

C₃
Instytut Technologii
Budowy Maszyn
Politechniki Wrocławskiej

Henryk Bartoszewicz

WŁASNOŚCI DYNAMICZNE PNEUMATYCZ-
NYCH PRZYRZĄDÓW DO POMIARU DŁU-
GOŚCI NA PRZYKŁADZIE CZUJNIKA
CIŚNIENIOWEGO PROSTEGO

Praca doktorska

Publikacja nie zawiera nowego
rozwiązania zagadnienia technicznego
nadającego się do opatentowania.

RZECZNIK PATENTOWY
[Signature] 17.8.74
Mgr inż. Krystyna Sosńska

Promotor:

Doc. dr inż. Bogusław Bałaziński

Wrocław 1974

Nr 2584

SPIS TREŚCI

	str.
0. Zestawienie ważniejszych oznaczeń	4
1. Wstęp	8
2. Praca w warunkach statycznych	15
2.1. Przepływ powietrza przez dyszę wewnętrzną	16
2.2. Przepływ powietrza przez szczelinę między czołem dyszy pomiarowej i powierzchnią przysłony	19
2.3. Charakterystyka statyczna	22
2.3.1. Przyrząd z komorą pomiarową nieograniczonych rozmiarów	22
2.3.1.1. Linearyzacja charakterystyki statycznej układu pneumatycznego przyrządu ciśnie- niowego	32
2.3.1.1.1. Sposoby linearyzacji charakterystyki statycznej i ich ocena	34
2.3.1.1.2. Linearyzacja charakterystyki statycz- nej układu pneumatycznego prostego przyrządu ciśnieniowego w I zakresie pracy	45
2.3.2. Przyrząd z komorą pomiarową małych rozmiarów	49

	str.
3. Praca w warunkach dynamicznych	60
3.1. Równanie układu pneumatycznego	63
3.1.1. Przyrząd z komorą pomiarową nieograniczonych rozmiarów	68
3.1.2. Przyrząd z komorą pomiarową ograniczonych rozmiarów	73
3.2. Charakterystyki dynamiczne układu pneumatycznego	77
3.2.1. Linearyzacja charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu pneumatycznego	82
3.3. Równanie układu mechanicznego	92
3.4. Równanie przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny	95
3.5. Charakterystyki częstotliwościowe przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny	96
4. Stanowiska badawcze	99
4.1. Stanowisko do wyznaczania charakterystyk statycznych	99
4.2. Stanowisko do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych	102
5. Program badań	106
6. Wyniki, ich opracowanie i ocena	113
6.1. Charakterystyka statyczna układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów	113

6.2. Rozkład ciśnień w komorze ograniczonych rozmiarów i charakterystyka statyczna układu pneumatycznego z tą komorą	124
6.2.1. Wykreślony sposób opracowywania doświadczalnych charakterystyk statycznych	139
6.3. Charakterystyki częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów . .	141
6.4. Charakterystyki częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą ograniczonych rozmiarów . . .	163
7. Wnioski	179
8. Literatura	182

0. Zestawienie ważniejszych oznaczeń

- a - współczynnik charakteryzujący powierzchnie wypływu,
- $A(\omega)$ - stosunek amplitudy wielkości wyjściowej przy dowolnej częstotliwości kołowej wymuszenia do amplitudy statycznej ,
- b - stosunek ciśnienia atmosferycznego do roboczego nazywany bezwymiarowym ciśnieniem otoczenia ,
- d_w, d_m, d_k - średnica otworu dyszy wewnętrznej i pomiarowej oraz otworu komory pomiarowej,
- d_c - średnica czoła dyszy pomiarowej,
- e - podstawa logarytmu naturalnego,
- f - częstotliwość,
- f_w, f_m i f_k - powierzchnia geometrycznego przekroju dyszy wewnętrznej, dyszy pomiarowej i komory,
- F_w, F_m, F_k i F_e - powierzchnia efektywna dyszy wewnętrznej, dyszy pomiarowej, komory pomiarowej i elementu sprężystego,
- g - przyspieszenie ziemskie,
- $G(\omega)$ - transmitancja - funkcja przejścia,
- h - nadciśnienie pomiarowe,
- H - nadciśnienie robocze,
- j - liczba urojona,
- k - wykładnik izentropy, czułość,
- $k_r, k_a, k_{F_w}, k_{F_m}, k_p, k_m$ - współczynniki wzmocnienia dla: ciśnienia roboczego i atmosferycznego, powierzchni dyszy wewnętrznej i pomiarowej, układu pneumatycznego i mechanicznego,

- l - rzędna równania kierunkowego prostej,
przesunięcie elementu sprężystego,
- l_k - długość komory pomiarowej,
- l_o - odległość punktu pomiaru ciśnienia pomiarowego od
wylotu dyszy wewnętrznej,
- L - wskazanie przyrządu,
- m - współczynnik kierunkowy prostej,
- p_r, p_m, p_a - absolutne ciśnienie robocze, pomiarowe i at-
mosferyczne,
- p_m' - absolutne ciśnienie pomiarowe na wylocie dyszy wew-
nętrznej w komorze pomiarowej ograniczonych rozmia-
rów,
- $\dot{Q}_w, \dot{Q}_m$ - ciężarowe natężenie przepływu przez dyszę wewnętr-
zną i pomiarową,
- r - szybkość zmiany szczeliny,
- R - stała gazowa,
- Re - liczba Reynolds'a,
- s - odległość przysłony od czoła dyszy pomiarowej zwana
szczeliną,
- s_A - amplituda sinusoidalnych zmian szczeliny,
- σ - zmienna zespolona,
- t - czas,
- T - temperatura termodynamiczna,
- T_V i T_1 - stałe czasowe układu pneumatycznego wynikające z
objętości komory pomiarowej i jej zmian na skutek
przesunięć elementu sprężystego,
- T_1 i T_2 - stałe czasowe charakteryzujące częstotliwość drgań
własnych układu mechanicznego i jego tłumienie

- T_I, T_{II}, T_{III} - stałe czasowe sumaryczne przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny,
- T_p - stała czasowa układu pneumatycznego,
- V - objętość komory pomiarowej,
- w_w, w_k, w_m - szybkość powietrza w dyszy wewnętrznej, komorze i w największym przekroju zespołu dysza pomiarowa - przysłona,
- x - stosunek efektywnych powierzchni wypływu zespołu dysza pomiarowa - przysłona i dyszy wewnętrznej,
- y - stosunek ciśnienia pomiarowego do ciśnienia roboczego nazwany bezwymiarowym ciśnieniem pomiarowym,
- y_1 - bezwymiarowe ciśnienie pomiarowe w pobliżu wylotu dyszy wewnętrznej dla układu z komorą ograniczonych rozmiarów,
- z - iloczyn stałej czasowej układu pneumatycznego i częstości kołowej wymuszenia sinusoidalnego,
- $\alpha_w, \alpha_m, \alpha_k$ - współczynnik wypływu dyszy wewnętrznej, zespołu dysza pomiarowa - przysłona i komory,
- δ - przyrost względny, błąd względny,
- Δ - przyrost bezwzględny, błąd bezwzględny posiada wymiar wielkości, której dotyczy,
- φ - przesunięcie fazowe,
- ψ - współczynnik charakteryzujący stosunek pola przekroju dyszy wewnętrznej i komory,
- ρ_w, ρ_k, ρ_m - gęstość powietrza w otworze dyszy wewnętrznej, komorze pomiarowej i w szczelinie,
- σ, σ_r - odchylenie średnie kwadratowe wartości pojedynczej i średniej, posiada wymiar wielkości, którą opisuje,

ω - częstość kołowa wymuszenia sinusoidalnego.

Indeksy znajdujące się przy niektórych wielkościach mają następujące znaczenie:

L - funkcja linearyzowana,

1, 2, C, D - oznaczenia punktów,

min, max, gr - wartość najmniejsza, największa i graniczna,

ust, stat, dyn - wartość ustalona, w warunkach statycznych i dynamicznych,

i - wskaźnik porządkowy,

n - ilość lub wartość graniczna wskaźnika porządkowego.

Znaczenie rzadziej występujących oznaczeń i indeksów podano w miejscach ich użycia.

1. WSTĘP

W zautomatyzowanym procesie wytwórczym ważną rolę odgrywają środki pomiarowe stosowane bądź do śledzenia zmian wymiarów przedmiotu podczas obróbki, co jest niezbędne do sterowania tym procesem, bądź też do selekcji wymiarowej przedmiotów o bardzo małej tolerancji. Od dokładności, niezawodności i trwałości stosowanych środków pomiarowych zależy w znacznej mierze wysoka i wciąż rosnąca jakość produkowanych elementów. O dokładności środków pomiarowych decydują ich własności metrologiczne, opisywane głównie charakterystykami statycznymi i dynamicznymi. Charakterystyki statyczne, jak też ich zmienność w czasie eksploatacji, są przeważnie znane, a ich wyznaczanie z reguły nie sprawia większych trudności. Natomiast charakterystyki dynamiczne, opisujące zachowanie się układu pomiarowego w stanach nieustalonych, nie zawsze są znane i podawane, a ich wyznaczanie jest bardziej skomplikowane.

W pomiarach zautomatyzowanych stosowane są układy pomiarowe mechaniczno-elektryczne, pneumatyczno-elektryczne i elektryczne. Przyrządy pneumatyczne jako samodzielny układ pomiarowo-sterujący są niemal nie stosowane w pomiarach długości, mimo że przyrządy pneumatyczne, jak też i pneumatyczne układy sterujące oddzielnie, są szeroko stosowane. Próby budowy takiego układu [25] wykazały jego przydatność praktyczną. Ponieważ nie wszystkie problemy związane z zachowaniem się przyrządów pneumatycznych w warunkach nieustalonych są rozwiązane do

końca, wydaje się, że bliższe zainteresowanie się nimi jest celowe.

Literatura krajowa dotycząca przyrządów pneumatycznych do pomiaru długości jest bardzo skromna, a ich właściwościom dynamicznym poświęcona była wprawdzie najwcześniej datowana /1954 r./, ale niemal jedyna praca [30] .

Do roku 1965 ilość prac, w których rozważane było zachowanie się przyrządów pneumatycznych podczas pomiaru wymiarów zmiennych w czasie, była jeszcze nieliczna [3, 10, 22, 23, 24, 27, 30, 31] . W następnych latach daje się zauważyć szerokie zainteresowanie tym zagadnieniem w wielu krajach, często w oparciu o osiągnięcia takich dziedzin jak, dynamika gazów, teoria regulacji, czy też automatyka pneumatyczna. W takiej sytuacji wyodrębnienie osiągnięć poszczególnych badaczy stało się dość trudne. W związku z tym zrezygnowano ze szczegółowego przeglądu nawet najważniejszych publikacji dotyczących tematu pracy na rzecz niżej przytoczonego krótkiego ujęcia syntetycznego.

Przez długi okres czasu przyrządy pneumatyczne do pomiaru długości były używane w kontroli biernej, która odbywała się ręcznie. Już wtedy spostrzeżono, że dla dużych przełożeń układu pneumatycznego, gdy stosowane są dysze wewnętrzne o małej średnicy, czas ustalania się wskazania był znaczny i dochodził do kilku i więcej sekund. Nie miało to jednak istotnego wpływu na błąd wskazania przyrządu, jedynie przedłużało czas pomiaru.

Ówczesne pneumatyczne przyrządy ciśnieniowe były z reguły budowane tak, aby wpływ niekontrolowanych warunków przepływu powietrza wywołanych różnicami w ukształtowaniu poszczególnych części był jak najmniejszy. Dotyczy to głównie: komory pomiarowej, której rozmiary w porównaniu ze średnicą otworu dysz były

znaczne /w tym celu, by można było uważać wpływ powietrza z dyszy wewnętrznej za swobodny/, oraz przewodu doprowadzającego powietrze do dyszy wewnętrznej i przewodu łączącego dyszę pomiarową z komorą. Przekrój poprzeczny tych przewodów był zwykle kilkanaście i więcej razy większy od przekroju poprzecznego otworu dyszy wewnętrznej po to, aby prędkość przepływu powietrza była możliwie mała i pomijalna w obliczeniach. Ponadto, aby uzyskać duże przełożenia układu mechanicznego przyrządu, stosowano elementy sprężyste o dużych rozmiarach zapewniających liniowe odkształcenia w funkcji ciśnienia pomiarowego. W związku z tym przyrządy te charakteryzowały się komorami pomiarowymi o dużych objętościach, zwykle znacznie powyżej kilkudziesięciu centymetrów sześciennych [3, 10] .

Kiedy zaczęto stosować przyrządy pneumatyczne w kontroli aktywnej i automatycznej zaszła konieczność dokładnego poznania zjawisk, które decydują o czasie ustalania się wskazań przyrządu. Badania przeprowadzone dla przyrządów już istniejących, a więc przeznaczonych do pomiarów w warunkach statycznych wykazały, że czas ustalania się wskazania można zmniejszyć zwiększając średnicę dyszy wewnętrznej, a zmniejszając objętość komory pomiarowej i ciśnienie robocze [22, 30] . Ponieważ zwiększenie średnicy dyszy wewnętrznej i zmniejszenie ciśnienia roboczego powoduje spadek czułości układu pneumatycznego, najbardziej celowe jest zmniejszenie objętości komory pomiarowej. Objętość ta nie może być jednak zmniejszona nieograniczenie ze względów nie tylko konstrukcyjnych ale głównie dlatego, że zależności opisujące charakterystykę statyczną, jak też i charakterystyki dynamiczne [28, 31, 40, 44] , są wyprowadzane przy uprzednio wymienionych założeniach. Założenia te są spełnione wtedy, gdy

przekrój poprzeczny przewodów jest co najmniej równy dziesięciokrotnemu przekrojowi poprzecznemu otworu dyszy wewnętrznej [29], zaś komora pomiarowa ma średnicę co najmniej dwu i pół-krotnie większą od średnicy dyszy mierniczej, a jej długość jest co najmniej siedmiokrotnie większa od średnicy [3, 44] . Rozmiary komory zwykle są większe od granicznych, a jej objętość wynosi co najmniej kilka centymetrów sześciennych, co w rezultacie pozwala na zmniejszenie czasu ustalenia się wskazań do kilku dziesiątych sekundy [10] . Ponieważ czas przełączania płynowych elementów logicznych waha się w granicach od kilku tysięcznych do kilku setnych części sekundy [14, 19] można przypuszczać, że czas ustalania się wskazań przyrządów pneumatycznych może być także zmniejszony do tych wartości, bez uciekania się do stosowania: zaworów podtrzymujących ciśnienie w komorze pomiarowej, sprzężeń zwrotnych, wzmacniaczy pneumatycznych, czy też wypełniania elementów sprężystych cieczą [10] .

O objętości komory pomiarowej, a także o zmianach tej objętości decyduje rodzaj zastosowanego elementu sprężystego. Zmiany te dla przyrządów o dużych komorach są pomijane przy wyznaczaniu czasu ustalenia się wskazań [3, 40] . Dla przyrządów pomiarowych, których komory mają rozmiary zbliżone do uprzednio podanych granic, nawet małe co do bezwzględnej wartości zmiany ich objętości mogą istotnie wpływać na charakterystyki dynamiczne. Należy więc to sprawdzić.

Zmniejszenie rozmiarów komory pomiarowej, jak też i średnicy przewodu łączącego dyszę mierniczą z komorą poniżej tych granic, wydaje się być możliwe, ponieważ w zależnościach opisujących charakterystykę statyczną [44] , jak i charakterystyki dynamiczne może być uwzględnione tłumienie wpływu powietrza z

dyszy wewnętrznej, jak też i wpływ prędkości przepływu powietrza w komorze pomiarowej na prędkość wypływu z dyszy mierniczej. Z teoretycznego punktu widzenia średnica komory pomiarowej może być w granicznym przypadku równa średnicy dyszy pomiarowej. Należy więc sprawdzić, czy tak znaczne zmniejszenie średnicy komory jest możliwe i jaki będzie to wywierało wpływ na charakterystyki układu pneumatycznego. Ponadto trzeba pamiętać, że rozmiary właściwej komory pomiarowej, przewodu łączącego tę komorę z przestrzenią roboczą przetwornika, jak i rozmiary tej przestrzeni decydują o częstotliwości drgań własnych powietrza zawartego w każdej z wymienionych przestrzeni [35, 44] .

Na charakterystyki dynamiczne przyrządów pneumatycznych ma ponadto wpływ sztywność elementu sprężystego, powierzchnia efektywna tego elementu oraz masa części ruchomych układu mechanicznego [3] . Siły tarcia tego układu są zwykle pomijane, podobnie jak odkształcenia sprężyste, ponieważ utrudniałoby to /ze względu na nieliniowość/ analizę całego układu.

W konkretnych przypadkach analizy zależności opisujących charakterystyki dynamiczne pomija się na przykład wpływ inercyjnego działania komory pomiarowej [3] , albo też wpływ inercyjnego działania urządzenia wskazującego [30, 31, 40] . Brak jest natomiast ogólnych wytycznych, które uzasadniałyby takie postępowanie.

Początkowo zachowanie się układu pneumatycznego w warunkach nieustalonych opisywano równaniem różniczkowym nieliniowym [30, 40] stosowanym też do opisu dynamiki pneumatycznych układów sterujących i wykonawczych [15] .

W teorii regulacji [26, 44] do tego celu wykorzystuje się

równanie różniczkowe liniowe. Upraszcza to znacznie jego rozwiązanie, ale może być ono stosowane tylko do krótkich odcinków charakterystyki statycznej, jeżeli jest ona krzywoliniowa. W równaniach tego typu bierze się zwykle pod uwagę przyrosty bezwzględne [26] lub względne [44] występujących w nich wielkości, zamiast wartości bieżących tych wielkości, jak czyni się to w odniesieniu do równania nieliniowego [30]. Zapis wielkości występujących w równaniach różniczkowych w postaci przyrostów względnych jest najkorzystniejszy, ponieważ wielkości te stają się bezwymiarowymi, co ułatwia analizę tych równań, jak też czyni je ogólnymi. Stosowanie tak zapisanych równań dynamiki układu pneumatycznego równoległe z równaniami charakterystyki statycznej, w których występują wielkości naturalne byłoby pewną niekonsekwencją. W związku z tym wydaje się konieczne zapisanie równań charakterystyki statycznej w formie bezwymiarowej, a następnie wyprowadzenie na ich podstawie równań charakterystyk dynamicznych. Dodatkową korzyścią wynikającą ze stosowania równań z wielkościami bezwymiarowymi jest możliwość przedstawienia tych równań w postaci wykresu czy też tabeli, opracowanych raz na zawsze.

Aby można było wykorzystać liniowe równanie różniczkowe układu pneumatycznego w szerokim zakresie ciśnień, konieczna jest znajomość przebiegu charakterystyki statycznej, a szczególnie położenie jej prostoliniowego odcinka. Ponieważ poglądy co do zakresu prostoliniowości tej charakterystyki są podzielone [10, 12, 41] postanowiono wyznaczyć na drodze teoretycznej zakres jej prostoliniowości.

Zaprezentowany tu krótki przegląd zagadnień dotyczy zasadniczo okresu czasu poprzedzającego rozpoczęcie niniejszej pracy.

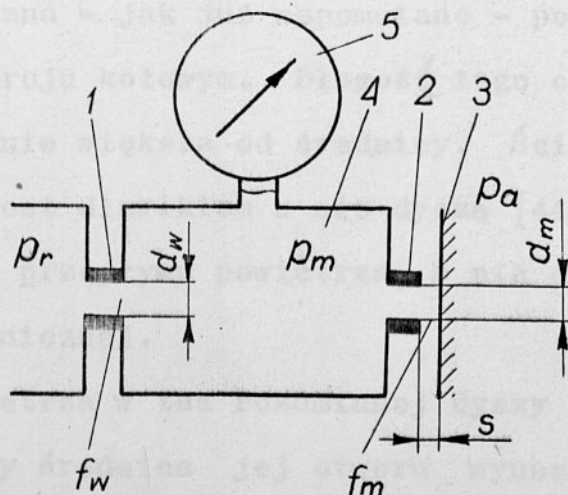
W trakcie jej realizacji ukazały się kolejne publikacje, których tematyka ściśle wiąże się z opracowywanymi zagadnieniami. W związku z tym postanowiono, że będą one cytowane w tekście zasadniczym w celu bezpośredniego porównania wyników uzyskanych przez autora z wynikami innych autorów. Z tego samego względu wszystkie zależności matematyczne także będą cytowane później.

Pierwszym celem pracy jest ustalenie na drodze teoretycznej i doświadczalnej czy zależności opisujące charakterystykę statyczną ciśnieniowego przyrządu pneumatycznego do pomiaru długości, którego komorę pomiarową uważa się za nieograniczoną, mogą być zastosowane do przyrządu o zmniejszonej komorze pomiarowej. Sprawdzenie, czy zależności wyprowadzone dla przyrządu o zmniejszonej komorze pomiarowej, ale przy małych spadkach ciśnień [44] na dyszach, mogą być stosowane gdy spadki te są znaczne oraz wyznaczenie granicznych rozmiarów komory pomiarowej przyrządu pracującego w warunkach ustalonych.

Drugim i podstawowym celem jest sprawdzenie czy ogólnie przyjęte zależności opisujące zachowanie ciśnieniowego przyrządu pneumatycznego w warunkach nieustalonych mogą być stosowane dla przyrządu o komorze zmniejszonej i sprawdzenie czy przyrząd z komorą o rozmiarach granicznych wyznaczonych dla warunków ustalonych będzie pracował poprawnie w warunkach nieustalonych.

2. PRACA W WARUNKACH STATYCZNYCH

Wszystkie rozważania prowadzone w pracy będą dotyczyły pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego do pomiaru długości, nazywanego także ciśnieniowym czujnikiem pneumatycznym. Główne zainteresowanie będzie skierowane na układ pneumatyczny tego przyrządu /rys. 1/ utworzony z dyszy wewnętrznej 1, zespołu dysza pomiarowa 2 - przysłona 3 oraz komory pomiarowej 4, którą stanowi przestrzeń zawarta między dyszami 1 i 2 i przestrzeń wewnętrzną manometru 5. Dysza wewnętrzna i dysza pomiarowa są wykonane jako otwory cylindryczne o przekroju kołowym. Pole powierzchni przekroju poprzecznego dyszy wewnętrznej wynosi f_w , a jej średnica d_w . Pole powierzchni przepływu zespołu dysza pomiarowa - przysłona wynosi f_m , a średnica otworu dyszy pomiarowej jest równa d_m . Przysłona jest powierzchnią płaską a jej odległość s od czoła dyszy pomiarowej, które też jest płaskie, zwana szczeliną może teoretycznie zmieniać się od zera do nieskończoności. Ciśnienie absolutne powietrza przed dyszą wewnętrzną nazywane ciśnieniem roboczym p_r jest stałe.



Rys.1. Układ pneumatyczny

Ciśnienie absolutne w komorze pomiarowej będące funkcją szczeliny s będzie nazywane ciśnieniem pomiarowym p_m . Zakłada się, że rozmiary /średnica i długość/ komory pomiarowej są na tyle duże, że wypływ powietrza z dyszy wewnętrznej jest swobodny a prędkość powietrza w komorze, podobnie jak przed dyszą wewnętrzną jest pomijalnie mała w porównaniu z prędkością dźwięku. Komora taka będzie nazywana komorą nieograniczonych rozmiarów, lub krótko - nieograniczoną. W innych przypadkach będą podane dodatkowe założenia. Ciśnienie na zewnątrz komory jest równe ciśnieniu atmosferycznemu p_a .

Opisany układ nazywany jest układem prostym i tylko taki będzie rozpatrywany.

Z uwagi na przewidywaną możliwość łączenia pneumatycznych układów do pomiaru długości z urządzeniami automatyki pneumatycznej przeprowadzone rozważania będą dotyczyły głównie nadciśnień nie większych niż 1 kg/cm^2 ($\sim 98 \text{ kN/m}^2$).

2.1. Przepływ powietrza przez dyszę wewnętrzną

Dysza wewnętrzna - jak już wspomniano - posiada otwór cylindryczny o przekroju kołowym. Długość tego otworu jest co najwyżej kilkakrotnie większa od średnicy. Ściśle rzecz biorąc taki element jest dławikiem a nie dyszą [44], ponieważ służy do dławienia przepływu powietrza, a nie do zmiany formy jego energii mechanicznej.

Przepływ powietrza w tak rozumianej dyszy jest z reguły burzliwy, nawet gdy średnica jej otworu wynosi $0,3 \text{ mm}$, a różnica ciśnienia przed nią i za nią jest równa $0,1 \text{ kg/cm}^2$

($\sim 9,8 \text{ kN/m}^2$), ponieważ liczba Reynolds'a jest większa od granicznej ($Re_{gr} = 2300$) [44]. Przy burzliwym przepływie powietrza przez dyszę proces dławienia zachodzi głównie na wlocie i na wylocie z jej otworu. Straty spowodowane tarciem podczas przepływu przez otwór są nieznaczne w porównaniu ze stratami na wlocie i wylocie.

Przy teoretycznym wyznaczaniu zależności opisujących przepływ powietrza przez taką dyszę zakłada się, że jest to proces adiabatyczny, to znaczy odbywający się bez wymiany ciepła z otoczeniem i że zmiana stanu od przestrzeni przed dyszą do przestrzeni za nią jest procesem izotermicznym. Wtedy ciężarowe natężenie przepływu oblicza się korzystając z wzoru Saint-Venant'a-Wantzel'a po uwzględnieniu współczynnika wpływu α_w .

Dla dokrytycznych warunków wypływu, gdy $p_m/p_r > 0,528$

$$\dot{Q}_w = \alpha_w f_w \sqrt{\frac{2g}{RT}} p_r \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \dots /1/$$

a dla nadkrytycznych warunków wypływu, gdy $p_m/p_r \leq 0,528$

$$\dot{Q}_w = \alpha_w f_w \sqrt{\frac{2g}{RT}} p_r \sqrt{\frac{k}{k+1} \frac{2}{k+1} \frac{2}{k-1}} \dots /2/$$

Wyznaczenie $\dot{Q}$ z wzoru /1/ jest prostsze, gdy dysponuje się tablicami wyrażenia w nawiasie kwadratowym [15] lub całego drugiego pierwiastka kwadratowego łącznie z dwójką z pierwszego [42].

Jeżeli rozmiary komory pomiarowej, do której wpływa powietrze po wyjściu z dyszy wewnętrznej są odpowiednio duże i wy-

plyw jest swobodny, straty na wylocie są pomijalne. Wówczas całkowity współczynnik oporu ξ będzie równy współczynnikowi oporu ξ_{wl} charakteryzującemu straty na wlocie, a współczynnik wypływu α_w może być wyznaczony z wzoru:

$$\alpha_w = \sqrt{\frac{1}{1 + \xi}} . \quad \dots /3/$$

Współczynnik ξ_{wl} zależy głównie od ukształtowania wlotu do otworu; dla powierzchni czołowej płaskiej i ostrej krawędzi otworu wynosi on 0,5; dla powierzchni sfazowanych lub zaokrąglonych jest mniejszy [18] .

Współczynnik wypływu α_w można wyznaczyć także, gdy znana jest doświadczalna zależność $\dot{Q}_{rz} = f(p_r, p_m)$ zwana charakterystyką dyszy, dzieląc rzeczywiste natężenie przepływu $\dot{Q}_{rz}$ przez natężenie teoretyczne $\dot{Q}_t$

$$\alpha_w = \frac{\dot{Q}_{rz}}{\dot{Q}_t} . \quad \dots /4/$$

Tak wyznaczony współczynnik α_w będzie uwzględniał oprócz strat spowodowanych zwężeniem strugi, straty tarcia. Ponieważ zmiany współczynnika α_w wynikające ze zmian różnicy ciśnienia przed i za dyszą są nieznaczne [13] zwykle przyjmuje się, że jest on stały. Jednoczesne uwzględnienie: strat miejscowych na wlocie i wylocie, strat spowodowanych tarciami w otworze dyszy, oraz wymiany ciepła z otoczeniem prowadzi do bardzo złożonych zależności opisujących charakterystykę dyszy [5] . Zależności te mogą być wykorzystane jedynie w obliczeniach numerycznych.

Wyznaczanie teoretycznej charakterystyki dyszy nawet przy zastosowaniu tablic jest dość pracochłonne. Dlatego też powstało wiele wzorów uproszczonych opisujących tę charakterystykę. Najczęściej dla dokrytycznych warunków wypływu stosuje się wzór

$$\dot{Q}_w = \alpha_w f_w \sqrt{\frac{2g}{RT}} \sqrt{p_m(p_r - p_m)} \quad \dots /5/$$

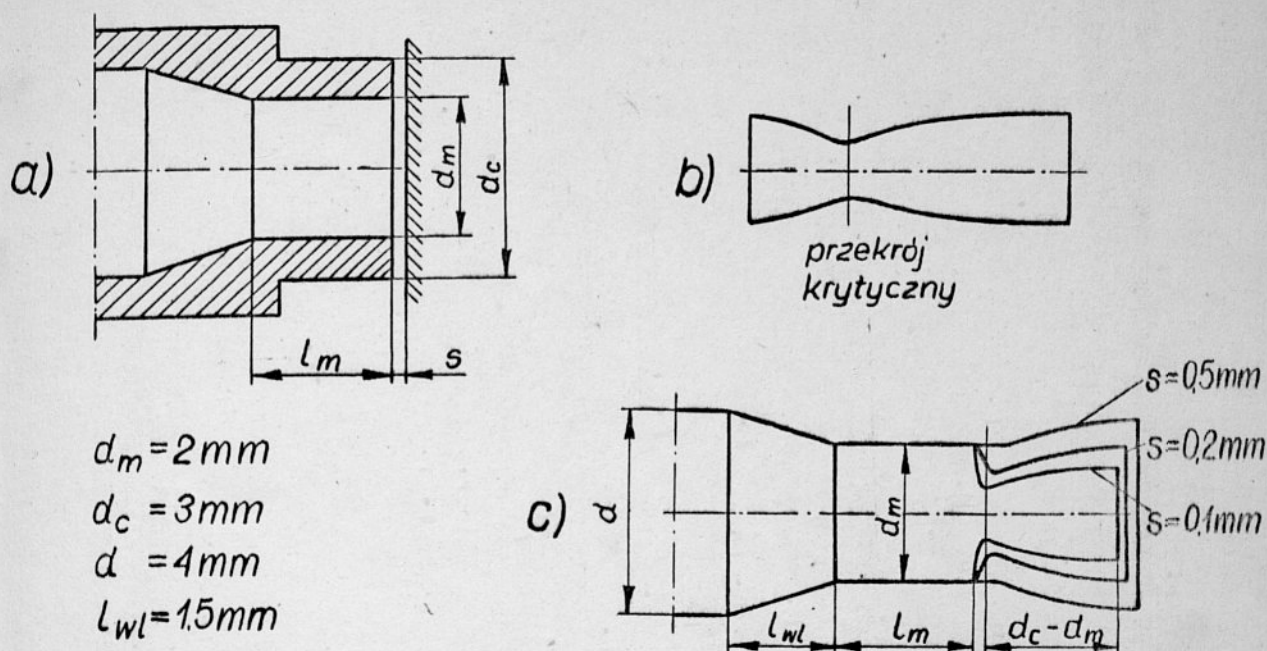
a dla nadkrytycznych warunków wypływu wzór

$$\dot{Q}_w = \alpha_w f_w p_r \sqrt{\frac{g}{2RT}} \quad \dots /6/$$

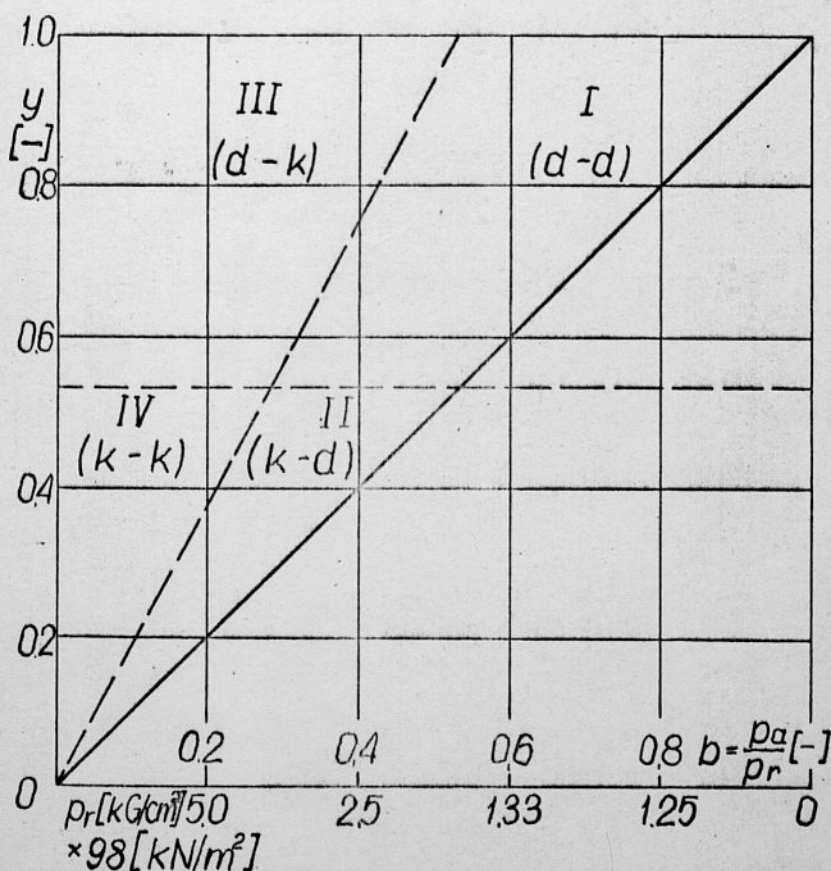
Jak wykazały doświadczenia [8] błąd popełniany przy zastąpieniu wzoru /1/ wzorem /5/ nie przekracza 3,4%. Zostało także dowiedzione teoretycznie [8], że błąd wynikający ze stosowania wzoru /6/ także nie przekracza tej wartości. Niektóre źródła podają [28], że błąd ten w obu przypadkach jest nie większy od 3%.

2.2. Przepływ powietrza przez szczelinę między czołem dyszy pomiarowej i powierzchnią przysłony

Drugim z elementów dławiących układu pneumatycznego jest zespół dysza pomiarowa - przysłona. Jak już podano dysza pomiarowa posiada otwór cylindryczny o średnicy d_m /rys. 2a/ i długości l_m a jej płaskie czoło o średnicy zewnętrznej d_c tworzy z płaską powierzchnią przysłony szczelinę s , przez którą wypływa powietrze. Pole przekroju kanału tego typu elementu



Rys.2. Zespół dysza - przysłona a/ schemat konstrukcyjny, b/ profil dyszy de Laval, c/ profil zastępczy zespołu dysza - przysłona dla różnych wartości szczeliny s [3]



Rys.3. Zakresy pracy układu pneumatycznego prostego przyrządu ciśnieniowego [44]

dławiającego w początkowej części /w otworze dyszy pomiarowej/ jest stałe, dalej dla $s \leq d_m/4$ następuje nagle jego zmniejszenie do wartości $f_m = \prod d_m s$, a następnie stopniowe powiększanie do wartości $f_c = \prod d_c s$. Charakter zmian przekroju kanału przepływowego tego elementu jest więc zbliżony do zmian przekroju dyszy de Laval'a [3, 42] /rys. 2 b i c/.

Effekt dławienia powodowany jest tu głównie stratami na wlocie do otworu dyszy pomiarowej [44], zmianą kierunku wypływu na przejściu z otworu dyszy pomiarowej do szczeliny [38], oraz oporami przepływu w samej szczelinie [38, 44]. Ponadto straty energii zachodzą podczas przepływu przez otwór i na przejściu z otworu do szczeliny, które może być różnie ukształtowane /ostra krawędź, fazka, przejście łukowe/.

W zależności od długości otworu dyszy, ukształtowania zakończenia tego otworu oraz średnicy czoła dyszy, przepływ powietrza będzie laminarny lub burzliwy.

Przepływ laminarny może być opisany zależnościami wyprowadzonymi dla cieczy nieściśliwej [38], ważnymi dla małych spadków ciśnień i małych prędkości przepływu, lub też zależnościami wyprowadzonymi dla płynu ściśliwego przy $Re < 600$ [1]. Wspomniane zależności opisują rozkład ciśnień w szczelinie, charakterystykę siłową oraz charakterystykę statyczną zespołu dysza - przysłona.

Ścisły opis matematyczny ruchu burzliwego jest trudny [44]. Do obliczenia natężenia przepływu stosuje się te same wzory jak dla dyszy wewnętrznej. Z tym, że we wzorach /1/, /2/, /5/ i /6/ w miejsce indeksów "w" będą wstawione indeksy "m", zamiast ciśnienia p_r będzie wstawione ciśnienie p_m , a w miejsce ciśnienia p_m ciśnienie p_a . Zwykle pole powierzchni wypływu

obliczane jest z zależności $f_m = \prod d_m s$. Czasem dla dokrytycznych warunków przepływu za przekrój wypływu przyjmuje się przekrój wylotowy f_c [41, 42], a tylko dla warunków krytycznych przekrój najmniejszy, uzasadniając to podobieństwem zespołu dysza - przysłona do dyszy de Laval. Jak wykazały szczegółowe badania [9], takie postępowanie jest nieuzasadnione, mimo to, że charakter przepływu w obu przypadkach przynajmniej w początkowej części kanału jest podobny. Podobieństwo to dyktuje także konieczność wyboru średnicy czoła dyszy pomiarowej na tyle małej, aby przy nadkrytycznych spadkach ciśnień, ciśnienie w szczelinie nie spadło poniżej ciśnienia atmosferycznego. Spadek ten powoduje zaburzenia wypływu i należy dążyć do tego, aby nie zachodził on w roboczej części charakterystyki statycznej układu pneumatycznego przyrządu. Warunek ten jest spełniony wtedy, gdy $d_m/d_c = (0,7 - 0,8)$ [9].

Rozkład ciśnień i charakterystykę siłową zespołu dysza - przysłona opisuje się zależnościami przybliżonymi [3, 17] lub też ustala doświadczalnie [9, 17].

Współczynnik wypływu α_m jest zwykle wyznaczany doświadczalnie [9, 42] lub też z przybliżonych wzorów empirycznych [39] jako funkcja szczeliny s .

2.3. Charakterystyka statyczna

2.3.1. Przyrząd z komorą pomiarową nieograniczonych rozmiarów

Zależnie od wartości ciśnienia roboczego p_r w dyszy wewnętrznej oraz w zespole dysza pomiarowa - przysłona będą panowały dokrytyczne lub krytyczne warunki przepływu. Można więc wy-

różnić cztery zakresy pracy /rys. 3/ przyrządu [3, 44] :

- I - dokrytyczny spadek ciśnienia na dyszy wewnętrznej i na zespole dysza pomiarowa - przysłona,
- II - krytyczny spadek ciśnienia na dyszy wewnętrznej i dokrytyczny na zespole dysza pomiarowa - przysłona,
- III - dokrytyczny spadek ciśnienia na dyszy wewnętrznej i krytyczny na zespole dysza pomiarowa - przysłona,
- IV - krytyczny spadek ciśnienia na dyszy wewnętrznej i na zespole dysza pomiarowa - przysłona.

W stanie ustalonym $/s = \text{const}/$ ilość powietrza wpływającego do komory pomiarowej w jednostce czasu jest równa ilości powietrza wypływającego, czyli

$$\dot{Q}_w = \dot{Q}_m \quad \dots /7/$$

Wstawiając za $\dot{Q}_w$ i $\dot{Q}_m$ odpowiednio do zakresu pracy przyrządu wzory /1/ i /2/, po uwzględnieniu odpowiednich indeksów przy oznaczeniach dotyczących dyszy pomiarowej, otrzymuje się zależności /8/, /9/, /10/ i /11/ opisujące charakterystykę statyczną przyrządu.

Zależności te wraz z przedziałami ich ważności ze względu na stosunek b ciśnienia atmosferycznego do ciśnienia roboczego, który będzie nazywany bezwymiarowym ciśnieniem otoczenia oraz ze względu na stosunek x efektywnych przekrojów zespołu dysza pomiarowa - przysłona i dysza wewnętrzna, podano w tabeli 1. Stosunek y ciśnienia pomiarowego do roboczego będzie nazywany bezwymiarowym ciśnieniem pomiarowym.

Zależność opisująca charakterystykę statyczną dla I zakresu pracy jest funkcją uwikłaną, a dla zakresów II i III wyrażeniem w potęgze ułamkowej, jedynie w IV zakresie jest funkcją

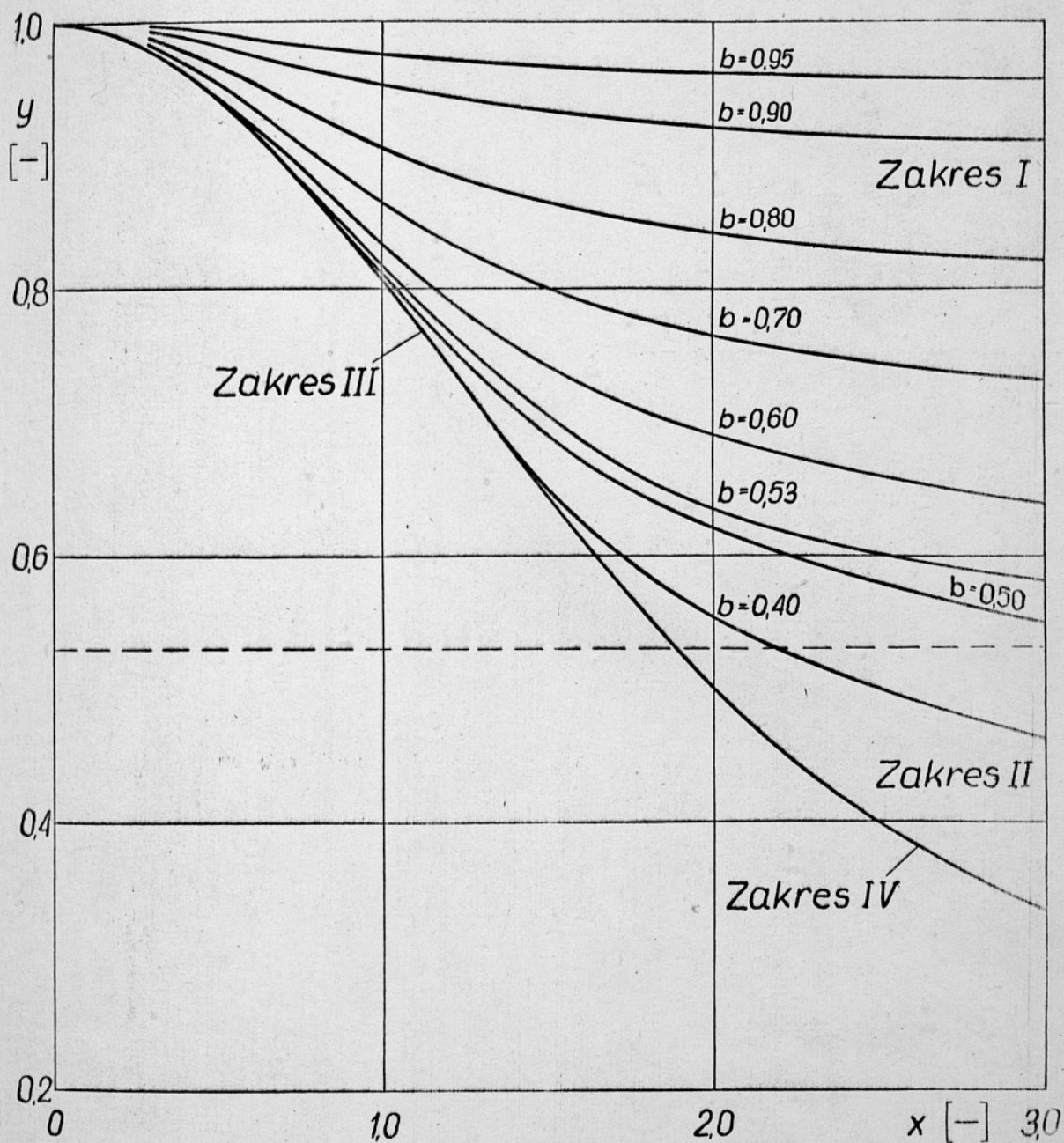
Tabela 1. Zależności opisujące charakterystykę statyczną układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego

kres acy	$y = \frac{p_m}{p_r} = f(b, x)$	$b = \frac{p_a}{p_r}$	$x = \frac{\alpha_m \cdot f_m}{\alpha_w \cdot f_w}$
I	$y^{2\frac{1-k}{k}} - y^{\frac{1-k}{k}} = x^2 \left[\left(\frac{b}{y} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \dots (8)$	$0,528^2 < b < 0,528$	$\sqrt{\frac{\frac{2}{k+1} b^{2\frac{1-k}{k}} - b^{\frac{1-k}{k}}}{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{3-k}{k}} - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}} < x < \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{3-k}{k}} - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}{\frac{2}{k+1} b^{\frac{2}{k}} - b^{\frac{k+1}{k}}}}$
		$0,528 \leq b < 1$	$0 \leq x \leq \infty$
II	$y = \left\{ \sqrt{\left[\frac{x^2 b^{\frac{k+1}{k}}}{2 \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)} \right]^2 + b^{\frac{2}{k}}} - \frac{x^2 b^{\frac{k+1}{k}}}{2 \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}} \right\}^{\frac{k-1}{k}} \dots (9)$	$0 < b < 0,528^2$	$\frac{0,528}{b} \leq x \leq \infty$
		$0,528^2 \leq b < 0,528$	$\sqrt{\frac{\frac{1-k}{1+k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{3-k}{k}}}{\frac{2}{k+1} b^{\frac{2}{k}} - b^{\frac{k+1}{k}}}} \leq x \leq \infty$
III	$y = \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} x^2} \right]^{\frac{k-1}{k}} \dots (10)$	$0 < b \leq 0,528$	$0 \leq x \leq \frac{1}{0,528}$
		$0,528^2 < b \leq 0,528$	$0 \leq x \leq \sqrt{\frac{\frac{2}{k+1} b^{2\frac{1-k}{k}} - b^{\frac{1-k}{k}}}{\frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{3-k}{k}}}}$
IV	$y = \frac{1}{x} \dots (11)$	$0 < b < 0,528^2$	$\frac{1}{0,528} < x \leq \frac{0,528}{b}$

elementarną. Stosowanie takich równań do wyznaczenia charakterystyki statycznej jest niecelowe, ponieważ błędy wynikające z zaokrągleń przy obliczeniach mogą osiągać znaczne wartości, a same obliczenia byłyby pracochłonne. Mają więc one jedynie znaczenie teoretyczne, bo są wyprowadzone z zależności ścisłych, przy uprzednio sformułowanych założeniach. W literaturze niemieckiej [28, 41, 42] wzory te zapisywane są w innej postaci, a mianowicie jako funkcja odwrotna $s = f(p_m/p_r, p_a/p_m)$. Z podanych dalej względów, dla wybranych wartości b , zostały obliczone^{*} wartości y dla wszystkich zakresów pracy. Na podstawie tych danych wykonano wykresy /rys. 4/ przedstawiające rodzinę ogólnych charakterystyk układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego.

Wstawiając do /7/ za $\dot{Q}_w$ i $\dot{Q}_m$ odpowiednio do zakresu pracy wzory /5/ i /6/, otrzymano zależności przybliżone /8a/, /9a/, /10a/ i /11a/ /tabela 2/ opisujące charakterystykę statyczną układu pneumatycznego. Zależności te, z wyjątkiem pierwszej, są bardzo proste i praktyczne ich wykorzystanie jest uzasadnione. Należy tylko sprawdzić czy błąd wynikający z ich zastosowania zamiast zależności ścisłych nie jest zbyt duży. Wyznaczenie wartości tego błędu na drodze teoretycznej, z uwagi na występowanie potęg ułamkowych w zależnościach ścisłych, nie wydaje się być celowe. Postanowiono więc wyznaczyć je drogą obliczeń numerycznych dla wybranych wartości b dla zakresu I i dla dowolnego b w zakre-

* Obliczenia te, jak i większość pozostałych, wykonano w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Wrocławskiej, wg programów opracowanych przez mgr J. Sobecką i mgra inż. R. Soboczyńskiego.



Rys.4. Uogólnione charakterystyki statyczne układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego prostego, wykonane dla $k = 1,4$

Tabela 2. Zależności przybliżone opisujące charakterystykę statyczną układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego

Zakres pracy	$y = f(b, x)$	b	x
I	$y = \sqrt{\left(\frac{bx^2-1}{2}\right)^2 + (bx)^2} - \frac{bx^2-1}{2} \quad \dots /8a/$	$0,25 < b \leq 0,5$	$\sqrt{\frac{2}{b}-4} \leq x \leq \frac{1}{2\sqrt{\frac{b}{2}-b^2}}$
		$0,5 < b < 1$	$0 \leq x \leq \infty$
II	$y = b + \frac{1}{b(2x)^2} \quad \dots /9a/$	$0 < b < 0,25$	$\frac{1}{2b} \leq x \leq \infty$
		$0,25 \leq b < 0,5$	$\frac{1}{2\sqrt{\frac{b}{2}-b^2}} < x \leq \infty$
III	$y = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \quad \dots /10a/$	$0 < b \leq 0,25$	$0 \leq x \leq 2$
		$0,25 < b < 0,5$	$0 \leq x < \sqrt{\frac{2}{b}-4}$
IV	$y = \frac{1}{x} \quad \dots /11a/$	$0 < b \leq 0,25$	$2 \leq x \leq \frac{1}{2b}$

sie III. Przebieg charakterystyki w zakresie IV jest taki sam w obu przypadkach niemal na całej długości. Jak wynika z wykresu /rys. 5/ błędy te dla $b = 0,5$ osiągają w I zakresie pracy wartość - 0,5%, a dla dowolnego b w zakresie III nieco przekraczają - 1% . Dla celów praktycznych takie przybliżenie jest zadowalające. Zakres II i IV nie mają praktycznego znaczenia w budowie przyrządów do pomiaru długości.

Dla przyrządów tzw. niskociśnieniowych, w których stosowane są małe wartości ciśnienia roboczego p_r , z reguły przy wyznaczeniu równania ich charakterystyki statycznej z zależności /5/ , zakłada się, że gęstość powietrza jest taka sama w całym układzie. Równanie to dla ciśnień absolutnych ma postać

$$\frac{y - b}{1 - b} = \frac{1}{1 + x^2} \quad , \quad \dots /12/$$

która jest równoznaczna z postacią [37]

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{1 + x^2} \quad , \quad \dots /12a/$$

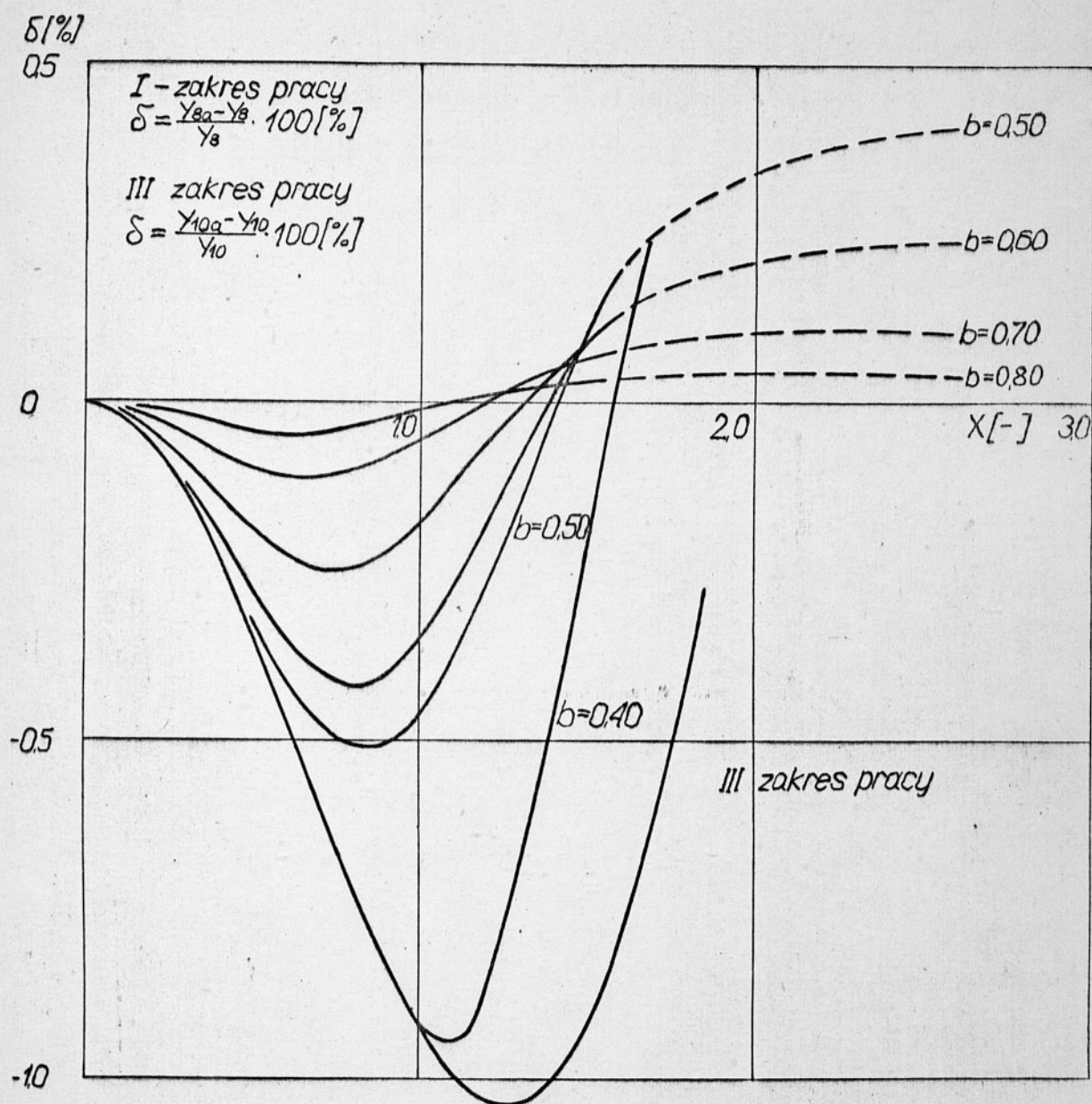
gdzie: $h = p_m - p_a$ jest nadciśnieniem pomiarowym

a $H = p_r - p_a$ - nadciśnieniem roboczym.

