(t)$  - krzywą odkształceń lepkich uzyskaną z badania próbek izolowanych,

-  $\varepsilon_{sk}(t)$  - krzywą odkształceń skurczowych betonu uzyskaną z badania nieobciążonych próbek nieizolowanych,

-  $\epsilon_{l,sk}(t)$  - krzywą łącznych odkształceń lepkich i skurczonych będącą efektem pomiarów przeprowadzonych na nieizolowanych próbkach poddanych działaniu obciążenia.

Podstawą do stwierdzenia braku superpozycji rozpatrywanych tu zjawisk jest stwierdzenie następującej nierówności:

$$\epsilon_{l,sk}(t) > \epsilon_l(t) + \epsilon_{sk}(t), \quad (4.79)$$



Rys. 4.44. Przyczyny powstawania różnic w wielkości odkształceń lepkich betonu w próbkach izolowanych - - - i nieizolowanych - - -

a stąd wyciąga się wniosek o zależności skurczu betonu od obciążenia, ponieważ:

$$\varepsilon_{l,sk}(t) - \varepsilon_l(t) > \varepsilon_{sk}(t) \quad (4.80)$$

Przeanalizujemy teraz przedstawiony tu eksperyment w kontekście wyprowadzonego w poprzednim podrozdziale reologicznego równania stanu (4.78).

Graficzną ilustracją podanych niżej rozważań jest rys. 4.44.

W przypadku gdy  $\tilde{\sigma}(\tau) = \tilde{\sigma}(\tau_0) = \text{const.}$  równanie (4.77) przybiera postać:

$$\varepsilon_l(t) = \tilde{\sigma}(\tau_0) \left\{ \left[ 1 + \frac{w_l}{g_0} \Delta g(\tau_0) \right] \cdot c[\tau_0, (t - \tau_0)] + \frac{w_l}{g_0} \int_{\tau_0}^t \frac{d \Delta g(\tau)}{d\tau} \cdot c[\tau, (t - \tau)] d\tau \right\}. \quad (4.81)$$

Pamiętając, że  $\Delta g(t)$  wyraża się wzorem (4.68)\*, pochodna zaś określona jest poniższą zależnością:

$$\frac{d \Delta g(t)}{dt} = \omega(\tau_1) \cdot \frac{d v_k[\tau_1, (t - \tau_1)]}{dt} + \int_{\tau_0}^t \frac{d \omega(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{d v_k[\tau, (t - \tau)]}{dt} d\tau, \quad (4.82)$$

gdy  $\omega(\tau) = \omega(\tau_1) = \text{const.}$  jak ma to miejsce w analizowanym przypadku, to:

$$\Delta g(t) = \omega(\tau_1) \cdot v_k[\tau_1, (t - \tau_1)], \quad (4.83)$$

$$a \quad \frac{\Delta g(t)}{dt} = \omega(\tau_1) \cdot \frac{d v_k[\tau_1, (t - \tau_1)]}{dt}, \quad (4.84)$$

$$\Delta g(\tau_0) = \omega(\tau_1) \cdot v_k[\tau_1, (\tau_0 - \tau_1)]. \quad (4.85)$$

Wykorzystując powyższe zależności można odkształcenia lepkie narastające w przypadku próbek izolowanych i nieizolowanych zapisać następująco:

- próbka izolowana - ubytek wody jest wówczas stały i wynosi

$$\Delta g(\tau) = \Delta g(\tau_0) = \text{const.}$$

$$\varepsilon_{li}(t) = \tilde{\sigma}(\tau_0) \left\{ \left[ 1 + \frac{w_l}{g_0} \omega(\tau_1) v_k[\tau_1, (\tau_0 - \tau_1)] \right] \cdot c[\tau_0, (t - \tau_0)] \right\}, \quad (4.86)$$

\* przy wstawianiu wyrażenia (4.68) do wzoru (4.81) należy dokonać zmiany zmiennych  $t$  na  $\tau$ , a  $\tau$  na  $r$ .

- próbka nieizolowana

$$\begin{aligned} \epsilon_{ln}(t) = & \delta(\tau_0) \left\{ \left[ 1 + \frac{w_l}{g_0} \omega(\tau_1) v_k[\tau_1, (\tau_0 - \tau_1)] \right] \cdot c[\tau_0, (t - \tau_0)] + \right. \\ & \left. + \frac{w_l}{g_0} \omega(\tau_1) \cdot \int_{\tau_0}^t \frac{d v_k[\tau_1, (\tau - \tau_1)]}{d\tau} \cdot c[\tau, (t - \tau)] d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Porównanie obu wyrażeń jednoznacznie wskazuje, że

$$\epsilon_{ln}(t) > \epsilon_{li}(t), \quad (4.88)$$

gdy  $\omega(\tau_1) > 0$ , a różnicę stanowi drugi człon równania (4.87).

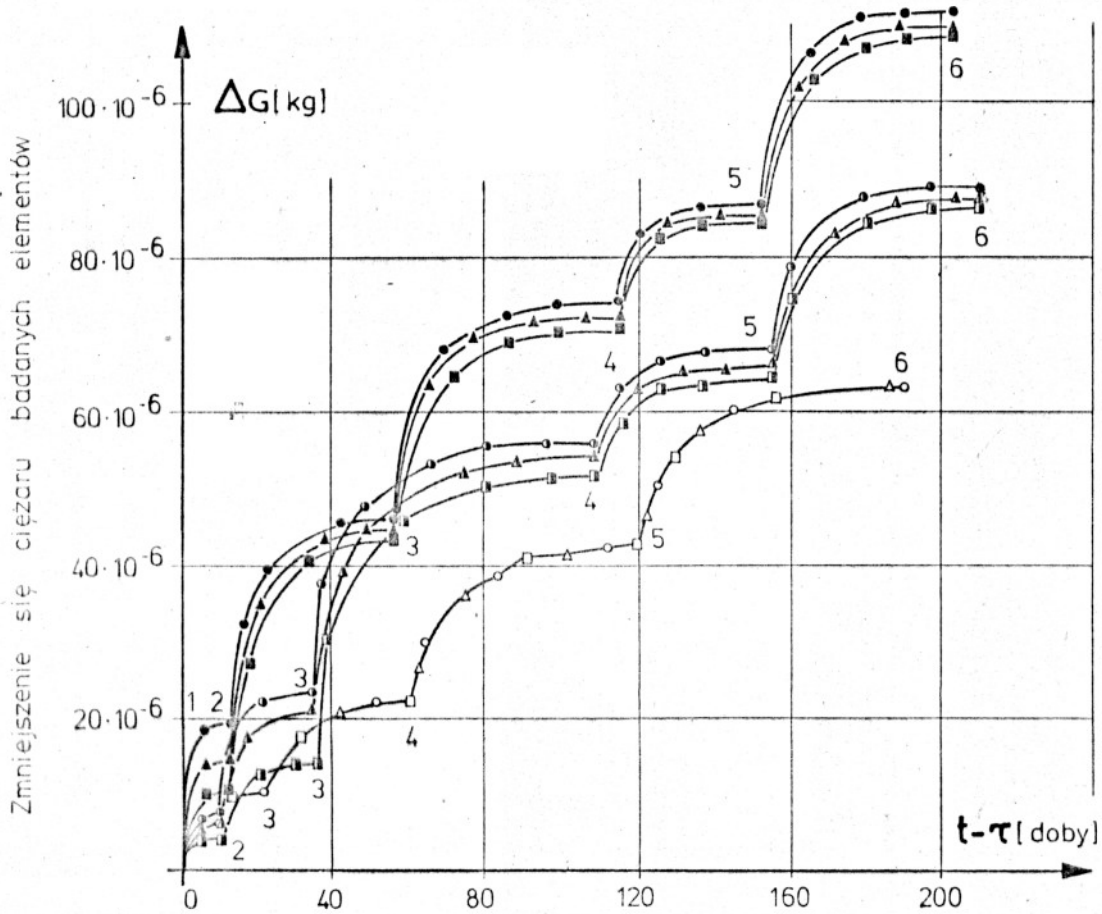
Z przeprowadzonych tu rozważań teoretycznych, których weryfikację doświadczalną stanowią badania [119] wynika, że dane uzyskane drogą analizowanego tu eksperymentu nie dają podstaw do sądów o wzajemnej zależności rozpatrywanych zjawisk.

Stwierdzona w takich badaniach różnica między odkształceniami betonu izolowanego i nieizolowanego wynika z faktu, że próbki nieizolowane w procesie eksperymentu wysychają - rys. 4.44. Jest rzeczą oczywistą, że w przypadku, gdy próbki byłyby wstępnie wysuczone to zjawisko przebiegałoby odwrotnie - zmieniłby się znak nierówności (4.88).

Definitywną odpowiedź na pytanie czy rozpatrywane zjawiska oddziałują na siebie, można uzyskać obserwując doświadczalnie wpływ obciążenia i jego znaku na ilość wydalanej z betonu wody. Na rys. 4.45 pokazano wyniki takich badań, z których wynika, że:

- wpływ obciążenia ściskającego na ilość wydalanej z betonu wody zależny jest od warunków higrometrycznych środowiska i może być zarówno dodatni jak i ujemny,
- wpływ ten jest tym większy im większy jest współczynnik wodno-cementowy,
- procentowo wpływ obciążenia na zmianę obserwowanej wielkości jest nie duży i waha się dla końca badań od 0 - 3 %.





Wilgotność względna w poszczególnych przedziałach czasowych jest równa :  
 1- 2 - 99% , 2- 3 - 85% , 3- 4 - 70% , 4- 5 - 48% , 5- 6 - 21% .

Stożek wyżeżenia betonu w badanych elementach odpowiednio wynosi :

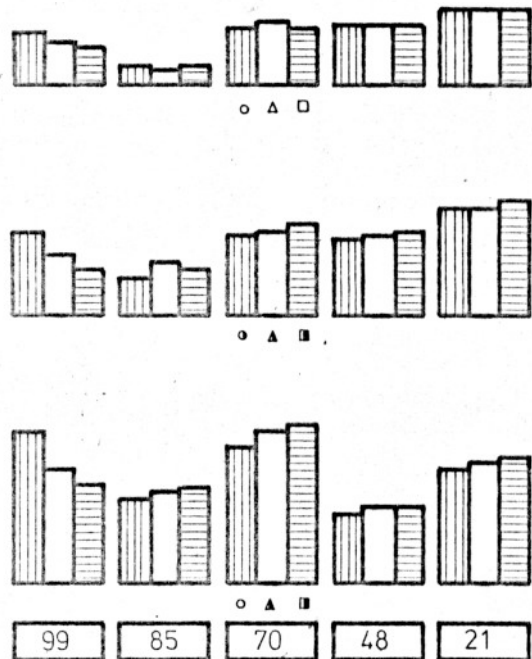
- - n = 0,75
- ▲▲▲ - n = 0,40
- ■ ■ - n = 0

$$\frac{w}{c} = 0,24 - \square \triangle \circ$$

$$\frac{w}{c} = 0,34 - \blacksquare \blacktriangle \bullet$$

$$\frac{w}{c} = 0,44 - \blacksquare \blacktriangle \bullet$$

Ubytek ciężaru badanych elementów  
 $10 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$



Wilgotność względna środowiska [%]

Rys. 4.45. Wpływ obciążenia i warunków higrometrycznych środowiska na wielkość ubytku masy badanych elementów betonowych  
 Badania Sz. K. Mekwabiszwili i innych [124]

Komentując przedstawione wyniki badań i uzupełniając uwagi podane wyżej trzeba zaznaczyć, że ściskające obciążenie zewnętrzne przyspiesza proces wyparowywania wody z betonu w szczególnie niekorzystnych dla przebiegu tego procesu warunkach higrometrycznych środowiska.

Z chwilą zmiany tych warunków na korzystniejsze (spadek wilgotności względnej powietrza) działanie obciążenia zmniejsza intensywność procesu. Taki wpływ obciążenia ściskającego należy tłumaczyć tym, że poza wywarcie nacisku na zawartą w betonie wodę (co przyspiesza jej migrację w kierunku ścian zewnętrznych) utrudnia ono proces jej wyparowywania przez ograniczenie wielkości mikro-otworów występujących na powierzchni elementu. W warunkach wysokiej wilgotności (utrudnione parowanie) przeważa więc pierwszy czynnik będący efektem działania obciążenia ściskającego a gdy wilgotność powietrza spada, drugi.

Podsumowując powyższe można uznać, że w przypadku betonu konstrukcyjnego o  $\frac{w}{c} \leq 0,4$  i normalnych warunkach higrometrycznych ( $80 \% \leq w \leq 50 \%$  "wodne powietrze") można przyjąć, że wpływ obciążenia ściskającego na proces wydalenia wody z betonu jest drugorzędny i może być pominięty.

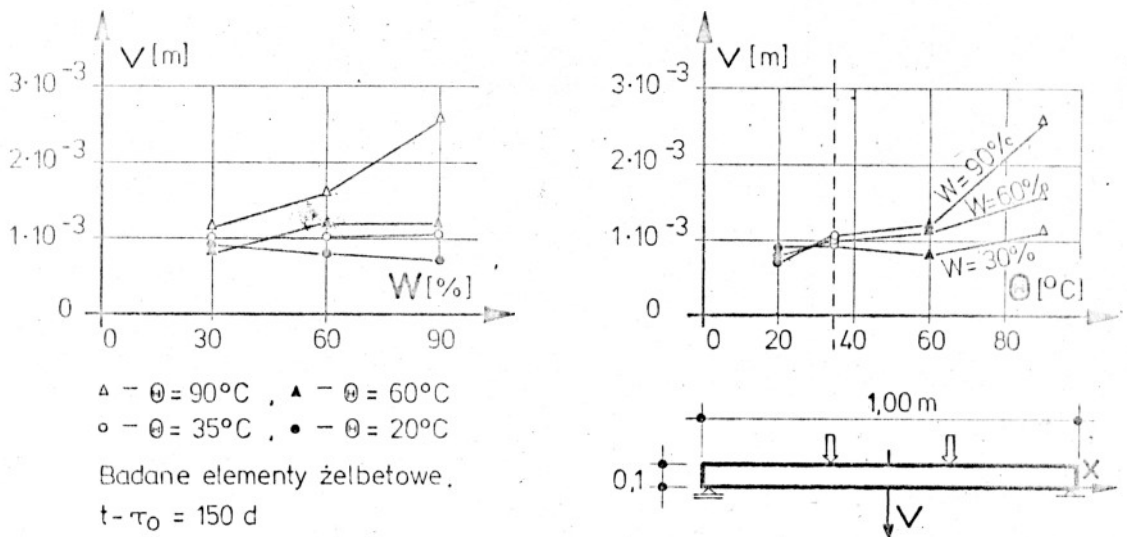
Natomiast naprężenie rozciągające wpływa w istotny sposób na proces wysychania betonu (rozszerzenie kapilarnych otworów w betonie) i S.W. Aleksandrowski [5, 6, 9] szacuje, że czynnik ten powoduje dodatkowe w stosunku do nieobciążonego elementu, wydalenie wody w ilości 5 % na każdy  $\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$  naprężenia rozciągającego.

Ponieważ podstawowym warunkiem trwałości konstrukcji inżynierskich wykonanych z betonu sprężonego jest ich ciągłość (brak zarysowania), ogranicza się do minimum wielkość występujących w nich naprężeń rozciągających. A tym samym poruszony tu problem jakościowo innego przebiegu zjawisk opóźnionych ma stosunkowo małe znaczenie praktyczne.

Na zakończenie trzeba stwierdzić, że dokładne poznanie procesów zachodzących w betonie w zróżnicowanych warunkach higrometrycznych wymaga dalszych bardziej subtelnych badań.

4.2.4.4. Odkształcalność betonu  
w zmiennych warunkach termicznych

Jak zaznaczono poprzednio analizę wymienionej wyżej zależności ograniczono do warunków tzw. "wodnego powietrza". Na rys. 4.46 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych, które rzucają pewne światło na rozpatrywany problem.



Rys.4.46. Odkształcenia niesprężyste betonu w różnych warunkach higrotermicznych. Wyniki badań Z.H.Ciłosani i O.J.Kwicaridze [173].

Z analizy przedstawionych tu badań wynika, że środowisko termiczne odgrywa pewną rolę w ukształtowaniu się stanu odkształcenia elementów betonowych, lecz dla rozważanego tutaj przedziału zmian termicznych rola tego czynnika jest mała. Oczywiście problem ten wymaga dalszych wszechstronnych badań obejmujących cały przedział zmian termicznych  $-15 - 35^\circ\text{C}$  i dopiero takie badania pozwolą na uściślenie ujęcia tego wpływu. Na obecnym poziomie rozpoznania problem można przyjąć, że odkształcenia betonu (pomija się tu oczywiście odkształcenia termiczne związane z rozszerzalnością cieplną materiału) w granicach rozważanych wahań temperatury są stałe.

#### 4.2.5. Ogólne reologiczne równanie stanu w jednoosiowym stanie naprężeń

Poniżej podano ogólny związek między odkształcalnością betonu a dowolnym obciążeniem zewnętrznym i dowolnie (ale w granicach określonych poprzednio) zmieniającymi się warunkami higrotermicznymi środowiska.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_c(t) = & \frac{\bar{\sigma}(\tau_0)}{E_b(\tau_0)} + \int_{\tau_0}^t \frac{d\bar{\sigma}(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{E_b(\tau)} + \\
 & + f[\bar{\sigma}(\tau_0), \Delta g(\tau_0)] \cdot c[\tau_0, (t-\tau_0)] + \int_{\tau_0}^t \frac{df[\bar{\sigma}(\tau), \Delta g(\tau)]}{d\tau} \cdot c[\tau, (t-\tau)] d\tau + \\
 & - \frac{b_0}{2} \bar{\varphi}_p \bar{R} \cdot \ln \left\{ 1 - [\eta_{\max}(t)]^2 \right\} \cdot \left[ 1 + \chi \frac{b_1}{T} (1-q) \cdot f_l(t-\tau_0) \right] + \\
 & + w_s \left\{ \omega(\tau_1) v_k[\tau_1, (t-\tau_1)] + \int_{\tau_1}^t \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} v_k[\tau, (t-\tau)] d\tau \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.89}$$

Powyższy wzór stanowi syntezę wyrażeń (4.63), (4.64), (4.68) i (4.77).

## 5. TEORETYCZNE ROZWIĄZANIE PROBLEMU KSZTAŁTOWANIA SIĘ STANU NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU NIEJEDNORODNEGO ELEMENTU BETONOWEGO

Jak wykazano w 3-cim rozdziale, metoda prętowa oparta na analizie redystrybucji stanu naprężenia w dowolnym przekroju elementu betonowego daje poprawne jakościowo i ilościowo rozwiązania. W niniejszym rozdziale autor dokona krytycznej analizy dotychczasowego stanu opracowania (rozwoju) tej metody i po wykazaniu niedostatków jakie posiadają cytowane rozwiązania przedstawi własną koncepcję ujęcia problemu.

### 5.1. Dotychczasowy stan opracowania problemu

W przedmiotowej literaturze można wyodrębnić dwie grupy prac a mianowicie:

- prace podejmujące rozpatrywany problem w odniesieniu do dźwigarów zespolonych typu żelbet - beton sprężony, wymienić tu można np. [27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 38, 63, 64, 78, 82, 83, 84, 112, 128, 138, 141, 154, 176, 184, 186],
- prace podające rozwiązania ograniczone do dźwigarów zespolonych typu żelbet - stal, do tej grupy zaliczono: [35, 36, 50, 54, 55, 56, 89, 115, 122, 135, 160, 175, 187] i inne.

Powyższy podział wynikający po trosze z tradycji (elementy zespolone typu żelbet - stal zaliczane są do konstrukcji stalowych, a żelbet - beton sprężony do betonowych), a po trosze z faktu, iż w zagadnieniach pierwszej grupy łatwiej o uzyskanie efektywnych rozwiązań; nie ma żadnego uzasadnienia teoretycznego i z formalnego punktu widzenia jest zbędny. Wynika to z faktu, iż rozwiązanie skonstruowane dla przekroju zespolonego typu żelbet - beton sprężony jest rozwiązaniem ogólnym, w którym mieści się również szczególny przypadek przekroju żelbetowo - stalowego.

W dalszych rozważaniach nie będzie się utrzymywać zapisanego poprzednio podziału, a analiza cytowanych prac zostanie przeprowadzona pod kątem dokładności opisu interesującego nas problemu i matematycznej strony analizowanego zagadnienia.

### 5.1.1. Metoda analogii termicznej E. Mörscha

Jako jeden z pierwszych rozważającym tu problemem zajął się E. Mörsch [139], podając oparty na intuicji inżyniera sposób oceny wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się końcowego stanu naprężeń w dźwigarach zespolonych. Sposób ten polega na założeniu, że czynniki reologiczne zachodzące w przekroju zespolonym wywierają ten sam skutek co nierównomierny przyrost temperatury mający mniejsze w elementach składowych tego przekroju.

Bardziej szczegółowe informacje na ten temat można znaleźć w pracach [31, 33, 101]. Metoda ta jakkolwiek poprawnie (z jakiegoś punktu widzenia) ocenia efekt zjawisk zachodzących w przekroju zespolonym, to jednak go nie tłumaczy. Dlatego nie może być uznana za poprawną z naukowego punktu widzenia.

### 5.1.2. Metoda różnych modułów sprężystości

Jest to metoda przybliżona wykorzystywana często w procesie projektowania wstępnego mostowych dźwigarów zespolonych typu żelbet - stal rys. 1.1 .

W sposobie tym końcowy stan wyteżenia analizowanej konstrukcji określa się jako sumę naprężeń wywołanych przez obciążenie dłu - gotrwałe i doraźne wykorzystując do wyznaczenia składników te same klasyczne wzory wytrzymałości materiałów.

$$\bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}_{dd} + \sigma_d , \quad (5.1)$$

gdzie:

$$\bar{\sigma}_{dd} = \frac{M_{dd} \cdot \gamma}{J_{dd}} ,$$

$$\sigma_d = \frac{M_d \cdot \gamma}{J_d} .$$



We wzorach tych  $M_{dd}$  i  $M_d$  - oznaczają moment od obciążenia działającego długotrwale na konstrukcję np. ciężar własny i od obciążenia doraźnego, zmienna "y" określa odległość rozpatrywanego włókna od osi obojętnej przekroju poprzecznego dźwigara.

Odpowiednie momenty bezwładności  $J_{dd}$  i  $J_d$  wyliczamy wykorzystując różne moduły odkształcalności betonu, a mianowicie:

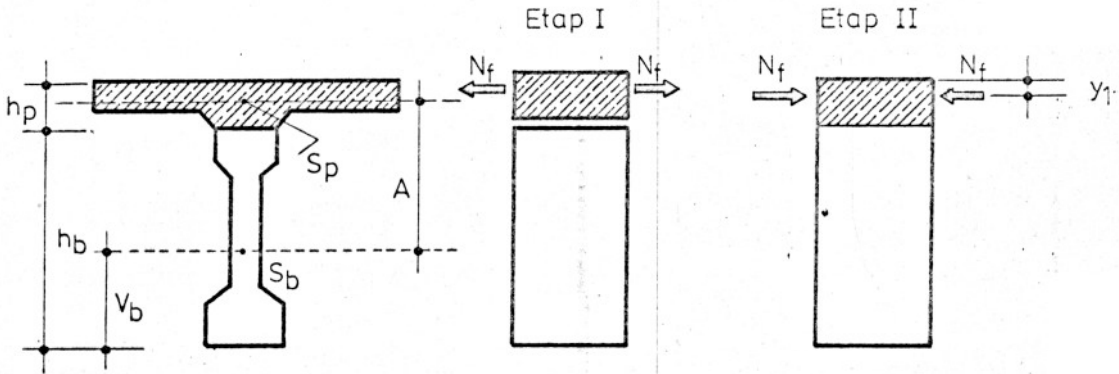
- $J_d$  określa się wykorzystując doraźny moduł sprężystości betonu  $\bar{E}_b$ ,
- $J_{dd}$  jest natomiast funkcją modułu odkształcenia całkowitego betonu  $\bar{E}_{oc}$  [115].

W przedmiotowej literaturze [115, 142] można znaleźć kilka różnych propozycji określenia modułu odkształcenia całkowitego, przykładowo podano niżej wzór zalecany przez B. Fritza [115].

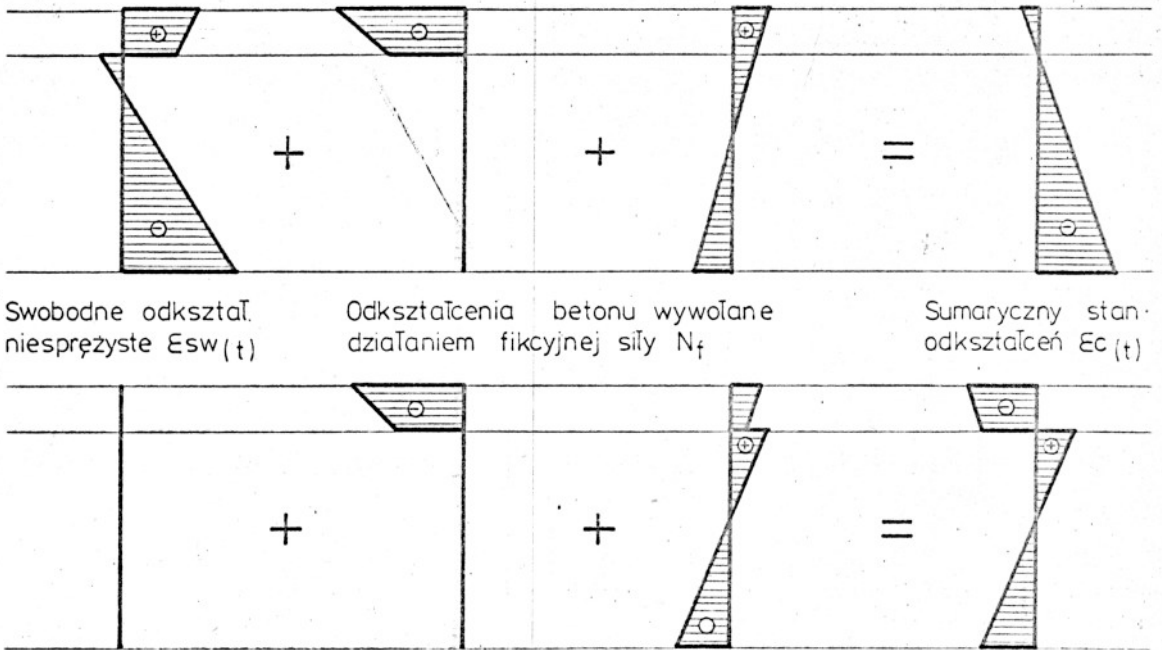
$$\bar{E}_{oc} = \frac{\bar{E}_b}{1 + 1,1 \frac{\epsilon_c - \epsilon_s}{\epsilon_s}} \quad (5.2)$$

### 5.1.3. Metody funkcyjnych wielkości statycznych

Na poniższym rysunku przedstawiono schemat ujęcia rozważanych w pracy zagadnień według metody fikcyjnych wielkości statycznych. Ogólne założenia tej metody odnośnie skutków jakie powodują procesy reologiczne w przekroju zespolonym są identyczne jak w metodzie analogii termicznej, różnica zaś polega na tym, że prezentowana tu metoda opiera się już na uproszczonych (liniowych) reologicznych równaniach stanu opisujących zachowanie się materiałów obu składowych części dźwigara zespolonego w procesie zjawisk reologicznych, a nie na intuicyjnych oszacowaniach.



Pojęcie fikcyjnej wielkości statycznej.



Dodatkowe (dopełniające) naprężenia w dźwigarze zespolonym wyznaczone według metody fikcyjnych wielkości statycznych.

Rys. 5.1 Ilustracja założeń metody fikcyjnych wielkości statycznych.

Szczegółowe informacje na temat tej koncepcji ujęcia przedmiotowego problemu, oraz różne jej modyfikacje można znaleźć w następujących pracach: [31, 32, 35, 50, 54, 55, 115, 128, 175].

#### 5.1.4. Stan samonaprężeń jako konsekwencja statycznej niewyznaczalności ośrodka heterogenicznego

Rozwiązanie interesującego nas problemu można uzyskać na drodze uznania stanu samonaprężenia jako konsekwencji statycznej niewyznaczalności wewnętrznej ośrodka heterogenicznego, co zostało wykorzystane w pracy [122], a następnie rozwinięte w [32]. W tej koncepcji zakłada się z góry, że odkształcenia całkowite we wszystkich włóknach rozpatrywanego przekroju ( $y$ ) spełniają w każdym punkcie czasowym ( $t$ ) warunek:

$$\epsilon_c(y, t) = \xi_1(t) + \xi_2(t) \cdot y. \quad (5.3)$$

Wykorzystując warunki równowagi między naprężeniami a obciążeniami, oraz związek stanu odkształcenia i naprężenia można uzyskać rozwiązanie problemu. Trzeba jednak zaznaczyć, że efektywne rozwiązania uzyskuje się tu kosztem daleko idących uproszczeń [32, 122], które w sposób zdecydowany obniżają wartość otrzymanych wyników analitycznych.

#### 5.1.5. Metody oparte na analizie stanu naprężeń w niejednorodnym pręcie warstwowym

Jak wykazano w rozdziale 3. metoda prętowa analizy wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w przekroju niejednorodnego pręta betonowego daje wyniki jakościowo poprawne. Rozwiązanie problemu uzyskuje się tu wykorzystując:

- warunki zgodności odkształceń stykających się elementów przekroju,
- warunki zgodności krzywizn w miejscu rozpatrywanego przekroju,
- warunki równowagi sił wewnętrznych panujących w przekroju i obciążenia zewnętrznego.

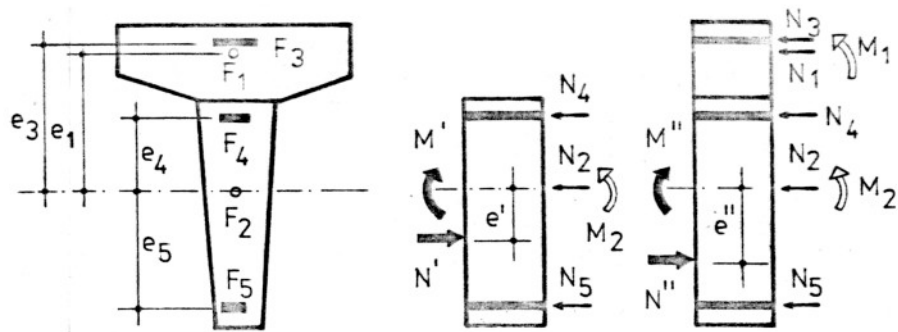
### 5.1.5.1. Matematyczny zapis problemu

Od strony matematycznej problem sprowadza się do mieszanego układu równań, który składa się w części z równań całkowych (równania te ujmują warunki zgodności odkształceń i krzywizn), a w części z liniowych równań algebraicznych (warunki równowagi). Postać tych równań jest różna w pracach różnych autorów co zależne jest od:

- odpowiedniego przyjęcia niewiadomych, jak i ich rodzaju; wielkościami poszukiwanymi mogą być naprężenia na krawędziach poszczególnych elementów składowych przekroju [20, 36, 38, 65, 66, 67, 78, 82, 83, 84, 112], lub też siły wewnętrzne działające na poszczególne elementy [9, 11, 16, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 49, 50, 51, 54, 55, 56, 63, 64, 69, 99, 107, 115, 122, 128, 135, 141, 142, 160, 175, 187],
- przyjętego reologicznego równania stanu opisującego zachowanie się materiałów konstrukcji w warunkach długotrwałych obciążeń.

Przykładowo za pracą [141] podano postać niektórych równań układu zapisanego przy przyjęciu niewiadomych jak na rys. 5.2 .

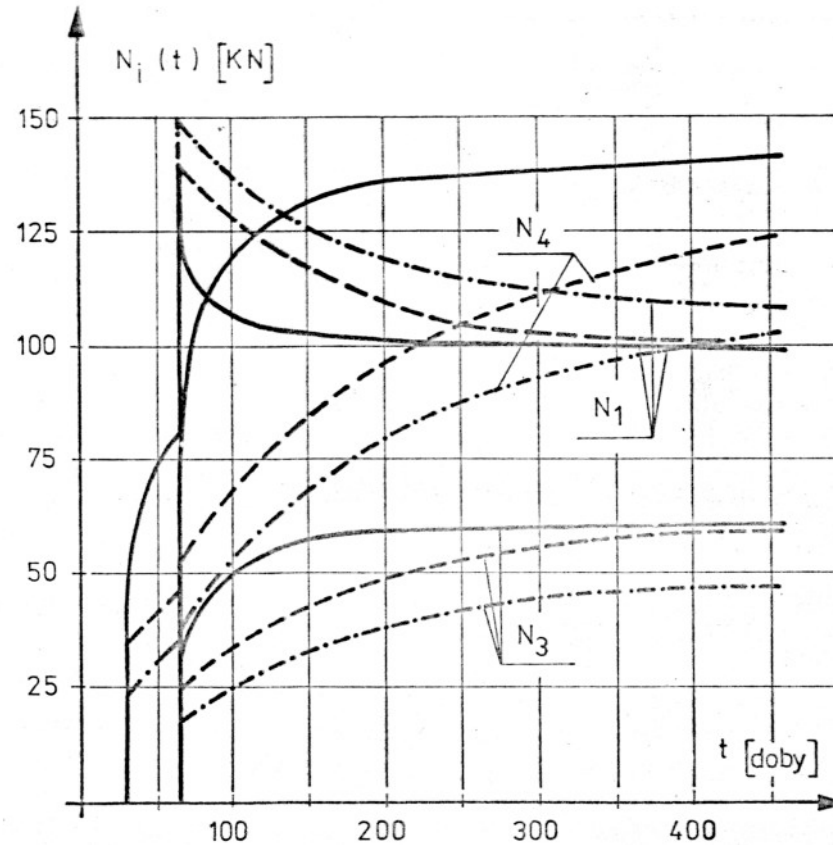
$$\begin{aligned} N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) + N_4(t) + N_5(t) &= N' + N'' , \\ N_1(t) \cdot e_1 + N_3(t) \cdot e_3 + N_4(t) \cdot e_4 - N_5(t) \cdot e_5 &= M' + M'' + N' e' + N'' e'' , \end{aligned} \quad (5.5)$$



Rys.5.2 Wpływ zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w przekrojach dźwigara zespolonego w świetle różnych teorii pełzania betonu [141].

Obliczenia wykonano przy następujących danych :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 0,03 \text{ m}^2, \quad F_2 = 0,045 \text{ m}^2, \quad F_3 = F_4 = F_5 = 0,006 \text{ m}^2 \\
 E_1 = E_2 &= 40 \text{ GN/m}^2, \quad E_3 = E_4 = E_5 = 210 \text{ GN/m}^2 \\
 e_1 = e_3 &= 0,20 \text{ m}, \quad e_4 = e_5 = 0,10 \text{ m} \\
 N' &= 1 \text{ MN}, \quad e' = 0,05 \text{ m}, \quad M' = 0 \\
 N'' &= 0, \quad e'' = 0, \quad M'' = 50 \text{ KNm}
 \end{aligned}$$



- według nieliniowej teorii sprężystości pełzającego ciała — miara odkształceń lepkoplastycznych S.W. Aleksandrowskiego,
- - - jak wyżej lecz miara odkształceń lepkoplastycznych według G.N.Masłowa i N.C.Arutiuniana,
- · - · według nieliniowej teorii dziedziczności.

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{N_1(\tau_3)}{F_1} - \frac{M_1(\tau_3) \cdot y_1}{I_1} \right] \left[ \frac{1}{E_1(\tau_3)} + C_{ln1}(t, \tau_3) + \bar{\sigma}_{1,2}^m \cdot C_{nl1}(t, \tau_3) \right] + \\
 & + \int_{\tau_3}^t \frac{d}{d\tau} \left[ \frac{N_1(\tau)}{F_1} - \frac{M_1(\tau) y_1}{I_1} \right] \left[ \frac{1}{E_1(\tau)} + C_{ln1}(t, \tau) + \bar{\sigma}_{1,2}^m \cdot C_{nl1}(t, \tau) \right] d\tau + \\
 & + \varepsilon_{1y}(t) = \left[ \frac{N_2(\tau_3)}{F_2} + \frac{M_2(\tau_3) y_2'}{I_2} \right] \cdot \left[ \frac{1}{E_2(\tau)} + C_{ln2}(t, \tau) + \right. \quad (5.4) \\
 & + \left. \bar{\sigma}_{2,1}^m \cdot C_{nl2}(t, \tau_3) \right] + \int_{\tau_3}^t \frac{d}{d\tau} \left[ \frac{N_2(\tau)}{F_2} + \frac{M_2(\tau) \cdot y_2'}{I_2} \right] \left[ \frac{1}{E_2(\tau)} + \right. \\
 & + \left. C_{ln2}(t, \tau) + \bar{\sigma}_{2,1}^m \cdot C_{nl2}(t, \tau) \right] d\tau + \varepsilon_{2y}(t) .
 \end{aligned}$$

W równaniach tych poszczególne wielkości oznaczają:

$N_i(t)$ ,  $M_i(t)$  - siły osiowe i momenty panujące w poszczególnych elementach przekroju w dowolnej chwili  $(t)$ ,  
 $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,

$E_k(\tau)$  - doraźny moduł sprężystości składowych betonów;  
 $k = 1$  nadbeton,  
 $k = 2$  prefabrykat,

$C(t, \tau, \sigma)_{k,j} = C_{ln,k}(t, \tau) + \bar{\sigma}_{k,j}^m C_{nl,k}(t, \tau)$  - nieliniowa miara odkształceń pełzania betonu R.A. Mielnika,  
 $j$  - parametr określający krawędź elementu -

$j = 1$  górna,  $j = 2$  dolna,

$\bar{\sigma}_{k,j}^m = \left( \frac{\sigma_{k,j}}{\sigma_0} \right)^m$  - współczynnik nieliniowości, gdzie:

$\sigma_{k,j}$  - naprężenie na poziomie rozpatrywanej krawędzi,

$\sigma_0$  - naprężenie jednostkowe,

$m$  - parametr empiryczny,



$\varepsilon_{k,y}(t)$  - odkształcenia skurczowe obu betonów,

$\tau_3$  - moment obciążenia przekroju,

$N', M'$  - obciążenie prefabrykatu,

$N', M'$  - obciążenie przekroju zespolonego.

Równanie (5.4) przedstawia warunek zgodności przemieszczeń na styku obu betonów, a równania (5.5) warunki równowagi. Pozostałe nie pokazane tu równania niezbędne do rozwiązania problemu mają sktukturę podobną do wyrażenia (5.4).

W ogólności więc rozwiązanie zagadnienia polegać będzie na poszukiwaniu niewiadomych występujących w tych równaniach.

Rozwiązanie tak zbudowanego układu równań nie jest sprawą prostą, a uzyskanie rozwiązań w postaci zamkniętej w ogóle nie wchodzi w rachubę.

