

Politechnika Wroclawska
Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn

Raport serii PRE 3/2006

Rozprawa doktorska

**Model procesu zaopatrzenia
z uwzględnieniem skutków
niezdatności systemu technicznego**

mgr inż. Anna Jodejko

Promotor

Dr hab. inż. Tomasz Nowakowski, prof. PWr

Słowa kluczowe:

1. proces zaopatrzenia
2. niezawodność
3. elementy wymienne
4. bezpieczeństwo
5. rezerwowanie systemów

Wrocław 2006

Spis treści

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ:	4
1. WSTĘP	8
2. MODELE ZAOPATRZENIA SYSTEMU TECHNICZNEGO W ELEMENTY WYMIENNE	10
2.1. Modele klasycznej teorii zapasów	10
2.1.1. Modele deterministyczne	10
2.1.2. Modele losowe	16
2.2. Modele optymalnej struktury niezawodnościowej systemu	29
2.3. Modele zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne	36
2.4. Podsumowanie	47
3. CEL I ZAŁOŻENIA PRACY	50
3.1. Założenia teoretyczne	50
3.1.1. Cechy niezawodnościowe systemu	50
3.1.2. Skutki niezdatności systemu technicznego	51
3.1.3. Proces zaopatrzenia systemu	52
4. MODEL PROCESU ZAOPATRZENIA SYSTEMU TECHNICZNEGO Z UWZGLĘDNIENIEM SKUTKÓW JEGO NIEZDATNOŚCI	54
4.1. Niezdatność systemu jednoelementowego	54
4.1.1. Niezdatność systemu jednoelementowego bez uwzględnienia czasów wymian elementu	55
4.1.2. Niezdatność systemu jednoelementowego z uwzględnieniem czasu wymian	59
4.2. Niezdatność systemu wieloelementowego	60
4.3. Prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków niezdatności systemu	63
4.4. Model procesu zaopatrzenia systemu technicznego z uwzględnieniem skutków niezdatności systemu	64
4.4.1. Model procesu zaopatrzenia z uwzględnieniem kosztowych skutków niezdatności systemu	65
4.4.2. Model procesu zaopatrzenia bez możliwości oszacowania kosztów niezdatności systemu	66
5. MODEL SYMULACYJNY PROCESU ZAOPATRZENIA	68
5.1. Zmienne modelu	69

5.2.	Algorytm symulacji	73
6.	WERYFIKACJA MODELU	75
6.1.	Zgodność modelu symulacyjnego z modelem teoretycznym	75
6.1.1.	System jednoelementowy z pomijalnymi czasami wymian elementów. 75	
6.1.2.	Systemy wieloelementowe z uwzględnieniem czasów wymian elementów	78
6.2.	Zgodność modelu symulacyjnego z wynikami systemu rzeczywistego.....	79
6.2.1.	Opis systemu	79
6.2.2.	Wyniki systemu rzeczywistego i modelowego.....	82
7.	WYNIKI BADANIA WRAŻLIWOŚCI MODELU	96
7.1.	Parametry polityki zaopatrzenia	96
7.1.1.	Wielkość jednorazowo dostarczanej partii zapasu	97
7.1.2.	Poziom zamawiania	101
7.1.3.	Wielkość zapasu początkowego	102
7.2.	Parametry charakteryzujące proces dostaw	102
7.2.1.	Intensywność rozkładu prawdopodobieństwa czasu realizacji dostaw	103
7.2.2.	Wartość oczekiwana czasu realizacji dostaw	104
7.3.	Parametry charakteryzujące system.....	106
7.3.1.	Intensywność uszkodzeń elementów tworzących system.....	106
7.3.2.	Oczekiwany czas poprawnej pracy elementów tworzących system.....	107
7.3.3.	Intensywność odnowy systemu.....	107
7.3.4.	Oczekiwany czas odnow systemu.....	108
7.3.5.	Liczba elementów niezbędna do zdatności systemu progowego.....	109
7.3.6.	Długość granicznego czasu niezdatności, powodującego przejście systemu do stanu utraty bezpieczeństwa.....	110
7.3.7.	Intensywność przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa	110
7.3.8.	Koszty jednostkowe	110
8.	WYZNACZANIE NAJLEPSZYCH PARAMETRÓW ZAOPATRZENIA.....	113
9.	PODSUMOWANIE.....	117
10.	WNIOSKI	120
	Literatura.....	122
	Załącznik I. Współczynniki gotowości systemu.....	129
	Załącznik II. Równania regresji otrzymane podczas badania wrażliwości modelu procesu zaopatrzenia	132

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ:

- $A(t)$ - gotowość systemu w chwili t ,
- A_d - parametr kształtu rozkładu Weibulla opisującego czas realizacji dostaw,
- A_o - parametr kształtu rozkładu Weibulla opisującego czas odnowy pojedynczego elementu,
- A_p - parametr kształtu rozkładu Weibulla opisującego czas pracy pojedynczego elementu w systemie,
- A_q - parametr kształtu rozkładu Weibulla opisującego czas niezdatności systemu, po którym system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa,
- B_d - parametr skali rozkładu Weibulla opisującego czas realizacji dostaw,
- B_o - parametr skali rozkładu Weibulla opisującego czas odnowy pojedynczego elementu,
- B_p - parametr skali rozkładu Weibulla opisującego czas pracy pojedynczego elementu w systemie,
- B_q - parametr skali rozkładu Weibulla opisującego czas niezdatności systemu, po którym system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa,
- $D(t)$ - wielkość zapotrzebowania (popytu) pojawiającego się w chwili t ,
- $E(u)$ - wartość oczekiwana zmiennej u ,
- $E(t)$ - dystrybuanta czasu realizacji dostaw,
- $\varepsilon(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa czasu realizacji dostaw,
- $F(t)$ - dystrybuanta zmiennej losowej określającej czas poprawnej pracy elementu T_p ,
- $f(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej określającej czas poprawnej pracy elementu T_p ,
- $f_1(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej określającej łączny czas pracy i wymiany elementu T_p+T_o ,
- $\phi_s(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa czasu poprawnej pracy systemu do chwili t_a , gdy pojawi się niezdatność wynikająca z braku elementów wymiennych,
- $\Gamma_1(\tau)$ - dystrybuanta zmiennej losowej τ ,
- $\Gamma_3(\tau_1)$ - dystrybuanta zmiennej losowej τ_1 ,

- $\gamma_1(\tau_-)$ - gęstość prawdopodobieństwa opisująca okres nadmiaru elementów w systemie w stosunku do jego potrzeb,
- $\gamma_1(\tau_+)$ - gęstość prawdopodobieństwa opisująca okres niezdatności systemu wynikającej wyłącznie z braku elementów wymiennych,
- $\gamma_2(\tau_1)$ - gęstość prawdopodobieństwa opisująca okres niezdatności systemu, w szczególnym przypadku, gdy niezdatność systemu może wynikać z oczekiwania na dostawę i czasu wymiany elementu,
- $\gamma_3(\tau_1)$ - gęstość prawdopodobieństwa opisująca każdorazowy okres niezdatności systemu pojawiającej się podczas całego cyklu zaopatrzenia,
- $G_n(t)$ - dystrybuanta czasu naprawy elementu,
- $G_w(t)$ - dystrybuanta czasu wymiany elementu,
- $g_w(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa czasu wymiany elementu,
- $g_s(t)$ - gęstość czasu wymiany wszystkich elementów, których działanie pozwoli przywrócić system do stanu zdatności,
- $H(t)$ - funkcja odnowy systemu,
- $I(t)$ - wielkość zapasu w chwili t ,
- K - łączne koszty ponoszone przez system w jednostce czasu,
- KB - łączny koszt kar wynikających z niezdatności systemu,
- KBZ - łączny koszt braku zapasów,
- KE - łączne koszty ponoszone przez system w czasie eksploatacji,
- KOZ - łączny koszt obsługi zamówień,
- KUZ - łączny koszt utrzymania zapasów,
- KW - łączny koszt wypadków w systemie,
- KZ - łączny koszt zarządzania zapasami,
- k - liczba elementów w systemie progowym, których zdatność jest niezbędna, aby system pozostawał w stanie zdatności,
- k_{b1} - koszt braku zapasu trwającego jednostkę czasu,
- k_{b2} - koszt braku jednostki zapasu trwającego jednostkę czasu,
- k_{b3} - koszt braku jednostki zapasu,
- k_{b4} - koszt niezdatności systemu, trwającej jednostkę czasu (jeżeli system nie przeszedł do stanu utraty bezpieczeństwa),
- k_o - jednostkowy koszt obsługi zamówienia,
- k_p - koszt zakupu jednostki zapasu,

k_{u1}	- koszt utrzymania jednostki zapasu w przyjętym okresie,
k_{u2}	- koszt utrzymania jednostki zapasu w jednostce czasu,
k_w	- wielkość skutków powstających w przypadku utraty bezpieczeństwa systemu,
$\kappa(\tau_1)$	- prawdopodobieństwo opisujące zdarzenie, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa przy niezdatności trwającej τ_1 ,
$\lambda(t)$	- intensywność uszkodzeń elementu w chwili t ,
M	- liczba elementów tworzących system (pracujących w systemie),
m	- liczba dostaw,
n	- liczba elementów wymiennych,
P_B	- prawdopodobieństwo braku zapasu w czasie cyklu,
P_{Bgr}	- dopuszczalna wartość prawdopodobieństwa braku zapasu w czasie cyklu,
P_b	- prawdopodobieństwo, że w kolejnym cyklu zaopatrzeniowym, w chwili uszkodzenia elementu, nie posiadamy już kolejnego w zapasie,
P_{cs}	- prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa podczas całego cyklu zaopatrzeniowego systemu,
P_{gr}	- dopuszczalna wartość prawdopodobieństwa, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa podczas całego cyklu zaopatrzeniowego,
P_n	- prawdopodobieństwo, że w kolejnym cyklu zaopatrzeniowym wystąpi niezdatność systemu, spowodowana brakiem elementów wymiennych,
Q	- wielkość zamówienia (wielkość pojedynczej dostawy, wielkość partii),
q	- parametr rozkładu dwumianowego opisującego prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa,
$R(t)$	- niezawodność systemu w chwili t ,
S	- wielkość zapasu stanowiąca jego maksymalny poziom w modelu stałego okresu zamawiania,
s	- wielkość poziomu zamawiania (poziom krytyczny, alarmowy zapasu),
σ_{wzgl}	- błąd względny,
$\sigma_{bezwzgl}$	- błąd bezwzględny,
TE	- przyjęty horyzont czasowy,
T_c	- długość cyklu zaopatrzenia,

T_d	- czas realizacji dostawy,
T_o	- czas odnowy elementu w systemie / systemu,
T_p	- czas poprawnej pracy elementu,
t_0	- chwila złożenia zamówienia,
t_a	- chwila przejścia systemu do stanu niezdatności, spowodowanego brakiem elementów wymiennych,
t_d	- chwila dostawy,
t_Q	- chwila, do której uszkodzeniu ulegnie Q elementów, licząc od chwili t_0 ,
t_{s+M}	- chwila uszkodzenia ostatniego pracującego elementu w systemie, po której następuje przestój systemu,
τ	- losowy czas braku / nadmiaru elementów wymiennych w systemie,
τ_1	- czas niezdatności sytemu,
τ_{gr}	- czas niezdatności, po przekroczeniu którego system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa z określonym prawdopodobieństwem,
$u^a(t)$	- a - krotny splot funkcji u , wynikający z kompozycji a jednakowych funkcji
$v(t)$	- losowa liczba uszkodzeń powstałych do chwili t ,
Ψ	- funkcja ryzyka.

1. WSTĘP

Celem prawidłowej eksploatacji systemów technicznych jest zapewnienie takich warunków działania systemu, które umożliwiłyby niezakłóconą realizację jego zadań, „zaspokajających określone potrzeby społeczne” [115]. Różne aspekty tego szerokiego zagadnienia analizowane były w Polsce począwszy od lat pięćdziesiątych zeszłego stulecia i odtąd ciągle są przedmiotem zainteresowania naukowców różnych dziedzin (np. [51][76][115]).

Jedną z najważniejszych decyzji, mających wpływ na proces eksploatacji systemu jest wybór odpowiedniej strategii obsługi, która determinuje zarówno stopień realizacji zadań systemu przy zadanych zewnętrznych warunkach ograniczających, jak i koszty realizacji zadań (np. wykorzystanie bogactw naturalnych, wyniki ekonomiczne działania systemu, zawodność bezpieczeństwa otoczenia systemu, itd.). Wybór polityki obsługi systemu wymaga rozwiązania wielu problemów cząstkowych, takich jak: utrzymanie określonych zasobów do obsługi systemu (np. [58][95]), chwila podjęcia działania (np. [23][28]), sposób reakcji na określone zdarzenie (np. [26][96]), etc.

Utrzymywanie zasobów niezbędnych do zapewnienia obsługi systemu jest kwestią o ogromnym znaczeniu dla większości istniejących systemów technicznych (produkcyjnych, transportowych, wojskowych, itp.). Istniejące modele obsługi systemów często zakładają istnienie nieograniczonych zapasów dla realizacji działań obsługowych, co w rzeczywistości jest mało realnym założeniem [9][96][27][125]. Takie założenie sugeruje wysoką standaryzację – a przez to łatwy dostęp – do wykorzystywanych środków i materiałów obsługowych lub opłacalność utrzymywania wysokiego poziomu zapasów, jako ochrony przed uszkodzeniami systemu [9]. W rzeczywistości, znacząca część środków inwestowana jest w utrzymywanie elementów wymiennych w systemie. Żeby uniknąć niepotrzebnych okresów przestojów systemu lub potencjalnie ryzykownych niezdatności, spowodowanych brakiem elementów, ich zapasy są często zbyt duże, co prowadzi do ogromnych kosztów ponoszonych przez system [75]. Z tego powodu polityka obsługi i polityka utrzymywania zapasu powinny być rozpatrywane łącznie, ponieważ oddzielne ich traktowanie nie zaowocuje rozwiązaniem optymalnym z punktu widzenia globalnego [9]. Właściwy poziom utrzymywanej rezerwy, szczególnie elementów decydujących o zdatności systemu, powinien stanowić kompromis między szeroko pojętym zyskiem, wynikającym z posiadania zapasu a kosztami systemu.

Literatura światowa w bardzo szerokim stopniu analizuje „klasyczne” modele zaopatrzenia (bez względu na rodzaj zapasów) jak i pewne modele zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne. Wydaje się jednak, że brak jest analizy zależności procesu zaopatrzenia i niezawodnościowych cech systemu, które determinują powstawanie przypadków jego niezdatności, co może pociągać za sobą dodatkowe skutki, jak np. zawodność bezpieczeństwa systemu lub jego otoczenia [20].

W rzeczywistych systemach eksploatacyjnych, bardzo często wielkość posiadanych zapasów ustalana jest jedynie na podstawie doświadczenia odpowiedzialnego za nie pracownika, bez uwzględnienia formalnych przesłanek wpływających na wyniki systemu. W wielu przypadkach praktycy nie przykładają wagi do niepewności procesu zaopatrzenia, w razie potrzeby wykorzystując możliwość uzyskania elementów rezerwowych po wyższym koszcie. Nie zawsze jednak istnieje taka możliwość, np.: w przypadku elementów trudnodostępnych, przy braku możliwości prawnych realizacji takich dostaw lub w sytuacjach nadzwyczajnych [52]. Odpowiednia organizacja procesu zaopatrzenia z pewnością jest w tych przypadkach czynnikiem silnie wpływającym na wyniki systemu w aspekcie niezawodności i bezpieczeństwa jak i na rezultaty ekonomiczne.

2. MODELE ZAOPATRZENIA SYSTEMU TECHNICZNEGO W ELEMENTY WYMIENNE

Zaopatrzenie systemów technicznych w elementy wymienne i wynikające z tego konsekwencje są problemami z pogranicza dwóch obszarów zainteresowania naukowców: ekonomii i niezawodności. Z ekonomicznego punktu widzenia rozwijana jest teoria nazywana „klasyczną teorią zapasów” [92], gdzie ciężar problemu położony jest na taką organizację procesu zaopatrzenia, która zapewnia minimalizację kosztów z nim związanych. W podejściu niezawodnościowym znana jest teoria odnowy i problem rezerwowania systemów. Dzięki określonej wielkości utrzymywanej rezerwy, możliwe jest uzyskanie wymaganego poziomu jego niezawodności [7][36][114]. Modele zaopatrzenia systemów w elementy wymienne są połączeniem obu tych aspektów. Z tego powodu, przedstawiony przegląd zagadnień podzielony został na trzy grupy:

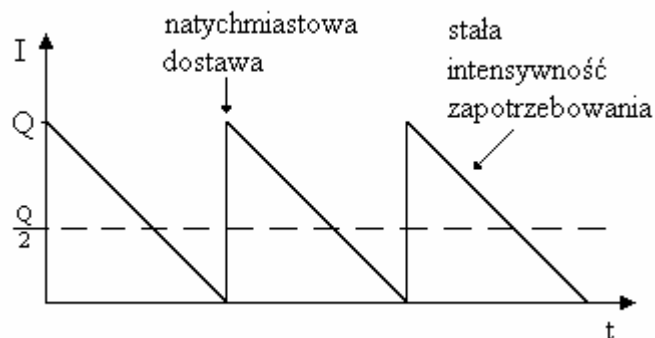
- a. modele klasycznej teorii zapasów,
- b. modele optymalnej struktury niezawodnościowej systemu,
- c. modele zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne.

2.1. Modele klasycznej teorii zapasów

2.1.1. Modele deterministyczne

„Początki naukowej teorii zapasów sięgają 1915 r. wtedy to bowiem F.W. Harris przedstawił znany dziś powszechnie wzór na optymalną partię zakupu (dostawy)” [92]. Ten najprostszy model zbudowany został na podstawie kilku założeń, mało realnych w praktyce (rys.2.1):

- zapotrzebowanie na produkt jest znane i stałe w jednostce czasu,
- realizacja dostawy jest natychmiastowa i bezbłędna.



Rys. 2.1. Kształtowanie się zapasów w warunkach deterministycznych

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [92][93]

Łączny koszt zarządzania zapasami wynosi [34][92][93][124]:

$$KZ = KOZ + KUZ \quad (2.1)$$

$$KOZ = \frac{D_{TE}}{Q} \cdot k_o = m \cdot k_o \quad (2.2)$$

$$KUZ = \frac{Q}{2} \cdot k_{u1} = \frac{Q}{2} \cdot r \cdot k_p \quad (2.3)$$

gdzie:

KZ – łączny koszty zarządzania zapasami,

KOZ – łączny koszt obsługi zamówień,

KUZ – łączny koszt utrzymania zapasu,

D_{TE} – prognoza łącznej wielkości zapotrzebowania w przyjętym horyzoncie czasowym,

Q – wielkość zamówienia (wielkość pojedynczej dostawy, wielkość partii),

$Q/2$ – średni poziom zapasu utrzymywany w magazynie,

m – liczba dostaw,

r – stopa procentowa określająca koszt utrzymania jednostki zapasu w przyjętym okresie (w zależności od ceny jednostki zapasu),

k_o – jednostkowy koszt obsługi zamówienia,

k_{u1} – koszt utrzymania jednostki zapasu w przyjętym okresie,

k_p – koszt zakupu jednostki zapasu.

Koszty w przyjętym okresie zminimalizowane zostały ze względu na wielkość zamawianej partii przez uzyskanie pochodnych cząstkowych $\frac{\partial KZ}{\partial Q} = 0$ i $\frac{\partial^2 KZ}{\partial Q^2} = 0$.

W ten sposób optymalna wielkość zamówienia wynosi:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D_{TE} \cdot k_o}{r \cdot k_p}} \quad (2.4)$$

gdzie:

u^* – optymalna wielkość zmiennej u .

Założenie o stałej wielkości popytu uwolnione zostało w kolejnych modelach: [30][84][91][97]. Zapotrzebowanie opisane zostało zmienną funkcją liniową w czasie:

$$D(t) = a \pm b(t) \quad (2.5)$$

gdzie:

$D(t)$ – wielkość popytu pojawiającego się chwili t ,

a, b – współczynniki funkcji.

Koszt zapasów w tych przypadkach, uzależniano od liczby zrealizowanych dostaw w przyjętym horyzoncie czasowym [41][44]:

$$KZ(m) = m \cdot k_o + k_{u2} \sum_{j=1}^m \left[\int_{t_{dj-1}}^{t_{dj}} (t - t_{dj-1}) \cdot D(t) \cdot dt \right] \quad (2.6)$$

gdzie:

$t_{d1}, t_{dj}, \dots, t_{dm-1}$ – chwila j -tej dostawy (t_m pokrywa się z końcem przyjętego horyzontu czasowego),

k_{u2} – koszt utrzymania jednostki zapasu w jednostce czasu.

Autorzy szukają optymalnych długości cyklu zamawiania i liczby dostaw, bazując na różnych założeniach, np:

– równości okresów między zamówieniami [84]:

$$T_c^* = \frac{TE}{m} \quad (2.7)$$

– możliwości wyznaczenia równoważnika popytu [77]:

$$D' = \frac{\left(\int_0^{TE} D(t) \cdot dt \right)}{TE} \quad (2.8)$$

– równości kosztów zamawiania i utrzymania zapasów podczas cyklu [69]:

$$k_o = k_{u2} \int_0^{T_c} t \cdot D(t) \cdot dt \quad (2.9)$$

gdzie:

TE – przyjęty horyzont czasowy,

T_c – długość cyklu zaopatrzenia, rozumianego jako okres między dwoma kolejnymi zamówieniami.