Można też spotkać się ze sprowadzaniem do podobnej postaci zależności ścisłych opisujących charakterystykę statyczną we wszystkich zakresach pracy [3]

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{1 + 16 k_\omega k_\varphi k_\mu \frac{d_m^2 s^2}{d_w^4}} \quad , \quad \dots /13/$$

gdzie: h i H - dla pierwszego zakresu pracy, nadciśnienie pomiarowe i robocze, dla pozostałych zakresów pracy absolutne ciśnienie pomiarowe i robocze.



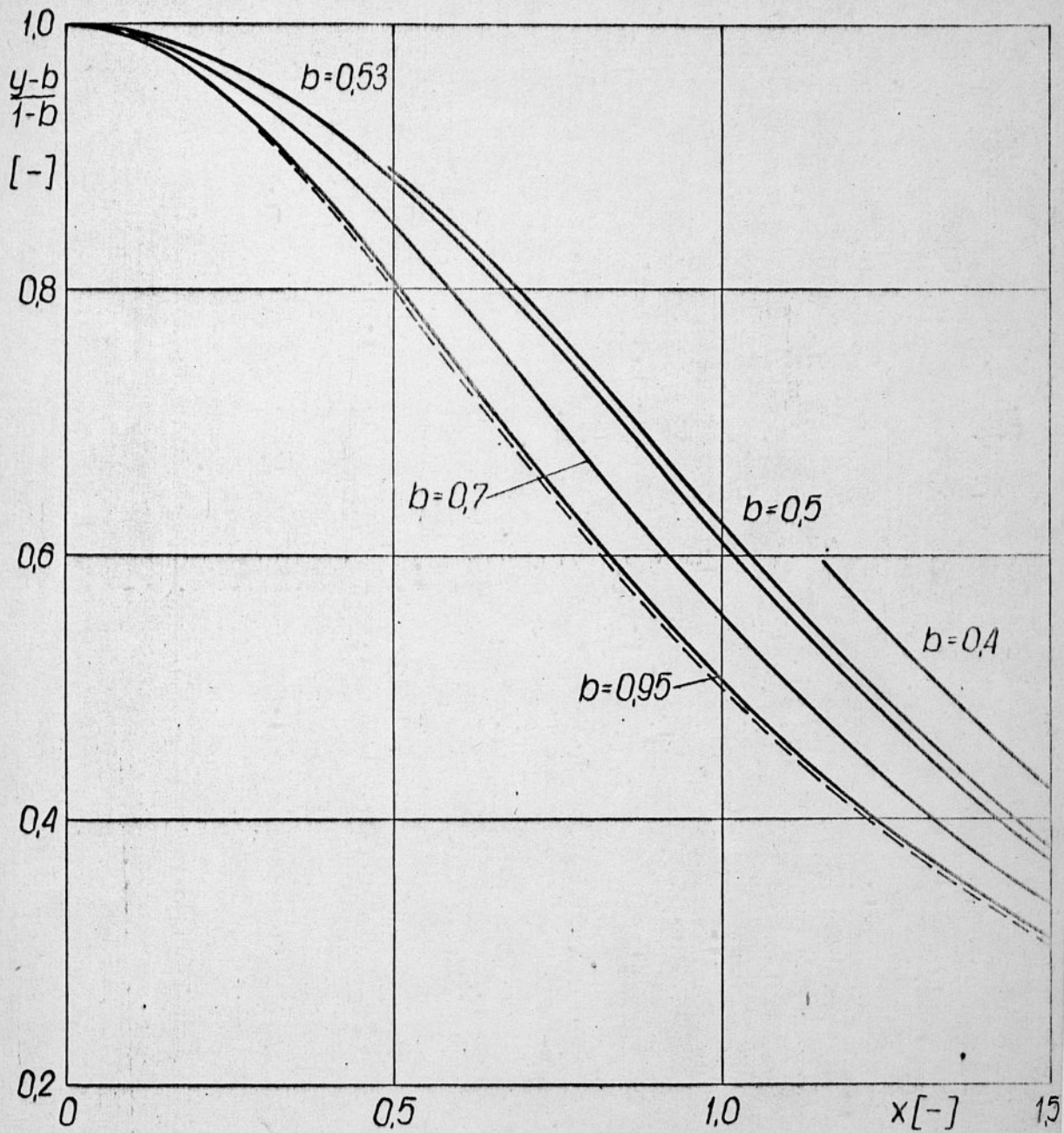
Rys.5. Błędy wynikające z zastąpienia charakterystyki ścisłej charakterystyką przybliżoną dla I i III zakresu pracy

k_{ω} , k_{φ} , k_{μ} - współczynniki bezwymiarowe uwzględniające odpowiednio zmianę prędkości i natężenia przepływu w wyniku ściśliwości oraz stosunku współczynników wpływu.

Współczynniki k_{ω} , k_{φ} i k_{μ} zależne są od ciśnienia h , a więc wzór /13/ jest zależnością uwikłaną i wyznaczenie poszczególnych punktów charakterystyki może odbywać się jedynie drogą kolejnych przybliżeń.

Taka forma zapisu równania charakterystyki sugeruje, że można by całe wyrażenie stojące przy s^2 zastąpić stałą w drugiej potęgę $/a^2/$, a następnie iloczyn $a \cdot s$ zastąpić zmienną uogólnioną x i sprowadzić równanie /13/ do równania /12a/ [6], które powinno być ważne dla wszystkich zakresów pracy. Porównanie charakterystyki opisanej równaniem /8/ dla różnych wartości b z charakterystyką opisaną równaniem /12/ /rys. 6/ wykazuje, że różnica ich rzędnych szybko rośnie dla malejących wartości b i na przykład dla $b = 0,9$ przekracza już wartość 1,5% /w odniesieniu do nadciśnień/. Wynika stąd, że zapis równania charakterystyki statycznej w takiej postaci jak wzór /13/ nie może mieć charakteru ogólnego, ponieważ jego analiza prowadzi do niesłusznych wniosków.

Porównanie teoretycznych charakterystyk statycznych z charakterystykami doświadczalnymi będzie przeprowadzone w części eksperymentalnej pracy.



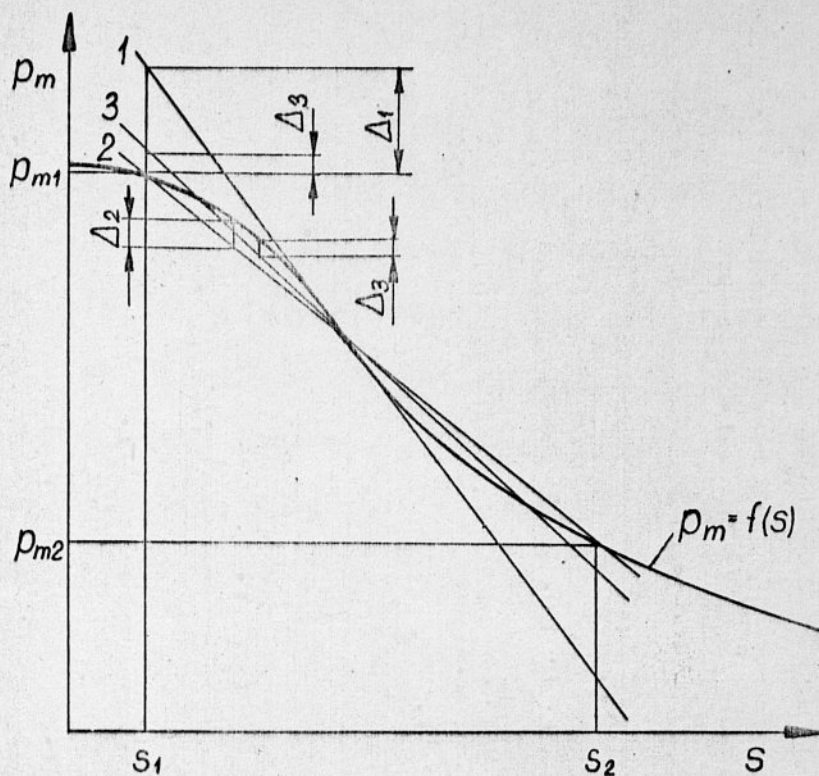
Rys.6. Porównanie charakterystyk statycznych opisanych równaniem /8/ - linie ciągłe, z charakterystyką opisaną równaniem /12/ - linia przerywana

2.3.1.1. Linearyzacja charakterystyki statycznej układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego

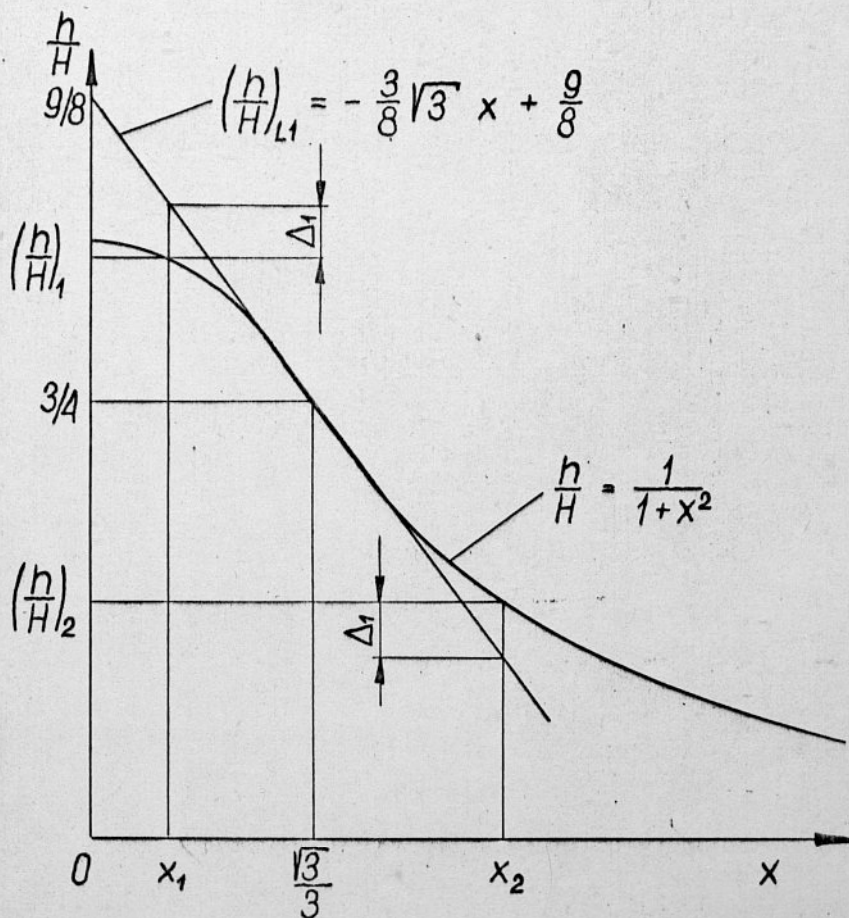
Charakterystyka statyczna przyrządów pneumatycznych jest nieliniowa. Praktyczne znaczenie posiada ten jej odcinek, na którym można przyjąć /z założonym błędem/ liniową zależność ciśnienia pomiarowego od stosunku efektywnych przekrojów, przez które przepływa powietrze, a bezpośrednio od szczeliny s . Zwykle odcinek ten wyznacza się doświadczalnie lub przyjmuje się podawane w literaturze [10, 12] wartości przybliżone stosunku h/H . Przy rozważaniach teoretycznych konieczna jest jednak znajomość granic zakresu ciśnień pomiarowych p_m lub zakresu szczelin s , dla którego można przyjąć, że charakterystyka jest prostoliniowa.

Najprostszym sposobem linearyzacji jest zastępowanie charakterystyki statycznej styczną 1 /rys. 7/ w punkcie pracy, którym jest zwykle punkt przegięcia charakterystyki, gdzie czułość układu jest największa. Częściej jednak charakterystykę statyczną zastępuje się odcinkiem prostej 2 przechodzącej przez granice zakresu pomiarowego. Możliwy jest też taki dobór położenia prostej 3, aby błąd linearyzacji był najmniejszy. Z przybliżonych obliczeń [3] wynika, że błąd linearyzacji dla sposobu drugiego i trzeciego w odniesieniu do pierwszego jest odpowiednio 4 i 5,8 razy mniejszy.

W każdym z tych przypadków charakterystyka zastępcza przechodziła przez punkt przegięcia. Daje to przy założonej symetrii zlinearyzowanego odcinka względem tego punktu nierówne błędy na granicy zakresu, a po przyjęciu jako kryterium większego z tych błędów, zmniejszenie zakresu.



Rys.7. Sposoby linearyzacji charakterystyki statycznej przyrządu pneumatycznego



Rys.8. Błąd systematyczny wynikający z zastąpienia charakterystyki statycznej styczną

Szczegółowa analiza przybliżonej charakterystyki pierwszego zakresu pracy przeprowadzona [41] dla nadciśnień roboczych $H = (0 - 1,7)p_a$ wykazała, że rzędna punktu pracy zmienia się od 0,75 h/H do około 0,70 h/H . Stosunek h/H zakresu liniowej /błąd 1%/ zależności $h = f(s)$ do nadciśnienia roboczego H jest nieco większy od 0,2 dla podanych wyżej wartości H . Ponieważ nie obejmuje to w całości pierwszego zakresu pracy przyrządu zachodzi konieczność przeprowadzenia linearyzacji charakterystyki statycznej.

2.3.1.1.1. Sposoby linearyzacji charakterystyki statycznej i ich ocena

Korzyści wynikające z właściwego doboru charakterystyki zastępczej, ze względu na długość liniowego odcinka charakterystyki oraz błąd systematyczny wynikający z linearyzacji, zostaną wykazane na przykładzie przyrządu, którego charakterystykę można opisać równaniem /12a/

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{1 + x^2}.$$

Jak wiadomo dla $x > 0$ charakterystyka ta posiada punkt przegięcia o współrzędnych $x = \sqrt{3}/3$ i $h/H = 0,75$, a czułość układu pneumatycznego wynosi

$$k = \left(\frac{h}{H}\right)' = - \frac{2x}{(1 + x^2)^2}, \quad \dots /14/$$

i osiąga największą swoją wartość dla $x = \sqrt{3}/3$, która wynosi

$$k_{\max} = - \frac{3}{8} \sqrt{3}.$$

Znając współrzędne punktu przegięcia oraz największą czułość układu można następująco zapisać równanie stycznej [6] w tym punkcie

$$\left(\frac{h}{H}\right)_{L1} = -\frac{3}{8} \sqrt{3} x + \frac{9}{8} \quad \dots /15/$$

Błąd Δ_1 /rys. 8/ wynikający z przyjęcia charakterystyki zastępczej w postaci stycznej wynosi

$$\Delta_1 = -\frac{3}{8} \sqrt{3} x + \frac{9}{8} - \frac{1}{1+x^2} \quad \dots /16/$$

Wyrażając Δ_1 jako część liniowego zakresu stosunku ciśnień h/H , wzór /16/ zastępuje się układem równań

$$-\frac{3}{8} \sqrt{3} (x_1 - \sqrt{3}) - \frac{1}{1+x_1^2} = \delta_1 \left(\frac{1}{1+x_1^2} - \frac{1}{1+x_2^2} \right); \quad \dots /17/$$

$$-\frac{3}{8} \sqrt{3} (x_2 - \sqrt{3}) - \frac{1}{1+x_2^2} = -\delta_1 \left(\frac{1}{1+x_1^2} - \frac{1}{1+x_2^2} \right),$$

gdzie: x_1 i x_2 wartość argumentu dla granic liniowego zakresu charakterystyki z założonym błędem, którego wartość względna wynosi δ_1 . Wyznaczając z pierwszego z równań

$$x_2 = \sqrt{\frac{\delta_1}{\frac{3}{8} \sqrt{3} (x_1 - \sqrt{3}) + \frac{1+\delta_1}{1+x_1^2}}} - 1 \quad \dots /18/$$

i wstawiając do drugiego z nich uzyskuje się następujące równanie

$$\frac{3}{8} \sqrt{3} \left[\sqrt{\frac{\delta_1}{\frac{3}{8} \sqrt{3} (x_1 - \sqrt{3}) + \frac{1 + \delta_1}{1 + x_1^2}}} - 1 - \sqrt{3} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\delta_1} \left[\frac{3}{8} \sqrt{3} (x_1 - \sqrt{3}) (1 + \delta_1) + \frac{1 + 2 \delta_1}{1 + x_1^2} \right] = 0 \quad , \quad \dots /19/$$

z którego drogą obliczeń numerycznych można wyznaczyć wartość x_1 dla zadanej wartości δ_1 , a następnie z /18/ wartość x_2 . Wyliczone wartości x_1 i x_2 oraz odpowiadające im stosunki ciśnień h/H dla wybranych wartości δ_1 zawiera tabela 3.

Tabela 3. Granice liniowego odcinka charakterystyki statycznej zastąpionej styczną

Lp	δ_1	x_1	x_2	$\left(\frac{h}{H}\right)_1$	$\left(\frac{h}{H}\right)_2$
1	0,005	0,4657	0,6966	0,8218	0,6732
2	0,010	0,4217	0,7483	0,8490	0,6410
3	0,020	0,3616	0,8234	0,8844	0,5959
4	0,050	0,2495	0,9794	0,9414	0,5104

Dysponując wartościami współrzędnych punktów charakterystyki leżących na krańcach jej liniowego zakresu można napisać równanie charakterystyki zastępczej przechodzącej przez te punkty

$$\left(\frac{h}{H}\right)_{L2} = m_2 x + l_2 \quad , \quad \dots /20/$$

gdzie:

$$m_2 = \frac{\frac{1}{1+x_2^2} - \frac{1}{1+x_1^2}}{x_2 - x_1} ; \quad l_2 = \frac{1}{1+x_1^2} - m_2 x_1 .$$

Wartości współczynników m i l dla wyznaczonych uprzednio wartości x_1 i x_2 podano w tabeli 4 .

Tabela 4. Współczynniki równania kierunkowego charakterystyki zastępczej poprowadzonej przez krańcowe punkty liniaryzowanego odcinka i błędy linearyzacji

Lp	δ_1	m_2	l_2	δ_{2max}	δ_{2min}
1	0,005	-0,6431	1,1213	0,0020	-0,0018
2	0,010	-0,6398	1,1175	0,0041	-0,0035
3	0,020	-0,6245	1,1102	0,0085	-0,0067
4	0,050	-0,5905	1,0887	0,0222	-0,0176 .

Błąd wynikający z przyjęcia takiej charakterystyki zastępczej można wyznaczyć z wzoru

$$\Delta_2 = m_2 x + l_2 - \frac{1}{1+x^2} \quad \dots /21/$$

Po obliczeniu pierwszej pochodnej i przyrównaniu jej do zera uzyskuje się zależność

$$(1+x^2)^2 + \frac{2}{m_2} x = 0 , \quad \dots /22/$$

z której wyznacza się odciętą punktów, w których błąd Δ_2 przyjmuje wartości ekstremalne. W celu porównania wartość bezwzględ-

na błędu Δ_2 należy zamienić na względną, korzystając z wzoru

$$\delta_2 = \frac{\Delta_2}{\frac{1}{1+x_1^2} - \frac{1}{1+x_2^2}} \quad \dots /23/$$

Jak wynika z porównania danych tabeli 4 i tabeli 3, błędy ekstremalne δ_{2min} i δ_{2max} są około 2,5 razy mniejsze niż odpowiedni błąd δ_1 .

Wymieniony uprzednio trzeci sposób linearyzacji charakterystyki statycznej jest porównywany z pierwszym jedynie szacunkowo. Dla omawianej charakterystyki porównanie to można przeprowadzić na drodze analitycznej, należy tylko ustalić jak ma być poprowadzona charakterystyka zastępcza. Są możliwe dwa sposoby jej poprowadzenia; jeden - tak aby błąd średni kwadratowy na odcinku linearyzacji był jak najmniejszy i drugi - tak, aby dla zadanego błędu odcinek prostoliniowy był jak największy.

Błąd średni kwadratowy będzie najmniejszy wtedy, gdy

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(m_3 x + l_3 - \frac{1}{1+x^2} \right)^2 dx = \min \quad \dots /24/$$

Przyrównując pochodne cząstkowe względem m i l wyrażenia podcałkowego do zera, otrzymuje się układ równań

$$\int_{x_1}^{x_2} (m_3 x + l_3) x dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x \, d x}{1+x^2} \quad ,$$

$$\int_{x_1}^{x_2} (m_3 x + l_3) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{1+x^2} \quad , \quad \dots /25/$$

z którego po obliczeniu całek oznaczonych i wykonaniu koniecznych przekształceń uzyskuje się wzory na obliczenie współczynników m i l

$$m_3 = \frac{6}{(x_2 - x_1)^3} \left[\ln \frac{1+x_2^2}{1+x_1^2} - (x_2 + x_1) (\arctg x_2 - \arctg x_1) \right], \quad \dots /26/$$

$$l_3 = \frac{\arctg x_2 - \arctg x_1}{x_2 - x_1} \left[1 + \frac{3(x_2 + x_1)^2}{(x_2 - x_1)^2} - 3 \frac{x_2 + x_1}{(x_2 - x_1)^3} \ln \frac{1 + x_2^2}{1 + x_1^2} \right] \quad \dots /27/$$

Wartości tych współczynników dla x_1 i x_2 wyznaczonych dla pierwszego sposobu linearyzacji podano w tabeli 5 wraz z wartościami błędów ekstremalnych oraz błędów na końcach odcinka linearyzacji, które są wprawdzie największe, ale i tak o około 2,5 raza mniejsze od błędów linearyzacji charakterystyki statycznej styczną. Ten sposób poprowadzenia charakterystyki daje więc takie same rezultaty jak poprzednio omawiany.

Tabela 5. Współczynniki równania kierunkowego charakterystyki zastępczej i błędy linearyzacji dla warunku najmniejszego błędu średniego kwadratowego

Lp	1	m_3	l_3	$3x_1$	$3min$	$3max$	$3x_2$
1	0,005	-0,6456	1,1228	0,0021	-0,0009	0,0009	-0,0019
2	0,010	-0,6418	1,1205	0,0042	-0,0018	0,0018	-0,0038
3	0,020	-0,6344	1,1162	0,0084	-0,0037	0,0035	-0,0074
4	0,050	-0,6134	1,1037	0,0214	-0,0094	0,0085	-0,0173

Odcinek charakterystyki zastępczej będzie najdłuższy wtedy, gdy będzie ona przebiegała tak jak pokazano to na rysunku 9.

Błąd systematyczny wynikający z przyjęcia takiej charakterystyki zastępczej osiągnie największą wartość bezwzględną w punktach o odciętych x_1 , x_C , x_D i x_2 . Aby napisać równanie tej charakterystyki trzeba znać wartości współrzędnych co najmniej dwu punktów. Z warunku równości wartości pochodnej /14/ w punktach C i D otrzymuje się pierwsze z równań pozwalających na wyznaczenie współrzędnych x_C i x_D

$$\frac{x_C}{(1+x_C^2)^2} = \frac{x_D}{(1+x_D^2)^2} \quad \dots /28/$$

Porównując współczynnik 1 równania kierunkowego pęku prostych przechodzących przez punkt C i pęku prostych przechodzących przez punkt D

$$\begin{aligned} \left(\frac{h}{H}\right)_C &= m_C \cdot x_C + 1, \\ \left(\frac{h}{H}\right)_D &= m_D \cdot x_D + 1, \end{aligned} \quad \dots /29/$$

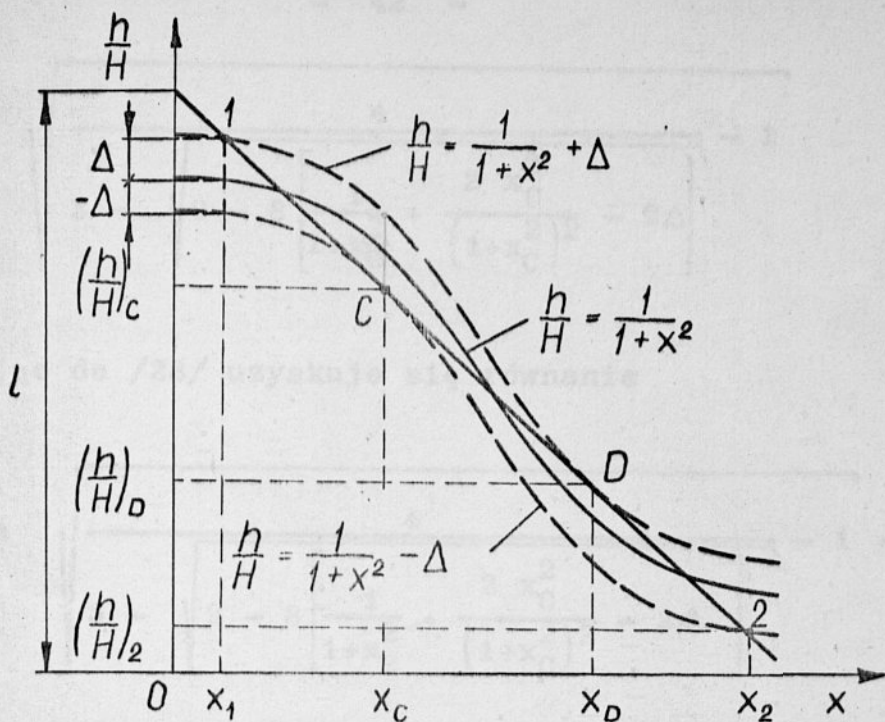
i uwzględniając, że

$$\left(\frac{h}{H}\right)_C = \frac{1}{1+x_C^2} - \Delta \quad ; \quad \left(\frac{h}{H}\right)_D = \frac{1}{1+x_D^2} + \Delta \quad ; \quad \dots /29a/$$

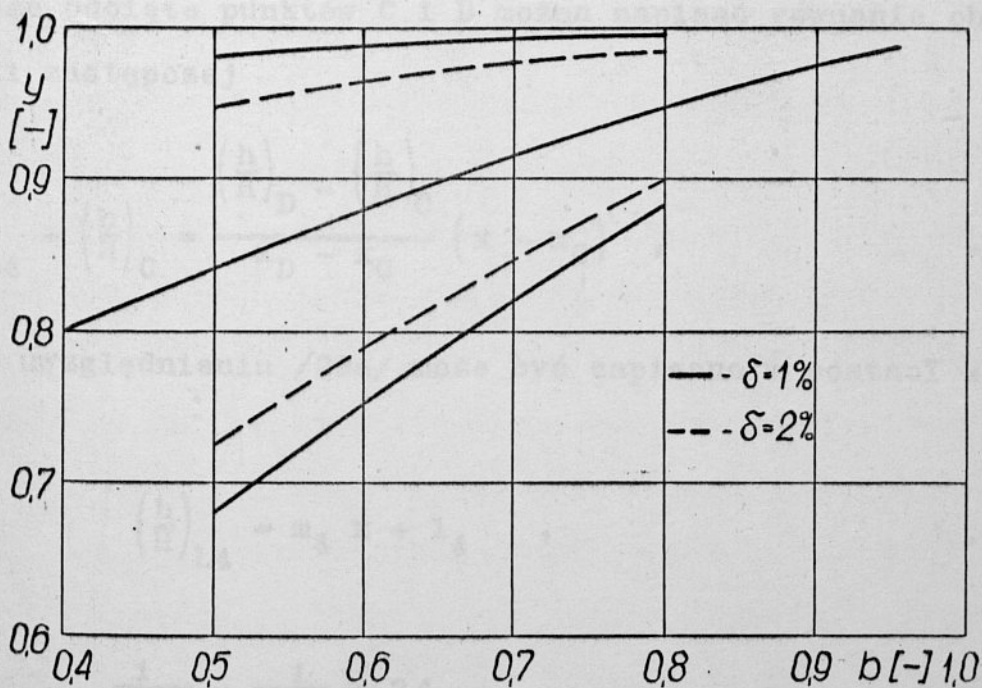
uzyskuje się drugie z potrzebnych równań

$$\frac{1}{1+x_C^2} + \frac{2x_C^2}{(1+x_C^2)^2} = \frac{1}{1+x_D^2} + \frac{2x_D^2}{(1+x_D^2)^2} + 2\Delta \quad \dots /30/$$

Wyznaczając z /30/ zależność na obliczenie odciętej punktu D



Rys.9. Położenie charakterystyki zastępczej zapewniające najdłuższy odcinek linearyzacji przy zadanym błędzie



Rys.10. Zakres prostoliniowego odcinka charakterystyki statycznej /8a/ dla błędu linearyzacji 1% i 2%

$$x_D = \sqrt{\frac{4}{3 - \sqrt{9 - 8 \left[\frac{1}{1+x_C^2} + \frac{2 x_C^2}{(1+x_C^2)^2} - 2\Delta \right]}} - 1} \quad \dots /30a/$$

i wstawiając do /28/ uzyskuje się równanie

$$\frac{x_C}{(1+x_C^2)^2} = \sqrt{\frac{4}{3 - \sqrt{9 - 8 \left[\frac{1}{1+x_C^2} + \frac{2 x_C^2}{(1+x_C^2)^2} - 2\Delta \right]}} - 1} \quad \dots$$

$$\dots \left\{ 3 - \sqrt{9 - 8 \left[\frac{1}{1+x_C^2} + \frac{2 x_C^2}{(1+x_C^2)^2} - 2\Delta \right]} \right\}^2, \quad \dots /28a/$$

z którego drogą obliczeń numerycznych można wyznaczyć wartości x_C a następnie z /30a/ x_D dla założonych wartości Δ .

Mając odcięte punktów C i D można napisać równanie charakterystyki zastępczej

$$\left(\frac{h}{H} \right)_{L4} - \left(\frac{h}{H} \right)_C = \frac{\left(\frac{h}{H} \right)_D - \left(\frac{h}{H} \right)_C}{x_D - x_C} (x - x_C), \quad \dots /31/$$

które po uwzględnieniu /29a/ może być zapisane w postaci kierunkowej

$$\left(\frac{h}{H} \right)_{L4} = m_4 x + l_4, \quad \dots /31a/$$

gdzie:

$$m_4 = \frac{\frac{1}{1+x_D^2} - \frac{1}{1+x_C^2} + 2\Delta}{x_D - x_C}, \quad \dots /31b/$$

$$l_4 = \frac{1}{1 + x_C^2} - m_4 x_C - \Delta \quad \dots /31c/$$

Wstawiając do /31a/ za x odcięte punktów 1 i 2 a za $\left(\frac{h}{H}\right)_{L4}$ odpowiednio rzędne /rys. 9/

$$\left(\frac{h}{H}\right)_1 = \frac{1}{1 + x_1^2} + \Delta \quad i$$

$$\left(\frac{h}{H}\right)_2 = \frac{1}{1 + x_2^2} - \Delta$$

otrzymuje się dwa równania, z których można wyznaczyć wartości odciętych punktów 1 i 2

$$x_1^3 + x_1^2 \frac{l_4 - \Delta}{m_4} + x_1 + \frac{l_4 - 1 - \Delta}{m_4} = 0 \quad \dots /32a/$$

$$x_2^3 + x_2^2 \frac{l_4 + \Delta}{m_4} + x_2 + \frac{l_4 - 1 + \Delta}{m_4} = 0 \quad \dots /32b/$$

Korzystniej byłoby przeprowadzić powyższe rozważania nie dla błędu bezwzględnego Δ ale dla jego wartości względnej δ , jednak z uwagi na złożone zależności analityczne zrezygnowano z tego. Granice zakresu liniowej zależności stosunku h/H dla omawianego kryterium, przy założonej wartości δ błędu systematycznego wyznaczono na drodze obliczeń numerycznych przez taki dobór wartości Δ , aby wartość δ była równa zadanej. Przy zbliżonej długości prostoliniowego odcinka charakterystyki dla ostatniego /tabela 6/ i pierwszego /tabela 3/ sposobu linearyzacji błędy wynoszą odpowiednio $\delta = 0,005$ i $\delta_1 = 0,02$, to znaczy stosując ostatni ze sposobów można zmniejszyć błąd linearyzacji czterokrotnie. Jest to więc najkorzystniejszy sposób linearyzacji ogólnej

charakterystyki statycznej rozpatrywanego układu pneumatycznego, ale obliczenia związane z wyznaczeniem współrzędnych końców prostoliniowego odcinka są najbardziej złożone.

Tabela 6. Granice liniowego odcinka charakterystyki statycznej i współczynniki równania kierunkowego charakterystyki zastępczej dla warunku najdłuższego odcinka linearyzacji

Lp	δ	x_1	x_2	$\left(\frac{h}{H}\right)_1$	$\left(\frac{h}{H}\right)_2$	m_4	l_4
1	0,005	0,3638	0,8296	0,8846	0,5909	-0,6305	1,1139
2	0,010	0,2840	0,9488	0,9294	0,5222	-0,6123	1,1033
3	0,020	0,1767	1,1388	0,9804	0,4247	-0,5776	1,0825

Z danych zawartych w tabelach 4, 5 i 6 wynika, że średnia czułość układu pneumatycznego równa bezwzględnej wartości współczynnika kąтового charakterystyki zastępczej jest tym mniejsza im większy jest zakres liniowości charakterystyki statycznej, to znaczy im większy jest błąd dopuszczalny. Średnia czułość układu dla omawianych kolejno sposobów linearyzacji w porównaniu z czułością największą w zakresie odpowiadającym błędowi $\delta_1 = 2\%$, ma się do siebie jak około 1:0,96:0,98:0,97, jest więc od niej o kilka procent mniejsza.

2.3.1.1.2. Linearyzacja charakterystyki statycznej układu pneumatycznego prostego przyrządu ciśnieniowego w I zakresie pracy

W pierwszym zakresie pracy charakterystyka statyczna może być opisana równaniem przybliżonym /8a/, a odcięta punktu jej przegięcia można wyznaczyć przyrównując drugą pochodną równania /8a/ do zera

$$y'' = b \left\{ \frac{\frac{bx^2 - 1}{2} + b}{\sqrt{\left(\frac{bx^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x^2}} + \frac{b^2 x^2 (1 - b)}{\left[\left(\frac{bx^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x^2\right]^{\frac{3}{2}}} \right\} = 0 \quad \dots /33/$$

Analityczne rozwiązanie równania /33/ nie powiodło się, rozwiązano je więc na drodze numerycznej. Wartości współrzędnych punktu przegięcia oraz wartość pierwszej pochodnej funkcji /8a/ /czułości układu/ dla wybranych wartości b zawiera tabela 7. Z podanych tam danych wynika, że ze wzrostem wartości b odcięta punktu przegięcia zmniejsza się a rzędna rośnie przy jednoczesnym spadku czułości układu.

Ponieważ w punkcie 2.3.1.1.1 ustalono, który ze sposobów linearyzacji jest najkorzystniejszy, linearyzacja równania /8a/ będzie przeprowadzona tylko dla tego sposobu.

Przyrównując, podobnie jak w przypadku równania /12a/, wartość pierwszej pochodnej równania /8a/ w punktach C i D oraz przyrównując współczynnik 1 równania kierunkowego pęku prostych przechodzących przez punkt C i równania pęku prostych przechodzących przez punkt D otrzymano układ równań

Tabela 7. Współrzędne punktu przegięcia charakterystyki statycznej /8a/ układu pneumatycznego oraz największa czułość tego układu

Lp	b	x	y	y'
1	0,40	1,0166	0,7947	-0,3201
2	0,50	0,8876	0,8404	-0,2811
3	0,60	0,7936	0,8798	-0,2343
4	0,70	0,7375	0,9116	-0,1815
5	0,80	0,6700	0,9449	-0,1244
6	0,90	0,6300	0,9731	-0,0636
7	0,95	0,6000	0,9871	-0,0322

$$x_C \left[\frac{\frac{bx_C^2 - 1}{2} + b}{\sqrt{\left(\frac{bx_C^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_C^2}} - 1 \right] = x_D \left[\frac{\frac{bx_D^2 - 1}{2} + b}{\sqrt{\left(\frac{bx_D^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_D^2}} - 1 \right] ;$$

$$\sqrt{\left(\frac{bx_C^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_C^2} + bx_C^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{bx_C^2 - 1}{2} + b}{\sqrt{\left(\frac{bx_C^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_C^2}} \right] = \dots/34/$$

$$= 2\Delta + \sqrt{\left(\frac{bx_D^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_D^2} + bx_D^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{bx_D^2 - 1}{2} + b}{\sqrt{\left(\frac{bx_D^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_D^2}} \right] ,$$

z którego można dla wybranych wartości b i Δ wyznaczyć wartości odciętych punktów C i D. Znając te odcięte można napisać równanie charakterystyki zastępczej

$$y_L = m \cdot x + l, \quad \dots /35/$$

gdzie

$$m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C},$$

$$l = y_C - mx_C,$$

przy czym y_C i y_D oblicza się z wzorów

$$y_C = \sqrt{\left(\frac{bx_C^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_C^2} - \frac{bx_C^2 - 1}{2} - \Delta,$$

$$y_D = \sqrt{\left(\frac{bx_D^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_D^2} - \frac{bx_D^2 - 1}{2} + \Delta.$$

Odcięte x_1 i x_2 końców prostoliniowego odcinka charakterystyki wyznacza się z równań

$$x_1^3 + \frac{m^2 + b l - b^2 - b \Delta}{m b} x_1^2 + \frac{2(1 - \Delta) - 1}{b} x_1 + \frac{1 - \Delta - 1}{m b} (1 - \Delta) = 0, \quad \dots /36/$$

$$x_2^3 + \frac{m^2 + b l - b^2 + b \Delta}{m b} x_2^2 + \frac{2(1 + \Delta) - 1}{b} x_2 + \frac{1 + \Delta - 1}{m b} (1 + \Delta) = 0, \quad \dots /37/$$

uzyskanych w podobny sposób jak w przypadku linearyzacji charakterystyki o równaniu /12a/.

Ponieważ bardziej miarodajna jest wartość błędu systematycznego Δ odniesiona do zakresu pomiarowego /prostoliniowego odcinka charakterystyki/ obliczenia według wyżej przytoczonych wzorów przeprowadzono dobierając tak wartość Δ aby

$$\delta = \frac{\Delta}{y_1 - y_2} \quad ; \quad \dots /38/$$

gdzie:

$$y_1 = \sqrt{\left(\frac{bx_1^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_1^2} - \frac{bx_1^2 - 1}{2} + \Delta \quad ,$$

$$y_2 = \sqrt{\left(\frac{bx_2^2 - 1}{2}\right)^2 + b^2 x_2^2} - \frac{bx_2^2 - 1}{2} - \Delta \quad ,$$

przyjmowała wartość zadaną dla danego b . Wyniki takich obliczeń dla $b = 0,5$ zawiera tabela 8. Porównując wartości współczynnika m z tabeli 8 i wartość y' z tabeli 7, dla $b = 0,5$ można stwierdzić, że przy błędzie $\delta = 1\%$ zastępcza czułość układu / m / różni się o 0,016 od czułości największej / y' /, co w stosunku do tej ostatniej stanowi około 6% .

Tabela 8. Współczynniki równania kierunkowego charakterystyki zastępczej oraz współrzędne końców liniowego odcinka charakterystyki statycznej /8a/ dla $b = 0,5$

Lp	δ	m	l	x_1	x_2	y_1	y_2
1	0,005	-0,2729	1,0827	0,6033	1,1931	0,9180	0,7571
2	0,010	-0,2651	1,0757	0,4910	1,3296	0,9455	0,7232
3	0,020	-0,2507	1,0627	0,3371	1,5367	0,9782	0,6775

Zależność rzędnych krańców prostoliniowego odcinka charakterystyki od b , dla błędów linearyzacji $\delta = 1\%$ i $\delta = 2\%$ przedstawia wykres - rysunek 10. Z przebiegu granic liniowego odcinka charakterystyki wynika, że ze wzrostem b długość tego odcinka dla ciśnień absolutnych maleje.

Porównanie wyników uzyskanych na drodze teoretycznej dotyczących zakresu liniowego odcinka charakterystyki i błędów linearyzacji z danymi doświadczalnymi, będzie przeprowadzone w części eksperymentalnej pracy.

2.3.2. Przyrząd z komorą pomiarową małych rozmiarów

Biorąc za punkt wyjścia podany we wstępie warunek $d_k = 2,5 d_m$ [44], przy zastosowaniu dyszy pomiarowej o średnicy $d_m = 2,0$ mm, uzyskuje się średnicę komory $d_k = 5,0$ mm. Z drugiej zaś strony wiadomo, że pole przekroju poprzecznego komory f_k powinno być co najmniej 10 razy większe od pola przekroju dyszy wewnętrznej f_w , to znaczy, że średnica komory $d_k = \sqrt{10} d_w = 3,16 d_w$. Wynika stąd, że dla przyrządu z komorą o średnicy $d_k = 5,0$ mm można stosować dysze wewnętrzne o średnicy otworu $d_w = 1,6$ mm, czyli największej z praktycznie stosowanych. Jak będą kształtowały się stosunki średnic d_k, d_w, d_m , gdy przyjmiemy się w granicznym przypadku średnicę komory równą średnicy dyszy pomiarowej, przy założeniu, że ta ostatnia $d_m = 2,0$ mm. Okazuje się, że dla dysz wewnętrznych o średnicach nieco większych od 0,6 mm wymagany stosunek przekrojów jest jeszcze zachowany, natomiast dla dyszy wewnętrznej o średnicy $d_w = 1,4$ mm jest już równy tylko około dwa. Przy założeniu krytycznej szybkości przepływu powietrza przez dyszę wewnętrzną, może to powodować błąd

obliczeń ciśnienia pomiarowego wynoszący ponad 6% [3] . Należy więc uwzględnić szybkość przepływu powietrza przez komorę pomiarową.

W komorze, której rozmiary są współmierne ze średnicami dysz można wyróżnić dwie części /rys. 11/; w pierwszej ciśnienie zmienia się wzdłuż komory; w drugiej zaś jest stałe [44] . Przy założeniu, że czynnik jest nieściśliwy i że ciśnienie na wylocie z dyszy wewnętrznej jest równe ciśnieniu na początku komory, z równania Bernulli'ego dla przekrojów f_{∞} i f_w , równania ciągłości dla przekrojów f_w i f_k i równania ilości ruchu dla pierwszej części komory /po przyjęciu oznaczeń z rysunku 11/ uzyskuje się zależność [44]

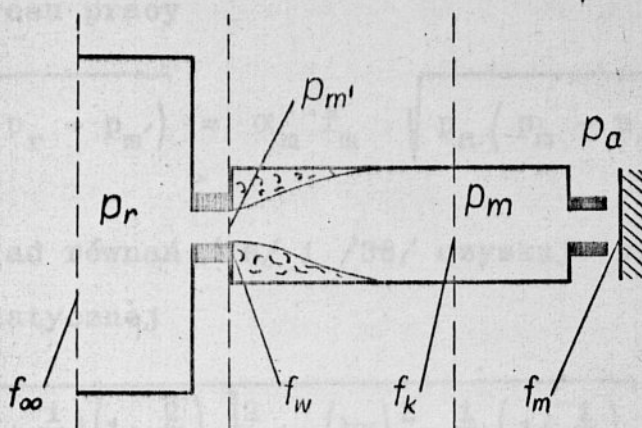
$$\frac{p_m - p_{m'}}{p_m} \psi = \frac{1}{p_m/p_r} - 1, \quad \dots /38/$$

gdzie:

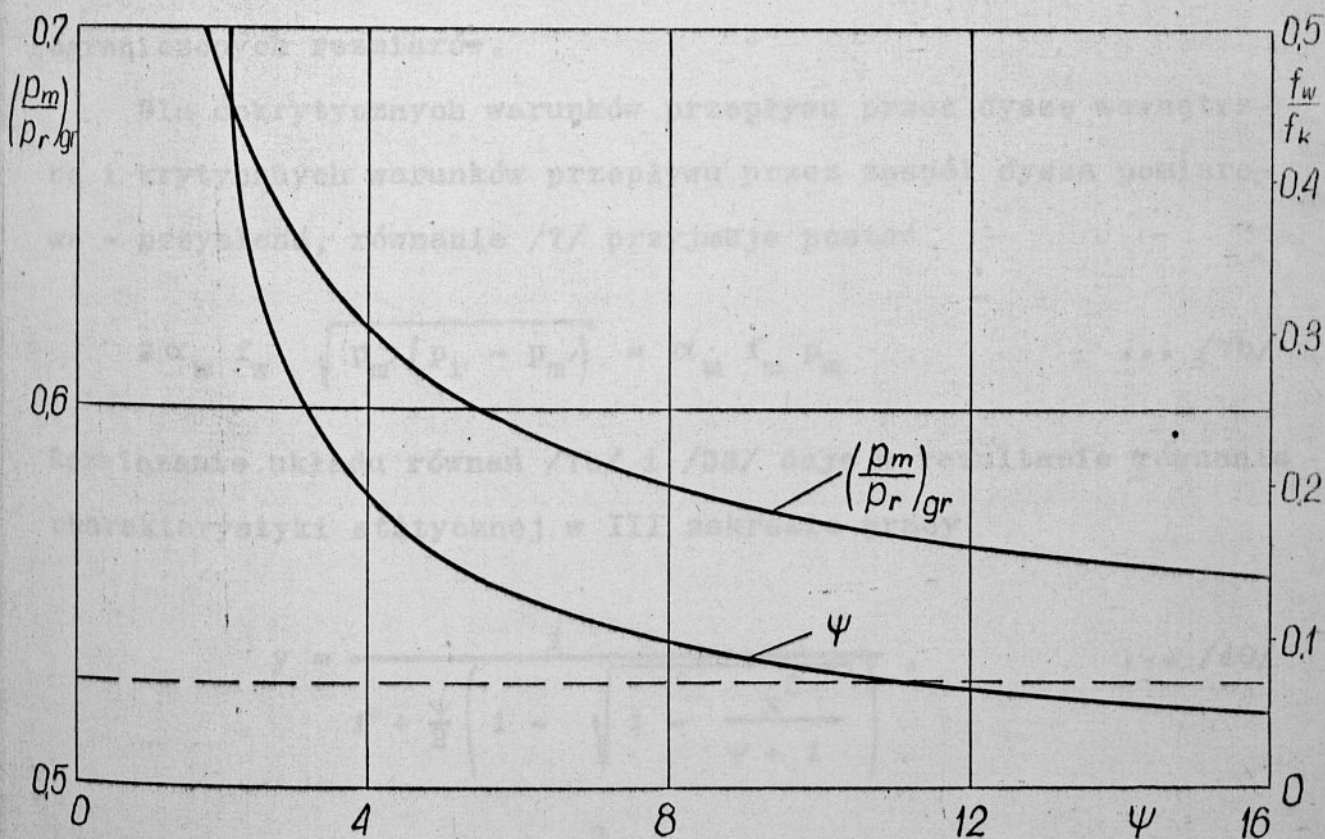
$$\psi = \frac{1}{2 \alpha_w^2 \frac{f_w}{f_k} \left(1 - \frac{f_w}{f_k} \right)} - 1 .$$

Zależność ta była sprawdzona doświadczalnie dla komory o długości $l_k = 55$ mm i średnicy $d_k = 6$ mm przy zastosowaniu nadciśnienia roboczego $H = p_r - p_a = (0,1 - 2,5)$ kG/cm² .

W równaniu charakterystyki statycznej omawianego układu ściśliwość czynnika może być uwzględniona przez połączenie równania /38/ z równaniem /7/ po wstawieniu za $\dot{Q}_w$ i $\dot{Q}_m$ w zależności od warunków przepływu wzorów /5/ i /6/ [44] . Przy czym dla dokrytycznych warunków przepływu przez dyszę wewnętrzną do wzoru /5/ zamiast p_m należy wstawić ciśnienie $p_{m'}$, wtedy dla



Rys.11. Układ pneumatyczny z komorą pomiarową o małych rozmiarach



Rys.12. Zależność współczynnika ψ od stosunku przekrojów dyszy wewnętrznej i komory pomiarowej oraz zależność granicznego stosunku ciśnień od ψ

pierwszego zakresu pracy

$$\alpha_w f_w \sqrt{p_{m'} (p_r - p_{m'})} = \alpha_m f_m \sqrt{p_a (p_m - p_a)} \quad \dots /7a/$$

Rozwiązując układ równań /7a/ i /38/ uzyskuje się równanie charakterystyki statycznej

$$y = \sqrt{\left[\frac{bx^2 - \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) \left(1 + \frac{2}{\psi}\right)}{2 \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)^2} \right]^2 + \frac{\left(bx\right)^2 - \frac{1}{\psi} \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)}{\left(1 + \frac{1}{\psi}\right)^2}} - \frac{bx^2 - \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) \left(1 + \frac{2}{\psi}\right)}{2 \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)^2}, \quad \dots /39/$$

gdzie: y , b i x jak w równaniach dla przyrządu z komorą nieograniczonych rozmiarów.

Dla dokrytycznych warunków przepływu przez dyszę wewnętrzną i krytycznych warunków przepływu przez zespół dysza pomiarowa - przysłona, równanie /7/ przyjmuje postać

$$2 \alpha_w f_w \sqrt{p_{m'} (p_r - p_{m'})} = \alpha_m f_m p_m \quad \dots /7b/$$

Rozwiązanie układu równań /7b/ i /38/ daje w rezultacie równanie charakterystyki statycznej w III zakresie pracy

$$y = \frac{1}{1 + \frac{\psi}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{\psi + 1}} \right)}, \quad \dots /40/$$

które jest ważne dla $\psi \geq x^2 - 1$.

Gdy w dyszy wewnętrznej zachodzi przepływ powietrza z szybkością krytyczną, to znaczy gdy przyrząd pracuje w II lub IV zakresie, równania charakterystyki są takie same jak odpowiednie równania dla przyrządu z komorą nieograniczonych rozmiarów. Należy jednak pamiętać, że zakresy pracy przyrządu z komorą o małych rozmiarach mogą nie pokrywać się z zakresami pracy przyrządu z komorą nieograniczonych rozmiarów, ponieważ ciśnienie na wylocie z dyszy wewnętrznej nie jest równe ciśnieniu na wlocie do dyszy pomiarowej.

Graniczna wartość stosunku p_m/p_r , przy której następuje w dyszy wewnętrznej zmiana warunków przepływu z dokrytycznych na krytyczne można wyznaczyć z równania /38/ przyjmując $p_m/p_r = 0,528$, wtedy

$$\left(\frac{p_m}{p_r} \right)_{gr} = \frac{1 + 0,528 \Psi}{1 + \Psi} \quad \dots /41/$$

Zależność tą przedstawiono na wykresie /rys. 12/, który jednocześnie przedstawia zmienność współczynnika Ψ w funkcji stosunku pola przekroju dyszy wewnętrznej do pola przekroju komory. Graniczna wartość stosunku ciśnienia pomiarowego do ciśnienia roboczego rośnie szybko dla $f_w/f_k > 0,1$. W wyniku tego krytyczne warunki przepływu w dyszy wewnętrznej mogą ustalać się przy wyższym ciśnieniu pomiarowym niż w układzie z komorą o nieograniczonych rozmiarach.

Między równaniami /39/ i /8a/ zachodzi znaczne podobieństwo, jednak analityczne wyznaczenie różnicy wynikającej z przyjęcia drugiego z nich zamiast pierwszego jest utrudnione. W związku z tym porównanie to przeprowadzono na drodze obliczeń numerycznych wyznaczając wartość względną błędu

$$\delta = \frac{y/39/ - y/8a/}{y/8a/},$$

dla $b = (0,3 - 0,95)$ i $f_w/f_k = (0,05 - 0,5)$, zakładając $\alpha_w = 0,8$. Wyniki obliczeń dla $b = 0,5$ i zmiennego stosunku f_w/f_k przedstawia wykres /rys. 13/, a dla $f_w/f_k = 0,5$ i zmiennego b wykres /rys. 14/. Przebieg krzywych obu wykresów wskazuje, że ze wzrostem stosunku f_w/f_k rośnie wartość δ a ze wzrostem b zachodzi prawidłowość odwrotna. Największa wartość błędu wypadła dla $x = 1,1$, to znaczy w okolicy dolnego końca liniowego odcinka charakterystyki. W odniesieniu do nadciśnień wartość tego błędu np. dla $b = 0,5$, $f_w/f_k = 0,5$ wynosi około 13,8%, jest więc już znaczna i błąd ten nie może być pominięty.

We wzorach /39/ i /40/, które są wzorami przybliżonymi, nie uwzględnia się wpływu szybkości powietrza w komorze na jego szybkość w szczelinie. Jak stwierdzono we wstępie, wpływ ten może być uwzględniony w zależnościach opisujących charakterystykę statyczną.