#### 5.1.5.2. Sposoby uzyskania efektywnych rozwiązań

Efektywne rozwiązania problemu autorzy różnych cytowanych uprzednio prac uzyskiwali:

- a) drogą redukcji liczby niewiadomych, czego dokonywano zakładając zerową sztywność giętną wybranych elementów składowych dźwigara [27, 31, 32, 35, 50, 54, 55, 56, 89, 115, 128, 160, 184, 186],
- b) poprzez wykorzystanie nadmiernie uproszczonych (jednoparametrowych, liniowych) związków konstytutywnych opisujących odkształcalność betonu [27, 31, 32, 35, 49, 50, 54, 55, 56, 65, 66, 67, 70, 78, 89, 99, 115, 116, 122, 128, 154, 160, 175, 184, 186, 187],
- c) pomijając pewne człony w równaniach zgodności przemieszczeń i krzywizn [27, 31, 32, 54, 115, 175],
- d) drogą linearyzacji problemu, co uzyskuje się wykorzystując założenie K. Sattlera i Czrżan Czrżun Jao [160, 53] dotyczące równoległości krzywych pełzania i relaksacji; taka metoda rozwiązywania problemów relaksacji była rozwijana w pracach: [20, 36, 38, 53, 82, 83, 84, 89, 171, 172, 175],

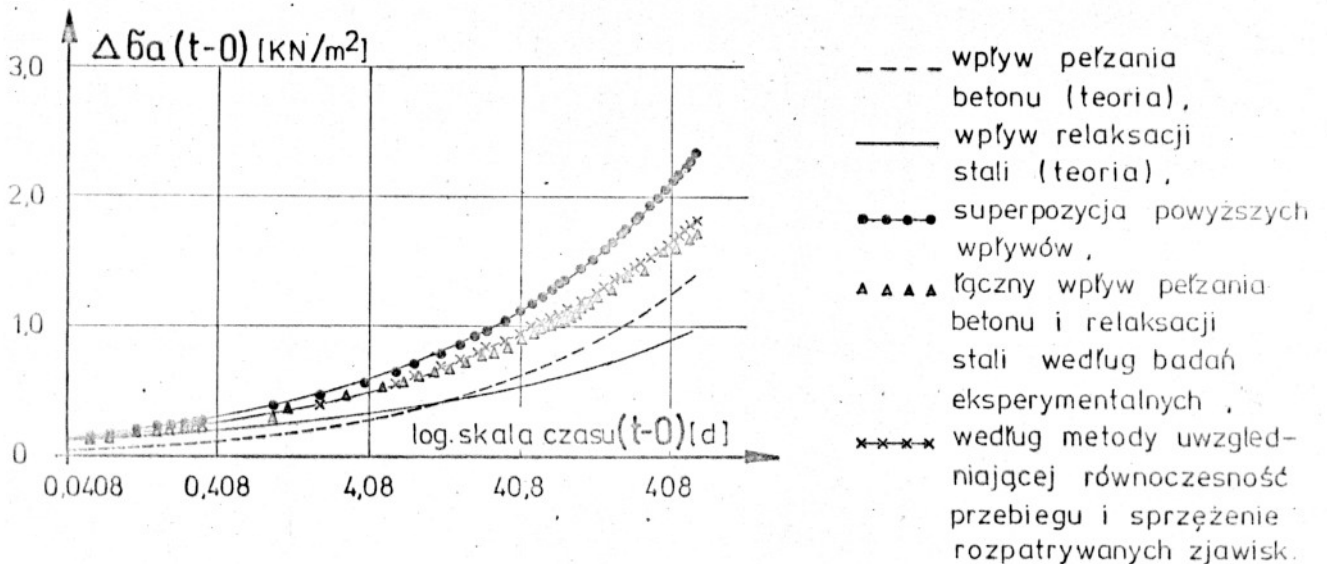
e) rozwiązując uzyskany układ równań przy pomocy ETO - prace: [29, 51, 63, 64, 141].

#### 5.1.6. Analiza krytyczna dotychczasowego stanu opracowania problemu

Przedstawiona w poprzednim podpunkcie charakterystyka różnych ujęć teoretycznych problemu redystrybucji stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych, oraz analiza cytowanych prac pozwalają na następującą ocenę dotychczasowego stanu opracowania problemu:

- za poprawne z naukowego punktu widzenia należy uznać tylko metody przedstawione w podrozdziale 5.1.5,
- rozwiązanie problemu oparte na ogólnych nieliniowych reologicznych równaniach stanu można uzyskać tylko poprzez wykorzystanie numerycznych technik obliczeniowych,
- zadaniem autora najbardziej interesujące dla praktyki są metody podane w 5.1.5.2. e); co można uzasadnić prostotą strony matematycznej, uzyskiwaną dokładnością [36, 112] jak i uniwersalnością tego sposobu,
- podstawowym czynnikiem decydującym o poprawności otrzymywanych wyników jest postać związków konstytutywnych, na których oparto analizowane rozwiązanie - rys. 5.2.,
- różne zjawiska zachodzące w konstrukcji np. pełzanie betonu i relaksację stali należy rozpatrywać jako proces jednoczesny, a nie jako superpozycję tych zjawisk - rys. 5.3.

Podsumowując powyższe spostrzeżenia należy stwierdzić, że najlepsze rezultaty otrzymujemy wykorzystując nieliniowe reologiczne równania stanu czego dowodem są rezultaty prac [51, 63], z których zaczerpnięto cytowane wyniki rys. 5.4, 7.5, 7.6, 7.7. Nietrudno jednak zauważyć, że rozwiązania te nie dają rezultatów zgodnych z wynikami badań eksperymentalnych.



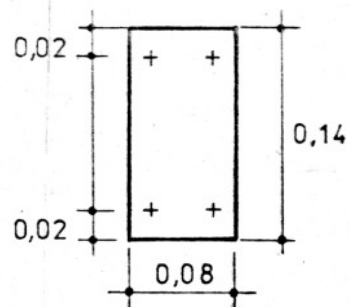
Rys. 5.3. Spadek naprężeń w cięgnach sprężających (rozpatruje się tu element osiowo ściskany) jako funkcja zachodzących zjawisk reologicznych i ich wzajemnego sprzężenia — cytata z pracy [17].

Autor przyczyn tych różnic upatruje w:

- 1) niedostatecznie ścisłym teoretycznym opisie odkształcalności betonu,
- 2) pewnych niedoskonałościach samego ujęcia teoretycznego problemu redystrybucji stanu naprężeń w przekroju pręta.

Przyczyna występujących rozbieżności wymieniona w p.1) została szeroko omówiona w rozdziale 4. (rys. 4.26), dlatego tutaj autor skoncentruje się na drugim aspekcie tego zagadnienia.

Nieścisłość ujęcia problemu w metodach podanych w punkcie 5.1.4.2. e) leży już w założeniach początkowych i polega na przyjęciu a priori liniowego rozkładu naprężeń w przekroju. (Przy nieliniowym związku konstytutywnym!) Koncepcje ujęcia przedmiotowego problemu proponowane przez G.D. Pawlenaszwilli i A. D. Dolidze [141], oraz T. Bilińskiego [29] wychodząc z matematycznego opisu ważnego dla ciał liniowo - sprężysto - lepkich, mody-

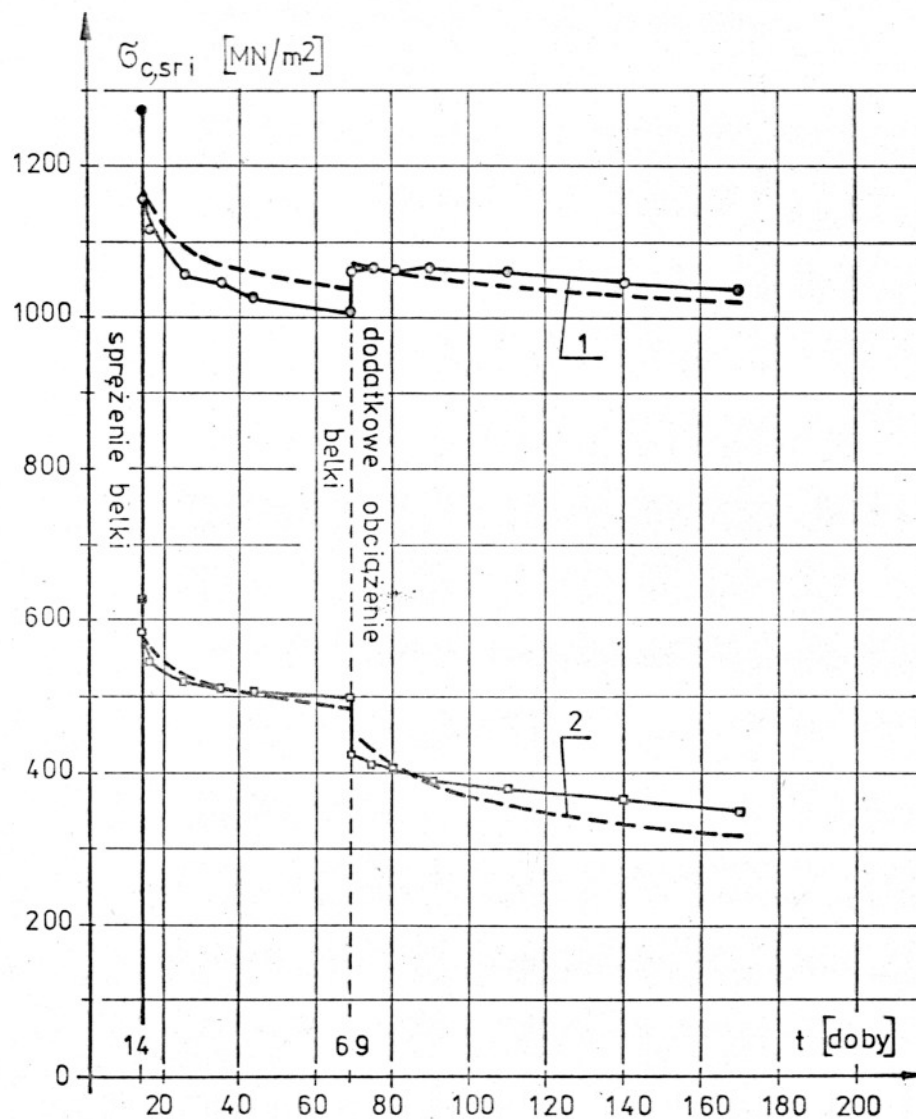


1 - naprężenia w cięgnach  
dolnych,  
2 - górnych

Rzeczywisty przekrój  
poprzeczny analizowanych  
belek sprężonych  
ciągną sprężającą  
o 0,005 m.

○—○ — wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzo-  
nych przez Ł.D. Czincadze na karamzytowych  
belkach sprężonych,  
----- — wyniki obliczeń numerycznych opartych na  
rozwiązaniu układu równań zapisanych  
w 5.1.5.1 [51]

Rys.5.4 Zmiana stanu naprężeń w zbrojeniu aktywnym  
przekroju sprężonego.



fikują go wprowadzając do równań zgodności odkształceń i krzywizn nieliniowe związki konstytutywne. Cała jednak idea ujęcia problemu pozostaje bez zmian.

Zdaniem autora przyjmując jako niewiadome siły wewnętrzne tak jak to ma miejsce w pracach [29, 141] nie można poprawnie opisać analizowanego tu problemu; możliwość taką natomiast daje przyjęcie za wielkości poszukiwane naprężeń. Wówczas w dokładnym ujęciu problemu warunki równowagi należałoby zapisać np. dla przekroju prostokątnego o wymiarach  $b \times h$  w takiej oto postaci:

$$b \int_0^h \sigma(y, t) \cdot dy = N(t), \quad (5.6)$$

$$b \int_0^h \sigma(y, t) \cdot y dy = M(t) + N(t) \cdot \frac{h}{2}, \quad (5.7)$$

gdzie:

$\sigma(y, t)$  - naprężenie w przekroju na poziomie "y" i chwili "t",

$M(t), N(t)$  - moment gnący i siła osiowa - wielkości te stanowią obciążenie zewnętrzne.

Wydaje się, że przedstawione rozważania w dostatecznym stopniu uzasadniają konieczność dalszego doskonalenia metod pozwalających na analizę przegrupowania się stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych.

5.2. Propozycja autora teoretycznego ujęcia wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w przekrojach niejednorodnych konstrukcji betonowych

W niniejszym rozdziale autor przedstawi propozycję ujęcia analizowanego w pracy problemu pozwalającą na określenie wpływu zjawisk reologicznych na stan naprężeń panujących w przekroju niejednorodnego dźwigara betonowego (przekrój ten powinien spełniać warunki z rozdziału 3.2.2.) z dokładnością 1 - 4 %.

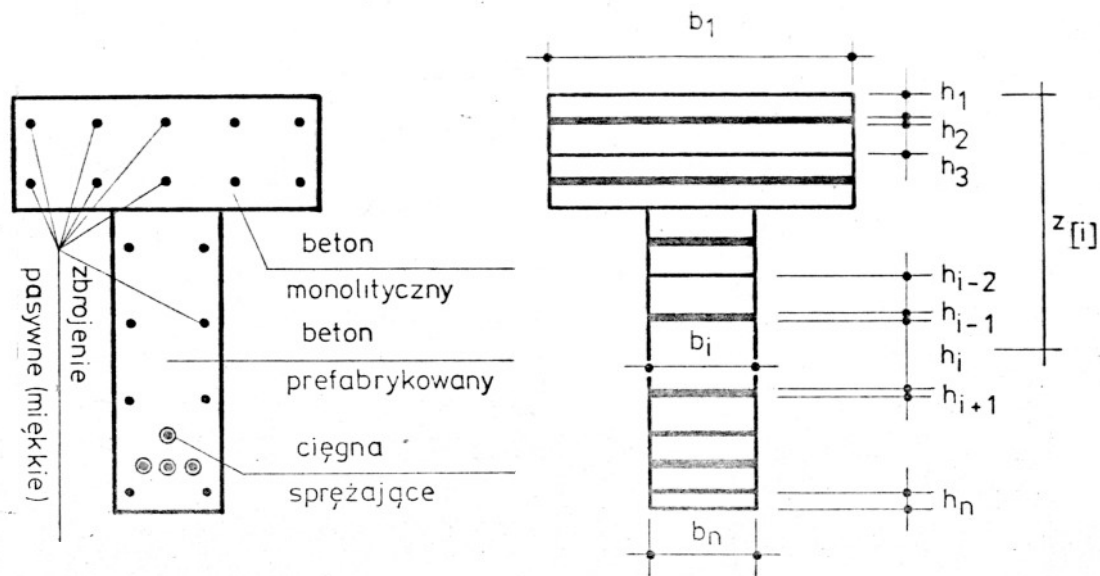
5.2.1. Zagadnienie kształtowania się stanu naprężeń w przekrojach niejednorodnych konstrukcji betonowych jako proces przyrostowy

Mając na uwadze wszystkie zasygnalizowane poprzednio mankamenty występujące w teoretycznym opisie opracowywanego problemu, autor jest zdania, że poprawną ocenę wpływu zjawisk reologicznych na zmianę stanu naprężenia w niejednorodnych konstrukcjach betonowych można uzyskać drogą dyskretyzacji problemu. Nie chodzi tu oczywiście o dyskretne metody rozwiązywania układów równań całkowych lub różniczkowych, a o budowę odpowiedniego algorytmu przyrostowego. Taki sposób ujęcia nieliniowych zjawisk zachodzących w konstrukcjach betonowych można znaleźć np. w pracach: K. Aas-Jakobsena i M. Grenachera<sup>\*</sup>, P.I. Wasilewa i D.A. Strachowa [178] i O.C. Zienkiewicza [189]. Skonstruowany w oparciu o zasady podane w cytowanych pracach algorytm pozwala na analizę przedmiotowego problemu z dowolną zależną od potrzeb dokładnością.

---

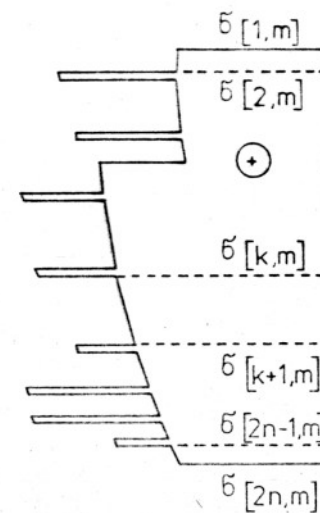
\* K. Aas-Jakobsen, M. Grenacher: Analysis of Slender Reinforced Concrete Frames, Journal of the Structural Division. ASCE. vol. 34, I 1964.





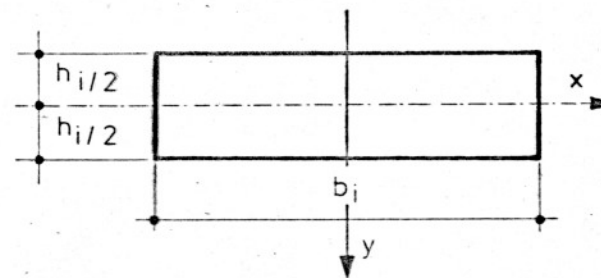
Przekrój zespolony z pokazanym zbrojeniem podłużnym.

Schemat dźwigara zespolonego przyjęty w przedstawianym ujęciu teoretycznym problemu.



Stan naprężeń w dźwigarze zespolonym w chwili \$\tau[m]\$

warstwa „i”



Rys. 5.5. Schemat dźwigara zespolonego przyjęty w koncepcji autora ujęcia wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w przekrojach tego dźwigara.

### 5.2.2. Idea ujęcia problemu

Przekrój poprzeczny dźwigara zespolonego rys. 5.5 dzieli się na prostokątne warstwy o dowolnej grubości " $h_1$ " z tym, że leżące na jednym poziomie zbrojenie (pasywne, aktywne) zamienia się na zastępczą warstewkę o tej samej co pręty powierzchni przekroju poprzecznego.

Ponad to czyni się następujące założenia:

- własności fizyczne materiału warstw opisane są równaniami podanymi w rozdziale 4.,
- współpraca poszczególnych warstw jest idealna w całym zakresie obciążeń i czasie użytkowania konstrukcji.

Ideowy szkic sposobu ujęcia przedmiotowego problemu pokazano na rys. 5.6. Sposób ten polega na następującej interpretacji zachodzących w niejednorodnym przekroju zjawisk:

- w chwili  $\tau_{[m-1]}$  istnieje w przekroju zrównoważony stan naprężeń  $\sigma_{[m-1]}$ , a odpowiadający mu stan odkształceń spełnia postulat Bernoulliego,
- analizując przebieg zjawisk w przedziale czasowym  $\tau_{[m-1]}, \tau_{[m]}$  zakłada się, że stan naprężeń i warunków klimatycznych środowiska jest stały w tym przedziale, co uzyskuje się przez zwolnienie więzi łączących poszczególne warstwy przekroju, w ten sposób uzyskują one swobodę odkształcania się,
- w granicy interwału czasowego  $\tau_{[m]}$  w przekroju pojawi się dodatkowy (będący efektem plastyczno - lepkich cech materiału) stan odkształceń  $\Delta \epsilon_o_{[m]}$ ,
- aby odkształcenia przekroju czyniły zadość postulatowi Bernoulliego trzeba przyłożyć w chwili  $\tau_{[m]}$  pewien dodatkowy zrównoważony stan naprężeń  $\Delta \sigma_{[m]}$ ,
- rzeczywisty stan naprężeń panujący w chwili  $\tau_{[m]}$  będzie się określać jako sumę stanu  $\sigma_{[m-1]}$  i  $\Delta \sigma_{[m]}$ .

Chwila czasowa	Rozpat. stan napr. i odksz.	Odkształcenia i naprężenia		
		Odkształcenia	$\Delta \delta_{[k,m]}$	$\delta_{[k,m]} = \delta_{[k,m+1]} + \Delta \delta_{[k,m]}$
$\tau_{[m-1]}$	Stan początkowy.			
$\tau_{[m]}$	Swobodna odkształcalność warstw.		$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 	
	Stan równowagi i zgodności odkształ.			
$\tau_{[m+1]}$	Swobodna odkształcalność warstw.			
	Stan równowagi i zgodności odkształ.			

Rys.5.6. Ilustracja graficzna sposobu teoretycznego ujęcia problemu przez autora. ( $I_{i=1,2,3} = \infty$ )

Matematyczny zapis opisanego wyżej procesu jest następujący:

$$\delta_{[m]} = \delta_{[m-1]} + \Delta \delta_{[m]} \quad , \quad (5.8)$$

gdzie:

- $\bar{\sigma}_{[m]}$  - wektory naprężeń panujących na poszczególnych krawędziach warstw zdefiniowane w (5.9),
- $\Delta\bar{\sigma}_{[m]}$  - wektor przyrostów naprężeń na poszczególnych krawędziach warstw.

$$\bar{\sigma}_{[m]} = \{ \bar{\sigma}_{[1,m]}, \bar{\sigma}_{[2,m]}, \dots, \bar{\sigma}_{[k-1,m]}, \bar{\sigma}_{[k,m]}, \bar{\sigma}_{[k+1,m]}, \dots, \bar{\sigma}_{[2n-1,m]}, \bar{\sigma}_{[2n,m]} \}. \quad (5.9)$$

W podobny sposób należy interpretować wektor  $\Delta\bar{\sigma}_{[m]}$ , który będzie się określać wykorzystując poniższy układ liniowych niejednorodnych równań algebraicznych zapisany w formie macierzowej,

$$\Delta\bar{\sigma}_{[m]}^T = -K_{[m]}^{-1} \cdot S_{[m]}. \quad (5.10)$$

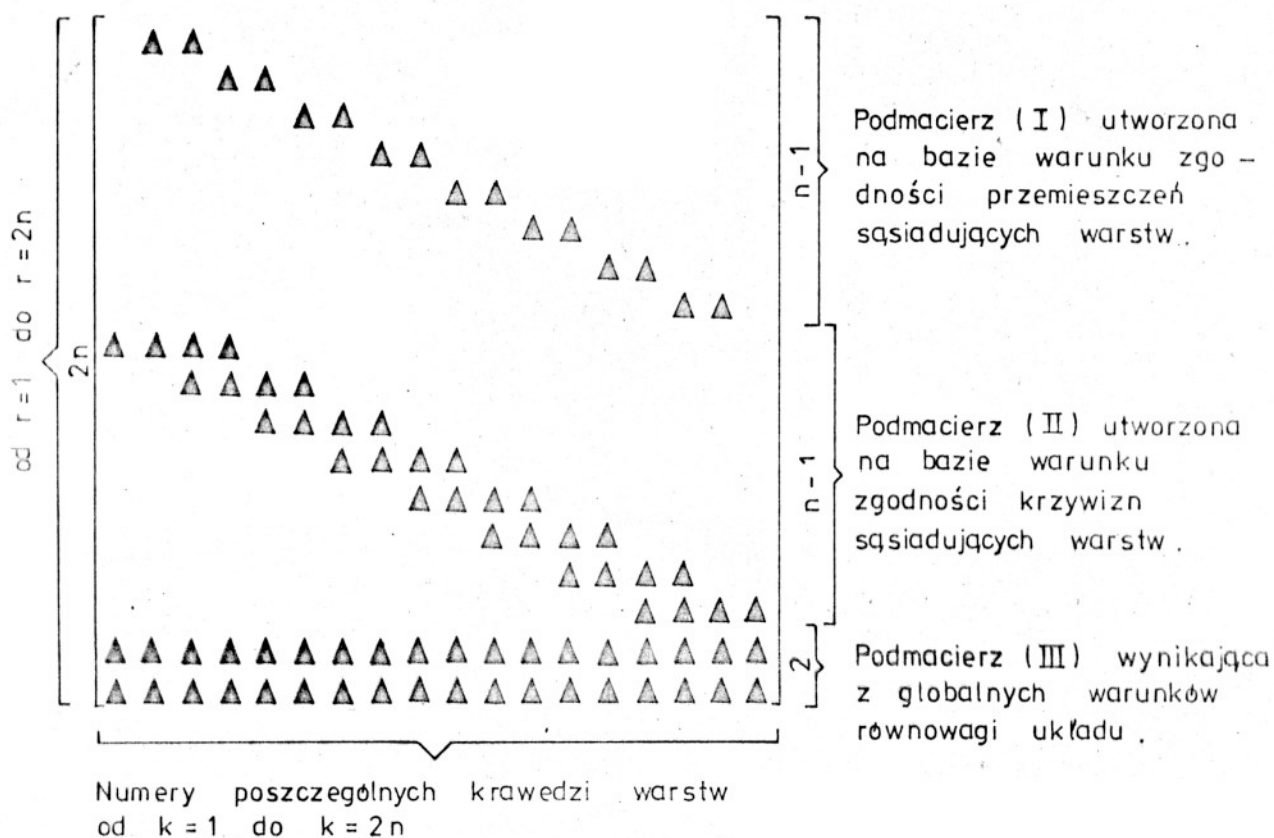
Macierz  $K_{[m]}$  zwana dalej macierzą główną problemu ma wymiar  $2n \times 2n$  i zbudowana jest z trzech podmacierzy, co wynika z faktu, iż do rozwiązania problemu wykorzystano:

- warunki zgodności odkształceń sąsiadujących ze sobą warstw,
- warunki zgodności krzywizn tych warstw,
- warunki równowagi sił zapisane dla całego przekroju.

W podobny sposób buduje się wektor wyrazów wolnych  $S_{[m]}$  o wymiarze  $2n \times 1$ , którego elementy są tworzone zgodnie z warunkami podanymi wyżej.

### 5.2.3. Algorytm matematyczny

W podrozdziale tym zostaną podane ważniejsze formuły niezbędne dla określenia członów równania (5.10).



Rys. 5.7 . Obraz graficzny macierzy  $K_{[m]}$  w przypadku podziału przekroju na 9 warstw .

Na rys. 5.7 pokazano postać głównej macierzy problemu, gdzie niewypełnione pola odpowiadają wyrazom zerowym.

Poszczególne podmacierze są budowane w następujący sposób:

— podmacierz I dla  $1 < r-i \leq n-1$

gdy  $k = 2i, 2i+1,$

$$a_{[r,k,m]} = 0, \quad (5.11)$$

gdy  $k = 2i$

$$a_{[r,k,m]} = \frac{1}{E_{[i]}}, \quad (5.12)$$

$k = 2i+1$

$$a_{[r,k,m]} = -\frac{1}{E_{[i]}}, \quad (5.13)$$

— podmacierz II dla  $n \leq r = n + i \leq 2n - 2$

gdy  $k \neq 2i - 1, 2i, 2i + 1, 2i + 2$

$$a_{[r,k,m]} = 0, \quad (5.14)$$

dla  $k = 2i - 1$

$$a_{[r,k,m]} = \frac{1}{E_{[i]} \cdot h_{[i]}}, \quad (5.15)$$

dla  $k = 2i$

$$a_{[r,k,m]} = -\frac{1}{E_{[i]} \cdot h_{[i]}}, \quad (5.16)$$

dla  $k = 2i + 1$

$$a_{[r,k,m]} = \frac{1}{E_{[i+1]} \cdot h_{[i+1]}}, \quad (5.17)$$

dla  $k = 2i + 2$

$$a_{[r,k,m]} = -\frac{1}{E_{[i+1]} \cdot h_{[i+1]}}, \quad (5.18)$$

— podmacierz III

dla  $r = 2n - 1$

gdy  $k = 2i - 1, 2i \quad 1 \leq i \leq n$

$$a_{[r,k,m]} = \frac{1}{2} F_{[i]}, \quad (5.19)$$

gdzie  $F_{(i)}$  - pole powierzchni przekroju poprzecznego

$i$  - tej warstwy,



dla  $r = 2n$

gdy  $k = 2i - 1$   $1 \leq i \leq n$

$$a_{[r,k,m]} = \frac{1}{2} w_{[i]} - \frac{1}{2} F_{[i]} \cdot z_{[i]}, \quad (5.20)$$

gdy  $k = 2i$   $1 \leq i \leq n$

$$a_{[r,k,m]} = -\frac{1}{2} w_{[i]} - \frac{1}{2} F_{[i]} z_{[i]}. \quad (5.21)$$

We wzorach (5.20 i 5.21)  $w_{[i]}$  - oznacza wskaźnik zginania przekroju  $i$ -tej warstwy, a  $z_{[i]}$  odległość środka ciężkości  $i$ -tej warstwy od górnej krawędzi warstwy pierwszej ( $k = 1$ ) - rys.5.5. Przedstawione wzory zostały wyprowadzone przy założeniu, że naprężenia ściskające są dodatnie.

Szczegółowego wyjaśnienia wymaga jeszcze sens fizyczny i budowa wektora wyrazów wolnych  $S_{[m]}$  :

$$S_{[m]} = \left[ \begin{array}{c} S_{[1]} \\ S_{[2]} \\ \vdots \\ S_{[r-1]} \\ S_{[r]} \\ S_{[r+1]} \\ \vdots \\ S_{[n-1]} \\ S_{[n]} \\ S_{[n+1]} \\ S_{[n+2]} \\ \vdots \\ S_{[2n-2]} \\ S_{[2n-1]} \\ S_{[2n]} \end{array} \right] \quad \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} S_{[1]} \\ S_{[2]} \\ \vdots \\ S_{[r-1]} \\ S_{[r]} \\ S_{[r+1]} \\ \vdots \\ S_{[n-1]} \end{array} \right\} n-1 \\ \left. \begin{array}{l} S_{[n]} \\ S_{[n+1]} \\ S_{[n+2]} \\ \vdots \\ S_{[2n-2]} \\ S_{[2n-1]} \\ S_{[2n]} \end{array} \right\} n-1 \\ \left. \begin{array}{l} S_{[2n-1]} \\ S_{[2n]} \end{array} \right\} 2n \end{array} \right\} m \end{array} \right\} \quad (5.22)$$

- pierwsze  $n-1$  wyrazów stanowią różnicę odkształceń stykających się krawędzi sąsiednich warstw mających pełną swobodę deformacji,
- następne wyrazy od  $n-1$  do  $2n-2$  to różnice między krzywiznami sąsiednich warstw mających możliwość nieograniczonych deformacji,
- ostatnie dwa wyrazy wektora  $S[m]$  są różne od zera tylko wówczas, gdy rozpatruje się wpływ obciążeń zewnętrznych.

W przypadku gdy rozważamy proces redystrybucji stanu naprężeń w przekroju dźwigara w warunkach ustalonych czynników zewnętrznych wektor  $S[m]$  przyjmuje postać:

$$S[m] = \left[ \begin{array}{c} S[1] \\ S[2] \\ \vdots \\ S[r-1] \\ S[r] \\ S[r+1] \\ \vdots \\ S[n-1] \\ S[n] \\ S[n+1] \\ \vdots \\ S[2n-2] \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \cdot m \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} S[1] \\ S[2] \\ \vdots \\ S[r-1] \\ S[r] \\ S[r+1] \\ \vdots \\ S[n-1] \\ S[n] \\ S[n+1] \\ \vdots \\ S[2n-2] \\ 0 \\ 0 \end{array}} \right\} 2n-2 \quad (5.23)$$

Elementy 1 grupy

$$\text{dla } 1 \leq r = i \leq n-1$$

$$k = 2r$$

$$S[r,m] = -\Delta \epsilon_o[k,m] + \Delta \epsilon_o[k+1,m] \quad (5.24)$$

Elementy 2 grupy

$$\text{dla } n \leq r = n+i-1 \leq 2n-2$$

$$k = 2(r-n+1)$$

$$S_{[r]m} = - \frac{1}{h_{[i]}} \left[ \Delta \varepsilon_o[k-1,m] - \Delta \varepsilon_o[k,m] \right] + \frac{1}{h_{[i+1]}} \left[ \Delta \varepsilon_o[k+1,m] + \Delta \varepsilon_o[k+2,m] \right] . \quad (5.25)$$

Występujące we wzorach (5.24 i 5.25) wyrażenie  $\Delta \varepsilon_o [k, m]$  należy interpretować zgodnie z rys. 5.6 jako odkształcenia swobodne poszczególnych krawędzi warstw, pojawiające się na przestrzeni interwału czasowego  $\tau_{[m]}, \tau_{[m+1]}$ .

Analizując wpływ zmiany warunków zewnętrznych np. obciążenia na stan naprężeń w niejednorodnym pręcie warstwowym będzie się wykorzystywać wektor wyrazów wolnych w takiej postaci:

$$S_{[m]} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N \\ M \end{array} \right\} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N \\ M \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 2n \\ m \end{array} \quad (5.26)$$

Za dodatnie uważa się; ściskającą siłę osiową  $N_{[m]}$  i rozciągający dolne włókna warstwy moment gnący,  $M_{[m]}$ . Aby można było przystąpić do zaprogramowania problemu na MC, należy wyjaśnić w jaki sposób wyznacza się swobodne przyrosty odkształceń.

Trzeba tu z góry zaznaczyć, że z uwagi na ograniczoną pojemność pamięci MC przedstawiany algorytm zawężono do opisu procesów redystrybucji stanu naprężeń przebiegających w ustalonych warunkach higrometrycznych środowiska.

Oczywiście przyrosty swobodne odkształceń lepkich i plastycznych będzie się określać wykorzystując związki przedstawione w rozdziale 4., zapisane w postaci przydatnej do dyskretnej analizy numerycznej.

$$\Delta \epsilon_{o,l}[k,m] = \sum_{l=0}^m \Delta \delta [k,l] \cdot c_l [l,m]. \quad (5.27)$$

Wzór ten określa odkształcenia lepkie elementu betonowego w chwili  $\tau [m]$  wywołane przyrostami obciążeń przykładanych w momentach  $l$  ( $0 \leq l \leq m$ ).

Oznaczenie  $c_l [l,m]$  należy rozumieć jako  $c_l [\tau_{[l]}, (\tau_{[m]} - \tau_{[l]})]$  według (4.34).

Parametry dyskretyzacji  $[m]$  i  $[l]$  należy interpretować zgodnie z rys. 5.8.

Odkształcenia plastyczne wyznacza się ze wzoru (4.56) gdzie maksymalny względny stopień wyężenia betonu określany jest jako:

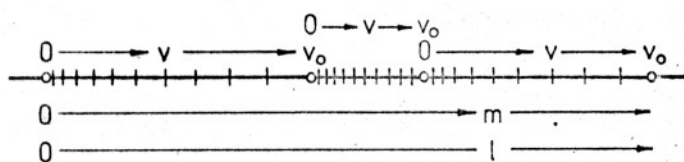
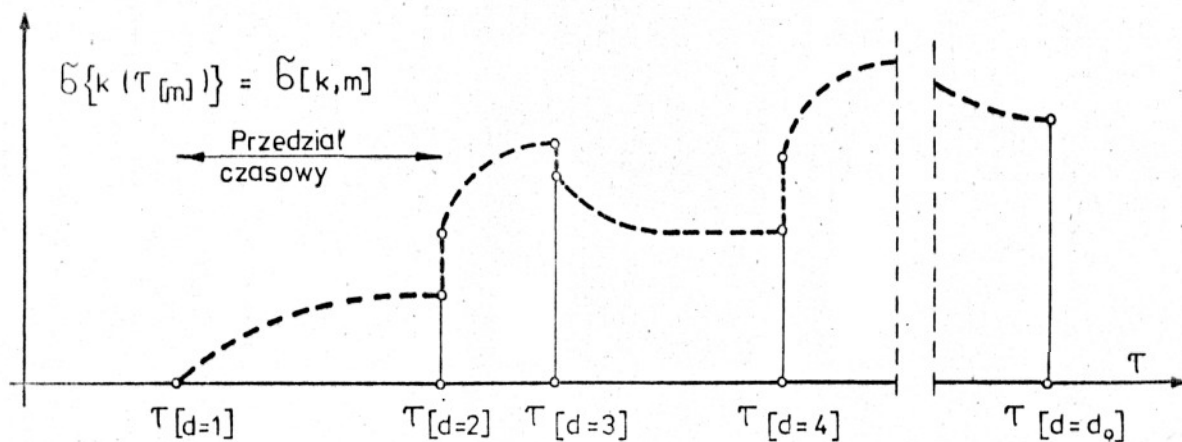
$$\eta_{\max} [k,m] = \max (\eta [k,l]), \quad \text{gdzie } l = 0, 1, 2, 3, \dots, m-1, m, \quad (5.28)$$

a

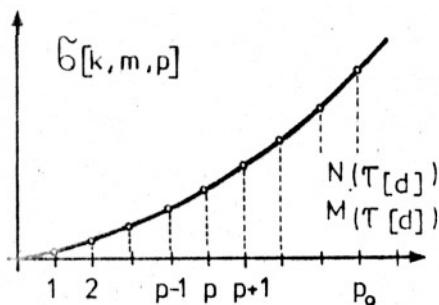
$$\eta [k,m] = \sum_{l=0}^m \frac{\Delta \delta [k,l]}{R[l]}. \quad (5.29)$$

Szczegółowe objaśnienie przedstawionych tu wzorów stanowi rys. 5.8.

Związek między czasowymi współrzędnymi lokalnymi "v" a globalnymi "m" jest następujący:



Oznaczenie lokalne interwałów czasowych.  
 Oznaczenia globalne interwałów czasowych.



$p$  - numer kolejnego przyrostu obciążenia ,

$p_0$  - liczba przyrostów na ,  
 które podzielono obciążenie zewnętrzne .

Rys. 5.8 Dyskretyzacja czasu i obciążenia przyjęta w algorytmie autora .

$$m = v + v_0(d-1). \quad (5.30)$$

Odpowiadający współrzędnym globalnym parametr czasowy wyliczamy ze wzoru:

$$\tau[m] = \tau[d] + (\tau[d+1] - \tau[d]) \cdot \frac{(1+v) \cdot v}{(1+v_0) \cdot v_0}. \quad (5.31)$$

Jak łatwo zauważyć w przedstawionym algorytmie przedziały czasowe podzielono na interwały o długościach rosnących w postępie arytmetycznym od ich początku. Podział taki jest uzasadniony przebiegiem analizowanych zjawisk i dzięki niemu uzyskuje się większą dokładność bez zwiększania liczby interwałów w przedziale a tym samym czasu obliczeń.

Ogólny schemat blokowy algorytmu pokazano na rys. 5.9.

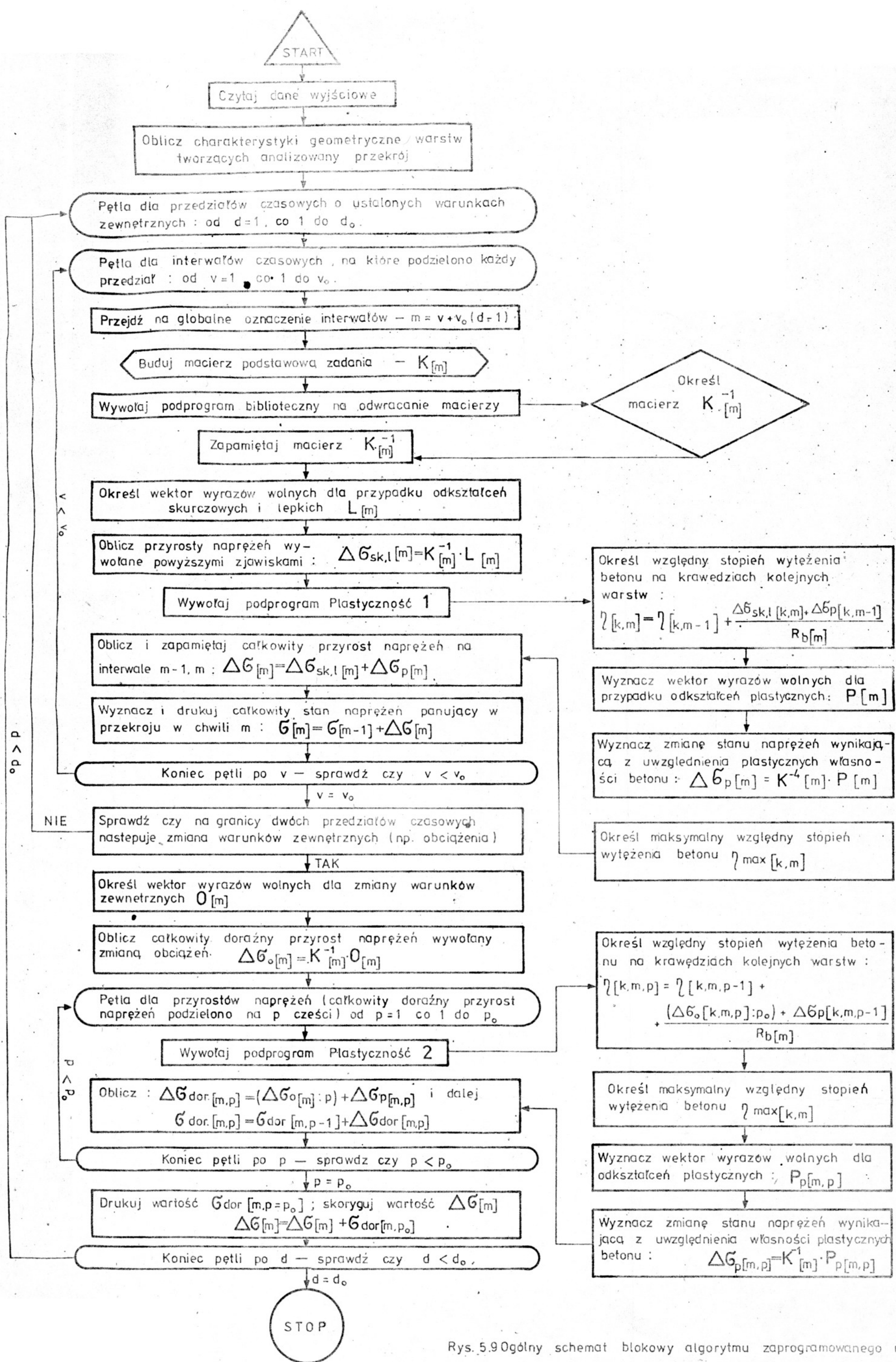
#### 5.2.4. Program na M.C.