Dla popytu liniowo rosnącego w czasie, możliwe jest analityczne wyznaczenie najlepszego rozwiązania przez wyznaczenie pochodnych i przyrównanie ich do 0. W przypadku zapotrzebowania malejącego w czasie, proponuje się metodę iteracyjnego poszukiwania wartości T_c^* przez porównywanie kosztów zapasów przy różnej liczbie dostaw. Wielkość zamówienia determinowana jest wyznaczonym okresem T_c^* oraz znaną funkcją popytu:

$$Q = a \pm b \cdot T_c^* \quad (2.10)$$

Uogólnieniem powyższych przypadków jest przyjęcie ogólnej (niekoniecznie liniowej) funkcji popytu. Autor [113] przedstawia iteracyjny sposób poszukiwania długości cyklu zaopatrzenia, korzystając z udowodnionej przez siebie zależności, dotyczącej optymalnej chwili dodatkowego uzupełnienia zapasu w okresie $[t_{dj-1}, t_{dj}]$:

$$\int_{t_d^*}^{t_{dj}} D(u) \cdot du = (t_d^* - t_{dj-1}) \cdot D(t_d^*) \quad (2.11)$$

i sprawdzając czy:

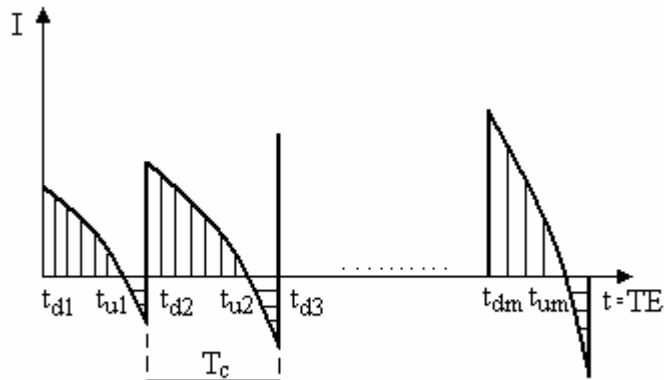
$$k_{u2} \cdot (t_d^* - t_{dj-1}) \int_{t_d^*}^{t_{dj}} D(u) \cdot du > k_o \quad (2.12)$$

gdzie:

t_d^* - optymalna chwila dostawy.

Spełnienie warunku (2.12) pozwalałoby zmniejszyć łączny koszt zapasów (2.1) przez wprowadzenie kolejnej dostawy.

Kolejnym krokiem w rozwoju teorii zapasów było uwzględnienie w modelach możliwości istnienia niedoborów podczas cyklu zaopatrzenia (rys.2.2).



Rys. 2.2. Graficzna prezentacja systemu zapasów

Źródło: [105]

Łączny koszt zarządzania zapasami uzupełniany jest przez koszt braku zapasów [42][105]:

$$KZ = KOZ + KUZ + KBZ \quad (2.13)$$

Wyrażenia opisujące koszty utrzymania i braku zapasu mają postać [105]:

$$KUZ = k_{u2} \cdot \sum_{j=1}^m \left[\int_{t_{dj}}^{t_{uj}} (u - t_{dj}) \cdot D(u) \cdot du \right] \quad (2.14)$$

$$KBZ = k_{b2} \cdot \sum_{j=1}^m \left[\int_{t_{uj}}^{t_{dj+1}} (t_{dj+1} - u) \cdot D(u) \cdot du \right] \quad (2.15)$$

gdzie:

KBZ – łączny koszt braku zapasu,

k_{b2} – koszt braku jednostki zapasu trwającej jednostkę czasu,

t_{uj} – chwila, w której posiadany zapas spada do zera w j – tym cyklu.

Korzystając z faktu, że optymalna część cyklu zaopatrzenia, kiedy mogą występować braki zapasu, wynosi [19]:

$$T_{uj}^* = \left(1 - \frac{k_{u2}}{k_{u2} + k_{b2}} \right) \cdot T_{cj} \quad (2.16)$$

autorzy [105] uzyskują liczbę dostaw minimalizującą koszt zarządzania zapasami (2.13):

$$m = \sqrt{\frac{k_{u2} \cdot k_{b2} \cdot TE \cdot \int_0^{TE} D(t) \cdot dt}{2 \cdot k_o \cdot (k_{u2} + k_{b2})}} \quad (2.17)$$

gdzie:

T_{cj} – długość j -tego cyklu zaopatrzenia.

Wyrażenie (2.17) jest zmodyfikowaną postacią wzoru (2.4), gdzie: $TE = 1$ a $D(t) = \text{const}$.

Heriga [42], wykorzystując wyrażenie określające optymalną długość braku, proponuje iteracyjne poszukiwanie kolejnych długości okresów T_{cj} , minimalizując koszt zapasów w jednostce czasu podczas kolejnych cykli zaopatrzeniowych:

$$KZ = \frac{k_o + k_{u2} \int_0^{t_u} u \cdot D(u) \cdot du + k_{b2} \int_{t_u}^{T_c} (T_c - u) \cdot D(u) \cdot du}{T_c} \quad (2.18)$$

W kolejnej grupie modeli [43][106] dotychczasowe warunki uzupełniono założeniem, że posiadany zapas ulega starzeniu (degradacji). W tym przypadku koszt utrzymania zapasów zmodyfikowany musi być o wielkość straconego zapasu [106]:

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= -D(t) - \theta \cdot I(t) && \text{dla } t_{dj} \leq t \leq t_{uj} \\ I(t) &= e^{-\theta t} \int_t^{t_{uj}} e^{-\theta u} D(u) \cdot du && \text{dla } t_{dj} \leq t \leq t_{uj} \\ I_j &= \frac{1}{\theta} \cdot \int_{t_{dj}}^{t_{uj}} [e^{\theta(u-t_{dj})} - 1] \cdot D(u) \cdot du \\ KUZ &= \sum_{j=1}^m (k_{u2} + \theta \cdot k_p) \cdot I_j \end{aligned} \quad (2.19)$$

gdzie:

$I(t)$ – wielkość zapasu w chwili t ,

I_j – skumulowana wielkość zapasu w j -tym cyklu zaopatrzenia,

θ – współczynnik strat, określany jako procent zapasów, które ulegają degradacji (intensywność degradacji).

Autorzy [106] proponują obliczenie pochodnych cząstkowych $\frac{\partial KZ}{\partial t_{uj}} = 0$, $\frac{\partial KZ}{\partial t_{dj}} = 0$

dla przyjętej liczby dostaw, by uzyskać optymalne chwile uzupełnień i wyczerpania zapasu w kolejnych cyklach zaopatrzeniowych. Hariga [43] ponownie proponuje wyznaczenie wielkości m poprzez poszukiwanie iteracyjne. Szerszy przegląd modeli uwzględniających starzenie się zapasu znaleźć można np. w [37][81].

2.1.2. Modele losowe

Kolejną grupą modeli, które istnieją w klasycznej teorii zapasów, są modele uwalniające dość mało realne założenie o deterministycznym charakterze procesów składających się na proces zaopatrzenia. Modele procesu zaopatrzenia uwzględniają przede wszystkim:

- losowe zapotrzebowanie (popyt),

- losowy czas realizacji zamówienia (od chwili złożenia zamówienia do chwili fizycznej realizacji dostawy),
- losową wielkość strat w posiadanym zapasie.

Wg [4] można wyróżnić cztery grupy niepewności związane z zapotrzebowaniem i czasem realizacji dostaw:

- niepewność wielkości zapotrzebowania,
- niepewność intensywności – chwili wystąpienia zapotrzebowania,
- niepewność długości czasu realizacji dostawy,
- niepewność wielkości dostawy.

W literaturze zagadnienia najczęściej spotykany jest przypadek, gdy rozpatrywaną zmienną losową jest wielkość zapotrzebowania na zapas. Najczęściej z góry przyjmowany jest określony rozkład prawdopodobieństwa kształtowania się wielkości lub intensywności popytu. Określa się, że poszczególne rozkłady dobrze opisują zapotrzebowanie na pewne grupy towarów [92]:

- rozkład normalny – zapotrzebowanie na wyroby gotowe sprzedawane masowo, o wysokim popycie,
- rozkład wykładniczy – zapotrzebowanie na towary w hurtowniach i ewentualnie w punktach detalicznych,
- rozkład *Poissona* – zapotrzebowanie na towary „rzadkie”, sporadycznie poszukiwane,
- rozkład gamma – towary wolno rotujące [119].

Niepewność wynikającą z losowego charakteru procesów można częściowo wyeliminować przez przyjęcie pewnego nadmiaru:

- wielkości zapasu, tzw. zapasu bezpieczeństwa,
- czasowego, tzw. czasu bezpieczeństwa.

Najlepsze rozwiązanie w modelach losowych wyznaczane jest alternatywnie przez:

- minimalizację średnich kosztów zarządzania zapasami,
- uzyskanie określonego poziomu obsługi, przy minimalnych kosztach.

Poziom obsługi stanowi dodatkowe ograniczenie w funkcji celu i „odnosi się do dostępności zapasu w probabilistycznym lub oczekiwanym sensie – nie obejmuje innych wymiarów usługi” [18]. Dostępność zapasu może być mierzona w różny sposób, jednak najpopularniejszą miarą prezentowaną w literaturze jest prawdopodobieństwo,

że posiadany zapas na koniec cyklu nie spadnie poniżej pewnego poziomu minimalnego [18]:

$$P(I(T_c) \geq I_{\min}) = P_B \quad (2.20)$$

gdzie:

- P_B – prawdopodobieństwo braku zapasu w czasie cyklu,
- I_{\min} – minimalny poziom zapasu (np. $I_{\min} = 0$).

Poziom obsługi stosowany jest w przypadku, gdy brak jest możliwości precyzyjnego określenia kosztów niedoborów zapasu.

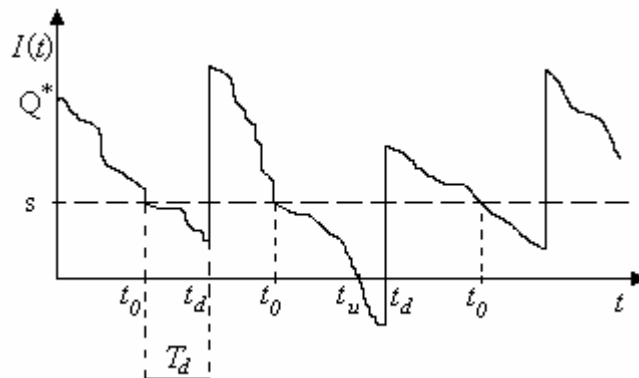
Teoria zapasów wyróżnia dwa klasyczne modele sterowania zapasami [92]:

- model stałego poziomu zamawiania (rys.2.3),
- model stałego cyklu zamawiania (rys.2.4),

oraz ich kombinacje [92][93], z których najczęściej stosowanym jest:

- model s, S .

Model stałego poziomu zamawiania



Rys. 2.3. Model stałego poziomu zamawiania

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [92]

W modelu tym posiadany zapas pomniejszany jest zgodnie z pojawiającym się w czasie zapotrzebowaniem. W chwili, gdy obniży się do poziomu zdefiniowanego wcześniej (tzw. poziomu zamawiania) generowane jest nowe zamówienie. W modelu niezbędne jest więc zdefiniowanie: wielkości zapasu tworzącego poziom zamawiania i wielkości optymalnej partii.

Wielkość poziomu zamawiania wyznaczana jest na podstawie rozkładu wielkości zapotrzebowania pojawiającego się w czasie realizacji dostawy. Jeżeli czas ten jest deterministyczny i gdy znany jest rozkład wielkości zapotrzebowania w jednostce czasu, wtedy [40][88]:

$$\overline{D_{Td}} = \overline{D}_j \cdot T_d \quad (2.21)$$

$$\sigma_{D_{Td}} = \sigma_j \cdot \sqrt{T_d} \quad (2.22)$$

gdzie:

T_d – czas realizacji dostaw,

$D_{Td}(u)$ – gęstość prawdopodobieństwa wielkości popytu pojawiającego się w czasie realizacji dostawy, ($\overline{D_{Td}}$ - średnia i $\sigma_{D_{Td}}$ - odchylenie standardowe rozkładu),

$D_j(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa wielkości popytu pojawiającego się w jednostce czasu, (\overline{D}_j - średnia i σ_j - odchylenie standardowe rozkładu).

Korzystając z zależności (2.21) i z faktu, że suma wartości średniej i pewnej liczby odchyłeń standardowych zawiera w sobie określony obszar prawdopodobieństwa, możemy obliczyć wielkość zapasu stanowiącego poziom zamawiania. Powinien on pokryć pojawiające się zapotrzebowanie z określonym prawdopodobieństwem. Bazując na tym podejściu tworzone są proste obliczeniowo reguły zarządzania zapasami, sprowadzające zagadnienie losowe do modelu deterministycznego [65][88][116]:

$$s = \overline{D}_j \cdot T_d + k_k \cdot \sigma_j \cdot \sqrt{T_d} \quad (2.23)$$

gdzie:

s – wielkość poziomu zamawiania,

k_k – współczynnik bezpieczeństwa, określający liczbę odchyłeń standardowych rozkładu prawdopodobieństwa, przy uwzględnieniu której otrzymuje się kwantyl rzędu $1 - P_{B_{gr}}$ rozkładu [88]: $P(D_{Td} \leq s) = 1 - P_{B_{gr}}$,

D_{Td} – skumulowana wielkość popytu pojawiającego się podczas realizacji dostawy,

$P_{B_{gr}}$ – dopuszczalna wartość prawdopodobieństwa braku zapasu w czasie cyklu.

Prawdopodobieństwo P_B można odczytać, dla poszczególnych wartości współczynnika bezpieczeństwa k_k , z tablic dystrybuanty poszczególnych rozkładów.

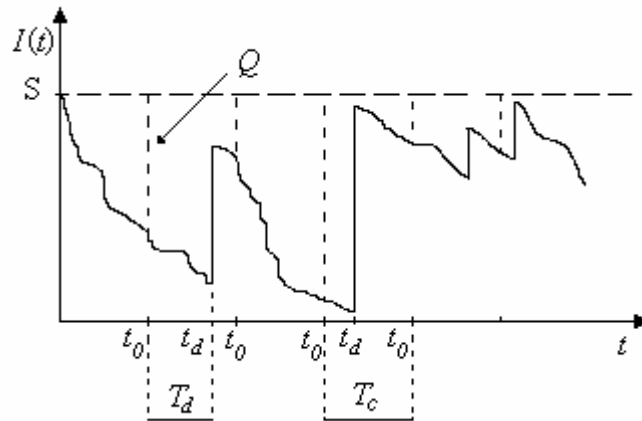
W przypadku, gdy czas realizacji dostaw byłby również zmienną losową, formuła (2.23) przybrałaby kształt [92]:

$$s = \overline{D}_j \cdot \overline{T}_d + k_k \sqrt{\sigma_j^2 \overline{T}_d + \overline{D}_j^2 \sigma_{T_d}^2} \quad (2.24)$$

gdzie:

$\overline{T}_d, \sigma_{T_d}^2$ – odpowiednio: wartość średnia i wariancja czasu realizacji dostaw.

Model stałego cyklu zamawiania.



Rys. 2.4. Model stałego cyklu zamawiania

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [92]

W modelu tym zamówienia dokonywane są co pewien stały okres, zaś zamawiana partia ma zmienną wielkość. Normami sterowania w tym modelu są: długość cyklu zaopatrzenia i wielkość poziomu maksymalnego zapasu, który stanowi wyznacznik zamawianej wielkości [92]:

$$m = \frac{D_{TE}}{Q^*} \quad (2.25)$$

$$T_c^* = \frac{D_{TE}}{m} \quad (2.26)$$

$$S = \overline{D}_j \cdot (\overline{T}_d + T_c^*) + k_k \cdot \sigma_j \sqrt{\overline{T}_d + T_c^*} \quad (2.27)$$

gdzie:

S – wielkość zapasu stanowiąca jego maksymalny poziom w modelu stałego okresu zamawiania.

Model s, S .

Model ten jest kombinacją modeli stałego poziomu i cyklu zamawiania. Nowe zamówienie generowane jest w chwili, gdy zapas obniży się do poziomu zamawiania, jednak tym razem zamawiana wielkość Q jest wyznaczana podobnie jak w modelu stałego cyklu [92][93]:

$$Q = S - s \quad (2.28)$$

Bazując na przedstawionych powyżej modelach, rozwijane są kolejne sposoby uzyskiwania optymalnej polityki zaopatrzenia dla konkretnych problemów.

Autorzy [40][65][88][123] analizują politykę zaopatrzenia przy założeniu losowej wielkości popytu i deterministycznym czasie realizacji dostaw. Zakłada się, że czas realizacji dostaw jest zmienną decyzyjną, gdyż przez poniesienie dodatkowego kosztu można go skrócić, co znaczy, że można skrócić czas realizacji elementów składających się na dostawę. W tym przypadku długość czasu i związany z nim koszt modeluje się przy założeniach, że [88]:

- czas realizacji dostawy składa się z L czasów składowych, które mają normalny czas trwania l_n i minimalny czas l_{min} . Koszt skrócenia czasu składowego dostawy l_{nj} o jednostkę czasu wynosi k_{lj} ,
- czas realizacji dostawy, składającej się z i czasów minimalnych oraz $L-i$ czasów o normalnej długości, wyznaczyć można jako:

$$T_{di} = \sum_{j=1}^L l_{nj} - \sum_{j=1}^i (l_{nj} - l_{minj}) \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, L \quad (2.29)$$

– koszt skrócenia czasu realizacji dostaw $T_d \in [T_{di}, T_{di-1}]$:

$$KL(T_d) = k_{lj}(T_{di-1} - T_d) + \sum_{j=1}^{i-1} k_{lj}(l_{nj} - l_{\min j}) \quad (2.30)$$

Uwzględniając (2.30) autorzy [88] budują funkcję opisującą oczekiwany koszt zapasów w ciągu przyjętego okresu i warunek dotyczący poziomu obsługi:

$$KZ = k_o \cdot m + k_{ul} \cdot \left[\frac{Q}{2} + s - \overline{D_{Td}} + (1 - \omega) \cdot E(B) \right] + KL(T_d) \cdot m \quad (2.31)$$

$$\frac{E(B)}{Q} \leq P_{B_{gr}}$$

gdzie:

$E(B)$ – oczekiwana wielkość braku zapasu w cyklu zaopatrzeniowym:

$$E(B) = \max(0, D_{Td} - s),$$

ω – część zapotrzebowania ($0 \leq \omega \leq 1$) niezaspokojonego w pojedynczym cyklu zaopatrzenia, stanowiący zaległe zamówienie.

Dla znanego rozkładu wielkości popytu, oczekiwana wielkość braku w cyklu liczona jest:

$$E(B) = \int_s^{\infty} (u - s) \cdot D_{Td}(u) \cdot du \quad (2.32)$$

Gdy rozkład popytu nie jest znaną funkcją a znane są jedynie: wartość średnia $\overline{D_{Td}} = \overline{D} \cdot T_d$ i odchylenie standardowe $\sigma_{D_{Td}} = \sigma_j \sqrt{T_d}$, równanie (2.32) jest zastąpione przez nierówność:

$$E(B) \leq \frac{1}{2} \left[\sqrt{\sigma_j \cdot T_d + (s - \overline{D_{Td}})^2} - (s - \overline{D_{Td}}) \right] \quad (2.33)$$

Na podstawie powyższych wyrażzeń, wyznaczono wyjściową wielkość Q dla ustalonego T_d , z pominięciem warunku dotyczącego poziomu obsługi:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot D_{TE} \cdot [k_o + KL(T_d)]}{k_{u2}}} \quad (2.34)$$

Dopiero w kolejnych krokach autorzy proponują iteracyjne poszukiwanie najlepszej długości czasu realizacji dostaw, już przy uwzględnieniu warunku dotyczącym poziomu obsługi.

Podobny sposób postępowania zaproponowano w [40], dodając jedynie koszt kary za każdą jednostkę czasu, gdy nie można zaspokoić pojawiającego się zapotrzebowania. Autorzy [65] badają wpływ wielkości ω na kształtowanie funkcji celu przy tych samych założeniach co [40]. W modelach brak jest wyraźnej zależności kosztów zaopatrzenia w przyjętym okresie od wielkości poziomu zapasu alarmowego.

Kolejnym krokiem w rozwoju modeli zaopatrzenia jest uwzględnienie możliwości pojawienia się uszkodzonych jednostek towaru w dostawie, utrzymanie których również kosztuje. W tym przypadku, koszt utrzymania zapasów w pojedynczym cyklu określany jest jako zależny od liczby jednostek uszkodzonych podczas dostawy [116]:

$$KUZ(y) = k_{u1} \frac{Q-y}{D_{TE}} \left[\frac{Q-y}{2} + s - \overline{D_{Td}} + (1-\omega) \cdot E(B) \right] + k'_{u1} \frac{Q-y}{D_{TE}} \cdot y \quad (2.35)$$

gdzie:

y – losowa liczba uszkodzonych jednostek produktu w dostawie,

k'_{u1} – koszt utrzymania jednostki uszkodzonego produktu przez rozpatrywany okres.

Wartość $Q - y$ autor przybliżył przez jego wartość oczekiwaną, przyjmując założenie o dwumianowym rozkładzie wielkości y z losowym parametrem θ , jako:

$$E(Q - y) = Q \cdot (1 - E(\theta)) \quad (2.36)$$

gdzie:

$E(\theta)$ – wartość oczekiwana parametru θ .