Zakładając w dalszym ciągu, że zmiana stanu od przestrzeni przed dyszą wewnętrzną do przestrzeni za nią jest przemianą izotermiczną i że na obu elementach dławiących zachodzi dławienie izentropowe oraz uwzględniając wpływ szybkości powietrza w komorze na jego szybkość w szczelinie, układ pneumatyczny z komorą małych rozmiarów opisano następującym układem równań:

$$\rho_w F_w w_w = \rho_k F_k w_k ;$$

$$\rho_k F_k w_k = \rho_m F_m w_m ;$$

$$p_m - p_{m'} = \rho_k w_k (w_w - w_k) ;$$

$$w_w = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_r}{\rho_r} \left[1 - \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} ; \quad \dots /42/$$

$$w_m = \sqrt{w_k^2 + \frac{2k}{k-1} \frac{p_m}{\rho_m} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} ;$$

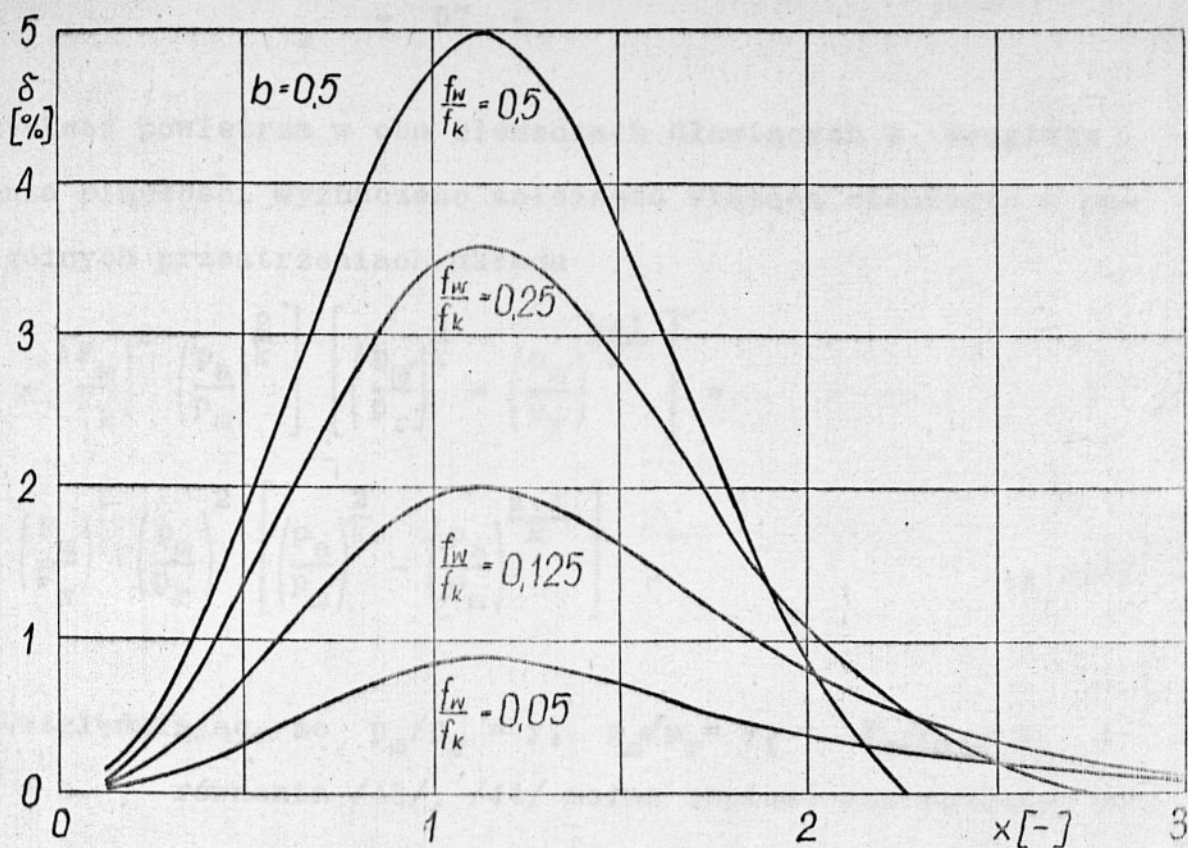
$$\frac{\rho_w}{\rho_r} = \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{1}{k}} ; \quad \frac{\rho_m}{\rho_k} = \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{1}{k}} .$$

Pierwsze dwa równania są równaniami ciągłości, trzecie równaniem ilości ruchu dla pierwszej części komory, dwa następne są wzorami na szybkość w elementach dławiących, a dwa pozostałe opisują proces dławienia. W dwu pierwszych równaniach występują powierzchnie efektywne, dyszy wewnętrznej F_w , komory pomiarowej F_k i zespołu dysza pomiarowa - przysłona F_m , równe iloczynowi odpowiednich powierzchni geometrycznych i współczynników wpływu.

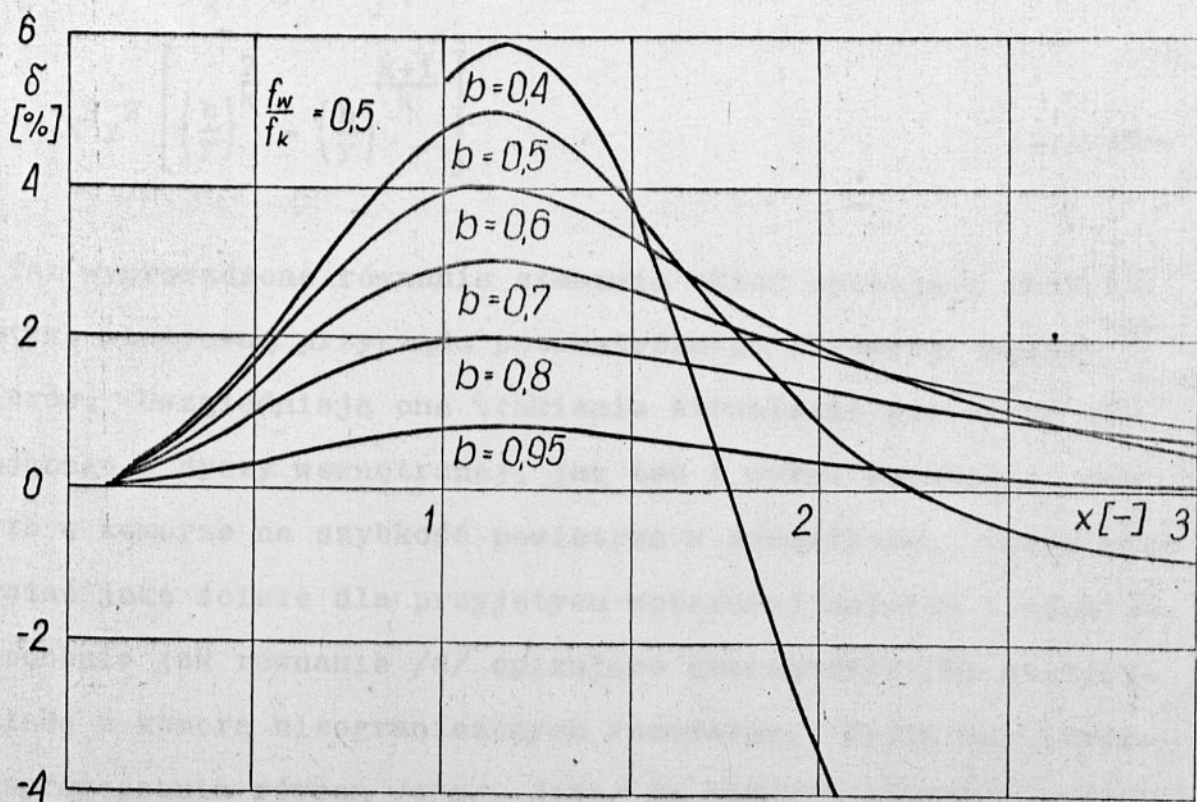
Wstawiając do równania ilości ruchu wzór na szybkość powietrza w dyszy wewnętrznej, uzyskuje się wzór na szybkość powietrza w komorze pomiarowej. Mając ten wzór oraz wzór na szybkość powietrza w dyszy wewnętrznej, można z pierwszego równania ciągłości, po uwzględnieniu przedostatniego z równań /42/, otrzymać zależność wiążącą parametry powietrza w przestrzeni przed dyszą wewnętrzną na jej wylocie oraz w komorze

$$\frac{p_m - p_m'}{p_r} = \frac{2k}{k-1} \frac{F_w}{F_k} \left[1 - \frac{F_w}{F_k} \frac{1}{p_m/p_r} \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \left[\left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{1}{k}} - \frac{p_m'}{p_r} \right] . \dots /43/$$

Wstawiając do pierwszego równania ciągłości /42/ wzór na szybkość powietrza w dyszy wewnętrznej otrzymuje się wzór na szybkość powietrza w komorze. Mając tak uzyskany wzór oraz wzory



Rys.13. Błąd wynikający z zastąpienia charakterystyki statycznej przyrządu z komorą małych rozmiarów charakterystyką przyrządu z komorą o nieograniczonych rozmiarach dla $b=0.5$



Rys.14. Błąd wynikający z zastąpienia charakterystyki statycznej przyrządu z komorą małych rozmiarów charakterystyką przyrządu z komorą o nieograniczonych rozmiarach dla $\frac{f_w}{f_k} = 0.5$

na szybkość powietrza w obu elementach dławiających z drugiego równania ciągłości wyznaczono zależność wiążącą ciśnienia w poszczególnych przestrzeniach układu

$$\left[1 - \left(\frac{F_m}{F_k} \right)^2 \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{2}{k}} \right] \left[\left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] =$$

$$= \left(\frac{F_m}{F_w} \right)^2 \left(\frac{p_m}{p_r} \right)^2 \left[\left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] . \quad \dots /44/$$

Uwzględniając, że $p_m/p_r = y$, $p_m/p_r = y_1$; $F_m/F_w = x$ i $p_a/p_r = b$, równania /43/, /44/ można zapisać następująco:

$$y - y_1 = \frac{2k}{k-1} \frac{F_w}{F_k} \left(1 - \frac{F_w}{F_k} \frac{1}{y} y_1^{\frac{1}{k}} \right) \left(y_1^{\frac{1}{k}} - y_1 \right) , \quad \dots /43a/$$

$$\left[1 - x^2 \left(\frac{F_w}{F_k} \right)^2 \left(\frac{b}{y} \right)^{\frac{2}{k}} \right] \left(y_1^{\frac{2}{k}} - y_1^{\frac{k+1}{k}} \right) =$$

$$= x^2 y^2 \left[\left(\frac{b}{y} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] . \quad \dots /44a/$$

Tak wyprowadzone równania stanowią układ opisujący charakterystykę statyczną przyrządu pneumatycznego z komorą małych rozmiarów. Uwzględniają one tłumienie strumienia powietrza wpływającego z dyszy wewnętrznej, jak też i wpływ szybkości powietrza w komorze na szybkość powietrza w szczelinie. Można więc je uważać jako ścisłe dla przyjętych wcześniej założeń i traktować podobnie jak równanie /8/ opisujące charakterystykę statyczną układu z komorą nieograniczonych rozmiarów. Próba analitycznego sprowadzenia równań /43a/, /44a/ do jednego równania nie

powiodła się. Ponieważ są one dość złożone oraz zawierają oprócz dwu zmiennych dwa parametry, zrezygnowano także z numerycznego wyznaczania charakterystyki statycznej nimi opisanej.

Rozwiązanie omawianego zagadnienia uzyskane bez uwzględnienia zmienności ciśnienia wzdłuż komory prowadzi również do układu dwu złożonych równań [4], które po uwzględnieniu stosowanych w niniejszej pracy oznaczeń można zapisać w postaci:

$$\frac{\left(\frac{p_m}{p_r}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_m}{p_r}\right)^{\frac{k+1}{k}}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_k^2\right) \left[\left(\frac{p_a}{p_m}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_m}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right] + \frac{F_w}{F_k} \left(\frac{p_r}{p_m}\right)^2 \left(\frac{p_a}{p_r}\right)^{\frac{2}{k}} \left[1 - \left(\frac{p_m}{p_r}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = x^2,$$

$$\dots /45/$$

$$\frac{k-1}{2} M_k^4 + M_k^2 - \left(\frac{F_w}{F_k}\right)^2 \frac{2}{k-1} \left(\frac{p_r}{p_m}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left[\left(\frac{p_r}{p_m}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = 0,$$

gdzie: M_k - liczba Macha dla powietrza w komorze.

W tym przypadku jest możliwe wyznaczenie M_k z drugiego równania i sprowadzeniu układu do pojedynczej zależności opisującej charakterystykę statyczną. Mimo że doświadczenia wykazały poprawność tej zależności [4] jej praktyczne wykorzystanie nie wydaje się być proste.

Ponieważ układy równań /43a/, /44a/ i równań /45/ są bardzo złożone, w części doświadczalnej będzie sprawdzana poprawność równania /39/ dla komór o średnicach mniejszych niż 6 mm. Gdyby okazało się, że charakterystyka statyczna opisana tym równaniem będzie znacznie odbiegać od charakterystyki doświad-

czalnej, wówczas także będzie sprawdzana poprawność układu równań /43a/, /44a/.

Ponadto w celu ustalenia położenia granicy, która dzieli komorę na wspomniane wcześniej dwie części, będzie wyznaczany rozkład ciśnień statycznych w tych komorach.

3. PRACA W WARUNKACH DYNAMICZNYCH

W technice pomiarów długości można wyróżnić następujące typowe przebiegi zmian mierzonego wymiaru, a w odniesieniu do pomiarów pneumatycznych szczeliny s /rys. 15/ :

- skokowy /od $s = \infty$ do $s = s_{ust}$, od $s = 0$ do $s = s_{ust}$,
od $s = s_{1ust}$ do $s = s_{2ust}$ /,
- okresowy /ciągły, np. sinusoidalny, nieciągły, np. prostokątny/,
- ze stałą prędkością /narastający, malejący/.

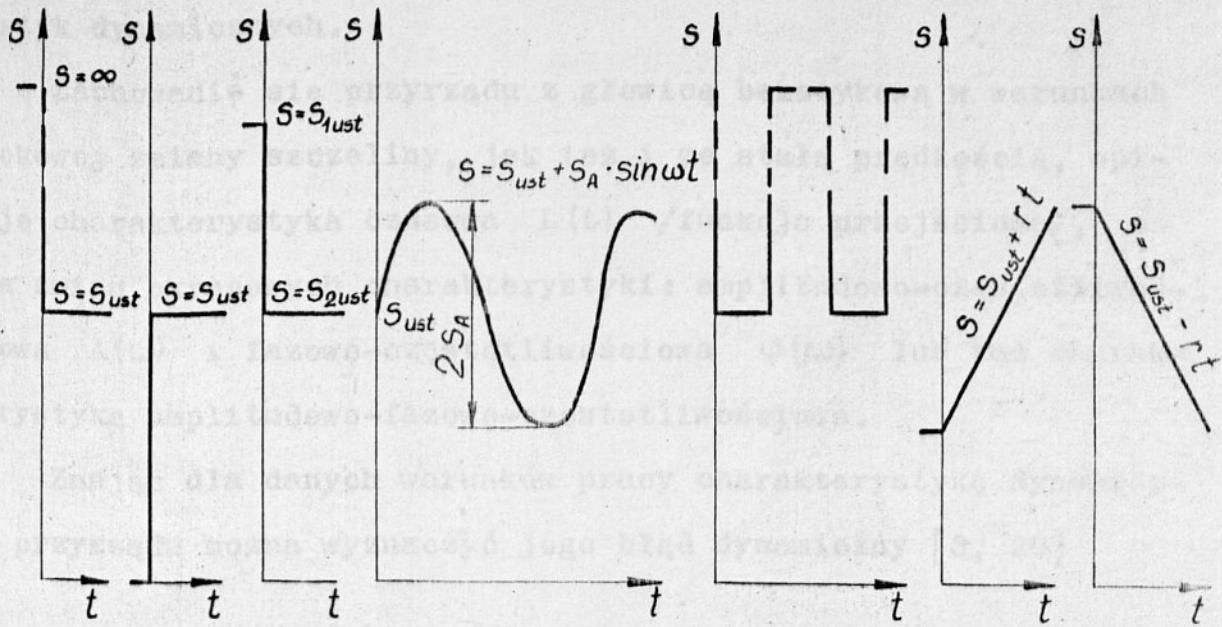
Skokowa zmiana mierzonej wielkości następuje przy wprowadzaniu przedmiotu pod głowicę pomiarową, przy czym przypadek pierwszy dotyczy głowic bezstykowych, natomiast dwa pozostałe głowic stykowych.

Okresowa zmiana wielkości mierzonej o przebiegu sinusoidalnym lub zbliżonym następuje podczas pomiaru aktywnego przedmiotów cylindrycznych obarczonych odchyłkami kołowości, a o przebiegu prostokątnym podczas takiego samego pomiaru - wałków wielowypustowych.

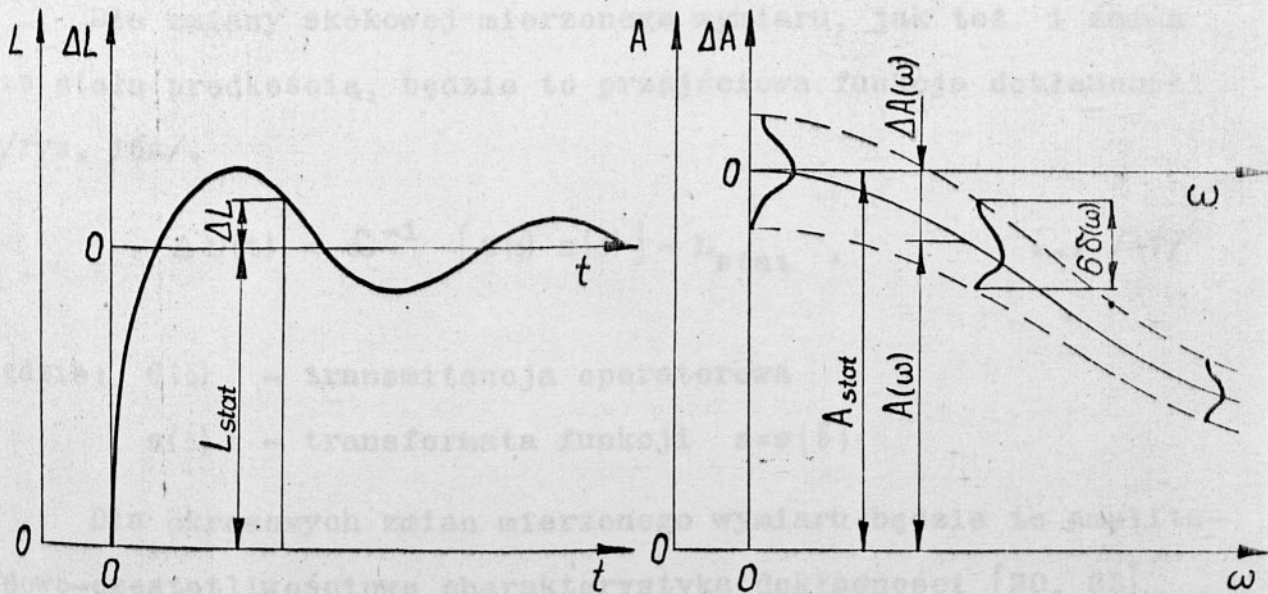
Zmiana wielkości mierzonej ze stałą prędkością zachodzi na przykład podczas szlifowania przedmiotów cylindrycznych z posuwem poprzecznym.

W ogólnym przypadku charakter zmian mierzonej wielkości w czasie może być dowolny, mniej lub bardziej zbliżony do przebiegów typowych, zwykle jednak przy analizie teoretycznej przyjmuje się jeden z nich.

Zależność wskazania $L(t)$, a dla układu pneumatycznego ciśnienia $p_m = f(s)$, gdy $s = s(t)$ opisywana jest jedną z charakte-



Rys.15. Typowe przebiegi zmian szczeliny s w czasie



Rys.16. Dynamiczna charakterystyka przyrządu i dynamiczna charakterystyka dokładności dla: a/ skokowej i b/ okresowej zmiany wielkości mierzonej

rystyk dynamicznych.

Zachowanie się przyrządu z głowicą bezstykową w warunkach skokowej zmiany szczeliny, jak też i ze stałą prędkością, opisuje charakterystyka czasowa $L(t)$ /funkcja przejściowa/, a dla zmian okresowych charakterystyki: amplitudowo-częstotliwościowa $A(\omega)$ i fazowo-częstotliwościowa $\varphi(\omega)$ lub też charakterystyka amplitudowo-fazowo-częstotliwościowa.

Znając dla danych warunków pracy charakterystykę dynamiczną przyrządu można wyznaczyć jego błąd dynamiczny [3, 20]

$$\Delta L(t) = L(t) - L_{stat}, \quad \dots /46/$$

gdzie: $L(t)$ - wskazanie przyrządu w warunkach nieustalonych,
 L_{stat} - wskazanie przyrządu w warunkach ustalonych przy tej samej wartości mierzonego wymiaru.

Zależność /46/ nazywana jest dynamiczną charakterystyką dokładności.

Dla zmiany skokowej mierzonego wymiaru, jak też i zmian ze stałą prędkością, będzie to przejściowa funkcja dokładności /rys. 16a/.

$$\Delta L(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s) s(s)] - L_{stat}, \quad \dots /47/$$

gdzie: $G(s)$ - transmitancja operatorowa
 $s(s)$ - transformata funkcji $s=s(t)$

Dla okresowych zmian mierzonego wymiaru będzie to amplitudowo-częstotliwościowa charakterystyka dokładności [20, 33]
/rys. 16b/

$$\Delta A(\omega) = A(\omega) - A_{stat}, \quad \dots /48/$$

gdzie: $A(\omega)$ - amplituda zmian wskazania w funkcji częstości kołowej

A_{stat} - amplituda zmian wskazania dla $\omega = 0$.

Zależności /47/ i /48/ uwzględniają jedynie błędy systematyczne. Jeżeli uwzględnia się błędy przypadkowe, wtedy w przypadku charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej sumaryczny błąd wskazania będzie wynosił [20]

$$\Delta A_{\Sigma}(\omega) = M [\Delta A(\omega)] \pm 3 \sigma(\omega), \quad \dots /49/$$

gdzie: $M [\Delta A(\omega)]$ - składowa oczekiwana błędu,

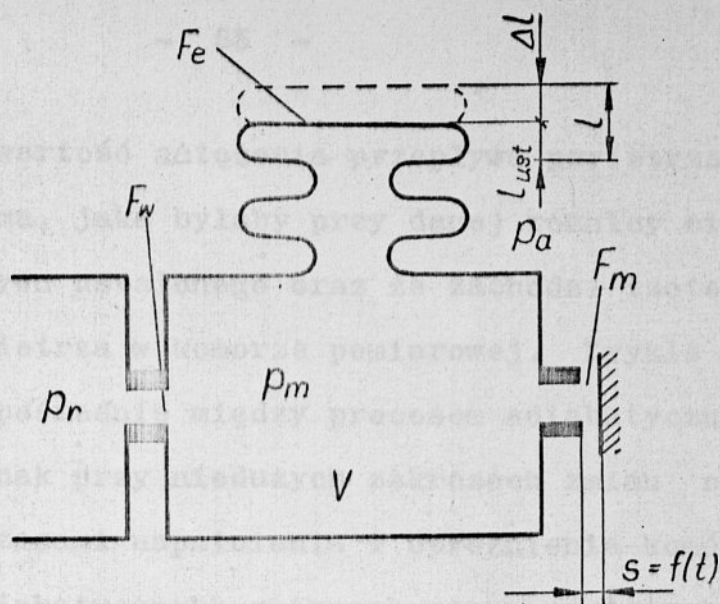
$3 \sigma(\omega)$ - składowa przypadkowa błędu.

Wartość składowej oczekiwanej /błąd systematyczny/ może być wyznaczona na drodze teoretycznej i doświadczalnej, natomiast wartość składowej przypadkowej można wyznaczyć jedynie na drodze doświadczalnej.

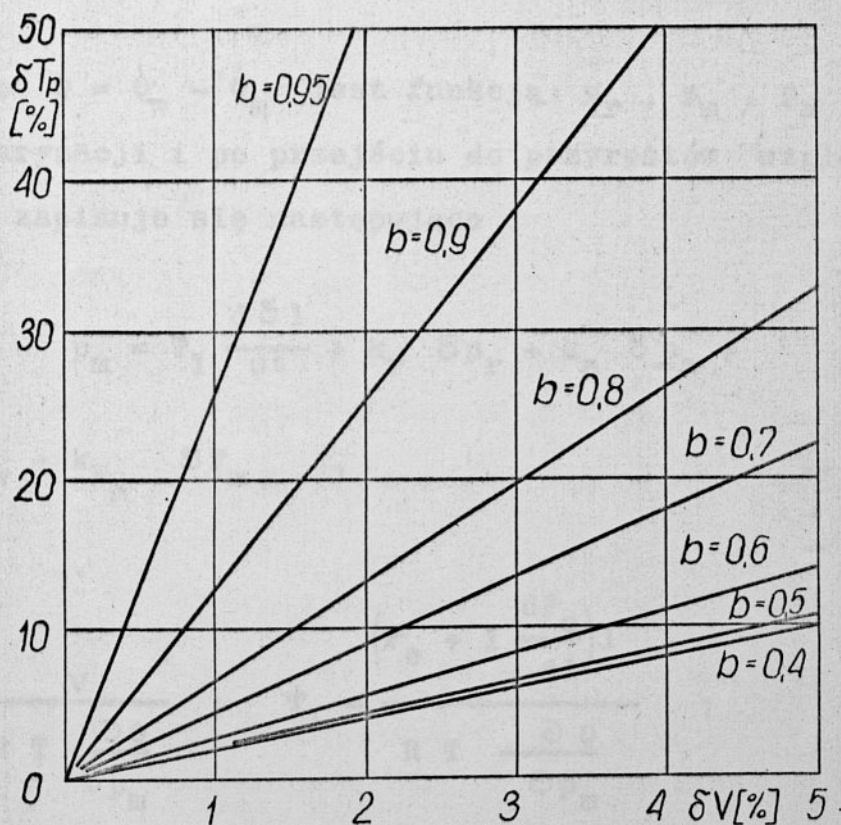
3.1. Równanie układu pneumatycznego

Rozpatrując układ pneumatyczny przyrządu ciśnieniowego pracującego w stanach nieustalonych, należy uwzględnić zmienność objętości komory pomiarowej wynikającą z odkształceń elementu sprężystego. Wówczas schemat tego układu musi być uzupełniony tak, jak podano na rysunku 17.

W teorii regulacji [26] tego typu układ nazywany jest kaskadą elastyczną, a jego równanie różniczkowe wyprowadza się przy założeniu, że procesy przepływu powietrza przez dysze są quasi-statyczne, to znaczy, że w procesie przejściowym w każdej chwili



Rys.17. Schemat układu pneumatycznego z komorą o zmiennej objętości



Rys.18. Wpływ zmian objętości komory na błąd stałej czasowej T_p

czasu, chwilowa wartość natężenia przepływu powietrza przez dyszę jest taka sama, jaka byłaby przy danej różnicy ciśnienia w warunkach przepływu ustalonego oraz że zachodzi izotermiczna zmiana stanu powietrza w komorze pomiarowej. Zwykle procesy zmiany stanu są pośrednie między procesem adiabatycznym i izotermicznym. Jednak przy niedużych zakresach zmian ciśnienia, różnica między czasami napełnienia i opróżnienia komór przy izotermicznych i adiabatycznych zmianach stanu powietrza w komorze jest niewielka. Pomijając bezwładność powietrza w dyszach, równanie dynamiki układu pneumatycznego przedstawia się w postaci [44]

$$\frac{V}{R T} \frac{d \Delta p_m}{dt} - \frac{p_m F_e}{R T} \frac{d \Delta l}{dt} = \dot{Q}_w - \dot{Q}_m \quad \dots /50/$$

Przyjmując, że $Q = \dot{Q}_w - \dot{Q}_m$ jest funkcją: p_r , p_m , p_a , f_w , f_m , po linearyzacji i po przejściu do przyrostów względnych równanie /50/ zapisuje się następująco

$$T_V \frac{d \delta p_m}{dt} + p_m = T_l \frac{d \delta l}{dt} + k_r \delta p_r + k_a \delta p_a + k_{F_w} \delta F_w + k_{F_m} \delta F_m \quad \dots /51/$$

gdzie:

$$T_V = - \frac{V}{R T} \frac{\partial Q}{\partial p_m} ; \quad T_l = \frac{\left(F_e + l \frac{d F_e}{d l} \right) l}{R T} \frac{\partial Q}{\partial p_m} ;$$

$$k_r = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial p_r}}{\frac{\partial Q}{\partial p_m}} \frac{p_r}{p_m} ; \quad k_a = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial p_a}}{\frac{\partial Q}{\partial p_m}} \frac{p_r}{p_m} ; \quad \dots /52/$$

$$k_{F_w} = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial F_w}}{\frac{\partial Q}{\partial p_m}} \frac{F_w}{p_m} ; \quad k_{F_m} = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial F_p}}{\frac{\partial Q}{\partial p_m}} \frac{F_m}{p_m} ,$$

δp_r , δp_m , δp_a - przyrosty względne ciśnień: roboczego, pomiarowego i otoczenia,

δl - przemieszczenie względne elementu sprężystego

δF_w , δF_m - przyrost względny efektywnej powierzchni przekroju dyszy wewnętrznej i zespołu dysza pomiarowa - przysłona,

V , F_e , p_r , p_m , p_a , F_w i F_m - wartości: objętości, pola powierzchni efektywnej elementu sprężystego, ciśnień oraz powierzchni efektywnych przekroju elementów dławiających w warunkach ustalonych.

Przy wyprowadzaniu równania /50/ przyjmuje się, że odchylenia od stanu ustalonego są na tyle małe, że linearyzacja nie wprowadza istotnych błędów.

Ponieważ w prostych przyrządach ciśnieniowych z założenia przyjmuje się stałość ciśnienia roboczego p_r , efektywnej powierzchni przekroju dyszy wewnętrznej F_w i ciśnienia otoczenia p_a , współczynniki k_r , k_{F_w} i k_a przyjmują wartości zerowe a równanie /51/ upraszcza się do postaci

$$T_V \frac{d \delta p_m}{dt} + p_m = T_l \frac{d \delta l}{dt} + k_{F_m} \delta F_m \quad \dots /51a/$$

Do dalszej analizy tego równania konieczna jest znajomość funkcji $\delta l = f(\delta p_m)$ lub też równanie ruchu elementu sprężystego.

Zakładając, że częstotliwość drgań własnych elementu sprężystego jest znaczna, można pominąć jego wpływ na przebieg procesu przejściowego. Jeżeli ponadto założy się, że przemieszczenie tego elementu jest proporcjonalne do różnicy ciśnień nań działających i że $F_e = \text{const}$ ($\partial F_e / \partial l = 0$), wtedy wychodząc z warunku równowagi sił można wyznaczyć zależność jego przemieszczeń w funkcji ciśnienia pomiarowego

$$\delta l = \delta p_m \frac{p_m}{p_m - p_a} \quad \dots /53/$$

Po uwzględnieniu zależności /53/ równanie /51a/ sprowadza się do postaci

$$T_p \frac{d \delta p_m}{dt} + \delta p_m = k_{F_m} \delta F_m \quad \dots /51b/$$

gdzie:

$$T_p = T_V - T_l \frac{p_m}{p_m - p_a} \quad ; \quad T_l = \frac{F_e l}{R T \frac{\partial Q}{\partial p_m}} \quad .$$

Do wyznaczenia stałych tego równania konieczna jest znajomość wyrażeń na pochodne cząstkowe $\partial Q / \partial p_m$ i $\partial Q / \partial F_m$.

Funkcja przejścia wyznaczona z równania /51b/ ma postać

$$G(\delta) = \frac{\delta p_m(\delta)}{\delta F_m(\delta)} = \frac{k_{F_m}}{T_p \delta + 1}, \quad \dots /51c/$$

gdzie: δ - zmienna zespolona,

a więc układ pneumatyczny jest członem inercyjnym pierwszego rzędu.

3.1.1. Przyrząd z komorą pomiarową nieograniczonych rozmiarów

Przy założeniu, że charakterystyka statyczna dyszy wewnętrznej i zespołu dysza pomiarowa - przysłona dla dokrytycznych warunków przepływu może być opisana wzorem /1/, a dla nadkrytycznych warunków przepływu wzorem /2/, wyrażenia na pochodne cząstkowe będą miały postać podaną w tabeli 9.

Dla pierwszego zakresu pracy stała czasowa T_p będzie wynosiła

$$T_p = \frac{V + F_e l \frac{y}{y-b}}{F_m \sqrt{2gRT \frac{k}{k-1}} \left[\frac{1}{x} \frac{\frac{k+1}{k} y^{\frac{k+1}{k}} - \frac{2}{k} y^{\frac{2}{k}}}{2y \sqrt{y^{\frac{2}{k}} - y^{\frac{k+1}{k}}}} + \frac{k-1}{k} \frac{2 \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}{2 \sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}} \right]}$$

a współczynnik wzmożenia

$$k_{Fm} = - \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}}{\frac{1}{x} \frac{\frac{k+1}{k} y^{\frac{k+1}{k}} - \frac{2}{k} y^{\frac{2}{k}}}{2y \sqrt{y^{\frac{2}{k}} - y^{\frac{k+1}{k}}}} + \frac{k-1}{k} \frac{2\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}{2 \sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}}} \quad \dots /52a/$$

Gdy zmiany objętości komory są nieznaczne w porównaniu z tą objętością, wówczas drugi składnik licznika stałej czasowej T_p staje się równy zeru. Błąd względny wynikający z pominięcia zmian objętości komory można wyznaczyć odejmując od stałej czasowej obliczonej z uwzględnieniem zmian objętości komory, stałą czasową obliczoną z pominięciem tych zmian i dzieląc przez ostatnią z nich

$$\delta T_p = \delta V \frac{y}{y - b} \quad \dots /54/$$

Jeżeli przyjmie się, że w stanie ustalonym y odpowiada współrzędnej punktu przegięcia charakterystyki statycznej, to dla wartości b i y z tabeli 7 wartość względną błędu δT_p obliczoną z wzoru /54/ można odczytać na wykresie /rys. 18/. Jak wynika z przebiegu krzywej tego wykresu wpływ zmienności objętości komory jest tym większy, im większe jest b , to znaczy, im mniejsze jest ciśnienie robocze p_r .

Wzory /52a/ są bardzo złożone i bezpośrednio korzystanie z nich jest niewygodne. Można natomiast skorzystać z wykresów pozwalających na wyznaczenie wartości niektórych członów tych wzorów [44].

Tabela 9. Pochodne cząstkowe równania różniczkowego /51/ układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów

zakres pracy	$\frac{\partial Q}{\partial p_m}$	$\frac{\partial Q}{\partial p_m}$
I	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k-1}} \left[\frac{1}{x} \frac{\frac{k+1}{k} y^{\frac{k+1}{k}} - \frac{2}{k} y^{\frac{2}{k}}}{2y \sqrt{y^{\frac{2}{k}} - y^{\frac{k+1}{k}}}} + \frac{k-1}{k} \frac{2\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}{2\sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}} \right]$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k-1}} p_m \sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}$
II	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k-1}} \frac{2\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}{2\sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}}$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k-1}} p_m \sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}}$
III	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \left[\sqrt{\frac{k}{k-1}} \frac{1}{x} \frac{\frac{k+1}{k} y^{\frac{k+1}{k}} - \frac{2}{k} y^{\frac{2}{k}}}{2y \sqrt{y^{\frac{2}{k}} - y^{\frac{k+1}{k}}}} + \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{1}{k+1}} \right]$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k+1}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} p_m$
IV	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k+1}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT} \frac{k}{k+1}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} p_m$

Znane są też wzory 28 na współczynniki równania różniczkowego /51/ wyprowadzone z równań przybliżonych /5/ i /6/. Jednak ze względu na to, że przedstawione są one w postaci szczegółowej, postanowiono wyprowadzić je ponownie i podać w postaci ogólnej. Uzyskane tak wzory na pochodne cząstkowe $\partial Q / \partial p_m$ i $\partial Q / \partial F_m$ zawiera tabela 10. Są one w porównaniu z wzorami tabeli 9 znacznie prostsze i mogą być użyte bezpośrednio.

Dla pierwszego zakresu pracy stała czasowa T_p może być teraz obliczona z wzoru

$$T_p = \frac{V + F_e \cdot \frac{y}{y-b}}{F_m \sqrt{2gRT} \left[\frac{1}{x} \frac{2y-1}{2 \sqrt{y(1-y)}} + \frac{b}{2 \sqrt{b(y-b)}} \right]},$$

a współczynnik wzmocnienia z wzoru

... /52b/

$$k_{F_m} = - \frac{\sqrt{\frac{b}{y} \left(1 - \frac{b}{y} \right)}}{\frac{1}{x} \frac{2y-1}{2 \sqrt{y(1-y)}} + \frac{b}{2 \sqrt{b(y-b)}}}.$$

Ponieważ brak jest bliższych danych o różnicy wynikającej ze stosowania wzorów /52b/ zamiast wzorów /52a/, należy przeprowadzić ich porównanie. Zastępując w każdym z nich x odpowiednią zależnością powstałą z przekształcenia równań /8/ i /8a/, wzór na błąd względny stałej czasowej można zapisać w postaci

Tabela 10. Pochodne cząstkowe równania /51/ układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów wyznaczone z zależności przybliżonych

Lp	Zakres pracy	$\partial Q / \partial p_m$	$\partial Q / \partial F_m$
1	I	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \left[\frac{1}{x} \frac{2y-1}{2\sqrt{y(1-y)}} + \frac{b}{2\sqrt{b(y-b)}} \right]$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT}} \sqrt{\frac{b}{y} \left(1 - \frac{b}{y}\right)} p_m$
2	II	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \frac{b}{2\sqrt{b(y-b)}}$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT}} \sqrt{\frac{b}{y} \left(1 - \frac{b}{y}\right)} p_m$
3	III	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \left[\frac{1}{x} \frac{2y-1}{2\sqrt{y(1-y)}} + \frac{1}{2} \right]$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT}} \frac{p_m}{2}$
4	IV	$-F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{2g}{RT}} \frac{p_m}{2}$

$$\delta_{Tp} = \frac{\sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{k+1}{k}}} \left[\frac{\frac{k+1}{k} - \frac{2}{k} y^{\frac{1-k}{k}}}{y^{\frac{1-k}{k}} - 1} - \frac{k-1}{k} \frac{2 \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1}{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1} \right]}{\sqrt{b(y-b)} \left[\frac{1}{1-y} + \frac{b}{y(y-b)} \right]} - 1, \dots/55/$$

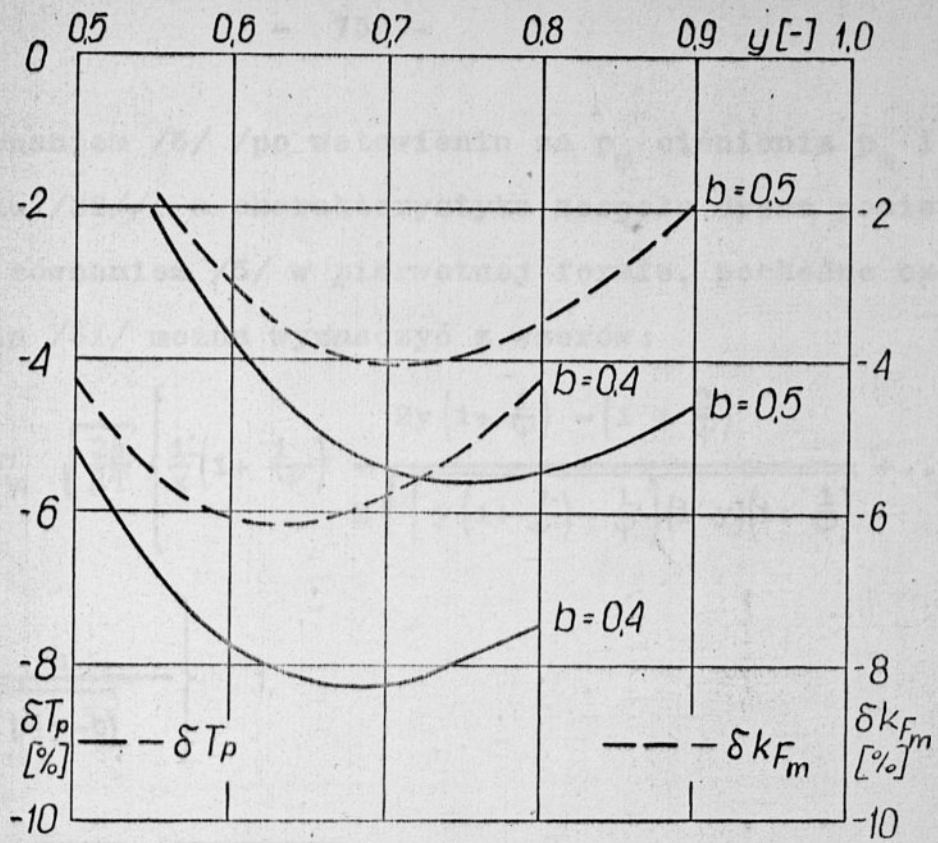
a wzór na błąd względny współczynnika wzmocnienia jako

$$\delta_{k_{F_m}} = \frac{\frac{\frac{k+1}{k} - \frac{2}{k} y^{\frac{1-k}{k}}}{y^{\frac{1-k}{k}} - 1} + \frac{k-1}{k} \frac{2 \left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1}{\left(\frac{b}{y}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1}}{\frac{y}{1-y} + \frac{b}{y-b}} - 1 \quad \dots/56/$$

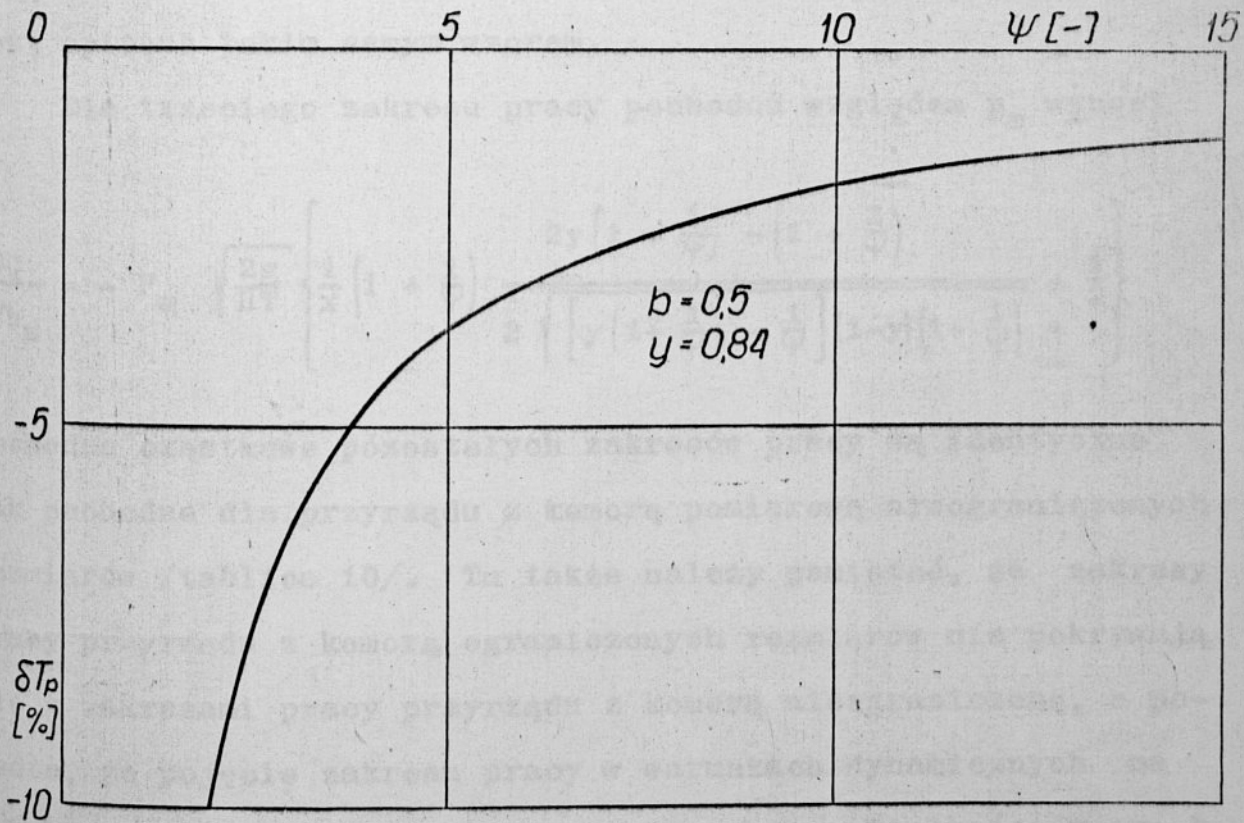
Wyliczone z wzorów /55/ i /56/ wartości błędów ilustrują krzywe wykresu /rys. 19/. Oba błędy są tym większe, im mniejsza jest wartość b , to znaczy im wyższe jest ciśnienie robocze. Największa /co do bezwzględnej wartości/ ich wartość przypada na odcinek roboczej części charakterystyki statycznej, co jest niekorzystne. Znając jednak wartość popełnionego błędu do wyznaczania wartości stałej czasowej, jak też i współczynnika wzmocnienia, można stosować wzory /52b/.

3.1.2. Przyrząd z komorą pomiarową ograniczonych rozmiarów

Przyjmując, podobnie jak dla ustalonych warunków przepływu, że charakterystyka statyczna dyszy wewnętrznej przy dokrytycznych spadkach ciśnień jest opisana z wystarczającą dokład-



Rys.19. Błąd względny stałej czasowej i współczynnika wzmocnienia układu pneumatycznego wynikający z zastąpienia wzorów /52a/ wzorami /52b/



Rys.20. Zależność błędu stałej czasowej δT_p

nością równaniem /5/ /po wstawieniu za p_m ciśnienia p_m i uwzględnieniu /38//, a charakterystyka zespołu dysza pomiarowa - przysłona równaniem /5/ w pierwotnej formie, pochodne cząstkowe równania /51/ można wyznaczyć z wzorów:

$$\frac{\partial Q}{\partial p_m} = - F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \left\{ \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) \frac{2y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \left(1 + \frac{2}{\psi} \right)}{2 \sqrt{\left[y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \frac{1}{\psi} \right] (1-y) \left(1 + \frac{1}{\psi} \right)}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{b}{2 \sqrt{b(y-b)}} \right\} ;$$

$$\frac{\partial Q}{\partial F_m} = - \sqrt{\frac{2g}{RT}} \sqrt{\frac{b}{y} \left(1 - \frac{b}{y} \right)} p_m .$$

Tylko wzór na pochodną względem ciśnienia p_m różni się od odpowiedniego wzoru tablicy 10, natomiast pochodna względem F_m jest opisana takim samym wzorem.

Dla trzeciego zakresu pracy pochodna względem p_m wynosi

$$\frac{\partial Q}{\partial p_m} = - F_m \sqrt{\frac{2g}{RT}} \left\{ \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) \frac{2y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \left(1 + \frac{2}{\psi} \right)}{2 \sqrt{\left[y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \frac{1}{\psi} \right] (1-y) \left(1 + \frac{1}{\psi} \right)}} + \frac{1}{2} \right\} .$$

Pochodne cząstkowe pozostałych zakresów pracy są identyczne jak pochodne dla przyrządu z komorą pomiarową nieograniczonych rozmiarów /tablica 10/. Tu także należy pamiętać, że zakresy pracy przyrządu z komorą ograniczonych rozmiarów nie pokrywają się z zakresami pracy przyrządu z komorą nieograniczoną, a ponadto, że pojęcie zakresu pracy w warunkach dynamicznych ma inne znaczenie niż w warunkach statycznych. Wielkości x , y , b

$/p_m, F_m/$ występujące we wzorach na pochodne cząstkowe dotyczą warunków ustalonych, a więc takiego punktu charakterystyki statycznej, względem którego przeprowadzono jej linearyzację, niezależnie od tego jakim zakresem pracy odpowiadają wartości y $/p_m/$ w stanach nieustalonych [44] .

Stałą czasową układu z komorą pomiarową małych rozmiarów można wyznaczyć z zależności podanej przy wzorze /51b/ wstawiając za pochodną cząstkową względem p_m wyżej wyprowadzone wyrażenie

$$T_p = \frac{V+F}{F_m} \frac{e^{\frac{1}{y-b}}}{\sqrt{\frac{gRT}{2}}} \frac{1}{\frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) \frac{2y \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \left(1 + \frac{2}{\psi}\right)}{\sqrt{\left[y \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \frac{1}{\psi}\right] (1-y) \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)}} + \frac{b}{\sqrt{b(y-b)}}} \quad \dots /57/$$

Podobnie wyznaczona z odpowiedniego wzoru /52/ zależność na współczynnik wzmocnienia ma postać

$$k_{F_m} = - \frac{\sqrt{\frac{b}{y} \left(1 - \frac{b}{y}\right)}}{\frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) \frac{2y \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \left(1 + \frac{2}{\psi}\right)}{2 \sqrt{\left[y \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \frac{1}{\psi}\right] (1-y) \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)}} + \frac{b}{2 \sqrt{b(y-b)}}} \quad \dots /58/$$

Względną różnicę wynikającą ze stosowania wzoru /52b/ na stałą czasową zamiast wzoru /57/, można wyznaczyć z zależności która powstała w wyniku podzielenia różnicy stałej czasowej układu z komorą nieograniczoną i stałej układu z komorą ograniczonych rozmiarów przez stałą czasową drugiej z komór.

$$\delta_{Tp} = y \frac{(y - b) \left[2y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \left(1 + \frac{2}{\psi} \right) \right] + (1-y) \left[y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \frac{1}{\psi} \right]}{\left[y \left(1 + \frac{1}{\psi} \right) - \frac{1}{\psi} \right] \left[y(y-b) + b(1-y) \right]} - 1 \quad \dots /59/$$

Zależność /59/ ilustrują wykresy /rys. 20 i rys. 21/.

Dla rosnących wartości stosunku f_w/f_k /malejącej wartości ψ / różnica ta rośnie, a dla rosnących wartości y maleje. Począwszy od $f_w/f_k = 0,85$ / $\psi = 0,9$ / różnica ta dla $b = 0,5$ staje się mniejsza od 2% i może być pominięta.

3.2. Charakterystyki dynamiczne układu pneumatycznego

Równanie odpowiedzi układu pneumatycznego dla każdego z wymienionych w p. 3 rodzajów zmian wielkości mierzonej /wymuszeń/ można wyprowadzić z funkcji przejścia $G(s)$ znając równanie $s = s(t)$, a co za tym idzie $\delta F_m(t)$ lub też $\delta F_m(s)$.