Przedstawiony w poprzednim rozdziale algorytm (rys. 5.9) zaprogramowano na maszyny cyfrowe serii Odra 1300 w języku FORTRAN.

Program opracowano przy następujących założeniach:

- maksymalna ilość warstw na jakie można podzielić analizowany przekrój wynosi 10 ( $n \leq 10$ ),
- liczba przedziałów czasowych  $\langle \tau[d_i], \tau[d_{i+1}] \rangle$  nie może przekraczać 10,
- każdy przedział czasowy dzieli się na najwyżej 25 interwałów ( $v_0 \leq 25$ ),
- niejednorodny przekrój betonowy może się składać z czterech różnych materiałów (dwa rodzaje betonu i dwa stali).





Rys. 5.90 ogólny schemat blokowy algorytmu zaprogramowanego na MC.



Czas obliczeń zależny jest od wielkości zadania i przy założeniu maksymalnych parametrów nie przekracza 11 minut. Na rys. 5.10 przedstawiono wyniki analizy numerycznej dźwigara zespolonego świadczące o sprawności programu. Rezultaty obliczeń przedstawione na tym rysunku wykazują, że wielkość zmian stanu naprężeń zachodzących w dźwigarze jest funkcją wzajemnego stosunku cech fizycznych nadbetonu i belki.

W tabelach 5.1, 5.2 i 5.3 podjęto próbę optymalizacji liczby interwałów, którą w oparciu o przedstawiony materiał oszacowano na  $v_0 = 10$ . Trzeba jednak zaznaczyć, że wyniki uzyskane przy  $v_0 = 5$  różnią się już tylko o 4 % od tych, które otrzymano przy  $v_0 = 20$ .

Tabela 5.1

Próba określenia optymalnej liczby interwałów czasowych.		
Początkowy stan naprężeń w analizowanej belce sprężonej.		Analizuje się przekrój belki sprężonej pokazany na rys. 7.7.
SIGMA( 1, 15) =	0.0023010980	Dane wyjściowe według tabeli 7.4.
SIGMA( 2, 15) =	0.0333004146	Sprężenie belki po 9 d.
SIGMA( 3, 15) =	-5.9272540922	Obciążenie momentem $M_0 = 55800 \text{ daNcm}$ po 110 dobach.
SIGMA( 4, 15) =	-5.9186258346	Liczba warstw $n = 10$ .
SIGMA( 5, 15) =	0.0340388907	Liczba krawędzi = 20
SIGMA( 6, 15) =	0.0626684346	$p_0 = 10$
SIGMA( 7, 15) =	0.0626684346	$v_0$ - zmienne
SIGMA( 8, 15) =	0.0894439355	Naciąg początkowy strun jak w [51]
SIGMA( 9, 15) =	0.0894439355	
SIGMA(10, 15) =	0.1139934374	
SIGMA(11, 15) =	0.1139934374	
SIGMA(12, 15) =	0.1359526376	
SIGMA(13, 15) =	-10.9685590037	
SIGMA(14, 15) =	-10.9599307461	
SIGMA(15, 15) =	0.1364669665	
SIGMA(16, 15) =	0.1559049961	
SIGMA(17, 15) =	-10.6120711033	
SIGMA(18, 15) =	-10.6034428458	
SIGMA(19, 15) =	0.1563538674	
SIGMA(20, 15) =	0.1730206803	

Tabela 5.2

Stan naprężeń w analizowanym przekroju po 110 dobach – próba określenia optymalnej liczby interwałów czasowych.					
$\sigma$ [k,m]	Naprężenia na krawędziach poszczególnych warstw analizowanego przekroju (rysunek 5.11 i tab.7.4) wyznaczone przy różnym podziale przedziałów czasowych na interwały.				
	$v_0 = 20$	$v_0 = 15$	$v_0 = 10$	$v_0 = 5$	$v_0 = 2$
SIGMA( 1, 40) =	0.0059183549	0.0061139641	0.0056471655	0.0055882189	0.0038342411
SIGMA( 2, 40) =	0.0284653822	0.0284316312	0.0284984743	0.0291616749	0.0269534949
SIGMA( 3, 40) =	-4.7828801966	-4.7825835825	-4.7777188503	-4.7671567609	-4.7414070897
SIGMA( 4, 40) =	-4.7682156048	-4.7680345958	-4.7627766196	-4.7515711333	-4.7247152246
SIGMA( 5, 40) =	0.0290160965	0.0289764481	0.0290576502	0.0297463856	0.0275042198
SIGMA( 6, 40) =	0.0497995661	0.0497509916	0.0497990057	0.0496655507	0.0498824832
SIGMA( 7, 40) =	0.0497995661	0.0497509916	0.0497990057	0.0496655507	0.0498824832
SIGMA( 8, 40) =	0.0699917868	0.0699437006	0.0699591016	0.0693166710	0.0708415406
SIGMA( 9, 40) =	0.0699917868	0.0699437006	0.0699591016	0.0693166710	0.0708415406
SIGMA(10, 40) =	0.0893005205	0.0892520605	0.0892218668	0.0883867772	0.0900908822
SIGMA(11, 40) =	0.0893005205	0.0892520605	0.0892218668	0.0883867772	0.0900908822
SIGMA(12, 40) =	0.1074783442	0.1074339871	0.1073525647	0.1066574285	0.1073458768
SIGMA(13, 40) =	-8.9247751852	-8.9217439212	-8.9152891828	-8.8924854887	-8.8396553477
SIGMA(14, 40) =	-8.9106412923	-8.9075924630	-8.9011303493	-8.8782551782	-8.8252649650
SIGMA(15, 40) =	0.1079173709	0.1078731749	0.1077903998	0.1071031117	0.1077505610
SIGMA(16, 40) =	0.1251103460	0.1250751775	0.1249343551	0.1247506791	0.1230691284
SIGMA(17, 40) =	-8.3408146612	-8.3370576595	-8.3302981987	-8.3045413451	-8.2450975919
SIGMA(18, 40) =	-8.3266807684	-8.3229062011	-8.3161393652	-8.2903110349	-8.2307072090
SIGMA(19, 40) =	0.1255238030	0.1254889233	0.1253465711	0.1251801851	0.1234235368
SIGMA(20, 40) =	0.1416342538	0.1416138145	0.1414059200	0.1421428718	0.1366136249

Naprężenia podane w niniejszej tabeli wyrażono w  $T/cm^2$



Tabela 5.3

Stan naprężeń w analizowanym przekroju po 200 dobach – próba określenia optymalnej liczby interwałów czasowych.					
$\bar{\sigma}[k,m]$	Naprężenia na krawędziach poszczególnych warstw analizowanego przekroju (rysunek 5.11 i tab.7.4) wyznaczone przy różnym podziale przedziałów czasowych na interwały:				
	$v_0 = 20$	$v_0 = 15$	$v_0 = 10$	$v_0 = 5$	$v_0 = 2$
SIGMA( 1, 60) =	0.1758567853	0.1759934252	0.1756587813	0.1757089916	0.1716882891
SIGMA( 2, 60) =	0.1513985164	0.1513786092	0.1514337313	0.1517886741	0.1494449914
SIGMA( 3, 60) =	-1.8891929323	-1.8885997530	-1.8836392396	-1.8708387445	-1.8422198103
SIGMA( 4, 60) =	-1.8980514366	-1.8975849613	-1.8922500051	-1.8788789146	-1.8493417414
SIGMA( 5, 60) =	0.1507849505	0.1507611052	0.1508262275	0.1511890237	0.1488898649
SIGMA( 6, 60) =	0.1252603571	0.1252215796	0.1252350284	0.1251470719	0.1254299265
SIGMA( 7, 60) =	0.1252603571	0.1252215796	0.1252350284	0.1251470719	0.1254299265
SIGMA( 8, 60) =	0.0991230602	0.0990805492	0.0990643763	0.0984269007	0.1014478016
SIGMA( 9, 60) =	0.0991230602	0.0990805492	0.0990643763	0.0984269007	0.1014478016
SIGMA(10, 60) =	0.0676405214	0.0676057718	0.0675785648	0.0669980726	0.0699119835
SIGMA(11, 60) =	0.0676405214	0.0676057718	0.0675785648	0.0669980726	0.0699119835
SIGMA(12, 60) =	0.0340462977	0.0340234654	0.0339741287	0.0336877728	0.0344716370
SIGMA(13, 60) =	-9.8715933979	-9.8700776431	-9.8665967067	-9.8534405606	-9.8284347770
SIGMA(14, 60) =	-9.8809826010	-9.8794603801	-9.8759908691	-9.8628360477	-9.8378581902
SIGMA(15, 60) =	0.0332021283	0.0331796277	0.0331298264	0.0328510606	0.0335755629
SIGMA(16, 60) =	-0.0012980209	-0.0013056120	-0.0013705389	-0.0013307023	-0.0032786854
SIGMA(17, 60) =	-10.2595207911	-10.2577378668	-10.2547290041	-10.2416275879	-10.2177755963
SIGMA(18, 60) =	-10.2689099946	-10.2671206036	-10.2641231668	-10.2510230753	-10.2271990095
SIGMA(19, 60) =	-0.0021657110	-0.0021728927	-0.0022381024	-0.0021900404	-0.0042114689
SIGMA(20, 60) =	-0.0376616342	-0.0376506174	-0.0377232538	-0.0373296969	-0.0426198479

Naprężenia podane w niniejszej tabeli wyrażono w  $T/cm^2$ .

## 6. BADANIA EKSPERYMENTALNE

W rozdziale tym autor przedstawi wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych w tutejszym instytucie, a także w innych ośrodkach.

### 6.1. Badania autora

Badania eksperymentalne, których wyniki przedstawiono w niniejszej pracy zostały przeprowadzone w Pracowni Mostowej Laboratorium Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej w okresie od 19 maja 1976 roku do 31 sierpnia 1977 nie wliczając czasu przygotowań i badań wstępnych.

Eksperyment przeprowadzono na dźwigarach zespolonych typu stal-żelbet.

Autor zdaje sobie sprawę z tego, że doświadczenia na dźwigarach typu beton sprężony - żelbet byłyby bardziej interesujące i pozwoliłyby na kompleksową weryfikację rozwiązań teoretycznych.

Decyzja o ograniczeniu zakresu badań do dźwigarów typu stal-żelbet była spowodowana następującymi czynnikami:

- wyznaczenie stanu naprężeń w betonie w oparciu o pomiar odkształceń lub przemieszczeń jest trudne, gdyż mierzone wielkości są sumą odkształceń lub przemieszczeń wywołanych przez różne wpływy, w związku z tym stan naprężeń w betonie może być oszacowany z dokładnością do przyjętej teorii pełzania (niejednoznacznie),
  - badania takie wymagają zainstalowania dwukrotnie większej liczby urządzeń badawczych (pełzarek) niezbędnych do wyznaczenia parametrów charakteryzujących badane betony. (Uwaga ta była aktualna przed podjęciem badań, gdyż obecnie wykorzystując twierdzenia podane w rozdziale 4.2 możemy znacznie ograniczyć te badania.)
- Z przyczyn zarówno technicznych jak i lokalowych podjęcie tak obszernych badań było niemożliwe.



### 6.1.1. Cel badań

Celem badań było stworzenie podstaw doświadczalnych, pozwalających na opracowanie rozwiązania teoretycznego problemu, wolnego od wszystkich dostrzeganych obecnie mankamentów.

W szczególności autor koncentruje się na weryfikacji dwóch podstawowych założeń, na których opierają się dotychczasowe ujęcia teoretyczne tego zagadnienia jak na przykład: [27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 38, 40, 48, 49, 50, 51, 52, 58, 60, 61, 62, 80, 81, 82, 87, 105, 109, 112, 116, 120, 123, 135, 138, 148, 152, 164, 168, 169, 171, 172].

Założenia te podano niżej:

- łączny efekt wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w dźwigarach zespolonych jest ich superpozycją,
- wpływ obciążeń zmiennych na rozważaną zmianę stanu naprężenia jest znikomo mały i może być pominięty.

Przeprowadzone badania winny określić na ile powyższe założenia są słuszne.

### 6.1.2. Założenia badań

Planując badania eksperymentalne przyjęto a priori pewne ograniczające je założenia:

- maksymalny stopień wytężenia betonu stanowiącego dźwigar zespolony nie może przekraczać 0,6,
- rozpoczęcie pomiaru zmiany stanu odkształceń i przemieszczeń nastąpi po 10 dniach, od chwili betonowania,
- uchodzący uwadze stan odkształceń konstrukcji (0 - 10 d) jest znikomo mały, co uzyskano dzięki odpowiedniej pielęgnacji betonu - warunki higrometryczne środowiska optymalne ( $W = 100\%$ ) i może być pominięty,
- w czasie przebiegu eksperymentu wahania temperatury i wilgotności względnej powietrza winny być ograniczone, tzn. ogranicza się badania do przypadku stałych warunków higrotermicznych środowiska.

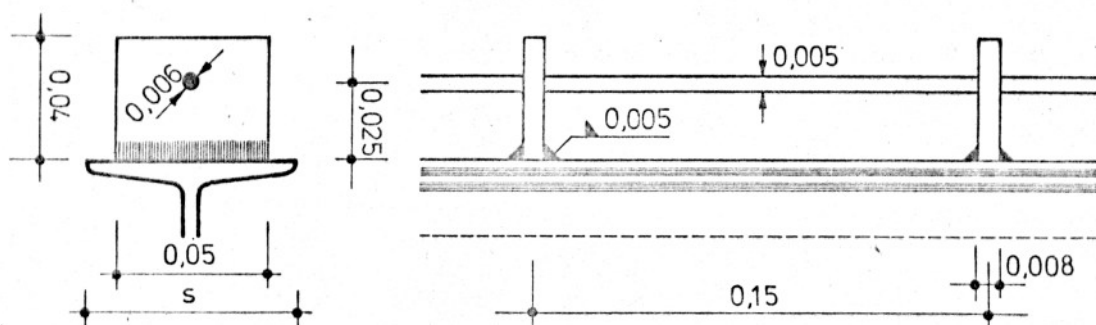
### 6.1.3. Przygotowanie eksperymentu

Podjęcie tego rodzaju badań eksperymentalnych wymagało przygotowania zarówno oprzyrządowania (stanowiska badawcze, osprzęt pomiarowy) jak i elementów stanowiących przedmiot badań. Programując eksperyment wykorzystano doświadczenia innych badaczy dotyczące konstrukcji stanowisk badawczych [63,174], technik pomiarowych [51, 63, 94, 121, 163, 174] a także technologii przygotowania przedmiotów badań [26, 51, 63, 74, 94, 174].

#### 6.1.3.1. Przygotowanie dźwigarów zespolonych i pozostałych elementów betonowych

##### Elementy stalowe dźwigara zespolonego

Elementem stalowym dźwigara zespolonego jest belka dwuteowa IE 140. Sztywną współpracę z częścią betonową dźwigara w zakresie przewidywanych obciążeń zapewniają pokazane na poniższym rysunku łączniki.



Rys. 6.1. Łączniki zastosowane w badaniach autora.

Typ łączników starano się dobrać tak, by ich wpływ na sztywność giętną elementu stalowego był pomijalny (rys. 6.14).

Przygotowując elementy betonowe do badań zwrócono uwagę na to, by wyeliminować wpływ ortotropii betonu [100] i skali elementów na uzyskane wyniki. Udało się to osiągnąć we wszystkich elementach betonowych, z wyjątkiem próbek walcowych, w których obciążenie przykładane podczas badań wywołuje stan naprężeń prostopadły do warstw betonu, a nie równoległy jak to ma miejsce w pozostałych próbkach i dźwigarach zespolonych.

Tak przygotowane formy dźwigarów i próbek (próbki walcowe wykonano w standartowych formach stalowych) wypełniono betonem wykonanym w jednym zarobie. Skład betonu użytego do badań podano w tabeli 6.1

Tabela 6.1.

Skład betonu użytego do badań					
Seria badań	Marka betonu MN·m <sup>-2</sup>	$\frac{w}{c}$ w-woda	Ilość materiałów w daN na 1m <sup>3</sup> betonu		
			cement port. 350 C	piasek P	żwir Z
I	30	0,4	325	650	1 300
II	17	0,4	250	700	1 400
Maksymalna średnica ziaren kruszywa nie przekracza 0,02m, co czyni zadość wymaganiom normy [140]					

Beton dla obu serii badań zakupiono w Dolnośląskim Przedsiębiorstwie Budownictwa Przemysłowego. Do jego transportu użyto przystosowanego do tego celu samochodu tzw. Star-betu.

Po ułożeniu betonu w formach zawibrowano go przy użyciu wibratorów powierzchniowych. Czas wibrowania z uwagi na wymiary elementów ograniczono do 10 sek.

Po zakończeniu wibrowania zewnętrzne powierzchnie elementów betonowych wyrównano i wygładzono.

Zestawienie pozostałych prac, ich chronologię dla obu serii badań oraz ilości wykonanych elementów przedstawiono w tabeli 6.2.

Tabela 6.2.

Przygotowanie badań — opis technologii wykonania elementów betonowych														
Seria badań	Marka betonu użytego w badaniach	Elementy wykonane w dniu	Okres czasu, jaki upłynął od zabetonowania elementu do momentu:				Rodzaj i ilość wykonanych elementów							
			rozdeszkowania elementów betonowych	zaizolowania wybranych elementów	umieszczenia dźwigarów i próbek w komorze klimatyzowanej	rozpoczęcia pomiarów	Dźwigary zespolone jak w tab. 6.3		Elementy płytowe o wymiarach: 0,05×0,20×1,50 m		Próbki pryzmatyczne o wymiarach 0,05×0,05×0,40		Próbki cylindryczne o wymiarach $\Phi = 0,16$ i $h = 0,16m$	
							izolowane	Nie izolowane	Zbrojone $\mu = 0,0019$	Niezbrojone	izolowane	Nie izolowane		
Nr.	$\frac{MN}{m^2}$	Data												
I	30	19.05.1976	3	7 <sup>✓</sup>	7	10	—	6	3*	3*	—	72	12	
II	17	23.04.1977	3	6 <sup>✓</sup>	7	13	2	4	—	4*	6	66	3	

\* — aby uzyskać identyczną powierzchnię kontaktu przekroju poprzecznego elementów płytowych z atmosferą jak w dźwigarach zespolonych, pokryto izolacją część powierzchni badanych elementów (podłużny pasek o szerokości stopki dwuteownika IE 140 na dolnej powierzchni płyty)

✓ — okres pielęgnacji betonu.

Elementy betonowe dźwigara zespolonego  
i próbki betonu

Przygotowując badania wykonano odpowiednie formy drewniane dla dźwigarów zespolonych rys. 6.2 i różnego rodzaju elementów pomocniczych, takich jak płyty betonowe (zbrojone i niezbrojone) i próbki pryzmatyczne (rys. 6.3 i 6.4).



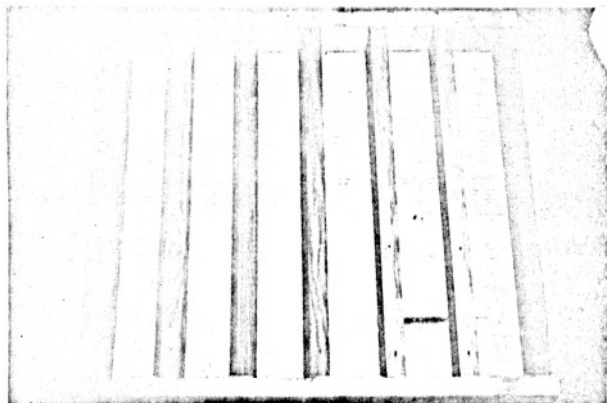
Rys. 6.2. Widok deskowania dźwigarów zespolonych przygotowanego do wypełnienia betonem. Badania I serii.

Deskowanie dźwigarów było wykonane w ten sposób, że elementy stalowe przenosiły zarówno jego ciężar jak i ułożonego w nim betonu.



Rys. 6.3. Formy drewniane służące do wykonania elementów płytowych, o identycznym jak część betonowa dźwigara zespolonego przekroju poprzecznym. (wymiary  $0,05 \times 0,20 \times 1,50$  m).

Elementy płytowe przygotowano w celu określenia swobodnego skurczu betonu miarodajnego dla części betonowej dźwigara zespolonego. Niektóre elementy płytowe posiadały zbrojenie podłużne (identyczne jak dźwigar zespolony) w postaci pręta o średnicy  $0,005$  m; pozwoliło to ocenić jego wpływ na przebieg swobodnego skurczu betonu w badanych elementach.



Rys. 6.4. Widok formy służącej do wykonania próbek, na których określone zostały cechy fizyczno - mechaniczne użytego do badań betonu.



Na rysunku obok pokazano w skali naturalnej przełom próbki pryzmatycznej, co pozwala wnioskować o strukturze betonu użytego w eksperymencie.

Wymiary geometryczne części betonowych dźwigarów zespolonych różniły się między sobą o mniej niż 2 %, co powodowało różnicę w sztywnościach giętnych dźwigarów rzędu 0,3 %.

Średnie wymiary przekrojów poprzecznych dźwigarów będących przedmiotem badań zestawiono w tabeli 6.3.



Rys. 6.5. Przełom próbki pryzmatycznej o wymiarach  $0,05 \times 0,05 \times 0,40$  m. I seria badań.

Tabela 6.3

Charakterystyka geometryczna dźwigarów zespolonych wykorzystanych w badaniach autora		Seria badań	
		I	II
<p>Przekrój poprzeczny</p>	$b = 0,2003$ m	$b = 0,1998$ m	
	$h = 0,0520$ m	$h = 0,0522$ m	
	$F = 0,010416$ m <sup>2</sup>	$F = 0,010429$ m <sup>2</sup>	
	$A = 0,0960$ m	$A = 0,0961$ m	
	$F_s = 0,001740$ m <sup>2</sup>		
	$J_s = 0,572 \cdot 10^{-5}$ m <sup>4</sup>		
	$A_s(\tau = 15 d) = 0,03915$ m	$A_s(\tau = 13 d) = 0,0355$ m	
	$J_d(\tau = 15 d) = 1,242 \cdot 10^{-5}$ m <sup>4</sup>	$J_d(\tau = 13 d) = 1,183 \cdot 10^{-5}$ m <sup>4</sup>	

6.1.3.2. Stanowiska badawcze

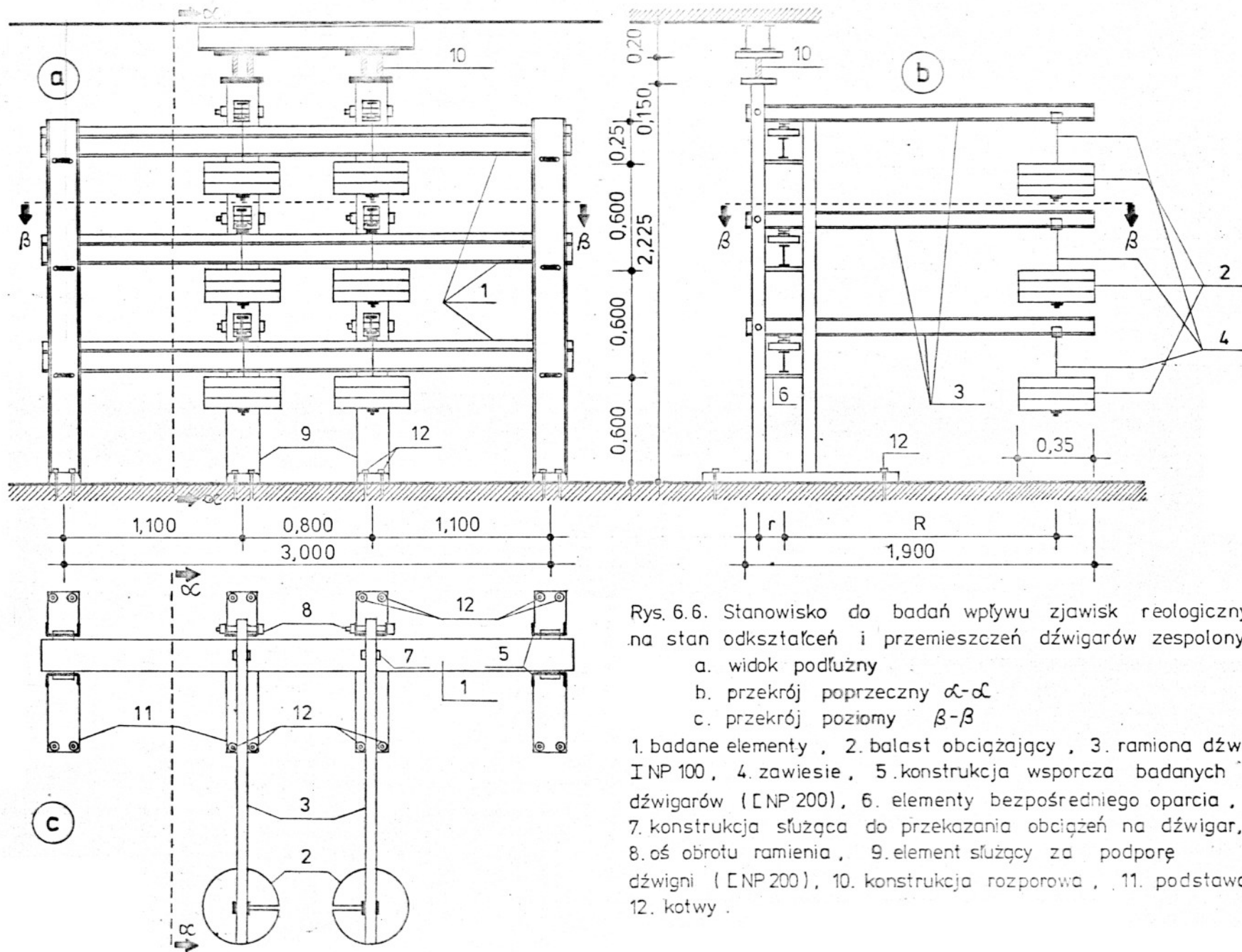
Stanowiska badawcze wykonano środkami Pracowni Mostowej. Ich rodzaj i ilość zestawiono w poniższej tabeli.

Tabela 6.4

Zestawienie rodzaju i ilości stanowisk badawczych wykonanych dla potrzeb eksperymentu				
Lp.	Rodzaj stanowiska badawczego	Rys.	Ilość	
1	Pełzarki dźwigniowe do badań podstawowych betonu (próbek betonowych pod długotrwałym obciążeniem)	6.8	15	
2	Stanowiska do badań efektów przebiegu zjawisk reologicznych w dźwigarach zespolonych poddanych długotrwałemu obciążeniu. Na jednym stanowisku badane są jednocześnie 3 dźwigary.	6.6 6.7	1	
3	Stanowiska do badań efektów przebiegu zjawisk reologicznych w dźwigarach zespolonych nieobciążonych* (wpływ skurczu betonu) Na jednym stanowisku badane są jednocześnie 3 dźwigary.	—	1	

Konstrukcję stanowisk badawczych i sposób ich wykorzystania w procesie eksperymentu pokazano na rysunkach: 6.6 - 6.8. Obciążenie pozwalające na uzyskanie zaprogramowanego stanu naprężeń w badanych elementach realizowano poprzez odpowiednie konstrukcje dźwigniowe, co gwarantowało praktycznie stałą w czasie jego wielkość.

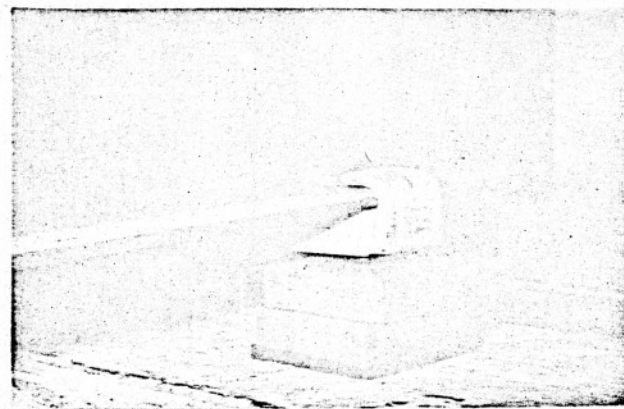
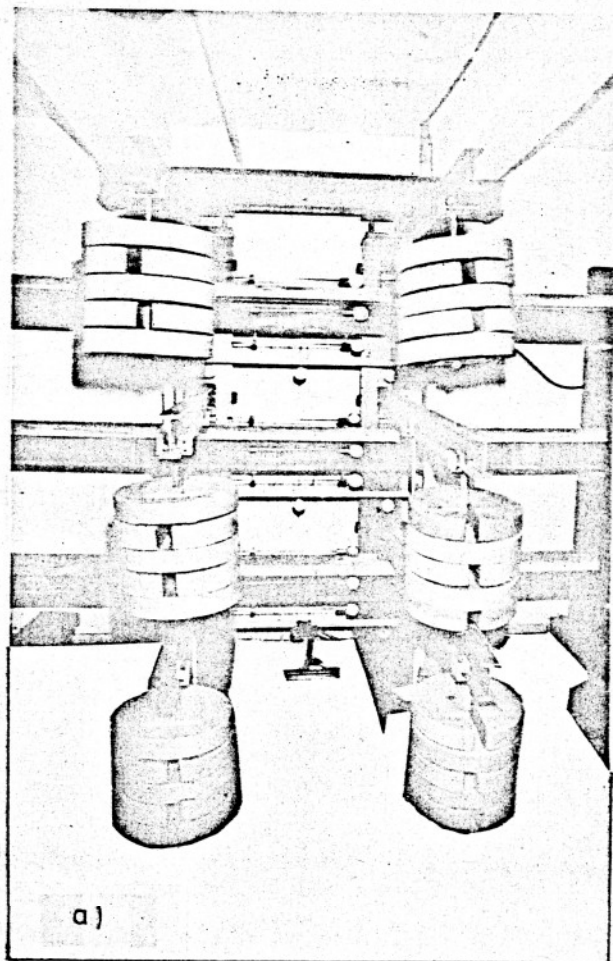
\* w drugiej serii badań zostały poddane obciążeniu 4 dźwigary w związku z czym zaszła konieczność przebudowy stanowiska wymienionego w wierszu 3, tabeli 6.4.



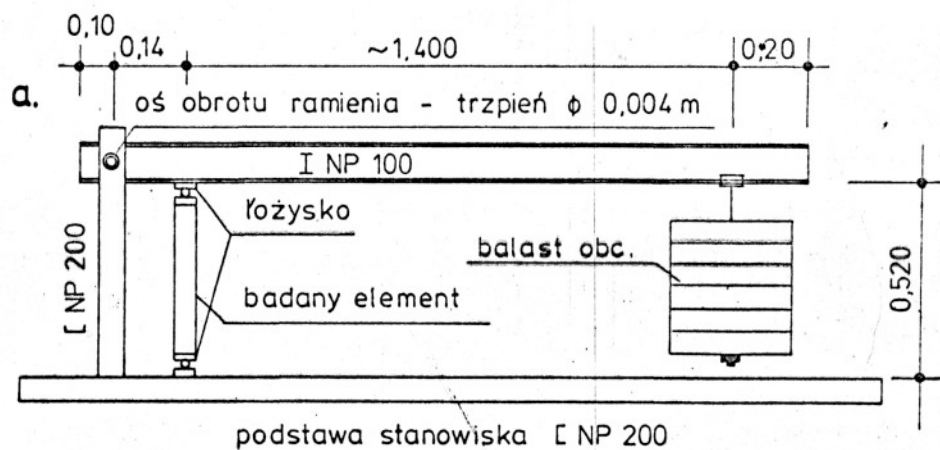
Rys. 6.6. Stanowisko do badań wpływu zjawisk reologicznych na stan odkształceń i przemieszczeń dźwigarów zespolonych

- a. widok podłużny
- b. przekrój poprzeczny  $\alpha-\alpha$
- c. przekrój poziomy  $\beta-\beta$

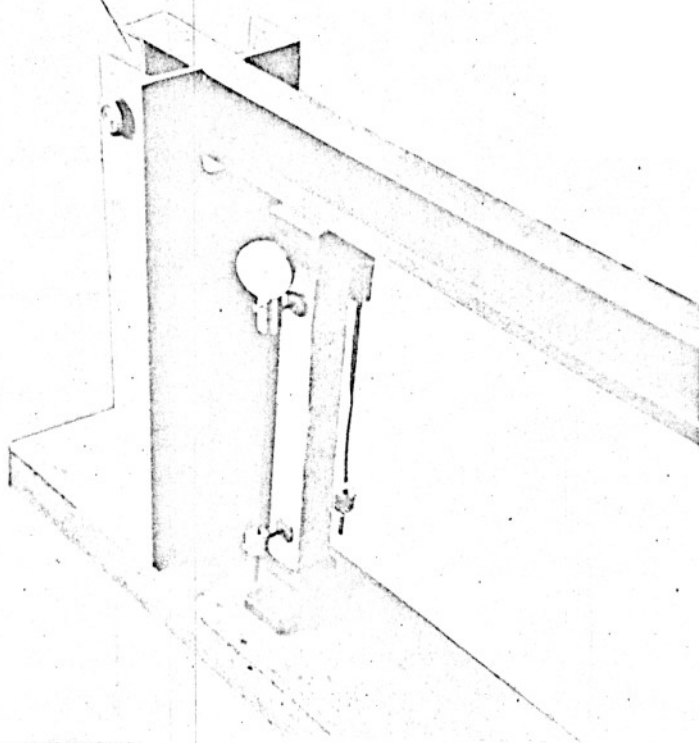
1. badane elementy , 2. balast obciążający , 3. ramiona dźwigni INP 100 , 4. zawiesie , 5. konstrukcja wsporcza badanych dźwigarów ( [NP 200] , 6. elementy bezpośredniego oparcia , 7. konstrukcja służąca do przekazania obciążeń na dźwigar , 8. oś obrotu ramienia , 9. element służący za podporę dźwigni ( [NP 200] , 10. konstrukcja rozporowa , 11. podstawa , 12. kotwy .



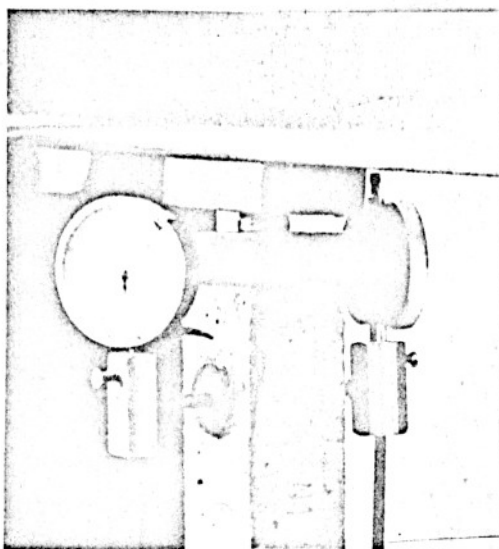
Rys. 6.7. Widok ogólny stanowiska badawczego ( którego konstrukcję pokazano na rys. 6.6 ) podczas badań - a ), b) - szczegóły:



b.



c.



Rys.6.8. Pełzarka dźwigniowa  
a. szkic urządzenia,  
b. widok urządzenia,  
c. łożysko

#### 6.1.4. Sposób pomiaru szukanych wielkości

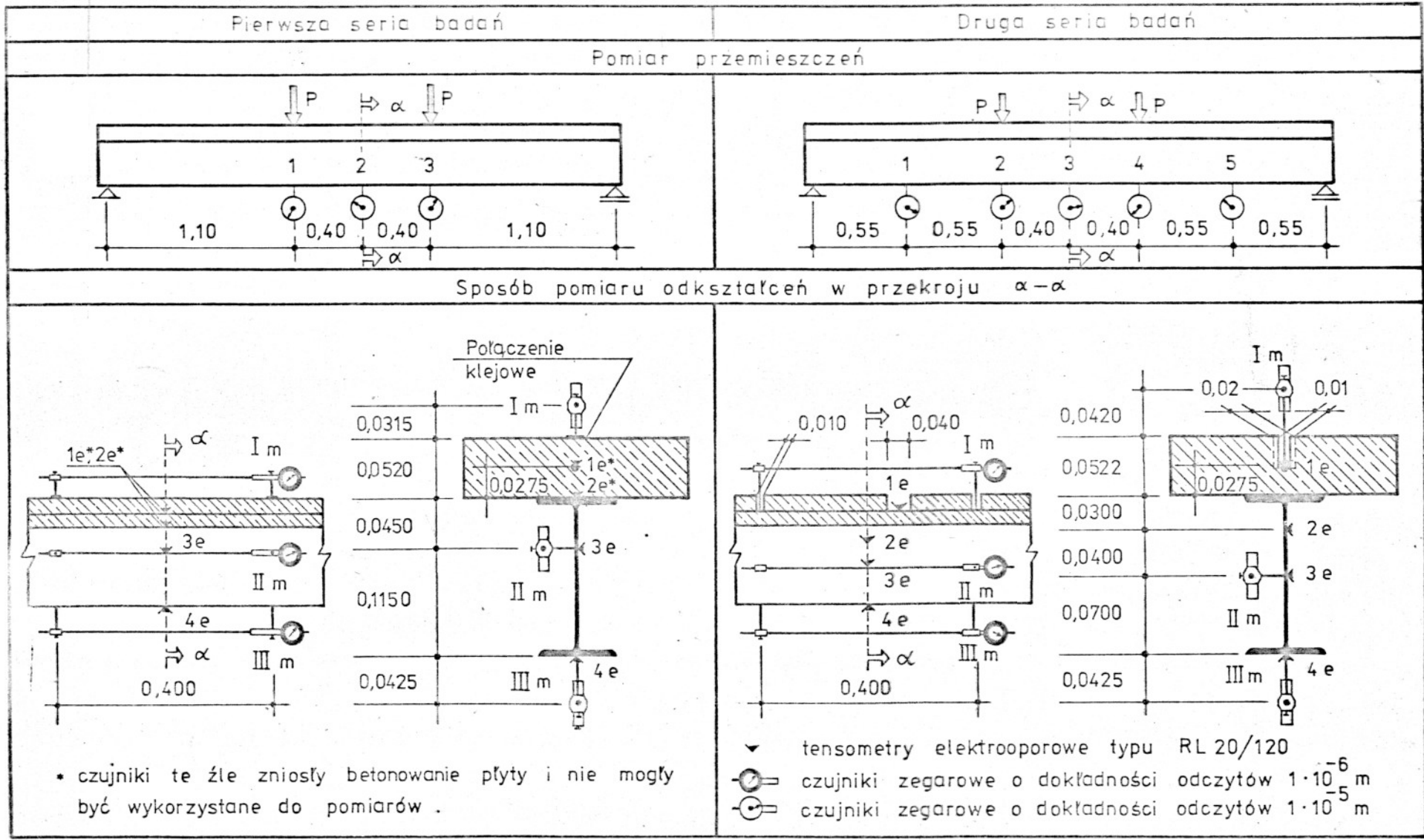
Istotnym elementem każdego eksperymentu jest pomiar wielkości, których określenie jest celem prowadzonego doświadczenia. Podstawowe dane dotyczące rodzaju i sposobu rozmieszczenia urządzeń pomiarowych na badanych elementach zamieszczono w tab. 6.5 i rys. 6.9.