Podobnie jak poprzednio [40][88], dla popytu o rozkładzie normalnym i dowolnym, autorzy obliczają wyjściową wielkość zamawianej partii dla ustalonego czasu realizacji dostawy i proponują iteracyjne poszukiwanie rozwiązania (T_d) cechującego się najniższym kosztem zarządzania zapasami w przyjętym okresie.

Losowy czas dostaw oraz oba rodzaje niepewności związanej z zapotrzebowaniem (wielkości i intensywności) analizują autorzy [119]. W ich modelu zamówienie składane może być jedynie w tych chwilach czasu, gdy występuje popyt. Problem sprowadza się więc do analizy problemu, czy w obecnej chwili zmniejszenia zapasu (zaspokojenia zapotrzebowania) już zamawiać kolejną partię towaru, czy można poczekać z taką decyzją do kolejnej transakcji, co jednoznaczne jest z wyrażeniem:

$$P(D_{Td} > I_0 - D_1) < P_{B_{gr}} \quad (2.37)$$

gdzie:

I_0 – wielkość zapasu w chwili początkowej (w chwili, gdy zapas zostaje pomniejszony zgodnie z zaistniałym zapotrzebowaniem),

D_i – wielkość zapotrzebowania, które pomniejszy zapas przy i – tej transakcji ($i=1$).

Prawdopodobieństwo wystąpienia braku zapasu w modelu można wyliczyć jako:

$$P_B = P(w=0) \cdot P(D_1 > I_0) + \sum_{j=1}^{\infty} P(w=j) \times P\left(\sum_{i=2}^{j+1} D_i > I_0 - D_1\right) \quad (2.38)$$

gdzie:

w – liczba transakcji w czasie realizacji dostaw („wystąpień popytu”).

W dalszym postępowaniu, w modelu przyjęto, że wszystkie trzy zmienne (wielkość popytu, okres między „wystąpieniami” popytu, czas realizacji dostaw) charakteryzowane są przez rozkład Gamma. Gdy wielkość popytu D_i przyjmuje rozkład gamma o parametrach (η, σ) , wtedy funkcja wielkości popytu w czasie realizacji dostaw $D_{Td} = \sum_{i=1}^{j+1} D_i$ przyjmuje rozkład gamma o parametrach $(\eta, (j+1)\sigma)$ i można wyliczyć prawdopodobieństwa:

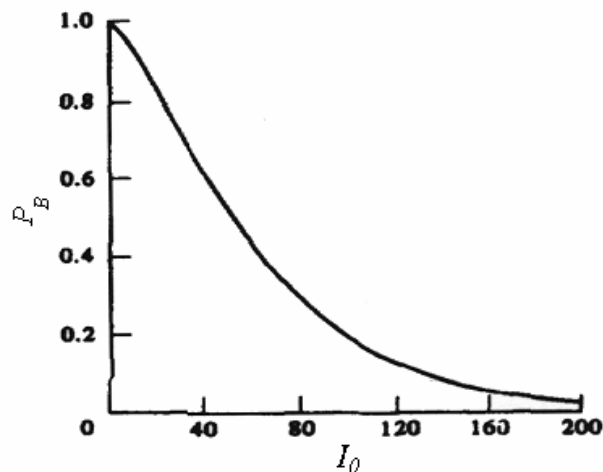
$$P\left(\sum_{i=1}^{j+1} D_i \leq I_0\right) = \int_0^{I_0} D_{Td}(u) \cdot du \quad (2.39)$$

$$P(w = j + 1) = P(w < j + 2) - P(w < j + 1) = P\left(\sum_{i=1}^{j+1} T_{D_i} > T_d\right)$$

gdzie:

T_{D_i} – okresy pomiędzy kolejnymi transakcjami.

Powyższy model liczony jest dla przykładowych wartości parametrów rozkładów, co w rezultacie pozwala na wykreślenie krzywej zależności prawdopodobieństwa braku zapasu dla określonej wielkości zapasu w chwili obecnej transakcji (chwili decyzji) (rys. 2.5).



Rys. 2.5. Zależność poziomu obsługi od wielkości posiadanego zapasu

Źródło: [119]

W [1] zaproponowano model zaopatrzenia, minimalizujący koszt zarządzania zapasami w jednostce czasu, przy uwzględnieniu trzech zmiennych losowych:

- wielkości popytu w jednostce czasu (rozkład *Poissona*),
- długości czasu realizacji dostaw (dowolny rozkład),
- wielkości zapasu uszkodzonego podczas dostawy (dowolny rozkład).

Autorzy przyjmują model zapasów (s, S) i stwierdzają, że „jeżeli popyt jest zgodny z rozkładem Poissona, brak jest zaległych zamówień na początku cyklu zaopatrzenia, wtedy początkowy zapas w cyklu streszcza całą historię procesu zaopatrzenia przed tym cyklem i zapas początkowy o wielkości I_1 w pierwszym cyklu oraz zapas początkowy I_2

w kolejnym cyklu są stanami w łańcuchu Markowa” [1]. Prawdopodobieństwa przejść między stanami wynoszą:

$$\begin{aligned}
 P_{I_1 I_2} &= \sum_{j=1}^s D_{Td}(j) \cdot P_Q(S - I_2 - j) + \left[1 - \sum_{j=1}^s D_{Td}(j) \right] \cdot P_Q(S - s - I_2) \quad \text{dla } S \geq I_1 \geq s \\
 P_{I_1 I_2} &= \sum_{j=0}^{I_1} D_{Td}(j) \cdot P_Q(S - I_2 - j) + \left[1 - \sum_{j=1}^{I_1} D_{Td}(j) \right] \cdot P_Q(S - I_1 - I_2) \quad \text{dla } s \geq I_1 \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

gdzie:

$P_{I_1 I_2}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu, gdy początkowy zapas wynosi I_1 do stanu, gdy zapas początkowy wynosi I_2 ,
 $P_Q(y)$ – prawdopodobieństwo, że w czasie dostawy o wielkości Q uszkodzeniu ulegnie y jednostek.

Prawdopodobieństwo, że zapas początkowy cyklu wyniesie I_1 , (gdzie $I_1 = 1, 2, \dots, S$) można otrzymać rozwiązując układ równań liniowych:

$$\begin{aligned}
 P_{I_1} &= \sum_{I_2=0}^s P_{I_2} \cdot P_{I_2 I_1} \\
 1 &= \sum_{I_2=0}^s P_{I_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.41}$$

gdzie:

P_{I_1} – prawdopodobieństwo, że zapas początkowy cyklu wyniesie I_1 .

Autorzy zauważają, że rozwiązanie analityczne nie wydaje się być możliwe. W eksperymencie symulacyjnym przyjęto, że popyt jest zgodny z rozkładem *Poissona*, czas realizacji dostaw z rozkładem *Gamma*, zaś liczba elementów uszkodzonych w pojedynczej dostawie – z rozkładem dwumianowym. Dla takich założeń autorzy różniczkują funkcję celu, przyrównują do wartości 0 i otrzymują „dobrze znaną formułę” [1], zależną od poziomu zamawiania:

$$Q = \frac{1}{1-\theta} \sqrt{\frac{2 \cdot \overline{D}_j \cdot [k_o + k_{b3} \cdot E(B)]}{k_{u2}}}
 \tag{2.42}$$

$$E(B) = \sum_{j=s+1}^{\infty} D_{Td}(j) \cdot (j-s) \quad (2.43)$$

gdzie:

k_{b3} – koszt braku jednostki zapasu.

Podsumowując przedstawione modele klasycznej teorii zapasów, można zauważyć, że większość autorów w podobny sposób modeluje rzeczywisty proces zaopatrzenia. Podstawową różnicą w wielu publikacjach jest uwzględnienie różnego rodzaju kosztów, mających wpływ na łączny koszt zarządzania zapasami. Przy rozwiązaniu problemu, skomplikowane zagadnienia losowe, sprowadzane są do wartości średnich i często wykorzystuje się założenie o znajomości form rozkładów prawdopodobieństwa, opisujących zmienne (np. [116][119]), ewentualnie – ich statystyk (średniej i wariancji) [40][88].

Podstawową i najczęściej stosowaną funkcją celu, podczas optymalizacji parametrów zaopatrzenia, jest minimalizacja łącznych kosztów zarządzania zapasami. Klasyfikację modeli zaopatrzenia według wybranych kryteriów prezentuje tabela 2.1.

Przeglądy literaturowe omawiające istniejące modele "klasycznej teorii zapasów" znaleźć można między innymi w: [33][37][38][55][57][70][80][81][85][89][110].

Tabela 2.1. Klasyfikacja modeli klasycznej teorii zapasów

Cel modelowania	Możliwość braku zapasu	Funkcja celu	Metoda optymalizacji	Zmienne losowe	Publikacje
Optymalizacja	Dopuszczalny	$KZ \rightarrow \min, P(D_{TE} > I) \leq P_{Bgr}$	Analityczna	D	[11],[65],[83],[88]
		$KZ \rightarrow \min$		-	[19],[71],[105],[106]
				D	[54]
				D, Y	[116]
				D, L	[28],[29]
				D, L, Y	[1]
	Niedopuszczalny	$KZ \rightarrow \min$	Heurystyczna	-	[30],[34],[35],[92],[93],[72] [44],[56],[77],[84],[91],[97],[113] [42],[43],[94]
				D	[9],[16],[17],[26],[40]
	Dopuszczalny	$KZ \rightarrow \min, P(D_{TE} > I) \leq P_{Bgr}$	Programowanie matematyczne	D, L	[123]
				D	[111]
		$KZ \rightarrow \min$	Programowanie dynamiczne	D, L	[4]
			Symulacja	D, L	[52],[95],[125],[126]
			Ocena wyników systemu	$I \Rightarrow P(D_{TE} > I) \leq P_{Bgr}$	Analityczna
$I \Rightarrow KZ$	Symulacja	D, L		[104]	
Porównanie wybranych rozwiązań					[41],[98]

Objaśnienia:

$a \rightarrow b$ – funkcja celu (a dąży do b),

$a \Rightarrow b$ – wpływ wielkości a na wielkość b .

2.2. Modele optymalnej struktury niezawodnościowej systemu

Z niezawodnościowego punktu widzenia, posiadane zapasy części wymiennych stanowią tzw. (zimną) rezerwę strukturalną systemu (np. [7][114][120]). Oznacza to, że znając niezawodność wszystkich elementów w systemie (pracujących i zapasowych), możemy osiągnąć wymagany poziom jego niezawodności lub gotowości w określonym czasie. Z tego powodu przeprowadzenie pełnej analizy problemu zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne niemożliwe jest bez przeglądu stanu wiedzy, dotyczącego rezerwowania systemów, gdyż „funkcja wynikająca ze struktury systemu ma kluczowe znaczenie w problemie optymalizacji nadmiarowości” [122]. Wielu autorów wykorzystuje tę teorię do wyznaczenia odpowiedniej liczby elementów wymiennych, niezbędnych do osiągnięcia określonego celu systemu.

Przedstawioną poniżej grupę modeli nazwać można modelami optymalnej struktury niezawodnościowej systemu. Przy założonej konfiguracji elementów pracujących w systemie, poszukuje się kompozycji, która w zadanym czasie pozwoli osiągnąć założoną funkcję celu:

- maksymalizację przychodu z eksploatacji systemu (np. [12][14][75]),
- prawdopodobieństwo działania systemu (np. [58]),
- maksymalizacja gotowości systemu (np. [21][22]),
- minimalizacja łącznej wagi elementów wymiennych (np. [68][58]) lub łącznej objętości elementów wymiennych (np. [22]).

W modelach nie uwzględnia się możliwości powiększania zapasu w miarę upływu czasu, ale z założenia, na początku rozpatrywanego okresu, zapewnia się liczbę części wymiennych, które mają zaspokoić zapotrzebowanie aż do jego końca.

Bazą dla tej grupy modeli często bywa teoria odnowy, według której określony poziom obsługi (rozumiany tutaj jako prawdopodobieństwo, że nie zabraknie elementów do pokrycia wszystkich uszkodzeń w systemie) można uzyskać [7][36][114][120]:

$$\begin{aligned} P\{v(t) > n\} &< P_\alpha \\ P\{v(t) \geq n\} &= P\{T_{p1} + T_{p2} + \dots + T_{pn} < t\} = F^n(t) \\ F^{n+1}(t) &< P_\alpha \end{aligned} \quad (2.44)$$

gdzie:

$$F^n(t) = \int_0^t F^{n-1}(t - T_p) \cdot dF(T_p); \quad F^1(t) = F(t)$$

$v(t)$ – losowa liczba uszkodzeń powstałych do chwili t ,

n – liczba elementów wymiennych,

P_α – dopuszczalna zawodność systemu w założonym horyzoncie czasowym,

T_p – losowy czas poprawnej pracy elementu,

$F(t)$ – dystrybuanta zmiennej losowej określającej czas życia elementu T_p ,

$u^a(t)$ – a -krotny splot funkcji u , wynikający z kompozycji a jednakowych funkcji.

Najmniejsza liczba elementów wymiennych, która pozwoli spełnić nierówność (2.44) jest poszukiwaną wartością. Jednak obliczenie n -krotnego splotu funkcji $F(t)$ w postaci jawnej jest możliwe jedynie dla niektórych rozkładów prawdopodobieństwa [36].

Korzystając z powyższych twierdzeń teorii odnowy, zbudowany został prosty model, w którym optymalna, ze względu na koszty, liczba elementów powinna być wielkością [8]:

$$P\{v(TE) \leq n^* - 1\} \leq \frac{k_{b-} - k_{b+}}{k_{u2} + k_{b-} - k_{b+}} \leq P\{v(TE) \leq n^*\} \quad (2.45)$$

gdzie:

k_{b-} – koszt straty wynikającej z uszkodzenia pracującego elementu, w przypadku braku elementu wymiennego,

k_{b+} – koszt straty wynikającej z uszkodzenia pracującego elementu, w przypadku posiadania elementu wymiennego.

W [58] przedstawiony został z kolei model, który pozwolić ma na wyznaczenie optymalnej liczby elementów wymiennych dla systemu o szeregowej strukturze niezawodnościowej. Funkcją celu w tym przypadku jest minimalizacja łącznej masy elementów wymiennych, ograniczeniem – prawdopodobieństwo, że system będzie działał w założonym horyzoncie czasowym, które można wyznaczyć [51][58][59]:

$$\prod_{j=1}^M [1 - F_j^{n_j+1}(TE)] \geq 1 - P_\alpha \quad (2.46)$$

gdzie:

- M – liczba elementów tworzących system (pracujących w systemie),
 $F_j(t)$ – dystrybuanta zmiennej losowej określającej czas życia j -tego elementu systemu T_{pj} ,
 n_j – liczba części wymiennych dla j -tego elementu systemu $\sum n_j = n$.

Iloczyn w wyrażeniu (2.46) wynika z szeregowej struktury niezawodnościowej systemu, gdzie działanie systemu jest jednoznaczne z działaniem wszystkich jego elementów składowych (np. [36][114][120]). W modelu proponuje się (podobnie jak w [51]), by najlepsze rozwiązanie problemu znaleźć przy pomocy metody programowania dynamicznego.

W [101][102][103] proponuje się, by oceniać niezawodność systemu szeregowego przy przyjęciu rezerwy „przesuwającej się”, wykorzystując model symulacyjny, zbudowany na podstawie metody analizy zdarzeń możliwych w kolejnych krokach czasowych.

Modele przedstawione w [21][22] i [100] są kontynuacją sposobu postępowania z [58]. Model w [22] rozszerzony został o analizę przypadku najprostszej, 3-elementowej struktury szeregowo – równoległej systemu. Optymalna liczba części wymiennych w systemie tym razem ma maksymalizować jego gotowość, przy ograniczeniu dotyczącym łącznej objętości elementów wymiennych [22] i budżetu [21]. Gotowość systemu wyznacza się jako [22]:

$$A(t) = A_1(t) \cdot [A_2(t) + A_3(t)] - A_2(t) \cdot A_3(t) \quad (2.47)$$

gdzie:

$A(t)$ – gotowość systemu w chwili t ,

$A_j(t)$ – gotowość w chwili t j -tego elementu pracującego w systemie.

Dla rozpatrywanego rozkładu wykładniczego czasu życia elementów, gotowość $A_j(t)$ wyznaczona zostaje jako funkcja [22]:

$$A_j(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=0}^i \frac{e^{-\lambda_j \cdot t}}{k!} \cdot (\lambda_j \cdot t)^k \cdot z_{ji} \quad (2.48)$$

gdzie:

λ_j – parametr rozkładu wykładniczego określający intensywność uszkodzeń j -tego elementu,

$z_{ji} = 1$, gdy i części wymiennych jest wybrane dla j -tego elementu systemu, inaczej $z_{ji} = 0$.

W [21] przedstawione są wyrażenia na gotowość systemów, gdy czas życia elementów składowych jest charakteryzowany przez rozkład inny niż wykładniczy. Rozwiązanie optymalne problemów – jak proponują autorzy – można znaleźć przez wykorzystanie metody matematycznego programowania dynamicznego.

W [6] zaproponowano heurystyczny algorytm poszukiwania optymalnej kompozycji systemu szeregowego przy pojedynczym ograniczeniu:

- a. wyznaczenie wskaźnika rr dla każdej grupy elementów składowych systemu:

$$rr = [\log R_j(TE, n_j + 1) - \log R_j(TE, n_j)] \cdot k_{N_j} \quad (2.49)$$

gdzie:

j – liczba grup elementów tworzących system,

n_j – liczba elementów zapasowych, utrzymywanych dla i -tej grupy,

k_{N_j} – ilość zasobu wydatkowana w związku z alokacją jednego elementu j -tego typu,

$R_j(TE, n_j)$ – niezawodność j -tej grupy pracujących elementów przy utrzymaniu n_j elementów wymiennych.

- b. dodanie jednego elementu wymiennego do grupy j , gdzie:

$$rr = \max_j [rr] \quad (2.50)$$

- c. powrót do kroku a .

W [50] i [51] przedstawiono rozszerzoną heurystyczną metodę poszukiwania rozwiązania dla dowolnej struktury systemu. „W dowolnym etapie poszukiwania optymalnej struktury niezawodnościowej należy dokonywać rezerwacji w sposób gwarantujący największy stosunek przyrostu niezawodności do przyrostu kosztu jej powiększania” [51]. Czulość niezawodnościowa określona została jako [51]:

$$rr_j = \frac{\partial R}{\partial R_j} \quad (2.51)$$

gdzie:

R – niezawodność systemu,

R_j – niezawodność j -tego elementu / j -tej grupy elementów w systemie.

Szerszy aspekt wyników ekonomicznych związanych z określonym sposobem rezerwowania poruszają autorzy [12][14][75]. Poszukują najlepszej konfiguracji systemu o szeregowo - równoległej strukturze niezawodności, tym razem przyjmując funkcję celu, którą jest maksymalizacja zysku systemu w założonym horyzoncie czasowym [12]:

$$ZS = PS - (KZ' + KN + KB + KW) \quad (2.52)$$

$$PS = p \cdot \int_0^{TE} \frac{A(t) \cdot dt}{(1+r_0)^t} \quad (2.53)$$

$$KZ' = \sum_{j=1}^M k_{pj} \quad (2.54)$$

$$KN = \sum_{j=1}^M k_{nj} \cdot \int_0^{TE} \frac{z_{nj}(t) \cdot dt}{(1+r_0)^t} \quad (2.55)$$

$$KB = k_{b4} \cdot \int_0^{TE} \frac{[1-A(t)] \cdot dt}{(1+r_0)^t} \quad (2.56)$$

$$KW = \sum_{j=1}^W z_{wj} \frac{k_{wj}}{(1+r_0)^{t_{wj}}} \quad (2.57)$$

gdzie:

ZS – łączny zysk systemu,

PS – łączny przychód systemu,

KZ' – łączny koszt zakupu i instalacji elementów wymiennych,

KN – łączny koszt napraw systemu,

KB – łączny koszt kar wynikających z niezdatności systemu,

- KW – łączny koszt wypadków w systemie,
 p – jednostkowy przychód systemu w jednostce czasu działania systemu,
 r_0 – wskaźnik wyznaczający wartość pieniądza w odniesieniu do okresu bazowego,
 k_{pj} – jednostkowy koszt zakupu i instalacji j -tego elementu systemu,
 k_{nj} – koszt naprawy j -tego elementu urządzenia, trwającej jednostkę czasu,
 $z_{nj}(t) = 1$, gdy zdarzy się naprawa j -tego elementu systemu, inaczej $z_{nj}(t) = 0$,
 k_{b4} – koszt niezdatności systemu, trwającej jednostkę czasu,
 W – liczba rodzajów wypadków, mogących nastąpić w systemie,
 k_{wj} – koszt skutków wynikających z wystąpienia j -tego wypadku w systemie,
 $z_{wj}(t) = 1$, gdy zdarzy się naprawa j -ty wypadek w systemie, inaczej $z_{wj}(t) = 0$,
 t_{wj} – chwila wystąpienia j -tego wypadku w systemie.

Założono, że po wystąpieniu wypadku w systemie, nie jest możliwa odnowa systemu. Powyższa funkcja celu nie może być maksymalizowana w sposób analityczny [12]. Rozwiązania można poszukiwać na drodze symulacji *Monte Carlo*. Duża liczba możliwych konfiguracji systemu powoduje, że poszukiwanie to może być długotrwałym procesem. Autorzy [12][75] proponują, by rozwiązania wyjściowe do optymalizacji metodą *Monte Carlo*, wyznaczyć stosując najpierw *algorytm genetyczny* [79]. Autorzy [14] szukają rozwiązań wyjściowych stosując *sieci Petriego*. W rezultacie, pełną symulację można przeprowadzić dla niewielkiej liczby konfiguracji systemu.