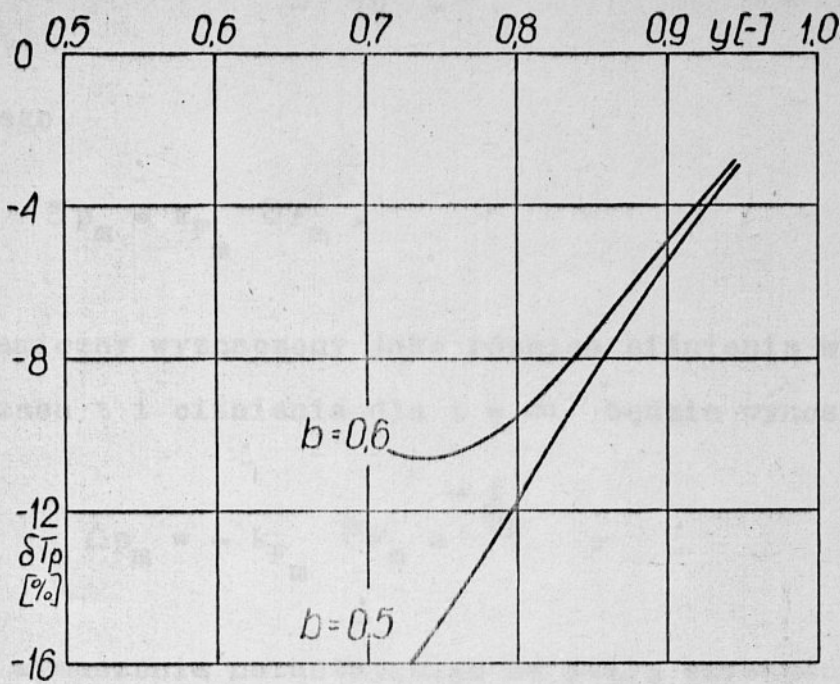
Dla wymuszenia skokowego $\delta F_m(s) = \frac{1}{s} \delta F_m$, a

$$\delta p_m = \frac{k_{F_m}}{T_p s + 1} \frac{1}{s} \delta F_m.$$

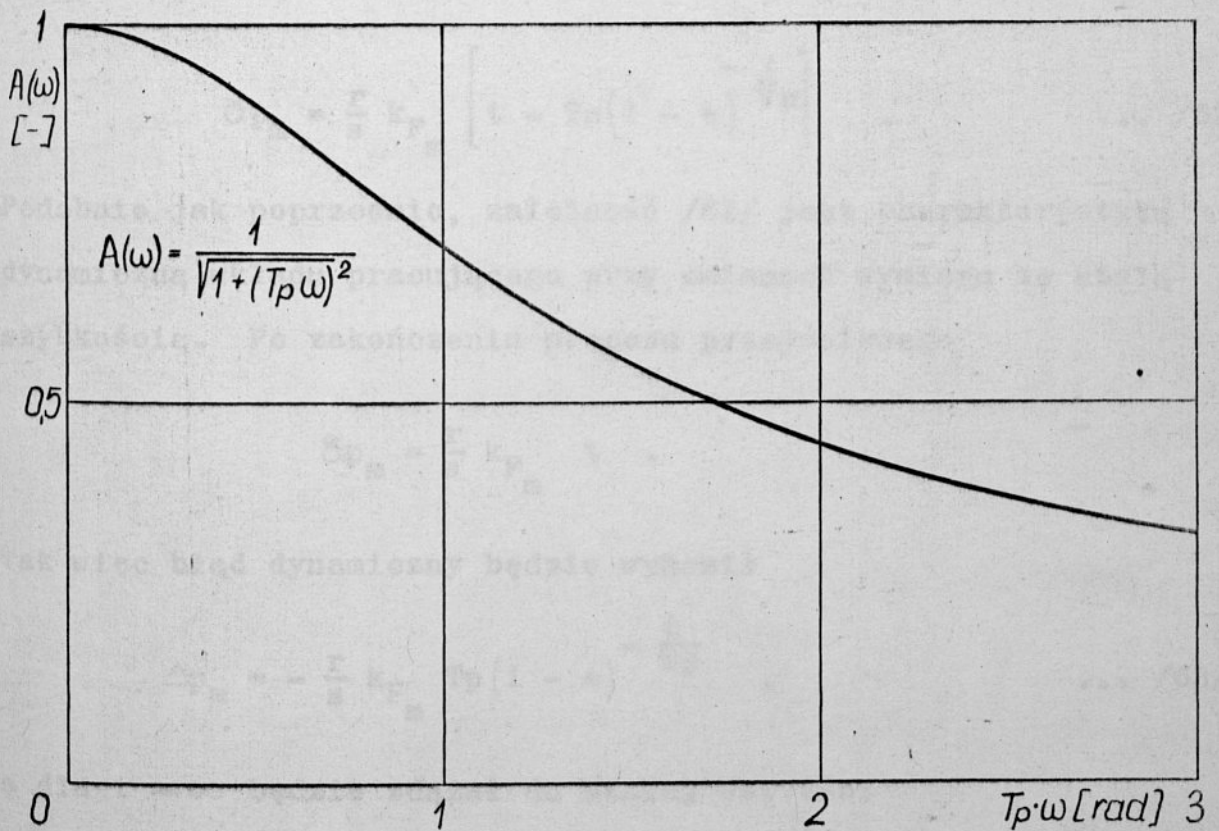
Po przejściu do funkcji czasu odpowiedź na wymuszenie skokowe przedstawia się następująco

$$\delta p_m = k_{F_m} \delta F_m \left(1 - e^{-\frac{t}{T_p}} \right) \quad \dots /60/$$

Zależność /60/ jest charakterystyką dynamiczną układu pracującego przy skokowej zmianie mierzonego wymiaru. Po zakończeniu procesu przejściowego ($t = \infty$) statyczna wartość ciśnienia



Rys.21. Zależność błędu względnego stałej czasowej wynikającego ze stosowania wzoru /52b/ zamiast wzoru /57/ dla $\psi = 2,125$ $f_w/f_k = 0,5$



Rys.22. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa układu pneumatycznego

pomiarowego

$$\delta p_m = k_{F_m} \delta F_m .$$

Błąd dynamiczny wyznaczony jako różnica ciśnienia w dowolnej chwili czasu t i ciśnienia dla $t = \infty$ będzie wynosił

$$\Delta p_m = - k_{F_m} \delta F_m e^{-\frac{t}{T_p}} . \quad \dots /61/$$

Dla wymuszenia narastającego ze stałą szybkością r od pewnej ustalonej wartości s $\delta F_p(s) = \frac{r}{s} \frac{1}{s^2}$, a

$$\delta p_m(s) = \frac{k_{F_m}}{T_p s + 1} \frac{r}{s} \frac{1}{s^2} .$$

Wykonując odwrotne przekształcenie Laplace'a uzyskuje się odpowiedź czasową

$$\delta p_m = \frac{r}{s} k_{F_m} \left[t - T_p (1 - e^{-\frac{t}{T_p}}) \right] . \quad \dots /62/$$

Podobnie jak poprzednio, zależność /62/ jest charakterystyką dynamiczną układu pracującego przy zmianach wymiaru ze stałą szybkością. Po zakończeniu procesu przejściowego

$$\delta p_m = \frac{r}{s} k_{F_m} t .$$

Tak więc błąd dynamiczny będzie wynosił

$$\Delta p_m = - \frac{r}{s} k_{F_m} T_p (1 - e^{-\frac{t}{T_p}}) , \quad \dots /63/$$

a dla $t \rightarrow \infty$ będzie zdołał do stałej wartości

$$\Delta p_m = - \frac{r}{s} k_{F_m} T_p \quad \dots /63a/$$

Dla wymuszenia okresowego sinusoidalnego o amplitudzie s_A od stałej wartości s , przyrost

$$\delta F_m(\omega) = \frac{s_A}{s} \frac{\omega}{\omega^2 + \omega^2} ,$$

a przyrost ciśnienia pomiarowego

$$\delta p_m(\omega) = \frac{k_{F_m}}{T_p \omega + 1} \frac{s_A}{s} \frac{\omega}{\omega^2 + \omega^2} .$$

Odpowiedź czasowa będzie miała teraz postać

$$\delta p_m = \frac{s_A}{s} k_{F_m} \frac{T_p \omega e^{-\frac{t}{T_p}}}{1 + T_p^2 \omega^2} + \frac{s_A}{s} k_{F_m} \frac{\sin(\omega t) - T_p \omega \cos(\omega t)}{1 + T_p^2 \omega^2} \dots /64/$$

Ponieważ przy okresowej zmianie mierzonego wymiaru przebieg procesu przejściowego nie ma praktycznego znaczenia, pierwszy człon równania /61/ pomija się i wtedy

$$\delta p_m = \frac{s_A}{s} \frac{k_{F_m}}{1 + T_p^2 \omega^2} \sin(\omega T_p + \varphi) , \quad \dots /64a/$$

gdzie

$$\varphi = - \arctg(T_p \omega) , \quad \dots /65/$$

jest charakterystyką fazowo-częstotliwościową układu pneumatycznego.

Amplituda zmian względnych ciśnienia dla $\omega = 0$ wynosi

$$\delta p_m(0) = \frac{s_A}{s} k_{F_m} .$$

Dzieląc amplitudę ciśnienia $\delta p_m(\omega)$ dla dowolnego ω przez amplitudę ciśnienia $\delta p_m(0)$ dla $\omega = 0$ uzyskuje się tzw. równanie normalne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu pneumatycznego

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + T_p^2 \omega^2}} \quad \dots /66/$$

Z równania /66/ wynika, że przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej jest niezależny od wartości amplitudy s_A ani też od s , a jedynie od ω i T_p . Tak by było wtedy, gdyby charakterystyka statyczna była linią prostą. Ponieważ tak nie jest, należy spodziewać się wpływu amplitudy s_A , jak też i ustalonej wartości s na przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej. Wpływ ten będzie szczegółowo omówiony podczas oceny charakterystyk doświadczalnych.

Zastępując w /66/ iloczyn $T_p \omega$ zmienną z uzyskano równanie uogólnione charakterystyki $A(z)$ w postaci

$$A(z) = \frac{1}{\sqrt{1 + z^2}} \quad \dots /66a/$$

Z przebiegu tej charakterystyki /rys. 21/ wynika, że zakres wartości iloczynu $T_p \omega$, dla którego spadek amplitudy może być pominięty, jest bardzo krótki. Należałoby więc wykorzystać krzywoliniowy odcinek tej charakterystyki. Zachodzi wtedy konieczność każdorazowego wyznaczania błędu systematycznego

$$\delta A(\omega) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + T_p^2 \omega^2}} \quad \dots /67/$$

W celu ułatwienia tej operacji przeprowadza się linearyzację charakterystyki $A(\omega)$, przedstawiając ją we współrzędnych logarytmicznych [21]. Ponieważ obraz charakterystyki jest wtedy znacznie zniekształcony, a odczyt wartości ze współrzędnych utrudniony, zdecydowano się przeprowadzić linearyzację charakterystyki $A(\omega)$ we współrzędnych naturalnych.

W literaturze równanie charakterystyki $A(\omega)$ jest podawane w takiej samej postaci [27] jak równanie /66/ lub w postaci dającej się sprowadzić [31, 42] do tego równania. Równania odpowiedzi układu na poszczególne wymuszenia /60/, /62/, /64/ różnią się od odpowiednich równań wyprowadzonych dla przyrostów bezwzględnych [2] jedynie czynnikiem charakteryzującym ten przyrost.

3.2.1. Linearyzacja charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu pneumatycznego

Charakterystyka $A(z)$ wykonana we współrzędnych o podziałce regularnej może być, podobnie jak charakterystyka statyczna układu pneumatycznego, zastąpiona odcinkiem:

- stycznej o największym kącie nachylenia do osi odciętych,
- siecznej przechodzącej przez skrajne punkty linearyzowanego odcinka charakterystyki,
- siecznej poprowadzonej tak, aby w zadanym przedziale błąd średni kwadratowy był najmniejszy,
- i siecznej poprowadzonej tak, aby dla zadanego błędu "liniowy" odcinek charakterystyki był najdłuższy.

Styczna do charakterystyki $A(z)$ będzie najbardziej stroma w punkcie, którego odcięta z będzie spełniała warunek

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \right)'' = 0 \quad ,$$

co po rozwiązaniu daje wartość $z = 1/\sqrt{2}$. Wstawiając uzyskaną wartość do równania /66a/ uzyskano wartość rzędnej punktu styczności $A(z) = \sqrt{2/3}$. Współczynnik kątowy stycznej równy wartości pierwszej pochodnej w punkcie styczności wynosi $m = -\frac{2}{9} \sqrt{3}$. Równanie stycznej po opuszczeniu dotychczasowego indeksu przy A i wprowadzeniu nowego będzie miało postać

$$A_{L1} = -\frac{2}{9} \sqrt{3} z + \frac{4}{9} \sqrt{6} \quad . \quad \dots /68/$$

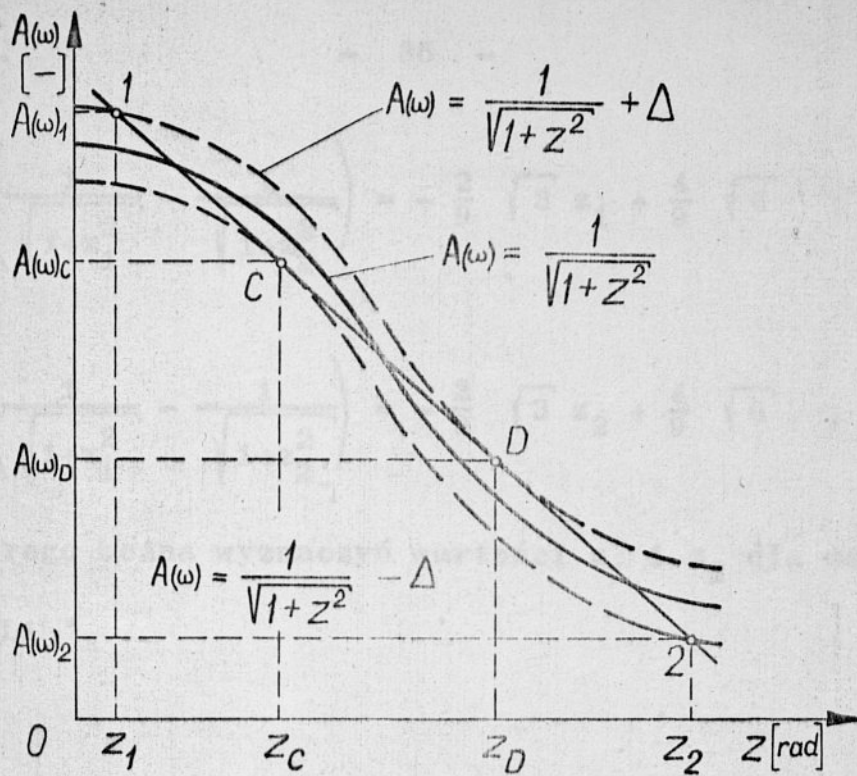
Drugi składnik tego równania jest rzędną punktu przecięcia stycznej z osią rzędnych. Wartość tej rzędnej jest niezależna od ω jak też i od T_p czyli od parametrów układu pneumatycznego.

Prawidłowość tą można wykorzystać, podobnie jak w przypadku charakterystyki statycznej, do wyznaczania zastępczej charakterystyki $A(z)$ znając wartość ω , dla której stosunek amplitud wynosi $\sqrt{2/3} = 0,82$.

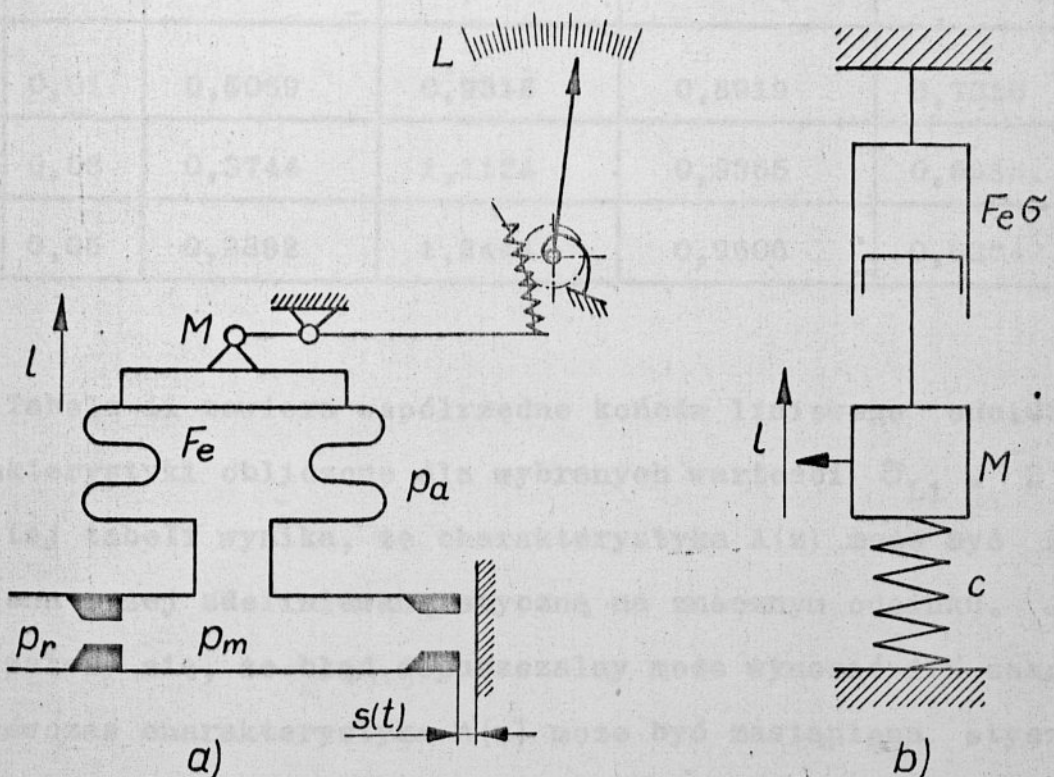
Błąd systematyczny Δ wynikający z przyjęcia liniowej zależności $A(z)$ jest równy różnicy wartości A_{L1} i $A(z)$, a jego bieżąca wartość względna odniesiona do zakresu, w którym tą liniowość się zakłada, wynosi

$$\delta_{L1} = \frac{-\frac{2}{9} \sqrt{3} z + \frac{4}{9} \sqrt{6} - \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}}} \quad . \quad \dots /69/$$

Z zależności geometrycznych rysunku 23 i wzoru /69/ powstał układ równań



Rys.23. Sieczna zastępująca charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową poprowadzona tak, aby liniowy odcinek charakterystyki był najdłuższy



Rys.24. Pneumatyczny przyrząd pomiarowy a/ schemat zasady działania, b/ model analogowy

$$\delta_{L1} \left(\frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}} \right) = -\frac{2}{9} \sqrt{3} z_1 + \frac{4}{9} \sqrt{6} ;$$

... /69a/

$$-\delta_{L1} \left(\frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}} \right) = -\frac{2}{9} \sqrt{3} z_2 + \frac{4}{9} \sqrt{6} ,$$

z którego można wyznaczyć wartości z_1 i z_2 dla założonego błędu δ_{L1} .

Tabela 11. Granice liniowego odcinka charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu pneumatycznego przy linearyzacji styczną

Lp	δ_{L1}	$z_1 = T_p \omega_1$	$z_2 = T_p \omega_2$	$A(\omega_1)$	$A(\omega_2)$
1	0,01	0,5069	0,9318	0,8919	0,7316
2	0,03	0,3744	1,1124	0,9365	0,6685
3	0,05	0,2892	1,2444	0,9606	0,6264

Tabela 11 zawiera współrzędne końców liniowego odcinka charakterystyki obliczone dla wybranych wartości δ_{L1} . Z danych tej tabeli wynika, że charakterystyka $A(z)$ może być zastąpiona wyżej zdefiniowaną styczną na znacznym odcinku. Jeżeli założyć się, że błąd dopuszczalny może wynosić 10% zakresu, wówczas charakterystyka $A(z)$ może być zastąpiona styczną dla $0 \leq z \leq 0,55$. Powyższe stwierdzenie oparto o wyniki obliczeń, z których jedynie część zacytowano w tabeli 11.

Równanie siecznej przechodzącej przez wyznaczone uprzednio skrajne punkty liniowego odcinka charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej ma postać

$$A_{L2} = m_2 z + l_2, \quad \dots /70/$$

gdzie: m_2 i l_2 - współczynniki równania kierunkowego siecznej wynoszące :

$$m_2 = \frac{\frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}}}{z_2 - z_1};$$

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - m_2 z_1.$$

Po wstawieniu za z_1 i z_2 odpowiednich wartości z tabeli 11, obliczono wartości współczynników m_2 i l_2 , a następnie z warunku

$$\left(m_2 z + l_2 - \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \right)' = 0,$$

wyznaczono wartości z , dla których wyrażenia w nawiasie przyjmują wartości ekstremalne. Dla tak obliczonych wartości z wyznaczono błąd systematyczny odniesiony do liniowego odcinka krzywej $A(z)$

$$\delta_{L2} = \frac{m_2 z + l_2 - \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}}}. \quad \dots /71/$$

Tabela 12. Współczynniki równania kierunkowego siecznej poprowadzonej przez końce liniowego odcinka charakterystyki $A(z)$ oraz błędy ekstremalne

Lp	m_2	l_2	δ_{L2min}	δ_{L2max}	$\frac{\delta_{L1}}{\delta_{L2}}$
1	-0,3774	1,0832	-0,00421	0,00344	2,37
2	-0,3631	1,0725	-0,01332	0,00937	2,26
3	-0,3499	1,0618	-0,02290	0,00145	2,18

Na podstawie wyników tych obliczeń /tabela 12/ można stwierdzić, że zastępując charakterystykę $A(z)$ sieczną przechodzącą przez końce liniowego odcinka tej charakterystyki, można zmniejszyć błąd systematyczny około 2i1/4 raza.

Współczynniki równania kierunkowego siecznej, która by spełniała warunek najlepszego przybliżenia charakterystyki $A(z)$ w danym przedziale można wyznaczyć z zależności

$$\int_{z_1}^{z_2} \left(m_3 z + l_3 - \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \right)^2 dz = \min \quad \dots /72/$$

Po wyznaczeniu z całki /72/ pochodnych cząstkowych względem współczynników m_3 i l_3 i przyrównaniu otrzymanych wyrażeń do zera uzyskano układ równań, z którego zostały wyprowadzone następujące wzory

$$m_3 = \frac{12}{(z_2 - z_1)^3} \left[\sqrt{1+z_2^2} - \sqrt{1+z_1^2} \right] - \frac{1}{2} (z_2 + z_1) \ln \frac{z_2 + \sqrt{1+z_2^2}}{z_1 + \sqrt{1+z_1^2}},$$

.../73/

$$l_3 = \frac{1}{z_2 - z_1} \ln \frac{z_2 + \sqrt{1+z_2^2}}{z_1 + \sqrt{1+z_1^2}} - \frac{m_3}{2} (z_2 + z_1),$$

służące do obliczania współczynników kierunkowych wyżej wymienionej siecznej. Postępując podobnie jak w przypadku siecznej przechodzącej przez końcowe punkty liniowego odcinka charakterystyki $A(z)$, obliczono błędy ekstremalne, jak też wartości błędów dla punktów o współrzędnych z_1 i z_2 i porównano je z błędami pierwszego sposobu linearyzacji /tabela 13/. Z porównania tego wynika, że wartości błędu systematycznego są tu około 2,3 razy mniejsze niż w przypadku linearyzacji styczną, przy czym błąd ten osiąga największe wartości na końcach linearyzowanego odcinka.

Tabela 13. Współczynniki równania kierunkowego siecznej poprowadzonej dla warunku najmniejszego błędu średniokwadratowego oraz błędy ekstremalne

Lp	m_3	l_3	δ_{L3min}	δ_{L3max}	δ_{L3z_1}	δ_{L3z_2}
1	-0,3806	1,0854	-0,0018	0,0017	0,0042	-0,0037
2	-0,3717	1,0791	-0,0056	0,0051	0,0129	-0,0106
3	-0,3635	1,0731	-0,0094	0,0083	0,0219	-0,0168

Aby przy zadanym błędzie dopuszczalnym odcinek siecznej zastępującej charakterystykę $A(z)$ był najdłuższy, należy poprowadzić tę sieczną tak, jak pokazano to na rysunku 23. Przyrównując do siebie wartości pierwszej pochodnej funkcji $A(z)$ w punktach C i D uzyskuje się równanie

$$\frac{z_C}{\sqrt{(1+z_C^2)^3}} = \frac{z_D}{\sqrt{(1+z_D^2)^3}}, \quad \dots /74/$$

a przyrównując współczynniki l_4 równań kierunkowych pęku prostych przechodzących przez punkty C i D i uwzględniając, że

$$A(z_C) = \frac{1}{\sqrt{1+z_C^2}} - \Delta_{L4} ; \quad A'(z_C) = \frac{-z_C}{\sqrt{(1+z_C^2)^3}} ;$$

$$A(z_D) = \frac{1}{\sqrt{1+z_D^2}} + \Delta_{L4} ; \quad A'(z_D) = \frac{-z_D}{\sqrt{(1+z_D^2)^3}} ;$$

uzyskuje się równanie

$$\frac{1}{\sqrt{1+z_C^2}} + \frac{z_C^2}{\sqrt{(1+z_C^2)^3}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_D^2}} - \frac{z_D^2}{\sqrt{(1+z_D^2)^3}} - 2 \Delta_{L4} = 0 . \quad \dots /75/$$

Wyznaczając z równania /75/ odcięta punktu D

$$z_D = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\sqrt{6}\right)^2 \cos^2 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{3\sqrt{6}}{8} q \right) + k \frac{2\pi}{3} \right]} - 1} \quad \dots /75a/$$

i wstawiając otrzymane wyrażenie do /74/ uzyskano następujące równanie

$$\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{3} \sqrt{6}\right)^2 \cos^2 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{3\sqrt{6}}{8} q \right) + k \frac{2\pi}{3} \right]}} - 1 \dots$$

$$\dots \cdot \left(\frac{2}{3} \sqrt{6}\right)^3 \cos^3 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{3\sqrt{6}}{8} q \right) + k \frac{2\pi}{3} \right] -$$

$$- \frac{z_C}{\sqrt{(1+z_C^2)^3}} = 0, \quad \dots /74a/$$

gdzie:

$$q = \frac{1}{\sqrt{1+z_C^2}} + \frac{z_C}{\sqrt{(1+z_C^2)^3}} - 2 \Delta_{L4} ; \quad k = 2.$$

Rozwiązując równanie /74a/ dla zadanego Δ uzyskuje się wartość odciętej z_C a następnie z /75a/ wartość z_D .

Współczynniki równania kierunkowego szukanej siecznej można teraz obliczyć z zależności

$$m_4 = \left(\frac{1}{\sqrt{1+z_C^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_D^2}} - 2 \Delta_{L4} \right) \frac{1}{z_C - z_D},$$

$$l_4 = \frac{1}{\sqrt{1+z_C^2}} - \Delta_{L4} - m_4 z_C.$$

Odcięte końców "prostoliniowego" odcinka charakterystyki $A(z)$ otrzymuje się rozwiązując następujące równania

$$m_4 z_1 + l_4 - \frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \Delta_{L4} = 0, \quad \dots /76a/$$

$$m_4 z_2 + l_4 - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}} + \Delta_{L4} = 0 \quad , \quad \dots /76b/$$

przy czym jako rozwiązanie należy brać pod uwagę wartości spełniające warunki $z_1 < z_C$ i $z_2 > z_D$.

Wartość względna błędu systematycznego Δ_{L4} wynosi

$$\delta_{L4} = \frac{\Delta_{L4}}{\frac{1}{\sqrt{1+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+z_2^2}}} \quad .$$

Aby uzyskać wartości współczynników równania kierunkowego oraz współrzędnych końców linearyzowanego odcinka charakterystyki $A(z)$ dla zadanych wartości δ_{L4} , tak dobrano drogą obliczeń numerycznych wartość Δ_{L4} wchodzącą do wyżej przytoczonych wzorów, by obliczona w rezultacie wartość δ_{L4} była równa zadanej. Z uzyskanych w ten sposób danych /tabela 14/ wynika, że przy tej samej w przybliżeniu długości odcinka charakterystyki $A(z)$ błąd δ_{L4} jest około pięć razy mniejszy od błędu δ_{L1} /tabela 11/. Ponadto w ostatnim z omawianych sposobów linearyzacji następuje przesunięcie granic "prostoliniowego" odcinka charakterystyki w lewo, w porównaniu ze sposobem pierwszym.

Przytoczone sposoby linearyzacji charakterystyki $A(z)$ różnią się od powszechnie stosowanej linearyzacji asymptotycznej [21], ponieważ dotyczą jedynie początkowego odcinka tej charakterystyki. Pozostała część charakterystyki nie ma zasadniczo praktycznego znaczenia z uwagi na krzywoliniowy przebieg, jak też znaczny spadek amplitudy sygnału wyjściowego. Jedynie w przypadku gdy będzie zachodziła potrzeba pomiaru na przykład średniej średnicy obracającego się przedmiotu obarczonego od-

Tabela 14. Wartości współczynników równania siecznej dla warunku największej długości odcinka linearyzacji oraz współrzędne końców tego odcinka

Lp	δ_{L4}	m_4	l_4	z_1	z_2	$A(z_1)$	$A(z_2)$
1	0,01	-0,3606	1,0711	0,1490	1,2316	0,9891	0,6303
2	0,03	-0,3231	1,0427	0,0763	1,7141	0,9971	0,5039
3	0,05	-0,2930	1,0185	-0,0335	2,0248	0,9994	0,4428

chyłkami kołowości, nieodzowny będzie dobór takiej stałej czasowej T_p , aby przy zadanej prędkości kątowej ω /lub odwrotnie/ spadek amplitudy był tak znaczny, że ciśnienie pomiarowe, a co za tym idzie i wskazanie przyrządu, będą niemal stałe. Aby stosunek amplitud $A(\omega T_p)$ spadł do wartości 5%, iloczyn ωT_p powinien być co najmniej równy około 20.

Znając stałą czasową T_p i mając do dyspozycji wartość współczynnika kątowego siecznej można w prosty sposób obliczyć spadek amplitudy, a więc i powstający błąd systematyczny układu pomiarowego; np. dla najkorzystniejszego sposobu linearyzacji przy założonym błędzie dopuszczalnym $\delta_{L4} = 0,05$ /5%/ $A(\omega) = 1,02 - 0,29 T_p \omega$, gdy $A(\omega) \geq 0,44$.

3.3. Równanie układu mechanicznego

Dotychczas był rozpatrywany jedynie układ pneumatyczny przyrządu ciśnieniowego. W przypadku gdy element sprężysty oraz ruchome ogniwa układu mechanicznego posiadają znaczną ma-

sę, bezwładność tego układu może wywierać istotny wpływ na zachowanie się przyrzędu w warunkach nieustalonych. Układ mechaniczny przyrzędu /rys. 24a/ zastępuje się układem drgającym składającym się z masy, elementu sprężystego i tłumika /rys. 24b/. Przyjmując jak poprzednio, że $F_e = \text{const}$ i $\Delta l \approx \Delta p$ oraz że opór aerodynamiczny jest proporcjonalny do szybkości przemieszczeń elementu sprężystego i pomijając siły tarcia, z warunku równowagi sił, otrzymuje się równanie ruchu elementu sprężystego [3] .

$$M \frac{d^2 l}{dt^2} = - F_e G \frac{dl}{dt} - cl + F_e (p_m - p_a) , \quad \dots /77/$$

gdzie: M - masa zredukowana części ruchomych,

G - współczynnik tarcia lepkiego,

c - zredukowana sztywność układu.

Zastępując l sumą $l_{ust} + \Delta l$, p_m sumą $p_{m\text{ ust}} + \Delta p_m$, mnożąc i dzieląc wyrazy z l_{ust} przez l_{ust} , a wyrazy z p_m przez $p_{m\text{ ust}}$, a następnie przechodząc do przyrostów względnych, po pominięciu indeksu "ust" i potraktowaniu jako zmienne samych przyrostów, otrzymuje się

$$\frac{d^2 \delta l}{dt^2} = - \frac{F_e}{M} \frac{d \delta l}{dt} - \frac{c}{M} (1 + \delta l) + \frac{F_e p_m}{l M} \left(1 + \delta p_m - \frac{p_a}{p_m} \right) . \quad \dots /77a/$$

W stanie ustalonym dla $t = 0$ wyrazy z pochodnymi równania /77/ stają się równe zeru i wtedy

$$c l = F_e (p_m - p_a) . \quad \dots /77b/$$

Po uwzględnieniu /77b/ i wprowadzeniu oznaczeń

$$\omega_0^2 = \frac{c}{M} \quad \text{ i } \quad \lambda = \frac{F_e \sigma}{2M}$$

równanie /77a/ zapisuje się w postaci

$$\frac{d^2 \delta l}{dt^2} + 2 \lambda \frac{d \delta l}{dt} + \omega_0^2 \delta l = \omega_0^2 \frac{p_m}{p_m - p_a} \delta p_m, \quad \dots /78/$$

gdzie:

ω_0 - częstość kołowa drgań własnych układu mechanicznego,

λ - współczynnik tłumienia.

W teorii regulacji równanie takiego typu zapisuje się jako

$$T_1^2 \frac{d^2 \delta l}{dt^2} + T_2 \frac{d \delta l}{dt} + \delta l = \frac{p_m}{p_m - p_a} \delta p_m, \quad \dots /78a/$$

gdzie:

$T_1 = \frac{1}{\omega_0}$ - stała czasowa charakteryzująca częstotliwość drgań własnych,

$T_2 = \frac{2 \lambda}{\omega_0}$ - stała czasowa charakteryzująca tłumienie.

Funkcja przejścia układu mechanicznego wyznaczona na podstawie /78a/ przedstawia się następująco

$$G(s) = \frac{\delta l(s)}{\delta p_m(s)} = \frac{k_m}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \quad \dots /78b/$$

gdzie:

$k_m = \frac{p_m}{p_m - p_a}$ - współczynnik wzmocnienia elementu sprężystego.

Układ mechaniczny jest więc członem inercyjnym drugiego rzędu. Aby proces przejściowy miał charakter aperiodyczny, musi być spełniony warunek $T_2 \geq 2T_1$ [21] czyli $F_e \zeta \geq 2M$.

Rzeczywisty układ mechaniczny na skutek występowania tarcia suchego, odkształceń sprężystych /z wyjątkiem odkształceń elementu sprężystego/, luzów i ograniczeń ruchu, obarczony jest nieliniowościami typu histereza, strefa nieczułości i nasycenie. Zwykle jednak jest to pomijane.

3.4. Równanie przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny

W warunkach nieustalonych do opisu zachowania się przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny, potrzebne jest równanie układu pneumatycznego /51a/ oraz równanie ruchu elementu sprężystego /78a/. Stosując przekształcenie Laplace'a układ równań /51a/, /78a/ można zastąpić jednym równaniem, opisującym zależność przemieszczeń elementu sprężystego od zmian powierzchni efektywnej zespołu dysza - przysłona, które zapisać można jako funkcja przejścia przedstawia się następująco

$$G(s) = \frac{\delta l(s)}{\delta F_m(s)} = \frac{k_p}{T_V T_1^2 s^3 + (T_V T_2 + T_1^2) s^2 + (T_V + T_2 - T_1 \frac{p_m}{p_m - p_a}) s + 1}, \quad \dots /79/$$

gdzie: $k_p = \frac{p_m}{p_m - p_a} k_{F_m}$ - współczynnik wzmocnienia przyrządu bez uwzględnienia przełożenia mechanicznego.

Różnica między położeniem elementu sprężystego, a zatem i wskazaniem przyrządu w warunkach nieustalonych i ustalonych będzie najmniejsza wtedy, gdy mianownik równania /79/ będzie bliski 1. Można to osiągnąć przez zmniejszenie rzędu tego równania, głównie przez zmniejszenie stałej czasowej T_1 , to znaczy zwiększenie częstości drgań własnych ω_0 układu mechanicznego.

Wysoka dokładność dynamiczna wymagana jest głównie od przyrządów pracujących w zautomatyzowanych procesach kontroli. Wtedy urządzenie odczytowe staje się zbędne, a więc możliwe jest ograniczenie masy układu mechanicznego do masy niemal samego elementu sprężystego, która zwykle jest nieznaczną. Przy dyskretnym odbieraniu sygnału od elementu sprężystego, jego przemieszczenia nie muszą być duże. Można wtedy stosować elementy o dużej sztywności, co przy małej ich masie zapewnia wysoką częstotliwość drgań własnych. Wobec tego o zachowaniu się w warunkach nieustalonych będzie decydować głównie układ pneumatyczny przyrządu i tylko ten układ będzie zasadniczo rozpatrywany.

3.5. Charakterystyki częstotliwościowe przyrządu zawierającego układ pneumatyczny i mechaniczny

W przypadku ogólnym, kiedy wpływ układu mechanicznego na zachowanie się przyrządu w warunkach nieustalonych nie może być pominięty, charakterystyki $A(\omega)$ i $\varphi(\omega)$ mogą być wyznaczone z równania /79/. Po uwzględnieniu, że dla wymuszenia sinusoidalnego $\dot{\varphi} = j \omega$ [21], w równaniu tym można rozdzielić część

rzeczywistą $R_e [G(j\omega)]$ od części urojonej $I_m [G(j\omega)]$ i wtedy

$$G(j\omega) = R_e [G(j\omega)] + I_m [G(j\omega)] j, \quad \dots /80/$$

gdzie:

$$R_e [G(j\omega)] = k_p \frac{1 - T_{II}^2 \omega^2}{(1 - T_{II}^2 \omega^2)^2 + (T_{III} - T_I^3 \omega^2)^2 \omega^2};$$

$$I_m [G(j\omega)] = - k_p \frac{(T_{III} - T_I^3 \omega^2) \omega}{(1 - T_{II}^2 \omega^2)^2 + (T_{III} - T_I^3 \omega^2)^2 \omega^2};$$

$$T_I = \sqrt{T_V T_1^2}; \quad T_{II} = \sqrt{T_V T_2 + T_1^2};$$

$$T_{III} = T_V + T_2 - T_1 \frac{p_m}{p_m - p_a}.$$

Jak wiadomo [21] stosunek amplitud wyjścia i wejścia jest równy pierwiastkowi z sumy kwadratów części rzeczywistej i urojonej a opóźnienie fazowe $\varphi(\omega)$ stosunkowi części urojonej do części rzeczywistej. Tak więc, po opuszczeniu współczynnika wzmacnienia k_p charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa będzie miała postać

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - T_{II}^2 \omega^2)^2 + (T_{III} - T_I^3 \omega^2)^2 \omega^2}}, \quad \dots /81/$$

a fazowo-częstotliwościowa postać

$$\varphi(\omega) = - \arctg \frac{(T_{III} - T_I^3 \omega^2) \omega}{1 - T_{II}^2 \omega^2} \quad \dots /82/$$

W literaturze radzieckiej [3, 10, 24] charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa przyrządu pneumatycznego jako całość opisywana jest równaniem

$$\frac{A_{dyn}}{A_{stat}} = \frac{1}{1 + a \left(n \frac{V}{100} \right)^{3/2}} \quad \dots /83/$$

gdzie:

a - współczynnik zależny od parametrów układu pneumatycznego i mechanicznego,

n - ilość zmian wymiaru na minutę.

Wzór /83/ został wyznaczony [24] na podstawie danych eksperymentalnych i jest ważny dla $n = (0 - 300)$ zmian na minutę. Podaje się przy tym, że opisuje on omawianą charakterystykę z błędem nie większym niż $(1 - 2)\%$. Z porównania cytowanych danych doświadczalnych [24] i wartości wyliczonych z wzoru /83/ wynika, że błędy te są znacznie większe i wynoszą od 3% do 30%. W poradniku [11] współczynnik a został dodatkowo uzależniony od objętości komory V , gdy wcześniej [24] był uzależniony jedynie od średnicy dyszy wewnętrznej i ciśnienia pomiarowego. Dzięki temu zależność /83/ daje lepsze przybliżenie danych doświadczalnych.

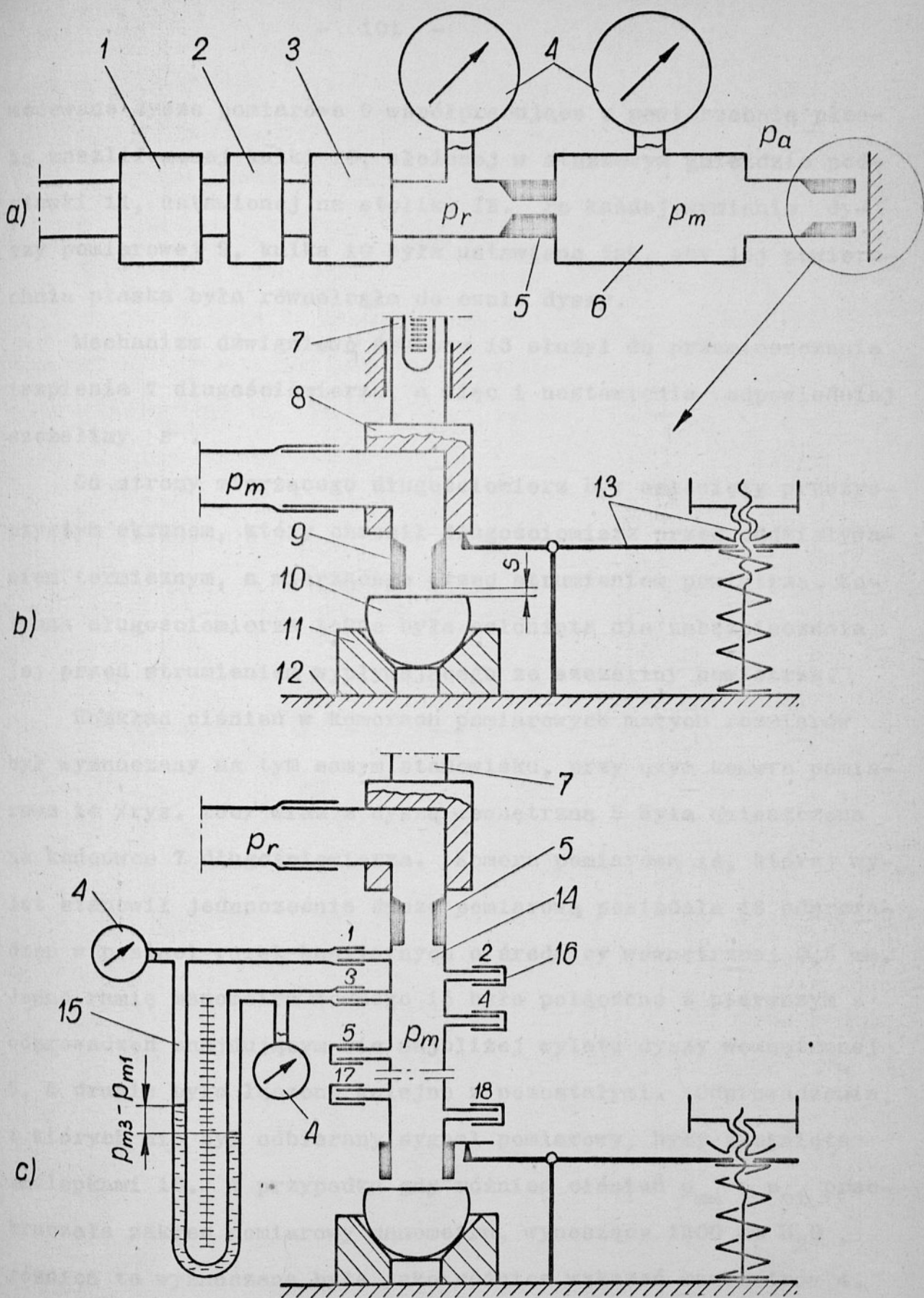
4. STANOWISKA BADAWCZE

Eksperymentalną część pracy wykonano na dwu odrębnych stanowiskach zestawionych z uniwersalnych przyrządów pomiarowych wyposażonych w urządzenia i zespoły w większości zaprojektowane przez autora, a wykonane w Zakładzie Miernictwa i Sprzętu Pomiarowego, jak też w Zakładzie Doświadczalnym Instytutu Technologii Budowy Maszyn.

4.1. Stanowisko do wyznaczania charakterystyk statycznych

Charakterystyki statyczne układu pneumatycznego wykonane były na stanowisku pomiarowym przedstawionym schematycznie na rysunku 25. Składa się ono z reduktora wstępnego 1 /rys. 25a/, do którego doprowadzono sprężone powietrze o ciśnieniu $(4 - 6)$ kg/cm^2 , $\sim (4 - 6)10^5 \text{ N/m}^2$, filtra ceramicznego 2, reduktora precyzyjnego 3, typu 2N f-my PAP Falenica zapewniającego stałość nadciśnienia roboczego H z błędem nie większym niż $0,001 \text{ kg/cm}^2$ na $1 \text{ Nm}^3/\text{h}$, dwu manometrów 4 klasy 0,5 i zakresie pomiarowym $(0 - 2,5) \text{ kg/cm}^2$, $\sim (0 - 2,5)10^5 \text{ N/m}^2$, o wartości działki elementarnej $0,02 \text{ kg/cm}^2$ ($\sim 200 \text{ N/m}^2$), z których jeden służył do pomiaru nadciśnienia roboczego H przed dyszą wewnętrzną 5, drugi zaś do pomiaru nadciśnienia h w komorze pomiarowej 6.

Wartość szczeliny s była zadawana za pomocą pionowego długościomierza Abbe'go o wartości działki elementarnej $1 \mu\text{m}$ i zakresie wskazań $(0 - 100) \text{ mm}$. Na końcówce trzpienia 7 /rys. 25b/ długościomierza znajdowała się głowica 8, w której były



Rys.25. Stanowisko do wyznaczania charakterystyk statycznych
a/ schemat ogólny, b/ szczegół mocowania dyszy pomiarowej,
c/ szczegół mocowania komory pomiarowej małych rozmiarów

mocowane dysze pomiarowe 9 współpracujące z powierzchnią płaską zaszlifowanej kulki 10, ułożonej w stożkowym gnieździe podstawki 11, ustawionej na stoliku 12. Po każdej wymianie dyszy pomiarowej 9, kulka 10 była ustawiana tak, aby jej powierzchnia płaska była równoległa do czoła dyszy.

Mechanizm dźwigniowo śrubowy 13 służył do przemieszczania trzpienia 7 długościomierza, a więc i nastawienia odpowiedniej szczeliny s .

Od strony mierzącego długościomierz był osłonięty przezroczystym ekranem, który chronił długościomierz przed oddziaływaniem termicznym, a mierzącego przed strumieniem powietrza. Kolumna długościomierza także była osłonięta dla zabezpieczenia jej przed strumieniem wypływającego ze szczeliny powietrza.

Rozkład ciśnień w komorach pomiarowych małych rozmiarów był wyznaczany na tym samym stanowisku, przy czym komora pomiarowa 14 /rys. 25c/ wraz z dyszą wewnętrzną 5 była umieszczona na końcówce 7 długościomierza. Komora pomiarowa 14, której wylot stanowił jednocześnie dyszę pomiarową posiadała 18 odprowadzeń w postaci rurek kapilarnych o średnicy wewnętrznej 0,5 mm. Jedno ramię manometru wodnego 15 było połączone z pierwszym z odprowadzeń znajdującym się najbliżej wylotu dyszy wewnętrznej 5, a drugie było łączone kolejno z pozostałymi. Odprowadzenia, z których nie był odbierany sygnał pomiarowy, były zamknięte zaślepkami 16. W przypadku gdy różnica ciśnień $p_{mn} - p_{m1}$ przekraczała zakres pomiarowy manometru, wynoszący 1200 mm H_2O , różnica ta wyznaczana była jako różnica wskazań manometrów 4.

Poszczególne zespoły tworzące układ pneumatyczny były łączone ze sobą przewodem giętkim o średnicy wewnętrznej 6 mm, a w przypadku komory małych rozmiarów przewodem o średnicy 2 mm.

Każdorazowo po wymianie któregośkolwiek zespołu układu pneumatycznego sprawdzano szczelność połączeń.

Główne wymiary stosowanych dysz wewnętrznych, dysz pomiarowych, jak też i wymiary komór będą podane później.

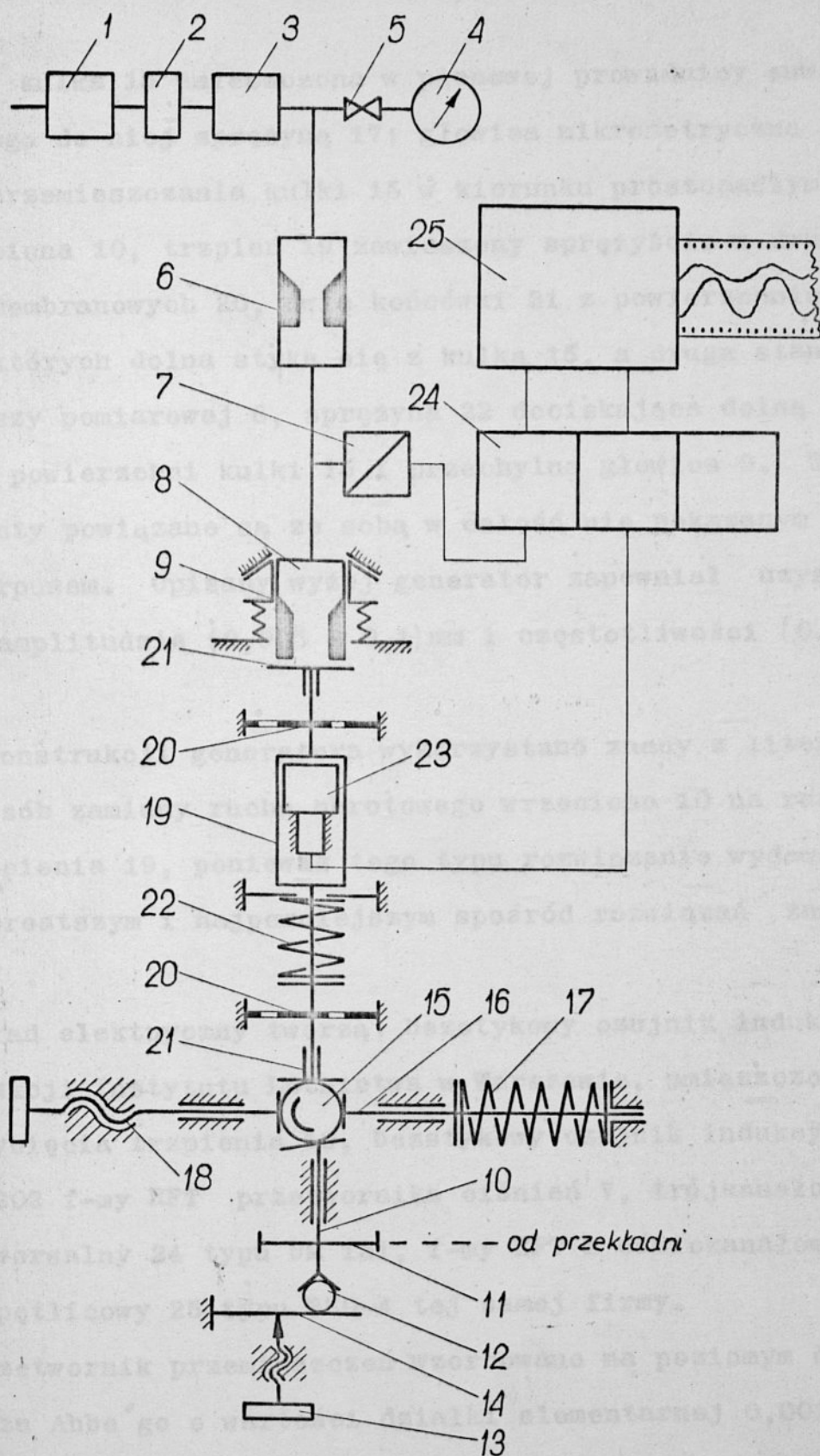
Do pomiaru ciśnienia otoczenia p_a służył barometr rtęciowy o wartości działki elementarnej 0,1 mm Hg, a do pomiaru temperatury otoczenia termometr rtęciowy o wartości działki elementarnej 0,5 K. Temperatura powietrza przed dyszą wewnętrzną była mierzona takim samym termometrem.

4.2. Stanowisko do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych

Przebieg zmian nadciśnienia pomiarowego h spowodowanych sinusoidalnymi zmianami szczeliny s był badany na stanowisku składającym się z układu pneumatycznego, mechanicznego generatora drgań sinusoidalnych i układu elektrycznego /rys. 26/.

Układ pneumatyczny, podobnie jak w przypadku stanowiska do wyznaczania charakterystyk statycznych, składa się z reduktora wstępnego 1, filtra ceramicznego 2, reduktora precyzyjnego 3, manometru 4, który może być odłączany od układu zaworem 5, zespołu z dyszą wewnętrzną 6, przetwornika ciśnienia 7 [7] i zespołu z dyszą pomiarową 8 zamocowanego w przechylnej głowicy 9 generatora drgań.

Generator drgań tworzą: pionowe wrzeciono 10 na którym znajduje się koło zębate 11 napędzane od niewidocznej na rysunku przekładni, kulka 12, na której opiera się wrzeciono 10 przemieszczane w kierunku pionowym śrubą 13 za pośrednictwem



Rys.26. Schemat stanowiska do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych

belki 14, kulka 15 umieszczona w pionowej prowadnicy suwaka 16 dociskanego do niej sprężyną 17; głowica mikrometryczna 18 służąca do przemieszczania kulki 15 w kierunku prostopadłym do osi wrzeciona 10, trzpień 19 zawieszony sprężysto w dwu prowadnicach membranowych 20, dwie końcówki 21 z powierzchniami płaskimi, z których dolna styka się z kulką 15, a druga stanowi przysłone dyszy pomiarowej 8, sprężyna 22 dociskająca dolną końcówkę 21 do powierzchni kulki 15 i przechylna głowica 9. Wymienione elementy powiązane są ze sobą w całość nie pokazanym na rysunku korpusem. Opisany wyżej generator zapewniał uzyskanie drgań o amplitudzie $(0,005 - 0,1)$ mm i częstotliwości $(0,2 - 24)$ Hz .

W konstrukcji generatora wykorzystano znany z literatury [31] sposób zamiany ruchu obrotowego wrzeciona 10 na ruch drgający trzpienia 19, ponieważ tego typu rozwiązanie wydawało się być najprostszym i najpewniejszym spośród rozwiązań znanych [32, 43] .

Układ elektryczny tworzą: bezstykowy czujnik indukcyjny 23 produkcji Instytutu Lotnictwa w Warszawie, umieszczony wewnątrz wycięcia trzpienia 19, bezstykowy czujnik indukcyjny typu IWB 202 f-my RFT przetwornika ciśnień 7, trójkanałowy mostek uniwersalny 24 typu UM 131, f-my RFT i ośmiokanałowy oscylograf pętlicowy 25 typu 8S0-4 tej samej firmy.

Przetwornik przemieszczeń wzorcowano na poziomym długościomierzu Abbe'go o wartości działki elementarnej 0,001 mm, a przetwornik ciśnienia za pomocą manometru o wartości działki elementarnej $0,02 \text{ kg/cm}^2$ ($\sim 200 \text{ N/m}^2$) , klasy 0,5. Oba przetworniki w czasie wzorcowania, jak też i w czasie pracy, były

chronione przed wpływem termicznym eksperymentatora, ponieważ stosowane czujniki indukcyjne reagowały na zmianę temperatury otoczenia. Wspomniane wyżej wzorcowanie obejmowało cały układ elektryczny, a nie tylko same przetworniki, ponieważ w wyniku wzorcowania otrzymywano oscylogramy.

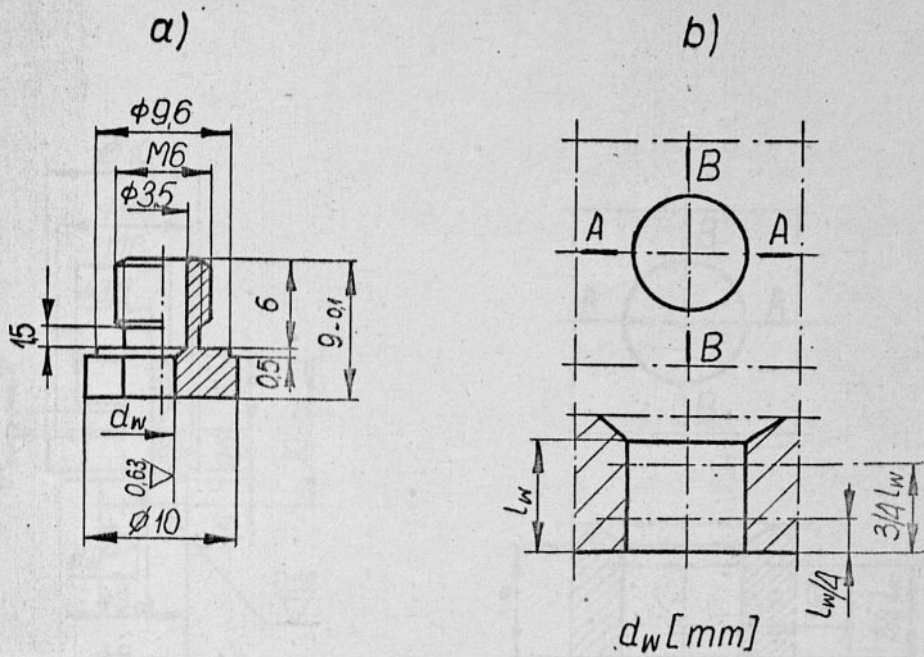
5. PROGRAM BADAŃ

W celu sprawdzenia zależności teoretycznych wyprowadzonych w poprzednich punktach, a także cytowanych w pracy, przeprowadzono szereg doświadczeń według następującego programu:

Na stanowisku opisanym w punkcie 4.1. wyznaczono zależność zmian nadciśnienia pomiarowego h w funkcji szczeliny s stopniując zasadniczo jej wartość tak, aby spadek ciśnienia h spowodowany przyrostem szczeliny był na prostoliniowym odcinku charakterystyki statycznej nie mniejszy niż wartość działki elementarnej stosowanego manometru.