W badaniach autora wykorzystano równolegle dwie techniki pomiarowe mechaniczną i elektrooporową.

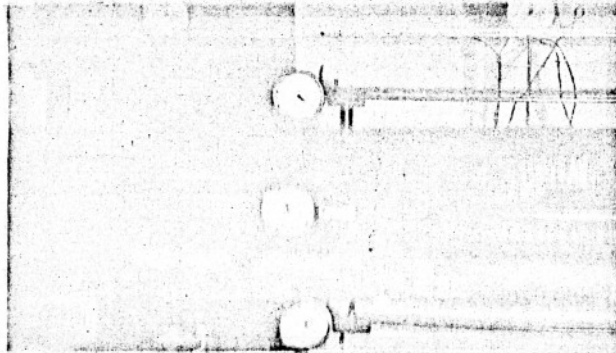
Tabela 6.5.

Zastosowane przyrządy pomiarowe				
Badany element	Mierzona wielkość	Zastosowane przyrządy pomiarowe	Długość bazy pomiarowej	Dokładność
Dźwigary zespolone	Przemieszczenia	Czujniki zegarowe	—	$10^{-5}$ m
	Odkształcenia	Czujniki zegarowe	0,400 m	$10^{-6}$ m
		Tensometry elektrooporowe RL/20/120	0,020 m	—
Próbki pryzmatyczne 0,005×0,005×0,40	Odkształcenia sprężyste, lepkie, plastyczne i skurczowe betonu.	Czujniki zegarowe	0,300 m	$10^{-6}$ m
Płyty betonowe 0,005×0,20×1,50	Odkształcenia skurczowe betonu	Czujniki zegarowe	0,800 m	$10^{-5}$ m

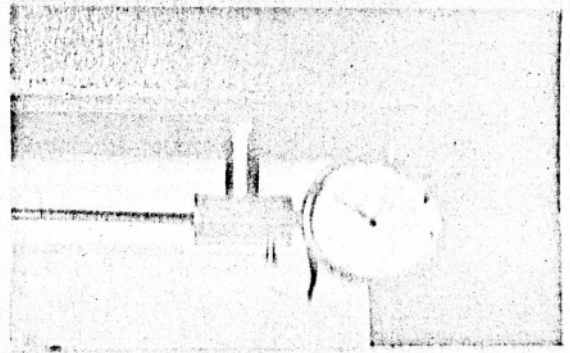




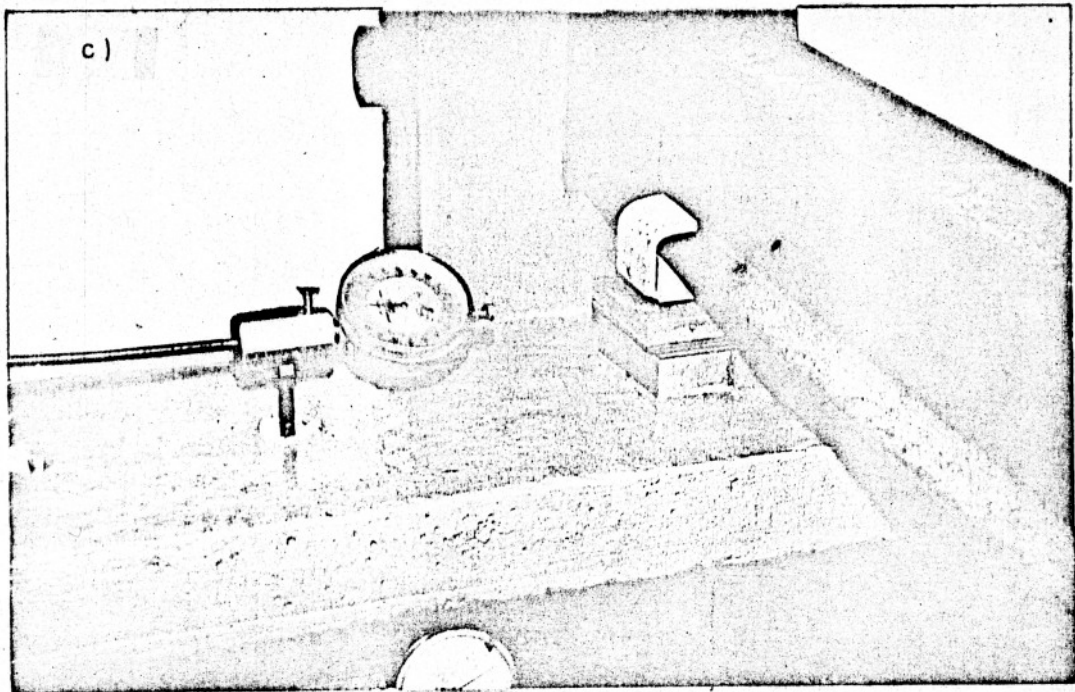
Rys.6.9. Sposób pomiaru przemieszczeń i odkształceń występujących w badanych dźwigarach zespolonych.



a)



b)

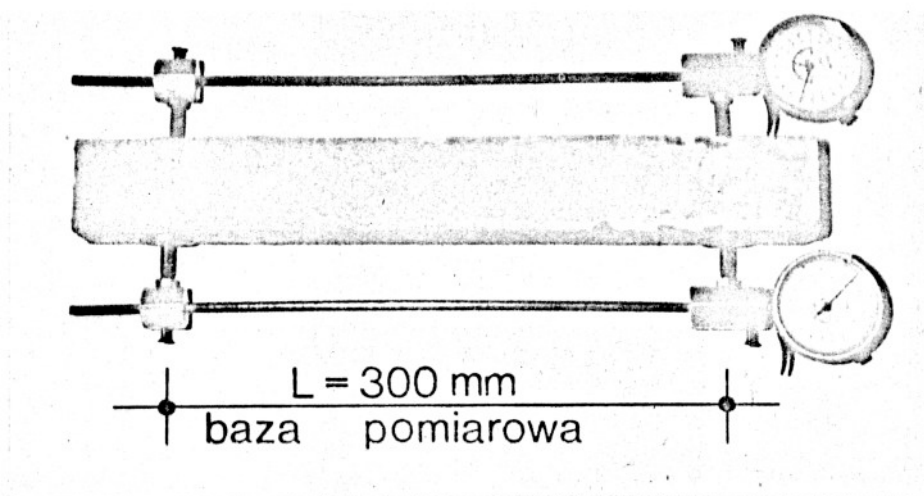


c)

Rys. 6.10. Szczegóły zamocowania przyrządów pomiarowych na dźwigarze zespolonym:  
a) pomiar odkształceń  
b) szczegół zamocowania urządzenia na dolnej stopie dwuteownika  
c) jak wyżej lecz na zbrojeniu płyty betonowej

Dublowanie pomiarów odkształceń w dźwigarach zespolonych spowodowane było koniecznością weryfikacji (wyskalowania) wskazań mechanicznych urządzeń pomiarowych.

Na kolejnych rysunkach 6.10 i 6.11 pokazano niektóre szczegóły urządzeń pomiarowych zastosowanych w badaniach autora.



a)



b)

Rys. 6.11. Pomiar odkształceń betonu w próbkach pryzmatycznych a) i płytach b).

### 6.1.5. Przebieg eksperymentu

Badania przeprowadzono w specjalnie do tego celu przystosowanym pomieszczeniu - komorze o regularnych parametrach wilgotnościowo - termicznych środowiska. Zakładane parametry higrotermiczne  $W = 90\%$ ,  $\Theta = 18^{\circ}\text{C}$  udało się utrzymać tylko w pierwszej fazie badań I serii i podczas II serii badań, co spowodowane było awarią urządzeń klimatyzacyjnych.

Dokładny opis wszystkich przeprowadzonych badań zamieszczono w tabeli 6.6, a uzupełnienie zawartego tam materiału stanowią zapisane niżej dodatkowe informacje:

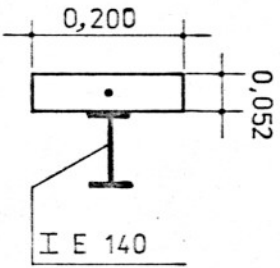
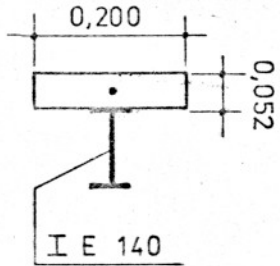
- wymiary geometryczne części betonowych dźwigarów zespolonych użytych do badań różniły się o około 2 - 3 %, co pozwalało na bezpośrednie porównywanie otrzymanych wyników,
- różnice w przykładanych obciążeniach nie przekraczały 1,25 %,
- wszystkie badane konstrukcje i elementy betonowe były obciążane w sposób przyrostowy zgodnie z ideą pokazaną na rys. 4.15 , a czas wyczekiwania wynosił 5 min,
- interpretacja wyników badań była zgodna z założeniami przyjętymi w rozdziale 4.,
- częstość przeprowadzanych pomiarów była różna i wynosiła w zależności od wartości parametru  $t - \tau$  od 1 do 14 d,
- urządzenia do elektrooporowego pomiaru odkształceń były wykorzystywane tylko do ustalenia (uściślenia) doraźnego stanu naprężeń po zakończeniu procesu obciążania konstrukcji.

Tabela 6.6

## Zestawienie przeprowadzonych badań eksperymentalnych i ich charakterystyka

Lp.	Seria badań	Badane elementy	Oznaczenia badanych elementów	liczba badanych elementów	Cel i charakterystyka przeprowadzonych badań
1	2	3	4	5	6
1	I seria badań	Belki stalowe I E 140 , $l_t = 3,00$ m	—	6	Wyznaczenie modułu sprężystości stali walcowanej poprzez próbę zginania. Schemat statyczny przyjęty w tych badaniach i ich wyniki pokazano na rys. 6.12
2		Elementy stalowe dźwigara zespolonego. Rys. 6.12 , $l_t = 3,00$ m	—	6	Określenie wpływu łączników na zmianę sztywności giętej elementów stalowych dźwigara zespolonego. Schemat statyczny przyjęty w tych badaniach i ich wyniki pokazano na rys. 6.12
3		Pręty stalowe o średnicy 0,005 m	—	5	Wyznaczenie modułu sprężystości stali prętowej — próba rozciągania wykonana na maszynie wytrzymałościowej Z D 10 Wyznaczony w wyniku badań moduł sprężystości stali prętowej wynosi $192,3 \text{ MN/m}^2$



1	2	3	4	5	6
4	I seria badań	Dźwigary zespolone tab. 6.3 	DZP 1 DZP 2 DZP 3	3	Określenie zmieniającego się w procesie zachodzących zjawisk reologicznych stanu przemieszczeń i odkształceń dźwigarów zespolonych : — wpływ skurczu betonu ( dźwigary nieobciążone ) $t - T = ( 135 - 10 ) d$ , — wpływ obciążeń stałych ( dźwigary obciążone ) $t - T = ( 135 - 15 ) d$ Wyniki opisanych badań przedstawiono na rysunkach : 6.15, 6.16 i 6.18
5		Dźwigary zespolone tab. 6.3 	DZS 1 DZS 2 DZS 3	3	Określenie zmieniającego się w procesie zachodzących zjawisk reologicznych stanu przemieszczeń i odkształceń dźwigarów zespolonych : — wpływ skurczu betonu ( dźwigary nieobciążone ) $t - T = ( 258 - 10 ) d$ — wpływ obciążeń stałych ( dźwigary obciążone ) $t - T = ( 258 - 138 ) d$ Wyniki opisanych badań przedstawiono na rysunkach : 6.15, 6.16 i 6.17
6		Niebrojone betonowe elementy płytowe o wymiarach : 0,05 x 0,20 x 1,50m Rys. 6.11	SP 1 SP 2 SP 3	3	Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń skurczowych — rys. 6.13
7		Zbrojone betonowe elementy płytowe o wymiarach : 0,05 x 0,20 x 1,50 m $\rho = 0,0019$	SPZ 1 SPZ 2	2	Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń skurczowych — rys. 6.13



1	2	3	4	5	6	
8	I seria badań	Próbki pryzmatyczne o wymiarach 0,05×0,05×1,50m. rys. 6.11	1s 2s 3s 4s	4	Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń skurczowych — rys. 6.13	
9		Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m				Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń plast.-lep. jako funkcji stopnia wyężenia betonu (nieliniowość pełzania). Badanie przeprowadzono przy następujących warunkach : — wiek betonu w chwili jego obciążenia $T = 15d$ , — stopień wyężenia betonu $\eta$ (zmiennie), — długość okresu działania obciążenia $t-T$ (różne) ,
			1p 2p 3p	3	— $\eta \sim 0,245$ — $(t - 15) = 20d$	Ostateczną wartość stopnia wyężenia betonu wyznaczono po zakończeniu serii badań , gdyż wówczas można było zmianę wytrzymałości betonu w czasie uważać za znaną. Wyniki tych badań pokazano na rysunkach : 4.17, 4.18 oraz tab. 7.1
			4p 5p 6p	3	— $\eta \sim 0,351$ — $(t - 15) = 120d$	
			7p 8p 9p	3	— $\eta \sim 0,470$ — $(t - 15) = 243d$	
10p 10p 10p	3	— $\eta \sim 0,650$ — $(t - 15) = 120d$				

1	2	3	4	5	6	
10	I seria badań	Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m rys. 6.11			Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń plastyczno-lepkich jako funkcji wieku betonu w chwili jego obciążenia. Badanie przeprowadzono przy następujących warunkach : — stopień wyężenia betonu $\eta \approx 0,47$ . — wiek betonu w chwili jego obciążenia $\tau$ (zmiennie) , — długość okresu działania obciążenia $t-\tau$ (różne) ,	
			13 p 14 p 15 p	3	— $\tau = 10$ d — $(t - 10) = 125$ d	Wyniki opisanych tu badań przedstawiono na rysunkach: 4.7, 4.8 tab. 7.1 Badania te wykonano na pełzarkach typu dźwigniowego rys. 6.8
			16 p 17 p 18 p	3.	— $\tau = 35$ d — $(t - 35) = 223$ d	
			19 p 20 p 21 p	3	— $\tau = 135$ d — $(t - 135) = 123$ d	
11		Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m rys. 6.11	—	3 × 5 = 15	Wyznaczenie modułu sprężystości betonu przy ściskaniu i jego zmiany w czasie. Pomiar przeprowadzono dla wieku betonu wynoszącego odpowiednio : $\tau = : 10^* 13 15^* 30 35^* 62 128^v$ 138 <sup>*</sup> i 258 <sup>v</sup> d. Rys. 45 , tab. 7.1 * — wielkości te wyznaczono w badaniach 10 v — użyto próbek wykorzystanych uprzednio .	

1	2	3	4	5	6
12	I seria badań	Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m .	—	5	Wyznaczenie modułu sprężystości betonu przy czystym zginaniu . Pomiary przeprowadzono dla następującego wieku betonu $T = : 10$ i $138$ d . Wyniki tych badań zestawiono w tabeli 6.7
13		Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m .	—	6×5=30	Określenie zmiany wytrzymałości pryzmowej ( słupowej ) betonu na ściskanie w czasie . Pomiary przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Z D 10 dla wieku betonu wynoszącego odpowiednio $T = : 8, 13, 30, 62, 128$ i $258$ d . Wyniki tych badań zestawiono w tabeli 6.7 , a graficzny ich obraz pokazano na rys . 4.5
14		Próbki walcowe o średnicy i wysokości równej 0,16 m .	—	3×4=12	Określenie walcowej wytrzymałości betonu na ściskanie . Pomiary przeprowadzono na prasie hydraulicznej Dr MB 300 zgniatając próbki betonowe po : $10, 14$ i $30$ d od ich zabetonowania . Wyniki tych badań zestawiono w tabeli 6.7
15		Urządzenie pomiarowe o dużej bazie — rys . 6.9	—	2	Weryfikacja pracy urządzenia pomiarowego o dużej bazie przy wyznaczaniu stanu odkształcenia w elementach zginanych . Rozdział 6.14 .

1	2	3	4	5	6
16	II seria badań	Dźwigary zespolone tab. 6.3	DZS-4 DZS-5	2	Określenie zmieniającego się w procesie zachodzących zjawisk reologicznych stanu przemieszczeń i odkształceń dźwigarów zespolonych ; — wpływ skurczu betonu ( dźwigary nieobciążone ) $t - T = ( 130 - 13 ) d$ Wyniki tych badań przedstawiono na rys. 6.24
17		Dźwigary zespolone jak w 16 .	DZI-2 DZN-1	1 1	Określenie zmieniającego się w procesie zachodzących zjawisk reologicznych stanu przemieszczeń i odkształceń dźwigarów zespolonych ; — wpływ skurczu betonu i obciążenia zewnętrznego o ustalonej intensywności $t - T = ( 130 - 13 ) d$ Wyniki tych badań przedstawiono na rys. 6.24
18		Dźwigary zespolone jak w 16 .	DZI-1 DZN-2	1 1	Określenie zmieniającego się w procesie zachodzących zjawisk reologicznych stanu przemieszczeń i odkształceń dźwigarów zespolonych ; — wpływ skurczu betonu i obciążenia zewnętrznego o ustalonej intensywności $t - T = ( 73 - 13 ) d$ — wpływ czynników wymienionych wyżej oraz działającego dodatkowo obciążenia cyklicznego : $t - T = ( 130 - 73 ) d$ Wyniki tych badań przedstawiono na rysunkach : 6.21 , 6.22 i 6.23 .

1	2	3	4	5	6	
19	II seria badań	Niebrojone betonowe elementy płytowe o wy- miarach: 0,05×0,05×1,50 m	SP-1 SP-2 SP-3 SP-4	4	Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń skurczowych — rys. 6.19	
20		Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05×0,05×0,40 m ; rys. 6.11	1 s 2 s 3 s 4 s	4	Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń skurczowych — rys. 6.19	
21		Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05×0,05×0,40 m ; rys. 6.11				Wyznaczenie wielkości i prędkości narastania odkształceń plastyczno — lepkich . Badania przeprowadzono przy zachowaniu następujących warunków : — wiek betonu w chwili jego obciążenia $\tau_0 = 13$ d — stopień wyężenia betonu $\eta$ (różny) — długość okresu działania obciążenia $(t - \tau) = 130$ d
			1i , 1n 2i , 2n 3i , 3n	6	$\eta \sim 0,20$	i — próbki izolowane
			4i , 4n 5i , 5n 6i , 6n	6	$\eta \sim 0,53$	n — próbki nieizolowane
Wyniki tych badań pokazano w tab. 7.2						

1	2	3	4	5	6
22	II seria badań	Próbki pryzmatyczne o wymiarach : 0,05 × 0,05 × 0,40 m rys. 6.11	—		Wyznaczenie doraźnego modułu sprężystości betonu przy ścisaniu . Pomiar przeprowadzono dla wieku betonu wynoszącego odpowiednio $\tau = :11, 14, 75$ d Wyniki tych badań zestawiono w tab. 7.2
23		Próbki pryzmatyczne jak w punkcie 22	—		Określenie zmian wytrzymałości słupowej betonu na ścisanie zachodzących w czasie . Pomiary przeprowadzono ( szczegóły jak w p. 13 ) dla wieku betonu wynoszącego odpowiednio : $\tau = : 12 , 14 , 15 , 30 , 72 , 101 , 130$ d . Wyniki tych badań. zestawiono w tab. 6.8
24		Próbki walcowe $\phi$ 0,16 m	—	3	Określenie wytrzymałości walcowej betonu na ścisanie . Pomiary przeprowadzono ( szczegóły jak w p. 14 ) dla wieku betonu $\tau = 30$ d . Wyniki tego badania umieszczono w tab. 6.8
25	I i II seria badań	Warunki higrotermiczne środowiska badań .	—	—	ciągła rejestracja warunków higrotermicznych środowiska badań . Wyniki tych pomiarów prowadzonych podczas obu serii badań pokazano na rys. 6.13 i 6.19



### 6.1.6. Wyniki przeprowadzonych przez autora badań i ich analiza

Ciekawsze zdaniem autora wyniki przeprowadzonych badań podano na kolejnych rysunkach od 6.12 - 6.24 oraz tabelach 6.7 i 6.8. Rysunki 6.13 do 6.20 i tab. 6.7 odnoszą się do pierwszej serii badań, a pozostałe przedstawiają wyniki uzyskane w czasie drugiej serii. Niektóre wyniki dotyczące badań podstawowych własności betonu zamieszczono w rozdziale 4. rysunki: 4.5, 4.7, 4.8, 4.17 i 4.18.

Na rys. 6.12 porównano przemieszczenia pomierzone podczas badania stalowej belki dwuteowej z łącznikami i bez. Wyniki tam przedstawione jednoznacznie wskazują, że zastosowane łączniki nie wpływają w znaczący sposób na sztywność elementów stalowych dźwigara dwuteowego.

Zmiany parametrów higrotermicznych środowiska w czasie trwania eksperymentu pokazane są na rysunkach 6.13 i 6.19.

Ponieważ zmiany te były niewielkie można uznać, że eksperyment odbywał się w ustalonych warunkach wilgotnościowo-termicznych, a mianowicie:

- pierwsza seria badań (okres od 0 - 135 dni)

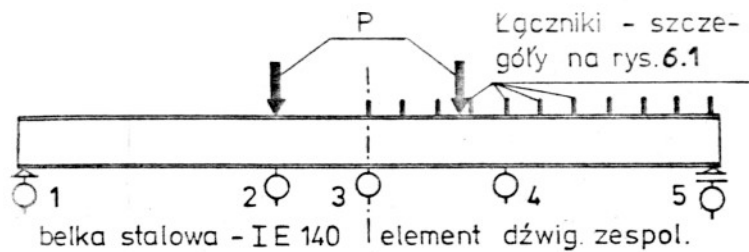
$\Theta = 17^{\circ}\text{C}$ ,  $W = 93\%$ ,

- druga seria badań  $\Theta = 17^{\circ}\text{C}$ ,  $W = 90\%$ .

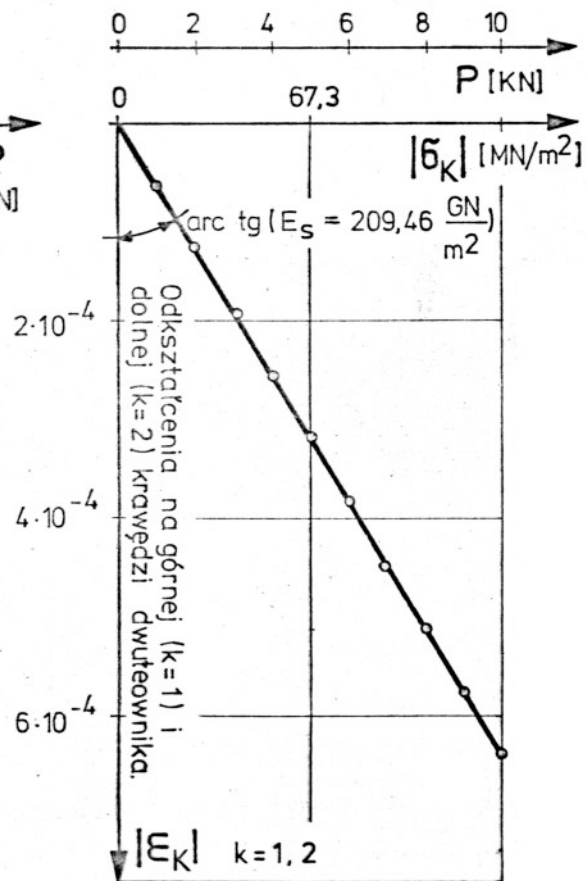
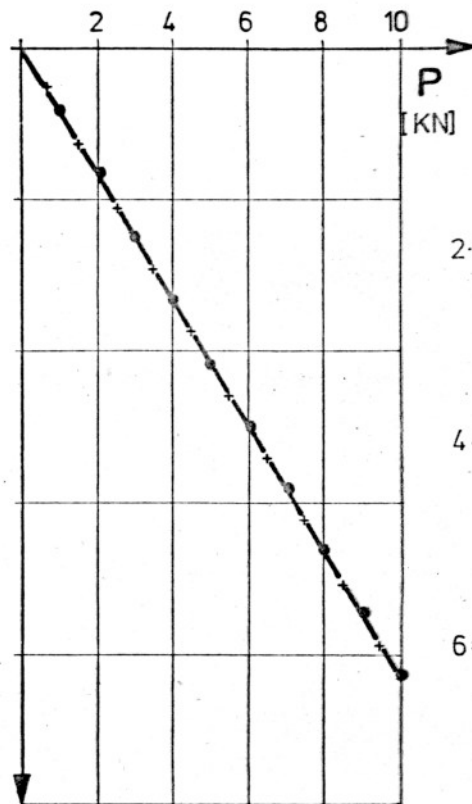
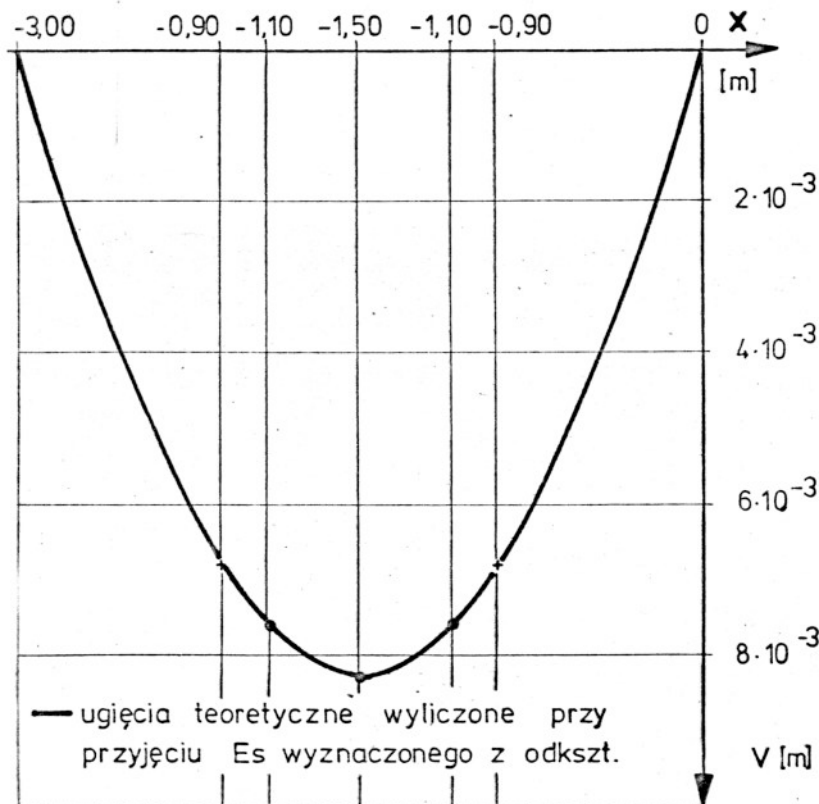
Przedstawione dalej na rysunkach od 6.14 do 6.24 wyniki, dotyczą badań doraźnych i długotrwałych dźwigarów zespolonych.

Rezultaty badań podstawowych betonów użytych w czasie eksperymentu zestawiono w tabelach 6.7 i 6.8, a ponadto pewne uzupełniające dane można znaleźć w rozdziałach 4. i 7.

Wyniki badań doraźnych dźwigarów zespolonych podano na rysunkach 6.14 i 6.20, pozostałe rysunki przedstawiają różne aspekty zachowania się badanych dźwigarów w warunkach długotrwałych obciążeń.



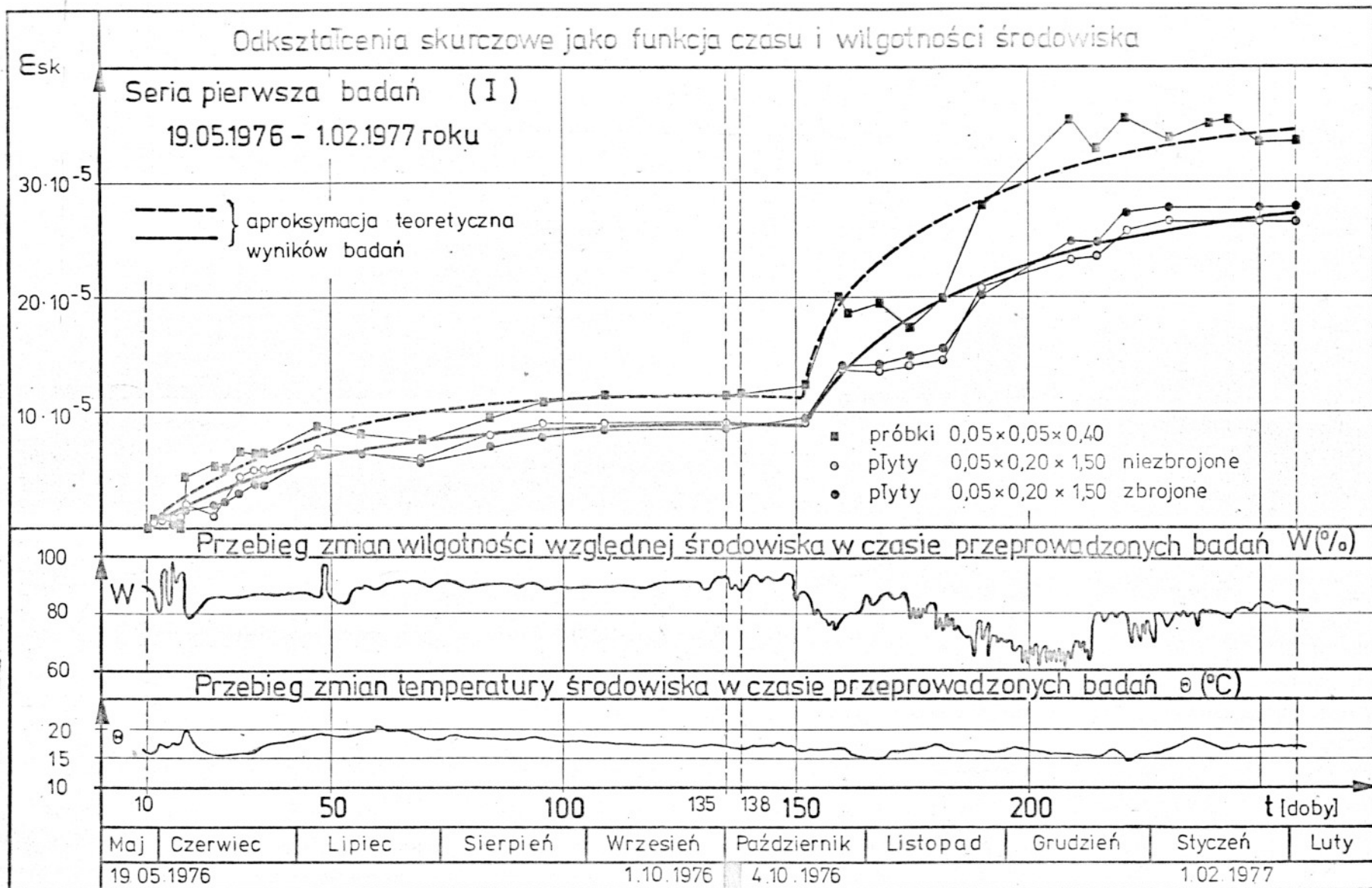
- - belka stalowa - I E 140 (bez łączników),
- + - element dźwigara zespolonego (belka stalowa z łącznikami)



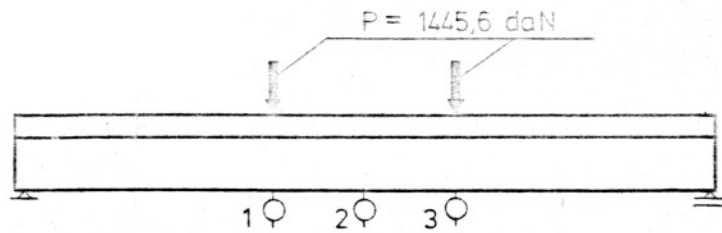
Rys. 6.12 Ilustracja badań, których celem było wyznaczenie modułu sprężystości stali belek dwuteowych i określenie wpływu łączników na zmianę sztywności giętnej elementów stalowych dźwigara zespolonego.

Tabela 6.7

Własności mechaniczne betonu – badania serii I													
Badana wielkość	Oznaczenia	Jednost.	τ – wiek betonu w dobach										
			8	10	13	14	15	30	35	62	128	138	258
Wytrzymałość walcowa betonu	$R_w(\tau)$	$\frac{MN}{m^2}$	—	21,6	—	24,6	—	29,1	—	—	—	—	—
Wytrzymałość pryzmowa (stupowa) betonu	$R_p(\tau)$	$\frac{MN}{m^2}$	14,2	—	18,9	—	—	22,7	—	24,7	26,8	—	28,9
Doraźny moduł sprężystości betonu przy sciskaniu	$E_b(\tau)$	$\frac{GN}{m^2}$	—	20,3	22,8	—	24,2	28,3	29,9	30,1	32,1	31,7	33,1
Doraźny moduł sprężystości betonu przy zginaniu	$E_{bg}(\tau)$	$\frac{GN}{m^2}$	—	14,2	—	—	—	—	—	—	—	18,7	—
Całkowite odkształcenia opóźnione betonu przy długotrwałym obciążeniu	$\epsilon_{p,l}(t-\tau)$ $t-\tau = 12 d$ $\eta = 0,47$	—	—	$59,4 \cdot 10^{-5}$	—	—	$58,1 \cdot 10^{-5}$	—	$56,5 \cdot 10^{-5}$	—	—	$58,5 \cdot 10^{-5}$	—
Odkształcenia opóźnione wyzwolone w procesie obciążenia	$\epsilon_p$ $\eta = 0,47$	—	—	$5,2 \cdot 10^{-5}$	—	—	$6,4 \cdot 10^{-5}$	—	$6,7 \cdot 10^{-5}$	—	—	$5,8 \cdot 10^{-5}$	—
Odkształcenia skurczowe betonu	$E_{sk}$ próbek	—	—	0	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$6,2 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$	—	—	$11,5 \cdot 10^{-5}$	$33,3 \cdot 10^{-5}$
	$E_{sk}$ płyt	—	—	0	—	—	$0,9 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-5}$	$4,3 \cdot 10^{-5}$	—	—	$7,2 \cdot 10^{-5}$	$27,4 \cdot 10^{-5}$

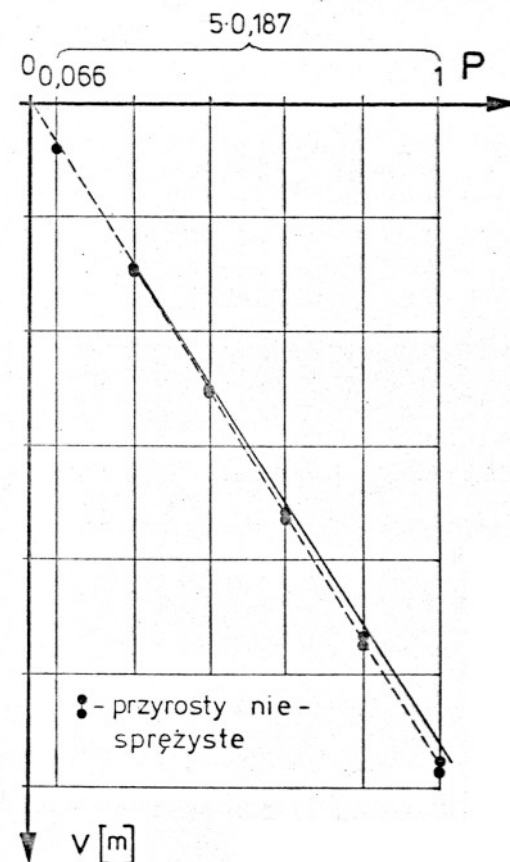
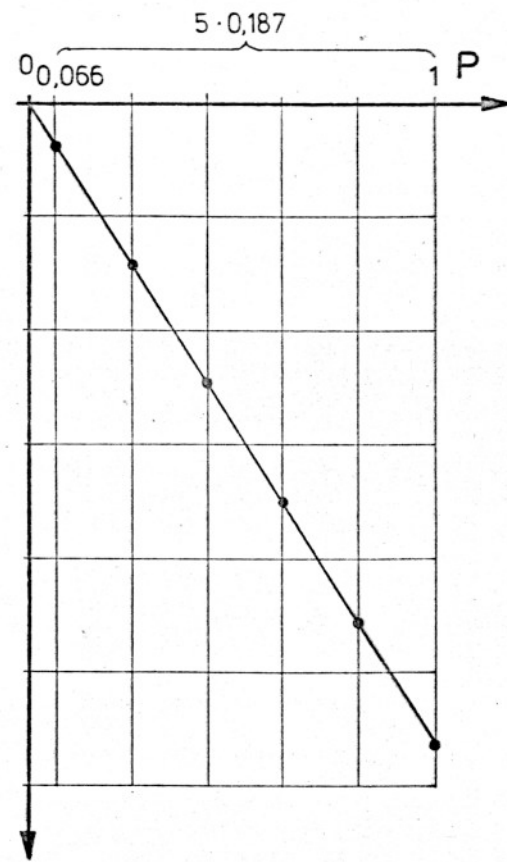
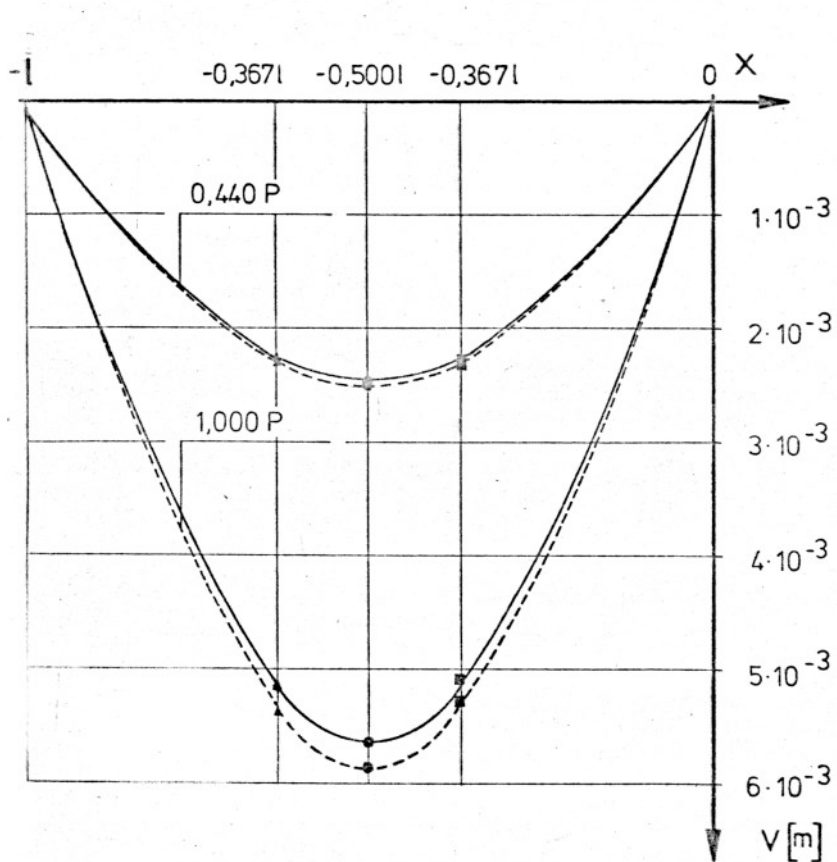


Rys.6.13. Warunki higrometryczne środowiska podczas I serii badań i wielkość odkształceń skurczowych betonu.