Szczególnie dużo publikacji (np. [5][31][68][90][117][118][122]) po roku 2000, dotyczy problemu optymalnego przydziału elementów rezerwowych do systemów o strukturze określonej w [12] i [75]. System składa się wówczas z określonej liczby podsystemów, które z kolei mają również określoną strukturę niezawodnościową (szeregową, równoległą, progową). Korzystając z różnorodnych metod (tabela 2.2), autorzy poszukują takiej kompozycji systemu, która pozwoliłaby zminimalizować koszty poniesione przez system w czasie eksploatacji systemu.

Tabela 2.2. Klasyfikacja modeli optymalnej struktury niezawodnościowej systemu

Struktura niezawodnościowa	Metoda optymalizacji	Funkcja celu	Publikacje
Szeregowa	Sieci Petriego + symulacja	$KE(TE) \rightarrow \min,$ $R(TE) \rightarrow \max,$	[14]
	Symulacja	$R(TE) \rightarrow \max$	[101],[103]
	Programowanie matematyczne	$C \rightarrow \min,$ $R(TE) \geq A-P_\alpha$	[58]
	Procedura "branch and bound"	$R(TE) \rightarrow \max,$ ograniczenie	[21],[22]
[21],[22],[100]			
Równoległa	Programowanie matematyczne		[22]
	Algorytm genetyczny + symulacja	$KE(TE) \rightarrow \min,$ $R(TE) \rightarrow \max,$	[12],[74],[75]
Szeregowo – równoległa Równoległo – szeregowo	Programowanie dynamiczne	$KE \rightarrow \min, R \geq A-P_\alpha$	[5],[117]
	Heurystyczna		[31],[90],[118]
	Inne	$R \rightarrow \max,$ ograniczenie	[39],[67],[68]
Dowolna	Heurystyczna		[6],[50],[51],[87]
	Symulacyjna	$R \rightarrow \max$	[122]

Objaśnienia:

KE – łączne koszty ponoszone przez system w czasie eksploatacji,

$R(t)$ – niezawodność systemu w chwili t ,

C – łączna masa elementów wymiennych.

Modele optymalnej struktury niezawodnościowej pozwalają rozwiązać problem alokacji elementów wymiennych w systemie, w taki sposób, by mógł on spełnić założone cele w określonym czasie. Cele te, z jednej strony, dotyczą niezawodności lub gotowości obiektu, z drugiej – pewnych ograniczeń wynikających z posiadanych zasobów. Publikowane rozwiązania bazują na znanych z teorii niezawodności wyrażeniach opisujących gotowość systemu, zaś największym problemem, podkreślanym przez autorów, jest ogromna liczba możliwych konfiguracji systemu (szczególnie, gdy system składa się z wielu podsystemów). Modele te w bardzo ograniczonym stopniu analizują ekonomiczne konsekwencje wybranych rozwiązań i przydatne są szczególnie w sytuacjach, gdy system ma pełnić określone zadanie w skończonym horyzoncie czasowym, a brak jest możliwości bieżącego zarządzania wielkością elementów rezerwowych. Zauważyć także należy, że w zagadnieniach przedstawionych jako modele optymalnej struktury niezawodnościowej systemu, nie analizuje się praktycznie wcale sytuacji, w której dokonywane są odnowy systemu.

Przegląd literatury dotyczącej optymalnych struktur niezawodnościowych systemu można znaleźć np. w [64].

2.3. Modele zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne

Zapasy elementów wymiennych różnią się od innych rodzajów zapasów, utrzymywanych w systemach technicznych, na kilka sposobów, m.in. [55]:

- pełnią funkcję pomocniczą przy obsłudze systemu technicznego, co powoduje, że zapotrzebowanie wynika z wybranej strategii obsługi systemu,
- wielkość zapasów silnie uzależniona jest od nadmiaru, jaki pochodzi z samej struktury systemu,
- uszkodzenia elementów w systemie są często zależne od siebie,
- koszty niezdatności systemów najczęściej zawierają zarówno koszty straconej produkcji jak i pewien czynnik ryzyka np. dla personelu, który to koszt ciężko oszacować.

Według [48], zapasy elementów wymiennych warto klasyfikować pod względem:

- krytyczności – odnosi się do konsekwencji, spowodowanych brakiem elementu wymiennego w chwili uszkodzenia elementu pracującego,
- specyfiki – określa, czy element jest standardowy, a co za tym idzie – łatwo dostępny,
- rodzaju popytu – w sensie wielkości zapotrzebowania i możliwości jego przewidywania.

„Istnieją dwie fundamentalne strategie obsługi – obsługi planowane lub prewencyjne oraz nieplanowane. Przy obsługach planowych i prewencyjnych, zapotrzebowanie na części zamienne jest przewidywalne” [55]. Inaczej jest w przypadku, gdy elementy są potrzebne w chwilach losowych uszkodzeń systemu.

Ostatnia grupa omawianych modeli, uwzględniających niezawodnościowy punkt widzenia na zapasy elementów wymiennych, pozwala na wyznaczenie parametrów polityki zaopatrzenia systemu. Znaczący to, że rozpatruje się nieokreślony czas eksploatacji systemu technicznego, podczas którego realizowane są zarówno proces zużywania elementów wymiennych jak i uzupełnianie zapasu.

Pierwsze, najprostsze modele z lat 70, 80, bazują na wartościach średnich zużycia dziennego elementów wymiennych, obliczanych na podstawie danych *ex post* [76][82]. Wielkość zamawianej partii można wyznaczyć jako:

wyznacza wielkość zapasu maksymalnego S , którą należy utrzymywać, by zapewnić dostępność elementu wymiennego w chwili uszkodzenia elementu pracującego, korzystając z wyprowadzonych przez siebie zależności:

$$\begin{aligned}
 P_{\zeta_0} \left(S, M, \frac{\lambda}{\beta} \right) &= \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{S+M} \prod_{k=0}^{j-1} \omega_k} \\
 P_{\zeta_j} \left(S, M, \frac{\lambda}{\beta} \right) &= \omega_{j-1} \cdot P_{\zeta_{j-1}} \left(S, M, \frac{\lambda}{\beta} \right), \quad 0 \leq j \leq S+M \\
 P_{\xi_j} \left(S, M, \frac{\lambda}{\beta} \right) &= P_{\zeta_j} \left(S-1, M, \frac{\lambda}{\beta} \right), \quad 0 \leq j \leq S+M
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

gdzie:

$$\omega_j = \begin{cases} \frac{M}{j+1} \cdot \frac{\lambda}{\beta} & 0 \leq j \leq S \\ \frac{S+M-j}{j+1} \cdot \frac{\lambda}{\beta} & S+1 \leq j \leq S+M \end{cases} \tag{2.61}$$

- P_{ζ_j} – prawdopodobieństwo, że w dowolnym punkcie czasowym j elementów jest zamówionych,
- P_{ξ_j} – prawdopodobieństwo, że w chwili uszkodzenia elementu w systemie, j elementów jest zamówionych,
- β – parametr rozkładu wykładniczego określający intensywność realizacji dostaw.

W ten sposób [112]:

$$P_{\alpha} \left(S, M, \frac{\lambda}{\beta} \right) = 1 - \sum_{j=1}^{S-1} P_{\xi_j} \left(S-1, M, \frac{\lambda}{\beta} \right) \tag{2.62}$$

Wartości parametrów zaopatrzenia (poziomu zamawiania i wielkości partii) dla elementów „krytycznych” w systemie poszukują też – w sposób iteracyjny – autorzy [16]. Zakładają oni, że istnieją dwa źródła zapotrzebowania na te same elementy (krytyczne i nie-krytyczne z punktu widzenia działania systemu), o znanych rozkładach prawdopodobieństwa. W modelu zakłada się ponownie politykę zaopatrzenia opartą na stałym poziomie zamawiania. Gdy zapas spadnie do poziomu zamawiania, wszystkie

elementy rezerwowane są do zaspokojenia zapotrzebowania „krytycznego”. Czas realizacji dostaw jest stały. Autorzy obliczają wielkość Q jako bazę do iteracyjnego poszukiwania najlepszych parametrów zaopatrzenia, biorąc pod uwagę średnie koszty ponoszone przez system, liczone podobnie jak w modelach klasycznej teorii zapasów (np. w [88]) [16]:

$$KZ = D_{TE} \cdot k_p + k_o \cdot \frac{D_{TE}}{Q} + k_u \cdot \left(\frac{Q}{2} + s - \overline{D_{Td_c}} \right) + \frac{D_{TE}}{Q} \cdot (k_{b3_nc} \cdot E(B_{_nc}) + k_{b3_c} \cdot E(B_{_c})) \quad (2.63)$$

$$E(B_{_nc}) = \int_0^\infty u \cdot D_{Td_nc} \cdot du \quad (2.64)$$

$$E(B_{_c}) = \int_s^\infty (u - s) \cdot D_{Td_c} \cdot du \quad (2.65)$$

$$\overline{D_{Td_c}} = \int_0^\infty u \cdot D_{Td_c} \cdot du \quad (2.66)$$

gdzie:

- $u_{_nc}$ – wielkość zmiennej u dla zapotrzebowania na elementy wymienne "nie-krytyczne" z punktu widzenia działania systemu,
- $u_{_c}$ – wielkość zmiennej u dla zapotrzebowania na elementy wymienne "krytyczne" z punktu widzenia działania systemu.

Autorzy [28][29][54][99] proponują zmodyfikowany model stałego poziomu zamawiania. Poziom zapasów sprawdzany jest w ustalonej wcześniej chwili t_0 , po rozpoczęciu cyklu. Jeżeli zapas wyczerpał się, generowane jest zamówienie „ekspresowe”, inaczej – w chwili t_0 – wysyłane jest zamówienie na dostawę o „normalnym” czasie realizacji. W [28] i [29] założono, że oba czasy mają losowy czas realizacji dostaw zaś, w [54] przyjęto, że czas „normalny” jest stały, a dostawa „expresowa” jest natychmiastowa, jednak nie zawsze dostępna. Model optymalizowany jest ze względu na koszty ponoszone przez system w jednostce czasu, dane równaniem [28]:

$$K(t_0, Q) = \frac{KZ_j(t_0, Q)}{T_{cj}(t_0, Q)} \quad (2.67)$$

gdzie:

K – łączne koszty, ponoszone przez system w jednostce czasu,

KZ_j – łączne koszty ponoszone przez system w j -tym cyklu.

$$\begin{aligned} KZ_j(t_0, Q) = & k_{u2} \cdot \left\{ E \left[\int_0^{t_Q} I(t) \cdot dt \right] + \int_0^\infty \int_{t_0+u}^\infty [t - (t_0 + u)] \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(u) \right\} \\ & + k_{b1} \cdot \left\{ \int_0^\infty \int_0^{t_0} x \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{ex}(x) + \int_0^\infty \int_{t_0}^{t_0+y} (t_0 + u - t) \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(u) \right\} \\ & + k_{p_ex} \cdot Q \cdot F_Q(t_0) + k_{p_nx} \cdot Q \cdot (1 - F_Q(t_0)) \\ & + k_{mj} \cdot \left\{ \int_0^{t_0} t \cdot dF_Q(t) + \int_0^\infty \int_{t_0}^{t_0+u} t_0 \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(u) \right. \\ & \left. + \int_0^\infty \int_{t_0+u}^\infty [t_0 + t - (t_0 + u)] \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(u) \right\} + k_m \end{aligned} \quad (2.68)$$

gdzie:

t_0 – chwila złożenia zamówienia,

t_Q – chwila, do której uszkodzeniu ulegnie Q elementów, licząc od chwili t_0 ,

$F_Q(t)$ – dystrybuanta długości okresu upływającego od chwili t_0 do chwili t_Q ,

$E_{ex}(t), E_{nx}(t)$ – dystrybuanta czasu realizacji dostaw odpowiednio: „expresowej” i „normalnej”,

k_{b1} – koszt braku zapasu przez jednostkę czasu,

k_{p_ex}, k_{p_nx} – koszt zakupu elementu w dostawie „expresowej” i „normalnej”,

k_{mj} – koszt monitorowania stanu zapasów w jednostce czasu,

k_m – stały koszt monitorowania zapasów.

$$\begin{aligned} T_{cj}(t_0, Q) = & \int_0^\infty \int_0^{t_0} (t + x) \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{ex}(x) + \int_0^\infty \int_{t_0}^{t_0+u} (t_0 + u) \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(x) \\ & + \int_0^\infty \int_{t_0+u}^\infty t \cdot dF_Q(t) \cdot dE_{nx}(x) \end{aligned} \quad (2.69)$$

Autorzy proponują wyznaczenie chwili t_0 przez wyznaczenie pochodnej:

$$q(t_0) = \frac{\left(\frac{\partial K(t_0, Q)}{\partial t_0} \right)}{(1 - F_Q(t_0))} = 0 \quad (2.70)$$

Rozszerzenie powyższego modelu na przypadek systemu dwuelementowego, znaleźć można w [27].

Ogólny model oceny wielokryterialnej wielkości utrzymywanego zapasu elementów wymiennych, proponuje [2] i [63]. Maksymalizowana funkcja celu ma postać [2]:

$$\begin{aligned} U(KZ, P_\alpha) &= g_1 \cdot U(KZ) + g_2 \cdot U(P_\alpha) \\ U(KZ) &= e^{a \cdot KZ} \\ U(P_\alpha) &= e^{b \cdot P_\alpha} \end{aligned} \quad (2.71)$$

gdzie:

$U(u)$ – funkcja użyteczności wielkości u ,

g_1, g_2 – współczynniki wagi poszczególnych użyteczności,

a, b – przykładowe stałe w wykładniczej funkcji użyteczności.

Oprócz modeli literaturowych, w których problem zapasów leży w centrum uwagi, należy zwrócić uwagę również na modele optymalnych parametrów polityki obsługi. Sprawą pierwszorzędną jest wyznaczenie w nich optymalnego okresu pomiędzy wymianami profilaktycznymi w systemie, jednak z uwzględnieniem możliwości pojawienia się braku dostępnych w zapasie elementów wymiennych (np. [9][96]). Autorzy [96] analizują system, w którym pracuje pojedynczy element wymieniany profilaktycznie po upływie określonego czasu. W międzyczasie może on ulec uszkodzeniu dwojakiego rodzaju:

- z możliwością naprawy (nie wpływającej na intensywność uszkodzenia elementu po naprawie),
- z koniecznością wymiany.

W chwili rozpoczęcia pracy nowego elementu, zamawiany jest kolejny, który zostaje dostarczony po losowym czasie realizacji dostawy. System ponosi losowe

koszty napraw urządzenia, utrzymania zapasu i niezdatności systemu, wynikającej z braku elementów w zapasie. Optymalny czas wymian ustalany jest na podstawie minimalizacji kosztów ponoszonych przez system w jednostce czasu. Rozkład prawdopodobieństwa czasu do wystąpienia awarii z koniecznością wymiany, został opisany jako [96]:

$$\bar{F}_{wym}(t) = 1 - F_{wym}(t) = e^{-\int_0^t p_{wym}(u) \cdot \lambda(u) \cdot du} \quad (2.72)$$

gdzie:

$F_{wym}(t)$ – dystrybuanta czasu poprawnej pracy elementu do chwili uszkodzenia, wymagającego wymiany,

$p_{wym}(t)$ – prawdopodobieństwo, że jeżeli zdarzy się uszkodzenie w chwili t , konieczna będzie wymiana elementu,

$\lambda(t)$ – intensywność uszkodzeń elementu w chwili t .

Na tej podstawie autorzy budują funkcję oczekiwanych kosztów, ponoszonych przez system, w której można wyróżnić składniki, wynikające z kształtowania się poziomu zapasu w czasie [96]:

$$KUZ = k_{u1} \cdot \int_0^{t_{wym}} \bar{F}_{wym}(t) \cdot E(t) \cdot dt \quad (2.73)$$

$$KBZ = k_{b1} \cdot \int_0^{\infty} (1 - E(t)) \cdot F_{wym}(t) \cdot dt \quad (2.74)$$

gdzie:

t_{wym} – chwila wymiany profilaktycznej elementu w systemie,

$E(t)$ – dystrybuanta czasu realizacji dostaw.

Powyższe składniki są uwzględniane przy wyznaczaniu optymalnej chwili t_{wym} .

Blokowe, profilaktyczne wymiany w systemie, w którym pracuje wiele elementów, analizują autorzy [9]. Polityka zaopatrzenia systemu bazuje na modelu stałego cyklu zamawiania, zaś czas realizacji dostawy jest stały i znany. W tym przypadku oczekiwany koszt zarządzania zapasami składa się z części:

$$KOZ = k_o + k_p \cdot M \cdot (1 + H(t_{wym})) \quad (2.75)$$

$$KUZ = k_{u2} \cdot T_{wym} \cdot \left[\int_0^{I_0} \left(I_0 - \frac{v_{t_{wym}}}{2} \right) \cdot \varphi(v_{t_{wym}}) \cdot dv_{t_{wym}} + \int_{I_0}^{\infty} \frac{(I_0)^2}{2 \cdot v_{t_{wym}}} \cdot \varphi(v_{t_{wym}}) \cdot dv_{t_{wym}} \right] \quad (2.76)$$

$$KBZ = \begin{cases} 0 & \text{gdy } v_{t_{wym}} \leq I_0 \\ k_{b2} \cdot T_{wym} \cdot \int_{I_0}^{\infty} \frac{(v_{t_{wym}} - I_0)^2}{2 \cdot v_{t_{wym}}} \cdot \varphi(v_{t_{wym}}) \cdot dv_{t_{wym}} & \text{gdy } v_{t_{wym}} > I_0 \end{cases} \quad (2.77)$$

gdzie:

$H(t)$ – funkcja odnowy systemu,

T_{wym} – okres upływający między dwoma kolejnymi wymianami profilaktycznymi,

$v_{t_{wym}}$ – liczba uszkodzeń powstałych do chwili t_{wym} ,

$\varphi(v_{t_{wym}})$ – gęstość prawdopodobieństwa liczby uszkodzeń powstałych do chwili t_{wym} .

Parametry optymalnego rozwiązania (okres między wymianami profilaktycznymi i wielkość maksymalnego zapasu) wyznaczone mogą być na podstawie procedury iteracyjnej, przedstawionej w [10].

Ostatnie dziesięciolecie przyniosło wzrost liczby bardziej skomplikowanych modeli zaopatrzenia, które rozwiązywać można jedynie za pomocą symulacji, (np. [14][75][95][125]). Wyniki analizy ekonomicznej polityki zaopatrzenia w elementy wymienne z założeniem losowego charakteru czasu dostaw „expresowych” i „normalnych” prezentują [95][125][126]. Badana jest polityka obsługi, polegająca na wymianach grupowych i wpływ kosztów zaopatrzenia systemu na wyniki ekonomiczne systemu. Podobny model analizują autorzy [111], z propozycją, by poszukiwać najlepszych parametrów zaopatrzenia przy wykorzystaniu programowania dynamicznego. W [95] analizowany jest szczególnie zaawansowany model, dla systemu składającego się z dużej liczby jednakowych elementów, z uwzględnieniem nie tylko losowych czasów pracy elementów, realizacji dostaw, ale również czasów odnow systemu.

Wśród modeli zaopatrzenia systemów technicznych w literaturze, znaleźć można również pewne specyficzne problemy, jak np. zapasy „fazy końcowej” (*final phase*). Autorzy [45][107][108] prowadzą rozważania, jaki powinien być maksymalny poziom zapasu „krytycznych” elementów wymiennych w systemie w chwili, gdy przestają one być produkowane. Fakt ten pociąga za sobą konsekwencje zmniejszania się wielkości

dostępnego zapasu na rynku, więc zwiększenie kosztu kolejnego jego uzupełnienia skutkuje zwiększeniem łącznego kosztu obsługi zamówień [107]:

$$\begin{aligned} KOZ &= Q \cdot k_p && \text{dla } m = 1 \\ KOZ &= Q \cdot k_p + Q \cdot (m-1) \cdot c \cdot k_p && \text{dla } m > 1 \end{aligned} \quad (2.78)$$

gdzie:

c – współczynnik zwiększenia kosztu jednostkowego kupowanego elementu ($c > 1$).

Funkcja celu jest optymalizowana ze względu na minimalizację łącznych kosztów zarządzania zapasami (2.13) w ostatnim okresie pracy systemu.

Innym specyficznym zagadnieniem są elementy wymienne w systemie, które mogą być kupowane i wymieniane, bądź naprawiane [23][24][25]. W jednoelementowym systemie, w chwili uszkodzenia, szacowana jest długość czasu potrzebnego na naprawę elementu (ocena ta może być subiektywna). Jeżeli czas ten jest dłuższy niż określona wartość, nowy element jest zamawiany i zostaje dostarczony po stałym czasie realizacji dostawy. Autorzy poszukują granicznego czasu naprawy, którego uwzględnienie pozwoli zminimalizować oczekiwane koszty ponoszone przez system w jednostce czasu [23]:

$$K = \frac{(k_{b1} + k_n) \cdot \int_0^{t_n} t \cdot dG(t) + (k_{b1} \cdot T_d + k_o) \cdot \bar{G}(t_n)}{\int_0^{t_n} t \cdot dG(t) + \frac{1}{\lambda_n} + \left(T_d + \frac{1}{\lambda_w} - \frac{1}{\lambda_n} \right) \cdot \bar{G}(t_n)} \quad (2.79)$$

gdzie:

k_n – koszt naprawy elementu, trwającej jednostkę czasu,

t_n – najpóźniejsza dopuszczalna chwila ukończenia naprawy,

$G_n(t)$ – dystrybuanta długości czasu naprawy elementu, $\bar{G}_n(t) = 1 - G_n(t)$,

$1/\lambda_n$ – średni czas poprawnej pracy naprawionego elementu,

$1/\lambda_w$ – średni czas poprawnej pracy naprawionego wymienionego elementu.