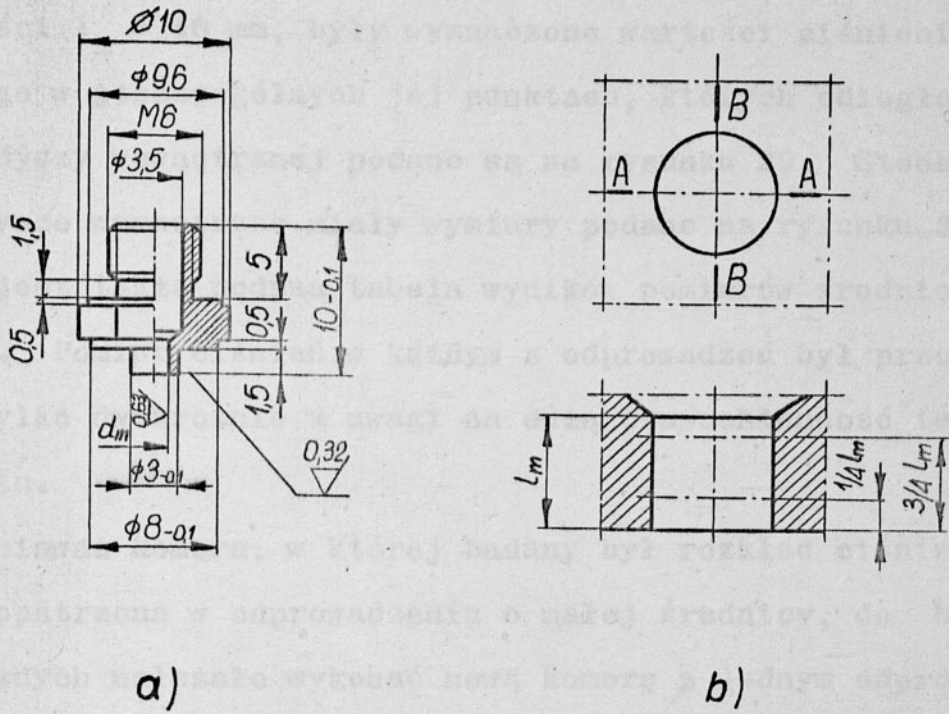
Dla układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 6$ mm wyznaczono w ten sposób wartości h dla zadanych wartości szczeliny s , stosując dysze wewnętrzne o wymiarach podanych na rysunku 27a oraz dyszę pomiarową wykonaną według rysunku 28a. Średnica otworu wszystkich dysz była mierzona mikroskopem do małych otworów f-my C. Zeiss o wartości działki elementarnej 0,001 mm, w miejscach oznaczonych na schematach /rys. 27b/ i /rys. 28b/, gdzie też podane są wyniki pomiarów. Średnica komory bezpośrednio przed wlotem do dyszy wewnętrznej była równa średnicy na wylocie i wynosiła, podobnie jak na wlocie do dyszy pomiarowej, 6 mm.

Ponieważ rozważania teoretyczne prowadzone były pod kątem przystosowania przyrządów pneumatycznych /używanych w pomiarach długości/ do pracy na znormalizowanym sygnale pneumatycznym, część doświadczeń wykonano jedynie dla nadciśnienia roboczego $H = 1,0 \text{ kg/cm}^2$ ($\sim 10^5 \text{ N/m}^2$). Wtedy liniowy odcinek charakterystyki mieści się zasadniczo w pierwszym zakresie pracy przy-



Nr dyszy	l_w [mm]	$1/4 \cdot l_w$		$3/4 l_w$	
		A - A	B - B	A - A	B - B
1	0,9	0,551	0,554	0,555	0,548
2	1,2	0,805	0,807	0,802	0,800
3	1,5	1,078	1,076	1,048	1,068
4	1,8	1,205	1,208	1,207	1,207
5	2,1	1,446	1,443	1,447	1,450

Rys.27. Dysza wewnętrzna a/ schemat konstrukcyjny,
b/ schemat pomiarów



l_m [mm]	d_m [mm]			
	$1/4 l_m$		$3/4 l_m$	
	A - A	B - B	A - A	B - B
3,0	2,070	2,067	2,065	2,067

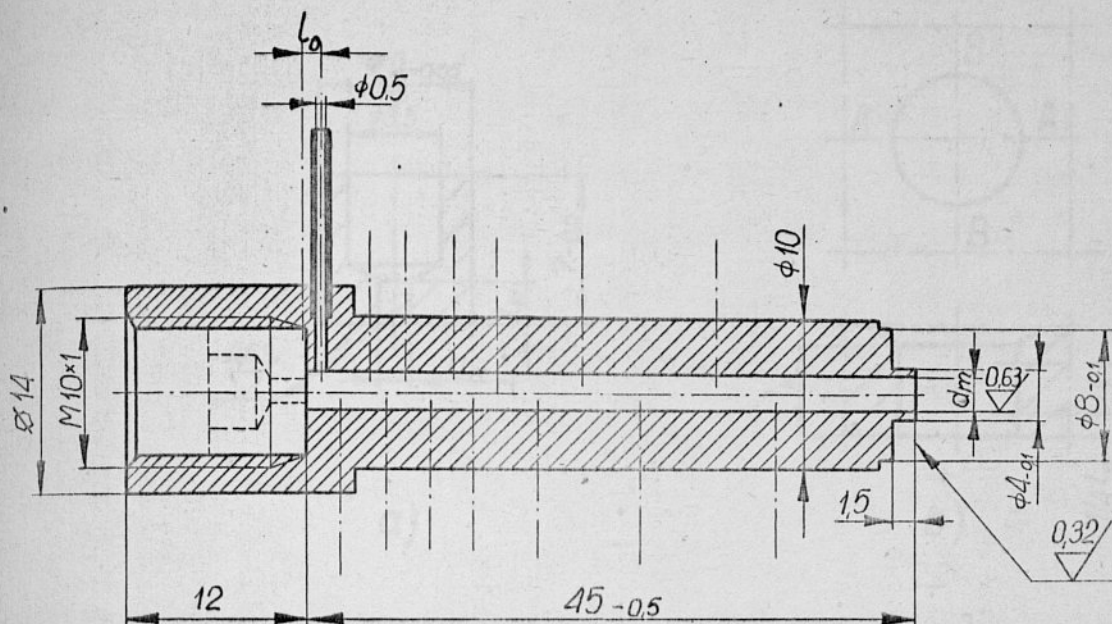
Rys.28. Dysza pomiarowa a/ schemat konstrukcyjny,
b/ schemat pomiarów

rzędu.

Dla układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,0$ mm i długości $l_k = 40$ mm, były wyznaczone wartości ciśnienia pomiarowego w poszczególnych jej punktach, których odległości od wylotu dyszy wewnętrznej podane są na rysunku 29. Stosowane wtedy dysze wewnętrzne miały wymiary podane na rysunku 30, na którym jest także podana tabela wyników pomiarów średnicy ich otworów. Pomiar ciśnień w każdym z odprowadzeń był przeprowadzany tylko dwukrotnie z uwagi na dużą czasochłonność tego eksperymentu.

Ponieważ komora, w której badany był rozkład ciśnienia była zaopatrzona w odprowadzenia o małej średnicy, do badań dynamicznych należało wykonać nową komorę z jednym odprowadzeniem o średnicy równej średnicy komory w takiej odległości od wylotu dyszy wewnętrznej, gdzie ciśnienie pomiarowe można już uważać za stałe. Dla komory o średnicy $d_k = 2$ mm i długości $l_k = 40$ mm, na podstawie wykresów rozkładu ciśnień ustalono, że odległość ta wynosi 8,3 mm, czyli nieco ponad 4 średnice komory. Odprowadzenie o średnicy 2 mm mogło powodować zmianę wartości ciśnienia pomiarowego wywołaną jego składową dynamiczną. W związku z tym przeprowadzono trzykrotne pomiary ciśnienia h w tak wykonanej komorze pomiarowej dla dysz wewnętrznych, których wymiary podano na rysunku 30, zmieniając wartość szczeliny s w przyjęty wcześniej sposób.

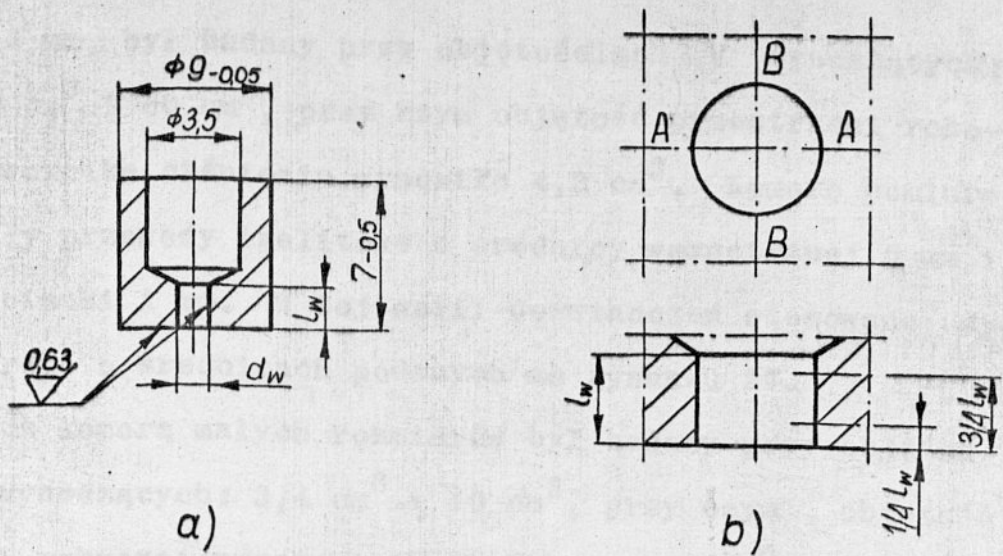
Zachowanie się układu pneumatycznego w warunkach dynamicznych badano tylko przy wymuszeniach okresowych sinusoidalnych w zakresie liniowości charakterystyki statycznej. Układ, którego komora pomiarowa bezpośrednio przy obu dyszach miała śred-



Numer odprowadzenia	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Odległość l_0 [mm]	0,9	1,2	1,4	1,5	2,0	2,6	2,9	3,6	5,2
	10	11	12	13	14	15	16	17.	18
	5,7	6,6	8,3	10,2	13,0	16,5	20,6	25,3	32,0

Rys.29. Schemat konstrukcyjny komory pomiarowej o średnicy

$$d_p = 2,055 \text{ mm}$$



Nr dyszy	l_w [mm]	d_w [mm]			
		$1/4 l_w$		$3/4 l_w$	
		A - A	B - B	A - A	B - B
1.1	0.9	0,550	0,555	0,550	0,554
2.1	1.2	0,796	0,804	0,798	0,801
3.1	1.5	1,062	1,068	1,065	1,068
4.1	1.8	1,205	1,203	1,203	1,199
5.1	2.1	1,423	1,421	1,421	1,424

**Rys.30. Dysza wewnętrzna układu z komorą pomiarową
małych rozmiarów a/ schemat konstrukcyjny,
b/ schemat pomiarów**

nicę $d_k = 6 \text{ mm}$, był badany przy objętościach V wynoszących: 20 cm^3 , 40 cm^3 i 80 cm^3 , przy czym objętość przestrzeni roboczej przetwornika ciśnienia wynosiła $4,3 \text{ cm}^3$. Komorę pomiarową stanowiły przewody igelitowe o średnicy wewnętrznej 6 mm i grubości ścianki 1 mm . W tej serii doświadczeń stosowano dysze wewnętrzne o średnicach podanych na rysunku 27.

Układ z komorą małych rozmiarów był badany przy objętościach V wynoszących: $3,4 \text{ cm}^3$ i 10 cm^3 , przy czym objętość przestrzeni roboczej przetwornika wynosiła $2,3 \text{ cm}^3$. W obu przypadkach stosowano sztywne przewody łączące komorę pomiarową z przetwornikiem ciśnienia. Średnica wewnętrzna tych przewodów wynosiła $2,0 \text{ mm}$.

Przebiegi ciśnienia były rejestrowane po zakończeniu procesu przejściowego spowodowanego skokową zmianą częstotliwości wymuszenia, która dla układu z komorą o średnicy 6 mm była zmieniana od $0,2 \text{ Hz}$ do 5 Hz , a dla układu z komorą o średnicy 2 mm od $0,2 \text{ Hz}$ do 25 Hz . Ponieważ przebiegi ciśnienia były rejestrowane tylko dla pewnych wartości ω , przed przystąpieniem do rejestracji obserwowano zmianę amplitudy nadciśnienia h przy zmienionej w sposób ciągły częstości kołowej ω , by sprawdzić czy układ pneumatyczny nie zachowuje się jak człon oscylacyjny.

6. WYNIKI, ICH OPRACOWANIE I OCENA

6.1. Charakterystyka statyczna układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów

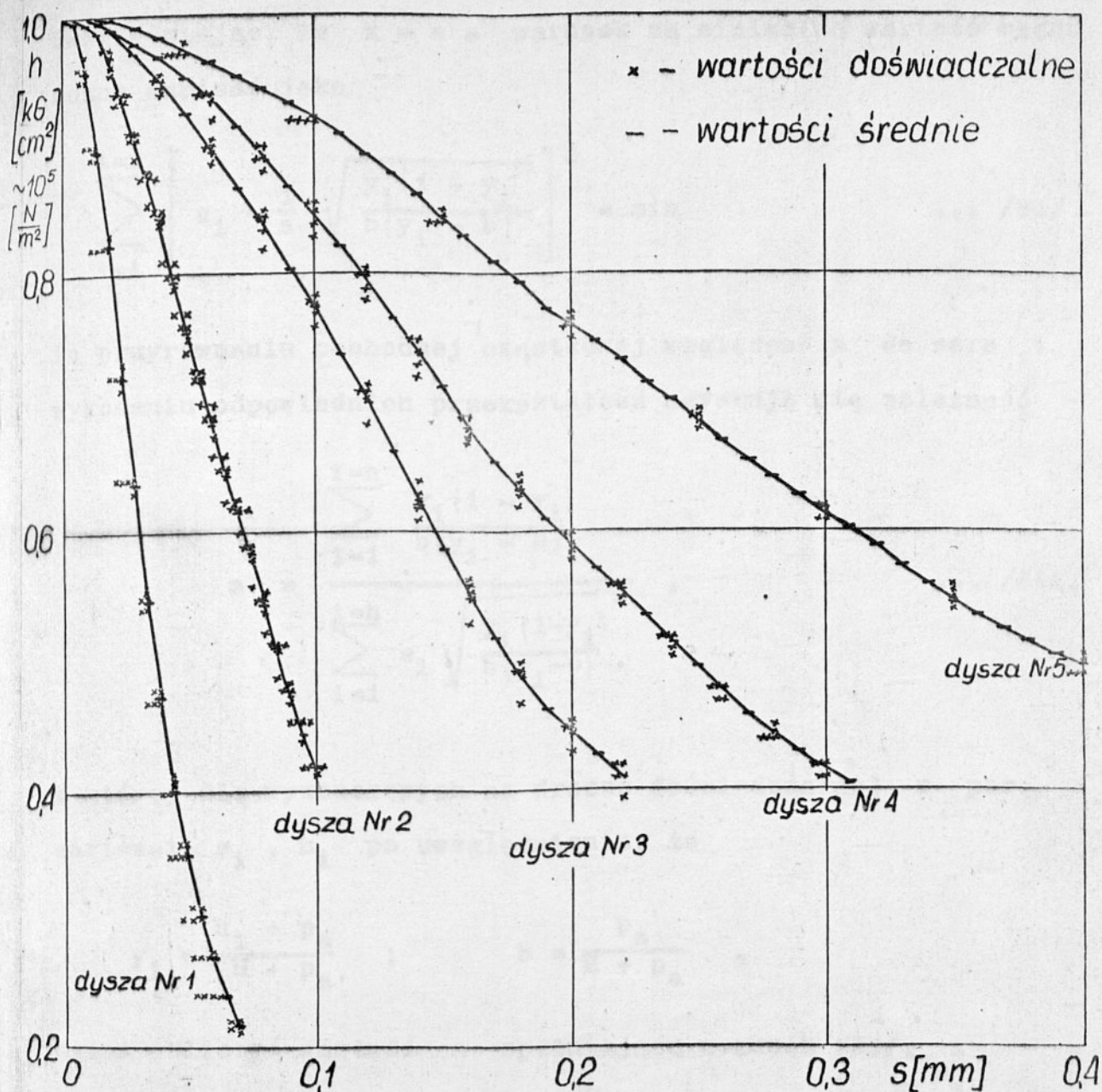
Na podstawie wyników pomiarów przeprowadzonych dla komory, której średnica bezpośrednio przed dyszą wynosiła 6 mm, wyznaczono charakterystyki statyczne przedstawione na rysunku 31, gdzie oprócz krzywej wykonanej na podstawie wartości średnich z 5 pomiarów znajdują się punkty ilustrujące wyniki poszczególnych pomiarów /z wyjątkiem początkowego odcinka, gdzie występuje zagęszczenie krzywych/. Charakterystyki wykonane są linią łamaną. W przypadku gdy rzędne dla kolejnych pomiarów osiągały tę samą wartość, punkty o tych rzędnych rysowano po lewej stronie, a dla dyszy nr 2 po obu stronach punktu właściwego.

Ponieważ nawet dla największej ze stosowanych dysz wewnętrznych stosunek pola przekroju otworu dyszy wewnętrznej do pola przekroju komory wynosi około 0,06, uzyskane charakterystyki doświadczalne można aproksymować równaniem /8a/

$$y = \sqrt{\left(\frac{bx^2 - 1}{2}\right)^2 + (bx)^2} - \frac{bx^2 - 1}{2}$$

przez taki dobór wartości $a = \frac{x}{8}$, by błąd średni kwadratowy był najmniejszy. Aby uprościć obliczenia równanie to zapisa-
no w postaci funkcji odwrotnej

$$x = \sqrt{\frac{y(1 - y)}{b(y - b)}} \quad \dots /8b/$$



Rys. 31. Charakterystyki statyczne układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$

Uwzględniając, że $x = a$ s warunek na minimalną wartość błędu można zapisać jako

$$\sum_{i=1}^{i=n} \left[s_i - \frac{1}{a} \sqrt{\frac{y_i(1-y_i)}{b(y_i-b)}} \right]^2 = \min \quad \dots /84/$$

Po przyrównaniu pochodnej cząstkowej względem a do zera i wykonaniu odpowiednich przekształceń uzyskuje się zależność

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{y_i(1-y_i)}{b(y_i-b)}}{\sum_{i=1}^{i=n} s_i \sqrt{\frac{y_i(1-y_i)}{b(y_i-b)}}}, \quad \dots /84a/$$

z której dla wyznaczonych na drodze doświadczalnej n par wartości s_i , h_i po uwzględnieniu, że

$$y_i = \frac{h_i + p_a}{H + p_a} \quad ; \quad b = \frac{p_a}{H + p_a} \quad ,$$

można obliczyć wartość a spełniającą warunek /84/.

Przyjmując dalej, że $f_m = \pi d_m s$, a $f_w = \pi \frac{d_w^2}{4}$ można znając wartość a obliczyć stosunek współczynnika wpływu zespołu dysza pomiarowa - przysłona α_m do współczynnika wpływu dyszy wewnętrznej α_w z zależności

$$\alpha = \frac{\alpha_m}{\alpha_w} = \frac{a}{4} \frac{d_w^2}{d_m} \quad \dots /85/$$

Wydaje się, że stosunek ten można by przyjąć jako wielkość charakteryzującą dany układ pneumatyczny, ponieważ nie wymaga ona wyznaczania współczynników wpływu dla każdego z elementów

dławiających, a więc i dokładnych pomiarów natężenia przepływu, które nie zawsze są możliwe do zrealizowania.

Znając wartość a błąd pojedynczego wyniku można obliczyć z zależności

$$\Delta y_i = y_i - \sqrt{\left[\frac{b(as_i)^2 - 1}{2} \right]^2 + (bas_i)^2 + \frac{b(as_i)^2 - 1}{2}}, \quad \dots /86/$$

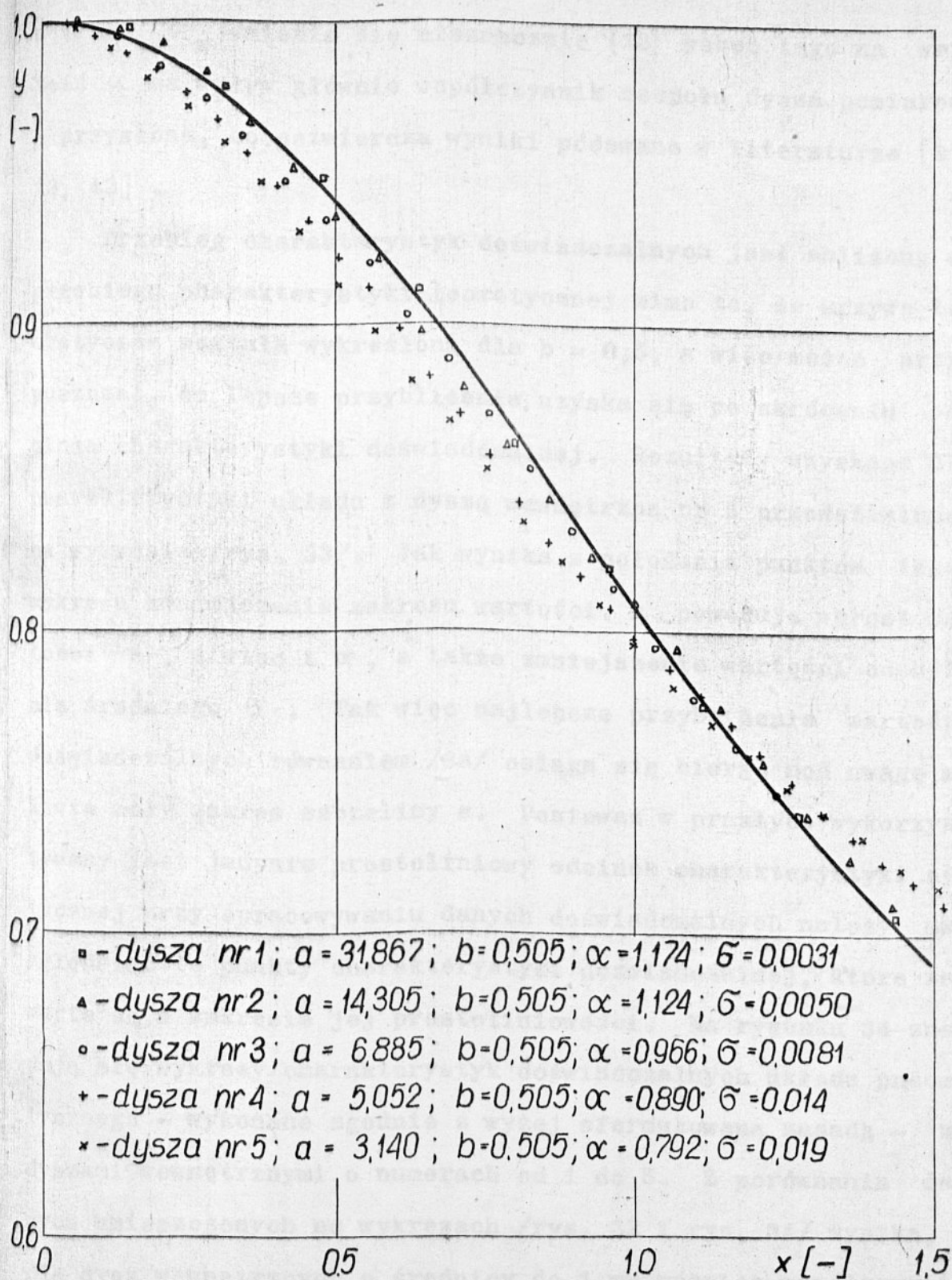
a odchylenie średnie kwadratowe pojedynczego wyniku i wartości średniej ze znanych zależności

$$G = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_i^2}{n - 1}}; \quad \dots /87/$$

$$G_r = \frac{G}{\sqrt{n}}. \quad \dots /88/$$

Na podstawie tak opracowanych wyników wykonano wykresy charakterystyki statycznej /rys. 32/ we współrzędnych uogólnionych x, y . Poszczególne punkty charakterystyk doświadczalnych są tym bardziej oddalone od charakterystyki teoretycznej, im większa jest średnica dyszy wewnętrznej, przy czym dla $x < 1,15$ układają się one z reguły pod linią charakterystyki teoretycznej, dla $x > 1,15$ ponad tą linią.

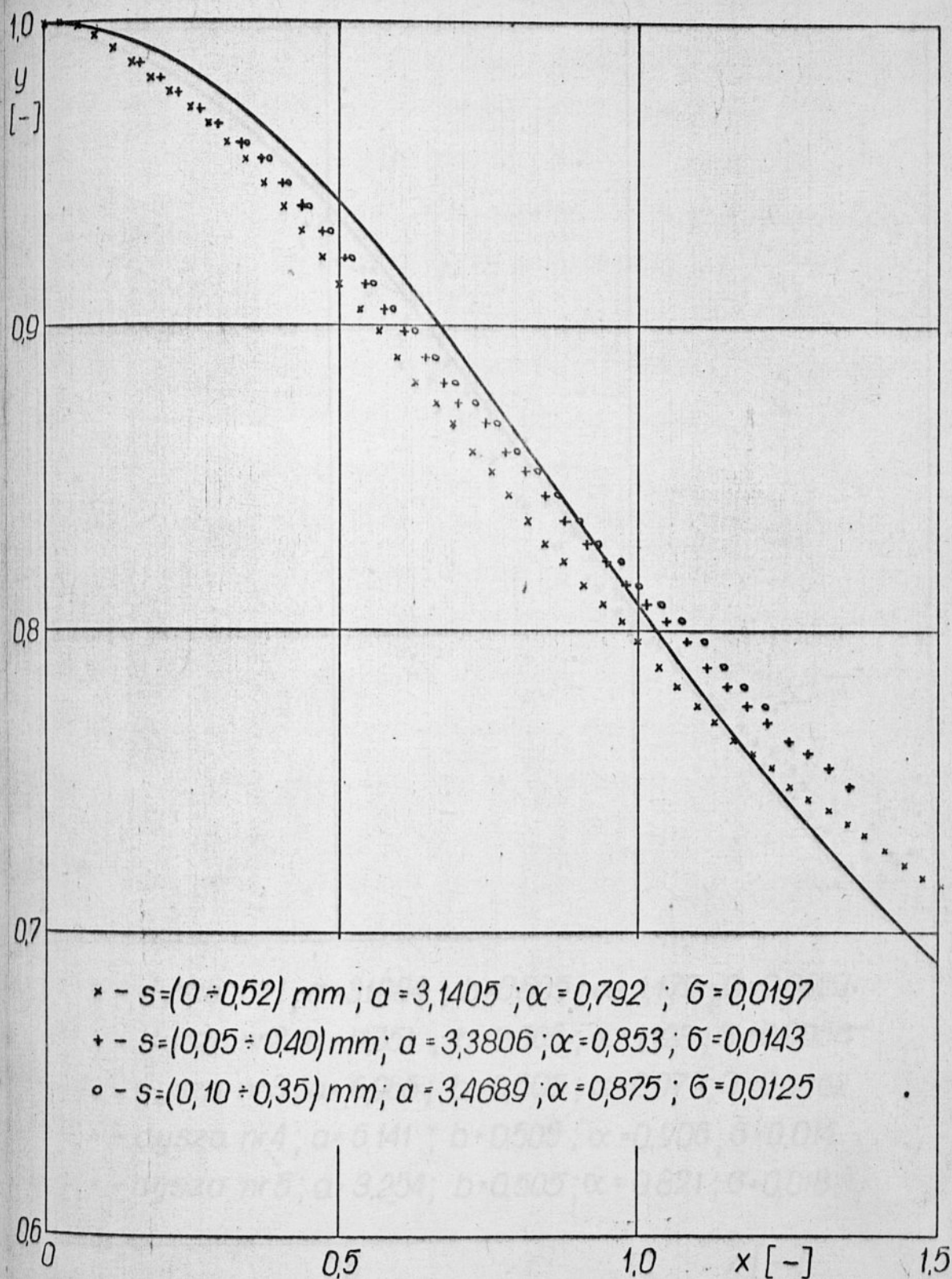
Z podanych na tym wykresie wartości wynika ponadto, że współczynnik α jest tym mniejszy, im większa jest wartość x , to znaczy im większa jest wartość szczeliny s . Świadczy to o zmienności współczynników wpływu w zależności od szczeliny s . Ponieważ wartość współczynnika wpływu przez dyszę wew-



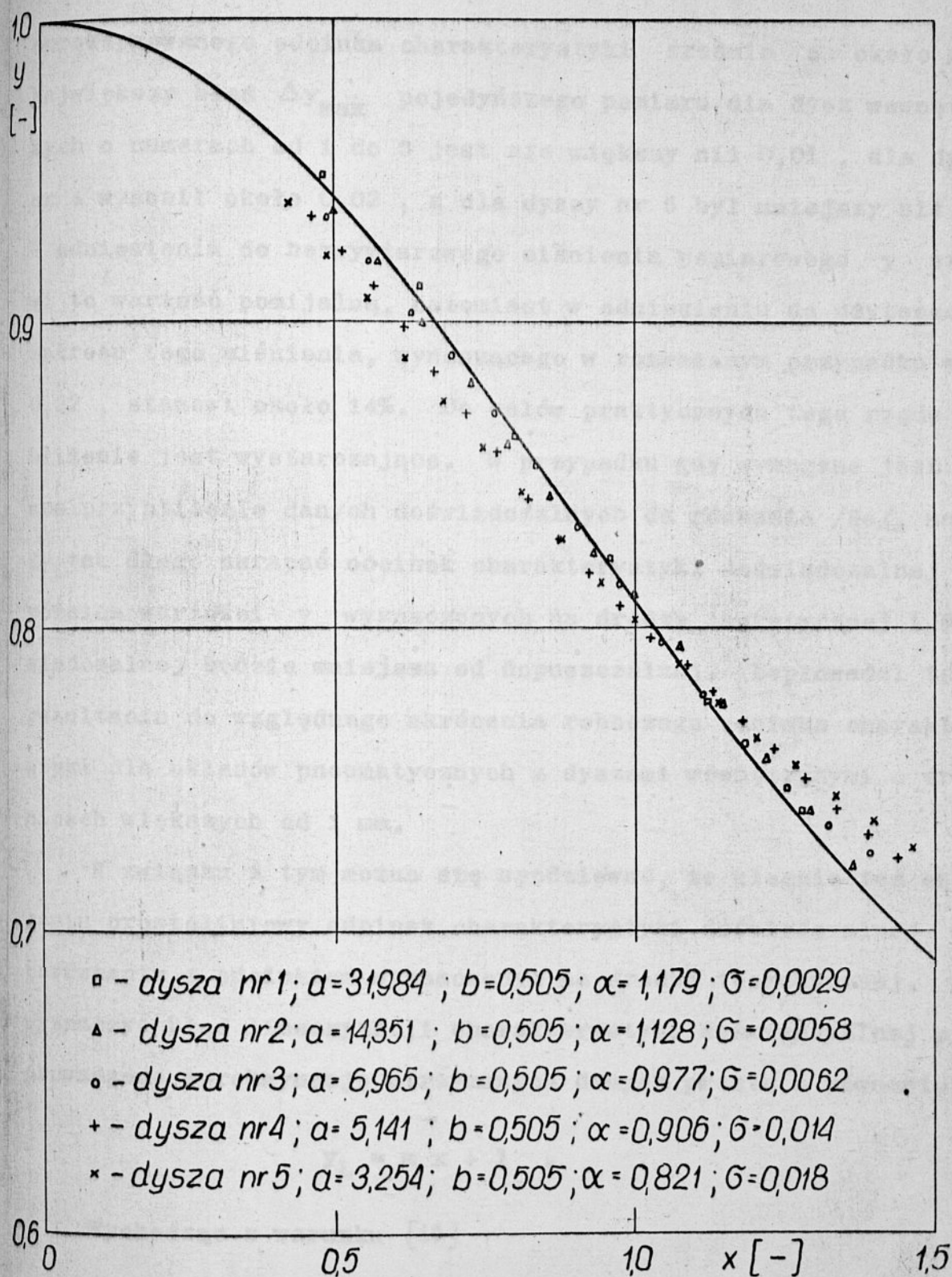
Rys.32. Porównanie danych doświadczalnych z teoretyczną uproszczoną charakterystyką statyczną wykreśloną we współrzędnych bezwymiarowych dla ciśnień absolutnych przy $b = 0,5$

wewnętrzna α_w zmienia się nieznacznie [13] wobec tego na wartość α ma wpływ głównie współczynnik zespołu dysza pomiarowa - przysłona, co potwierdza wyniki podawane w literaturze [9, 13, 42] .

Przebieg charakterystyk doświadczalnych jest zbliżony do przebiegu charakterystyki teoretycznej mimo to, że krzywa teoretyczna została wykreślona dla $b = 0,5$, a więc można przypuszczać, że lepsze przybliżenie uzyska się po skróceniu odcinka charakterystyki doświadczalnej. Rezultaty uzyskane dla charakterystyki układu z dyszą wewnętrzną nr 5 przedstawiono na wykresie /rys. 33/. Jak wynika z położenia punktów tego wykresu zmniejszanie zakresu wartości x powoduje wzrost wartości a , a więc i α , a także zmniejszenie wartości odchylenia średniego G . Tak więc najlepsze przybliżenie wartości doświadczalnych równaniem /8a/ osiąga się biorąc pod uwagę możliwie mały zakres szczeliny s . Ponieważ w praktyce wykorzystywany jest jedynie prostoliniowy odcinek charakterystyki statycznej przy opracowywaniu danych doświadczalnych należy uwzględnić te punkty charakterystyki doświadczalnej, które zawarte są w zakresie jej prostoliniowości. Na rysunku 34 znajdują się wykresy charakterystyk doświadczalnych układu pneumatycznego - wykonane zgodnie z wyżej sformułowaną zasadą - z dyszami wewnętrznymi o numerach od 1 do 5. Z porównania danych umieszczonych na wykresach /rys. 32 i rys. 34/ wynika, że dla dysz wewnętrznych o średnicy do 1 mm różnica współczynnika a wyznaczonego dla liniowego odcinka charakterystyki i dla $0,7 < y \leq 1$ wynosi około 1%, a dla dyszy wewnętrznej numer 5 / $d_w = 1,4$ / już około 4%. Ponadto wartość $\Delta y_{\max}$ wyznaczonego z wzoru /82/ dla każdej z dysz maleje w przypadku zawężenia



Rys.33. Położenie punktów charakterystyki doświadczalnej
 względem charakterystyki teoretycznej układu z
 dyszą wewnętrzną nr 5 dla różnych długości odcin-
 ka charakterystyki



Rys.34. Porównanie danych doświadczalnych z teoretyczną charakterystyką uproszczoną w zakresie liniowego jej odcinka z błędem teoretycznym $\delta = 1\%$

aproksymowanego odcinka charakterystyki średnio o około 15%. Największy błąd $\Delta y_{\max}$ pojedynczego pomiaru dla dysz wewnętrznych o numerach od 1 do 3 jest nie większy niż 0,01, dla dyszy nr 4 wynosił około 0,02, a dla dyszy nr 5 był mniejszy niż 0,03. W odniesieniu do bezwymiarowego ciśnienia pomiarowego y stanowi to wartość pomijalną, natomiast w odniesieniu do użytecznego zakresu tego ciśnienia, wynoszącego w rozważanym przypadku około 0,22, stanowi około 14%. Do celów praktycznych tego rzędu przybliżenie jest wystarczające. W przypadku gdy wymagane jest lepsze przybliżenie danych doświadczalnych do równania /8a/, należy tak długo skracać odcinek charakterystyki doświadczalnej aż różnica wartości y wyznaczonych na drodze teoretycznej i doświadczalnej będzie mniejsza od dopuszczalnej. Doprowadzi to w rezultacie do względnego skrócenia roboczego odcinka charakterystyki dla układów pneumatycznych z dyszami wewnętrznymi o średnicach większych od 1 mm.

W związku z tym można się spodziewać, że ulegnie też skróceniu prostoliniowy odcinek charakterystyki doświadczalnej w porównaniu z odcinkiem wyznaczonym na drodze teoretycznej. Aby wyznaczyć błąd linearyzacji charakterystyki doświadczalnej przeprowadzono aproksymację otrzymanych danych prostą o równaniu

$$y_L = m x + l \quad .$$

Wychodząc z warunku [16]

$$\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - m x_i - l)^2 = \min \quad \dots /89/$$

po przyrównaniu pochodnych cząstkowych względem m i l do zera i wykonaniu odpowiednich przekształceń otrzymuje się na-

stępujące zależności

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} y_i \sum_{i=1}^{i=n} x_i - n \sum_{i=1}^{i=n} y_i x_i}{\left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2} ,$$

$$l = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} y_i - m \sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n} , \quad \dots /90/$$

z których można obliczyć wartości współczynników równania prostej wyrównującej dane doświadczalne.

Błąd pojedynczego wyniku będzie wynosił

$$\Delta y_{Li} = y_i - m x_i - l ,$$

a odchylenie średnie kwadratowe pojedynczego wyniku i wartości średniej może być obliczone z wzorów /87/ i /88/.

Tabela 15 zawiera tak obliczone wartości m , l , σ i σ_r oraz błędu największego $|\Delta y_{Lmax}|$ dla układu pneumatycznego z dyszami wewnętrznymi o numerach od 1 do 5; przy czym brane były pod uwagę punkty mieszczące się w zakresie prostoliniowego odcinka charakterystyki wyznaczonego na drodze teoretycznej dla błędu 1%.

Z porównania danych tabeli 15 i tabeli 8 wynika, że wartości współczynników równania charakterystyki doświadczalnej dla układu z dyszą wewnętrzną nr 1 są prawie takie same jak równania charakterystyki teoretycznej, a dla układu z pozostałymi dyszami zmniejszają się ze wzrostem średnicy dyszy wewnętrznej.

Tabela 15. Współczynniki równania prostej zastępującej doświadczalną charakterystykę statyczną oraz błąd największy i odchylenie średnie kwadratowe

Numer dyszy wewnętrznej	m [—]	l [—]	$ \Delta y_{Lmax} $ [—]	σ [—]	σ_r [—]
1	-0,2699	1,0800	0,0040	0,0036	0,0016
2	-0,2471	1,0577	0,0040	0,0023	0,0006
3	-0,2440	1,0523	0,0093	0,0040	0,0010
4	-0,2247	1,0312	0,0106	0,0061	0,0013
5	-0,2155	1,0183	0,0138	0,0062	0,0011

Dla układu z dyszą wewnętrzną nr 5 spadek wartości m wynosi 19% a wartości l - 5%.

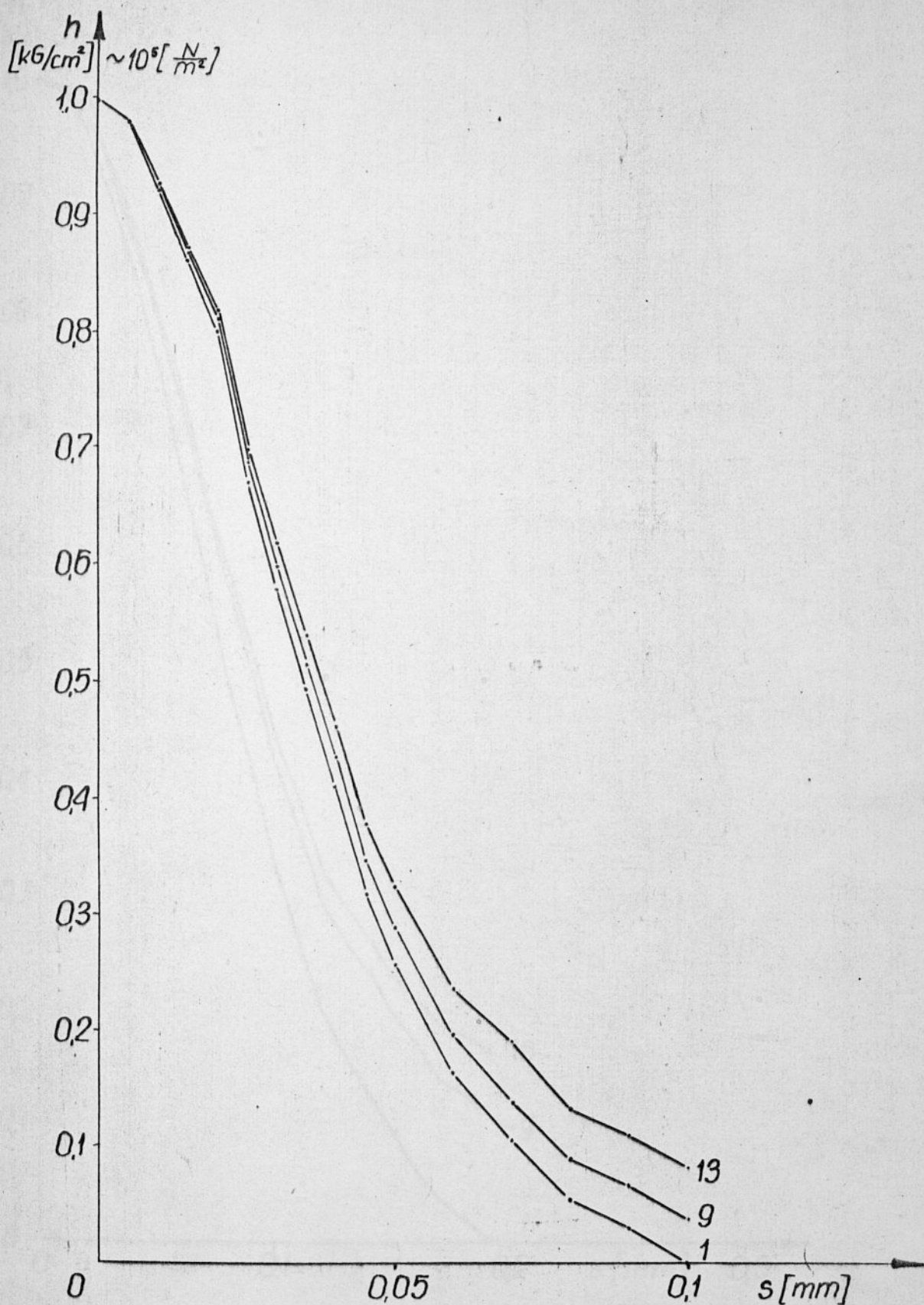
Wartość błędu największego dla dysz wewnętrznych o numerach 3 i 5 nieznacznie przekracza dwukrotną wartość odchylenia średniego σ , a odniesiona do zakresu w którym przeprowadzano aproksymację wynosi w najniekorzystniejszym przypadku mniej niż 6%. Natomiast dla układu z dyszami wewnętrznymi nr 1 i nr 2 wartość Δy_{Lmax} odniesiona do zakresu aproksymacji wynosi niecałe 2%. Jak wynika z powyższego w zakresie liniowej zależności $y = f(x)$ wyrównywanie danych doświadczalnych prostą daje lepsze rezultaty niż wyrównywanie tych danych równaniem /8a/, ponieważ prowadzi to nawet w najniekorzystniejszym przypadku /dla układu z dyszą wewnętrzną nr 5/ do dwukrotnego zmniejszenia błędu największego.

Dla ciśnień absolutnych, jak też i dla nadciśnień, wartość błędu największego odniesiona do roboczego zakresu ciśnienia pomiarowego jest taka sama jak dla charakterystyki wykonanej we współrzędnych bezwymiarowych $/x, y/$. Trzeba jednak pamiętać, że błąd ten wyrażony w bezwzględnych wartościach ciśnienia rośnie, gdy bezwymiarowe ciśnienie robocze b maleje, to znaczy gdy rośnie p_r .

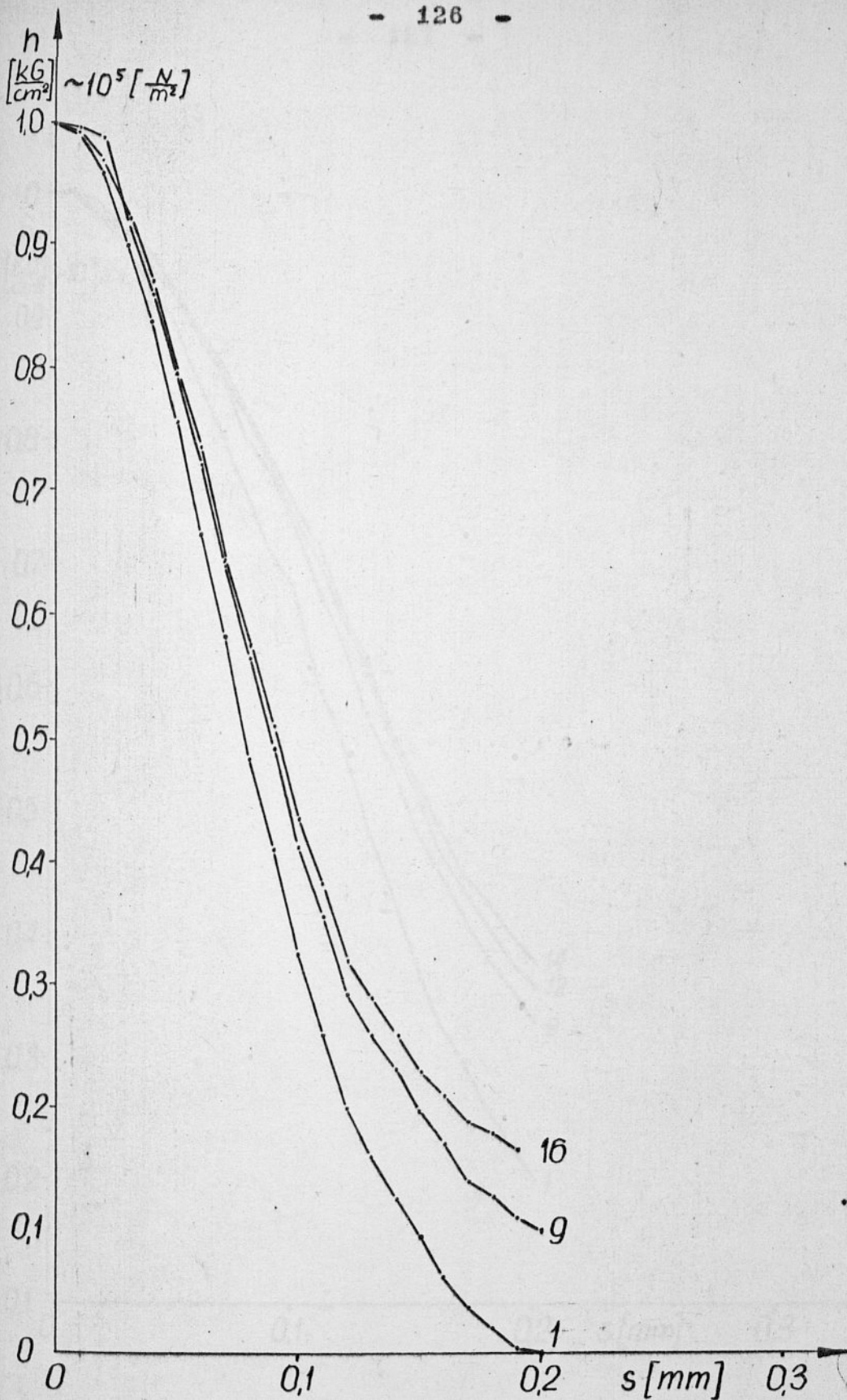
6.2. Rozkład ciśnień w komorze ograniczonych rozmiarów i charakterystyka statyczna układu pneumatycznego z tą komorą

Na podstawie wyników pomiarów nadciśnienia h w poszczególnych odprowadzeniach komory o średnicy $d_k = 2,055$ mm wykonano wykresy /rys. 35 - rys. 39/ zmian nadciśnienia h w funkcji szczeliny dla kilku wybranych odprowadzeń oraz wykresy /rys. 40 - rys. 44/ zmian nadciśnienia h w funkcji odległości danego odprowadzenia od wylotu dyszy wewnętrznej dla trzech różnych wartości szczeliny s .