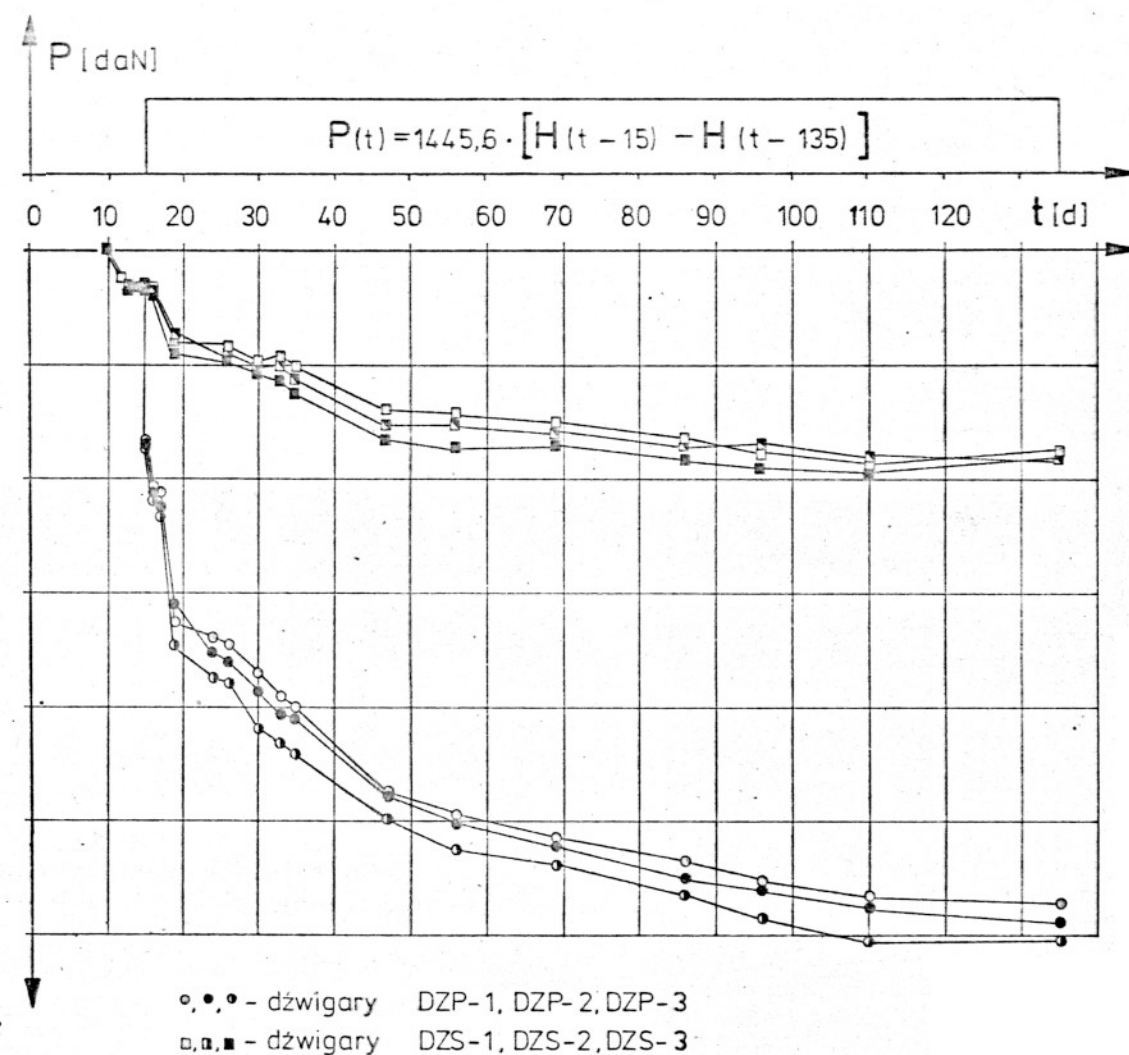
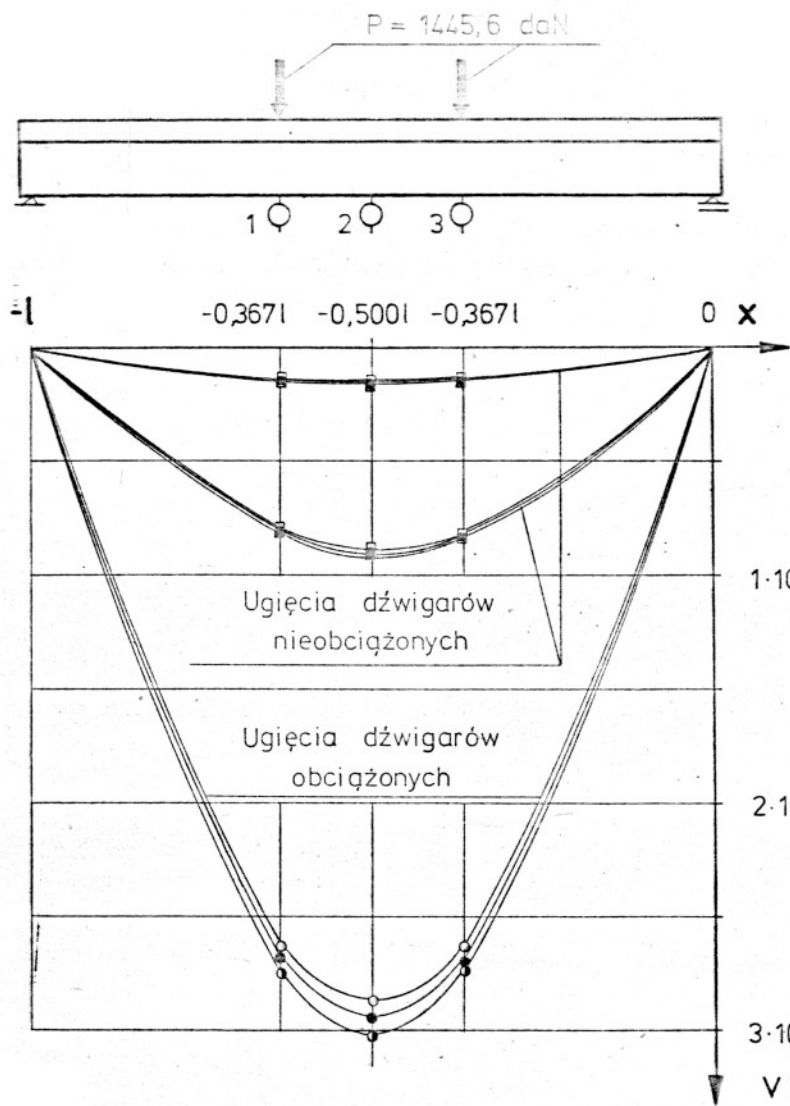
Ugięcie sprężyste punktu środkowego dźwigara zespolonego (2).  
Pomija się tu ugięcia narastające w czasie wyczekiwań.

Ugięcie środkowego punktu (2) dźwigara zespolonego z uwzględnieniem przemieszczeń narastających w czasie wyczekiwań.



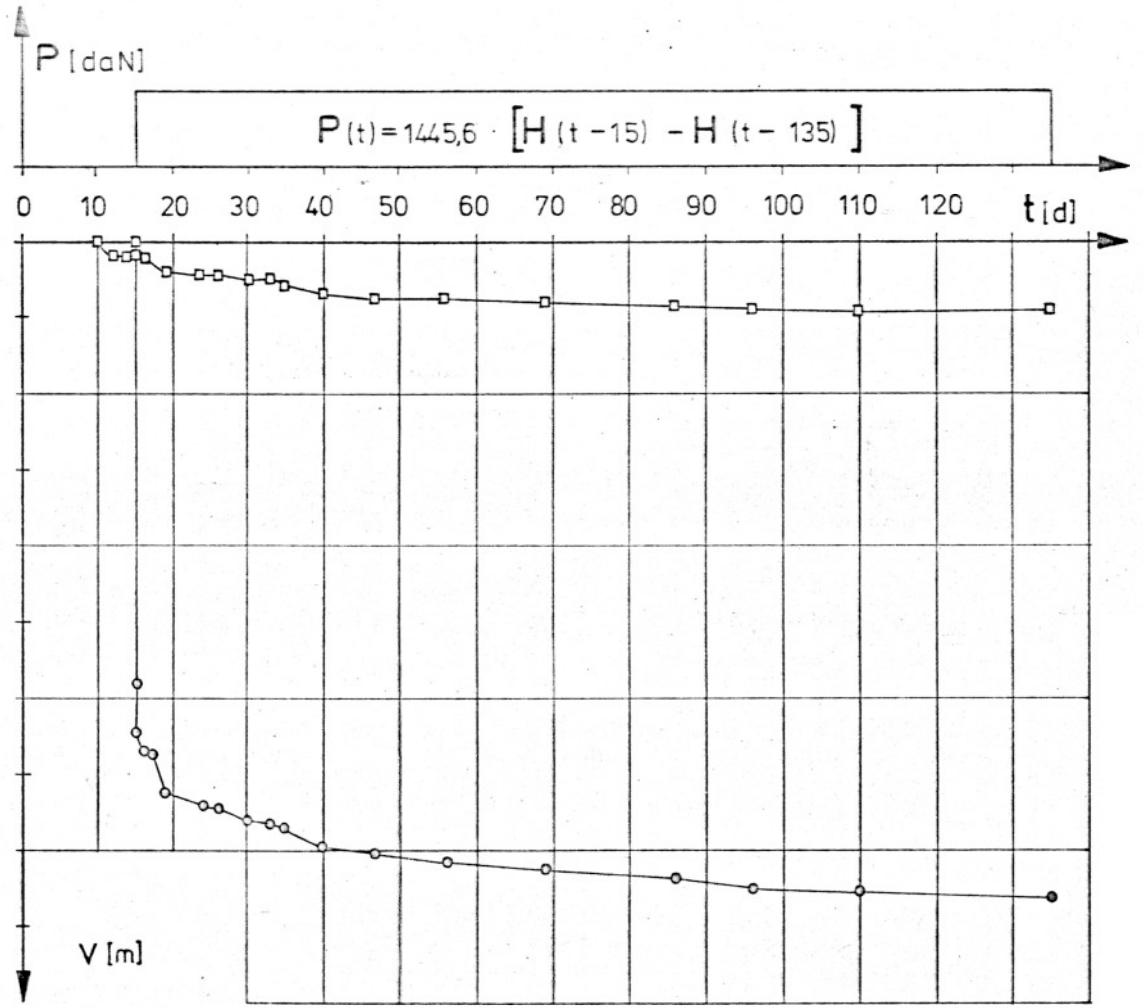
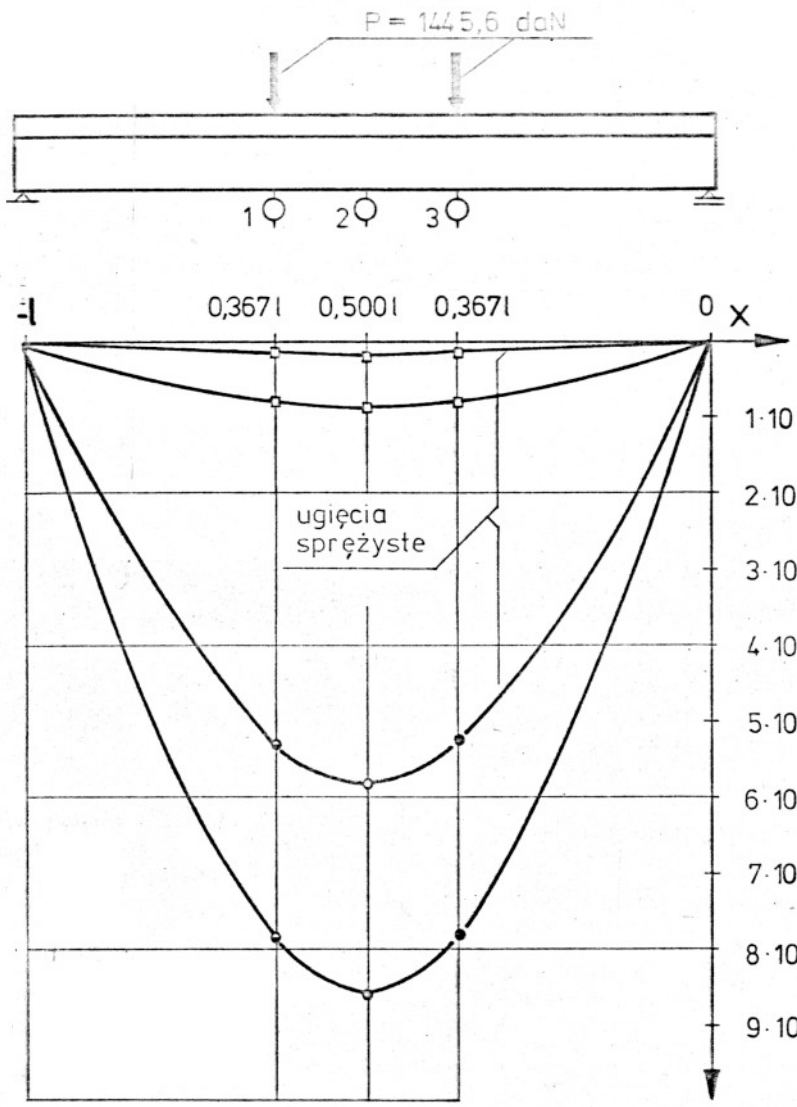
Rys.6.14. Przemieszczenia dolnej krawędzi dźwigara zespolonego wywołane procesem obciążania konstrukcji

- ugięcia odpowiadające doraźnym przyrostom obciążenia,
- - - całkowite ugięcia odpowiadające procesowi obciążania.

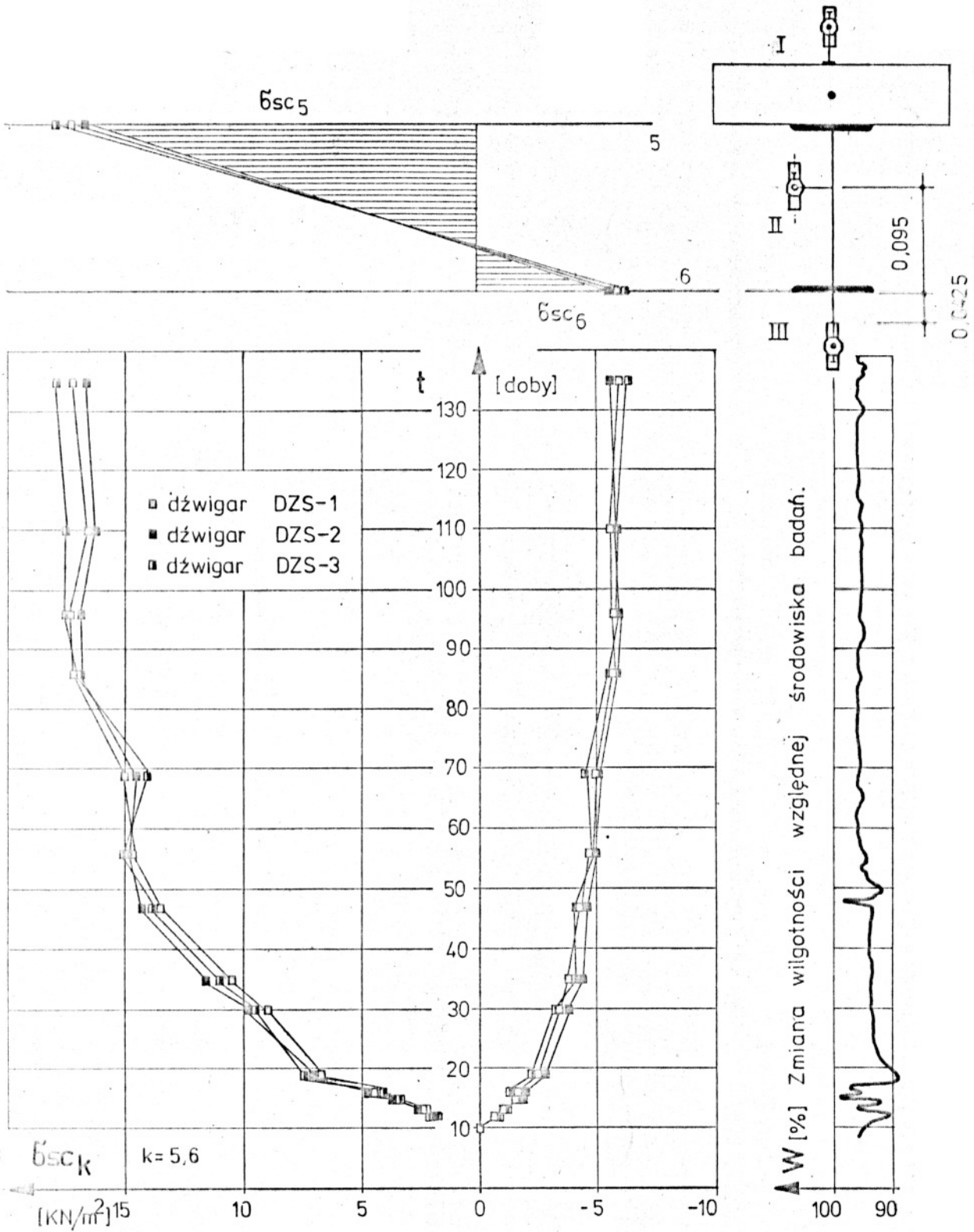


Rys.6.15. Dodatkowe ugięcia niesprężyste dźwigara zespolonego będące efektem zachodzących w płycie betonowej zjawisk reologicznych.

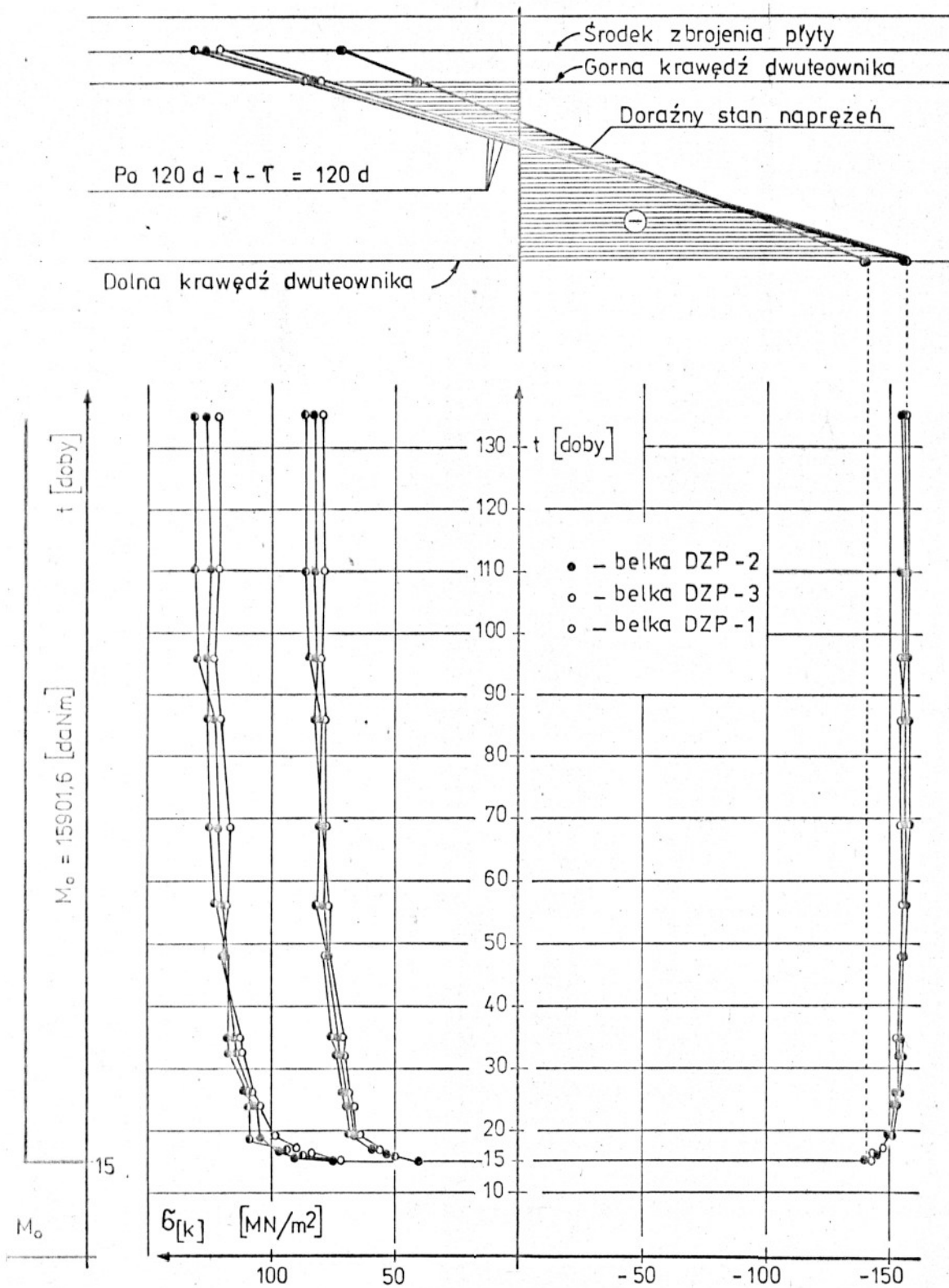




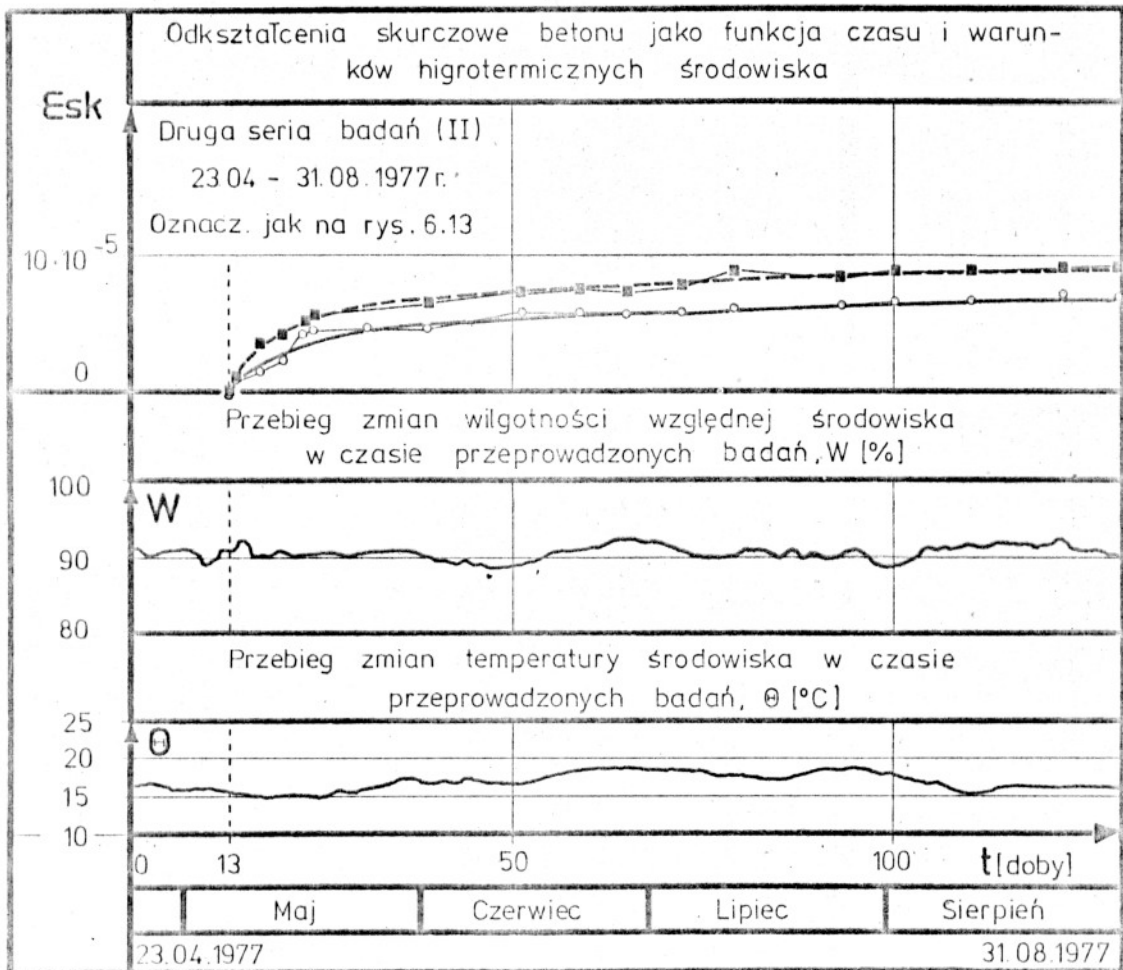
Rys. 6.16. Całkowite ugięcia dźwigarów zespolonych :  $\square$  - dźwigary nieobciążone ,  $\circ$  - dźwigary obciążone .



Rys.6.17. Wpływ skurczu betonu na ukształtowanie się stanu naprężeń w dźwigarze zespolonym według badań eksperymentalnych.



Rys. 6.18. Kształtowanie się stanu naprężeń w niektórych elementach dźwigara zespolonego - wyniki badań eksperymentalnych autora (I seria badań)



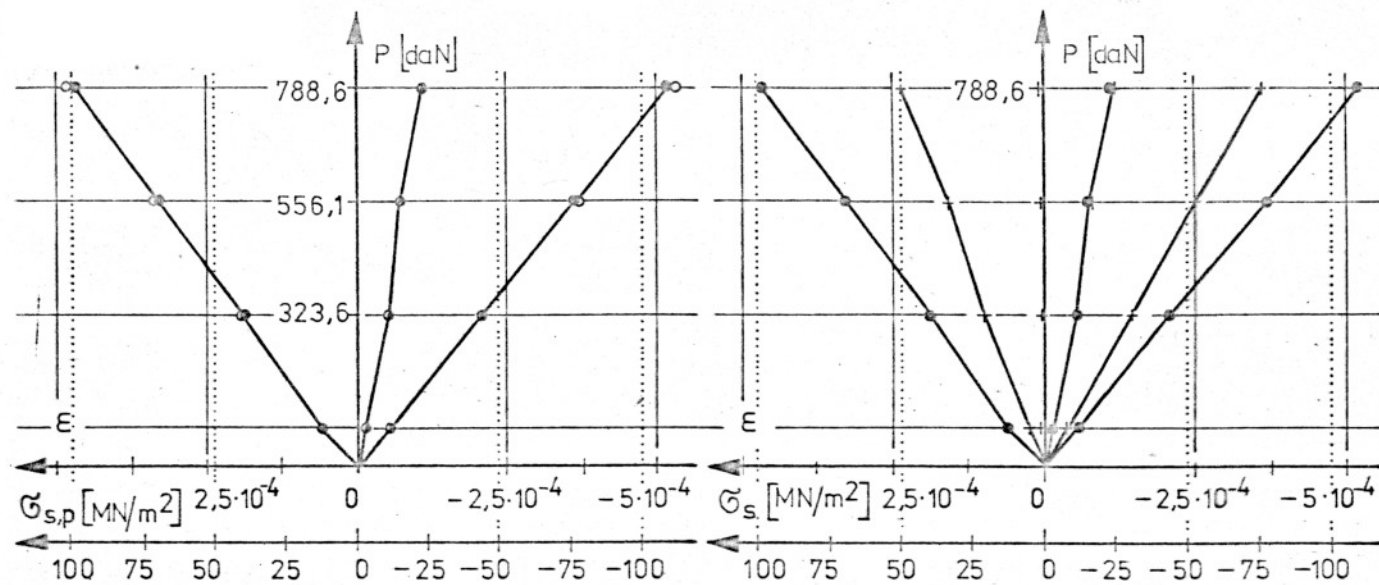
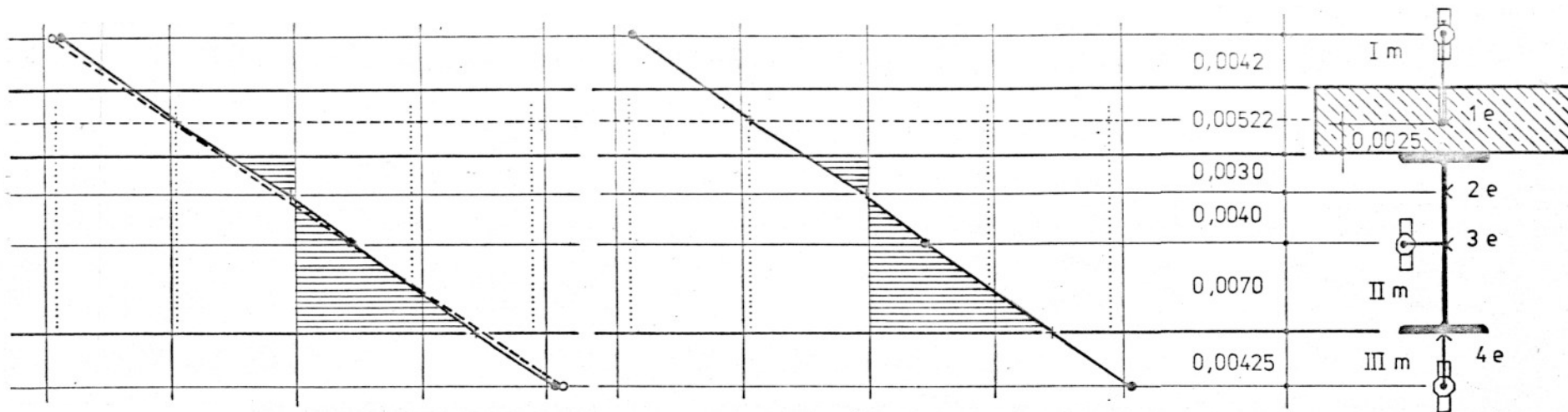
Rys.6.19. Warunki higrometryczne środowiska podczas II serii badań i odkształcenia skurczowego betonu.

Ponieważ wszystkie zamieszczone rysunki zawierają niezbędny do prawidłowej ich interpretacji opis, autor poda w tym miejscu tylko pewne informacje podsumowujące dotyczące dokładności i możliwości wykorzystania przedstawionych wyników badań:

- wielkości przemieszczeń i odkształceń pomierzone na poszczególnych dźwigarach obciążonych różnią się między sobą o najwyżej 11 %,

## Własności mechaniczne betonu — badania serii II

Badana wielkość	Oznaczenia	Jednost.	$\tau$ — wiek betonu w dobach											
			8	12	13	14	15	24	30	58	72	101	130	
Wytrzymałość walcowa betonu	$R_w(\tau)$	$\frac{MN}{m^2}$	—	—	—	—	—	—	16,7	—	—	—	—	
Wytrzymałość pryzmowa (słupowa) betonu	$R_p(\tau)$	$\frac{MN}{m^2}$	10,2	11,7	—	12,7	12,5	—	13,2	—	14,2	14,0	15,1	
Doraźny moduł sprężystości betonu przy ściskaniu	$E_b(\tau)$	$\frac{MN}{m^2}$	—	19,1	—	19,9	—	—	—	—	20,8	—	—	
Całkowite odkształcenia opóźnione betonu przy długotrwałym obciążeniu	Izolowane	$\epsilon_{pl}(t-T)$ $\rho_{II} = 116 \rho$	$\eta = 0,20$	—	—	—	$19,6 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—	—	
			$\eta = 0,53$	—	—	—	$55,3 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—	—	
			$\eta = 0,20$	Nieizolowane	—	—	—	$21,1 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—	—
					$\eta = 0,53$	—	—	—	$59,6 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—
Odkształcenia opóźnione wyzwolone w procesie obciążania	$\epsilon_p$		$\eta = 0,20$	—	—	—	$1,3 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—	—	
			$\eta = 0,53$	—	—	—	$6,8 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	—	—	—	
Odkształcenia skurczowe betonu	$\epsilon_{sk}$ próbek	—	—	—	0	—	—	$6,3 \cdot 10^{-5}$	—	$1,4 \cdot 10^{-5}$	—	—	$9,1 \cdot 10^{-5}$	
	$\epsilon_{sk}$ płyt	—	—	—	0	—	—	$4,6 \cdot 10^{-5}$	—	$5,7 \cdot 10^{-5}$	—	—	$7,1 \cdot 10^{-5}$	

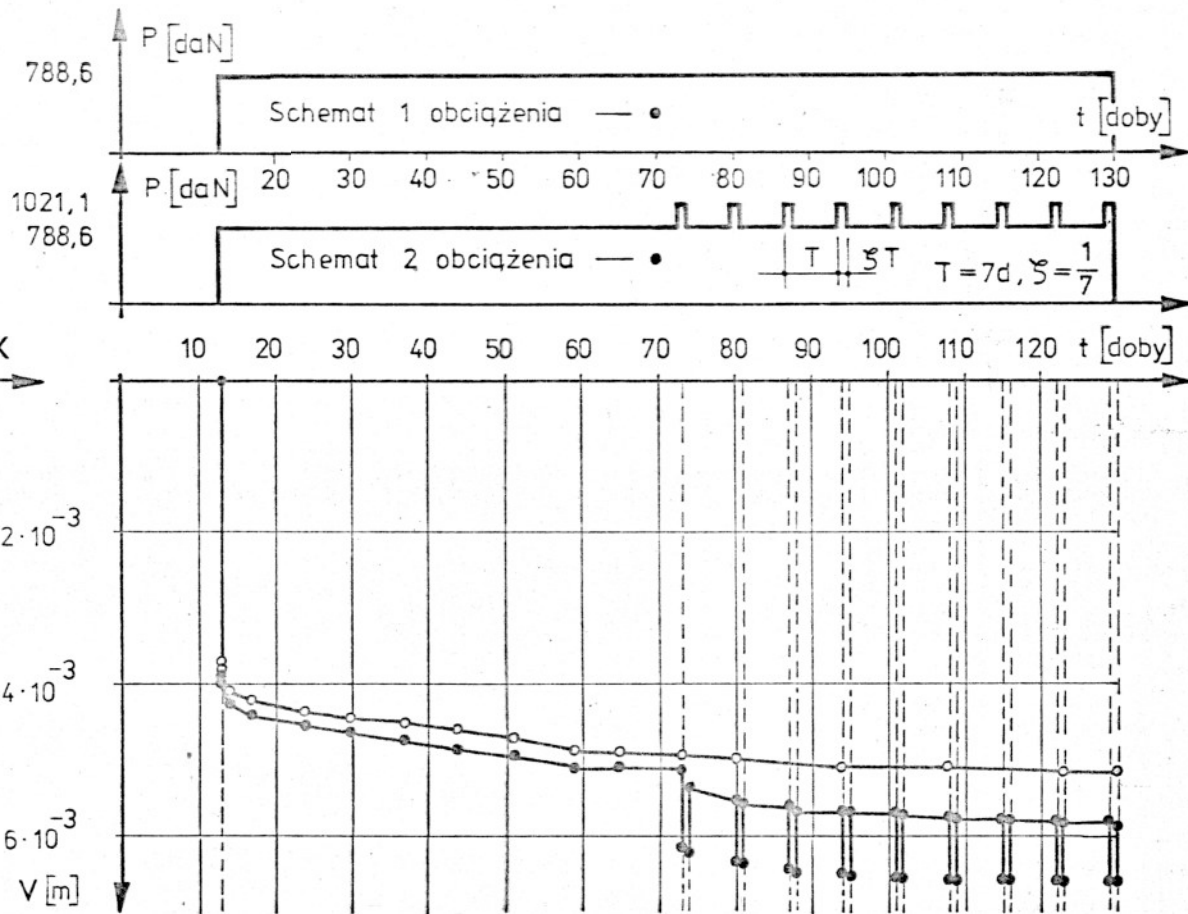
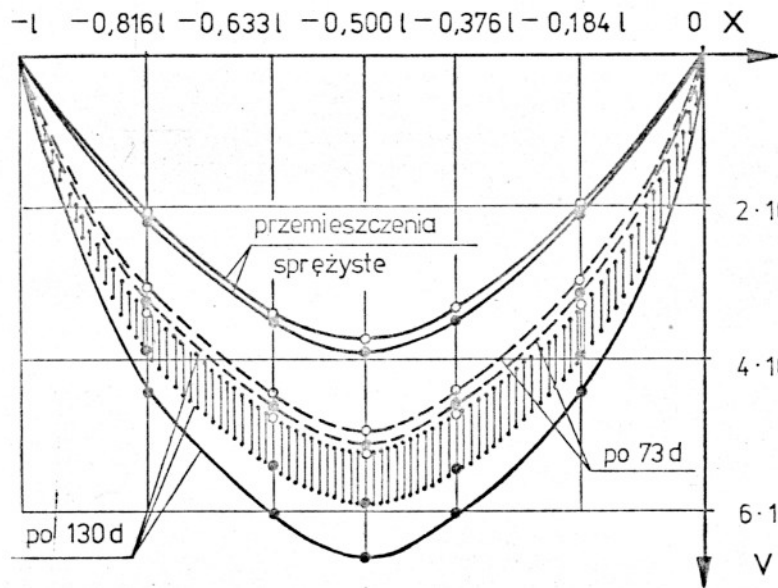
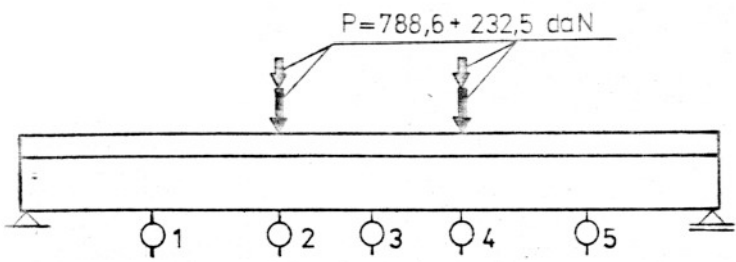


Uwzględniono odkształcenia narastające w czasie wyczekiwania.