Wartość czasu t_n można, według autorów, uzyskać przez uzyskanie pochodnej

$$\frac{\partial K}{\partial t_n} = 0.$$

Przedstawione modele zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne, w dużej mierze bazują na modelach klasycznej teorii zapasów. Specyficzną cechą w wielu przedstawionych modelach jest tylko przyjęcie funkcji zapotrzebowania, specyficznej dla danej strategii obsługi (np. wymiany profilaktyczne w przewidzianej wcześniej chwili) lub charakteryzującej proces odnowy w systemie. Dodatkowym kosztem, często uwzględnianym w modelach jest koszt naprawy elementów. Do modelowania systemów często przyjmuje się założenia upraszczające, np. znajomość rozkładu prawdopodobieństwa czasu życia systemu, system jednoelementowy lub (w domyśle) szeregową strukturą niezawodnościową systemu, nieistotny czas odnów w systemie. Klasyfikację modeli literaturowych, ze względu na przyjęte założenia przedstawia tabela 2.3.

Tabela 2.3. Klasyfikacja modeli zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne

Polityka obsług	Liczba elementów	Zapasy	Struktura	Intensywność uszkodzeń	Losowy L	Losowy T_o	Publikacje
Wymiany korekcyjne	=1	>1	-	Dowolna	+	-	[28],[29],[99]
			-		+	+	[23],[24],[25]
	Równoległa		+		-	[27]	
	>1		Szeregową	Stała	-	-	[63],[78]
					-	+	[15]
			+	-	[53],[112]		
			Nieokreślona	Rosnąca	-	-	[16]
=1	-	-	[54]				
Wymiany profilaktyczne, blokowe	=1	=1	-	Dowolna	+	-	[96]
		>1			+	-	[17]
	>1	>1	Szeregową		+	-	[125],[126]
					+	+	[95]
					-	-	[9],[17],[26],[111]

Objaśnienia:

T_o – losowy czas odnowy elementu.

2.4. Podsumowanie

Przedstawiona analiza modeli literaturowych daje obraz istniejącego stanu wiedzy w zakresie modelowania procesu zaopatrzenia, jak i jego szczególnego przypadku – zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne. W skład zagadnień, które należy wziąć pod uwagę w tym przypadku, wchodzi zarówno aspekty związane z techniczną jak i ekonomiczną stroną eksploatacji systemów. Zetknięcie obu obszarów powoduje często, że modele nie uwzględniają w dostatecznym stopniu któregoś z nich i dlatego nie dają dobrego rozwiązania problemu technicznego, jakim jest zaopatrzenie w elementy wymienne, z uwzględnieniem przesłanek ekonomiczno - niezawodnościowych. Wśród wad, charakteryzujących dostępne modele można wyróżnić pewne grupy:

- i) Istniejące modele zaopatrzenia systemów technicznych w elementy wymienne, nie uwzględniają niezawodnościowych cech zaopatrywanych systemów.

Zapasy elementów wymiennych w systemach technicznych, mają do spełnienia określone zadania – stanowią alternatywę dla elementów, które nie będą już dłużej pracować (z powodu uszkodzenia lub wymiany profilaktycznej/planowej). Stan zdatności systemu zależy więc od dostępności elementu w określonej chwili (niekoniecznie w chwili uszkodzenia każdego elementu). Z tego powodu wydaje się, że niemożliwa jest analiza procesu zaopatrzenia bez uwzględnienia niezawodnościowych cech systemu, które silnie wpływają na wielkość i intensywność zapotrzebowania na elementy wymienne. Wśród analizowanych w literaturze czynników, znalazła się dotąd jedynie polityka obsługi systemu. Brak jednak jest, bądź przeprowadzona jest w niewielkim stopniu, analiza takich ważnych cech jak:

- struktura niezawodnościowa systemu, determinująca chwilę przejścia systemu w stan niezdatności [32][66],
 - współzależność uszkodzeń elementów współpracujących w systemie,
 - czasy odnów systemu i ich wpływ na proces zaopatrzenia,
 - dyskretny czas pracy systemu,
 - praca elementów w różnym wieku, przy rosnącej intensywności uszkodzeń, charakteryzującej czas życia elementów w systemie.
- ii) Kryterium wyboru najlepszych parametrów zaopatrzenia systemu w elementy wymienne jest, z reguły, minimalizacja kosztów ponoszonych przez system, bez uwzględnienia innych możliwych skutków niezdatności.

Jak zauważają autorzy [55] specyficzną cechą systemów technicznych jest fakt, że ich niezdatność pociąga za sobą tak koszty jak i pewien „czynnik ryzyka”, który to koszt ciężko oszacować. Jednak w dostępnych modelach zaopatrzenia w elementy, głównym kryterium optymalizacji jest koszt ponoszony przez system. Jedynie autorzy [2] proponują, aby wybór parametrów zaopatrzenia oprzeć na kilku kryteriach: koszcie i prawdopodobieństwie niedostarczenia elementu. Modele, przedstawiane w [12][75], uwzględniają możliwość pojawienia się dodatkowych konsekwencji dla systemu i jego otoczenia, w postaci wypadków. Nie dają jednak odpowiedzi na pytanie: jak zorganizować strumień dostaw w losowych warunkach działania systemu, by osiągnąć założony poziom pewności, że niepożądane skutki niezdatności nie wystąpią?

iii) Modele rezerwowania systemów, w niedostateczny sposób uwzględniają ekonomiczny aspekt utrzymywania zapasów.

Szeroka grupa modeli, pozwalająca wyznaczyć wielkość rezerwy strukturalnej dla systemu o określonej strukturze niezawodności, w bardzo ograniczonym stopniu analizuje ekonomiczny aspekt jej utrzymania. Autorzy zakładają, że na początku rozpatrywanego okresu, zapewnia się określony poziom elementów wymiennych, wystarczający do końca okresu. Jednak w przypadku, gdy czas eksploatacji jest długi/nieokreślony, wielkość utrzymywanej rezerwy powinna uwzględniać efekt kosztów związanych z utrzymaniem zapasu, który to koszt stanowi rokrocznie „znaczącą część inwestowanych środków przedsiębiorstw produkcyjnych i systemów bezpieczeństwa” [75].

iv) Modele rezerwowania systemów nie uwzględniają możliwości okresowego braku grupy elementów wymiennych.

Modele optymalnej struktury niezawodnościowej systemu, oprócz pominięcia aspektu kosztowego utrzymania rezerwy, nie analizują też cechy, charakteryzującej rzeczywisty proces zaopatrzenia – możliwości pojawienia się okresowego braku elementów wymiennych. Jak zauważa wielu autorów, nieograniczone zapasy dla realizacji działań obsługowych w rzeczywistości są mało realnym założeniem (np. [9][27][96][125]), zaś czas realizacji dostaw nie może być traktowany jako nieistotny [9]. W praktyce, losowo pojawiające się niedobory elementów rezerwowych, mogą być niwelowane przez dostawy realizowane w sposób „ekspresowy”, przy zwiększonym koszcie. Jednak nie zawsze istnieje taka możliwość, np.: w przypadku elementów trudnodostępnych, przy braku możliwości prawnych

realizacji takich dostaw lub w sytuacjach nadzwyczajnych [9][52]. Z tego powodu, modele optymalnej struktury, mimo, że uwzględniają wybrane cechy niezawodnościowe systemu, nie pozwalają na bezpośrednie zastosowanie ich przy analizie modelu procesu zaopatrzenia w elementy wymienne.

3. CEL I ZAŁOŻENIA PRACY

Mimo dużej liczby modeli procesu zaopatrzenia i rezerwowania systemów technicznych, istniejących w światowych opracowaniach literaturowych, brak jest modelu, który pozwalałby na wyznaczenie najlepszych parametrów procesu w systemie o określonych cechach niezawodnościowych. Szczególnej wagi fakt ten nabiera w przypadku, gdy niezdatność może powodować dodatkowe, poważne skutki pozakosztowe, np. możliwość utraty bezpieczeństwa systemu lub jego otoczenia. Z tego powodu postawiony został cel pracy:

Opracowanie modelu zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne. Model uwzględniać ma strukturę niezawodnościową systemu, losowy charakter procesów wpływających na zaopatrzenie oraz skutki niezdatności systemu.

Cel rozprawy doktorskiej wymaga realizacji zadań cząstkowych:

- przyjęcie założeń teoretycznych opisujących modelowany system,
- budowa analitycznego modelu procesu zaopatrzenia systemu technicznego z uwzględnieniem skutków jego niezdatności,
- budowa symulacyjnego modelu procesu zaopatrzenia,
- weryfikacja modelu symulacyjnego,
- badanie wrażliwości modelu na parametry niezawodnościowe systemu i procesu zaopatrzenia,
- wnioski.

3.1. Założenia teoretyczne

3.1.1. Cechy niezawodnościowe systemu

- i) Modelowany system składa się z pewnej liczby jednakowych elementów, pozostających ze sobą w określonej strukturze niezawodności, determinującej chwilę przejścia systemu w stan niezdatności. System może zawierać także elementy innego rodzaju (nie rozpatrywane), które jednak nie są krytyczne dla niego z punktu widzenia niezawodności (ich uszkodzenie nie może spowodować uszkodzenia systemu).

- ii) Rozważane elementy systemu są statystycznie identyczne i niezależne, a ich czas poprawnej pracy charakteryzowany może być jedną, znaną funkcją rozkładu prawdopodobieństwa.
- iii) Stosowana polityka obsług zakłada jedynie korekcyjne wymiany elementów w systemie (założenie to uzasadnione jest w przypadku, gdy koszt wymian korekcyjnych jest mniejszy/równy od kosztu wymian profilaktycznych [17][125]).
- iv) Wymiana elementu możliwa jest tylko w przypadku, gdy jest on dostępny w zapasie.
- v) Wymieniony element systemu jest „tak dobry jak nowy”, niezależnie od tego czy jest nowy, czy przeszedł naprawę „idealną”.
- vi) Czasy odnow systemu są losowe, statystycznie identyczne i niezależne (zawsze wystarczająca liczba ekip remontowych). Czas ten może być charakteryzowany jednakową, znaną funkcją rozkładu prawdopodobieństwa.
- vii) System może mieć szeregową, równoległą i progową strukturę prawdopodobieństwa. Przy strukturze szeregowej i równoległej zakłada się, że podczas wymian elementów nie ma możliwości powstania uszkodzenia innych elementów (przestój systemu). W strukturze progowej zakłada się, że podczas niezdatności systemu pracujące elementy mogą ulegać uszkodzeniom.

3.1.2. Skutki niezdatności systemu technicznego

Z przedmiotu zainteresowań teorii niezawodności i teorii bezpieczeństwa widoczne jest ich pokrewieństwo. Teoria niezawodności kładzie akcent na zagadnienia uszkodzeń urządzeń technicznych natomiast teoria bezpieczeństwa na skutki uszkodzeń i błędów. Podstawowymi oznakami zawodności bezpieczeństwa są śmierć lub kalectwo człowieka, chociaż przez pojęcie zawodności bezpieczeństwa rozumie się także zniszczenie jakiejś istotnej części podsystemu lub środowiska naturalnego oraz znaczne straty ekonomiczne [49].

Miarami skutków niezdatności systemu może być np. prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia systemu, powodującego utratę bezpieczeństwa samego systemu lub jego otoczenia [114] lub funkcja ryzyka definiowana jako [3]:

$$\Psi = P_c \cdot k_w \quad (3.1)$$

gdzie:

- Ψ – funkcja ryzyka,
- P_c – prawdopodobieństwo utraty bezpieczeństwa przez system,
- k_w – wielkość skutków powstających w przypadku utraty bezpieczeństwa systemu.

Uwzględnienie skutków niezdatności systemu podczas budowy modelu zaopatrzenia w elementy wymienne, wymaga przyjęcia założeń opisujących przypadki, kiedy mogą one wystąpić:

- i) W systemie mogą występować okresy niezdatności, w rezultacie których mogą się pojawić niepożądane skutki dla systemu lub jego otoczenia.
- ii) Prawdopodobieństwo wystąpienia tych skutków zależy od długości okresu niezdatności systemu i opisane jest znaną funkcją losową lub zdeterminowaną [13].
- iii) Wielkość niepożądanego skutku niezdatności jest jednakowa dla każdego przypadku jego wystąpienia i w niektórych przypadkach może być oceniona jako wielkość kosztowa.

3.1.3. Proces zaopatrzenia systemu

- i) W systemie steruje się zapasami elementów wymiennych według modelu stałego poziomu zamawiania.
- ii) Posiadany zapas pomniejszany jest zgodnie z pojawiającym się zapotrzebowaniem w czasie. Gdy spadnie do poziomu zamawiania, generowane jest zamówienie na nowe elementy, bądź elementy uszkodzone wysyłane są do „idealnej” naprawy.
- iii) Elementy utrzymywane w zapasie nie ulegają uszkodzeniom.
- iv) Czas realizacji dostaw (realizacji naprawy całej grupy elementów) do systemu jest wielkością losową i charakteryzowany może być znaną funkcją rozkładu prawdopodobieństwa.
- v) Losowy charakter procesów: zużycia elementów w systemie i zaopatrzenia, powoduje, że podczas cyklu zaopatrzeniowego może pojawić się okresowy brak zapasu.

- vi) System ponosi stałe: koszty obsługi zamówienia, koszty utrzymania jednostki zapasu przez jednostkę czasu, koszty niezdatności systemu, trwającej jednostkę czasu.

4. MODEL PROCESU ZAOPATRZENIA SYSTEMU TECHNICZNEGO Z UWZGLĘDNIENIEM SKUTKÓW JEGO NIEZDATNOŚCI

Opracowanie modelu zaopatrzenia systemu technicznego uwzględniającego niezawodnościowe cechy systemu, losowy charakter procesów oraz skutki niezdatności systemu technicznego zrealizowano w kolejnych krokach:

- i) opracowanie modelu niezdatności systemu jednoelementowego bez uwzględniania czasów wymian elementów,
- ii) opracowanie modelu niezdatności systemu jednoelementowego z uwzględnieniem czasów wymian elementów,
- iii) uogólnienie modelu niezdatności systemu do przypadku systemu wieloelementowego, pracującego w określonej strukturze niezawodności,
- iv) wyznaczenie prawdopodobieństwa wystąpienia skutków niezdatności systemu,
- v) opracowanie modelu procesu zaopatrzenia systemu technicznego z uwzględnieniem skutków jego niezdatności.

4.1. Niezdatność systemu jednoelementowego

W pierwszym etapie modelowania zdefiniowano prawdopodobieństwo przejścia i długość czasu przebywania systemu w stanie niezdatności, od którego z kolei zależy prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków. Prawdopodobieństwo, że system w chwili t znajduje się w stanie zdatności/niezdatności, zależy od zmiennych losowych opisujących (np. [6][36][114][120]):

- długość czasu poprawnej pracy elementów systemu (czasu do uszkodzenia),
- struktury niezawodnościowej systemu,
- długości czasu odnowy systemu.

W przypadku losowego charakteru procesu zaopatrzenia, czas odnowy systemu może składać się z:

- czasu wymiany elementu w systemie,
- czasu oczekiwania na zdatny element, gdy nie mamy go w zapasie.

Zastosowanie modelu stałego poziomu zamawiania jako normy sterowania zapasami elementów w systemie powoduje, że można zdefiniować zachowanie systemu podczas pojedynczego cyklu zaopatrzeniowego:

- i) W chwili, gdy posiadany zapas osiąga wielkość krytyczną, generowane jest nowe zamówienie, które zrealizowane będzie po upływie losowego czasu dostawy.
- ii) Do chwili powiększenia zapasu po nowej dostawie, system może wykorzystać (wymienić) tylko określoną liczbę elementów wymiennych, pozostających w zapasie.
- iii) Po nowej dostawie, elementy wykorzystywane są zgodnie z pojawiającym się zapotrzebowaniem, aż do chwili obniżenia zapasu ponownie do poziomu krytycznego, wyznaczającego początek nowego cyklu zaopatrzeniowego.
- iv) Maksymalna liczba elementów, którą może skonsumować system w czasie cyklu, równa jest wielkości dostawy.

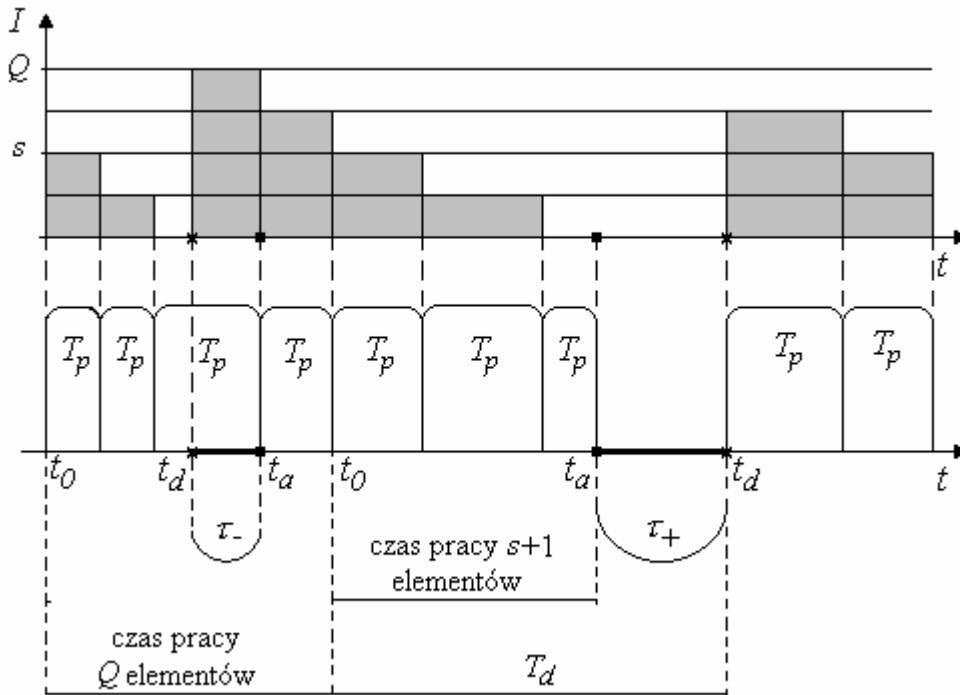
Założenia te stanowią podstawę do budowy kolejnych modeli.

4.1.1. Niezdatność systemu jednoelementowego bez uwzględnienia czasów wymian elementu

W pierwszym etapie modelowania założono, że w systemie pracuje pojedynczy element, a czasy wymian są nieznaczące i mogą być pominięte. Aby analizować prawdopodobieństwo, że w chwili t system będzie w stanie niezdatności przy określonej wielkości zapasu stanowiącego poziom zamawiania, należy stworzyć model opisujący możliwość pojawienia się braku zapasu w pojedynczym cyklu zaopatrzeniowym i długość trwania ewentualnego braku.

Prawdopodobieństwo pojawienia się braku zapasu zależy od kolejności, w jakiej nastąpią w czasie dwa niezależne zdarzenia losowe (rys. 4.1):

- uszkodzenie elementu w chwili t_a , mogące spowodować uszkodzenie systemu, po wyczerpaniu całej wielkości zapasu z dostawy $j-1$,
- fizyczna realizacja dostawy j w chwili t_d .



Rys. 4.1. Wielkość zapasu elementów wymiennych w funkcji czasu ($Q = 4, s = 2$)

Źródło: Opracowanie własne

Oznaczmy przez τ odległość między chwilami t_a i t_d . W zależności od tego, które zdarzenie nastąpi pierwsze, τ może przyjmować wartości tak ujemne jak i dodatnie. Jeżeli ostatni zdatny element z posiadanego zapasu ulegnie uszkodzeniu przed dostarczeniem nowej partii elementów wymiennych, wielkość τ przyjmie wartość dodatnią. Jeżeli zdarzy się sytuacja, w której nowy zapas będzie dostępny przed wykorzystaniem całego zapasu z poprzedniej dostawy, wielkość τ przyjmie wartość ujemną. W ten sposób wielkość τ można utożsamiać z możliwym okresem braku (nadmiaru) zapasu. O niezdatności systemu można mówić w sytuacji, gdy τ osiąga wartości dodatnie i z punktu widzenia gotowości systemu jest to sytuacja niepożądana.

Wartość minimalna, jaką teoretycznie może przyjąć zmienna τ , związana jest z sytuacją, gdy dostawa zrealizowana jest natychmiast po złożeniu zamówienia, a uszkodzenie ostatniego elementu z zapasu alarmowego następuje w chwili nieskończenie odległej od chwili złożenia zamówienia. Podobnie, τ może przyjąć maksymalną wartość dodatnią w przypadku, gdy uszkodzenie ostatniego zdatnego elementu ma miejsce natychmiast po złożeniu zamówienia, zaś dostawa zrealizowana zostanie w czasie nieskończenie odległym od chwili zerowej.