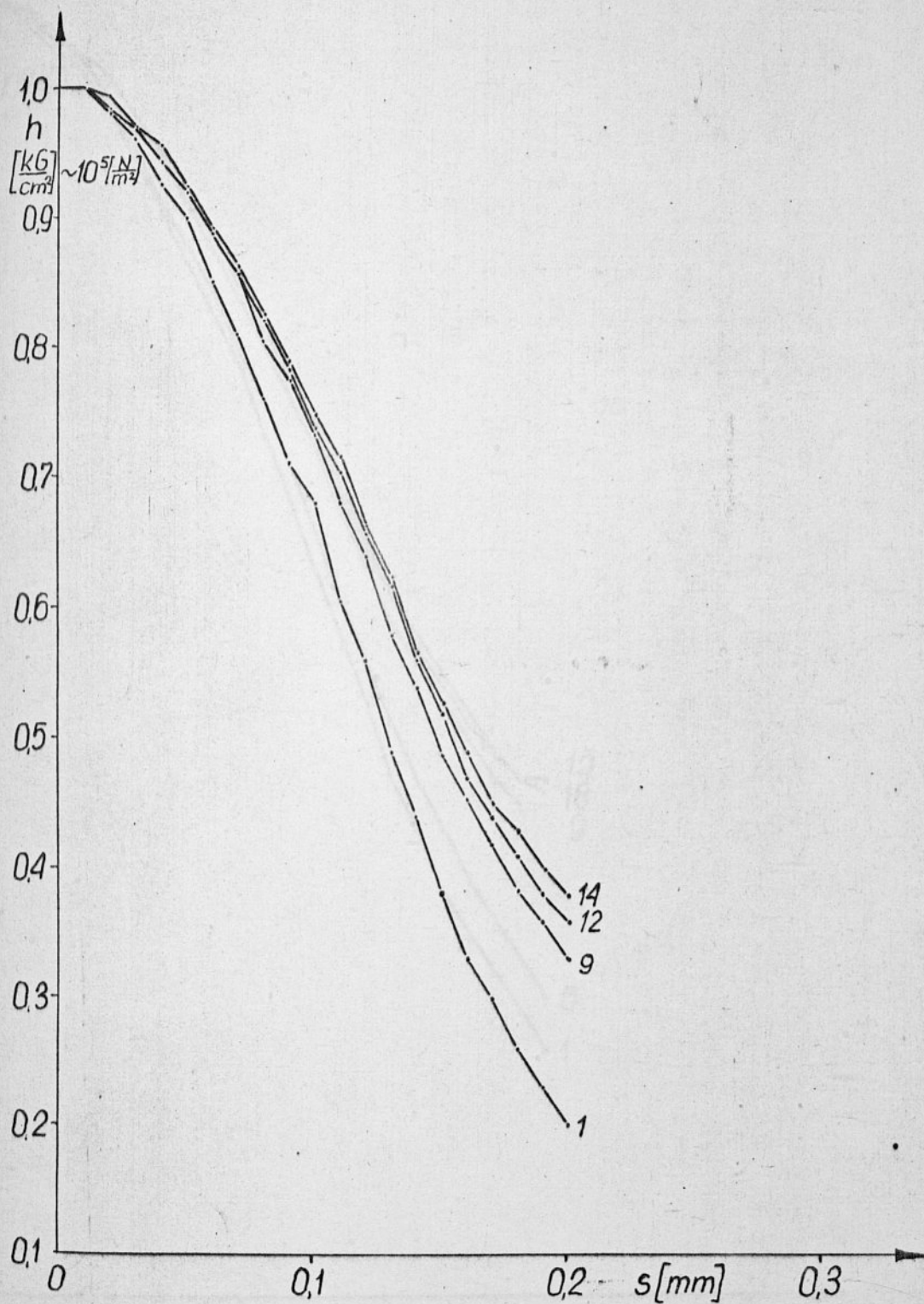
Charakter przebiegu zmienności nadciśnienia h w zależności od szczeliny s we wszystkich przypadkach jest zbliżony do przebiegu charakterystyki statycznej układu z komorą nieograniczonych rozmiarów. Z pierwszej grupy wykresów widać, że spadek ciśnienia w funkcji szczeliny jest tym większy im bliżej wylotu dyszy wewnętrznej ciśnienie to jest mierzone. Wynika stąd ważny wniosek, a mianowicie wykonując odprowadzenie w pobliżu wylotu dyszy wewnętrznej można uzyskać układ pneumatyczny, którego czułość jest większa od czułości układu z komorą nieograniczonych rozmiarów. Obecnie zagadnienie to nie będzie



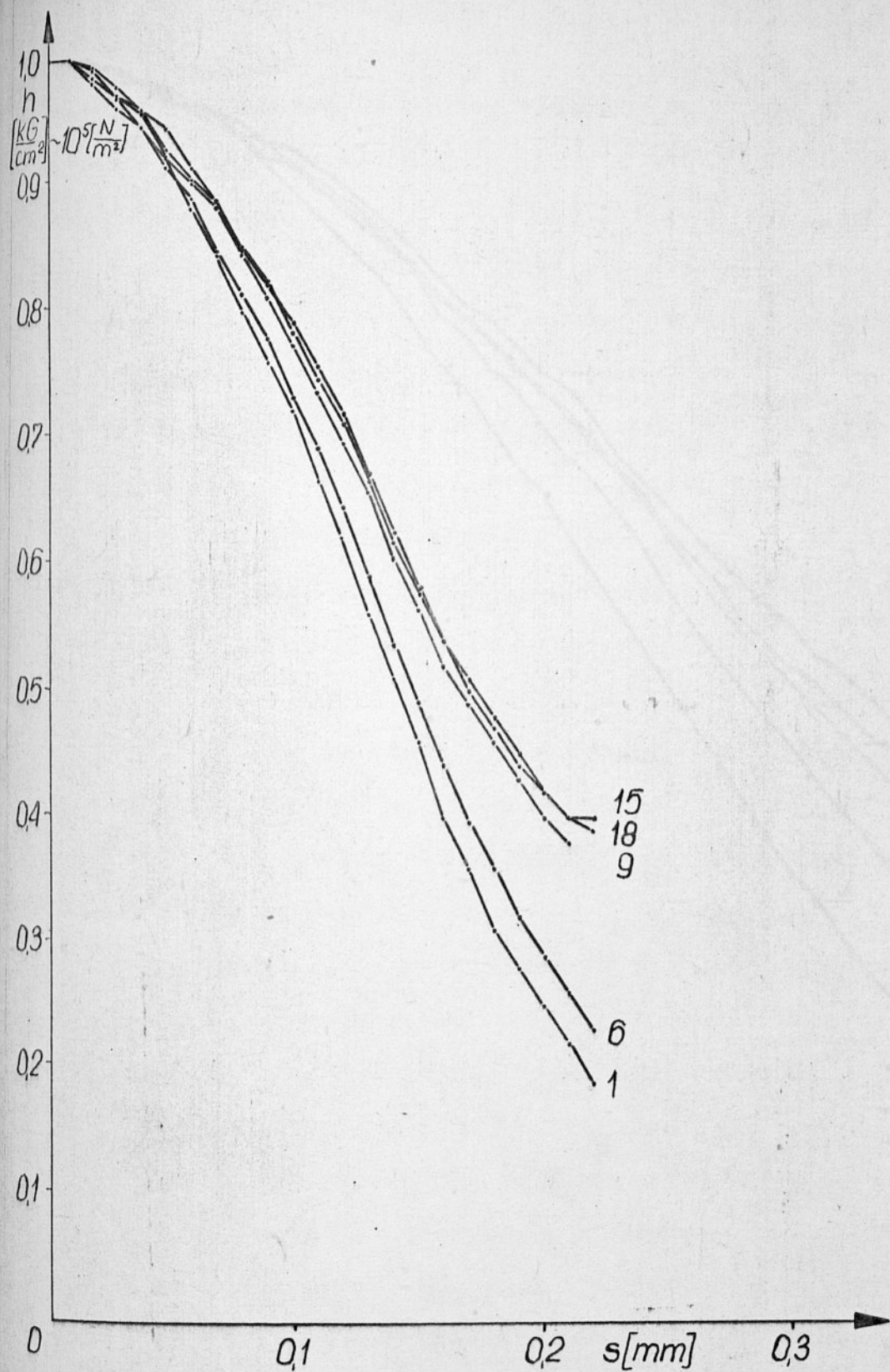
Rys.35. Zależność nadciśnienia pomiarowego h od szczeliny s w poszczególnych odprowadzeniach komory pomiarowej o średnicy $d_k = 2,055$ mm; dysza wewnętrzna nr 1.1



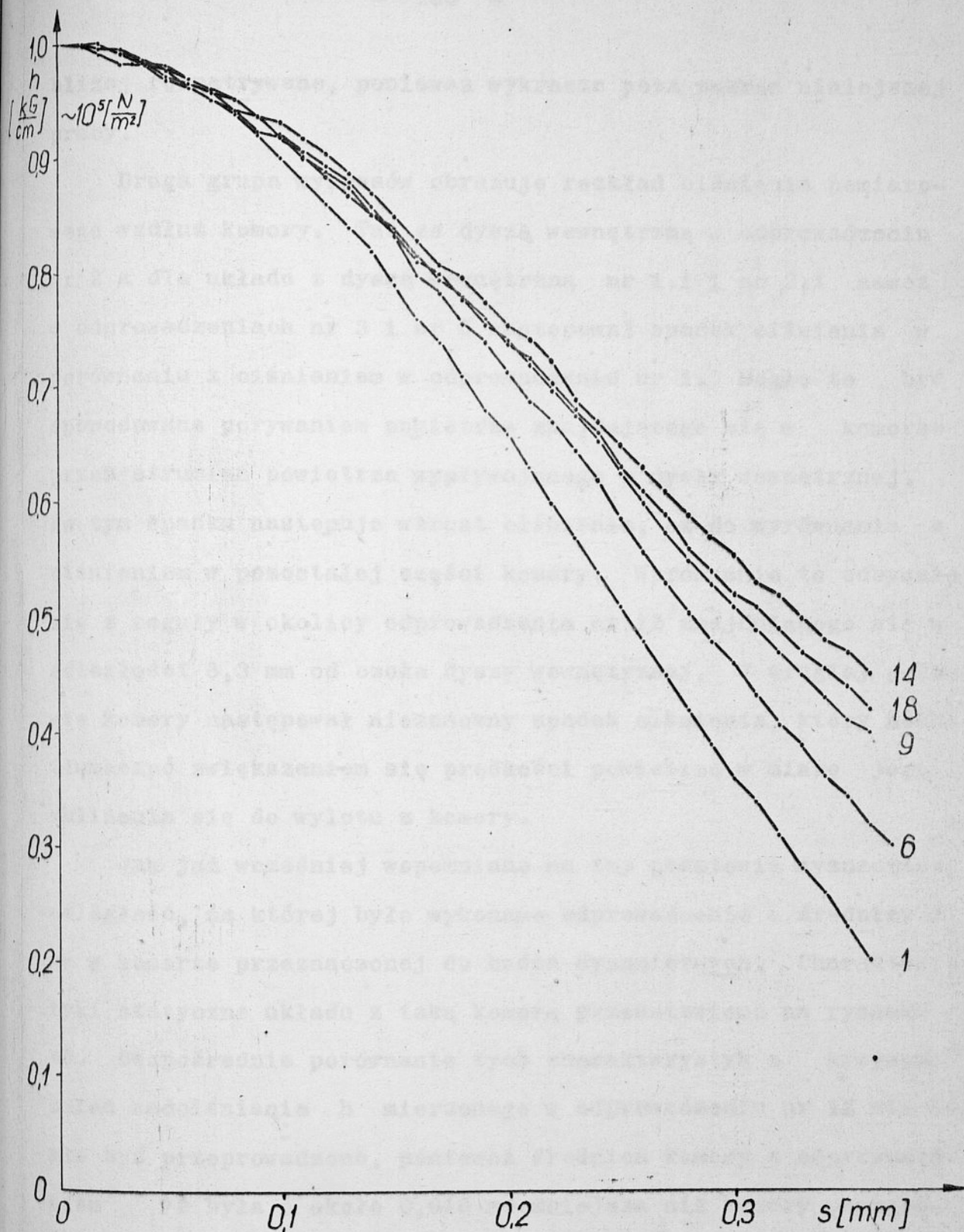
Rys.36. Zależność nadciśnienia pomiarowego h od szczeliny s w poszczególnych odprowadzeniach komory pomiarowej o średnicy $d_k = 2,055 \text{ mm}$; dysza wewnętrzna nr 2.1



Rys.37. Zależność nadciśnienia pomiarowego h od szczeliny s dla wybranych odprowadzeń komory pomiarowej o średnicy $d_k = 2,055$ mm; dysza wewnętrzna nr 3.1



Rys.38. Zależność nadciśnienia pomiarowego h od szczeliny s w wybranych odprowadzeniach komory pomiarowej o średnicy $d_k = 2,055 \text{ mm}$; dysza wewnętrzna nr 4.1

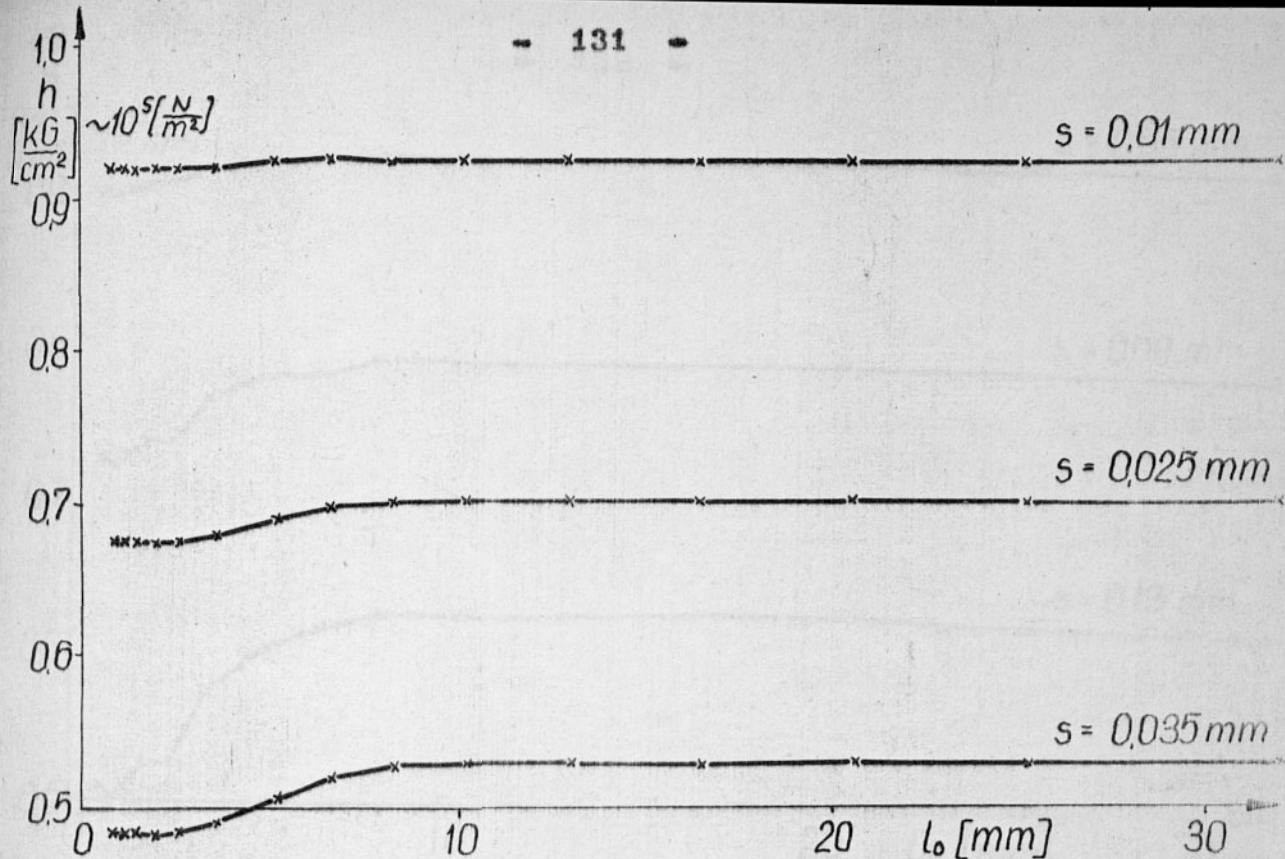


Rys.39. Zależność nadciśnienia pomiarowego h od szczeliny s w wybranych odprowadzeniach komory pomiarowej o średnicy $d_k = 2,055$ mm; dysza wewnętrzna nr 5.1

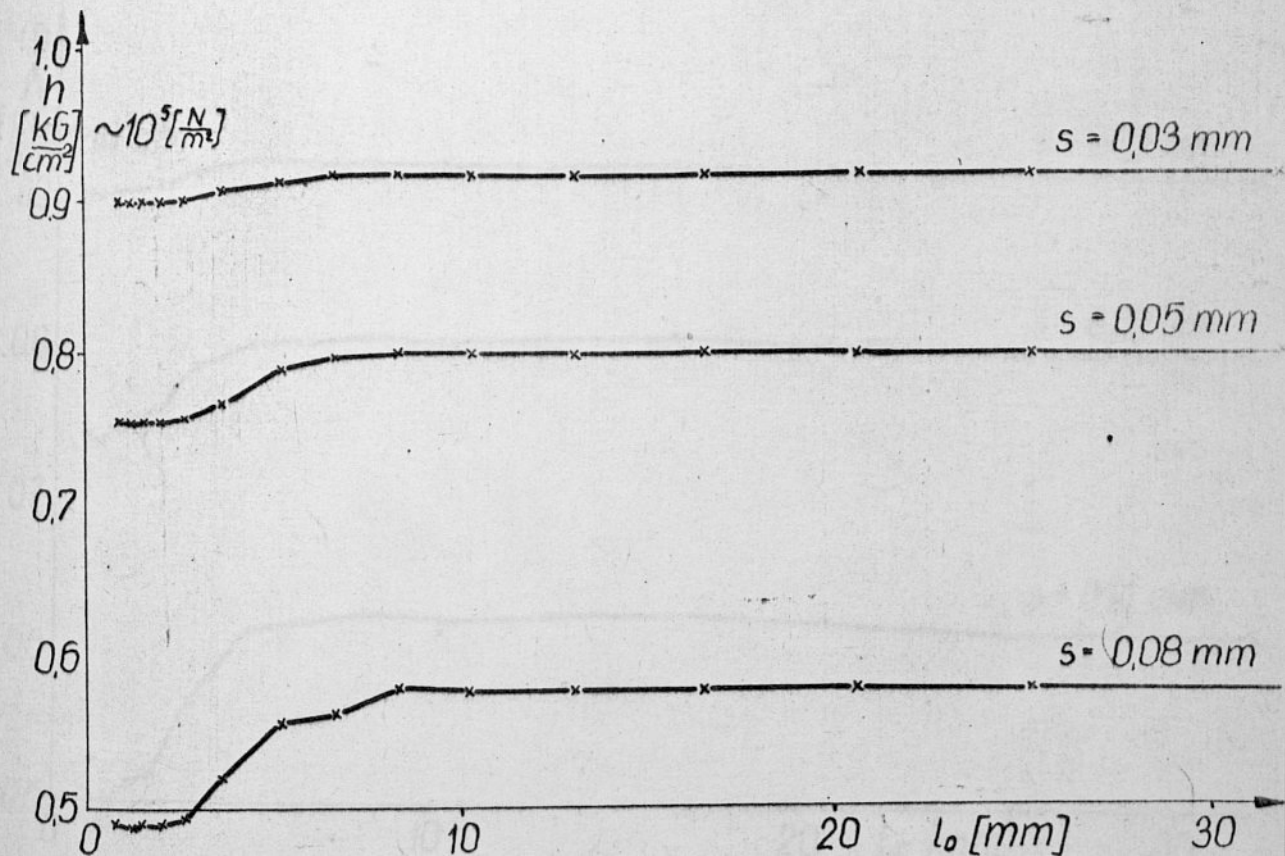
blżej rozpatrywane, ponieważ wykracza poza zakres niniejszej pracy.

Druga grupa wykresów obrazuje rozkład ciśnienia pomiarowego wzdłuż komory. Tuż za dyszą wewnętrzną w odprowadzeniu nr 2 a dla układu z dyszą wewnętrzną nr 1.1 i nr 2.1 nawet w odprowadzeniach nr 3 i nr 5 następował spadek ciśnienia w porównaniu z ciśnieniem w odprowadzeniu nr 1. Mogło to być spowodowane porywaniem powietrza znajdującego się w komorze przez strumień powietrza wypływającego z dyszy wewnętrznej. Po tym spadku następuje wzrost ciśnienia, aż do wyrównania z ciśnieniem w pozostałej części komory. Wyrównanie to odbywało się z reguły w okolicy odprowadzenia nr 12 znajdującego się w odległości 8,3 mm od czoła dyszy wewnętrznej. W drugiej połowie komory następował nieznaczny spadek ciśnienia, który można tłumaczyć zwiększaniem się prędkości powietrza w miarę jego zbliżania się do wylotu z komory.

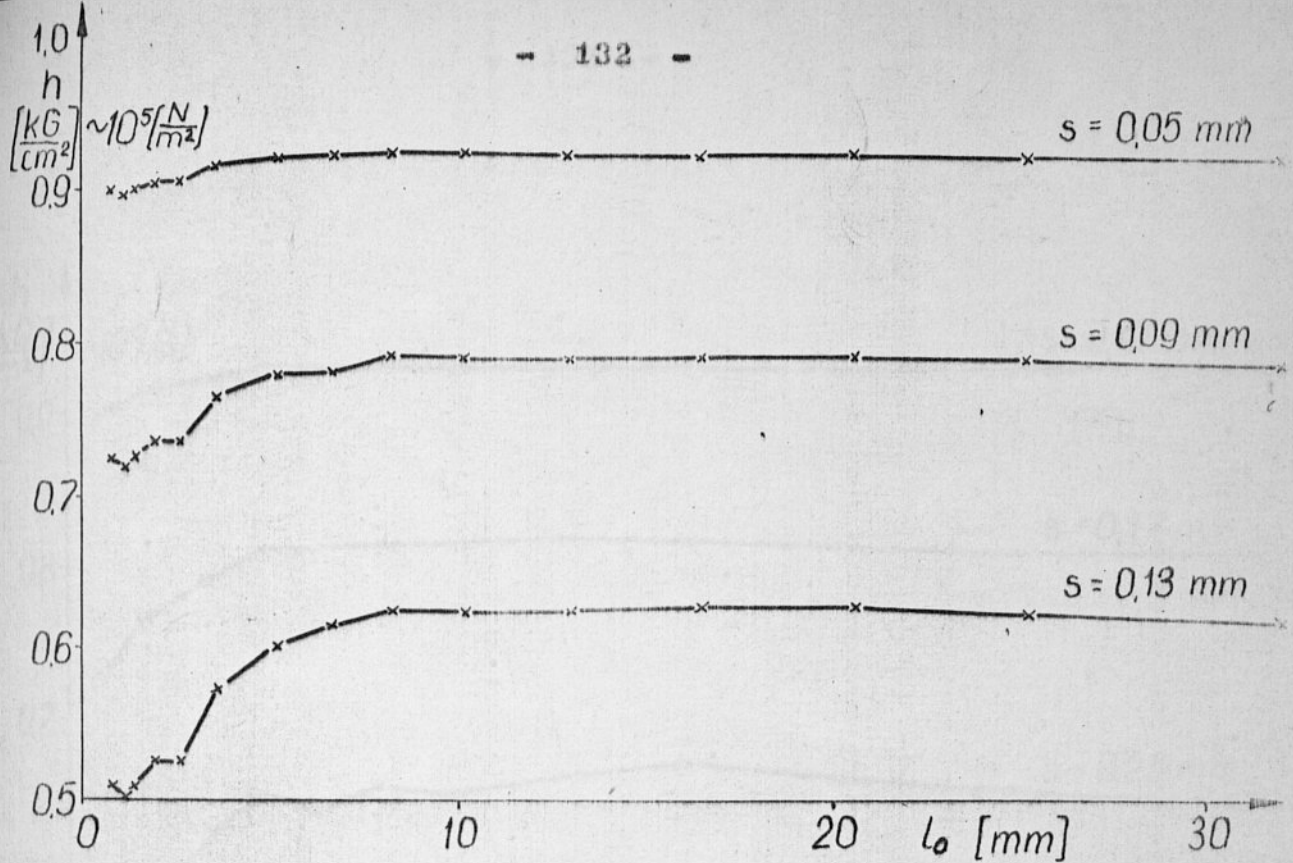
Jak już wcześniej wspomniano na tej podstawie wyznaczono odległość, na której było wykonane odprowadzenie o średnicy 2 mm w komorze przeznaczonej do badań dynamicznych. Charakterystyki statyczne układu z taką komorą przedstawiono na rysunku 45. Bezpośrednie porównanie tych charakterystyk z krzywymi zmian nadciśnienia h mierzonego w odprowadzeniu nr 12 nie mogło być przeprowadzone, ponieważ średnica komory z odprowadzeniem $\phi 2$ była o około 0,015 mm mniejsza niż komory poprzedniej. Mimo to dają się zauważyć pewne różnice w przebiegu tych krzywych. Charakterystyki układu z komorą o odprowadzeniu $\phi 2$ przebiegają w początkowej części poniżej krzywych dla komory z odprowadzeniami $\phi 0,5$, a w końcowej powyżej tych krzywych. Można to tłumaczyć wspomnianą poprzednio składową dynamiczną



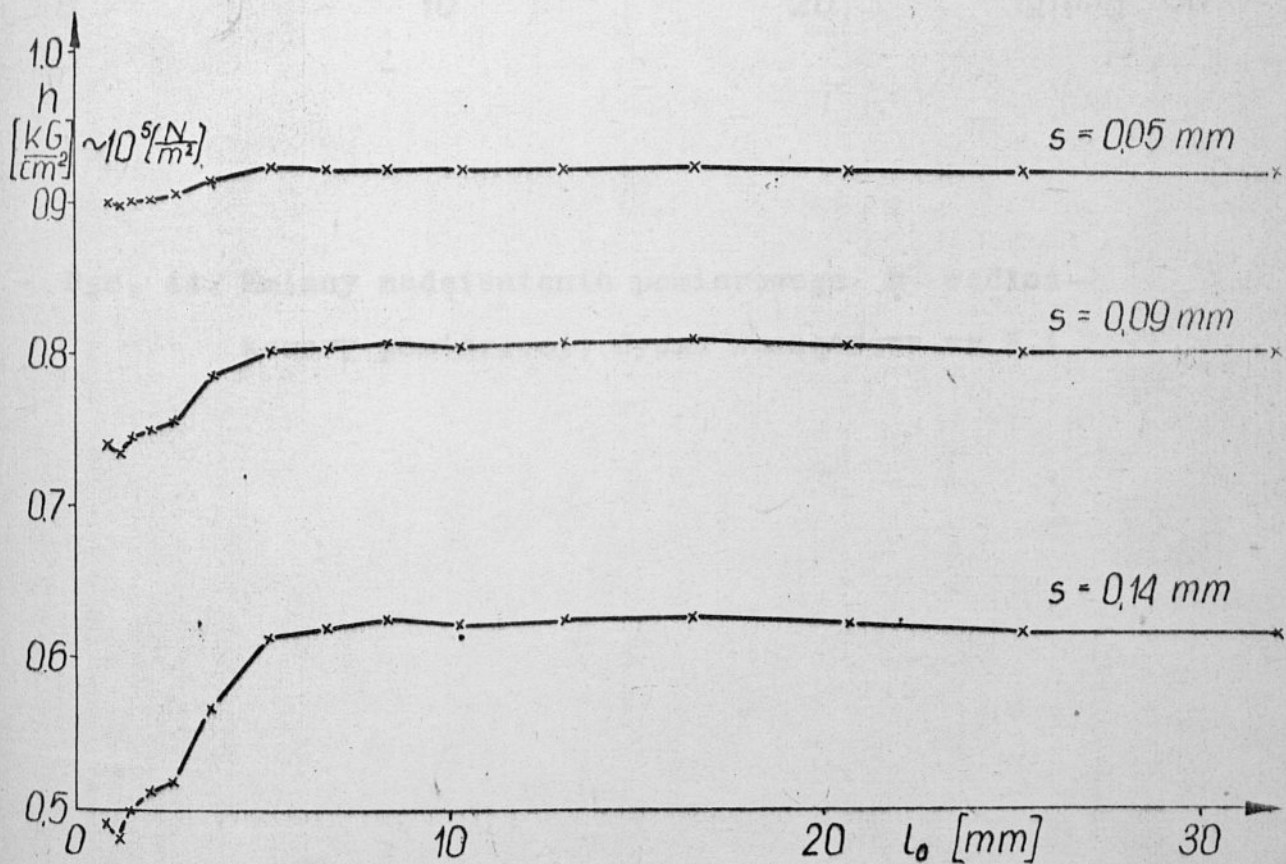
Rys.40. Zmiana nadciśnienia pomiarowego h wzdłuż komory pomiarowej; dysza wewnętrzna nr 1.1



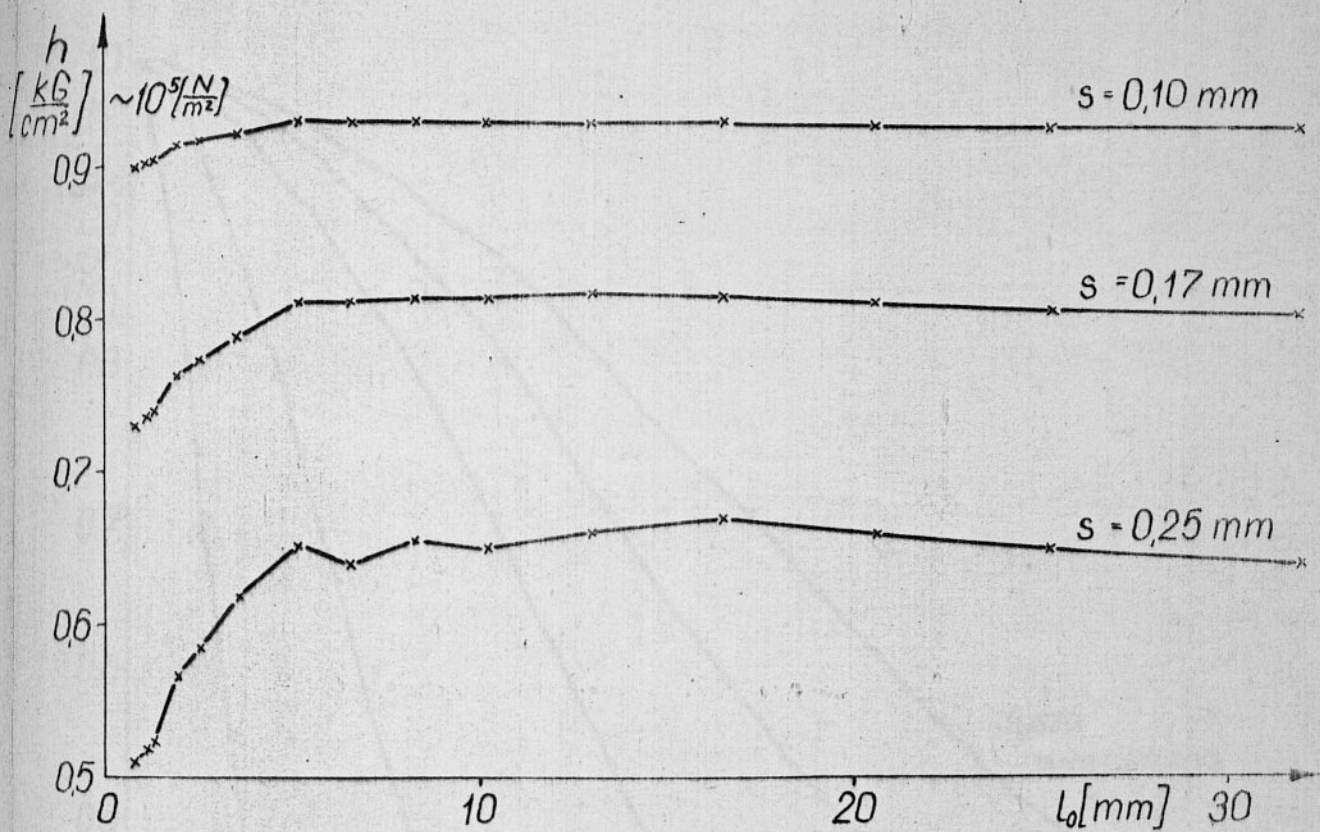
Rys.41. Zmiana nadciśnienia pomiarowego h wzdłuż komory pomiarowej; dysza wewnętrzna nr 2.1



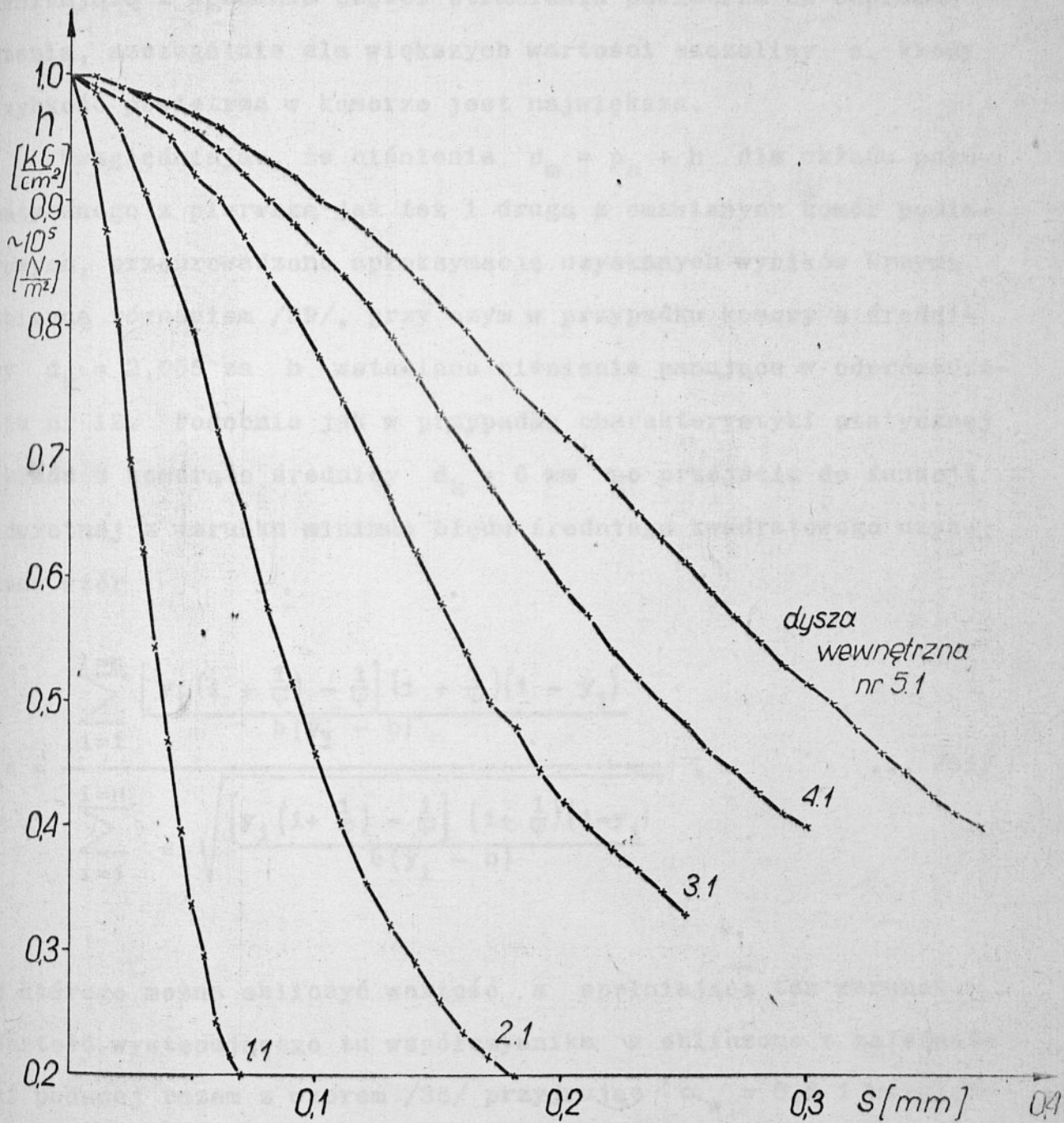
Rys.42. Zmiana nadciśnienia pomiarowego h wzdłuż komory pomiarowej; dysza wewnętrzna nr 3.1



Rys.43. Zmiana nadciśnienia pomiarowego h wzdłuż komory pomiarowej; dysza wewnętrzna nr 4.1



Rys. 44. Zmiany nadciśnienia pomiarowego h wzdłuż komory pomiarowej; dysza wewnętrzna nr 5.1



Rys. 45. Charakterystyki statyczne układu z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 2,040$ i długości $l_k = 40$ mm; odprowadzenie $\phi 2$

wynikającą z wpadania części strumienia powietrza do odprowadzenia, szczególnie dla większych wartości szczeliny s , kiedy szybkość powietrza w komorze jest największa.

Uwzględniając, że ciśnienie $p_m = p_a + h$ dla układu pneumatycznego z pierwszą jak też i drugą z omawianych komór pomiarowych, przeprowadzono aproksymację uzyskanych wyników krzywą opisaną równaniem /39/, przy czym w przypadku komory o średnicy $d_k = 2,055$ za h wstawiano ciśnienie panujące w odprowadzeniu nr 12. Podobnie jak w przypadku charakterystyki statycznej układu z komorą o średnicy $d_k = 6$ mm po przejściu do funkcji odwrotnej z warunku minimum błędu średniego kwadratowego uzyskano wzór

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{y_i \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \frac{1}{\psi}}{b(y_i - b)} \right] \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)(1 - y_i)}{\sum_{i=1}^{i=n} s_i \sqrt{\frac{\left[y_i \left(1 + \frac{1}{\psi}\right) - \frac{1}{\psi} \right] \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)(1 - y_i)}{b(y_i - b)}}}, \quad \dots /91/$$

z którego można obliczyć wartość a spełniającą ten warunek. Wartość występującego tu współczynnika ψ obliczono z zależności podanej razem z wzorem /38/ przyjmując $\alpha_w = 0,8$ i uwzględniając, że

$$\frac{f_w}{f_k} = \left(\frac{d_w}{d_k} \right)^2.$$

Wartość stosunku α_m / α_w obliczono z wzoru /85/.

Błąd pojedynczego wyniku obliczono z wzoru

$$\Delta y_1 = y_1 - \sqrt{\left[\frac{b(as_1)^2 - (1 + \frac{1}{\psi})(1 + \frac{2}{\psi})}{2(1 + \frac{1}{\psi})^2} \right]^2 + \frac{(b as_1)^2 - \frac{1}{\psi}(1 + \frac{1}{\psi})}{(1 + \frac{1}{\psi})^2} + \frac{b(as_1)^2 - (1 + \frac{1}{\psi})(1 + \frac{2}{\psi})}{2(1 + \frac{1}{\psi})^2}}, \quad \dots /92/$$

a odchylenie średnie kwadratowe pojedynczego pomiaru i wartości średniej odpowiednio z wzorów /87/ i /88/.

Tabela 16. Wyniki aproksymacji danych doświadczalnych dla komory o średnicy $d_k = 2,055$ mm równaniem /39/

Numer dyszy wewnętrznej	$a \text{ [mm}^{-1}\text{]}$	$b[-]$	$\frac{\alpha_m}{\alpha_w} [-]$	$\zeta [-]$	$\zeta_r [-]$
1.1	32,920	0,506	1,238	0,0038	0,0012
2.1	14,688	0,503	1,181	0,0041	0,0012
3.1	8,470	0,506	1,147	0,0044	0,00098
4.1	7,861	0,502	1,373	0,0084	0,0018
5.1	4,230	0,507	1,032	0,0064	0,0015

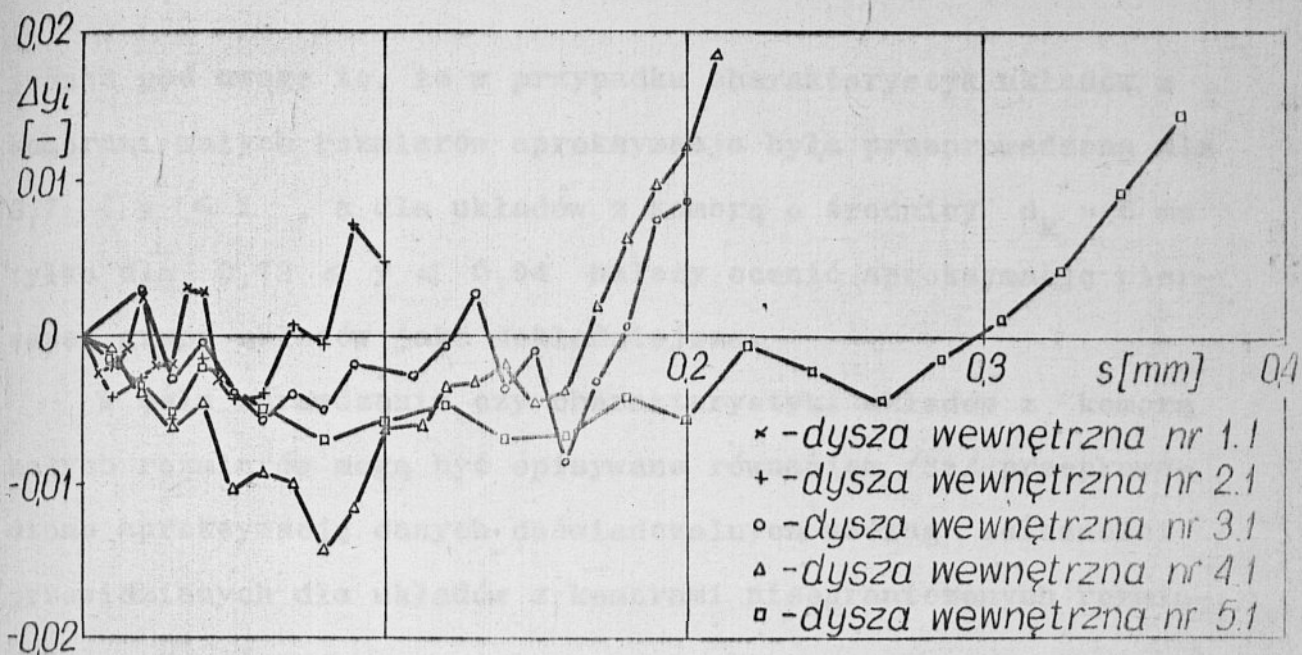
Wyniki /tabela 16 i tabela 17/ tak przeprowadzonych obliczeń wykazały, że równanie /39/ bardzo dobrze przybliża doświadczalną zależność $h = f(s)$. Zamiast graficznego porówna-

Tabela 17. Wyniki aproksymacji danych doświadczalnych dla komory o średnicy $d_k = 2,040$ mm równaniem /39/

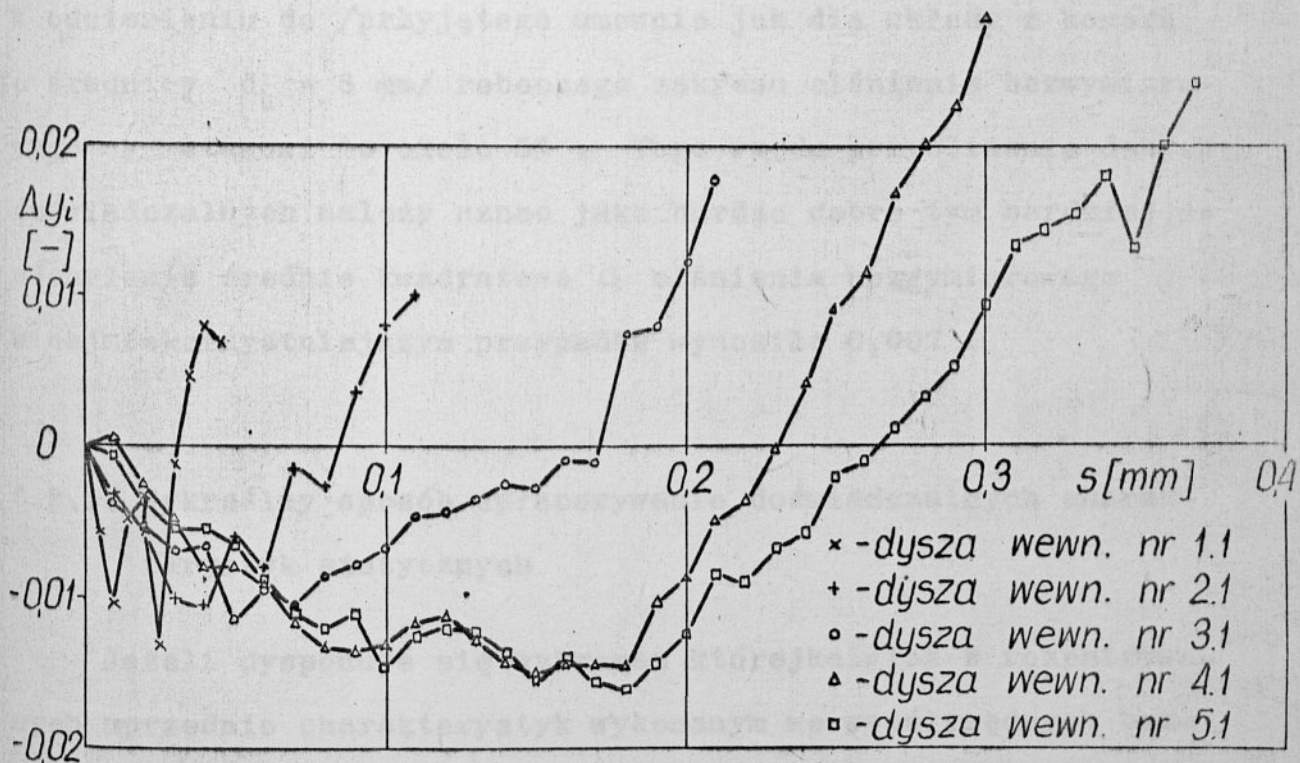
Numer dyszy wewnętrznej	$a \text{ [mm}^{-1}\text{]}$	$b \text{ [-]}$	$\frac{\alpha_m}{\alpha_w} \text{ [-]}$	$\zeta \text{ [-]}$	$\zeta_r \text{ [-]}$
1.1	33,986	0,509	1,288	0,0079	0,0025
2.1	14,177	0,509	1,148	0,0071	0,0021
3.1	7,785	0,509	1,068	0,0079	0,0017
4.1	5,678	0,509	0,999	0,013	0,0023
5.1	4,070	0,509	1,120	0,012	0,0019

nia teoretycznej charakterystyki statycznej z danymi doświadczalnymi zdecydowano się na wykonanie wykresów błędów aproksymacji. Rysunek 46 przedstawia wykres tych błędów dla układu z komorą o średnicy $d_k = 2,055$ mm, a rysunek 47 dla układu z komorą o średnicy $d_k = 2,040$ mm.

Największy błąd aproksymacji $\Delta y_{\max}$ dla pierwszej z komór nie przekracza 0,02 bezwymiarowego ciśnienia pomiarowego, co w odniesieniu do roboczego odcinka charakterystyki statycznej stanowi mniej niż 10% . Natomiast dla drugiej komory największy błąd aproksymacji dla najniekorzystniejszego przypadku /dysza wewnętrzna nr 4.1/ wynosi około 0,029, co stanowi około 13% roboczego odcinka charakterystyki. Porównując największe błędy aproksymacji układów z komorami o małych rozmiarach i układów z komorami uznanymi jako nieograniczonych rozmiarów można stwierdzić, że rozpatrywane błędy są współmierne. Biorąc



Rys.46. Błędy aproksymacji doświadczalnej charakterystyki statycznej dla układu z komorą o średnicy $d_k = 2,055 \text{ mm}$



Rys.47. Błędy aproksymacji doświadczalnej charakterystyki statycznej dla układu z komorą o średnicy $d_k = 2,040 \text{ mm}$

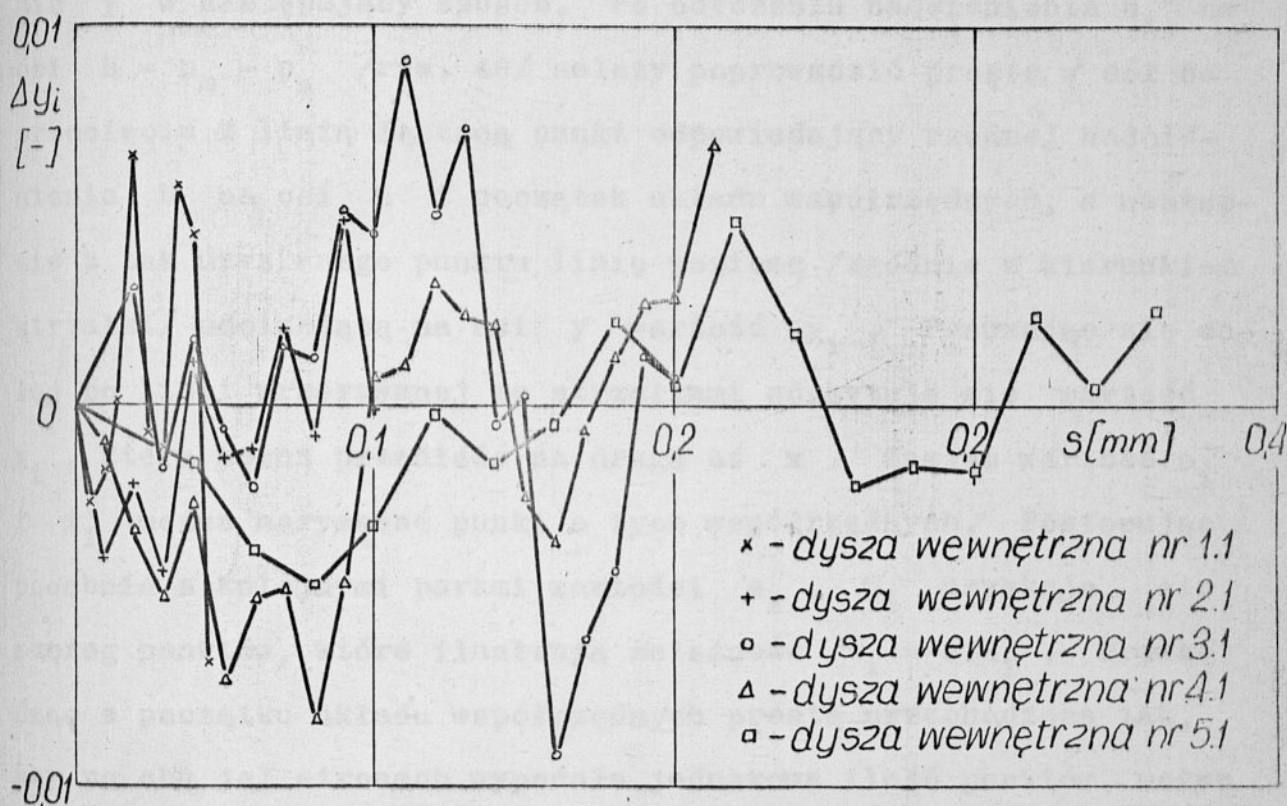
jednak pod uwagę to, że w przypadku charakterystyk układów z komorami małych rozmiarów aproksymacja była przeprowadzona dla $0,7 \leq y \leq 1$, a dla układów z komorą o średnicy $d_k = 6$ mm tylko dla $0,72 \leq y \leq 0,94$ należy ocenić aproksymację pierwszej grupy układów jako dokładniejszą.

W celu sprawdzenia czy charakterystyki układów z komorą małych rozmiarów mogą być opisywane równaniem /8a/ przeprowadzono aproksymację danych doświadczalnych według zależności przewidzianych dla układów z komorami nieograniczonych rozmiarów.

Okazało się, że błędy aproksymacji dla komory o średnicy $d_k = 2,055$ mm /rys. 48/ nie przekraczają 0,01 bezwymiarowego ciśnienia pomiarowego, a dla komory o średnicy $d_k = 2,040$ mm w nielicznych przypadkach nieznacznie przekraczają tę wartość. W odniesieniu do /przyjętego umownie jak dla układu z komorą o średnicy $d_k = 6$ mm/ roboczego zakresu ciśnienia bezwymiarowego y stanowi to około 5%. Tego rzędu przybliżenie danych doświadczalnych należy uznać jako bardzo dobre tym bardziej, że odchylenie średnie kwadratowe σ ciśnienia bezwymiarowego y w najniekorzystniejszym przypadku wynosiło 0,007.

6.2.1. Wykreślny sposób opracowywania doświadczalnych charakterystyk statycznych

Jeżeli dysponuje się wykresem którejkolwiek z rozpatrywanych uprzednio charakterystyk wykonanym we współrzędnych bezwymiarowych, wtedy dane doświadczalne mogą być opracowane metodą wykreślną, która jest wprawdzie mniej dokładna, ale nie wymaga przeprowadzania żadnych obliczeń. Na przykład, gdy dla

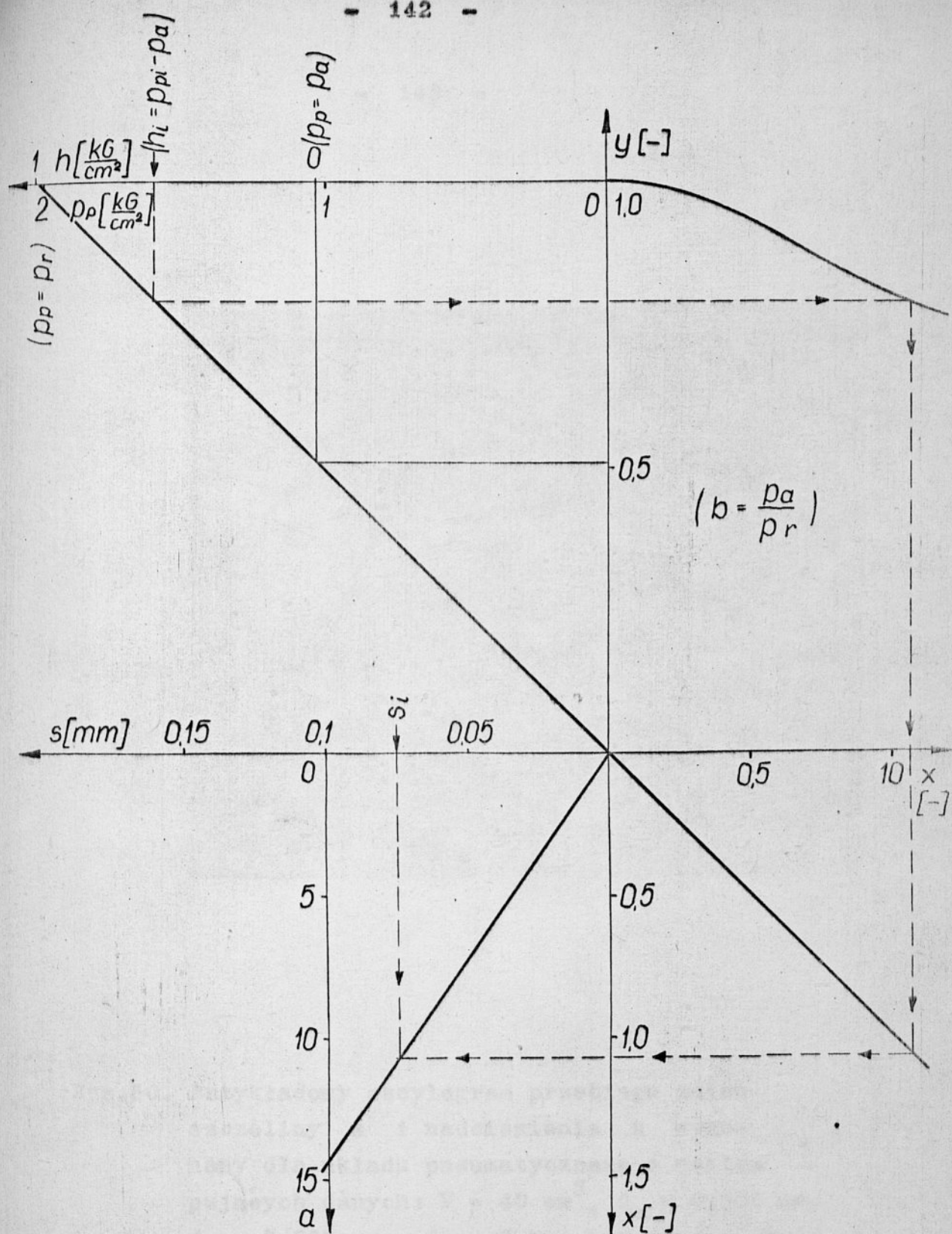


Rys. 48. Błędy aproksymacji doświadczalnej charakterystyki statycznej równaniem /8a/ dla układu z komorą o średnicy $d_k = 2,055$ mm

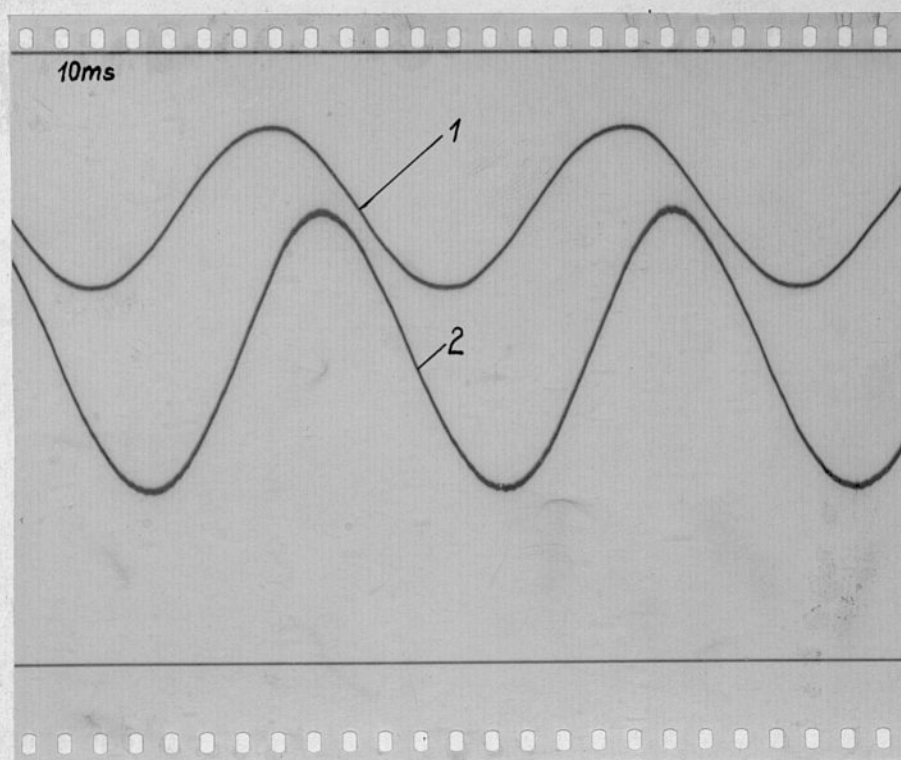
danego $b = p_a/p_r$ znany jest wykres charakterystyki statycznej $y = p_m/p_r = f(b, x)$ można mając wyniki doświadczalne w postaci par wartości s_1 , $h_1 = p_{m1} - p_a$ wyznaczyć bezwymiarowe ciśnienie y w następujący sposób. Po odłożeniu nadciśnienia h_1 na osi $h = p_m - p_a$ /rys. 49/ należy poprowadzić prostą w dół do przecięcia z linią łączącą punkt odpowiadający rzędnej nadciśnienia H na osi h i początek układu współrzędnych, a następnie z tak uzyskanego punktu linię poziomą /zgodnie z kierunkiem strzałki/ odcinającą na osi y wartość y_1 . Posuwając się dalej po linii przerywanej ze strzałkami odczytuje się wartość x_1 , którą można przenieść na drugą oś x . Znając wartość s_1 i x_1 można narysować punkt o tych współrzędnych. Postępując podobnie z kolejnymi parami wartości s_1 , h_1 uzyskuje się szereg punktów, które ilustrują zależność $x_1 = a s_1$. Prowadząc z początku układu współrzędnych prostą przechodzącą tak, aby po obu jej stronach wypadała jednakowa ilość punktów, można odczytać na osi a przybliżoną wartość a najkorzystniejszą dla danego zbioru wartości s_1 , h_1 . Sposób ten może być także wykorzystany do wyznaczania współczynnika /stałej/ dowolnej charakterystyki, jeżeli tylko dla danych warunków znany jest jej wykres we współrzędnych uogólnionych.