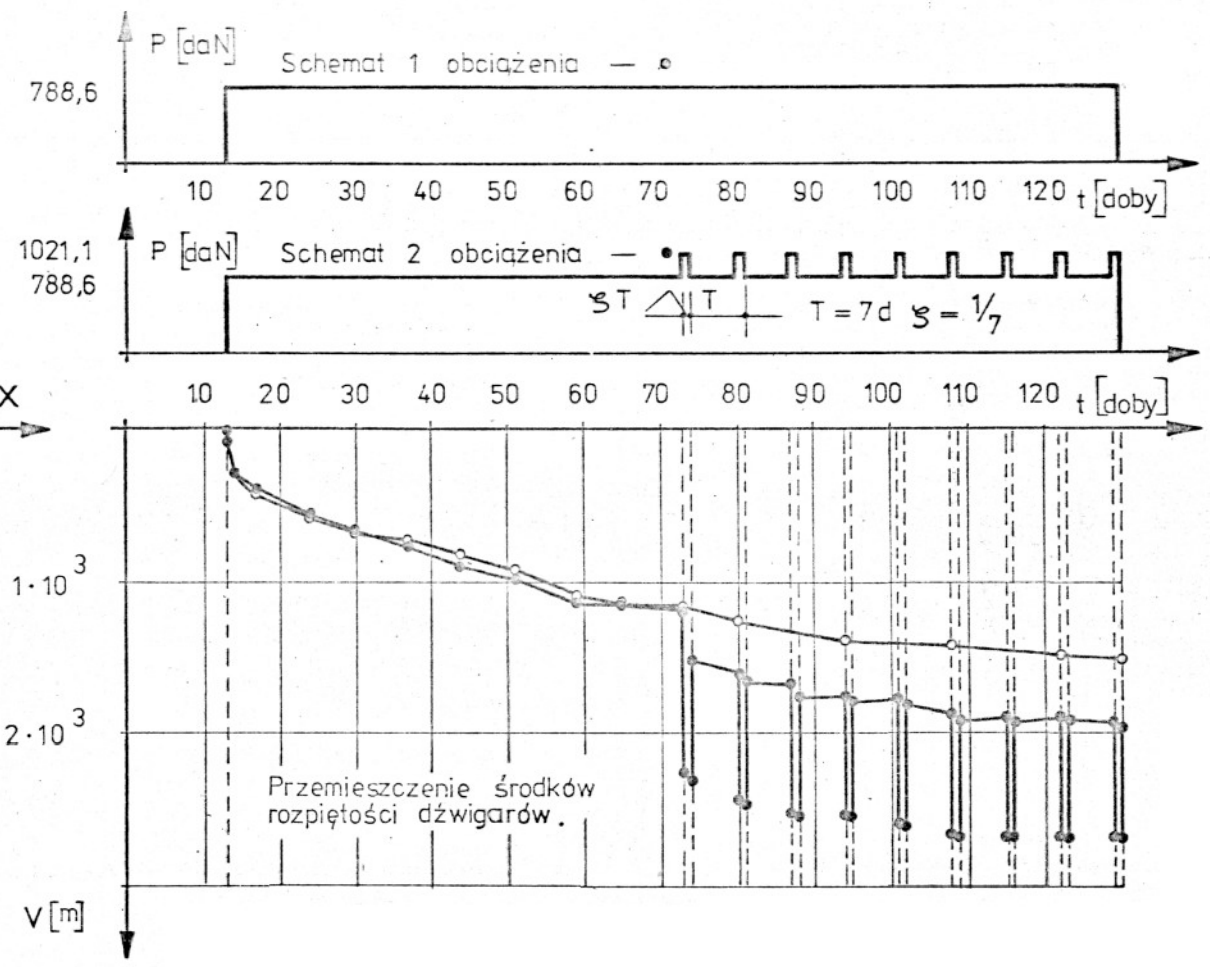
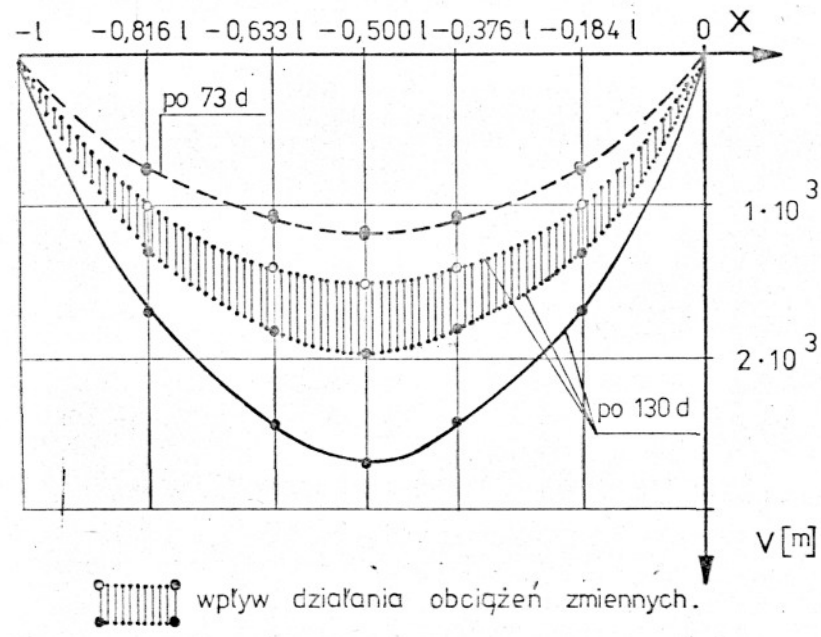
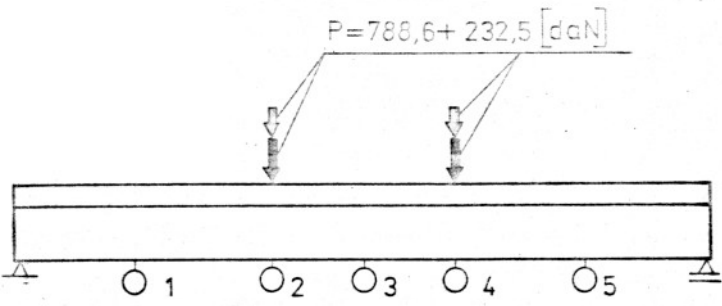
Pominięto odkształcenia zachodzące w czasie wyczekiwania.

Rys. 6.20. Początkowy stan odkształceń i naprężeń w elementach stalowych dźwigarów zespolonych. Wyniki uśrednione.

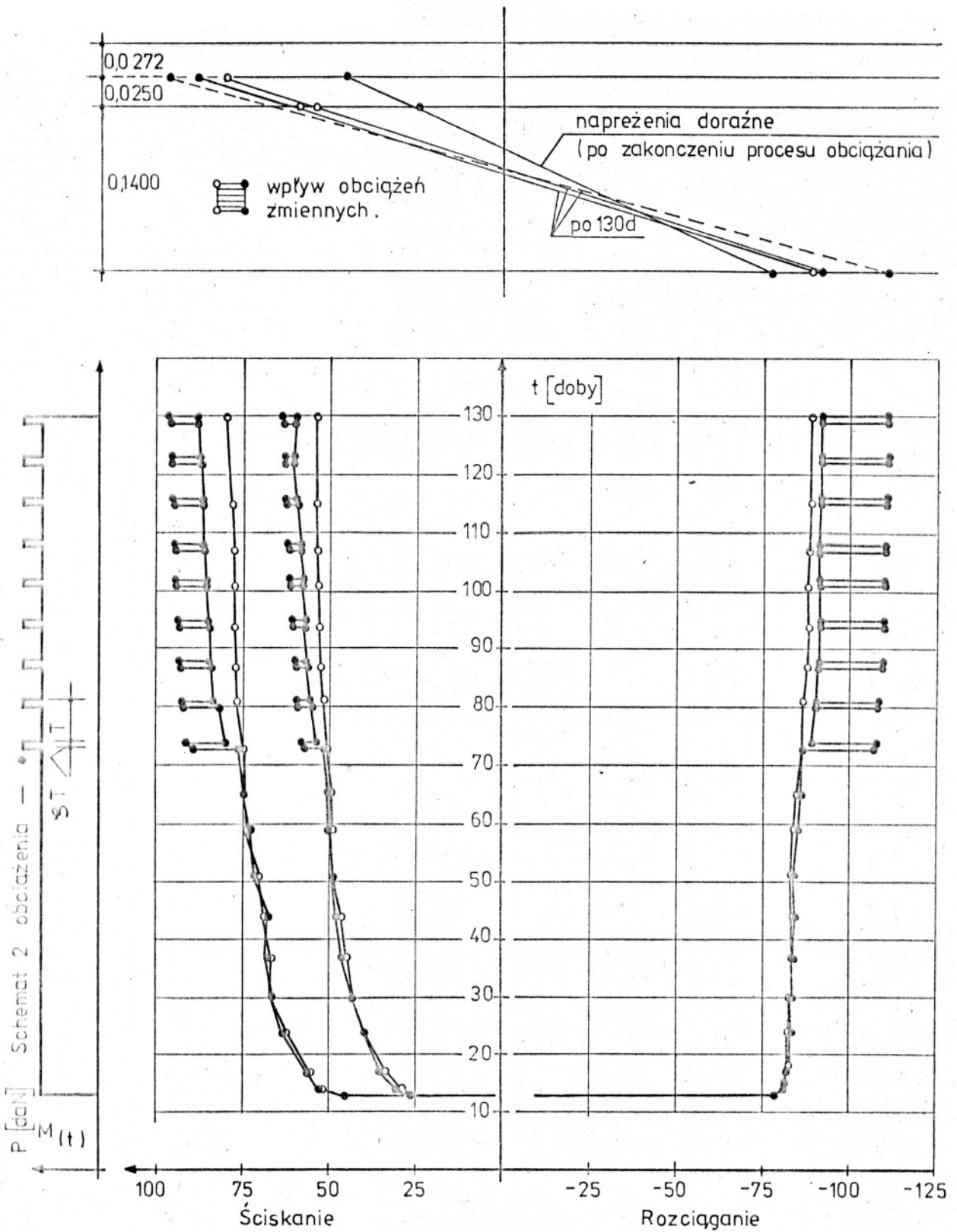




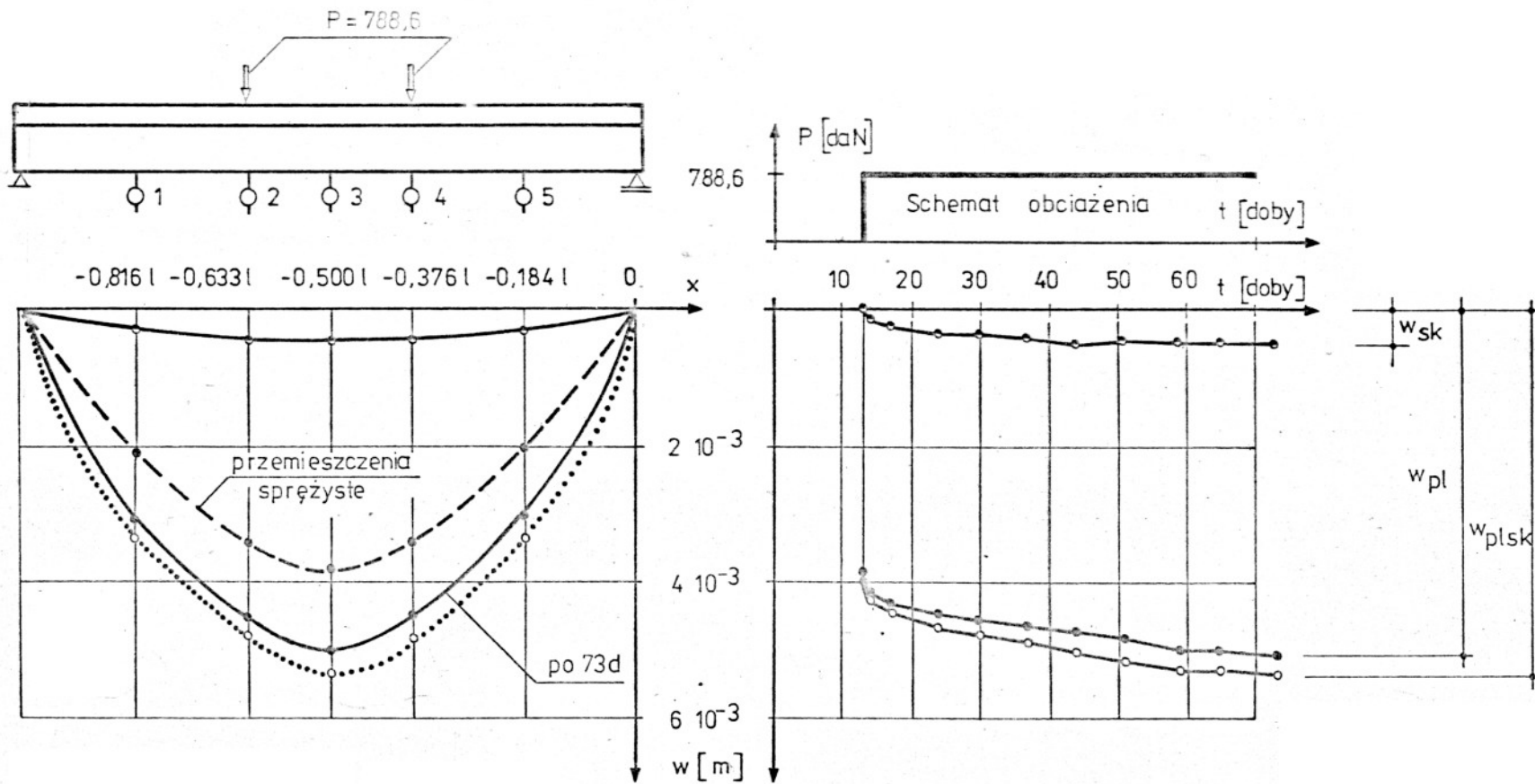
Rys. 6.21. Przesunięcia dolnych krawędzi izolowanych dźwigarów zespolonych DZI-1, DZI-2.



Rys. 6.22 Przemieszczenia jak na rys 6.21 lecz po odjęciu sprężystych ugięć początkowych.



Rys. 6.23. Zmienna stanu naprężenia w elementach stalowych dźwigara zespolonego jako efekt długotrwałego działania różnego rodzaju obciążeń - wyniki badań eksperymentalnych. Oznaczenia jak na rys. 6.



Rys. 6.24 Przemieszczenia dolnych krawędzi badanych dźwigarów zespolonych

- - DZI-1, DZI- - izolowane
- - DZN-1, DZN-2 - nieizolowane
- - DZS-4, DZS-5 - nieizolowane

$$W_{sk} + W_{pl} > W_{sk,pl}$$

- te same wielkości pomierzone na dźwigarach nieobciążonych wykazują różnice rzędu 19 %,
- ponieważ w pierwszej serii badań osiągnięto zadawalającą zdaniem autora dokładność pomiarów i zebrano pewne doświadczenia dotyczące techniki pomiarowej, ograniczenie liczby elementów badań z 3 do 2 w jednej grupie wydaje się być uzasadnione.

Biorąc pod uwagę wymienione uprzednio aspekty jak i sposób przygotowania i przeprowadzenia badań, autor jest zdania, że można na ich podstawie wyciągnąć pewne jakościowe i ilościowe wnioski, a w szczególności dać odpowiedź na postawione w punkcie 6.11 pytania.

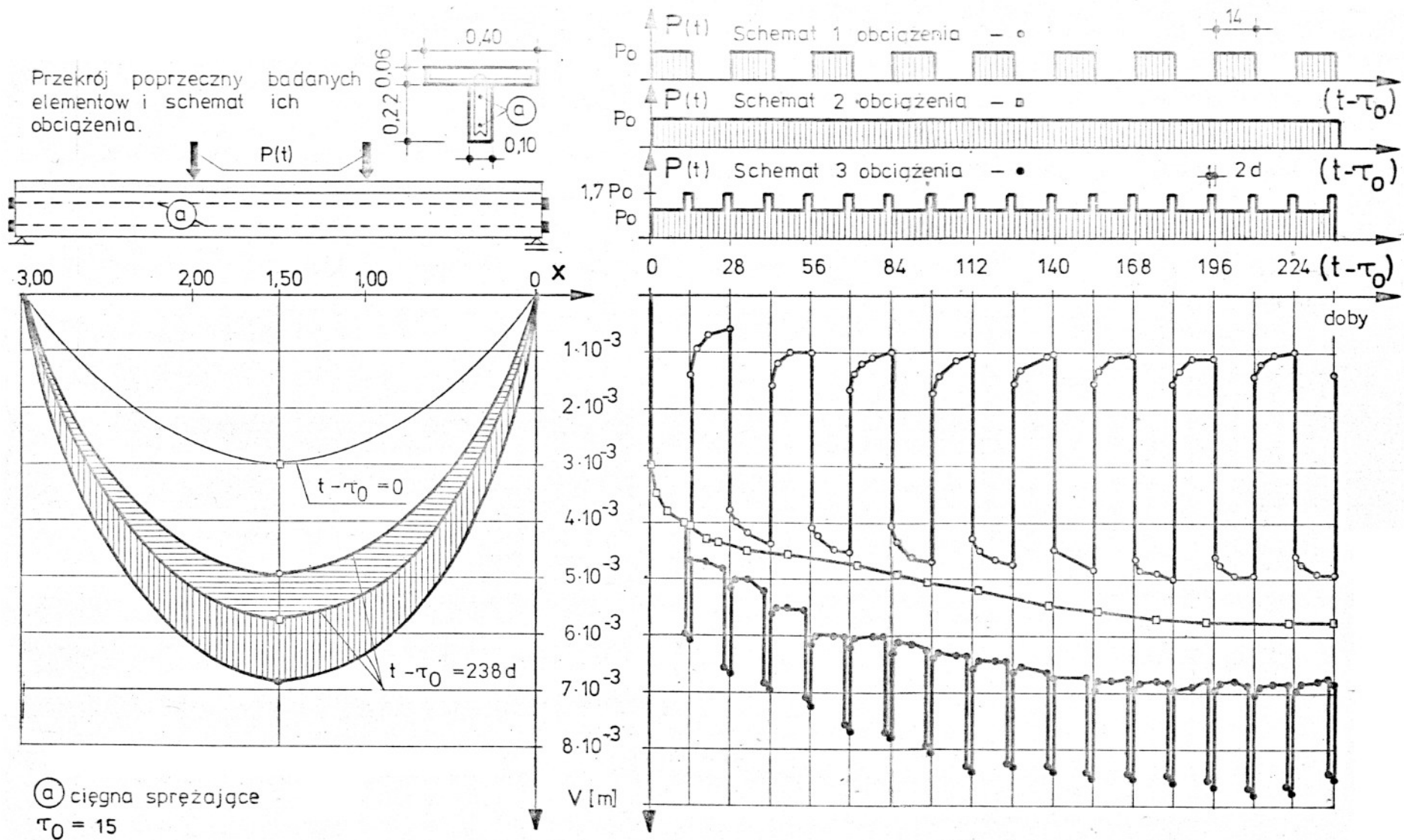
Wnioski te zostaną podane w następującej kolejności:

- a) wpływ obciążeń zmiennych na kształtowanie się stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych jest znaczny w badaniach autora - rys. 6.22 sięgał 25 % i nie może być pomijany, potwierdzają to badania [21] i [137] rys. 6.25 ,
- b) zasada superpozycji wpływów rozumiana jako suma efektów wywoływanych przez zjawiska skurczu i pełzania zachodzące niezależnie nie jest w ogólnym przypadku poprawna rys. 6.24 ,
- c) przedstawione wyniki badań mogą być wykorzystane do weryfikacji różnych ujęć teoretycznych problemu.

## 6.2. Badania przeprowadzone w innych ośrodkach

Badania niejednorodnych konstrukcji betonowych prowadzone są w różnych ośrodkach już od prawie 40 lat, a zostały zapoczątkowane w okresie wojennym w Szwajcarii.

Pierwsze badania dotyczyły zagadnienia wpływu skurczu i pełzania na zachowanie się belek strunobetonowych w czasie i zostały przeprowadzone przez J. Bolomeya [142] i M.R. Roşa [142]. Następnie F. Leonhardt i U. Finsterwalder [142] prowadzili



○, □, ● - ugięcia punktu środkowego belki wywołane obciążeniem realizowanym według schematów 1, 2 i 3.

Rys. 6.25. Wpływ obciążeń zmiennych na przemieszczenia w belce zespolonej według badań Mirzajewa [137]



badania narastających w czasie przemieszczeń przęseł mostów sprężonych. Pierwsze kompleksowe już badania łącznie z wyznaczeniem podstawowych własności tworzywa przeprowadzili N.A. Kałasznikow [99] w 1952 roku (belek zespolonych typu żelbet - beton sprężony) i O. Graf z E. Brennerem [85] (belek zespolonych typu żelbet - stal) w 1956 roku.

Dalsze badania to eksperymenty przeprowadzone przez H. Bachmanna [18], A. Ja Baraszikowa [21], T. Bilińskiego [33], Czrżan Czrżun Jao [53], G.P. Kurasową [121], A.H. Mattoka [128], A.I. Semenowa [161] i I.I. Ulickiego [174] - [176] i innych. Badania te są z reguły niekompletne, gdyż albo pomiar był ograniczony tylko do przemieszczeń lub nie zostały w pełnym zakresie określone cechy fizyczne składowych tworzyw i dlatego nie mogą być wykorzystane do weryfikacji rozwiązań teoretycznych. Stanowią jednak one cenny materiał, który może służyć do sprawdzenia poprawności czynionych założeń teoretycznych (np. założenia płaskich przekrojów) lub pozwalać na jakościową ocenę interesujących nas zjawisk.

Bardzo ważne są badania prowadzone w ISM i S AN GSSR w Tbilisi przez takich autorów jak Ł.D. Cincadze, A.D. Dolidze, O.I. Kicaridze i T.D. Pawlenaszwili [51, 63].

Wyniki tych badań przedstawiono w rozdziałach 5. i 7 na rysunkach: 5.4, 7.6, 7.7 i 7.8.

Doświadczenia te z uwagi na stosunkowo obszerne określenie podstawowych cech tworzywa mogą stanowić podstawę do weryfikacji różnych rozwiązań teoretycznych problemu opartych na różnych reologicznych równaniach stanu, co wykorzystano w rozdziale 7.

Osobną grupę stanowią badania konstrukcji pracujących w warunkach zmiennych obciążeń. Do grupy tej należy zaliczyć eksperymenty A. Ja. Baraszikowa [21] i P.T. Mirzajewa [137]. Na rys. 6.25 przedstawiono pewne wyniki doświadczeń zawarte w pracy [137], które potwierdzają wniosek płynący z badań autora o znacznym wpływie obciążeń zmiennych na rozpatrywane zjawiska.

## 7. KONFRONTACJA PRZEDSTAWIONYCH ROZWIĄZAŃ TEORETYCZNYCH Z WYNIKAMI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Jedynym kryterium oceny poprawności rozwiązań teoretycznych różnych problemów jest fakt, w jakim stopniu odwzorowują one rzeczywisty przebieg opisywanych zjawisk, lub mówiąc inaczej, badania eksperymentalne stanowią podstawę do identyfikacji przyjętych modeli teoretycznych problemu. W rozdziale tym, wykorzystując wyniki badań własnych i obcych, dokona autor weryfikacji przedstawionych uprzednio rozwiązań teoretycznych, a także skonfrontuje je z niektórymi rozwiązaniami podanymi przez innych badaczy.

### 7.1. Porównanie wyników badań własnych z rozwiązaniami teoretycznymi

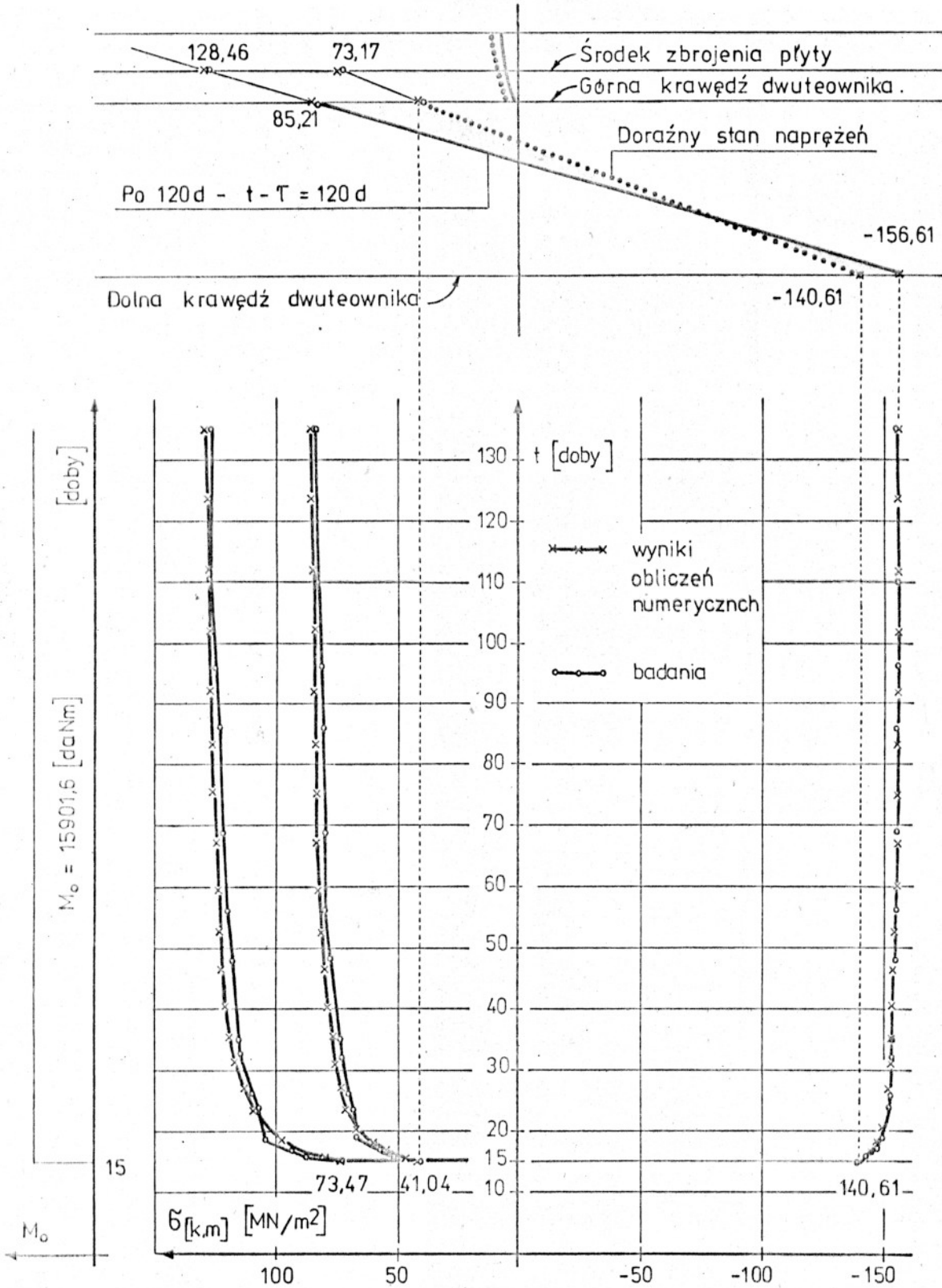
Konfrontacji rozwiązań otrzymanych na drodze teoretycznej z rezultatami badań autora dokonano - zestawiając na rysunkach 7.1, 7.2, 7.3 i 7.5 wyniki uzyskane przy wykorzystaniu obu sposobów analizy problemu.

Dane wyjściowe do teoretycznej analizy problemu zestawiono w tabelach 7.1 i 7.2, oraz bezpośrednio na wymienionych rysunkach. Ponieważ wyniki badań pokazane na rys. 7.3 mogą budzić pewne wątpliwości co do dokładności wykonanego doświadczenia, na rys. 7.4 porównano stany zgięciowe naprężeń uzyskane drogą pomiaru odkształceń i przemieszczeń. Wyniki przedstawione na tym rysunku jednoznacznie świadczą o poprawności przeprowadzonych badań, a tym samym o jakościowo innym przebiegu skurczu w betonowych elementach rozciąganych.

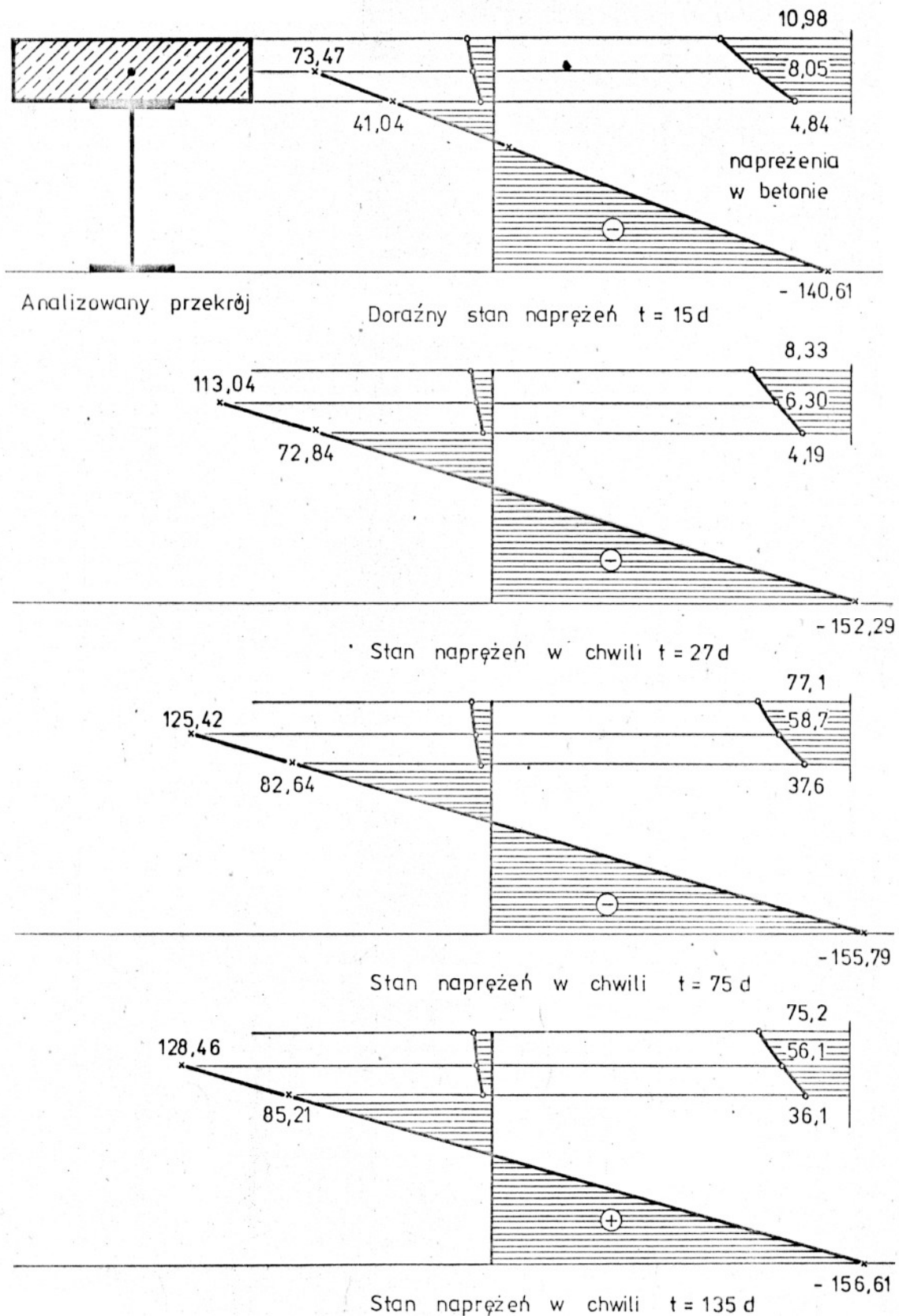
Wyniki teoretyczne pokazane na rys. 7.5 uzyskano dokonując pewnej modyfikacji programu dającej możliwość zwiększenia liczby przedziałów czasowych  $d_0$ , kosztem zmniejszenia gęstości ich podziału  $V_0$ .

Tabela. 7.1

<p>Wyniki badań podstawowych betonu - dane wyjściowe do teoretycznej analizy wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w badanych dźwigarach zespolonych. (Pierwsza seria badań)</p>	
<p>Zmienność pryzmowej wytrzymałości i doraźnego modułu sprężystości betonu w czasie.</p>	
<p>Uniwersalna bezwymiarowa funkcja starzenia betonu</p>	
<p><math>U(\tau) = 1 - u_1 e^{-\lambda_1 \tau} - u_2 e^{-\lambda_2 \tau}</math> , <math>u_1 + u_2 = 1</math> ; <math>u_1 = 0,700</math> , <math>\lambda_1 = 0,161</math>  <math>u_2 = 0,300</math> , <math>\lambda_2 = 0,007</math></p>	
<p><math>R_p(\tau)</math> - według (4.6) <math>\bar{R} = 29,8 \text{ MN/m}^2</math>  <math>E_b(\tau)</math> - według (4.7 i 4.9) <math>E_1 = \text{--- GN/m}^2</math> , <math>E_2 = \text{---}</math> <math>E_0 = 33,1 \text{ GN/m}^2</math></p>	
<p>Lepkie własności betonu</p>	
<p>Współczynnik wchodzący do wzoru (4.41) <math>\bar{\varphi}_1 = 0,0000386</math> <math>\alpha_1 = 0,520</math> , <math>\xi_1 = 0,230</math>  <math>\text{m}^2/\text{MN}</math> <math>\alpha_2 = 0,480</math> , <math>\xi_2 = 0,041</math></p>	
<p>Plastyczne cechy betonu.</p> <p><math>\bar{\varphi}_p = 0,000019</math> <math>[\text{m}^2/\text{MN}]</math></p>	<p>Inne informacje.</p> <p>Odształcenia skurczowe</p> <p><math>\bar{\epsilon}_{sk} = 0,00009</math></p> <p><math>\epsilon_{sk}(t) = \bar{\epsilon}_{sk} [1 - e^{-0,011(t-15)}]</math></p> <p>Moduł sprężystości stali :</p> <p>belki I 140 - 210,0 MN/m<sup>2</sup>  zbrojenia płyty - 192,3 MN/m<sup>2</sup></p>

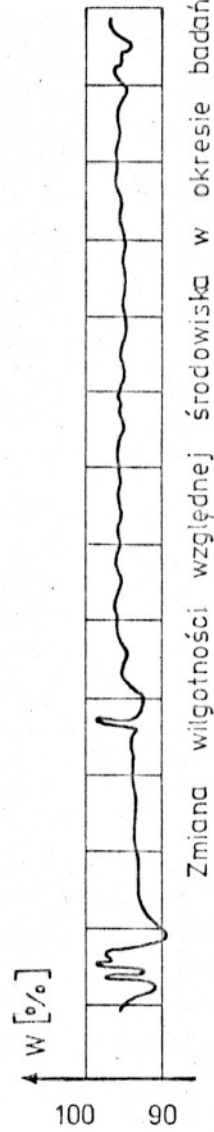
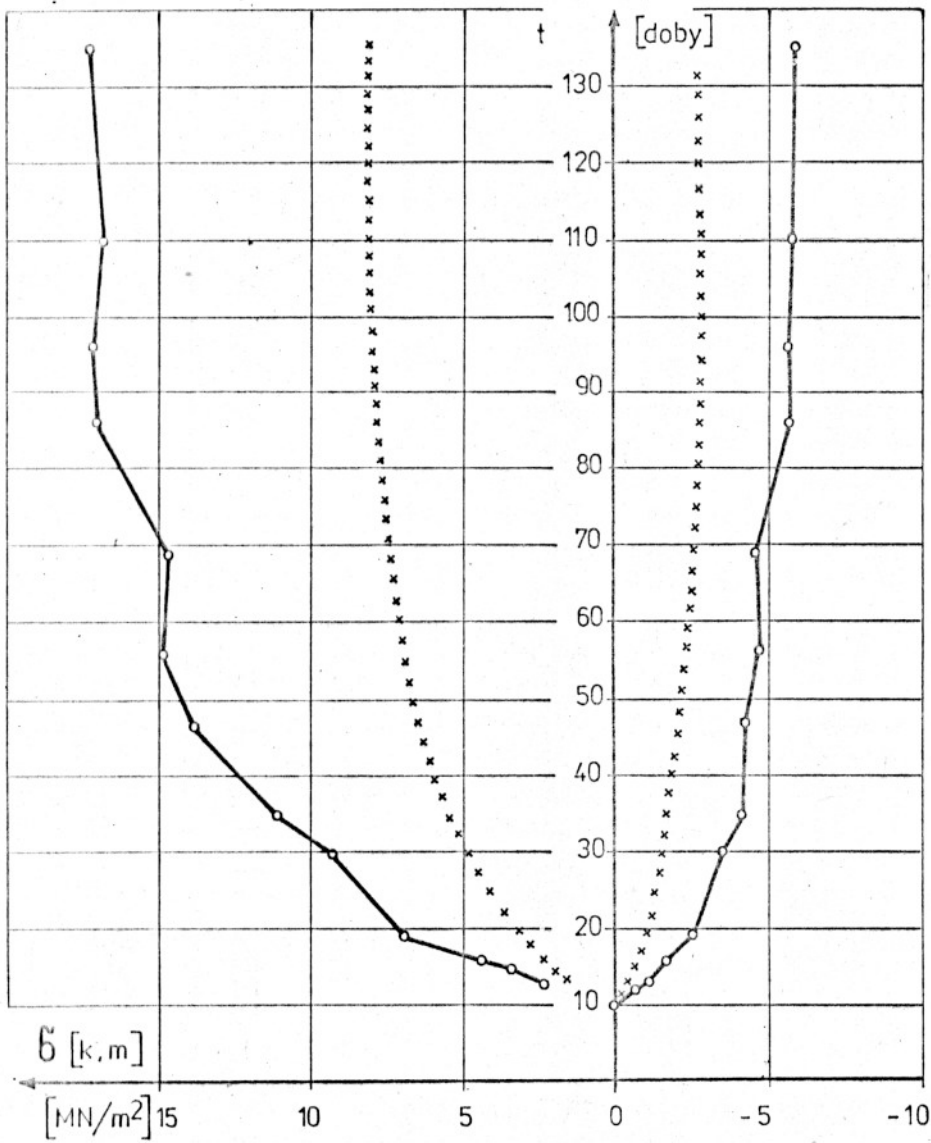
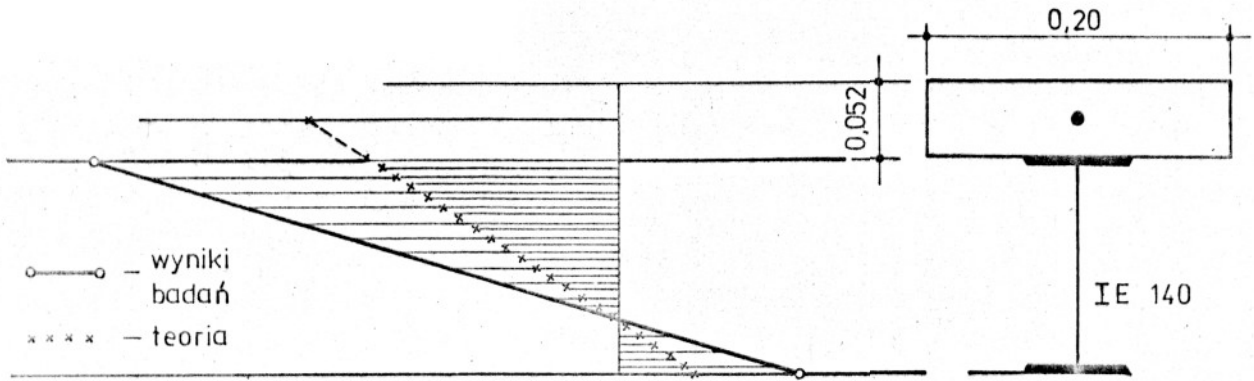


Rys. 7.1. Proces kształtowania się stanu naprężeń w dźwigarze zespolonym w świetle teorii i badań eksperymentalnych. Podział analizowanego przekroju na warstwy pokazano na rys. 7.5.