Jak widać, prawdopodobieństwo wystąpienia braku zapasu i długości trwania braku zależy od prawdopodobieństw dwu zdarzeń wzajemnie niezależnych: przejścia systemu do stanu niezdatności po wykorzystaniu całego zapasu elementów wymiennych i realizacji dostawy. Znaczy to, że prawdopodobieństwo wspólnego wystąpienia obu zdarzeń będzie iloczynem ich prawdopodobieństw, zgodnie z twierdzeniem o prawdopodobieństwie iloczynu zdarzeń niezależnych (np. [36][73]).

Dla dyskretnych rozkładów prawdopodobieństwa czasu pracy systemu i długości czasu realizacji dostaw, otrzymujemy:

$$P(\tau = j) = \sum_{i=0}^{\infty} P_a(i) \cdot P_d(i + \tau) \quad \text{dla} \quad \tau \geq 0 \quad (4.1)$$

$$P(\tau = -j) = \sum_{i=\tau}^{\infty} P_a(i) \cdot P_d(i + \tau) \quad \text{dla} \quad \tau < 0 \quad (4.2)$$

gdzie:

- τ – losowy czas braku / nadmiaru elementów wymiennych w systemie,
- $P(\tau = j)$ – prawdopodobieństwo, że okres niezdatności spowodowanej brakiem elementów wymiennych wyniesie j ,
- $P(\tau = -j)$ – prawdopodobieństwo, że okres nadmiaru elementów wymiennych wynosi j ,
- $P_a(u)$ – prawdopodobieństwo, że czas poprawnej pracy systemu od chwili złożenia zamówienia aż do wyczerpania posiadanego zapasu będzie równy u ($\sum_{i=1}^{s+1} T_{pi} = u$),
- $P_d(u)$ – prawdopodobieństwo, że czas realizacji dostawy będzie równy u .

Dla przypadku ciągłych rozkładów wyrażenia (4.1) (4.2) odpowiednio przyjmują postać:

$$\gamma(\tau_+) = \int_0^{\infty} \phi(t) \cdot \varepsilon(t + \tau) \cdot dt \quad \text{dla} \quad \tau \geq 0 \quad (4.3)$$

$$\gamma(\tau_-) = \int_{\tau}^{\infty} \phi(t) \cdot \varepsilon(t + \tau) \cdot dt \quad \text{dla} \quad \tau < 0 \quad (4.4)$$

gdzie:

- $\gamma_1(\tau_+)$ – gęstość prawdopodobieństwa opisująca okres niezdatności systemu wynikającej wyłącznie z braku elementów wymiennych,
- $\gamma_1(\tau)$ – gęstość prawdopodobieństwa okresu nadmiaru elementów w systemie w stosunku do jego potrzeb,
- $\phi(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa czasu poprawnej pracy systemu (licząc od chwili złożenia zamówienia), która jest kompozycją rozkładów prawdopodobieństw, opisujących czas poprawnej pracy kolejnych $s + 1$ elementów: $\phi(t) = f^{s+1}(t)$,
- $f(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej określającej czas życia elementu T_p ,
- $\varepsilon(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa czasu realizacji dostaw.

Z punktu widzenia zdatności systemu, znaczenie ma jedynie sytuacja, gdy $\tau > 0$. Z tego powodu, w dalszych rozważaniach zajęto się jedynie tym przypadkiem oraz przypadkiem ciągłego charakteru zmiennych losowych (4.3). Dla funkcji $\gamma_1(\tau_+)$ przyjęto dalej oznaczenie $\gamma_1(\tau)$.

Posługując się modelem (4.3), możliwe jest wyznaczenie prawdopodobieństwa pojawienia się niezdatności systemu, wynikającej z braku elementów wymiennych, w czasie pojedynczego cyklu zaopatrzenia,:

$$P(\tau > 0) = \int_0^{\infty} \gamma_1(\tau) \cdot d\tau \quad (4.5)$$

Trudnością w wyznaczeniu analitycznych form funkcji $\phi(t)$ i $\gamma_1(\tau)$ jest uzyskanie analitycznej postaci splotu funkcji $f^{s+1}(t)$ [36]. Dość łatwo wyznaczyć te postaci jedynie dla rozkładów wykładniczych, charakteryzujących czas pracy elementów $f(t)$ i czas realizacji dostaw $\varepsilon(t)$:

$$\phi(t) = f^{s+1}(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^s}{s!} \lambda \cdot e^{(-\lambda t)} \quad (4.6)$$

$$\gamma_1(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{\lambda^{s+1} \cdot t^s}{s!} e^{-\lambda t} \cdot \beta \cdot e^{-\beta(t+\tau)} dt = \frac{\lambda^{s+1} \cdot \beta}{(\lambda + \beta)^{s+1}} e^{(-\beta\tau)} \quad (4.7)$$

$$P(\tau > 0) = \frac{\lambda^{s+1}}{(\lambda + \beta)^{s+1}} \quad (4.8)$$

4.1.2. Niezdatność systemu jednoelementowego z uwzględnieniem czasu wymian

W przypadku systemu jednoelementowego, uwzględnienie czasu wymian elementów w systemie powoduje, że:

- chwila t_a nastąpi później, niż w przypadku systemu z pomijalnym czasem wymian elementu,
- system przebywa w stanie niezdatności podczas czasu odnowy, który może składać się z czasu wymiany elementu oraz okresu braku zapasu.

Opóźnienie chwili t_a powoduje, że gęstość prawdopodobieństwa opisująca ją (funkcja $\phi(t)$), zależy zarówno od czasu pracy jak i czasu wymian elementów w systemie [36][73]:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \int_0^t f(x) \cdot g_w(t-x) \cdot dx \\ \phi(t) &= f_1^{s+1}(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

gdzie:

$f_1(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej określającej łączny czas pracy i wymiany elementu $T_p + T_o$,

$g_w(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa długości czasu wymiany elementu.

Uwzględnienie faktu niezerowych czasów wymian elementów powoduje, że omawiany system, podczas cyklu zaopatrzeniowego:

- $Q - 1$ razy przechodzi w stan niezdatności, którego długość opisana jest gęstością czasu wymian $g_w(t)$,
- jeden raz przechodzi w stan niezdatności, którego gęstość prawdopodobieństwa wyznaczamy jako:

$$\gamma_2(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} \gamma_1(x) \cdot g_w(\tau_1 - x) \cdot dx \quad (4.10)$$

gdzie:

τ_1 – czas niezdatności systemu: $\tau_1 = \tau + T_o$,

$\gamma_2(\tau_1)$ – gęstość prawdopodobieństwa opisująca okres niezdatności systemu, w szczególnym przypadku, gdy niezdatność systemu może wynikać z oczekiwania na dostawę i czasu wymiany elementu.

Biorąc pod uwagę wszystkie możliwości przejścia systemu w stan niezdatności podczas cyklu zaopatrzenia, gęstość prawdopodobieństwa opisującą okres każdorazowej niezdatności systemu, można opisać jako:

$$\gamma_3(\tau_1) = \frac{1}{Q} \cdot \gamma_2(\tau_1) + \frac{(Q-1)}{Q} \cdot g_w(\tau_1) \quad (4.11)$$

gdzie:

$\gamma_3(\tau_1)$ – gęstość prawdopodobieństwa opisująca każdorazowy okres niezdatności systemu, pojawiającej się podczas całego cyklu zaopatrzenia.

Należy zauważyć, że gęstość (4.11) opisuje długość pojedynczego przypadku niezdatności systemu dla zadanych cech procesu eksploatacji i zaopatrzenia. Wielkość poziomu zamawiania i losowy czas realizacji dostaw, bezpośrednio wpływają na kształt funkcji $\gamma_2(\tau_1)$, zaś wielkość zamawianej partii Q , nadaje wagę ewentualnemu zdarzeniu, polegającemu na braku elementów w zapasie.

4.2. Niezdatność systemu wieloelementowego

Uwalniając przyjęte wcześniej założenie ograniczające, model opisujący czas niezdatności systemu może być uogólniony do szerszej postaci: systemu wieloelementowego o określonej strukturze niezawodności. Gęstość prawdopodobieństwa opisującą niezdatność systemu, wynikającą z braku elementów wymiennych można wyznaczyć zgodnie ze zmodyfikowaną formułą (4.3):

$$\gamma_1(\tau) = \int_0^{\infty} \phi_s(t) \cdot \varepsilon(t + \tau) \cdot dt \quad (4.12)$$

gdzie:

$\phi_s(t)$ – gęstość prawdopodobieństwa czasu poprawnej pracy systemu do chwili t_a , gdy pojawi się niezdatność wynikająca z braku elementów wymiennych.

Pojedyncza niezdatność, będąca wynikiem zarówno braku elementów jak i wymian elementów kształtuje się podobnie jak w (4.10):

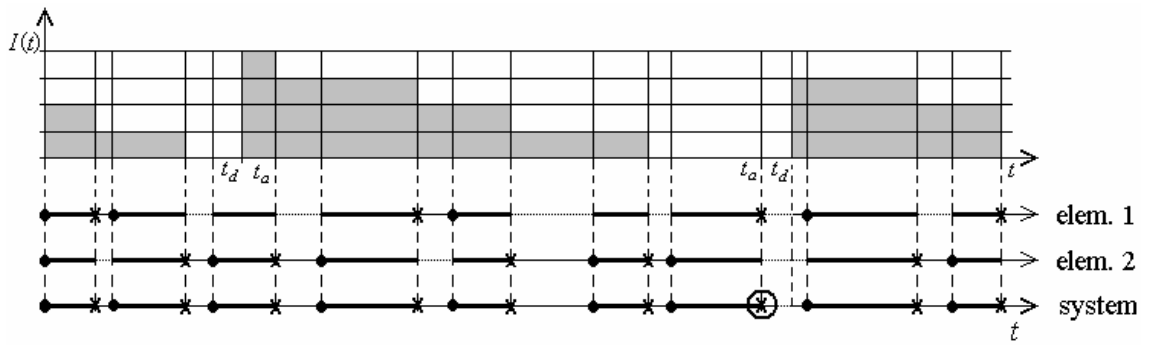
$$\gamma_2(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} \gamma_1(x) \cdot g_s(\tau_1 - x) \cdot dx \quad (4.13)$$

gdzie:

$g_s(t)$ – gęstość czasu wymiany wszystkich elementów, których działanie pozwoli przywrócić system do stanu zdatności.

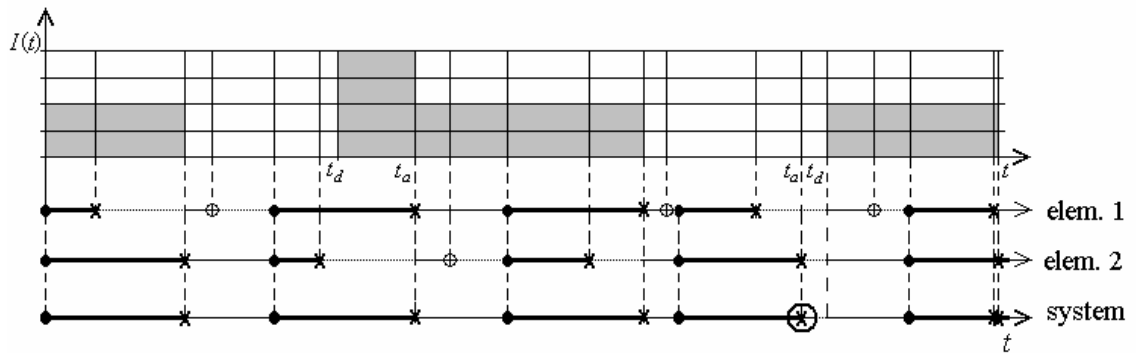
Wyznaczenie analitycznych form funkcji (4.12)(4.13) jest utrudnione z powodu trudności analitycznego opisu czasu do uszkodzenia systemu $\phi_s(t)$ i czasu odnowy systemu $g_s(t)$ dla różnych struktur niezawodnościowych. W literaturze dostępne są jedynie modele gotowości systemu w czasie, dla wybranych struktur niezawodnościowych, wykładniczych rozkładów czasów życia elementów i czasów napraw (np. [36][114][120]). Jednak nie można z nich w łatwy sposób uzyskać rozkładu prawdopodobieństw chwili uszkodzenia systemu po wykorzystaniu posiadanego zapasu elementów wymiennych.

W dalszej analizie, zgodnie z założeniami, rozważane są przypadki trzech struktur: szeregowej, równoległej i progowej. Przykład działania systemów z założeniem natychmiastowej dostawy oraz wielkość zapasu w czasie przedstawiają rysunki 4.2 – 4.4.



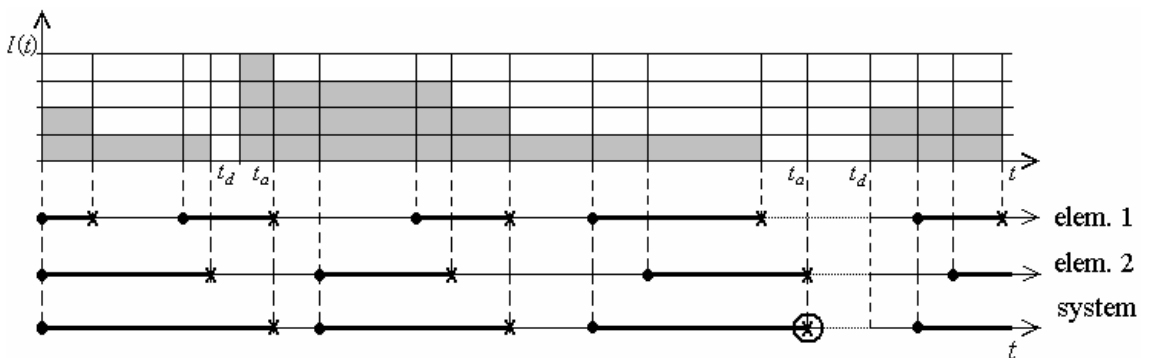
Rys. 4.2. Szeregową strukturą niezawodnościową ($Q = 4, M = 2$)

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 4.3. Równoległą strukturą niezawodnościową ($Q = 4, M = 2$)

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 4.4. Progową strukturą niezawodnościową ($Q = 4, M = 2, k = 1$)

Źródło: Opracowanie własne

gdzie:

- — — — — czas poprawnej pracy (zdatności) elementu / systemu,
- - - - - czas odnowy (niezdadności) elementu / systemu,
- czas oczekiwania w systemie (na naprawę elementu lub podczas naprawy innego elementu),
- — chwila rozpoczęcia pracy przez nowy element,

- x – chwila przejścia elementu / systemu do stanu niezdatności,
- ⊕ – chwila zakończenia naprawy elementu (w strukturze równoległej),
- ⊗ – chwila uszkodzenia systemu, po której wystąpi niezdatność spowodowana brakiem elementów wymiennych.

Jak widać na powyższych schematach, każda struktura generuje inne czasy zdatności/niezdatności systemu, chwile zapotrzebowania na elementy z zapasu, dla podobnych czasów pracy i odnów pojedynczych elementów tworzących system. W związku z tym trudno analitycznie wyznaczyć funkcje opisujące długości okresów niezdatności systemu ($\gamma_1(\tau), \gamma_2(\tau_1), \gamma_3(\tau_1)$), które z kolei mogą spowodować wystąpienie dodatkowych niepożądanych skutków. W dalszym postępowaniu, charakterystyki procesów eksploatacyjnych uzyskano na podstawie badania modelu symulacyjnego przedstawionych systemów.

W rzeczywistości, w niektórych przypadkach istnieje możliwość wyznaczenia chwili przejścia systemu w stan niezdatności systemu dzięki znajomości jedynie rozkładu czasów między kolejnymi uszkodzeniami elementów w systemie i rodzaju struktury niezawodnościowej. Przypadki takie mają miejsce, gdy pojedyncze uszkodzenia elementów i czasy ich wymian, mają niewielki wpływ na długość czasu upływającą do następnego uszkodzenia elementu w systemie (systemy złożone z wielu elementów). Funkcję $\phi_s(t)$ można wówczas wyznaczyć podobnie jak w wyrażeniu (4.9).

4.3. Prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków niezdatności systemu

Zgodnie z przyjętymi założeniami (p. 3.1.2) prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków niezdatności, określane dalej w pracy jako „przejście systemu w stan utraty bezpieczeństwa”, jest znaną funkcją długości okresu niezdatności systemu. Funkcja ta może być funkcją losową lub zdeterminowaną, ciągłą lub skokową.

W praktyce, stan utraty bezpieczeństwa może oznaczać dla różnych systemów co innego: okaleczenie lub utratę życia człowieka, zniszczenie systemu, zniszczenie części systemu, poniesienie dodatkowego, znacznego kosztu ekonomicznego [39][49][114].

Jeżeli potrafimy opisać czas niezdatności systemu funkcją prawdopodobieństwa i znane jest prawdopodobieństwo utraty bezpieczeństwa systemu dla różnych okresów

niezdatności systemu, przejście systemu w stan utraty bezpieczeństwa opisać można jako prawdopodobieństwo zaistnienia dwu zdarzeń niezależnych:

$$P_c = \int_0^{\infty} \gamma_3(\tau_1) \cdot \kappa(\tau_1) \cdot d\tau_1 \quad (4.14)$$

gdzie:

P_c – prawdopodobieństwo utraty bezpieczeństwa przez system,

$\kappa(\tau_1)$ – prawdopodobieństwo opisujące zdarzenie, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa przy niezdatności trwającej okres czasu τ_1 .

Prawdopodobieństwo (4.14) opisuje możliwość przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa podczas przebywania systemu w stanie niezdatności. Aby uzyskać prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa podczas całego cyklu zaopatrzenia, należy uwzględnić możliwość wielokrotnego przechodzenia systemu do stanu niezdatności:

$$P_{cs} = v(T_c) \cdot P_c \quad (4.15)$$

gdzie:

P_{cs} – prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa podczas cyklu zaopatrzeniowego systemu.

Zmieniając wartości parametrów decyzyjnych procesu zaopatrzenia (Q , s), możemy wpływać na wielkość prawdopodobieństwa P_{cs} , czyli kształtować prawdopodobieństwo powstania niepożądanych skutków niezdatności systemu.

4.4. Model procesu zaopatrzenia systemu technicznego z uwzględnieniem skutków niezdatności systemu

Wybór najlepszych wartości parametrów procesu zaopatrzenia w systemie technicznym może bazować na różnych kryteriach optymalizacji. W literaturze zagadnienia (p. 2) spotyka się najczęściej parametry procesu minimalizujące całkowite koszty ponoszone przez system lub zapewniające określony poziom obsługi przy minimalnym koszcie jego uzyskania. W przypadku systemów technicznych, kryterium określające poziom obsługi nie do końca wydaje się właściwe, gdyż nie każdy brak zapasu w chwili uszkodzenia elementu w systemie, będzie powodował niepożądane

skutki (ekonomiczne lub innego rodzaju). W niniejszym opracowaniu proponuje się, aby przy poszukiwaniu najlepszego rozwiązania, wziąć pod uwagę aspekt bezpieczeństwa systemu technicznego, przedstawiony szczegółowo w poprzednim rozdziale.

4.4.1. Model procesu zaopatrzenia z uwzględnieniem kosztowych skutków niezdatności systemu

Zgodnie z założeniami przyjętymi podczas modelowania, utrata bezpieczeństwa przez system powoduje skutki, które niekiedy mogą być oszacowane jako wielkość kosztowa. W takim przypadku, uwzględnienie kryterium bezpieczeństwa systemu w funkcji kosztów można uzyskać przez włączenie do niej poziomu ryzyka (3.1), wyrażonego w jednostkach pieniężnych.

Autorzy [28] proponują, by model zaopatrzenia systemu oceniać ze względu na wielkość kosztów ponoszonych przez system podczas jednostki czasu działania systemu. Adaptując ten warunek do założeń przyjętych przy modelowaniu omawianego systemu, uzyskujemy wyrażenie ogólnej postaci:

$$K(s, Q) = \frac{KZ_j(s, Q)}{T_{cj}(s, Q)} \quad (4.16)$$

Oczekiwane koszty związane z procesem zaopatrzenia systemu technicznego, podczas j -tego cyklu zaopatrzeniowego można opisać jako:

$$KZ_j(s, Q) = k_o + k_{u2} \cdot E \left\{ \int_0^{T_{cj}} I(t) \cdot dt \right\} + (1 - P_{cs}) \cdot k_{b4} \cdot E \left\{ \int_0^{T_{cj}} [1 - A(t)] \cdot dt \right\} + P_{cs} \cdot k_w \quad (4.17)$$

$$T_{cj}(s, Q) = \max \{ 0, E(t_a) - E(t_a) \} + E(t_Q) \quad (4.18)$$

gdzie:

$E(u)$ – wartość oczekiwana zmiennej u .

W rzeczywistości, możliwe jest podanie jedynie ogólnej postaci oczekiwanych kosztów procesu zaopatrzenia i oczekiwanego czasu trwania pojedynczego cyklu zaopatrzeniowego. Wynika to z faktu, że każda zmiana niezawodnościowych cech

badanego systemu, powoduje różny sposób budowania funkcji: wielkości zapasów, gotowości, prawdopodobieństwa utraty bezpieczeństwa, długości pojedynczego cyklu.