6.3. Charakterystyki częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą nieograniczonych rozmiarów

W wyniku pomiarów wykonanych na stanowisku do badań dynamicznych uzyskano oscylogramy /jeden z nich przedstawia rysunek 50/, na których zarejestrowane zostały przemieszczenia s przy-



rys. 49. Wykreślne wyznaczanie współczynnika a charakterystyki statycznej



Rys.50. Przykładowy oscylogram przebiegu zmian szczeliny s i nadciśnienia h wykonany dla układu pneumatycznego o następujących danych: $V = 40 \text{ cm}^3$, $d_w = 0,806 \text{ mm}$, $d_m = 2,067 \text{ mm}$, $d_k = 6 \text{ mm}$, pracującego w następujących warunkach $H = 1 \text{ kG/cm}^2$ ($\sim 10^5 \text{ N/m}^2$), $h = 0,68 \text{ kG/cm}^2$ ($\sim 0,68 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$), $p_a = 749 \text{ mm Hg}$, $h_A = 0,2 \text{ kG/cm}^2$ ($\sim 0,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$), $T = 293 \text{ K}$

słony - krzywa 1 i nadciśnienie pomiarowe h - krzywa 2. Ponadto na oscylogramach znajdują się pionowe linie podstawy czasu oraz linie poziome stanowiące układ odniesienia do pomiaru obu rejestrowanych wielkości.

Amplituda zmian wartości szczeliny s_A jak też wartość s od której odbywały się oscylacje, podobnie jak i amplituda ciśnienia h_A i ciśnienie odpowiadające ustalonej wartości szczeliny s były wyznaczone w oparciu o oscylogramy wzorcowania układu elektrycznego. Częstość kołową ω i częstotliwość zmian wymuszenia f obliczano odpowiednio z wzorów

$$\omega = 2\pi \frac{n}{t} ; \quad f = \frac{n}{t} ,$$

wyznaczając uprzednio czas t trwania $n = (1 - 3)$ okresów.

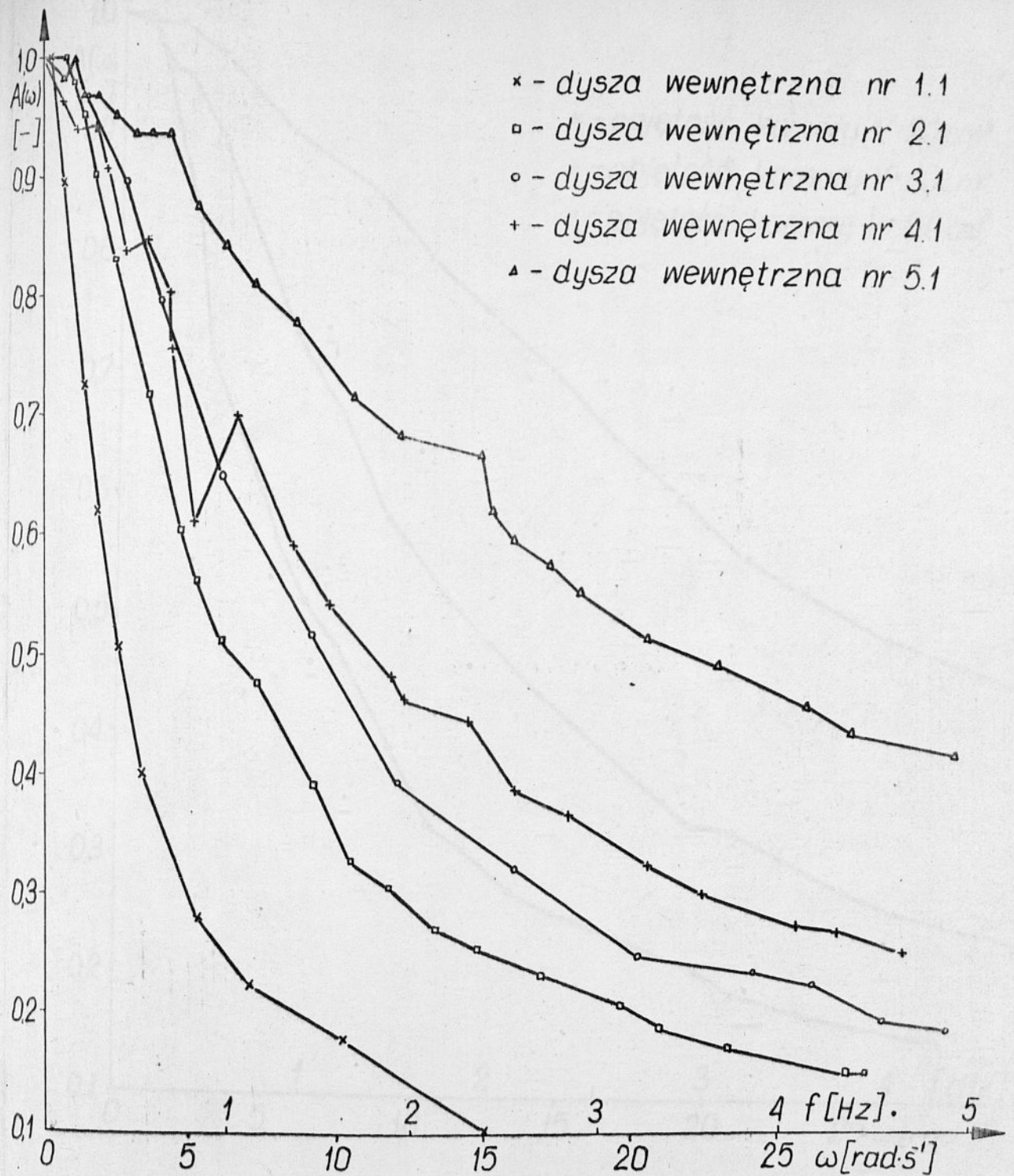
Opóźnienie fazowe odpowiedzi względem wymuszenia obliczano na podstawie wyznaczonego z oscylogramu czasu tego opóźnienia t_φ stosując wzór

$$\varphi = 2\pi \frac{n t_\varphi}{t} .$$

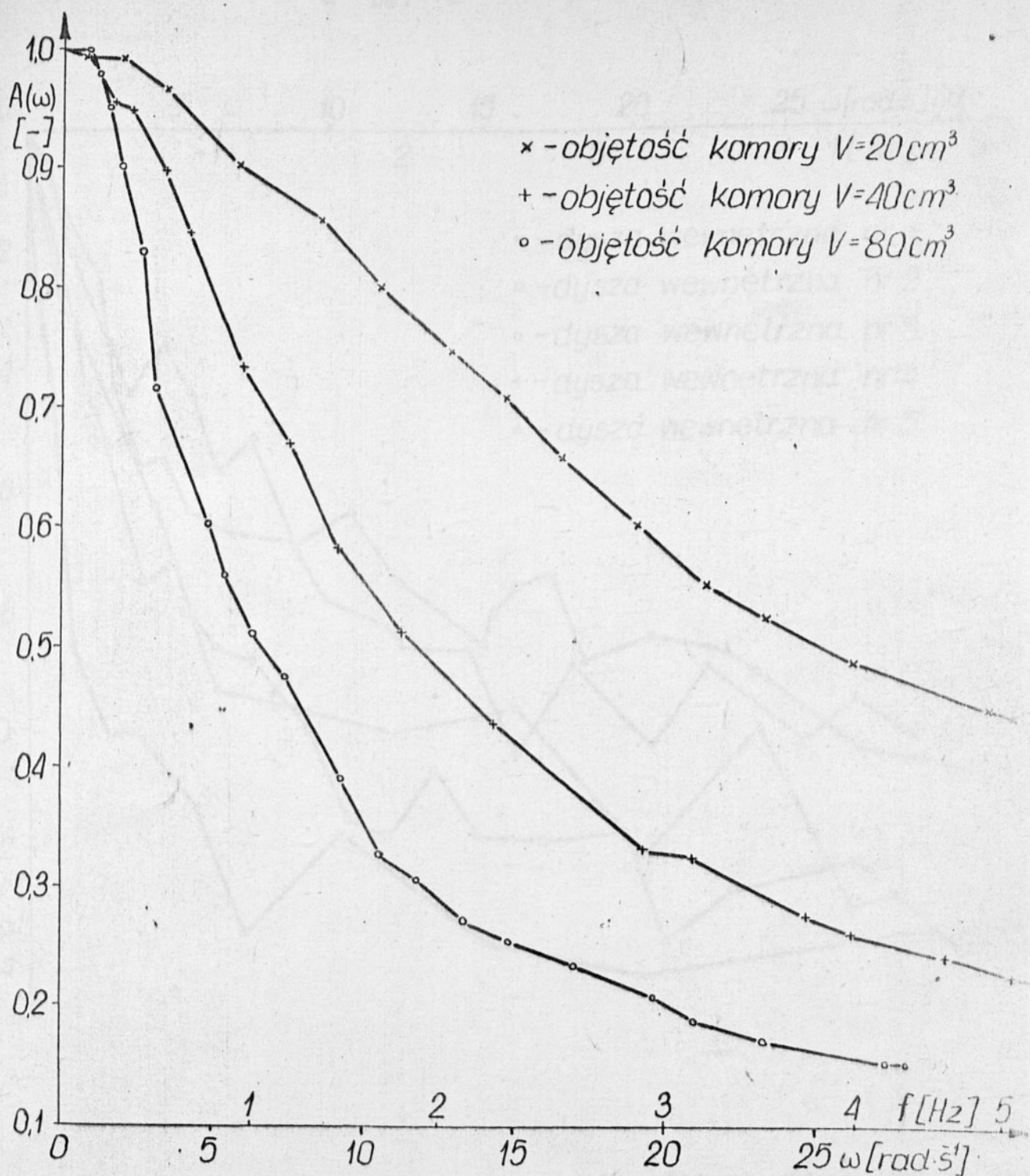
Stosunek $A(\omega)$ amplitudy ciśnienia $h(\omega)$ do ciśnienia $h(\omega=0)$ obliczano jako stosunek podwójnych amplitud zmierzonych na oscylogramie.

Na podstawie tak uzyskanych danych wykonano wykresy charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych /rys. 51 i rys.52/ i fazowo-częstotliwościowych /rys. 53 i rys. 54/. Poszczególne punkty tych charakterystyk połączone są linią łamaną.

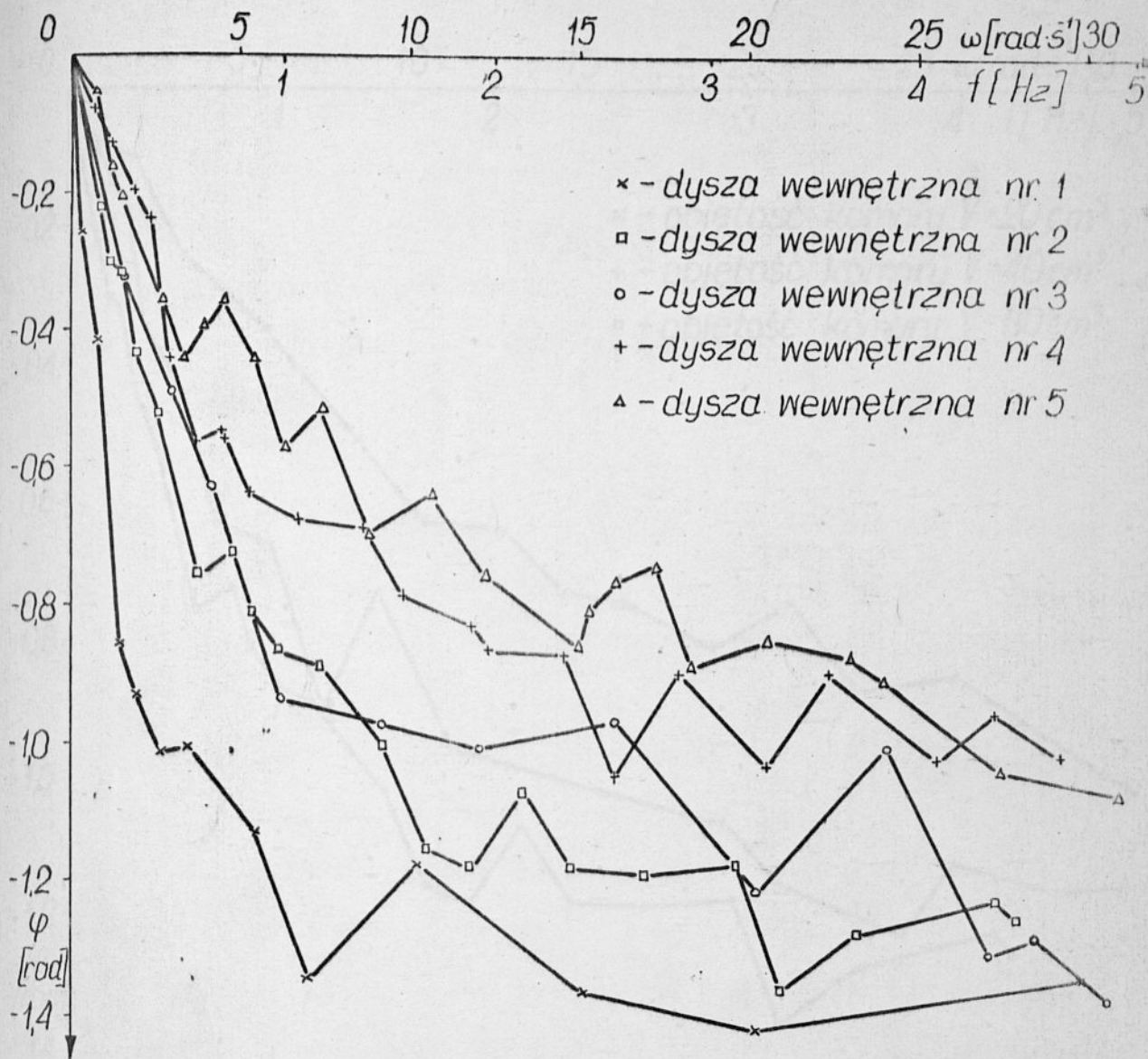
Przebieg charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych we wszystkich przypadkach jest podobny, chociaż niektóre punkty



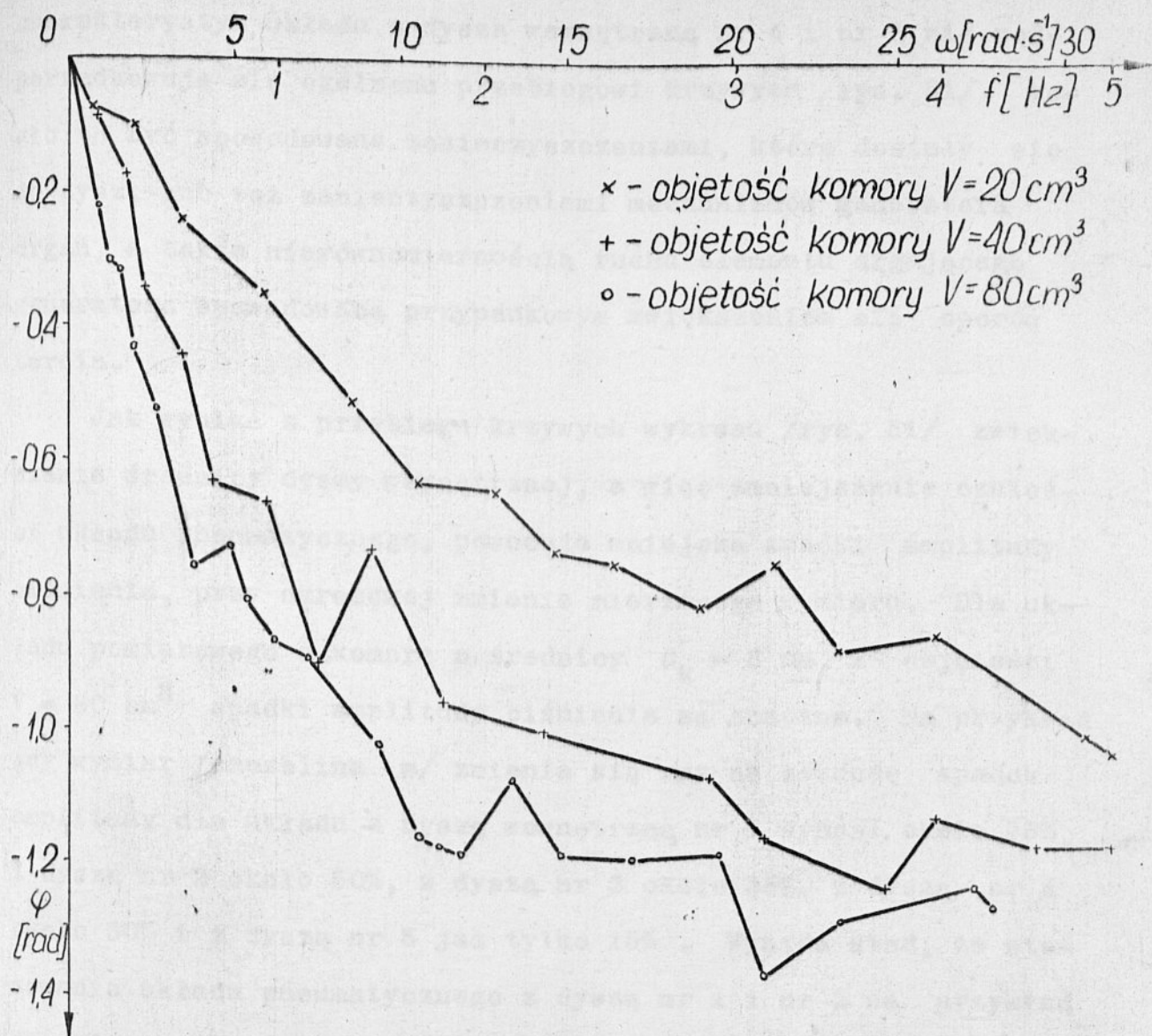
Rys.51. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą stałej objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$



Rys.52. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe
 układu pneumatycznego z dyszą wewnętrzną nr 2;
 komora o średnicy $d_k = 6\text{ mm}$



Rys.53. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą stałej objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$.



Rys.54. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu
 pneumatycznego z dyszą wewnętrzną nr 2 ;
 średnica komory $d_k = 6\text{ mm}$

charakterystyk układu z dyszą wewnętrzną nr 4 i nr 5 nie porządkowują się ogólnemu przebiegowi krzywych /rys. 51/. Mogło to być spowodowane zanieczyszczeniami, które dostały się do dysz, lub też zanieczyszczeniami mechanizmów generatora drgań, a także nierównomiernością ruchu elementu drgającego generatora spowodowaną przypadkowym zwiększeniem się oporów tarcia.

Jak wynika z przebiegu krzywych wykresu /rys. 51/ zwiększanie średnicy dyszy wewnętrznej, a więc zmniejszanie czułości układu pneumatycznego, powoduje mniejsze spadki amplitudy ciśnienia, przy okresowej zmianie mierzonego wymiaru. Dla układu pomiarowego z komorą o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$ i objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ spadki amplitudy ciśnienia są znaczne. Na przykład gdy wymiar /szczelina s / zmienia się raz na sekundę spadek amplitudy dla układu z dyszą wewnętrzną nr 1 wynosi około 75%, z dyszą nr 2 około 50%, z dyszą nr 3 około 35%, z dyszą nr 4 około 30% i z dyszą nr 5 już tylko 15%. Wynika stąd, że stosowanie układu pneumatycznego z dyszą nr 1 i nr 2 na przykład do aktywnego pomiaru odchyłek kształtu jest z praktycznego punktu widzenia niecelowe. Układ zawierający jedną z pozostałych dysz wewnętrznych zgodnie ze stwierdzeniem podanym w p. 3.2.1, mógłby być do tego celu wykorzystany pod warunkiem, że jego czułość byłaby wystarczająca.

Zmniejszanie objętości komory pomiarowej daje korzystniejszy przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej /rys. 52/. Gdy objętość komory układu na przykład z dyszą wewnętrzną nr 2 zmniejszy się o połowę, wówczas przy tym samym spadku amplitudy będzie możliwe około dwukrotne zwiększenie częstotliwości zmian szczeliny. Tak więc zmniejszenie objętości

komory tego układu z 80 cm^3 do 20 cm^3 umożliwia jego wykorzystanie przy częstotliwości dochodzącej do 4 Hz , która jest już wystarczająca do celów praktycznych.

Rozrzut punktów charakterystyk fazowo-częstotliwościowych /rys. 53 i rys. 54/ omawianego układu pneumatycznego, w stosunku do ogólnego przebiegu krzywych je obrazujących jest większy niż w przypadku charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych. Wynikło to najprawdopodobniej stąd, że główne zainteresowanie skierowano na te ostatnie, jako że ich znaczenie praktyczne jest większe. Mianowicie, aby pomiar amplitudy zmian ciśnienia odwzorowanych na oscylogramie był łatwiejszy dążono do tego, by na odcinku 200 mm było co najmniej $2 - 3$ okresów tych zmian. W rezultacie ocena czasu opóźnienia fazowego t_φ została utrudniona, a błędy tej oceny znacznie wzrosły; "rozciągnięcie" oscylogramu powoduje większe zużycie papieru i utrudnia pomiar amplitud. Tym nie mniej uzyskane wyniki pozwoliły uchwycić przebieg charakterystyk fazowo-częstotliwościowych.

Jak wynika z przebiegu krzywych wykresu /rys. 53/ dla $f = 5 \text{ Hz}$ opóźnienie fazowe jest znaczne i wynosi od około 1 rad do $1,4 \text{ rad}$, to znaczy od około 60° do 80° , przy czym większe jego wartości odnoszą się do układu z dyszami wewnętrznymi o mniejszej średnicy.

Zmniejszenie objętości komory pomiarowej powoduje także zmniejszenie opóźnienia fazowego; do tego stopnia, że na przykład przebieg charakterystyki fazowo-częstotliwościowej układu z dyszą wewnętrzną nr 2 przy objętości komory $V = 20 \text{ cm}^3$ /rys. 54/ jest w przybliżeniu taki sam jak charakterystyki układu z dyszą wewnętrzną nr 5 przy objętości komory $V = 80 \text{ cm}^3$.

Ponieważ poszczególne punkty obu charakterystyk częstotliwościowych, a głównie charakterystyki fazowo-częstotliwościowej, odbiegają od ogólnego ich przebiegu, uzyskane wyniki aproksymowano zależnością /65/ i /66/.

Dla charakterystyki $A(\omega)$ z warunku minimum błędu średniego kwadratowego wyznaczono następującą zależność na obliczenie stałej czasowej

$$T_p = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1 - A^2(\omega)_i}{A^2(\omega)_i}}{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_i \frac{\sqrt{1 - A^2(\omega)_i}}{A(\omega)_i}}, \quad \dots /93/$$

gdzie: ω_i i $A(\omega)_i$ - wyznaczone uprzednio wartości doświadczalne.

Błąd pojedynczego stosunku amplitud $A(\omega)$ obliczono z wzoru

$$\Delta A(\omega)_i = A(\omega)_i - \frac{1}{\sqrt{1 + (T_p \omega_i)^2}} \quad \dots /94/$$

Odchylenie średnie kwadratowe pojedynczej wartości $A(\omega)$ i wartości średniej obliczono odpowiednio z wzoru /87/ i /88/, wstawiając za Δy_i wartość $\Delta A(\omega)_i$.

Dla charakterystyki $\varphi(\omega)$ wyznaczona z wymienionego już warunku zależność na obliczenie stałej czasowej ma postać

$$T_p = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \text{tg}^2 \varphi(\omega)_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_i \text{tg} \varphi(\omega)_i}, \quad \dots /95/$$

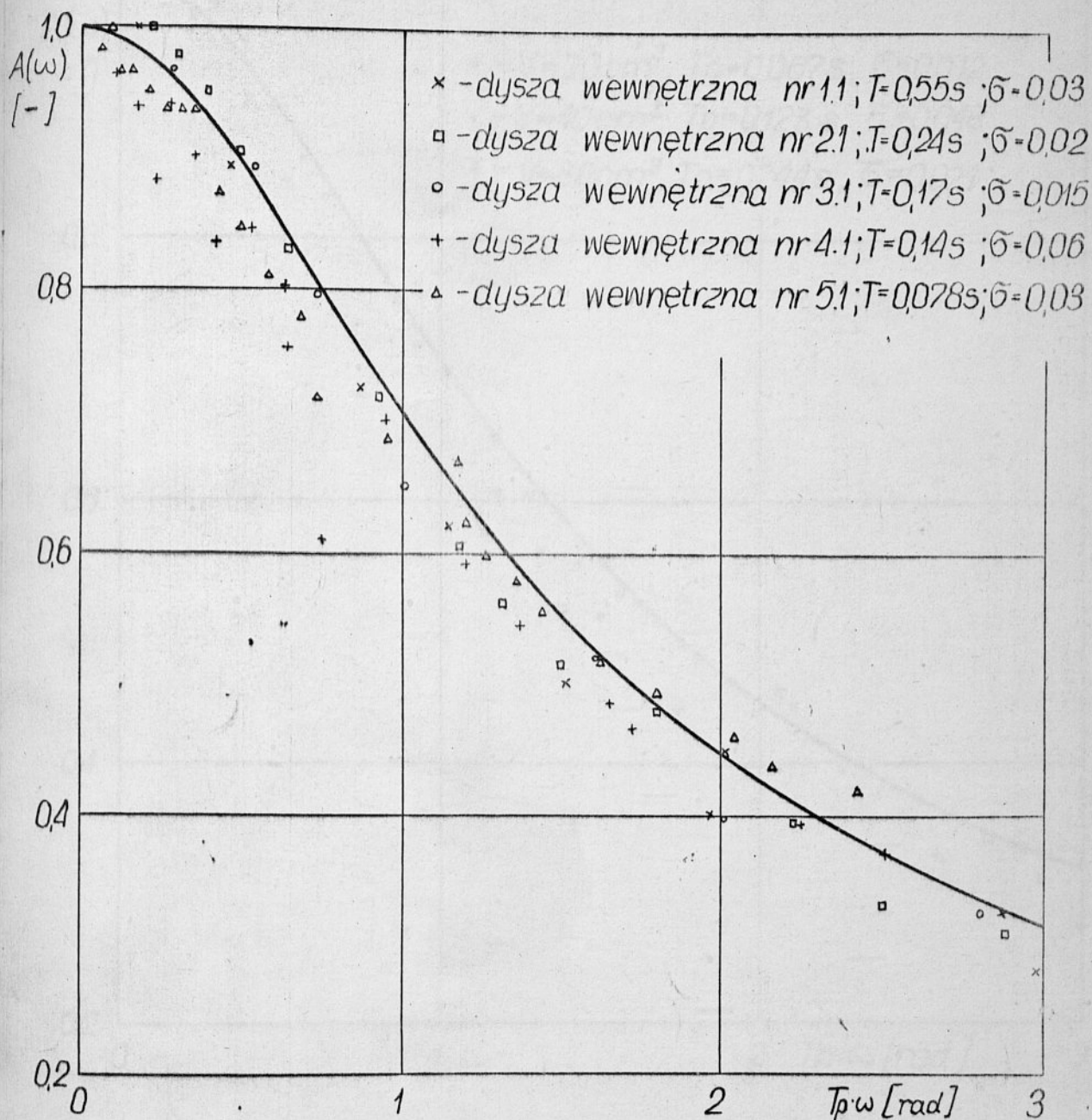
gdzie: ω_1 i $\varphi(\omega)_1$ - wartości doświadczalne.

Błąd pojedynczego wyniku $\varphi(\omega)_1$ wynosi

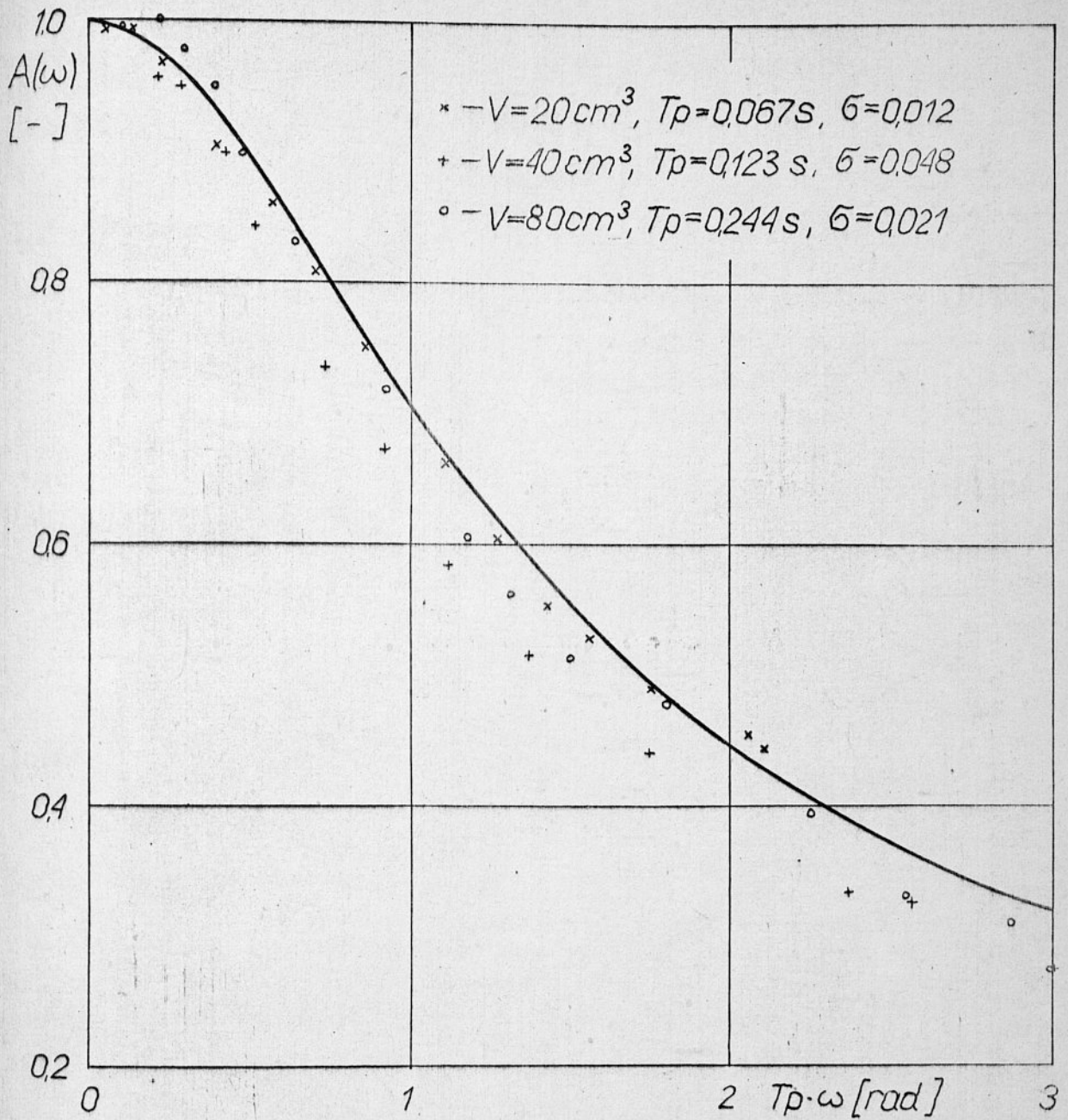
$$\Delta\varphi(\omega)_1 = \varphi(\omega)_1 + \arctg T_p \omega_1 \quad \dots /96/$$

Podobnie jak poprzednio wartości G i G_r obliczono odpowiednio z wzoru /87/ i /88/ wstawiając za Δy_1 wartość $\Delta\varphi(\omega)_1$.

Na podstawie otrzymanych w ten sposób wyników wykonano wykresy /rys. 55/ i /rys. 56/ przedstawiające punkty doświadczalne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu z komorą o średnicy $d_k = 6$ mm na tle krzywej $A(\omega) = f(T_p \omega)$. Z położenia punktów wykresu /rys. 55/ wynika, że są one tym więcej oddalone od krzywej je aproksymującej, im większa była średnica otworu dyszy wewnętrznej. Przy czym dla $T_p \omega \leq 1,6$ punkty te układają się przeważnie pod krzywą, a dla większych wartości tego iloczynu nad krzywą. Może to być tłumaczone tym, że w środkowej części charakterystyki statycznej jej przebieg jest najbardziej stromy, a więc i zmiany ciśnienia pomiarowego zachodzą wtedy szybciej, w związku z czym zmniejszanie amplitudy ciśnienia jest mniejsze. Ponieważ punkt, względem którego odbywały się sinusoidalne wahania szczeliny, znajdował się w przybliżeniu w obszarze największej czułości układu, to uzasadnienie wydaje się być poprawne. Ponadto we wzorze /52b/ na stałą czasową występuje stosunek efektywnych przekrojów wypływu x , którego wartość - jak to stwierdzono przy omawianiu charakterystyki statycznej - jest zależna w głównej mierze od zmiennego współczynnika wypływu α_m zespołu dysza pomiarowa - przysłona. Można więc spodziewać się, że skrócenie aproksymowanego odcinka charakterystyki zmniejszy błędy aproksymacji. Wyniki ponownego



Rys.55. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$ i objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ wykonane we współrzędnych uogólnionych



Rys.56. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z dyszą wewnętrzną nr 2 wykonane we współrzędnych uogólnionych

opracowania danych doświadczalnych odnoszących się do charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej omawianego układu, po skróceniu aproksymowanego odcinka do zakresu odpowiadającego prostoliniowej zależności $A(\omega) = f(\omega)$ z błędem równym 3%, zawiera tabela 18.

Tabela 18. Stała czasowa, błąd największy, odchylenie średnie pojedynczego wyniku i wartości średniej, wyznaczone dla warunku $A(\omega) \geq 0,5$

Numer dyszy wewnętrznej	T_p [s]	$ \Delta A(\omega)_{\max} $ [-]	ζ [-]	ζ_r [-]
1	0,616	0,019	0,010	0,004
2	0,266	0,028	0,019	0,006
3	0,179	0,018	0,013	0,006
4	0,178	0,076	0,053	0,015
5	0,084	0,049	0,025	0,006

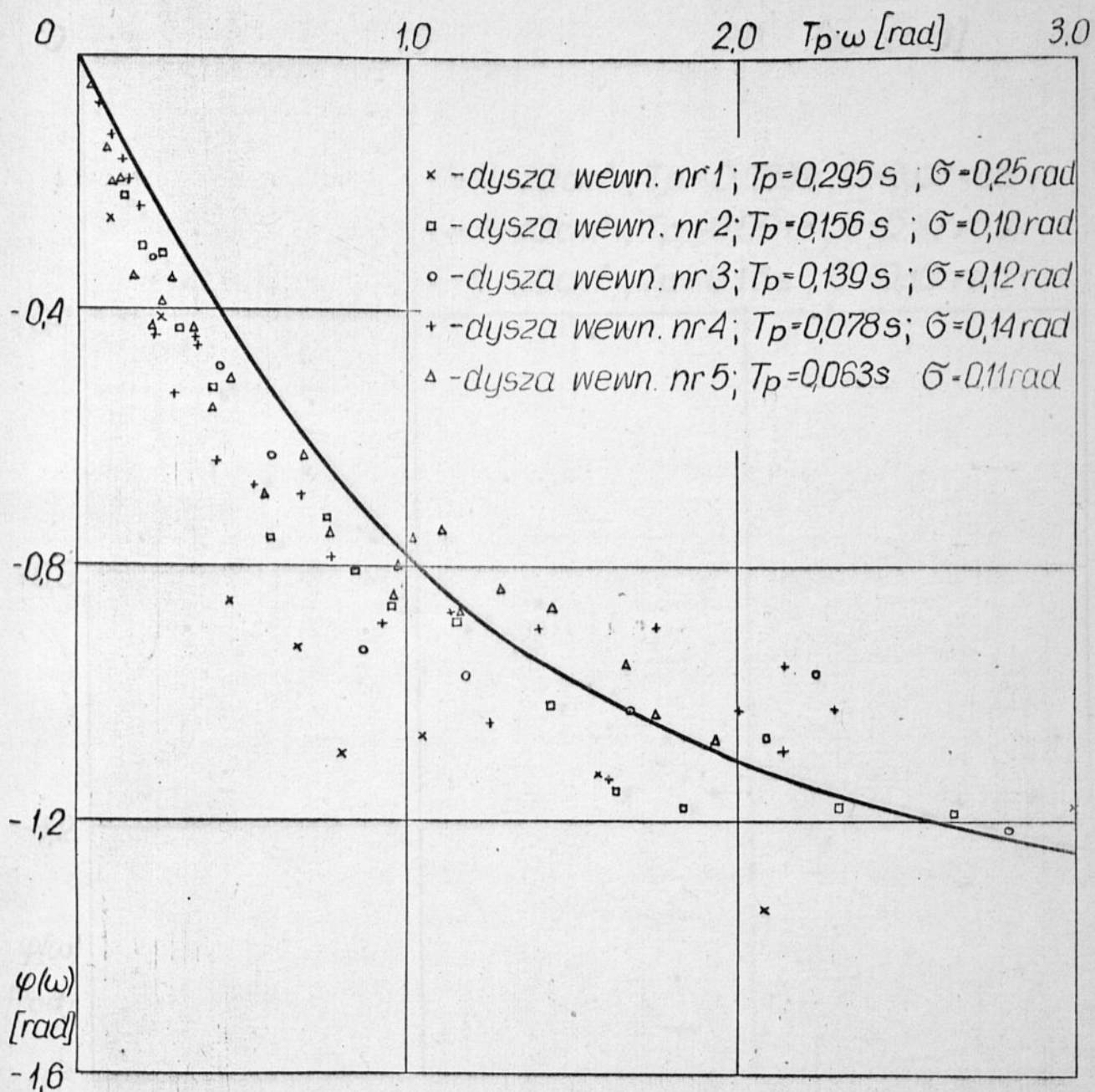
Z porównania danych tej tabeli oraz wykresu /rys. 55/ wynika, że skrócenie aproksymowanego odcinka charakterystyki pozwala niemal we wszystkich przypadkach na około dwukrotne zmniejszenie największego błędu pojedynczej wartości $A(\omega)$ i nieznaczne zmniejszenie odchylenia średniego, przy jednoczesnym wzroście wartości stałej czasowej o około 10% dla układu z dyszami wewnętrznymi nr 1 i nr 2, 2% z dyszą nr 3, 28% z dyszą nr 4 i 8% z dyszą nr 5. Nadmierny wzrost stałej czasowej układu z

dyszą wewnętrzną nr 4 wynika z nieregularnego przebiegu początkowego odcinka charakterystyki $A(\omega)$ /rys. 51/ tego układu. Podobny rezultat dało skrócenie odcinka aproksymacji w odniesieniu do charakterystyk przedstawionych na rysunku 52.

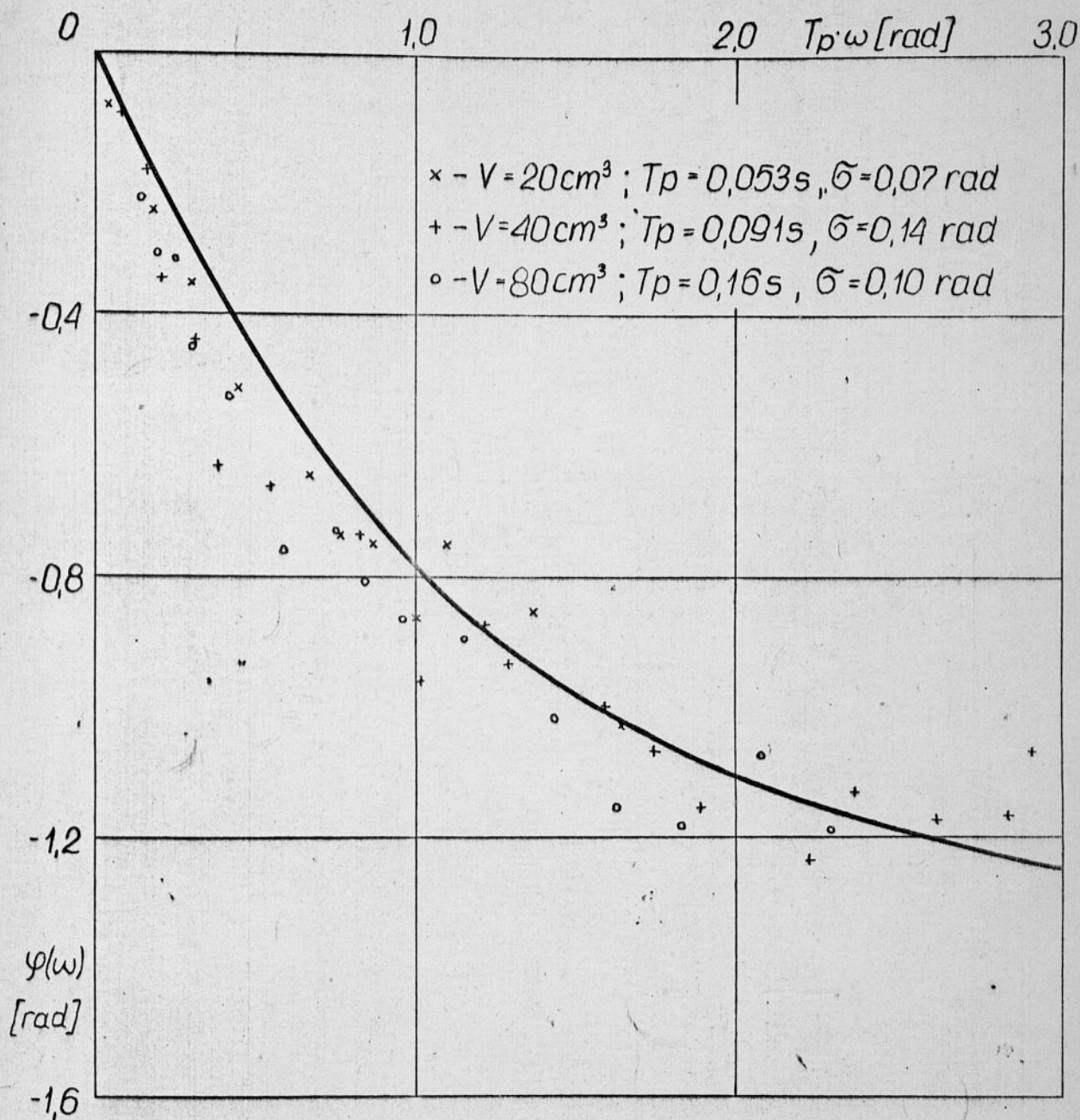
Wracając do wykresów charakterystyk $A(\omega)$ /rys. 55/ i /rys. 56/ należy wyjaśnić, że układanie się większości punktów poniżej krzywej aproksymacji jest wynikiem ograniczenia tych wykresów do odciętych o wartościach od 0 do 3, a nie nieprawidłowości samej aproksymacji.

Na podstawie wyników matematycznego opracowania danych doświadczalnych opisujących charakterystyki fazowo-częstotliwościowe, wykonano ich wykresy /rys. 57 i rys. 58/ we współrzędnych uogólnionych. Dla $T_p \omega \leq 1,1$ punkty obu wykresów układają się pod krzywą aproksymacji, a dalej po obu jej stronach. Takie układanie się punktów doświadczalnych mogło być spowodowane błędami pomiaru czasu opóźnienia fazowego szczególnie dla małych jego wartości oraz w odniesieniu do układów z dyszami wewnętrznymi o małej średnicy, a także układów z komorami o małej objętości, umieszczaniem na tych wykresach jedynie punktów doświadczalnych o odciętych z zakresu $0 \leq T_p \cdot \omega \leq 3$.

Skrócenie aproksymowanego odcinka omawianej charakterystyki do zakresu częstotliwości odpowiadających spadkowi amplitudy o 50% /tam gdzie te spadki były większe/ spowodowało w każdym przypadku zwiększenie stałej czasowej /tabela 19 i tabela 20/ oraz zmniejszenie odchylenia średniego i błędów aproksymacji. Potwierdza to więc przypuszczenie, że w miarę zmniejszenia się czasu opóźnienia fazowego, pomiary były coraz mniej dokładne z tendencją do zmniejszania jego wartości.



Rys.57. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$ i objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ wykonane we współrzędnych uogólnionych



Rys.58. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z dyszą wewnętrzną nr 2 wykonane we współrzędnych uogólnionych

Tabela 19. Stałe czasowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 6$ mm i objętości $V = 80$ cm³, dla różnych dysz wewnętrznych

Numer dyszy wewnętrznej	$T_{p_{f_w}}$ [s]	$T_{p_{F_w}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ [s]	$T_{p_{\varphi(\omega)}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ $A(\omega) > 0,5$ [s]	$T_{p_{\varphi(\omega)}}$ $A(\omega) > 0,5$ [s]
1	0,55	0,68	0,56	0,29	0,62	0,69
2	0,25	0,31	0,24	0,16	0,27	0,20
3	0,15	0,18	0,18	0,14	0,18	0,18
4	0,12	0,13	0,14	0,08	0,18	0,12
5	0,075	0,094	0,078	0,063	0,084	0,070

Tabela 20. Stałe czasowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 6$ mm, zawierającego dyszę wewnętrzną nr 2, dla różnych objętości komory

V [cm ³]	$T_{p_{f_w}}$ [s]	$T_{p_{F_w}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ [s]	$T_{p_{\varphi(\omega)}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ $A(\omega) > 0,5$ [s]	$T_{p_{\varphi(\omega)}}$ $A(\omega) > 0,5$ [s]
20	0,064	0,080	0,067	0,053	0,069	0,056
40	0,13	0,16	0,12	0,09	0,15	0,13
80	0,25	0,31	0,24	0,16	0,27	0,20

W celu porównania stałej czasowej wyznaczonej na podstawie doświadczalnych charakterystyk częstotliwościowych ze stałą czasową teoretyczną, wyznaczono jej wartość z wzoru /52b/ dla parametrów, w których pracowały badane układy. Przedtem wzór ten zapisano w wygodniejszej do obliczeń postaci

$$T_p = \frac{V}{F_w \sqrt{\frac{gRT}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2y-1}{y(1-y)}} + \sqrt{\frac{bx}{b(y-b)}}} \quad \dots /52c/$$

Przy obliczaniu T_p pominięto zmiany objętości V wynikające z odkształceń przewodów tworzących komorę, a za pole przekroju dyszy wewnętrznej wstawiano najpierw pole przekroju geometrycznego f_w , a następnie pole przekroju efektywnego F_w przyjmując $\alpha_w = 0,8$. Wyniki tych obliczeń zawierają pierwsze dwie kolumny tabeli 19 i tabeli 20. Następne kolumny tych tabel zawierają doświadczalne wartości stałej czasowej wyznaczone na podstawie charakterystyk częstotliwościowych w całym badanym zakresie spadków, amplitudy oraz dla spadków mniejszych niż 50%.

Z porównania danych zawartych w tych tabelach wynika, że stała czasowa wyznaczona na drodze teoretycznej przy założeniu przekroju f_w osiąga wartości zbliżone do wartości doświadczalnych wyznaczonych na podstawie charakterystyki $A(\omega)$ dla całego badanego zakresu częstotliwości /trzecia kolumna tabel/. Różnica tych stałych czasowych dla $V = 80 \text{ cm}^3$ i dyszy wewnętrznej nr 3 i nr 4 wynosi odpowiednio 20% i 17%, dla $V = 40 \text{ cm}^3$ i dyszy wewnętrznej nr 2 - 8%, a w pozostałych przypadkach jest nie większa niż 4%.

W odniesieniu do stałej czasowej wyznaczonej z przyjęciem efektywnej powierzchni przekroju różnice te są większe i wynoszą od 0 do 25% .

Korzystniej wypada porównanie stałej czasowej obliczonej przy założeniu powierzchni przekroju efektywnego ze stałą czasową wyznaczoną dla skróconego odcinka charakterystyki $A(\omega)$. Różnice stałych czasowych nie przekraczają teraz 14% z wyjątkiem układu pneumatycznego z dyszą wewnętrzną nr 4, dla $V = 80 \text{ cm}^3$, którego charakterystyka $A(\omega)$ w początkowym jej odcinku jest nieregularna /rys. 51/.

Mniej korzystnie wypada porównanie stałych czasowych wyznaczonych na podstawie charakterystyk $\varphi(\omega)$ ze stałymi teoretycznymi. Skrócenie aproksymowanego odcinka tej charakterystyki i w tym przypadku daje lepsze przybliżenie do wartości teoretycznych.

Tak znaczne rozbieżności stałych czasowych wyznaczonych na podstawie charakterystyk fazowo-częstotliwościowych można tłumaczyć wspomnianą już małą dokładnością pomiaru czasu opóźnienia fazowego.

Podsumowując można stwierdzić, że stosowanie wzoru przybliżonego /52b/ na wyznaczanie stałej czasowej układu z komorą o średnicy $d_k = 6,0 \text{ mm}$ w przebadanym zakresie parametrów tego układu, jak i zakresie parametrów jego pracy, daje z praktycznego punktu widzenia zadowalające przybliżenie. Przy czym do opisu charakterystyki $A(\omega)$ dla spadków amplitudy większych niż 50% korzystniej jest brać pod uwagę pole przekroju geometrycznego dyszy wewnętrznej, a dla spadków mniejszych pole przekroju efektywnego.

W celu doświadczalnego sprawdzenia poprawności rozważań dotyczących linearyzacji charakterystyki $A(\omega)$ dane doświadczał-
ne ją opisujące aproksymowano prostą. Brano przy tym pod uwagę
punkty, których rzędne spełniały warunek $0,504 \leq A \leq 0,997$,
co odpowiada błędowi dopuszczalnemu $\delta = 3\%$ /tabela 14/. War-
tość stałej czasowej potrzebnej do przejścia na współrzędne uo-
gólnione odnosiła się do zakresu $0,5 \leq A(\omega) \leq 1$.

Tabela 21. Współczynniki równania kierunkowego prostej zastępu-
jącej doświadczałną charakterystykę $A(\omega)$ oraz odchy-
lenie średnie kwadratowe dla układu z komorą o obję-
tości $V = 80 \text{ cm}^3$

Numer dyszy wewnętrznej	m [-]	l [-]	σ [-]
1.1	-0,3307	1,0526	0,013
2.1	-0,3655	1,0927	0,012
3.1	-0,3376	1,0609	0,022
4.1	-0,2675	0,9931	0,044
5.1	-0,2987	1,0148	0,018

Porównując wyniki aproksymacji /tabela 21 i tabela 22/ z
danymi tabeli 14 można stwierdzić wystarczająco dobre przybli-
żenie wartości doświadczalnych linią prostą, ponieważ nawet
dla charakterystyki $A(\omega)$ układu z dyszą wewnętrzną nr 4.1
/której przebieg był najbardziej nieregularny - rys. 51/ przy

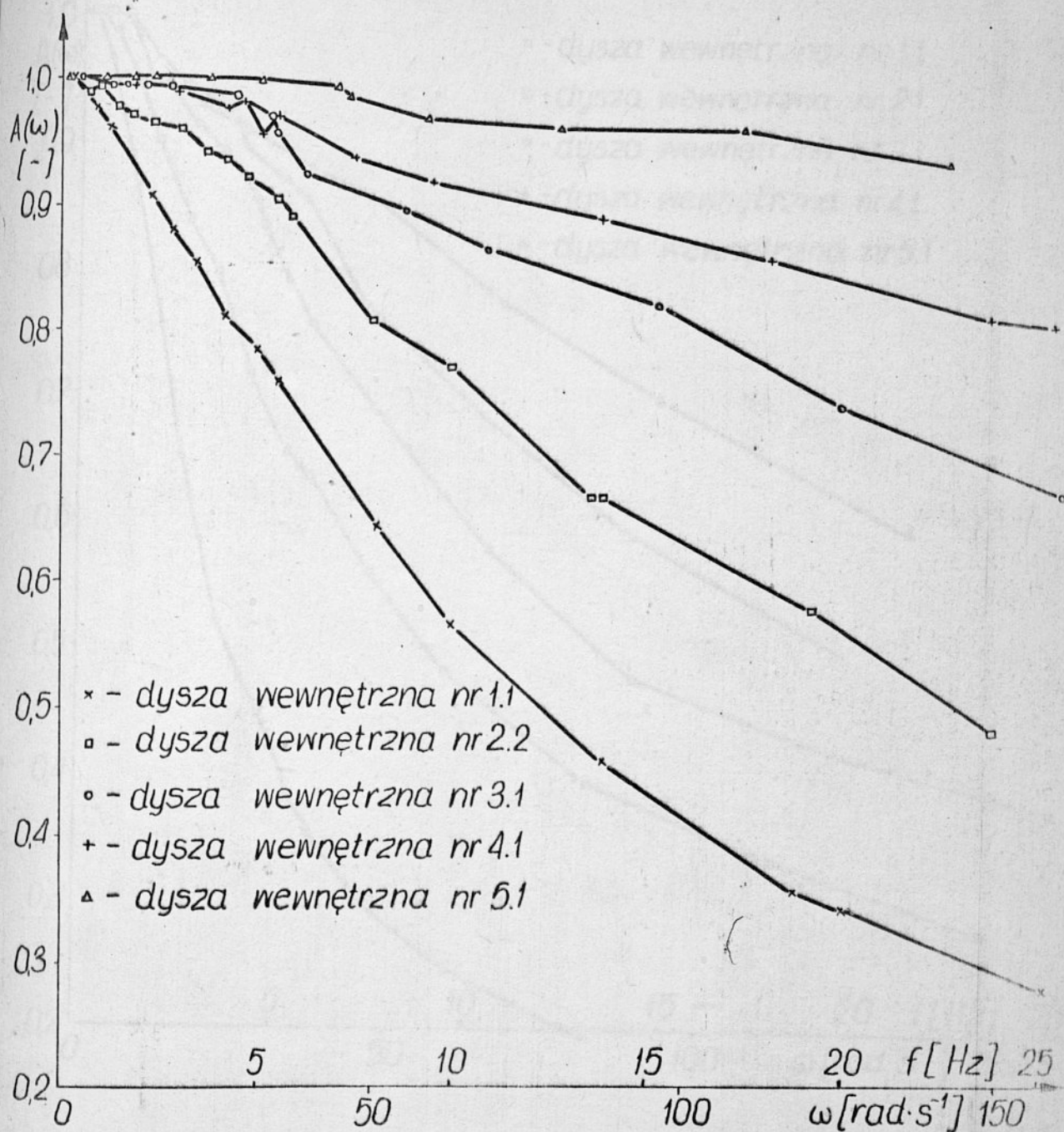
objętości $V = 80 \text{ cm}^3$ wartość współczynnika m jest o 17% mniejsza od teoretycznej.