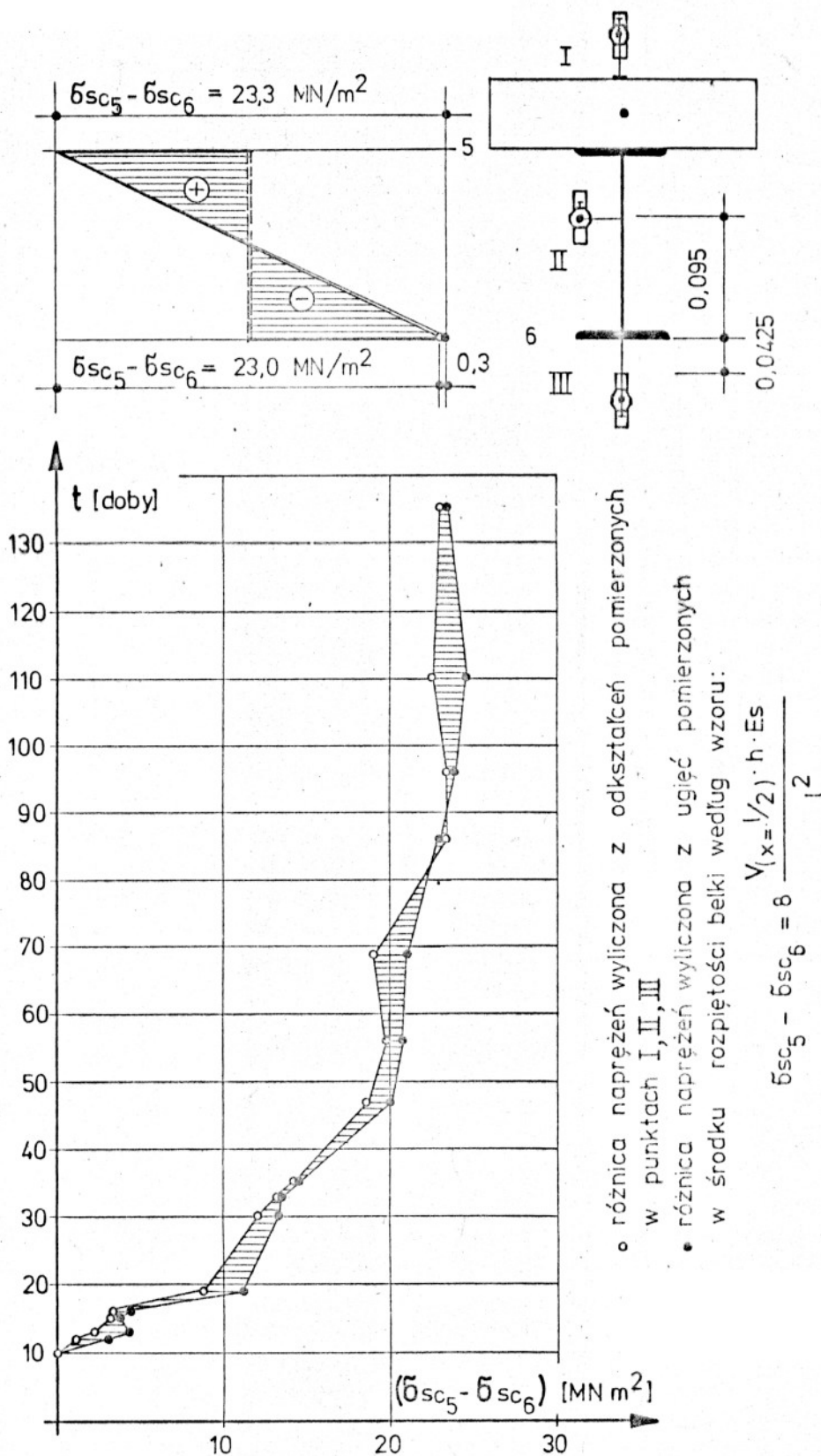
Rys. 7.2 Zmiany stanu naprężeń w badanych przez autora dźwigarach zespolonych (I seria badań) - wyniki obliczeń numerycznych.





Rys. 7.3. Wpływ skurczu betonu na ukształtowanie się stanu naprężeń w elemencie stalowym dźwigara zespolonego.

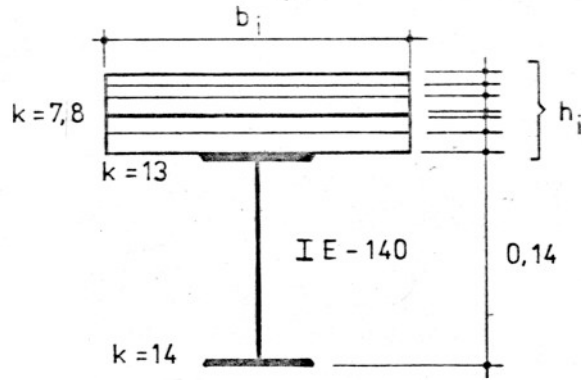




Rys. 7.4

Ilustracja poprawności metodologicznej przeprowadzonych badań - porównanie zgięciowych stanów naprężeń ( $\sigma_{sc5} - \sigma_{sc6}$ ) uzyskanych z pomiarów odkształceń i przemieszczeń. Uśrednione wyniki belek DZS-1, DZS-2, DZS-3.

<p>Wyniki badań podstawowych betonu - dane wyjściowe do teoretycznej analizy wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w badanych dźwigarach zespolonych. (Druga seria badań)</p>	
<p>Zmienność pryzmowej wytrzymałości i doraźnego modułu sprężystości betonu w czasie</p>	
<p>Uniwersalna bezwymiarowa funkcja starzenia betonu</p>	
$U(\tau) = 1 - u_1 e^{-\lambda_1 \tau} - u_2 e^{-\lambda_2 \tau}, \quad u_1 + u_2 = 1; \quad u_1 = 0,740, \quad \lambda_1 = 0,250$ $u_2 = 0,260, \quad \lambda_2 = 0,015$	
$R_p(\tau) \text{ - według (4.6),} \quad \bar{R} = 15,9 \text{ MN/m}^2$ $E_b(\tau) \text{ - według (4.7 i 4.9)} \quad E_1 = \text{--- GN/m}^2, \quad E_2 = \text{---} \quad E_0 = 20,90 \text{ GN/m}^2$	
<p>Lepkie własności betonu</p>	
<p>Współczynniki wchodzące do wzoru (4.41)</p> $\bar{\Psi}_1 = 0,0000725, \quad a_1 = 0,362, \quad \xi = 0,700$ $a_2 = 0,838, \quad \xi = 0,029$	
<p>Plastyczne cechy betonu</p>	<p>Inne informacje</p>
<p><math>\bar{\Psi}_p = 0,000017 \text{ [m}^2/\text{MN]}</math></p>	<p>Przedstawione dane (dotyczące odkształceń lepkich) odnoszą się do betonu izolowanego.</p> <p style="text-align: center;"><math>\bar{\epsilon}_{sk} = 0</math></p> <p><math>E_z^I = 192,3 \text{ GN/m}^2</math> - zbrojenie  <math>E_z = 210,0 \text{ GN/m}^2</math> - I</p>



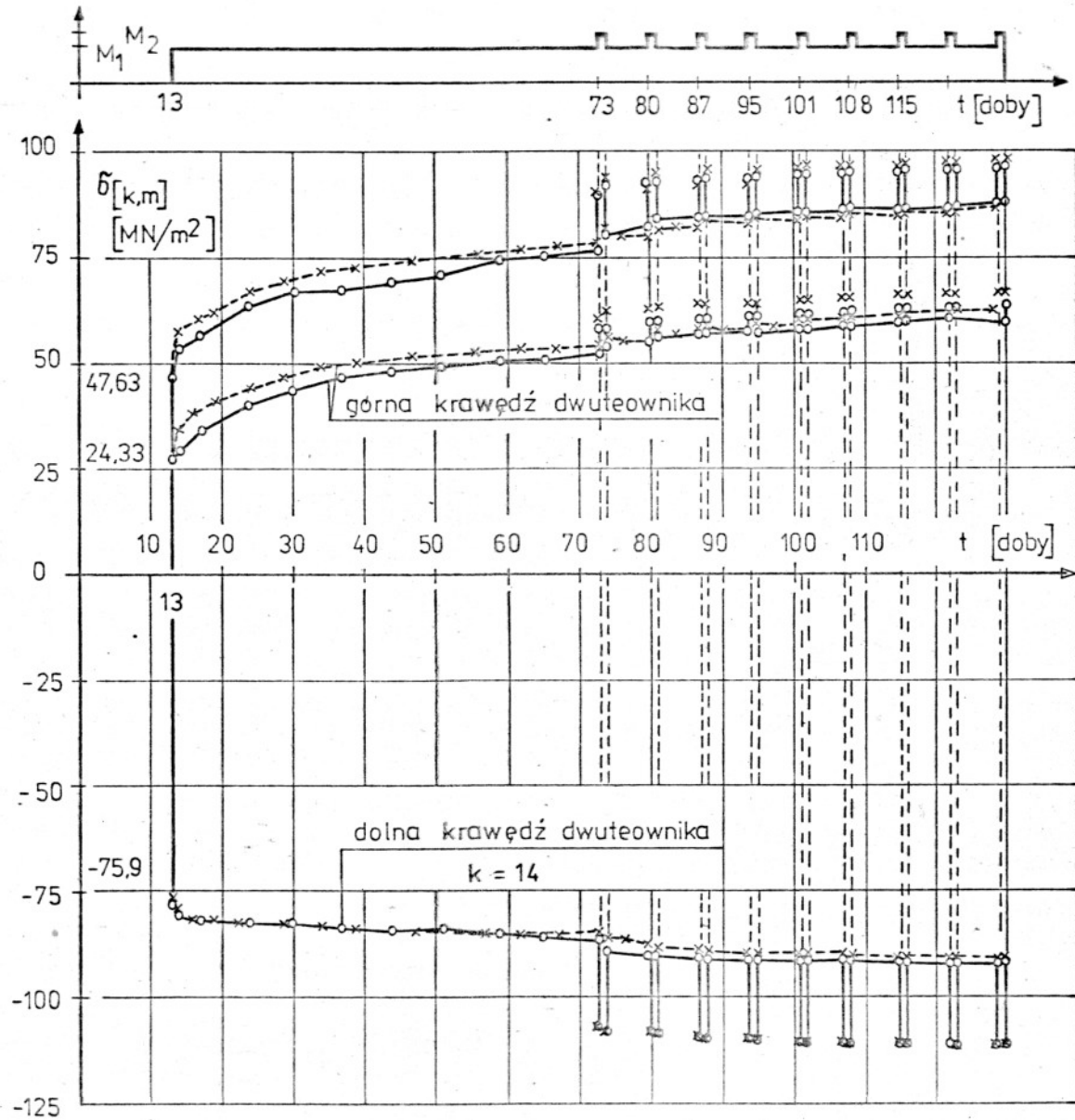
Przekrój przyjęty do numerycznej analizy problemu

Charakterystyka geometryczna poszczególnych warstw

$h_1 = 0,00615$	m	$b_i = 1,2,3,4,5,6 =$	
$h_2 = 0,01000$	m	$= 0,200$	m
$h_3 = 0,01000$	m	$F_6 = 0,00174$	$m^2$
$h_4 = 0,00010$	m	$J_6 = 0,00000572$	$m^4$
$h_5 = 0,01295$	m	$E_s = 210$	$GN/m^2$
$h_6 = 0,01200$	m		

○ wyniki badań eksperymentalnych,  
 × wyniki uzyskane na drodze teoretycznej.

Rys. 7.5. Porównanie wyników badań eksperymentalnych z teoretycznym opisem zmiany stanu naprężeń w zbrojeniu płyty, oraz górnej i dolnej połce dwuteownika.



## 7.2. Weryfikacja rozwiązań teoretycznych problemu oparta o badania przeprowadzone w ISM i S AN GSSR

Spośród wielu badań eksperymentalnych wymienionych w punkcie 6.2 tylko doświadczenia przeprowadzone w ISM i S AN GSSR [51, 63] mogą być wykorzystane do wszechstronnej i obiektywnej weryfikacji różnych, a w szczególności i nieliniowych rozwiązań teoretycznych problemów redystrybucji stanu naprężeń. Wynika to z faktu, że w eksperymentach tych przeprowadzono bardzo szczegółowe badania podstawowych cech tworzywa, co pozwala na obiektywny dobór odpowiednich funkcji występujących w różnych związkach konstytutywnych. Wyniki badań zamieszczone w pracach [51, 63] mają jeszcze tę dodatkową zaletę, że są porównane z teoretycznymi rozwiązaniami problemu uzyskanymi przez innych autorów - podrozdział 5.1.5, co pozwala na wszechstronniejszą ocenę metody zaproponowanej w niniejszej pracy.

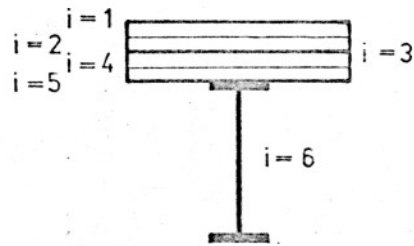
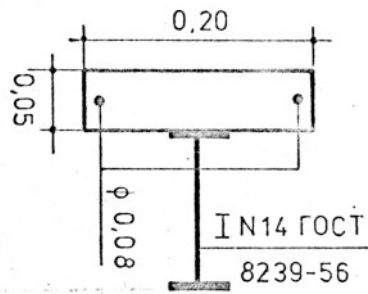
Podstawowe dane wyjściowe do teoretycznej analizy problemu podano w tab. 7.3 i 7.4, a także na rysunkach: 7.6, 7.7, 7.8. Uzyskany przez autora teoretyczny opis problemu porównano na rys. 7.6, 7.7 i 7.8 z wynikami cytowanych badań.

## 7.3. Analiza przedstawionych wyników

Porównując wyniki otrzymane na drodze teoretycznej i doświadczalnej rysunki: 7.1, 7.2, 7.3, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8 można uzyskać pewne ogólne informacje na temat dokładności i zakresu możliwych zastosowań otrzymanego rozwiązania.

Tabela 7.3

<p>Dane wyjściowe do teoretycznej analizy wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w dźwigarach zespolonych. Oszacowano na podstawie wyników badań opublikowanych w [63].</p>	
<p>Zmienność pryzmowej wytrzymałości i doradźnego modułu sprężystości betonu w czasie.</p>	
<p>Uniwersalna bezwymiarowa funkcja starzenia betonu</p>	
$U(\tau) = 1 - u_1 e^{-\lambda_1 \tau} - u_2 e^{-\lambda_2 \tau}, \quad u_1 + u_2 = 1; \quad U_1 = 0,720, \quad \lambda_1 = 0,220$ $U_2 = 0,280, \quad \lambda_2 = 0,013$	
<p><math>R_p(\tau)</math> - według (4.6) <math>\bar{R} = 29,6 \text{ MN/m}^2</math></p> <p><math>E_b(\tau)</math> - według (4.7 i 4.9) <math>E_1 = 45,3 \text{ GN/m}^2</math> <math>E_2 = 0,22</math> <math>E_0 = 37,70 \text{ GN/m}^2</math></p>	
<p>Lepkie własności betonu</p>	
<p>Współczynniki wchodzące do wzoru (4.41) <math>\bar{\varphi}_1 = 0,0000431, \quad a_1 = 0,650, \quad \xi_1 = 1,200</math></p> $a_2 = 0,350, \quad \xi_2 = 0,022$	
<p>Plastyczne cechy betonu</p>	<p>Inne informacje</p>
<p><math>\bar{\varphi}_p = 0,000091 \text{ [m}^2/\text{MN]}</math></p>	<p>Odształcenia skurczowe</p> $\bar{\epsilon}_{sk} = 0,00033$ $\epsilon_{sk}(t) = \bar{\epsilon}_{sk} [1 - 0,3 \cdot e^{-0,08(t-15)} - 0,7 \cdot e^{-0,25(t-15)}]$ <p><math>E_z = 210,0 \text{ GN/m}^2</math></p>



Rzeczywisty przekrój poprzeczny analizowanych dźwigarów zespolonych.

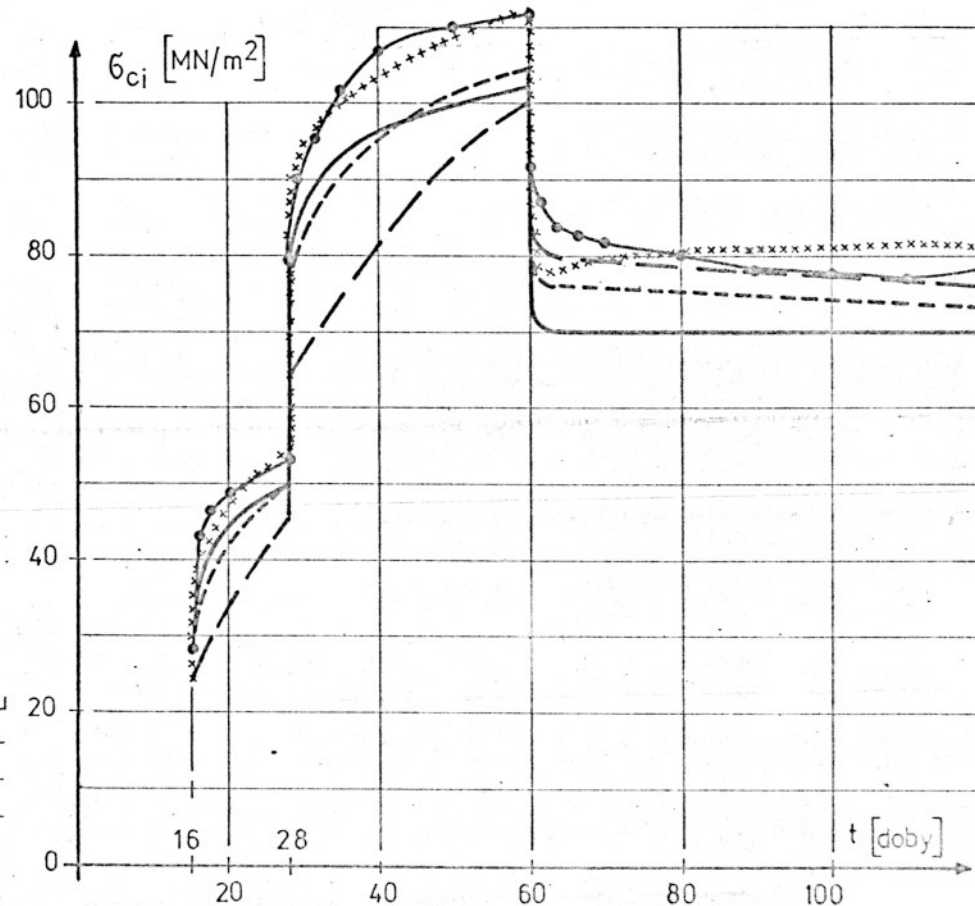
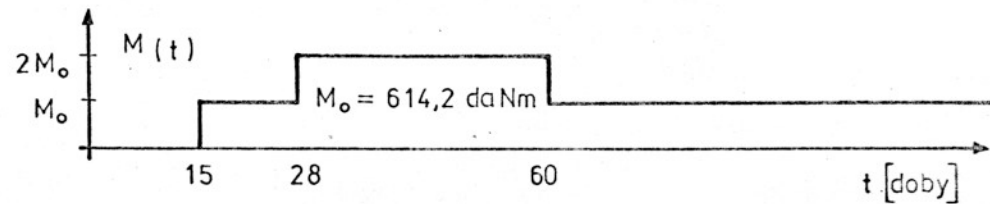
Przekrój zastępczy przyjęty przez autora do teoretycznej analizy

Charakterystyka geometryczna poszczególnych warstw

$h_1 = 0,01250$ m	$b_{1,2,4,5} = 0,200$ m
$h_2 = 0,01225$ m	$b_3 = 0,200$ m
$h_3 = 0,00050$ m	$F_6 = 0,00174$ m <sup>2</sup>
$h_4 = 0,01225$ m	$J_6 = 0,00000572$ m <sup>4</sup>
$h_5 = 0,01250$ m	$E_s = 210$ GN/m <sup>2</sup>
$h_6 = 0,140$ m	

Oznaczenia

- wyniki badań eksperymentalnych,
- rozwiązania teoretyczne problemu podane w pracy [66]; wyniki te uzyskano w oparciu o teorię sprężystości pełzającego ciała wykorzystując miarę pełzania S.W. Aleksandrowskiego (liniową i nieliniową) i G.N. Małsłowa i N.C. Arutiuniana (liniową).
- xxxx wyniki teoretyczne uzyskane przez autora.

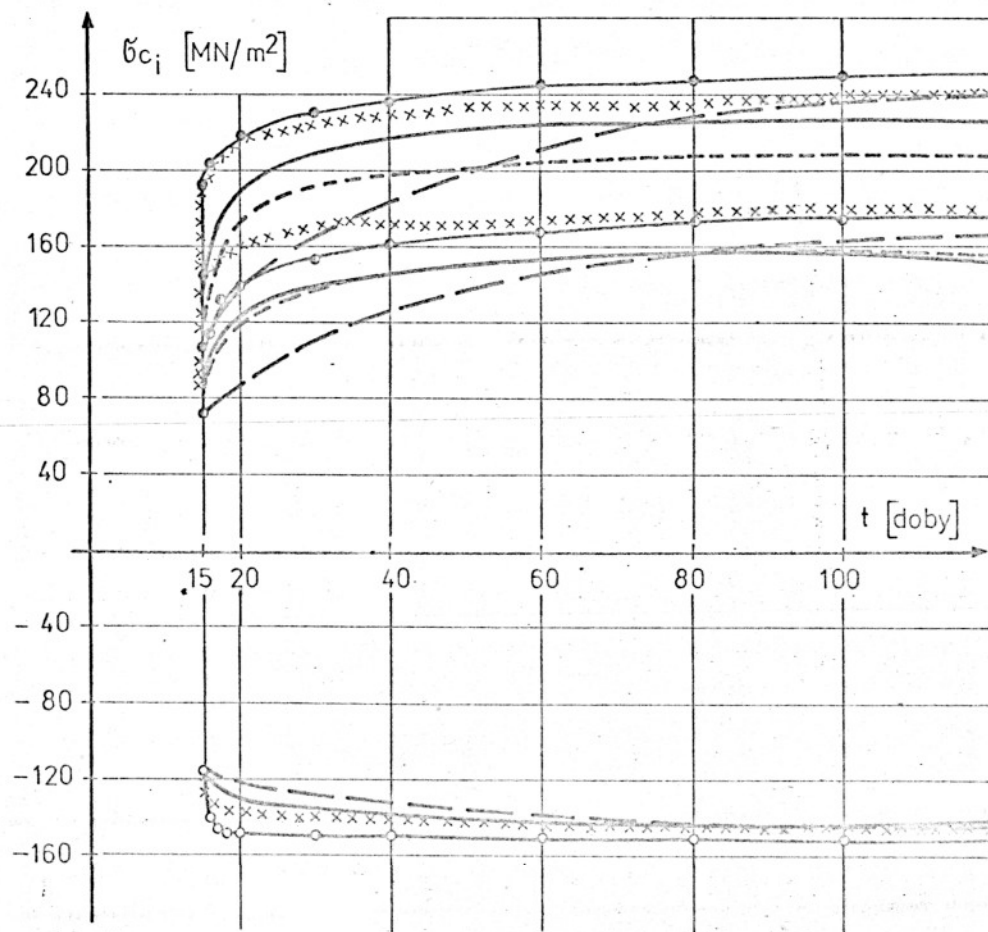
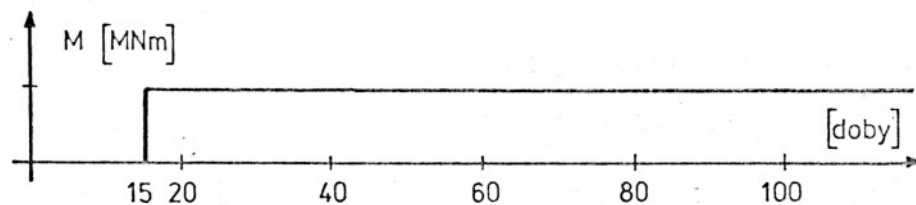
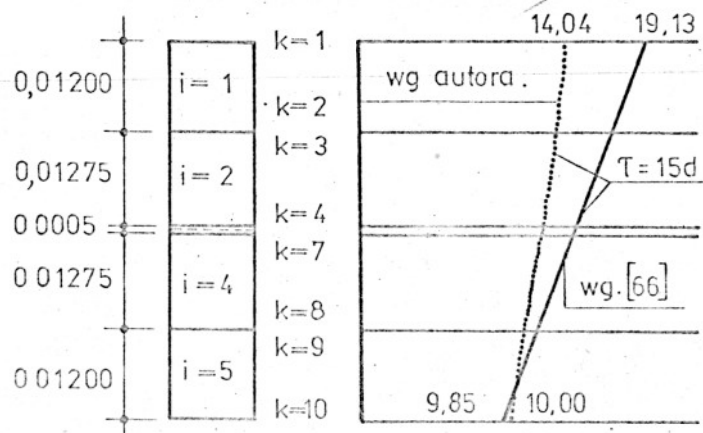


Rys.7.6. Zmiana stanu naprężeń w środku ciężkości zbrojenia płyty betonowej stanowiącej element dźwigara zespolonego — konfrontacja wyników uzyskanych na drodze teoretycznej i doświadczalnej.



- , •, • – wielkości naprężeń uzyskane na drodze badań eksperymentalnych,
- – naprężenia w środku ciężkości zbrojenia płyty betonowej (warstwa i 3),
- , • – naprężenia na górnej i dolnej krawędzi belki dwuteowej (warstwa i 6);
- xxxxx – wielkości naprężeń określone na drodze teoretycznej w wybranych warstwach przekroju zespolonego – oznaczenia jak na rys 7.5

Naprężenia w części betonowej dźwigara zespolonego

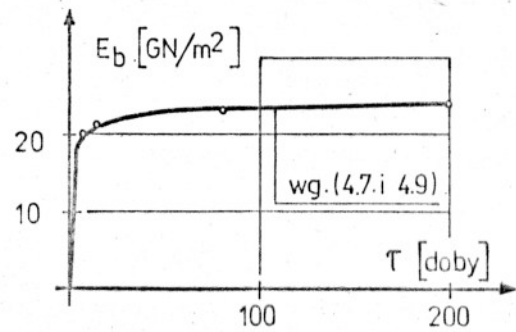
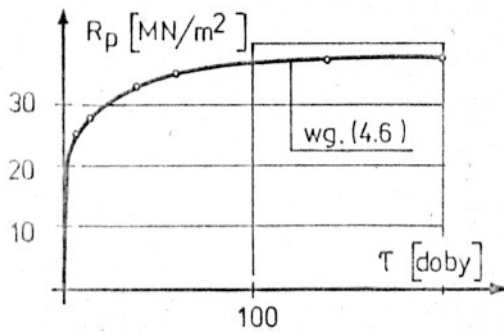


Rys.7.7 Zmiana stanu naprężeń w wybranych warstwach przekroju zespolonego.

Tabela. 7.4

Dane wyjściowe do teoretycznej analizy wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w karamzytobetonowych belkach sprężonych. Opracowano na podstawie badań opublikowanych w [5]

Zmienność pryzmowej wytrzymałości i doraźnego modułu sprężystości betonu w czasie



Uniwersalna bezwymiarowa funkcja starzenia betonu

$$U(\tau) = 1 - u_1 \cdot e^{-\lambda_1 \tau} - u_2 \cdot e^{-\lambda_2 \tau}, \quad u_1 + u_2 = 1; \quad u_1 = 0,690, \quad \lambda_1 = 0,240 \\ u_2 = 0,310, \quad \lambda_2 = 0,008$$

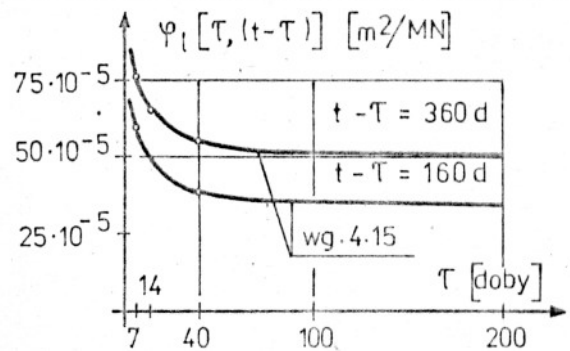
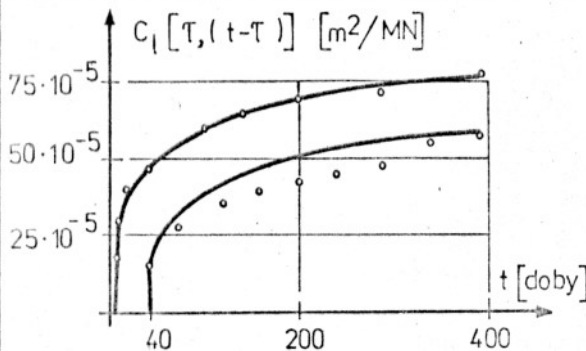
$R_p(\tau)$  - według (4.6)

$$\bar{R} = 37,8 \text{ MN/m}^2$$

$E_b(\tau)$  - według (4.7 i 4.9)

$$E_1 = 63,2 \text{ GN/m}^2, \quad E_2 = 1,551, \quad E_0 = 24,75 \text{ GN/m}^2$$

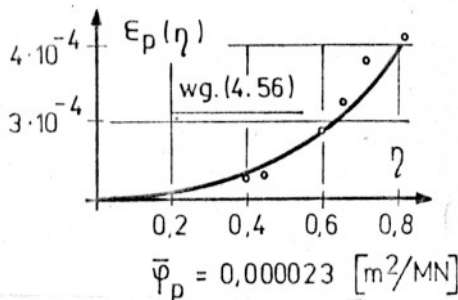
Lepkie własności betonu



Współczynniki wchodzące do wzoru (4.41)

$$\bar{\varphi}_1 = 0,000049, \quad a_1 = 0,470, \quad \xi_1 = 1,000 \\ a_2 = 0,530, \quad \xi_2 = 0,012$$

Plastyczne cechy betonu



$$\bar{\varphi}_p = 0,000023 \text{ [m}^2/\text{MN]}$$

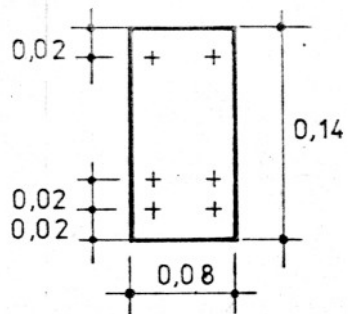
Inne informacje

Odształcenia skurczowe

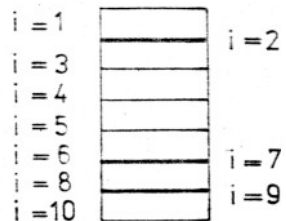
$$\bar{\epsilon}_{sk} = 0,00058$$

$$\epsilon_{sk}(t) = \epsilon_{sk} \cdot [1 - e^{-0,01(t-9)}]$$

$$E_d = 210 \text{ GN/m}^2$$



Rzeczywisty przekrój poprzeczny analizowanych belek sprężonych  
+ cięgna sprężone  $\phi$  0,005 m



Przekrój zastępczy przyjęty przez autora do teoretycznej analizy problemu.

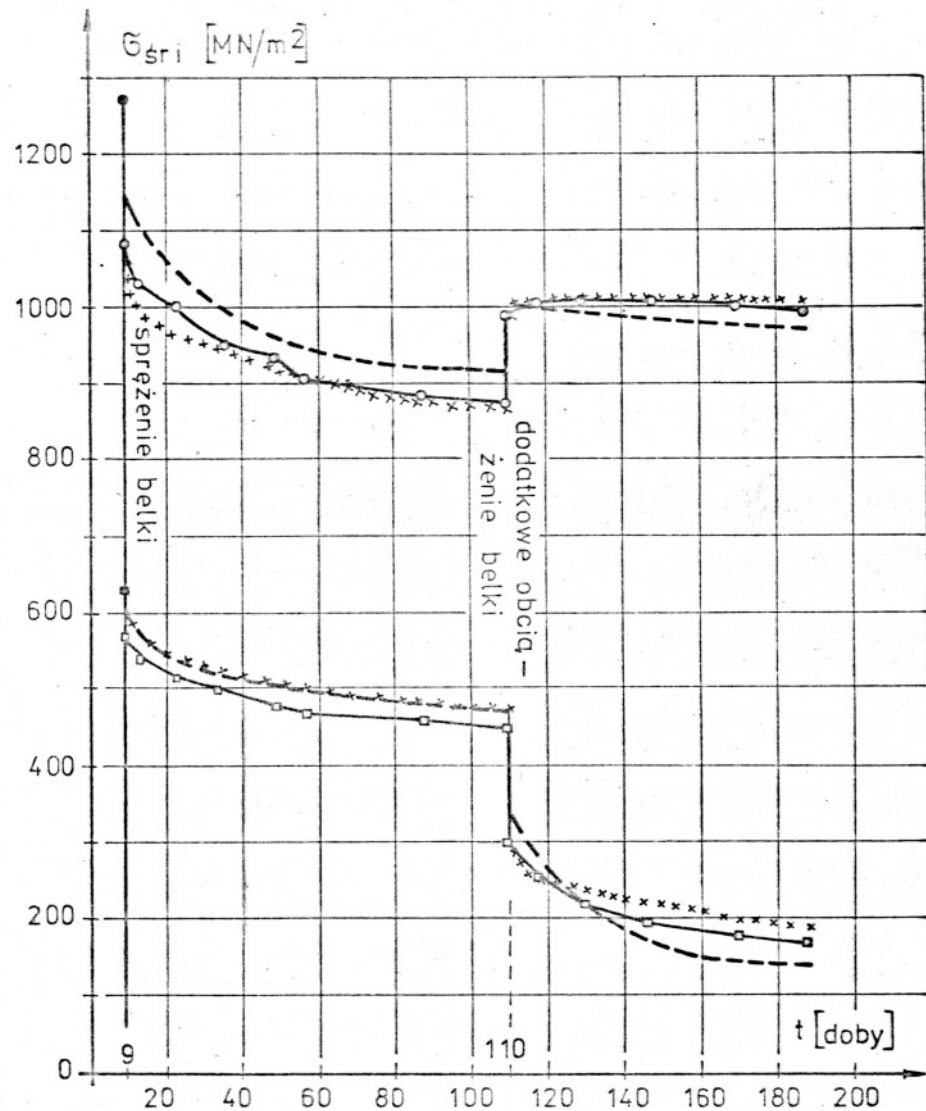
Charakterystyka geometryczna poszczególnych warstw.

$h_1 = 0,019755$ m	$h_6 = 0,019755$ m	$b_i = 1,2, \dots, 10 =$
$h_2 = 0,000490$ m	$h_7 = 0,000490$ m	$= 0,08$ m
$h_3 = 0,019755$ m	$h_8 = 0,019510$ m	
$h_4 = 0,02$ m	$h_9 = 0,000490$ m	
$h_5 = 0,02$ m	$h_{10} = 0,019755$ m	

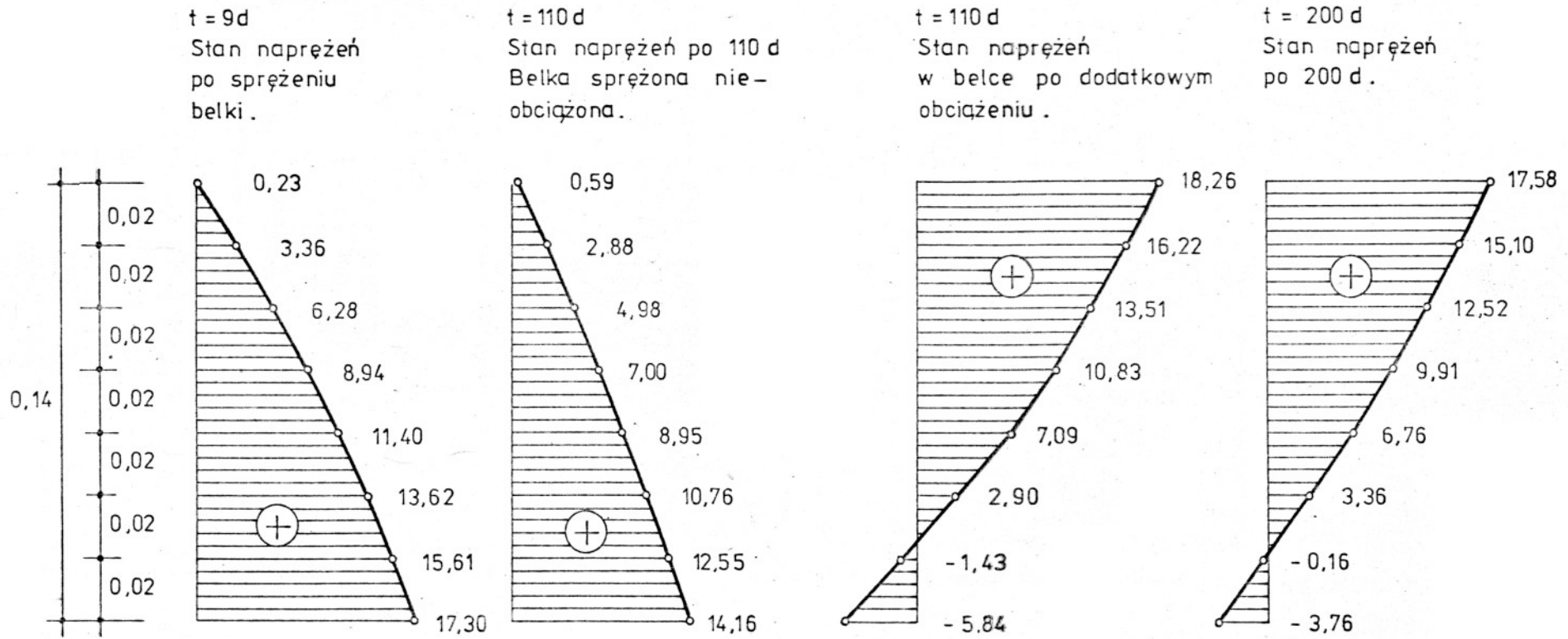
• — wyniki pomiarów naprężeń panujących w strunach przed ich zwolnieniem.

Rys.7.8 Zmiana stanu naprężeń w wybranych warstwach przekroju sprężonego.

--- według liniowej teorii sprężycie pełzającego ciała (miara pełzania wg. S.W. Aleksandrowskiego)  
xxxxxx według ścisłego ujęcia autora.



• — naprężenia określone na podstawie badań w środku ciężkości zbrojenia dolnego,  
■ — jak wyżej lecz górnego.



Rys. 7.9 Zmiana stanu naprężeń w betonowej belce sprężonej pokazanej na rys. 7.8 według obliczeń autora ( $v_0 = 20, p_0 = 10$ ).

Informacje te można ująć w postaci następujących wniosków:

- proponowane rozwiązanie teoretyczne problemu z zadawalającą dokładnością rzędu 3 - 5 % opisuje analizowane zjawiska, niezależnie od typu analizowanej konstrukcji w przypadku gdy w betonie występują wyłącznie naprężenia ściskające,
- w przypadku gdy w przekrojach elementów betonowych występują naprężenia różnych znaków (ściskające i rozciągające), a ponadto istnieją warunki umożliwiające wyparowywanie wody z betonu, wielkości naprężeń panujące w konstrukcji uzyskane na drodze teoretycznej mogą być mniejsze od pomierzonych nawet o 100 % rys. 7.3 ,
- opisany w poprzednim wniosku fakt, stanowi jeszcze jeden dowód na to, że przebieg skurczu betonu jest jakościowo i ilościowo inny w elementach poddanych rozciąganiu,
- metoda autora, czego dowodem są wyniki pokazane na rysunkach 7.6, 7.7, 7.8 , pozwala na dokładniejszy w stosunku do innych znanych sposobów [29, 51, 63] opis redystrybucji stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych.

## 8. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawione w pracy rozważania poparte bogatym materiałem doświadczalnym pozwalają na sformułowanie, obok wielu stwierdzeń i wniosków szczegółowych rozproszonych w tekście pracy, następujących ważniejszych zdaniem autora wniosków natury ogólnej:

- jak wykazało przeprowadzone porównanie wyników obliczeń numerycznych i doświadczeń eksperymentalnych, przyjęty w rozdziale 4.1 model odkształcalności betonu, pozwala na poprawną ocenę stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych,
- w związku z nieliniowym charakterem odkształcalności betonu zasada superpozycji poszczególnych wpływów nie może być wykorzystywana w zapisie reologicznych równań stanu dotyczących tego materiału,
- wpływ obciążeń zmiennych na ukształtowanie się stanu naprężeń w analizowanych konstrukcjach jest znaczny i nie może być pominięty,
- proponowany sposób teoretycznego ujęcia wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie się stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych może być wykorzystywany do projektowania mostowych konstrukcji zespolonych i sprężonych.