Dla analizowanego wcześniej jednoelementowego systemu (p. 4.1.1) z pomijalnym czasem wymian i przy założeniu, że system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa po przekroczeniu granicznego czasu niezdatności, oczekiwane koszty i długość cyklu można opisać:

$$KZ_j(s, Q) = k_o + k_{u2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{s-1} \frac{s-i}{\lambda} + Q \cdot \max \left\{ 0, \frac{s+1}{\lambda} - \frac{1}{\beta} \right\} + \sum_{i=1}^{Q-(s+1)} \frac{Q-i}{\lambda} \right] + k_{b4} \left[1 - \frac{\lambda^{s+1}}{(\lambda + \beta)^{s+1}} e^{-\beta \tau_{gr}} \right] \cdot \frac{\lambda^{s+1}}{\beta \cdot (\lambda + \beta)^{s+1}} + k_w \cdot \frac{\lambda^{s+1}}{(\lambda + \beta)^{s+1}} e^{-\beta \tau_{gr}} \quad (4.19)$$

$$T_{cj}(s, Q) = \frac{Q}{\lambda} + \max \left\{ 0, \frac{1}{\beta} - \frac{s+1}{\lambda} \right\} \quad (4.20)$$

gdzie:

$$\kappa(\tau_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \tau_1 < \tau_{gr} \\ 1 & \text{dla } \tau_1 \geq \tau_{gr} \end{cases}$$

τ_{gr} – czas niezdatności, po przekroczeniu którego system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa z określonym prawdopodobieństwem.

Przedstawiony model kosztów, ponoszonych przez system w jednostce czasu, pozwala poszukiwać najkorzystniejszych parametrów polityki zaopatrzenia z uwzględnieniem kryterium bezpieczeństwa. Do stosowanych w literaturze wyrażeń, dodany został koszt cząstkowy, pozwalający oceniać ryzyko wystąpienia niepożądanych niezdatności w systemie. Jeżeli ich skutki są tylko wielkością kosztową, możliwe jest wyznaczanie parametrów zaopatrzenia na drodze poszukiwania minimalnej wartości $K(s, Q)$.

4.4.2. Model procesu zaopatrzenia bez możliwości oszacowania kosztów niezdatności systemu

Prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków niezdatności systemu, jest problemem szerszym, niż tylko zaopatrzenia systemu w elementy wymienne. W proponowanym podejściu uwzględnia się ocenę wpływu organizacji procesu zaopatrzenia na bezpieczeństwo systemu. W ten sposób, dzięki zmianie parametrów

zaopatrzenia, możliwe jest regulowanie, w pewnym zakresie, prawdopodobieństwa pojawienia się niepożądanych skutków podczas eksploatacji systemu.

W przypadku, gdy skutki utraty bezpieczeństwa systemu są bardzo poważne, lub nie ma możliwości ocenić ich w sposób kosztowy, poszukiwanie najlepszych rozwiązań powinno bazować również na drugim kryterium. W klasycznej teorii zapasów, kryterium to stanowi poziom obsługi. W przypadku systemu technicznego, kryterium to powinno zmienić postać i – zamiast prawdopodobieństwa braku zapasu – oceniać prawdopodobieństwo wystąpienia określonych skutków w systemie.

Dla wybranego poziomu zamawiania i wielkości dostawy, należy w tym przypadku oceniać łącznie:

$$\begin{cases} K(s, Q) = \frac{KZ_j(s, Q)}{T_{cj}(s, Q)} \\ P_{cs} \leq P_{gr} \end{cases} \quad (4.21)$$

gdzie:

$$KZ_j(s, Q) = k_o + k_{u2} \cdot E \left\{ \int_0^{T_{cj}} I(t) \cdot dt \right\} + (1 - P_{cs}) \cdot k_{b4} \cdot E \left\{ \int_0^{T_{cj}} [1 - A(t)] \cdot dt \right\} \quad (4.22)$$

P_{gr} – dopuszczalna wartość prawdopodobieństwa, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa podczas całego cyklu zaopatrzeniowego.

Kwestią, którą osobno trzeba rozważyć jest wybór właściwego poziomu prawdopodobieństwa P_{gr} . Problem ten jednak wykracza poza ramy tego opracowania.

5. MODEL SYMULACYJNY PROCESU ZAOPATRZENIA

Uzyskanie analitycznych form omawianych dotychczas modeli jest możliwe jedynie dla bardzo ograniczonej liczby przypadków. Aby analizować wpływ zawodności procesu zaopatrzenia na wyniki eksploatacji systemu, przy różnych jego charakterystykach, wykorzystać można nowoczesne narzędzie, jakim jest komputerowa symulacja *Monte Carlo*.

Na podstawie przedstawionych w pracy założeń i analitycznego modelu procesu zaopatrzenia systemu, zbudowane zostały modele symulacyjne dla trzech analizowanych struktur niezawodnościowych:

- W systemie o strukturze szeregowej (rys. 4.2), system przechodzi w stan niezdatności w chwili, gdy którykolwiek z elementów ulega uszkodzeniu. Czas odnowy systemu równoznaczny jest z jego przestojem, dlatego intensywność uszkodzeń pozostałych elementów jest wtedy zerowa. Elementy pobierane są kolejno z dostępnego zapasu, obniżając go każdorazowo o jednostkę. Nowe zamówienie generowane jest w chwili, gdy uszkodzeniu ulega element obniżający posiadany zapas do poziomu krytycznego.
- W systemie o strukturze równoległej (rys. 4.3), uszkodzenie ostatniego pracującego elementu jest równoznaczne z uszkodzeniem systemu. W czasie odnowy system nie pracuje. Włączenie systemu ponownie do pracy możliwe jest dopiero, gdy ostatni element zostanie wymieniony. Założono, że posiadane zasoby remontowe systemu są wystarczające, by elementy wymieniać jednocześnie (równolegle). Przedłużenie niezdatności systemu ponad czas wymiany wszystkich elementów może nastąpić tylko w przypadku, gdy nie ma żadnego elementu w zapasie. Gdy w zapasie jest jakikolwiek element, zostaje on włączony do pracy. Jeżeli podczas wymiany elementów, nadejdzie nowa dostawa z elementami (brakującymi do pełnej liczby M), również się je wymienia. Chwilą wyznaczającą wygenerowanie nowego zamówienia jest chwila uszkodzenia elementu, który obniżyłby liczbę zdalnych elementów w systemie do wielkości „ $M + s$ ”, gdyby wymieniany był natychmiast.
- W przypadku progowej struktury niezawodności (rys. 4.4), system przechodzi w stan niezdatności, gdy po uszkodzeniu kolejnego elementu, w systemie pracuje mniej niż k elementów. W czasie niezdatności systemu, pozostałe pracujące elementy mogą ulegać uszkodzeniom. Wymiany elementów dokonywane są

natychmiast po wystąpieniu uszkodzenia, pod warunkiem, że w systemie dostępne są elementy rezerwowe. Elementy zapasowe pobierane są pojedynczo z zapasu a nowe zamówienie generowane jest w chwili, gdy dostępny zapas osiąga poziom s . Graniczne przypadki struktury progowej tworzą:

- strukturę szeregową ($k = M, \lambda(t) > 0$),
- strukturę równoległą ($k = 1, \lambda(t) > 0$).

Rozważane są trzy przypadki funkcji $\kappa(\tau_1)$, zaś stan utraty bezpieczeństwa jest stanem odwracalnym:

$$- \kappa_1(\tau_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \tau_1 < \tau_{gr} \\ 1 & \text{dla } \tau_1 \geq \tau_{gr} \end{cases} \quad (5.1)$$

$$- \kappa_2(\tau_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \tau_1 < \tau_{gr} \\ q & \text{dla } \tau_1 \geq \tau_{gr} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$- \kappa_3(\tau_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \tau_1 \leq 0 \\ 1 - e^{-B_q \tau_1^q} & \text{dla } \tau_1 > 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

5.1. Zmienne modelu

Proces zaopatrzenia systemu zamodelowano przy użyciu oprogramowania *GNU Octave* (<http://www.octave.org>). Program przeznaczony jest do rozwiązywania zagadnień liniowych i nieliniowych metodami numerycznymi oraz przeprowadzania eksperymentów numerycznych. Wykorzystywany język jest w większości kompatybilny z językiem wykorzystywanym w programie *Matlab*.

Do badań przyjęto określony zestaw parametrów opisujących wzorcowy system, względem którego porównywane były wyniki uzyskane w kolejnych eksperymentach, przy innych parametrach wejściowych. Zestawienie stosowanych parametrów wejściowych do eksperymentów przedstawia tabela 5.1.

Zmienne losowe, charakteryzujące czas poprawnej pracy elementów, czas odnów oraz czas realizacji dostaw, opisane zostały rozkładem Weibull'a [36]:

$$F(t) = 1 - e^{-B_u \cdot t^{A_u}} \quad \text{dla } t > 0 \quad (5.4)$$

gdzie:

A_u – parametr kształtu rozkładu Weibulla opisującego zmienną u ,

B_u – parametr skali rozkładu Weibulla opisującego zmienną u .

Tabela 5.1. Parametry wejściowe, badane w eksperymencie symulacyjnym

L. p.	Oznaczenie	Wielkość wyjściowa	Zakres badanych wielkości (min : skok : max)	Objaśnienie
1	A_p	1	0,5 : 1 : 19,5	parametr kształtu rozkładu opisującego czas pracy pojedynczego elementu
2	$\frac{1}{B_p}$	100	50 : 50 : 1500	parametr skali rozkładu opisującego czas pracy pojedynczego elementu
3	A_o	1	0,5 : 1 : 19,5	parametr kształtu rozkładu opisującego czas odnowy (wymiany) pojedynczego elementu
4	$\frac{1}{B_o}$	10	0 : 5 : 150	parametr skali rozkładu opisującego czas odnowy (wymiany) pojedynczego elementu
5	A_d	1	0,5 : 1 : 19,5	parametr kształtu rozkładu opisującego czas realizacji dostawy
6	$\frac{1}{B_d}$	1000	0 : 50 : 1500	parametr skali rozkładu opisującego czas realizacji dostawy
7	k	3	1 : 1 : M	liczba zdatnych elementów, niezbędnych do tego, by system o strukturze progowej pozostawał w stanie zdatności
8	M	5	-	liczba urzędzeń pracujących w systemie
9	s	5	0 : 1 : $Q-1$	wielkość zapasu krytycznego
10	Q	30	1 : 1 : 50	wielkość zamawianej i dostarczanej partii
11	I_o	5	0 : 1 : 50	wielkość zapasu początkowego w chwili rozpoczęcia symulacji
12	τ_{gr}	500	100:100:6000	graniczny czas niezdatności systemu, po którym system może przejść do stanu utraty bezpieczeństwa

L. P.	Oznaczenie	Wielkość wyjściowa	Zakres badanych wielkości (min : skok : max)	Objaśnienie
13	q	0,3	0 : 0,1 : 1	parametr rozkładu dwumianowego – prawdopodobieństwo, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa po przekroczeniu wartości granicznej τ_{gr}
14	A_q	1	0,5 : 1 : 19,5	parametr kształtu rozkładu opisującego prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa ($\kappa_3(\tau_1)$) przy niezdatności trwającej czas τ_1
15	B_q	0,002	$\frac{1}{\tau_{gr}}$	parametr skali rozkładu prawdopodobieństwa $\kappa_3(\tau_1)$
16	k_o	1000	0 : 50 : 1500	stały koszt związany z pojedynczą dostawą (koszt obsługi zamówienia)
17	k_{u2}	1	0 : 0,1 : 3	koszt, który system ponosi utrzymując każdy jeden element przez jednostkę czasu
18	k_{b4}	20	0 : 10 : 300	koszt, który system ponosi w jednostce czasu niezdatności, jeżeli nie przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa
19	k_w	100000	0:100000:3000000	stały koszt związany z niezdatnością systemu przekraczającą dopuszczalny czas graniczny

Badanie pojedynczej realizacji procesu przeprowadzono przy założeniu, że czas eksploatacji systemu determinowany jest przez parametr wejściowy, określający liczbę pojedynczych uszkodzeń elementów w systemie. Uniezależnienie wyników od pojedynczej realizacji procesu uzyskano przez trzydziestokrotne powtórzenie całej symulacji dla tych samych wartości parametrów wejściowych. Wyniki z pojedynczych realizacji były gromadzone aż do chwili zakończenia wszystkich trzydziestu symulacji, a następnie uśredniane. Tabela 5.2. przedstawia główne wyniki niezawodnościowe i ekonomiczne, które można uzyskać podczas symulacji procesu zaopatrzenia systemu.

Tabela 5.2. Wyniki gromadzone podczas badań

L. P.	Oznaczenie	Sposób uzyskania wyniku	Objaśnienie
Wyniki wpływające na gotowość systemu			
1	TE	$\sum T_c$	całkowity czas eksploatacji systemu
2	A	$\frac{\sum \tau_1}{TE}$	współczynnik gotowości systemu
3	$\bar{\tau}$	$\frac{\sum \tau}{m}$	średni czas niezdatności, spowodowany wyłącznie brakiem elementów wymiennych
4	P_b	$\frac{\sum_{i=1}^{i=m} (t_d > t_{s+1})_i}{m}$	prawdopodobieństwo, że w kolejnym cyklu zaopatrzeniowym, w chwili uszkodzenia elementu, nie posiadamy już kolejnego w zapasie
5	P_n	$\frac{\sum_{i=1}^{i=m} (\tau > 0)_i}{m}$	prawdopodobieństwo, że w kolejnym cyklu zaopatrzeniowym wystąpi niezdatność systemu, spowodowana brakiem elementów wymiennych
6	P_p	$\frac{\sum_{i=1}^{i=m} (t_d > t_{s+M})_i}{m}$	prawdopodobieństwo, że w kolejnym cyklu zaopatrzeniowym, ostatni zdalny element w systemie ulegnie uszkodzeniu zanim dostawa zostanie zrealizowana
7	$\bar{\tau}_1$	$\frac{\sum \tau_1}{\sum (\tau_1 > 0)}$	średni czas niezdatności systemu
8	P_{cs1}	$\frac{\sum (\tau_1 \geq \tau_{gr})}{Q \cdot m}$	prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa, podczas pojedynczego przypadku uszkodzenia elementu w systemie dla $\kappa_1(\tau_1)$
9	P_{cs2}	$\frac{\sum (\tau_1 \geq \tau_{gr})}{Q \cdot m}$	prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa, podczas pojedynczego przypadku uszkodzenia elementu w systemie dla $\kappa_2(\tau_1)$
10	P_{cs3}	$\frac{\sum (\tau_1 \geq \tau_{gr})}{Q \cdot m}$	prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa, podczas pojedynczego przypadku uszkodzenia elementu w systemie dla $\kappa_3(\tau_1)$
Koszty działania systemu			
11	KOZ	$k_o \cdot m$	koszt obsługi wszystkich zamówień w czasie eksploatacji systemu
12	KUZ	$k_{u2} \cdot \sum_0^{TE} I(\Delta t) \cdot \Delta t$	łączny koszt utrzymania zapasu w czasie eksploatacji systemu

L. p.	Oznaczenie	Sposób uzyskania wyniku	Objaśnienie
13	KB	$k_b \cdot \sum [\tau_1 \cdot (\tau_1 \leq \tau_{gr})]$	łączny koszt niezdatności systemu (gdy system nie przeszedł do stanu utraty bezpieczeństwa)
14	KW	$k_w \cdot \sum (\tau_1 \leq \tau_{gr})$	łączny koszt skutków ponoszonych przez system w przypadku przejścia do stanu utraty bezpieczeństwa
15	K	$\frac{KOZ + KUZ + KBZ + KW}{TE}$	koszt, ponoszony przez system w jednostce czasu eksploatacji

Objaśnienia:

t_{s+1} – chwila uszkodzenia ostatniego elementu z posiadanego zapasu krytycznego, po której wykorzystywane będą elementy z nowej dostawy,

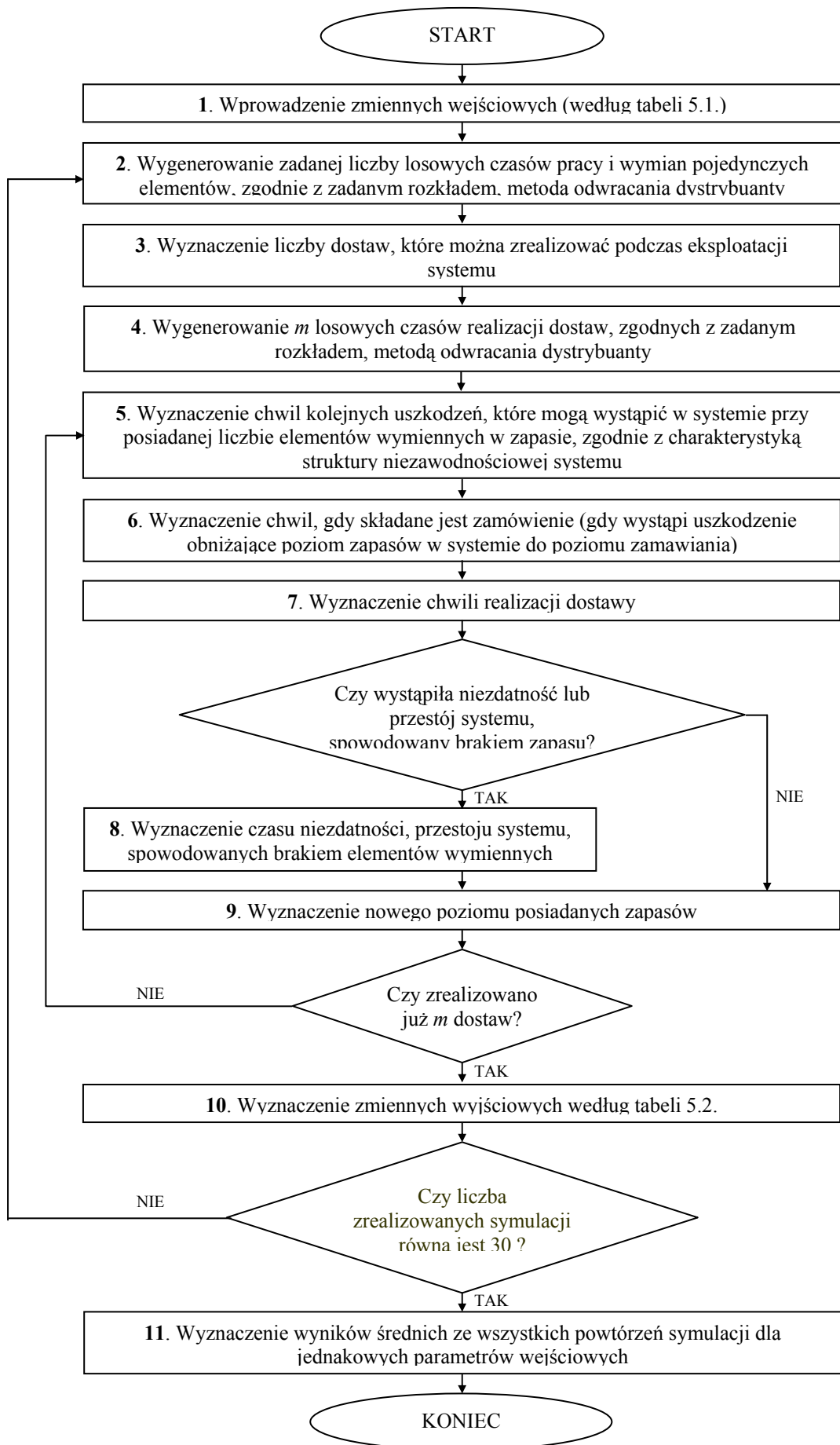
t_{s+M} – chwila uszkodzenia ostatniego pracującego elementu, po której następuje przestój systemu,

τ_{gr} – czas niezdatności, generowany według zadanego rozkładu,

$\Sigma(a < b)$ – oznacza sumę (łączną liczbę) przypadków, gdy spełniony jest warunek ($a < b$).

5.2. Algorytm symulacji

Na rysunku 5.1 przedstawiono ogólny algorytm symulacji procesu zaopatrzenia systemu. Proces realizowany jest krokowo, co znaczy, że realizacja kolejnego kroku (możliwych uszkodzeń i odnów) zależy od zdarzeń, jakie zaszły w kroku poprzednim (chwili dostarczenia nowych elementów wymiennych). Rodzaj struktury niezawodnościowej warunkuje sposób, w jaki powstają uszkodzenia elementów w systemie, co powoduje, że piąty punkt algorytmu realizowany jest inaczej dla przypadku każdej struktury.



Rys. 5.1. Algorytm realizacji symulacji komputerowej procesu eksploatacji systemu technicznego

6. WERYFIKACJA MODELU

Weryfikacja modelu zostanie przeprowadzona dwuetapowo. W pierwszym kroku, wyniki uzyskane w badaniu modelu symulacyjnego porównane zostaną z wynikami modeli uzyskanymi według wyrażeń teoretycznych. W kroku drugim, wyniki symulacyjne zostaną porównane z wynikami z rzeczywistego systemu eksploatacyjnego.

6.1. Zgodność modelu symulacyjnego z modelem teoretycznym

W rozdziale czwartym niniejszego opracowania, przedstawione zostały modele opisujące prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków niezdatności i koszty ponoszone przez system techniczny przy uwzględnieniu zawodności procesu zaopatrzenia w elementy wymienne. Jak zauważono, istnieją duże trudności z uzyskaniem analitycznej formy tych modeli dla różnych charakterystyk procesów eksploatacji i zaopatrzenia. Z tego powodu, zbudowano model symulacyjny procesu eksploatacji, który pozwala na badanie wyników systemu bez uzyskiwania dokładnych analitycznych form modeli.