Tabela 22. Współczynniki równania kierunkowego prostej zastępującej doświadczalną charakterystykę $A(\omega)$ oraz odchylenie średnie kwadratowe dla układu z dyszą wewnętrzną nr 2.1

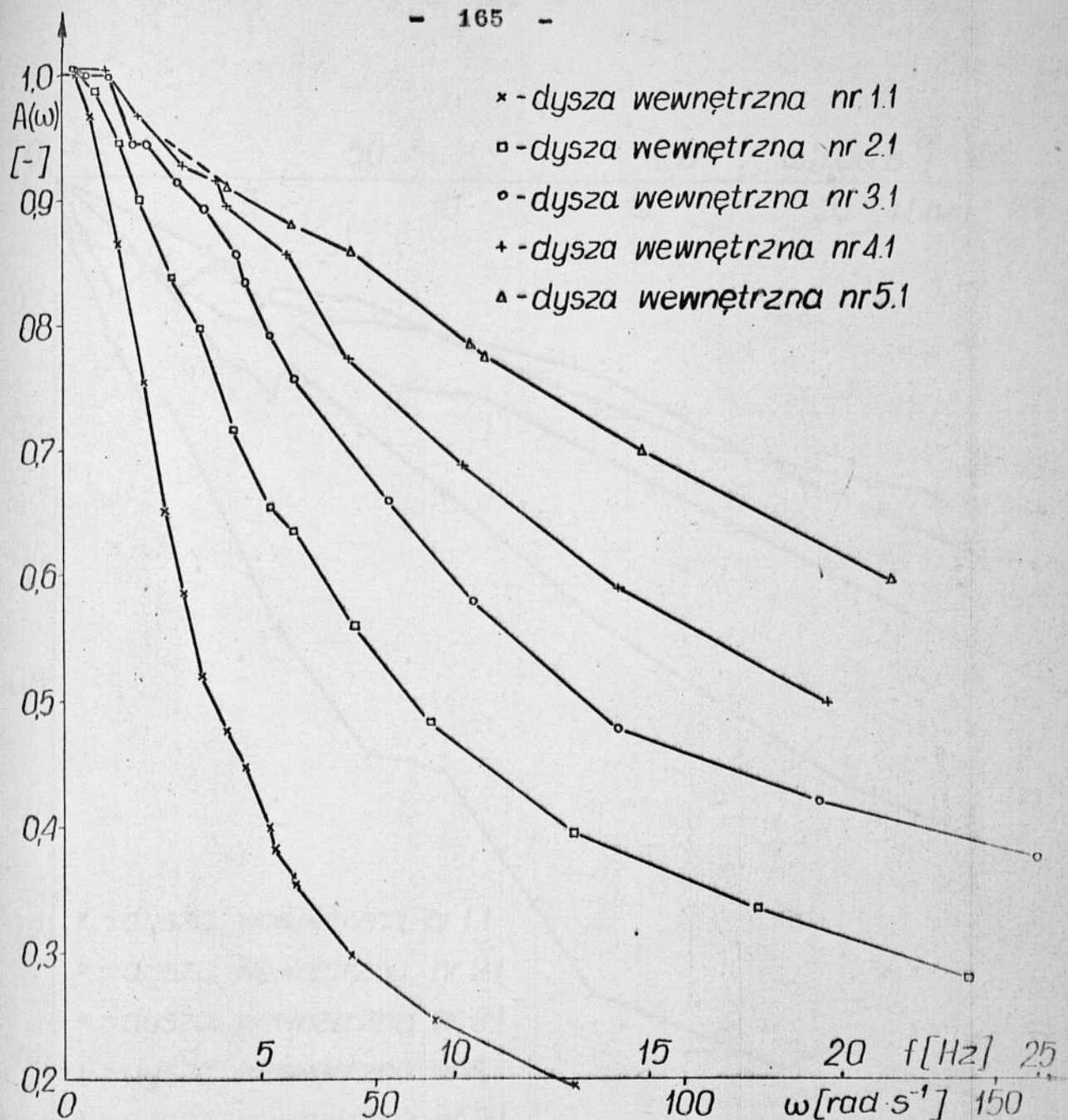
V [cm^3]	m [-]	l [-]	σ [-]
20	-0,3177	1,0331	0,010
40	-0,3268	1,0464	0,014
80	-0,3655	1,0927	0,012

6.4. Charakterystyki częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą ograniczonych rozmiarów

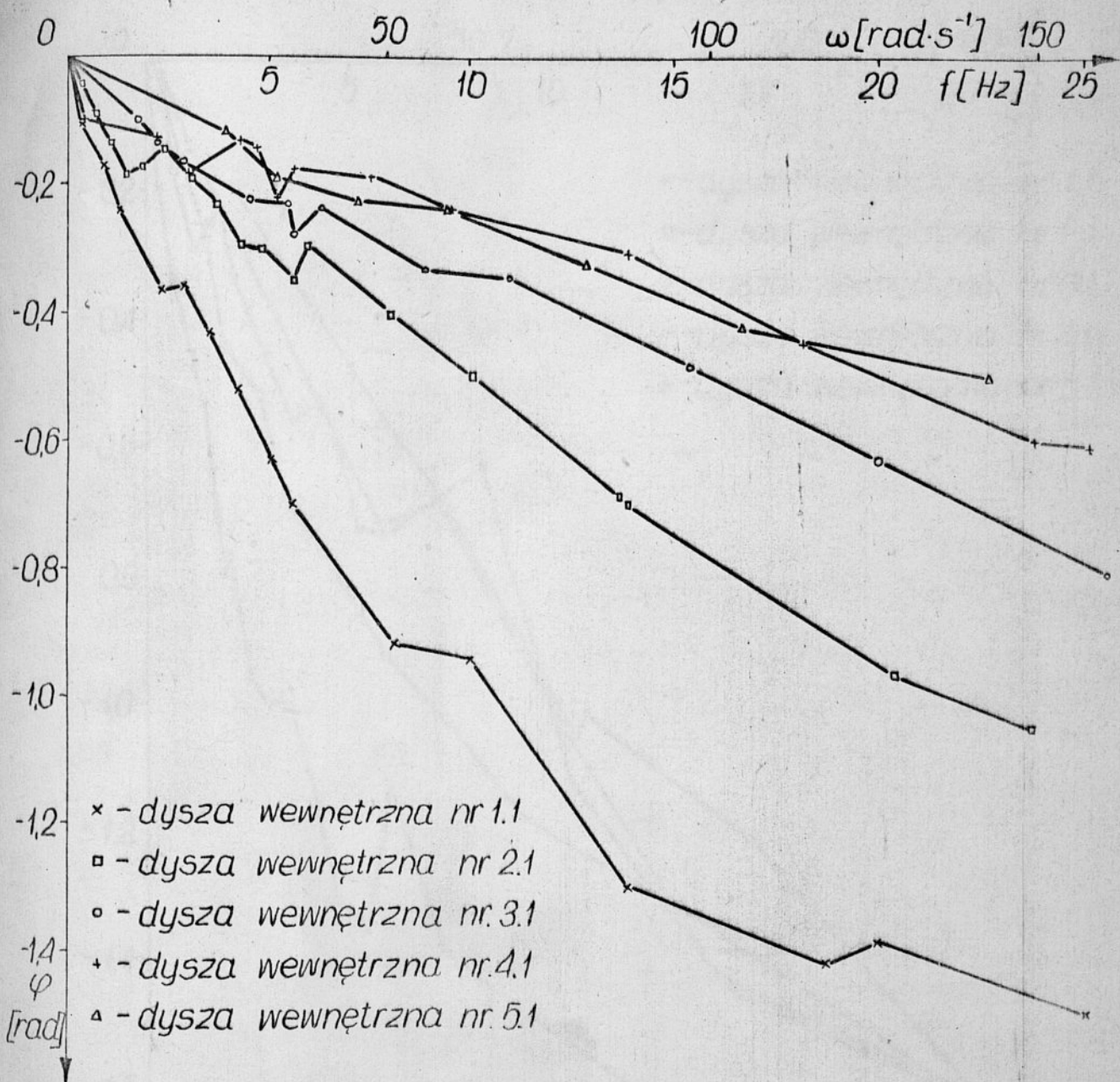
Oscylogramy zmian szczeliny i ciśnienia pomiarowego układów z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ opracowano w podobny sposób jak oscylogramy układów z komorą o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$. Na podstawie otrzymanych w ten sposób danych wykonano wykresy charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych /rys. 59 i rys. 60/ oraz charakterystyk fazowo-częstotliwościowych /rys. 61 i rys. 62/ dla objętości komory odpowiednio $V = 3,4 \text{ cm}^3$ i $V = 10 \text{ cm}^3$.



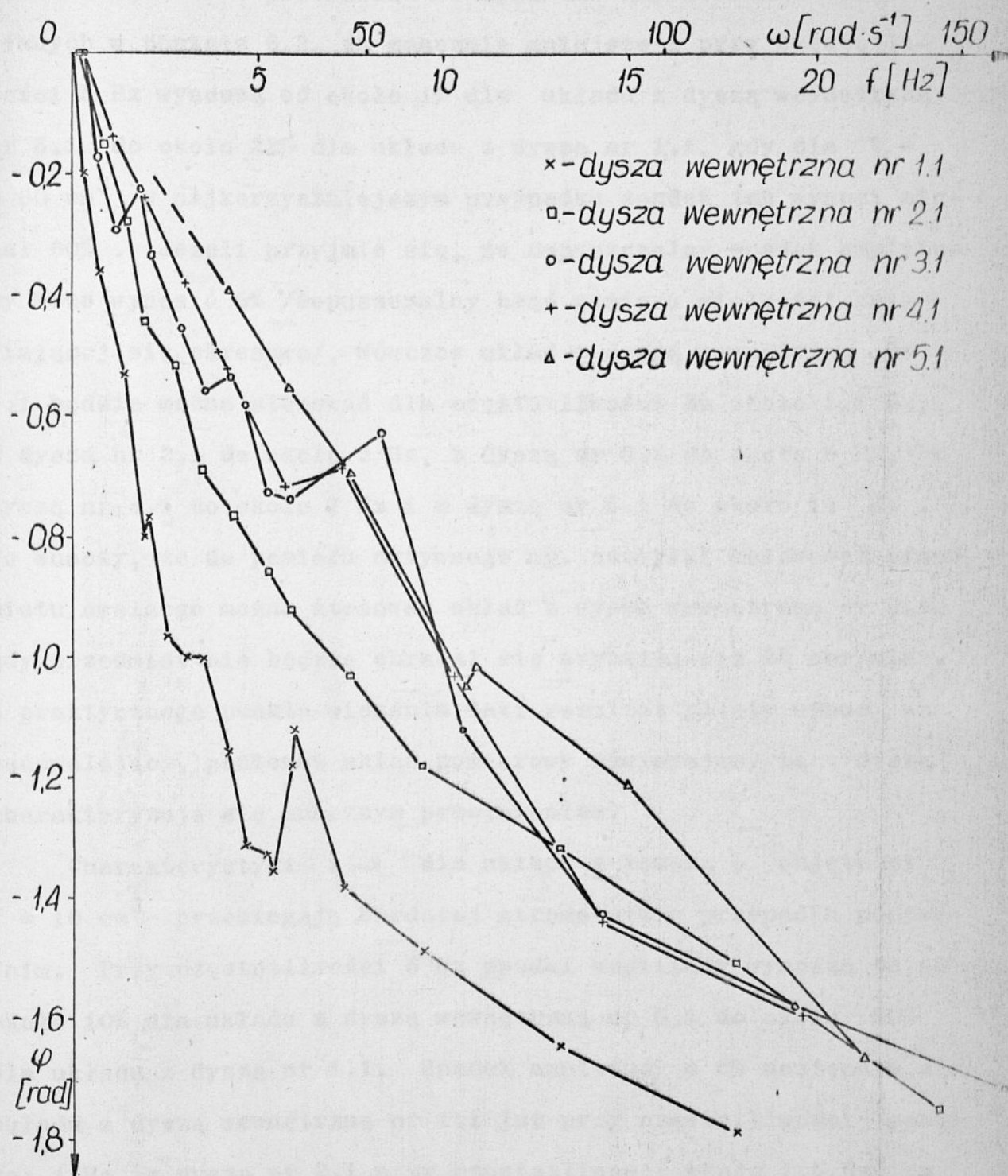
Rys.59. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe
 układu pneumatycznego z komorą o średnicy
 $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$



Rys.60. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 10 \text{ cm}^3$



Rys.61. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$



Rys.62. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 10 \text{ cm}^3$

Z przebiegu krzywych /rys. 59/ wynika, że spadki amplitud dla $V = 3,4 \text{ cm}^3$ w porównaniu ze spadkami amplitud układów omawianych w punkcie 6.3, są znacznie mniejsze i przy częstotliwości 5 Hz wynoszą od około 1% dla układu z dyszą wewnętrzną nr 5.1 do około 22% dla układu z dyszą nr 1.1, gdy dla $V = 80 \text{ cm}^3$ w najkorzystniejszym przypadku spadek ten wynosi niemal 60%. Jeżeli przyjmie się, że dopuszczalny spadek amplitudy może wynosić 5% /dopuszczalny błąd pomiaru wielkości zmieniającej się okresowo/, wówczas układ z dyszą wewnętrzną nr 1.1 będzie można stosować dla częstotliwości do około 1,5 Hz, z dyszą nr 2.1 do około 3 Hz, z dyszą nr 3.1 do około 5 Hz, z dyszą nr 4.1 do około 7 Hz i z dyszą nr 5.1 do około 18 Hz. To znaczy, że do pomiaru aktywnego np. odchyłki kołowości przedmiotu owalnego można stosować układ z dyszą wewnętrzną nr 2.1, gdy przedmiot nie będzie obracał się szybciej niż 90 obr/min. Z praktycznego punktu widzenia taki rezultat należy uznać za zadowalający, ponieważ układ pomiarowy zawierający tę dyszę charakteryzuje się znacznym przełożeniem.

Charakterystyki $A(\omega)$ dla układu z komorą o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ przebiegają bardziej stromo niż w przypadku poprzednim. Przy częstotliwości 5 Hz spadki amplitudy wynoszą tu od około 10% dla układu z dyszą wewnętrzną nr 5.1 do około 60% dla układu z dyszą nr 1.1. Spadek amplitudy o 5% następuje dla układu z dyszą wewnętrzną nr 1.1 już przy częstotliwości poniżej 1 Hz, z dyszą nr 2.1 przy częstotliwości około 1,5 Hz, z dyszą nr 3.1 przy częstotliwości 2 Hz i z dyszą nr 4.1 przy częstotliwości około 2,5 Hz. Układ ten jest więc mniej korzystny

od układu z komorą o objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$.

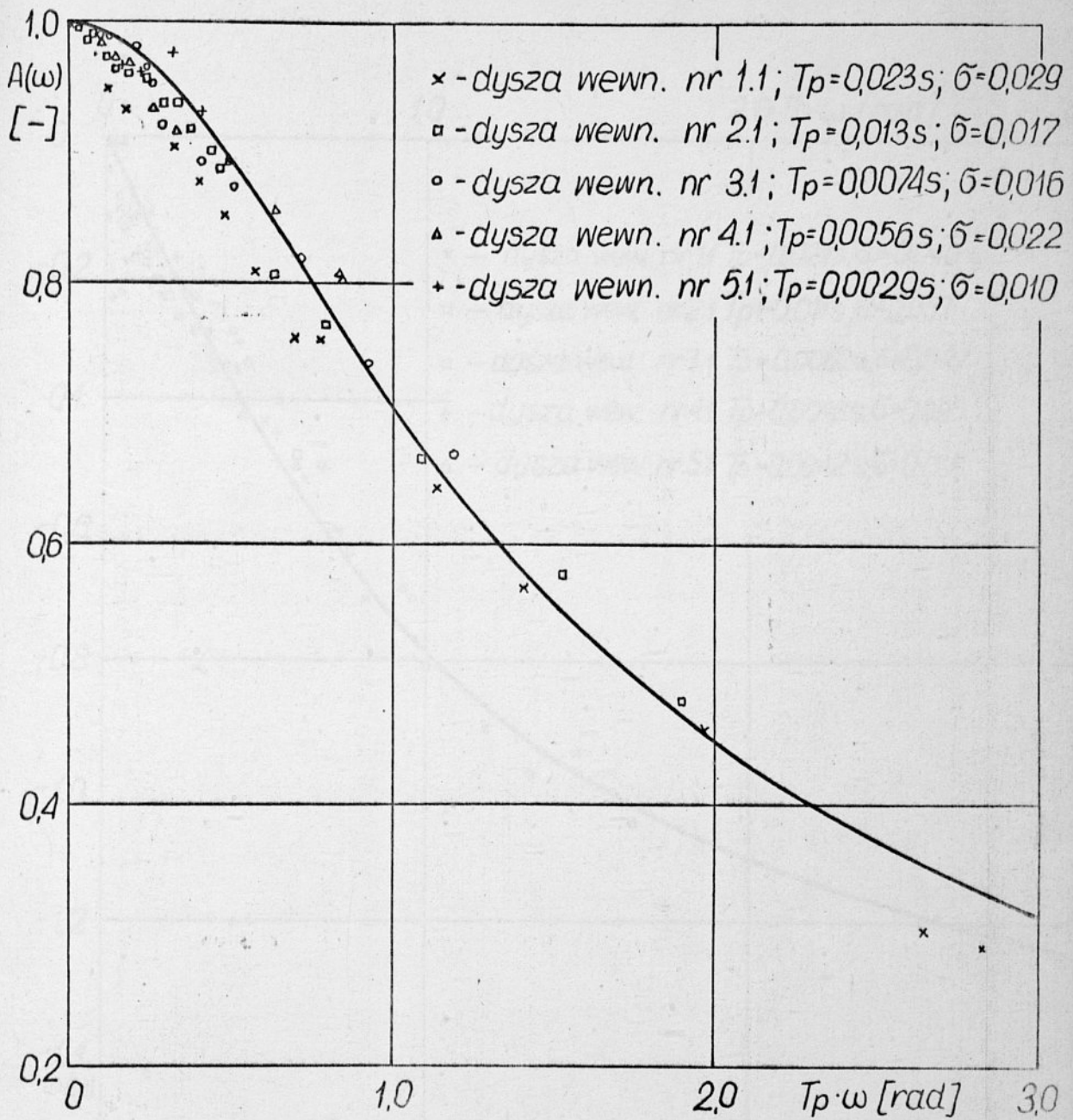
Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu z komorą o objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ /rys. 61/ i z komorą o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ /rys. 62/, podobnie jak w przypadku układów z komorą o średnicy $d_k = 6 \text{ mm}$, przebiegają nieregularnie. Kąt opóźnienia fazowego φ układu z dyszą wewnętrzną nr 1.1 dla $V = 3,4 \text{ cm}^3$ osiąga wartość zbliżoną do $\pi/2$, a dla układów z komorą o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ przekracza tą wartość. Można przypuszczać, że przyczyną tak znacznego opóźnienia fazowego jest przewód łączący właściwą komorę pomiarową z przestrzenią roboczą przetwornika. Długość tego przewodu przy $V = 3,4 \text{ cm}^3$ wynosiła 30 cm a przy $V = 10 \text{ cm}^3$ - 230 cm.

Przyjmując w pierwszym przybliżeniu, że przewód ten stanowi człon opóźniający, który nie zmienia przebiegu charakterystyki $A(\omega)$, a jedynie zwiększa kąt φ , można czas opóźnienia fazowego zmniejszyć o wartość potrzebną do przejścia sygnału na odległość równą długości przewodu. Uwzględnienie tej poprawki dla układu o objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ zmniejsza czas opóźnienia fazowego o około 0,001 s, co w rezultacie daje mniejsze /bezwzględne/ wartości φ zbliżone do wartości charakteryzujących człon inercyjny pierwszego rzędu. Natomiast uwzględnienie tego czasu w odniesieniu do układów o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ znacznie zaniża $|\varphi|$, szczególnie w końcowym odcinku charakterystyki $\varphi(\omega)$. Jeżeli okaże się, że stałe czasowe rozpatrywanych układów wyznaczone na podstawie charakterystyk $A(\omega)$ będą różniły się znacznie od stałych wyznaczonych na drodze teoretycznej, wówczas przewód wraz z przestrzenią przetwornika trzeba będzie traktować jako linię długą zakończoną komorą.

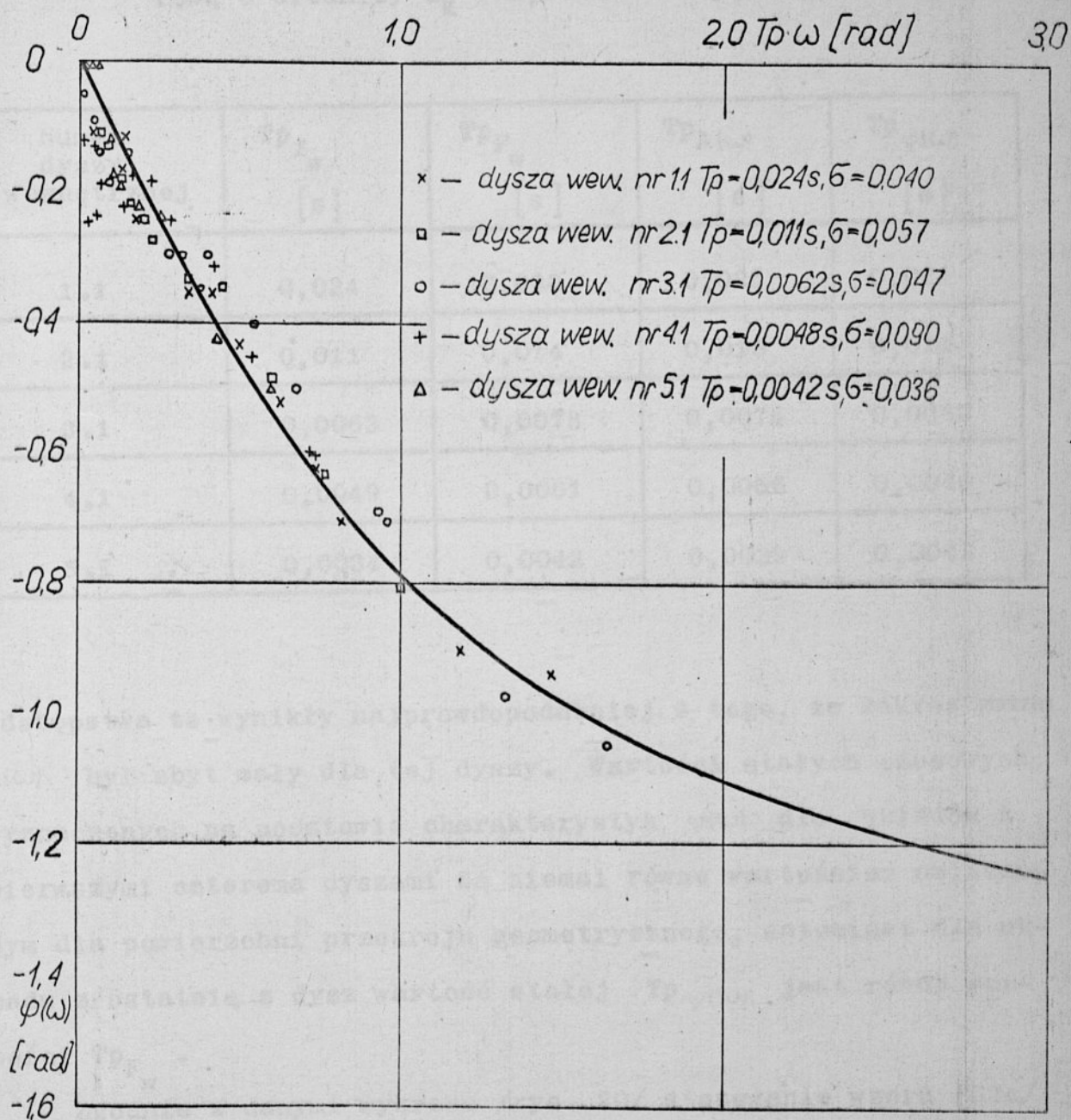
Na oscylogramach przebiegu zmian ciśnienia większości układów dają się zauważyć dodatkowe drgania ciśnienia o częstotliwości (35 - 40)Hz i amplitudzie do $0,003 \text{ kg/cm}^2$ ($\sim 300 \text{ N/m}^2$). Drgania te wywołał regulator ciśnienia. Zjawisku temu można zapobiec przez dołączenie przed dyszą wewnętrzną zbiornika wyrównawczego. Jak stwierdzono [34] do tego celu wystarczy zbiornik o objętości 10 dcm^3 .

Na podstawie wyników aproksymacji - przeprowadzonej wg zależności /93/ i /95/ - doświadczalnych charakterystyk częstotliwościowych układu o objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ wykonano wykresy charakterystyk $A(\omega)$ /rys. 63/ i $\varphi(\omega)$ /rys. 64/ we współrzędnych uogólnionych. Przy czym w przypadku układu z dyszą wewnętrzną nr 1.1 przejście do współrzędnych uogólnionych wykonano biorąc pod uwagę stałą czasową $T_{p\varphi(\omega)}$ wyznaczoną dla zakresu $A(\omega) \gg 0,5$, a dla pozostałych układów stałe wyznaczone dla całego badanego zakresu wartości $A(\omega)$. Położenie punktów obu charakterystyk wykazuje dobre przybliżenie danych doświadczalnych do krzywej aproksymacji.

Z porównania wartości stałych czasowych obliczonych z wzoru /52c/ /w opisany wcześniej sposób/ z wartościami doświadczalnymi wynika, że stałe czasowe $T_{pA(\omega)}$ /tabela 23/ wyznaczone na podstawie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej dla dysz wewnętrznych o numerach od 1.1 do 4.1 włącznie osiągają wartości większe od wartości $T_{p_{f_w}}$ od około 4% do około 17%, ale jednocześnie są mniejsze od wartości stałych $T_{p_{F_w}}$ od 5% do 16%. W przypadku układu z dyszą wewnętrzną nr 5.1 wartość stałej czasowej doświadczalnej jest około 15% mniejsza od wartości stałej $T_{p_{f_w}}$ i około 30% mniejsza od stałej $T_{p_{F_w}}$.



Rys.63. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe
 układu pneumatycznego z komorą o średnicy
 $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ wykonane
 we współrzędnych uogólnionych



Rys.64. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ wykonane we współrzędnych uogólnionych

Tabela 23. Stałe czasowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 2,04$ mm i objętości $V = 3,4$ cm³

Numer dyszy wewnętrznej	Tp_{f_w} [s]	Tp_{F_w} [s]	$Tp_{A(\omega)}$ [s]	$Tp_{\varphi(\omega)}$ [s]
1.1	0,024	0,030	0,025	0,024
2.1	0,011	0,014	0,013	0,011
3.1	0,0063	0,0078	0,0074	0,0062
4.1	0,0049	0,0061	0,0056	0,0048
5.1	0,0034	0,0042	0,0029	0,0042

Odstępstwa te wynikły najprawdopodobniej z tego, że zakres zmian $A(\omega)$ był zbyt mały dla tej dyszy. Wartości stałych czasowych wyznaczonych na podstawie charakterystyk $\varphi(\omega)$ dla układów z pierwszymi czterema dyszami są niemal równe wartościom obliczonym dla powierzchni przekroju geometrycznego, natomiast dla układu z ostatnią z dysz wartość stałej $Tp_{\varphi(\omega)}$ jest równa wartości Tp_{F_w} .

Zgodnie z danymi wykresu /rys. 20/ stosowanie wzoru /52c/ zamiast wzoru /57/ daje zaniżone wartości stałej czasowej od około 1% do około 10% dla stosunku f_w/f_k przyjmującego odpowiednie wartości od 0,05 do 0,5. To znaczy, że wartość stałej czasowej wyznaczona z wzoru /57/ byłaby większa od wartości podanych w pierwszych dwu kolumnach tabeli 21. Wynika stąd, że lepsze przybliżenie do wartości doświadczalnych miałyby wartości

Tabela 24. Stałe czasowe układu pneumatycznego z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 2,04$ mm i objętości $V = 10$ cm³

Numer dyszy wewnętrznej	$T_{p_{f_w}}$ [s]	$T_{p_{F_w}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ [s]	$T_{p_{A(\omega)}}$ $A(\omega) > 0,5$ [s]
1.1	0,069	0,087	0,069	0,071
2.1	0,033	0,041	0,029	0,034
3.1	0,019	0,023	0,022	-
4.1	0,014	0,018	0,016	-
5.1	0,010	0,013	0,012	-

stałej $T_{p_{f_w}}$ wyznaczone dla powierzchni przekroju geometrycznego dyszy wewnętrznej.

Porównanie stałych czasowych wyznaczonych na podstawie danych doświadczalnych obejmujących całe przebadane odcinki charakterystyki $A(\omega)$ układów o objętości $V = 10$ cm³ ze stałą czasową obliczoną z wzoru /52c/ dla pola przekroju geometrycznego dyszy wewnętrznej /tabela 24/ wykazuje różnice od -12% do 20% . Daje się przy tym zauważyć wzrost tej różnicy wraz ze wzrostem średnicy dyszy wewnętrznej, to znaczy gdy rośnie wartość stosunku f_w/f_k . Natomiast wartość stałej czasowej teoretycznej obliczonej dla pola przekroju efektywnego dyszy wewnętrznej jest zawsze większa od wartości doświadczalnych, które są tym bliższe teoretycznych, im większa jest średnica dyszy wewnętrznej. Dla porównania w tabeli 24 podano dodatkowe wartości

T_p dla $A(\omega) > 0,5$. Wartości te są około 3% większe od wartości teoretycznej wyznaczonej dla przekroju geometrycznego.

Charakterystyki $A(\omega)$ omawianych układów we współrzędnych uogólnionych przedstawiono na wykresie /rys. 65/.

Z aproksymacji charakterystyk $\varphi(\omega)$ dla układów o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ zrezygnowano z uwagi na ich nieregularny przebieg, jak też znaczne rozbieżności w porównaniu z przebiegiem tej charakterystyki dla układu inercyjnego pierwszego rzędu.

Aproksymacja doświadczalnych charakterystyk $A(\omega)$ układów z komorą pomiarową o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ prostą wykazała, że dla układów o objętości komory $V = 3,4 \text{ cm}^3$ zawierających dyszę wewnętrzną o numerach od 1.1 do 3.1 współczynnik m różni się od wartości teoretycznej /tabela 14/ o mniej niż 10%, a dla układów o objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ w każdym z przypadków różnica ta jest mniejsza od 18%. Odchylenie średnie kwadratowe waha się w granicach od 0,007 do 0,018. Dla układów z dyszami o numerach 4.1 i 5.1 i objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ różnice te są większe ponieważ aproksymowany odcinek charakterystyki był zbyt krótki.

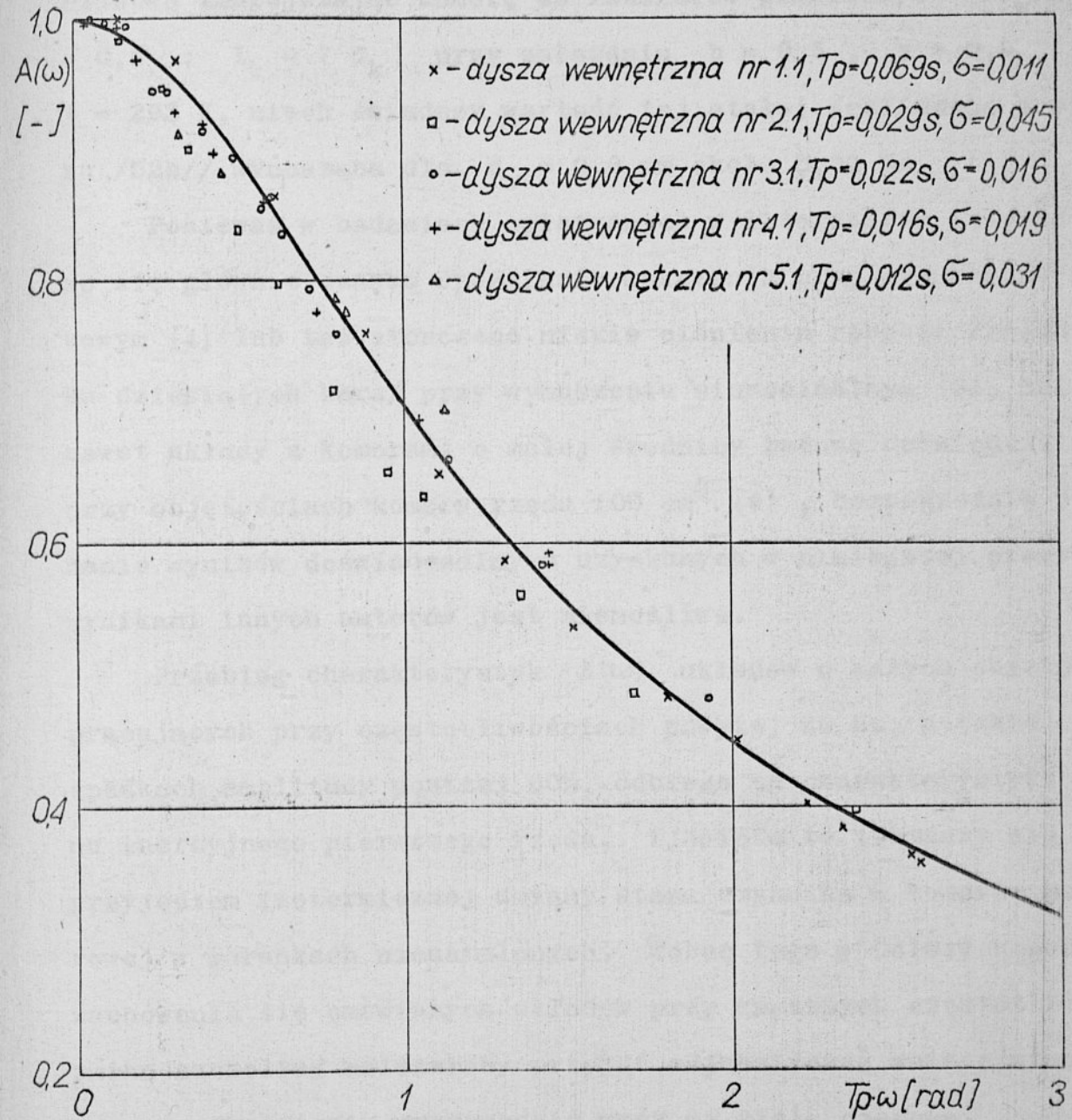
Skoro wartości stałych czasowych wyznaczonych na podstawie doświadczalnych charakterystyk $A(\omega)$ w każdym z rozpatrywanych przypadków są mniejsze od wartości wyznaczonych teoretycznie, można dla zakresu parametrów konstrukcyjnych, jak też i parametrów, przy których pracowały układy z komorą o objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ stwierdzić, że charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe tych układów mogą być opisywane zależnością przyjętą dla układów z komorami nieograniczonych rozmiarów. Natomiast charakterystyka $\varphi(\omega)$ tylko wtedy, gdy opóźniające działanie przewodu łączącego komorę pomiarową z przestrzenią przetwornika

jest pomijalne, tzn. czas potrzebny na przebieg sygnału wzdłuż przewodu jest co najmniej o rząd mniejszy od $1/4$ okresu wymuszenia.

Zmniejszanie się różnicy między stałą czasową doświadczalną wyznaczoną na podstawie charakterystyki $A(\omega)$ a stałą teoretyczną /obliczoną dla pola przekroju efektywnego/ wraz ze wzrostem średnicy dyszy wewnętrznej może świadczyć o wpływie stosunku f_w/f_k na stałą czasową układu pneumatycznego. Można to uznać jako potwierdzenie wniosków wynikających z teoretycznego porównania stałej czasowej układu pneumatycznego z komorą małych rozmiarów i stałej układu z komorą nieograniczonych rozmiarów. Wobec tego stosowanie układów pomiarowych, dla których stosunek $f_w/f_k > 0,5$ nie wydaje się być celowe, ponieważ traci się na szybkości działania przyrządu, a przy założeniu równości średnic d_k i d_m także na przełożeniu.

W odniesieniu do układu pneumatycznego z komorą małych rozmiarów daje się zauważyć pewną zgodność oddziaływań; zmniejszanie średnicy dyszy wewnętrznej pozwala na zmniejszanie średnicy komory, a co za tym idzie jej objętości i stałej czasowej. Na przykład przy założeniu stałości stosunku f_w/f_k i l_k/d_k zmniejszenie średnicy dyszy wewnętrznej z d_{w1} do d_{w2} nie powoduje zwiększenia wartości stałej czasowej, a jej zmniejszenie wprost proporcjonalne do stosunku d_{w1}/d_{w2} . A więc nie tracąc na czułości układu można zyskać na stałej czasowej, gdy przy założeniu stałej objętości komory zwiększenie czułości jest okupione zwiększeniem stałej czasowej [39].

Prawidłowość ta nie będzie mogła być wykorzystana tak długo, dopóki w praktycznych rozwiązaniach przyrządów nie uda się



Rys.65. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu pneumatycznego z komorą o średnicy $d_k = 2,04 \text{ mm}$ i objętości $V = 10 \text{ cm}^3$ wykonane we współrzędnych uogólnionych

zmniejszyć całkowitej objętości komory do objętości właściwej komory pomiarowej. O tym jak znacznie można zmniejszyć stałą czasową zmniejszając komorę do rozmiarów granicznych ($f_w/f_k = 0,1$; $l_k = 7 d_k$) przy założeniu $b = 0,5$, $x = 0,9$ i $T = 293$ K, niech świadczy wartość tej stałej /obliczona z wzoru /52c// wynosząca dla $d_w = 0,6$ mm około 0,22 ms.

Ponieważ w badaniach opisywanych w literaturze interesowano się głównie czasem opóźnienia wskazania przy wymuszeniu skokowym [4] lub też stosowano niskie ciśnienia robocze /rzędu kilku dziesiątych bara/ przy wymuszeniu sinusoidalnym [34, 36] , a nawet układy z komorami o małej średnicy badano doświadczalnie przy objętościach komory rzędu 100 cm^3 [4] , bezpośrednie porównanie wyników doświadczalnych uzyskanych w niniejszej pracy z wynikami innych autorów jest niemożliwe.

Przebieg charakterystyk $A(\omega)$ układów o małych objętościach pracujących przy częstotliwościach powyżej 20 Hz, a także przy spadkach amplitudy poniżej 50%, odbiega od charakterystyki członu inercyjnego pierwszego rzędu. Zjawisko to tłumaczy się [36] przyjęciem izotermicznej zmiany stanu czynnika w komorze pomiarowej w warunkach nieustalonych. Wobec tego w dalszych badaniach zachowania się omawianych układów przy znacznych częstotliwościach zmian szczeliny należałoby przyjąć adyabatyczną zmianę stanu i przy tym założeniu wyprowadzić wzór na stałą czasową.

Ponadto do dalszych badań należałoby zbudować generator drgań sinusoidalnych zapewniający osiągnięcie częstotliwości rzędu stu i więcej Hz; konieczny jest także czulszy od stosowanego przetwornik ciśnienia z przestrzenią roboczą o objętości poniżej 1 cm^3 , zapewniający przetwarzanie sygnału bez spadku amplitudy w wymienionym zakresie częstotliwości.

7. WNIOSKI

Na podstawie rozważań teoretycznych oraz wyników przeprowadzonych eksperymentów można sformułować następujące wnioski zebrane w dwie grupy, z których pierwsza dotyczy charakterystyki statycznej, a druga charakterystyk dynamicznych układu pneumatycznego z komorą pomiarową o małych rozmiarach.

- A1. Zmniejszenie średnicy komory do średnicy dyszy pomiarowej nie powoduje zakłóceń w pracy układu, a ciśnienie pomiarowe w takiej komorze ustala się w odległości około czterech jej średnic od wylotu dyszy wewnętrznej.
- A2. Charakterystyka statyczna układu z komorą małych rozmiarów może być opisana zależnościami przybliżonymi wyprowadzonymi częściowo przy założeniu nieściśliwości czynnika, przy uwzględnieniu szybkości powietrza w komorze, ale z pominięciem jej wpływu na szybkość powietrza w szczelinie.
- A3. Do opisu charakterystyki statycznej tego układu także można stosować zależność przewidzianą dla układu z komorą nieograniczonych rozmiarów.
- A4. Możliwe jest zapisanie układu równań opisujących charakterystykę statyczną przyrządu z komorą małych rozmiarów przy uwzględnieniu ściśłości czynnika, zmienności ciśnienia w komorze pomiarowej, jak też i wpływu szybkości powietrza w komorze na jego szybkość w szczelinie, jednak z uwagi na złożoność tak otrzymanych zależności ich praktyczne stosowanie jest niecelowe.

- B1. Zwiększenie stosunku pola przekroju dyszy wewnętrznej do pola przekroju komory pomiarowej powyżej 0,1 powoduje wzrost stałej czasowej układu pneumatycznego.
- B2. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa układu pneumatycznego przyrządu ciśnieniowego z komorą małych rozmiarów dla $A(\omega) > 0,5$ może być opisana zależnością przyjętą dla układu z komorą nieograniczonych rozmiarów, a charakterystyka fazowo-częstotliwościowa jedynie wtedy, gdy może być pominięty wpływ opóźniającego działania przewodu łączącego właściwą komorę pomiarową z przestrzenią przetwornika.
- B3. Połączenie komory pomiarowej przyrządu z przestrzenią roboczą przetwornika za pomocą przewodu sztywnego o średnicy 2 mm, w badanym zakresie parametrów konstrukcyjnych nie wywołuje istotnych zmian charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej, a parametry przewodu mogą być uważane jako skupione.
- B4. Zmniejszenie objętości komory pomiarowej przyrządu, jak też i objętości przestrzeni z nią połączonych do rzędu kilku centymetrów sześciennych pozwala na istotną poprawę przebiegu charakterystyki $A(\omega)$, np. układ pneumatyczny o całkowitej objętości $V = 3,4 \text{ cm}^3$ zawierający dyszę wewnętrzną o średnicy 0,80 mm przy częstotliwościach mniejszych od 3 Hz daje spadek amplitudy nie większy niż 5%.
- B5. Dalsze zmniejszanie objętości komory pomiarowej i objętości przestrzeni z nią połączonych jest możliwe ale utrudnione

z uwagi na konieczność odprowadzania, jak też i przetwarzania sygnału pomiarowego.

- B6. Zmniejszanie średnicy dyszy wewnętrznej przy założeniu stałości stosunków pola przekroju dyszy wewnętrznej do pola przekroju komory pomiarowej i długości komory do jej średnicy powoduje zmniejszanie stałej czasowej.
- B7. Możliwa jest linearyzacja charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej wykonanej we współrzędnych uogólnionych o podziałce regularnej, a zlinearyzowany odcinek charakterystyki obejmuje w przybliżeniu zakres $0,5 < A(\omega) < 1$, którego znaczenie praktyczne jest największe.

Wnioski dotyczące układów pomiarowych z komorami nicogranicznych rozmiarów, jak też sposobu przeprowadzonych badań nie będą tu dodatkowo przytaczane z uwagi na ich drugoplanowość.

8. LITERATURA

- [1] Andreeva E.A.: K rasčetu statičeskich karakteristik pnevmatičeskogo elementa "soplo - zaslonka" z książki: Voprosy pnevmo- i gidro-avtomatiki. Izd. AN SSSR, Moskva 1960, s. 17-23.
- [2] Balakšín O.B.: Issledovanie statičeskich i dinamičeskich karakteristik protočnoj kamery s učetom ploščadi ee pope-rečnogo sečeniya. z książki: Avtomatizacija issledovanij di-namičeskich processov elektromechaničeskich i pnevmatičes-kich ustrojstv. Izd. Nauka, Moskva 1971, s. 40-48.
- [3] Balakšín O.B.: Avtomatizacija pnevmatičeskogo kontrolja razmerov v mašinostroenii. Izd. Mašinostroenie, Moskva 1964.
- [4] Balakšín O.B.: Issledovanie dinamiki pnevmatičeskich pri-borov dlja kontrolja razmerov. z książki: Avtomatizacija na-učnyh issledovanij v mašinostroenii i priborostroenii. Izd. Nauka, Moskva 1971, s. 76-108.
- [5] Balakšín O.B.: Propusknaja sposobnost' real'nyh protoč-nyh elementov pnevmatičeskich /gazovyh/ ustrojstv. z książki: jak poz. [4] , s. 186-266.
- [6] Bartoszewicz H.: Linearyzacja charakterystyki statycznej prostego pneumatycznego czujnika ciśnieniowego do pomiaru długości. Komunikat ITBM Politechniki Wrocławskiej nr 168, Wrocław 1973.

- [7] Bartoszewicz H., Soboczyński R.: Przetwornik ciśnienia z typowym czujnikiem indukcyjnym. Komunikat ITBM Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.
- [8] Berezovec G.T., Dmitriev V.N., Nadžafov E.M.: O dopustimych uprošćenijach pri pasčete pnevmatičeskich reguljatorov. Priborostroenie, 1957, nr 4, s. 11-18.
- [9] Breitinger R.: Fehlerquellen beim pneumatischen Langemessen. Dissertation TH Stuttgart, 1969.
- [10] Cidulko F.V.: Dinamika pnevmatičeskich priborov dlja linejnych izmerenij. Izd. Mašinostroenie, Moskva 1965.
- [11] Cidulko F.V.: Vybor parametrov pnevmatičeskich priborov razmernogo kontrolja. Izd. Mašinostroenie, Moskva 1973.
- [12] Dylewski A.: Możliwość stosowania równomiernej podziałki na wskaźnikach pneumatycznych czujników ciśnieniowych. Przegląd mechaniczny, 1963, nr 12, s. 384-385.
- [13] Dmitriev V.N.: Rasčet statičeskoj charakteristiki pnevmatičeskogo rele. Avtomatika i telemekhanika, t. 17, 1956, nr 9, s. 761-774.
- [14] Fudim E.V.: Bystrodejstvie pnevmatičeskich ustrojstv s podvižnymi detaljami. z książki: Sistemy i ustrojstva pnevmo-avtomatiki. Izd. Nauka, Moskva 1969, s. 126-130.
- [15] Gerc E.V., Krejnin G.V.: Teorija i rasčet silovych pnevmatičeskich ustrojstv. Izd. AN SSSR, Moskva 1960.
- [16] Guter R.S., Owczyński B.W.: Matematyczne opracowanie wyników doświadczeń. PWN, Warszawa 1967.

- [17] Holeyko D.: Badanie sił występujących w pneumatycznym zespole dysza - przysłona. Prace III krajowej konferencji automatyki, t. 1, Politechnika Śląska, Gliwice 1965, s. 293-304.
- [18] Idel'čik I.E.: Spravočnik po gidravličeskim soprotivleniam. Moskva 1960.
- [19] Kaczanowski S., Olszewski M., Wański Z.: Płynowe elementy i układy logiczne. WKŁ, Warszawa 1971.
- [20] Kalewski T.: Analiza powstawania błędów statycznych i dynamicznych przy automatycznej kontroli wymiarów. Pomiarzy Automatyka Kontrola 1971, nr 9, s. 387-390.
- [21] Krasowski A.A., Pospiełow G.S.: Podstawy automatyki i cybernetyki technicznej. WNT, Warszawa 1965.
- [22] Kuročkin A.P., Cidulko F.V.: O vremeni srabatyvanija pnevmatičeskich izmeritel'nych sistem. Izmeritel'naja Technika 1959, nr 11, s. 15-18.
- [23] Kuročkin A.P., Cidulko F.V.: Ekspluatacija pnevmoelektričeskich datčikov v neustanovivšemsja režime. Izmeritel'naja Technika 1960, nr 12, s. 11-13.
- [24] Kuročkin A.P., Cidulko F.V.: Amplitudno-častotnye charakteristiki pnevmatičeskich izmeritel'nych priborov. Stanki i instrument 1963, nr 3, s. 31-33.
- [25] Kyuts R.V.: Diskretnye pnevmatičeskije preobrazovateli dlja linejnych izmerenij. Izmeritel'naja technika 1971, nr 6, s. 98-99.

- [26] Leśkiewicz H.: Człony schematów blokowych pneumatycznych urządzeń automatyki. Archiwum Automatyki i Telemekhaniki, t.2, 1957, nr 1-2, s. 121-137.
- [27] Lotze W.: Dimensionierung und konstruktion pneumatischer Schreibfeinzeiger. Feingerätetechnik 1964, nr 9, s.408-414.
- [28] Lotze W.: Kritische Einschätzung und Beiträge zur Entwicklung der Pneumatischen Längenmesstechnik. Habilitation TU Dresden, 1968.
- [29] Lotze W.: Entwurf pneumatischer Meßwertaufnehmer. Feingerätetechnik, 1971, nr 9, s. 389-394.
- [30] Mierzejewski J.: Szybkość działania czujnika pneumatycznego. Przegląd Mechaniczny, 1954, nr 4, s. 110-111.
- [31] Morgan I.G., Johnson Julia B.: Einige Versuche über das dynamische Verhalten pneumatischer Messgeräte. Microtechnic Vol. XVI, 1962 nr 5, s. 209-216.
- [32] Negrusz A.: Generator pneumatycznych sygnałów sinusoidalnych. Pomiar Automatyka Kontrola, 1972, nr 6, s. 265-266.
- [33] Pan Čžun - Čžen. Issledovanie dinamičeskich charakteristik točnosti pnevmatičeskich datčikov dlja avtomatičeskogo kontrolja razmerov. Izmeritel'naja Technika, 1960, nr 7, s. 16-20.
- [34] Pavel G.: Zeitverhalten pneumatischer Meßwertaufnehmer. Werkstattstechnik-Zeitschrift für industrielle Fertigung, 1973, nr 4, s. 218-220.

- [35] Pleško A.P., Perfil'ev V.V.: O vlijanii podsoedinitel'nykh kanalov na rabotu datčikov davlenija. Izmeritel'naja tehnika 1957, nr 3, s. 41-44.
- [36] Roth P.: Frequenzgangmessungen an Düse-Prallplatten-Systemen. Werkstattstechnik - Zeitschrift für industrielle Fertigung, 1973, nr 4, s. 221-224.
- [37] Sawicki T.: Przyrządy pneumatyczne do pomiarów liniowych. Przegląd Mechaniczny, 1952, nr 5, s. 193-196.
- [38] Šumskij N.P.: Rezul'taty eksperimental'nykh i teoretičeskich issledovanij upravljajuščich ustrojstv tipa "soplo - zaslonka" z książki: Sistemy ustrojstva i elementy pnevmo- i gidroavtomatiki. Izd. AN SSSR, Moskva 1959, s.181-193.
- [39] Teuš L.V.: Zavisimost' meždu inercionnost'ju i čuvstvitel'nost'ju manometričeskich izmeritel'nykh sistem. Izmeritel'naja tehnika, 1971, nr 6, s. 38-39.
- [40] Urban E., Urban D.: Beitrag zur Berechnung des Zeitverhaltens pneumatischer Hochdruckmeßverfahren. Feingerätetechnik 1966, nr 3, s. 126-131.
- [41] Voschni H.G.: Einige Untersuchungen zu dem pneumatischen Längenmeßverfahren. Dissertation TU Dresden 1965.
- [42] Wiemer A.: Pneumatische Längenmessung. VEB Verlag Technik, Berlin 1970.
- [43] Wronkowski L., Pyrko W.: Generator sinusoidalnych drgań mechanicznych i jego zastosowanie do dynamicznych badań przyrządów pomiarowych. Pomiarzy Automatyka Kontrola 1971, nr 1, s. 19-20.

- [44] Zalmanzon L.A.: Protočnye elementy pnevmatičeskikh priborov kontrolja i upravlenija. Izd. AN SSSR, Moskva 1961.