LITERATURA

- [1] Abeles O.W., Bobrowski J., The resistance of prestressed concrete members to dynamic loading. Papers presented at the Seventh International Congress of the FIP New York, 26 May - 1 June 1974.
- [2] Abeles P.W., Kuna R., Prestress Losses due to the Effect of Shrinkage and Creep on Non Tensioned Steel, ACI Journal, January 1973.
- [3] Achwierdow I.N., Mechanizm usadki i poźuczestci bietona w świetle sowremiennych predstavlenij re- ołogii i fizyki twierdowo tieła. Bieton i żelezo- bieton, nr 10, 1970.
- [4] Achwierdow I.N., Smolskij A.Je., Skoczeljas W.W., Modielirowanije naprjażennowo sostojanija bietona i żelazobietona, izd. Nauka i tiechnika, Minsk 1973.
- [5] Aleksandrowskij S.W., O gistereziise deformacij usadki i nabuchanija bietona pri jewo poperemennych wysusziwanijach i uwłaźnienijach, Beton i żelazo - bieton, nr 9, 1958.
- [6] Aleksandrowskij S.W., Niekotoryje osobiennosti usadki bietona. Bieton i żelezobieton, nr 4, 1959.
- [7] Aleksandrowskij S.W., O raznowidnostjach sowremien- noj tieorii poźuczestci bietona i nasledstwiennych funkcjach, figurirujuszczich w ich urawnienijach, Poźuczestci stroitielnych matieriałów i konstrukcij, Strojizdat, Moskwa, 1964
- [8] Aleksandrowskij S.W., O nasledstwiennych funkcjach tieorii poźuczestci starejuszczewo bietona, Poźuczestci stroitielnych matieriałów i konstrukcij. Strojizdat. Moskwa. 1964
- [9] Aleksandrowskij S.W., Rasczot bietonnych i żelezo- bietonnych konstrukcij na izmienienija tiempieratury i właźnosti s uczotom poźuczestci, Strojizdat, Moskwa, 1973.

- [10] Aleksandrowskij S.W., Ob odnoj intieresnoj formie urawnienij tieorii uprugo - połzuczewo tieła. W knigie: Problemy połzuczesti i usadki bietona, (Prikładnyje zadaczi tieorii żelezobietona) Trudy Wtorowo Wsiesajuznowo Sowietanija podgotowlennyje k pieczati NJJŽB. Gostrom ZSRR. Strojizdat, 1974.
- [11] Aleksandrowskij S.W., Bagrij W.Ja., Połzuczest' bietona pri stupienchatych znakopieremiennyh periodiczeskich nagruzkach. Bieton i żelezobieton, 12, 1967.
- [12] Aleksandrowskij S.W., Bagrij W.Ja., Połzuczest' bietona pri periodiczeskich wozdiejstwijach, Strojizdat, Moskwa 1970.
- [13] Aleksandrowskij S.W., Kolesnikow N.A., Nieliniejnaja połzuczesti bietona pri stupienczato izmjenjajuszczichsja napriáženijach, Bieton i żelezobieton, nr 6, 1971.
- [14] Aleksandrowskij S.W., Popkowa O.M., Nieliniejnnyje deformaczi bietona pri složnyh režimach zagruženija, Bieton i żelezobieton, nr 1, 1970.
- [15] Aleksandrowskij S.W., Sołomow W.W., Zawisimost' dieformacij połzuczesti starejuszczewo bietona ot naczalnogo urownia naprjaženij. Referatiwnyj sbornik. Miežotraslewyje woprosy stroitielstwa. Otieczetwieannyj opyt, wyp. 6, 1972.
- [16] Arutiunian N.C., Niekotoryje woprosy tieorii połzuczesti, Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Techniko - Teoreticzeskoj Literatury, Moskwa-Leningrad, 1952.
- [17] Atallah R., Brachet M., Darpas G., Contribution a l'estimation des parties précontrainte et des déformations différées des structures en béton précontraint, VII Congres de la FIP New York - Mai 1974. Ministère de l'aménagement du territoire, de l'équipement et des transports - Paris.

- [18] Bachmann H., Versuche an teilweise vorgespannten Leichtbeton - balken unter Dauerlast.  
FIP - Kongress New York Mai 1974.
- [19] Baraszikow A. Ja., Połzuczest' bjetona pri wynuždiennych cikliczeskich dieformacijach.  
Bieton i żelezobieton, 12, 1967.
- [20] Baraszikow A. Ja., Rasczot żelezobietonnych konstrukcij na diejstwie dlitielnych pieremiennych nagruzok, iz. Budiwielnik, Kijew 1974.
- [21] Baraszikow A. Ja., Wlijanie režima zagruženija na dlitielnyje deformacii żelezobietonnych konstrukcij, XXI Konf. nauk. KI PAN i KN PZITB, Referaty uczestników zagranicznych, Kraków - Krynica 1975.
- [22] Baraszikow A. Ja., Czepielewa A. N., Gadanow B. A.: Ob odnom sposobie opredielenija dlitielnych napriaženij i dieformacij pri pieremiennych nagruzkach. Stroitielnyje materiały i teorija sooruženij, wyp. XXIX, izd. Budiwielnik, Kijew 1976.
- [23] Baraszikow A. Ja., Fiedosiejewa N. M., Espierimentalnyje issledowanija prednapriažennych żelezobietonnych bałok pri diejstwie dlitielnych postojannyh i powtornych nagruzok. Problemy połzuczesti i usadki bjetona, nr 77, Moskwa 1974.
- [24] Baženow Ju. A., Bieton pri dinamiczeskom nagruženii. Izd. literat. po stroit., Moskwa 1970.
- [25] Berg O. I., Fizyczeskije osnovy teorii procznosti bjetona i żelezobjetona. Moskwa 1961.
- [26] Bicz P. M., O zawisimosti procznosti bjetona na szattie ot formy obrazca. Bieton i żelezobieton, nr 3, 1963.
- [27] Bieniek M., Obliczanie żełbetowych konstrukcij zespolonych, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom IV, zeszyt 4, 1958.
- [28] Biliński T., Zmienność wpływu zjawisk reologicznych na stan naprężenia w zespolonych przekrojach sprężo-

- nych, Księga Zjazdowa XVI Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1970.
- [29] Biliński T., Stan naprężeń w żelbetowo-sprężonych przekrojach zespolonych w procesie zachodzących zjawisk reologicznych, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Poznańskiej, seria Rozprawy nr 48, Poznań 1972.
- [30] Biliński T., Stopień współpracy dwóch zespolonych betonów, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XIX, zeszyt 2, 1973.
- [31] Biliński T., Przybliżone określenie stanu naprężenia w żelbetowo-sprężonych przekrojach zespolonych, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XX, zeszyt 4, 1974.
- [32] Biliński T., Studium przybliżonego wyznaczania stanu naprężenia w przekrojach zespolonych żelbetowo-sprężonych w procesie zachodzących zjawisk reologicznych, Politechnika Poznańska, Rozprawy, nr 68, Poznań 1975.
- [33] Biliński T., Odkształcenia opóźnione belek zespolonych żelbetowo-sprężonych, XXI Konf. nauk. KIL i W PAN i KN PZITB, Referaty, Konstrukcje betonowe, Kraków - Krynica 1975.
- [34] Biliński T., Czarnecki A., Kierzkowski Z.: Algorytm badania zmienności naprężeń w przekroju zespolonym dla analizy skutków zjawisk reologicznych przy użyciu maszyn cyfrowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Budownictwo Lądowe, nr 17, 1973.
- [35] Biliszcuk J., Wpływ zjawisk reologicznych na stan naprężeń w dźwigarach zespolonych, w świetle różnych teorii pełzania betonu, Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje nr 5, Wrocław 1976.

- [36] Biliszczyk J., Stan napięcia i odkształcenia w konstrukcjach zespolonych jako funkcja zjawisk reologicznych. Komunikat nr 16/76 Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1976.
- [37] Biliszczyk J., Kmita J., Analiza kształtów mostowych dźwigarów zespolonych z betonu sprężonego, Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje nr 1, Wrocław 1973.
- [38] Biliszczyk J., Kmita J., Problemy projektowania mostów o konstrukcji zespolonej. Konferencja Naukowo-Techniczna, Zagadnienia budownictwa mostów betonowych, Kielce 1977.
- [39] Boltzmann L., Zur Theorie der elastischen Nachwirkung, Wiener Ber., Bd. 70, 1874.
- [40] Bondarienko W.M., O dieformacjach wibropołączestobietona. Sb. Struktura procznost' i dieformaczi bieronow, Strojizdat, Moskwa, 1966.
- [41] Bondarienko W.M., Niekotoryje woprosy nieliniejnoj teorii żelezobietona. Izd. Charkowskowo uniwersiteta, Charków 1968.
- [42] Borcz A., Jankowiak R., O modelu reologicznym betonu. Referaty i Komunikaty XV Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1969.
- [43] Borowiec Z., Projektowanie belek zespolonych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo nr 4, Gliwice 1961.
- [44] Budesztskij R.J., Uproszennyje modelnyje ocienki procznostnych i dieformatiwnych charakteristik ziernistych kompozitow, Bieton i żelezobieton, wyp. VI, iz, Miecniereba. Tbilisi 1974.

- [45] Bussemann R., Kriechberechnung von Verbundtragern unter Benutzung von zwei Kriechfasern, Bauing 11, 1959.
- [46] Bychawski Z., Odkształcenia opóźnione w betonie, Arch. Inż. Łąd. z.1 - 2, 1956.
- [47] Bychawski Z., Resolving kernel of the Volterra equation in the case of the generalized creep function, Arch. Mech. Stos. nr 2, 1957.
- [48] Chaikes S., Ponts, routes surelevees et viaducs en beton precontraint arme, Annales des travaux publics de Belgique, nr 4, 1973/1974.
- [49] Chudzikiewicz A., Wpływ pełzania betonu na sprężone ustroje prętowe, Rozprawy Inżynierskie, zeszyt 2, 1956.
- [50] Chudzikiewicz A., Wpływ pełzania betonu na zespolone ustroje prętowe, Rozprawy Inżynierskie, zeszyt 4, 1956.
- [51] Cincadze L.D., Pawlenaszwili G.D., Eksperymentalnoje issledowanije izmienenij usilij w armature predwarietielno naprjażennykh karamzitobetonnykh bałok. Bieton i żelezobieton, wyp. VIII, Tbilisi 1977.
- [52] Czerski Z., Zieliński J., Prefabrykowane mosty sprężone, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1970.
- [53] Czrżan Czrżun -Jao, Issledowanije jawlenij połzuczestii i rełaksacii w bietonie i żelezobietonie, Rabota na st. kand. Kijew 1958.
- [54] Czudek H., O metodach wymiarowania stalowego przekroju zespolonego pracującego w zakresie sprężystym. Inż. i Bud. nr 1 - 1972.
- [55] Danielski L., Wpływ pełzania i skurczu betonu na ustroje zespolone, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej nr 127, Budownictwo XXX, Wrocław 1966.



- [56] Danielski L., Wymiarowanie zespolonych dźwigarów mostowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej nr 182, Budownictwo XXXVII, Wrocław 1968.
- [57] Danielski L., Głaszczak J., Ekonomia stali walcowanej w mostach kolejowych o konstrukcji zespolonej, Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje nr 1, Wrocław 1973.
- [58] Dantu P., Annales de J'Institute Technik du Blatiment et de Trawaux Publ. nr 12, 1958.
- [59] Derecki J., Kamiński L., Problemy prefabrykacji mostów drogowych, Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje nr 1, Wrocław 1973.
- [60] Dichinger F., Untersuchungen über die Knicksicherheit die elastische Verformung ind das Kriechen die Betons bei Bogenbrücken, Bauing., nr 33 - 34, 35 - 36, 39 - 40, 1937.
- [61] Dichinger F., Elastische und plastische Verformung der Eisenbetontragwerke. Bauing. nr 21 - 22, 31 - 32, 47 - 48, 1939.
- [62] Dieklos K.P., Zwierjew S.A., Piereraspredielenije naprjażenij w kombinirowanych predwaritielno naprjażennykh kieramzytowych bałkach. Bieton i żelezobieton, nr 5, 1969.
- [63] Dolidze A.D., Kwicaridze O.J., Pawleniszwili G.D., Ekspierimentalno - tieoreticzeskoje isledowanija nieliniejnowo pereraspredielenija usilij w stależele-zobetonnych izgibajemych elementach, Bieton i żele-zobieton, wyp. VI, Wyd. Miecnerieba Tibilisi, 1974.
- [64] Dolidze A.D., Pawleniszwili G.D., Mietodika opredie-lenija dlitielnowo naprjażenno-dieformirowannowo sostajaniija predwaritielno naprjażennykh zielezobie-tonnych konstrukcij, nachodjaszczichsja w usłowijach powyszennoj temperaturno - włażnostnoj sredy s uczo-tom usadki i połzuczesti bietona. Bieton i żelezobie-ton, wyp. VIII, Tbilisi 1966.

- [65] Dyduch K., Losses and delayed strains in prestressed partly reinforced concrete, Technical contributions to the VII congress of the FIP New York 1974, Institute for building technics polish member group of the FIP, Warszawa 1974.
- [66] Dyduch K., Straty reologiczne siły sprężającej i naprężenia efektywne w betonie w zbrojonych belkach kablobetonowych, XXI Konferencja Naukowa KIL i W PAN i KN PZITB, Krynica 1975.
- [67] Dyduch K., Reologiczne straty naprężenia i zarysowanie elementów zbrojonych częściowo zespolonych. Zeszyt Nauk., Politechniki Krakowskiej, Bud. Łąd., Kraków 1976.
- [68] Dziendziel A., Niektóre problemy pełzania betonu w świetle doświadczeń, Praca doktorska, Wrocław 1964.
- [69] Eimer C., Zastosowanie transformacji Laplace'a w obliczeniach reologicznych konstrukcji sprężonych, Rozp. Inż., nr 2, 1958.
- [70] Eimer C., Obliczenia reologiczne konstrukcji sprężonych, Arch. Inż. Łąd., t. 4, nr 3, 1958.
- [71] Eimer C., Reologiczna teoria wytrzymałości i jej zastosowanie do betonu, Rozp. Inż., 4.11/1963.
- [72] Eimer C., O efektywnych naprężeniach w betonie, Archiwum Inżynierii Łądowej, Tom XIII, z 4, 1967.
- [73] Eimer C., Wytrzymałość reologiczna betonu w świetle hipotezy uszkodzenia, Arch. Inż. Łąd., Tom XVII z 1/1971.
- [74] Europejski Komitet Betonu - CEB, Międzynarodowe zalecenia obliczania i wykonywania konstrukcji z betonu, Arkady, Warszawa 1973.
- [75] Ferens J., O zachowaniu się ściskanego betonu przy narzuconym przebiegu odkształceń podłużnych, Praca doktorska, Wrocław 1971.

- [76] Fiedorenko M.M., Iwanow Ju.A., Gołyszew A.W.,  
Wlijanije dlitielnych processow na naprjažennoje  
i dieformirowannoje sostojańnije izgibajemnych  
elementow iz bieronow marok 400 - 800, Bieron i  
żelezobieron, nr 3, 1967.
- [77] Gałustow K.Z., O nieliniejnosti dieformacij połzu-  
czesti bierona. Bieron i żelezobieron. nr 10, 1971.
- [78] Gibszman M.E., Teorija razczota mostow słożnych  
prostranstwiennyh sistem, izd. Transport, Moskwa  
1973.
- [79] Ginzburg I.I., K rasczetu sostawnych żelezobieron-  
nych stierźnej s podatliwymi swjazami, Bieron i  
żelezobieron nr 3, 1969.
- [80] Gluklich J., Model reologiczny betonu, Inż. i Bud.,  
nr 4, 1961.
- [81] Godycki-Ćwirko T., Kozicki J., Badania zespolonych  
elementów zginanych, Inżynieria i Budownictwo, nr  
12/1976.
- [82] Gołyszew A.B., Opredielenije dieformacij sborno -  
monolitnych konstrukcij s ucetom wlijanija popie-  
recznych sił, Stroitielnyje konstrukcii, wyp. XVII,  
Kijew 1971.
- [83] Gołyszew A.B., Zacharow W.F., Niekotoryje zadaczi  
słożnowo soprotiwlenija w sborno-monolitnom žele-  
zobieronie, Stroitielnyje konstrukcii, wyp. XIII,  
iz Buditielnik, Kijew, 1969.
- [84] Gołyszew A.B., Baraszikow A.Ja., Rudenko J.W.,  
K razczotu sborno-monolitnych konstrukcij na pier-  
miennyje nagrunki, Soprot. matier. i teor. sooruz.,  
wyp. 10, iz Budiwielnik, Kijew 1970.
- [85] Graf O., Brenner E., Versuche an Verbundträgern  
Beobachtung des Schwindens und Kriechens Wirkung  
von Vorbelastungen auf die Widerstandsfähigkeit,  
Berichte des Deutschen Ausschusses fir Stahlbau,  
Stahlbau-Verlag GMBH Köln, 1956, Heft 19.

- [86] Gwozdiew A.A., Niekotoryje osobienności dieformiro-  
wanija bietona i teorija pożuczesti, Pożuczest'  
stroitielnych materiałow i konstrukcij, Strojizdat,  
Moskwa, 1964.
- [87] Gwozdiew A.A., Jaszin A.B., Gałustow K.Z., O nieko-  
torych otstuplienijach ot principa nałożenija i teo-  
rija pożuczesti bietona, Bieton i żelezobieton, nr 8,  
1967.
- [88] Gwozdiew A.A., Kardowski Ju. N., Biełobrow J.K.,  
O dieformacijach bietona pri diejstwie mnogokratno  
powtorjajuszczichsja nagruzok, Wozdiejstwie stali-  
czeskich, dinamiczeskich i mnogokratno powtorjajusz-  
zczichsja nagruzok na bieton i elementy żelezobie -  
tonnych konstrukcij, Strojizdat, Moskwa 1972.
- [89] Haim H.-D., Zur Berechnung der Spannungsänderungen  
infolge Kriechen und Schwinden bei statisch bestimmt  
gelagerten Stahverbundträgern, Wissenschaftliche  
Zeitschrift der T.U. Dresden 24, 1975.
- [90] Hansen T.C. Influence of Aggregate and Voids on Modulus  
of Elasticity of Concrete, Cement Mortar, Cement Past,  
ACI Journal vol. 62, nr 2, 1965.
- [91] Hanson N.W., Precast - Prestressed Concrete Bridges,  
2. Horizontal Shear Connections,  
J. of PCA Reseach and Develoment Lab. vol. 2 nr 2,  
May 1960.
- [92] Hofman O., Sachs G., Wprowadzenie do teorii plastycz-  
ności, PWT, Warszawa 1959.
- [93] Iosilebskij L.J., Dołgoweczność predwaritelno na-  
prjażennyh żelezobietonnych bałocznych proletnych  
strojenij mastow., izd. Transport, Moskwa 1967.
- [94] Jasman S., Odkształcalność betonu i sposoby jej ba-  
dania, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politech-  
niki Wrocławskiej, nr 2/1970.

- [95] Kajfasz S., Warunki współpracy dwóch betonów w ustroju zespolonym, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom VII, zeszyt 3, 1961.
- [96] Kajfasz S., Warunki zarysowania i zniszczenia ustrojów betonowych zespolonych. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom VIII, zeszyt 3, 1962.
- [97] Kajfasz S., Wytrzymałość na ścinanie w płaszczyźnie zespolenia dwóch betonów. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. X, z. 2, 1964.
- [98] Kajfasz S., Szulc J., Czerniak M., The creep of prestressed concrete elements under decreasing load, Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XII, zeszyt 2, 1966.
- [99] Kałasznikow N.A., Kombinirowanyj napriażenno - armirowanyj bieron i wazmożnost' jego primienienija w gorodskich i awtodorożnych mostach. Gosstrojizdat, Moskwa, 1952.
- [100] Karapietjan K.C., Wlijanie mnogokratno-powtornoj szimajuszczej nagraski na procznost' dieformatiwnost' i pokuczest' bieronu w zawisimosti ot czisła ciklow nagrženienija. Problemy pokuczesti i usadki bieronu, nr 77, Moskwa 1974.
- [101] Kaufman S., Olszak W., Eimer C., Konstrukcje sprężone, Arkady, Warszawa 1965.
- [102] Kisiel I., Model M/V jako uniwersalny model reologiczny materiałów budowlanych. Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, nr 139, Budownictwo XXXIII, Wrocław 1966.
- [103] Kisiel J., Reologia w budownictwie, Arkady, Warszawa 1967.
- [104] Kłapoc M., Nieliniowe pęknięcie betonu, III Sympozjon PTMTS poświęcony reologii, Referaty, tom 1, Wrocław 1966.
- [105] Kłapoc M., Sypkość narastania odkształceń spowodowanych pękaniem betonu, III Sesja Naukowa Wydziału Budownictwa Lądowego Politechniki Wrocławskiej, PWN, Wrocław 1968.

- [106] Kłapoc M., Nieliniowe pekzanie betonu. Praca doktorska, Biblioteka Glówna, Wroclaw 1969.
- [107] Kmita J., Niektóre problemy oceny strat siły spręża - nia w konstrukcjach kablobetonowych. III Sympozjon PTMFS poświęcony reologii, Referaty, tom 1, Wroclaw 1966.
- [108] Kmita J., Niektóre problemy budownictwa mostowego na tle tendencji rozwojowych współczesnego mostownictwa. Zeszyty Naukowe Politechniki Wroclawskiej, Budownictwo XXXVII, nr 182, 1968.
- [109] Kmita J., Statyka betonowej belki prefabrykowanej z kablami montażowymi, Zeszyty Naukowe Politechniki Wroclawskiej. Nr 182, Budownictwo XXXVII, Wroclaw 1968.
- [110] Kmita J., Bridge spans as prefabricated prestressed concrete box girders, Technical contributions to the VII congress of the FIP New York 1974, Institute for building technics polish member group of the FIP, Warszawa 1974.
- [111] Kmita J., Biliszczuk J., Investigations on rational configuration of composite prestressed concrete bridge girders, Technical contributions to the VII congress of the FIP New York 1974, Institute for building technics polish member group of the FIP, Warszawa 1974.
- [112] Kmita J., Kamiński L., Węgrzyniak M., Biliszczuk J., Badania i studia nad ukształtowaniem prefabrykowanych powtarzalnych przęseł i podpór mostów drogowych, Część 5, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wroclawskiej, Raport nr 53/76.
- [113] Kmita J., Rybak M., Kierunki rozwoju prefabrykacji mostów w Polsce, Inżynieria i Budownictwo nr 8 - 9/ /1975
- [114] Kolesnikow N.A., O metodike approksimacji kriwych połzuczesti bietona s pomoszcziju formuły S.W. Aleksandrowskowo. Dłitielnyje dieformatiwnyje processy w bietonnych i żelezobietonnych konstrukcjach. Materiały konferencji młodych specjalistów. Strojizdat, Moskwa 1970.



- [115] Koreleski J., Zespolone konstrukcje mostowe, PWN Warszawa - Kraków 1967.
- [116] Kubik J., Statyka lepkosprężystych układów prętowych. Praca doktorska, Gliwice 1970.
- [117] Kuczyński W., Parabola madrycka, Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1961.
- [118] Kwicariдзе O.J., Kekelidze M.M., Issledowanie wlijanija kratkowremiennowo i dlitielnowo wozdiejstwija predielno wlażnoj sredy razlicznoj tiempieratury na procznostnyje i reologičeskije swojstwa starejuszczewo bietona, Bieton i żelezobieton, wyp. VI, izd. Miecniereba, Tbilisi, 1974.
- [119] Kwicariдзе O.I., Grigołaszwili B.M., O wzaimoswjazi mieźdu połzuczestju i wlażnostju bietona. Bieton i żelezobieton wyp. VIII, izd. Miecniereba, Tbilisi 1976.
- [120] Kułygin J.S., Ob osobiennostiach dieformirowanija bietona pri mnogokratno powtorjajuszczichsja szima - juszczich nagruskach Sb. Dłitielnyje dieformatiwnyje processy w bietonnych i żelezobietonnych konstrukcjach. Strojizdat, Moskwa 1970.
- [121] Kurasowa G.P., Srawnitielnaja ocienka konstrukcij iz kieramzitowo i tjażelowo bietonow rabotajuszczich w oginakowym usłowijach. Sb. Trudy sojuzdornii, wyp. 31, Iz.Transport, Moskwa 1969.
- [122] Levi F., Pizzetti G., Fluage, plastisite, precontrainte, Paris 1951.
- [123] Lejzerowicz L.A., Prodolno - popierecznyj izgib sostawnych stierženiej s uszotom połzicześci swjazej sdwiga.
- [124] Miekwabiszwili Sz. K., Sakwarelidze A.W., Ciłosani Z.N., Czikowani H.S., O wlijanii szimajuszczej nagruskii na intensiwnost' isparenija wlaži iz cementowo kamnja. Bieton i żelezobieton, wyp. VIII, Tbilisi 1976.
- [125] Madatjan S.A., Assessment of stress losses in high tensile reinforcing steel due to relaxation, Paper presented at the VII International Congress of the FIP New York, May 26, June 1, 1974.

- [126] Masłow G.N., Termiczeskoje naprjażennoje sostajanije bieronnych massiwow pri uczoie połączestii bierona, Izwiestia NIIG, t. 28, izd. Gosenergoizdat, 1941.
- [127] Maratow I.A., Naprjażenija i deformacii żelezobieronnych mostowych konstrukcij. Izd. Transport, Moskwa 1973.
- [128] Mattock A.H., Precast - prestressed concrete brigdes, 5, Creep and shrinkage studies. Chicago, Portland Cement Association, May 1961, Bulletin D-36 pp 34.
- [129] McHenry D., A New Aspect of Creep in Conrete and Its Application to Desing. Proceedings, Amerikan Society for Testind Materials, nr 43, 1943.
- [130] Mielnik R.A., Issledowanie deformativosti i procznosti bierona pri dlitelnom szatii, Bieron i żeletobieron, nr 3, 1964.
- [131] Mielnik R.A., Pacuła A. Ja., Issledowanije nieliniejnoj połączestii wysokoprocznych bieronow, Bieron i żelezobieron, nr 3, 1973.
- [132] Mielnik R.A., Fiedorczyk W.I., Lubieniec I.I., Mechaniczeskije swojstwa wysokoprocznych bieronow marok 900 i 1000, Bieron i żelezobieron, nr 8, 1975.
- [133] Mitzel A., Funkcje pełzania i skurczu betonu, III Sympozjon PTMTS poświęcony reologii, Referaty, tom 1, Wrocław 1966.
- [134] Mitzel A., Współczynnik odkształcalności betonu jako funkcja dwóch zmiennych, III Sesja Naukowa Wydziału Budownictwa Lądowego Politechniki Wrocławskiej, PWN, Wrocław 1968.
- [135] Mitzel A., Reologia betonu, Arkady, Warszawa 1972.
- [136] Mitzel A., Kłapoć M., O superpozycji odkształceń skurczu i pełzania, III Sympozjon PTMTS poświęcony reologii, Referaty, tom 1, Wrocław 1966.
- [137] Mirzajew P.T., Wlijanije reżima dlitelnowo nagrużenija na progiby prednaprjażennych sborno-monolitnych keramzitobieronnych elementów. Stroitelnyje konstrukcii, osnowanija i fundamenty, izd. Wyż. szkoła, Kijew 1974.

- [138] Misztal S., Miara wibropekania betonu, VI Symp. PTMTS pośw. reol., Wrocław 1975.
- [139] Mörsch E., Der Spannbetonträger, K. Wittwer, Stuttgart 1943.
- [140] Nowacki W., Teoria pekania, Arkady, Warszawa 1973.
- [141] Pawleniszwilli G.D., Dolidze A.D., Rascziet sborno - - monolitnych predwaritielno-naprjazennyh zelezobietonnych konstrukcij z ucziem nieliniejnych dlitelnyh processow po raznym teorijam pozczestni i niekotorym ich modifikacijam, Sbornik, Bieton i zelezo - bieton , wyp. V, Izd. Miecnerieba , Tbilisi 1972.
- [142] Olszak W., Kaufman S., Eimer C., Bychawski Z., Teoria konstrukcji sprężonych, PWN, Warszawa 1961.
- [143] Okada K., Kobayashi K., Some problems in the desing of composite beam, Journal of Japan Prestressed Concrete Engineering Association 5, 1974. Vol. 16 exstra number.
- [144] Piechnik S., Szarliński J., Stan naprężenia w tarczy niejednorodnej z uwzględnieniem pekania na przykła-dzie zapory betonowej . XXII Konferencja naukowa KIL i W PAN i KN PZITB, Referaty, tom 1, TK Krynica 1976.
- [145] Poljakow L.P., Fajnburd W.H., Modelirowanije stroitielnyh konstrukcij. Budiwielnik, Kojew 1975.
- [146] PN - 75/ B - 06250, Beton zwykły.
- [147] PN - 58/ B - 03260, Betonowe i zelbetowe konstr. most.
- [148] Popkowa O.M., Ekspierimentalnoje issledowanije nieliniejnoj pozczestni starejuszczego bietona pri szati, Dlitelnyje dieformatiwnyje processy w bietonnych i zelezobietonnych konstrukcjach, Matieriały konfierencji małodyh spiecjalistow, izd., Strojizdat, Moskwa 1970.
- [149] Popow N.N., Rastorgujew B.S., Dinamiczeskij rasczot zelezobietonnych konstrukcij. Strojizdat, Moskwa 1974.
- [150] Predwaritielno- naprjazennyj i samonaprjazennyj zelezobieton w S.Sz. A. Strojizdat, Moskwa 1974.

- [151] Predwaritielno naprjazennyj železobieton (po materialam VI Mieżdunarodnowo kongressa po predwaritielno naprjazennym železobietonnym konstrukcjam, FIP, Praha, 1970), Strojizdat, Moskwa 1973.
- [152] Rasch Ch., Spannungs - Dehnungs - Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit, Deutsch, Aussch. f. Stahlbeton, 1954/1962.
- [153] Ros A.D., Creep of Concrete under variable Stress, Journ. of the Amer. Concr. Inst., vol 29, nr 9, 1958.
- [154] Rühle H., Über den Einfluss des kriechens auf die Schubspannungen in Betonverbundkonstruktionen, Bauplanung und Bautechnik, nr 2, 1957.
- [155] Rüschi H., Researches toward a general flexural theory of structural concrete, JACI, VII 1960.
- [156] Rüschi H., Sell R., Rasch Ch., Grasser E., Festigkeit und verformung von ubewehrter Beton unter konstanter Dauerlast. Deutsch. Aussch. f. Stahlbeton, z.198/1968.
- [157] Rybak M., Tests on composite girders consisting of precast beams and slabs with different shear connectors, Technical contributions to the VII congress of the FIP New York 1974, Institute for building technics polish member group of the FIP, Warszawa 1974.
- [158] Rżanicyn A.R., Teoria pożuczestni, Izd. Liter. po Stroitu., Moskwa 1968.
- [159] Samowicz I., Sostawlenije proporcij cementnych rastworow i bieronow, Inżeniernyj Żurnał, nr 7 - 9, 1890.
- [160] Sattler K., Theorie der Verbundkonstruktionen, Spannbeton, Stahlträger in Verbund mit Beton, I. Theorie, II Zahlenbeispiele, Berlin 1959.
- [161] Siemienow A.I., Parinow A.T., Rabota predwaritielno naprjazennyh bałok, armirowannyh prjadjami pri dlitielnom zagruženii, Bieton i železobieton, nr 12, 1967.

- [162] Seregin I.N., Pożuczest' betona w darożno - mostowych sooruženijach, izd. Transport, Moskwa 1965.
- [163] Sinno R., Furr H.L., Hyperbolic funktions for prestress loss and camber, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil, Engineers, April 1970.
- [164] Stanisławski S., Rozpraszanie energii i odkształcalność betonu przy cyklicznym osiowym i mimośrodowym ściskaniu, Praca doktorska, Poznań 1967.
- [165] Suwalski L., Teoria betonu i żelbetu, Arkady, Warszawa 1964 .
- [166] Szczełkunow W.G., Switlyk A.Ju., Espierimentalno-teoreticzeskoje isledowanie požuczesti betona pri szatii, Stroitelstwo i Architektura, nr 11, Nowosibirsk 1975.
- [167] Szczerbakow Je. N., Approksimacija i prognozirowanije kriwych požuczesti nietona pri postojannych naprjaženijach szatii, Sb. Problemy požuczesti i usadki betona, Moskwa 1974.
- [168] Szczygieł J., Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego, Wydawnictwa komunikacji i łączności, Warszawa 1972.
- [169] Szczygieł J., Dziurla M., Kozakow Z., Badania modelowe dwóch przęsek mostowych o ustrojach zespolonych betonowo-stalowych sprężonych, III Sympozjon PTMTS poświęcony reologii, Referaty, tom 1, Wrocław 1966.
- [170] Szulczyński T., Zależność między naprężeniami i odkształceniami betonu, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom 20, zeszyt 4, 1974.
- [171] Trost H., Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton, Beton - und Stahlbetonbau, nr 10/1967.
- [172] Trost H., Zerna W., Rheologische Beschreibungen des Werkstoffes Beton, Beton - und Stahlbetonbau, nr 7/1967.



- [173] Tsilosani Z.N., Kvitsaridze O.I., On the nature of interrelation between the character of long-term deformations of plain and prestressed reinforced concrete and the temperature-humidity regims of the medium, FIP, USSR, member group, New York, May 26 - June 1, 1974, Moscow 1974.
- [174] Ulickij J.J., Teoria rasczeta żelazobietonnych sterżniewych konstrukcij s ucetom dlitielnych processow, Wyd. Budiwelnik, Kijów 1967.
- [175] Ulicij J.J., Teorija rasczota i konstruirowanija żelazobietonnych konstrukcij, Naprjażennoje sostojanie i deformacij betonnych i żelazobietonnych elementow i konstrukcij z ucetom dlitielnych procesow, Nauczno-Techniczeskoe Obszczestwo Stroitelnoj Promyszlennosti ZSSR, Moskwa 1958.
- [176] Ulickij J.J., Mietieljuk N.S., Reminiec G.M., Žostkost' izgibajemych żelazobietonnych elementow, Gosudarstwiennoe izdatielstwo literatury po stroitelstvu i architektуре USSR, Kijów 1963.
- [177] Voltterra V., Fonctions de lignes, Gauthier-Villard, Paris, 1913.
- [178] Wasiliew P.J., Strachow D.A., Rasczot żelazobietonnych stierżniewych konstrukcij s ucetom pożuczestii. Beton i żelazobeton, nr 1, 1975.
- [179] Węgrzyniak M., Analiza wytrzymałościowa połączeń zawiasowych w mostach prefabrykowanych, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Komunikat nr 20/77.
- [180] Whitney C., Plain and reinforced concrete arches, Journ. ACI, 1932.
- [181] Williams M.L., Structural Analysis of Viscoelastic Materials, AIAA Journal, May 1964.
- [182] Wiśniewski Z., Funkcje pełzania i skurczu w teoriach i normach konstrukcji z betonu, Zeszyt Nauk. Politechniki Szczecińskiej, nr 65, Szczecin 1964.



- [183] Wiśniewski Z., Mechanika sprężonych i zbrojonych konstrukcji prętowych w ujęciu reologicznym, Rozpr. Inż. z. 1, 1962.
- [184] Witkowski W., Przybliżone wyznaczanie sił spowodowanych skurczem betonu płyty jezdni w ustrojach zespolonych, Problemy Projektowania Dróg i Mostów, nr 4, 1963.
- [185] Włodarczyk J., Mitzel A., Persona M., Pełzanie betonu przy zmiennych naprężeniach, Materiały Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1967.
- [186] Włodarz A., Naprężenia normalne w sprężonych dźwigarach zespolonych, Biuletyn Techniczny Biur Projektów Budownictwa Przemysłowego, nr 5, 1968.
- [187] Wrycza W., Verbundbauweise mit und ohne Vorspannung unter Berücksichtigung des Schwind - und Kriecheinflusses auf die statisch unbestimmten Systeme, Die Bau - technik, Berlin, nr 8 i 9, 1954.
- [188] Zacharow W.F., Gołyszew A. B., O zamianie integralnych urawnień teorii połączności betonu algebraicznymi, Stroitelnyje konstrukci. wyp. 12, Budiwielnik, Kijew 1969.
- [189] Zienkiewicz O.C., Metoda elementów skończonych tłum. z ang. , Arkady, Warszawa 1972.

Rheological redistribution of the state of stress  
in non-homogeneous concrete structures

Summary

There is presented a new method for taking into account the effect of rheological phenomena on the formation of the state of stress for non-homogeneous concrete structures. The solution of the problem in question is based on the non-linear rheological equation of state, which is used to describe the behaviour of concrete under loadings arbitrarily changing in time. This equation is valid both for elastic viscous and plastic properties of material. The assumption of such a constitutive law is based on the wide analysis of theoretical and experimental works on the deformability of concrete.

The numerical results have been computed with the use of Digital Computer Technique. The method proposed by the author has been verified, i.e. the theoretical results have been compared with the results of the author's own and other experimental investigations.

Odbiorcy:	Egz.
1. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej	1
2. Biblioteka i Ośrodek Informacji Naukowo- - Technicznej Instytutu Inżynierii Lądowej	1
3. Redakcja Wydawnictw Naukowych i Dydaktycz- nych Instytutu Inżynierii Lądowej arch.	1
4. Dyrekcja Instytutu Inżynierii Lądowej	1
5. Instytut Budownictwa Politechniki Wrocław- skiej	1
6. Instytut Geotechniki Politechniki Wrocław- skiej	1
7. Promotor	1
8. Recenzenci	2
9. Ośrodki obce	9
Instytut Budownictwa Politechniki Gdańskiej	
Instytut Dróg, Kolei i Mostów Politechniki Krakowskiej	
Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Poznańskiej	
Instytut Dróg i Mostów Politechniki Śląskiej	
Instytut Dróg i Mostów Politechniki Warszaw- skiej	
Instytut Badawczy Dróg i Mostów Ministerstwa Komunikacji w Warszawie	
Dyrekcja Okręgowa Dróg Publicznych we Wrocławiu	
Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN w Warszawie	
Nauczno - Issledowatielskij Instytut Bietona i Żelezobietona w Moskwie (ZSRR)	
10. Autor	2

	* N *	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0				
	NNPR	A.N.03.01.03.031				
	Wspoczą. pr.	Zakońca. pr.	Upubl. pr.	Instytut	Pr. Instytutu	
	1074	1277		I.14	17.8.04.VI	
	Nr referenta		Nr archiwalny			
	I.14./K-050./77 *					
Symbol UKD	Konstrukcje złożone z elementów współpracujących. Obciążenia doraźne.			77:Inst.Inż. Ląd. PWr. MNSzWiT		
624.036.6:042.3				pol.		

Opis bibliograficzny

Biliszczyk Jan

Reologiczna redystrybucja stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych.

Komunikaty Inst.Inż.Ląd.PWr 1977 nr 50

208 s. 96 rys. 16 tabl. bibliogr. 189poz. /maszyn. powiel./

Rozprawa doktorska .....

Politechnika Wrocławska, Instytut Inżynierii Lądowej. Wrocław.

Promotor: Prof.zw.dr habil.inż.Jan Kmita

Charakter pracy: podstawowa  
Materiały odpłatne A

Rozpowszechnienie  
na pr.rękop.

Analiza dokumentacyjna

<D> W pracy podano nowy sposób uwzględniania wpływu zjawisk reologicznych na ukształtowanie stanu naprężeń w niejednorodnych konstrukcjach betonowych. Rozwiązanie uzyskano wykorzystując nieliniowe reologiczne równanie stanu, którym opisano zachowanie się betonu pod działaniem dowolnych obciążeń. Przedstawioną metodę zweryfikowano porównując wyniki teoretyczne z rezultatami badań eksperymentalnych.

Imię i Nazwisko autora analizy

Jan Biliszczuk

Słowa kluczowe

<S> niejednorodne konstrukcje betonowe, dźwigary zespolone, reologia, badanie, obciążenie zmienne.

\*\*0480 \* 00 \* 019257

<A> 003935 \* B \* C \* D

\* E \* F \* G \* H

tytuł	LINK	APW	Podpis red.	Podpis asyst. o/s badań	Potwierdzenie przyjęcia poprawki.	Potwierdzenie przyjęcia karty w oddziale dokumentacji.
<i>me</i>	<i>me</i>	<i>tal</i>	<i>Sps</i>			
Wzrost TAK lub NIE						