Prawidłowo zbudowany model symulacyjny, powinien generować wyniki, zgodne z wynikami uzyskanymi w modelach teoretycznych. Weryfikacja zgodności modeli może zostać przeprowadzona jedynie dla tych przypadków, w których możliwe jest uzyskanie wyników w sposób analityczny.

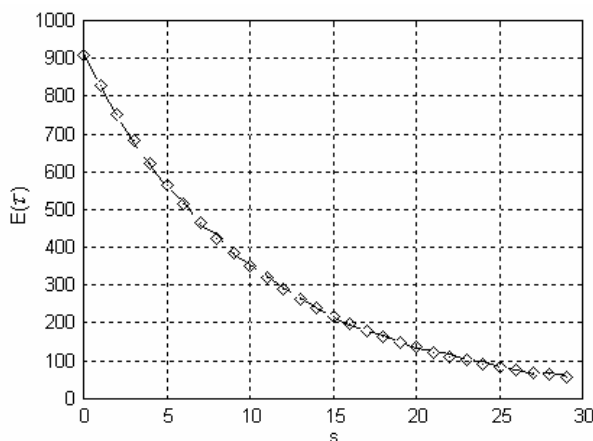
6.1.1. System jednoelementowy z pomijalnymi czasami wymian elementów

Badanie zgodności rezultatów symulacyjnych i teoretycznych przeprowadzono dla prostego przypadku systemu jednoelementowego, z pomijalnym czasem wymian, przedstawionego w rozdziale 4.1.1. Wykorzystując wzór (4.7), opisujący gęstość okresu braku elementów $\eta(\tau)$ i funkcje (5.1) - (5.3), można uzyskać analityczne i symulacyjne formy wyrażeń:

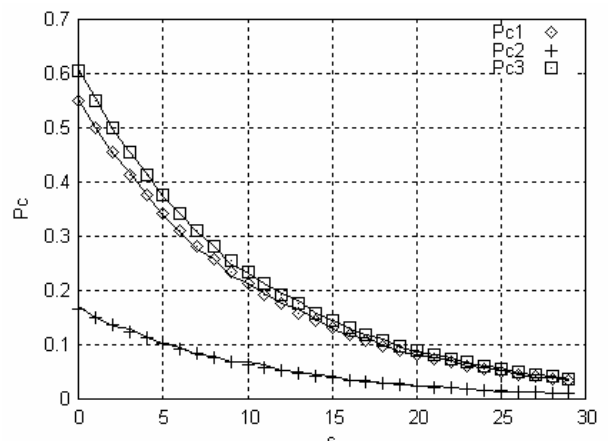
Tabela 6.1. Porównywane wyniki modelu teoretycznego i symulacyjnego

Oznaczenie	Forma analityczna	Sposób uzyskania wielkości z symulacji
$E(\tau)$	$\frac{1}{B_p} \cdot \left(\frac{B_p}{B_p + B_d} \right)^{s+1}$	$\frac{\sum \tau}{m}$
P_{c1}	$e^{-B_d \cdot \tau_{gr}} \cdot \left(\frac{B_p}{B_p + B_d} \right)^{s+1}$	$\frac{\sum (\tau \geq \tau_{gr})}{m}$
P_{c2}	$q \cdot e^{-B_d \cdot \tau_{gr}} \cdot \left(\frac{B_p}{B_p + B_d} \right)^{s+1}$	$\frac{\sum (\tau \geq \tau_{gr})}{m}$
P_{c3}	$\left(\frac{B_p}{B_p + B_d} \right)^{s+1} \cdot \left[1 - \frac{B_d}{B_d + B_q} \right]$	$\frac{\sum (\tau \geq \tau_{gr})}{m}$
A	$\frac{\frac{Q}{B_p}}{\frac{Q}{B_p} + E(\tau)}$	$\frac{\sum \tau}{TE}$
K	$\frac{\frac{KZ_j(s, Q)}{T_j(s, Q)} \cdot \text{wg (wyr. 5.4)}}{\text{wg (wyr. 5.5)}}$	$\frac{KOZ + KUZ + KBZ + KW}{TE}$
$\gamma(\tau)$	wg (4.7)	τ

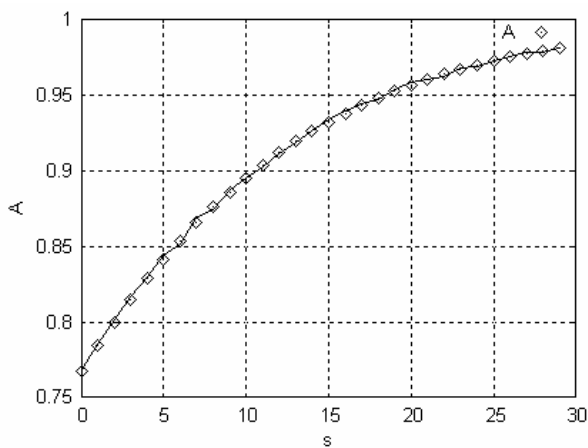
Wykresy 6.1 - 6.4 przedstawiają zbieżność wyników, uzyskanych na drodze symulacji komputerowej (linie ciągłe) i obliczonych w sposób analityczny (linie punktowe). Poszczególne wyniki uzyskiwane były dla różnych wielkości poziomu zamawiania. Wartości pozostałych parametrów przyjęte zostały zgodnie z tabelą 5.1.



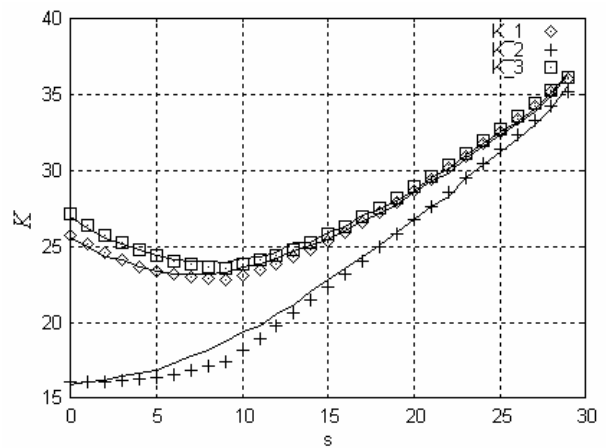
Rys. 6.1. Oczekiwany czas niezdatności systemu spowodowanej brakiem elementów, w funkcji wielkości zapasu krytycznego



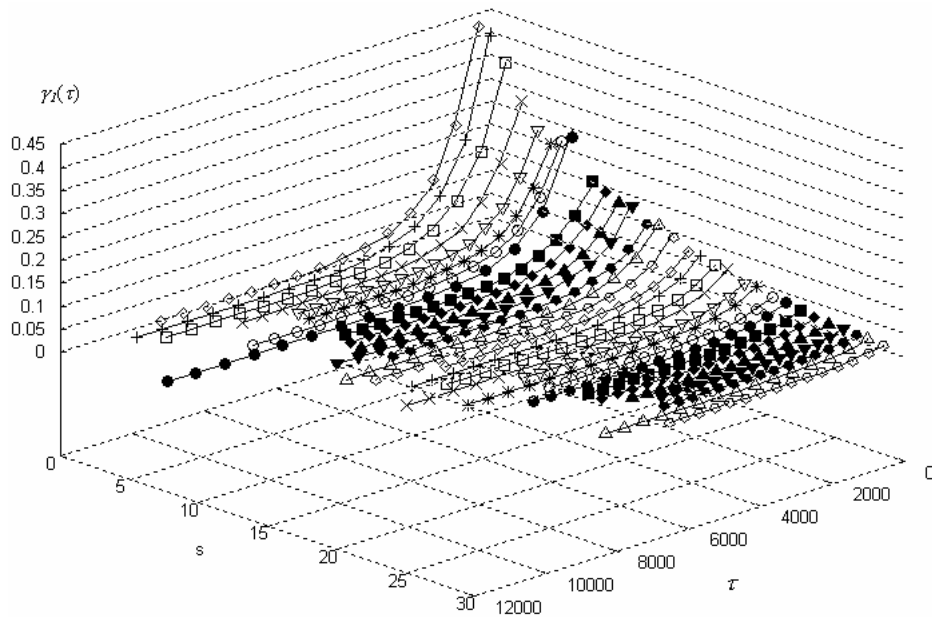
Rys. 6.2. Prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa w funkcji wielkości zapasu krytycznego



Rys. 6.3. Współczynnik gotowości systemu w funkcji wielkości zapasu krytycznego



Rys. 6.4. Koszt systemu w jednostce czasu w funkcji wielkości zapasu krytycznego



Rys. 6.5. Teoretyczna i empiryczna gęstość prawdopodobieństwa czasów niezdatności systemu

Indeksy liczbowe (1 - 3) przy poszczególnych zmiennych, oznaczają wyniki uzyskiwane odpowiednio dla funkcji $\kappa_1(\tau)$, $\kappa_2(\tau)$, $\kappa_3(\tau)$. Rysunki wskazują dużą zbieżność uzyskiwanych wyników, co potwierdzają maksymalne błędy względne dla poszczególnych wyników (tab. 6.2).

Tabela 6.2. Maksymalne wartości błędów względnych wyników uzyskanych w sposób analityczny i symulacyjny

Wynik	$E(\tau)$	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	A	K_1	K_2	K_3
σ_{wzgl}	0,074	0,073	0,087	0,043	0,001	0,053	0,059	0,067

Na wykresie 6.5 przedstawione zostały teoretyczne i empiryczne (symulacyjne) gęstości czasów niezdatności systemu dla różnych poziomów zapasu s . Hipoteza o zgodności rozkładów czasu niezdatności systemu $\gamma_1(\tau)$, sprawdzona została testem zgodności chi-kwadrat (χ^2) *Pearsona*. Otrzymane wartości statystyki χ^2 przyjmują wartości (6,72 - 20,3) dla wszystkich badanych wielkości poziomów zamawiania s , dla dziesięciu klas grupowania danych. Nie pozwala to odrzucić hipotezy o zgodności rozkładu teoretycznego i empirycznego na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ ($\chi^2_\alpha = 21,666$).

6.1.2. Systemy wieloelementowe z uwzględnieniem czasów wymian elementów

Dla zobrazowania zbieżności wyników dla systemów, gdzie należy uwzględnić czas wymian elementów, porównane zostały współczynniki gotowości uzyskane w badaniu symulacyjnym i według analitycznego modelu (wykorzystano model *procesów Markowa* – załącznik I). Zbudowane zostały modele poszczególnych struktur niezawodnościowych, zgodnie z przyjętymi założeniami, bez uwzględnienia niedoborów elementów wymiennych. Dla zadanych parametrów, policzono i porównano wskaźniki gotowości:

Tabela 6.3. Porównanie współczynnika gotowości, uzyskanego analitycznie i symulacyjnie

Rodzaj struktury	$A_{\text{symulacyjne}}$	$A_{\text{teoretyczne}}$	σ_{bezwzgl}
Szeregowa	0,66657	0,66667	0,0001
Równoległa	0,90909	0,90579	- 0,0033
Progowa ($k = 1$)	1	0,99999	- 0,00001
Progowa ($k = M$)	0,62070	0,62092	0,00022

Odchylenia wartości współczynników gotowości mieszczą się w granicach jednoprocentowego błędu względnego wartości teoretycznych.

6.2. Zgodność modelu symulacyjnego z wynikami systemu rzeczywistego

Budowa modelu rzeczywistego systemu eksploatacyjnego wymaga przyjęcia pewnych założeń upraszczających skomplikowany charakter realnych procesów. Mimo tego utrudnienia, dąży się do budowania modeli, które w maksymalny sposób przybliżają rzeczywistość i pozwalają rozwiązywać istniejące problemy bez kosztownych eksperymentów na prawdziwym systemie. Aby jednak można było uznać model za prawidłowy, niezbędna jest jego weryfikacja na podstawie rzeczywistych danych wejściowych.

Przedstawiony w pracy model, opisujący wyniki eksploatacji systemu, w zależności od wybranych parametrów polityki zaopatrzenia, może służyć do rozwiązywania rzeczywistych problemów eksploatacji. Jednym z takich problemów jest wyznaczenie odpowiedniej liczby elementów rezerwowych w systemie komunikacji, dla zapewnienia określonego poziomu gotowości, przy uwzględnieniu wyników ekonomicznych działania. Na podstawie takiego systemu, sprawdzona zostanie zgodność rzeczywistych i modelowych wyników eksploatacyjnych.

Rzeczywiste dane eksploatacyjne pochodzą z wrocławskiego systemu komunikacji tramwajowej i zostały uzyskane od Miejskiego Przedsiębiorstwa Komunikacyjnego we Wrocławiu. Wszystkie zdarzenia związane z uszkodzeniami i odnowami systemu rejestrowane są codziennie w książce dyspozytorskiej, dzięki czemu możliwe jest uzyskanie wszelkich charakterystyk, opisujących proces eksploatacji systemu.

6.2.1. Opis systemu

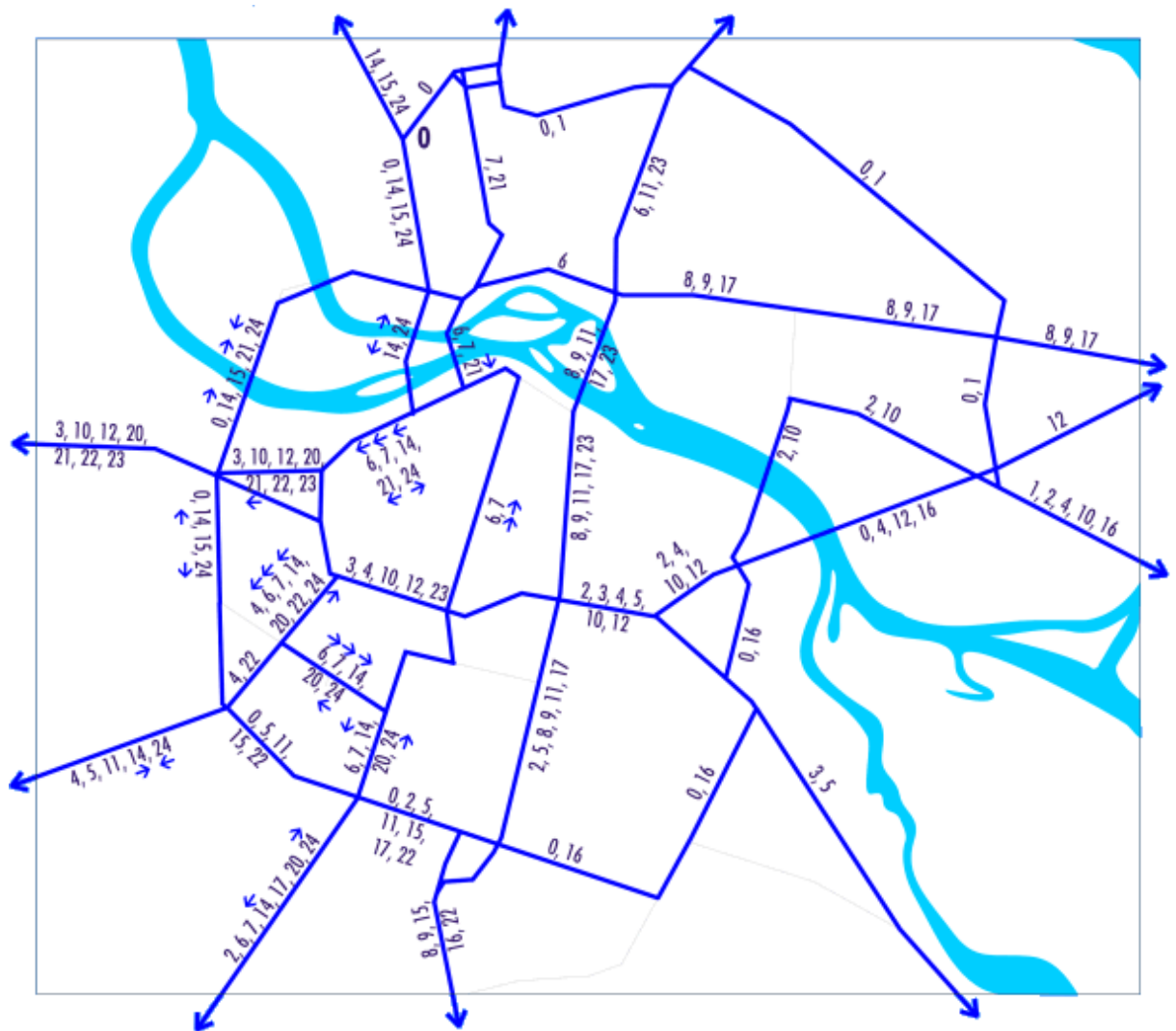
Miejskie Przedsiębiorstwo Komunikacyjne we Wrocławiu świadczy usługi przewozu ludności na terenie miasta Wrocławia. Eksploatowana jest zarówno sieć tramwajowa jak i autobusowa. Szynowy transport publiczny obsługiwany jest przez 23 linie dzienne, obsługujące trasę 84,02 kilometrów [47]. W czasie pracy systemu, dodatkowo w mieście utrzymywane są tramwaje rezerwowe, które podstawiane są za pojazdy ulegające uszkodzeniu, a podstawowym problemem decyzyjnym jest wybór liczby i miejsca ich rozstawienia.

W systemie pracuje określona liczba pojazdów, które w losowych chwilach ulegają uszkodzeniom. Uszkodzony pojazd samodzielnie lub z pomocą innego pojazdu, zjeżdża z trasy. W zamian, na trasę zostaje wysłany tramwaj rezerwowy, o czym decyduje dyspozytor ruchu (dyspozytor odnotowuje każde takie zdarzenie w książce ruchu). Po usunięciu uszkodzenia w zajezdni, tramwaj powraca na linię, zwalniając rezerwę.

Czasy dojazdu rezerwy z miejsca postoju na trasę oraz czas naprawy uszkodzonego pojazdu są zmiennymi losowymi. Niekiedy zdarza się, że liczba tramwajów rezerwowych nie wystarcza na pokrycie wszystkich kursów. Po przekroczeniu określonego czasu niezdatności pojedynczej linii, MPK zobowiązane jest do uiszczenia kary finansowej wynikającej z umowy z Zarządem Dróg i Komunikacji we Wrocławiu. Dodatkową, niewymierną konsekwencją przedłużającej się niezdatności systemu, jest zakłócenie w funkcjonowaniu komunikacji, rozszerzające się poza sieć tramwajową (np. brak możliwości dojazdu do wyznaczonego miejsca przez pasażerów, zwiększenie liczby samochodów w mieście, itd.). Dodatkowe informacje charakteryzujące omawiany system przedstawia tabela 6.4, zaś schemat komunikacji tramwajowej w mieście przedstawia rysunek 6.6.

Tabela 6.4. Charakterystyka systemu eksploatacji tramwajów MPK Wrocław

Okresy	2002.11.18 – 2003.02.23 2003.04.15 – 2003.06.22	
	Dzień pracujący	Dzień wolny od pracy
Liczba pojazdów rezerwowych	5	3
Czas pracy rezerw	4.30 – 20.00	
	5.00 – 20.30	5.00 – 22.30
	5.30 – 22.30	6.00 – 23.00
	6.00 – 23.00	6.30 – 0.00
	6.30 – 0.00	



Rys. 6.6. Schemat komunikacji tramwajowej w centrum Wrocławia

Źródło: [46]

Ze względu na dużą liczbę remontów przeprowadzanych w mieście i związaną z tym dużą zmiennością sieci tramwajowej, wybrano dwa okresy, gdy trasy były stałe przez okres kilku miesięcy.

Dla celów modelowania rzeczywistego systemu, oszacowane zostały parametry rozkładów prawdopodobieństwa opisujących czasy pracy i wymian elementów oraz czas realizacji dostaw (tab. 6.6). Na tej podstawie, przeprowadzona została symulacja procesu zaopatrzenia i porównana z rzeczywistymi czasami niezdatności systemu, wynikającymi z braku elementów wymiennych. Przyjęto założenie, że naprawa elementów jest perfekcyjna i nie wpływa na zwiększenie intensywności uszkodzeń w systemie po włączeniu ich do pracy. Założenie to można przyjąć, gdyż czas eksploatacji pojedynczego tramwaju jest długi (około 30 lat), liczba pojazdów w sieci

duża, co sprawia, że pojedyncza naprawa nie wpływa znacząco na intensywność uszkodzeń w całym systemie.

W przypadku systemu tramwajów, wykorzystać można przedstawiony w pracy model zaopatrzenia systemu o strukturze progowej ($k = M$), bazujący na modelu stałego poziomu zamawiania, który wyznaczany jest przez liczbę utrzymywanych rezerw ($s = \text{liczba tramwajów rezerwowych} - 1$). Pojazdy powracają na trasy jednorazowo w liczbie $Q = 1$, zaś zwolniona rezerwa ponownie tworzy zapas. System ponosi koszty utrzymania każdej jednostki rezerwowej (pensja motorniczego, który oczekuje na pracę) i koszty kar, w przypadku przekroczenia określonego czasu niezdatności na linii. Dodatkowo, istnieją konsekwencje niezdatności systemu, których nie można ocenić w sposób kosztowy i należy je ograniczyć do założonego poziomu prawdopodobieństwa.

6.2.2. Wyniki systemu rzeczywistego i modelowego

Weryfikację modelu symulacyjnego na podstawie rzeczywistych danych statystycznych przeprowadzono dla ośmiu przypadków, scharakteryzowanych w tabeli 6.5.

Tabela 6.5. Klasyfikacja uzyskanych danych rzeczywistych

Nr przypadku	Okres	Liczba rezerw	Chwila uszkodzenia
1	2002.11.18 – 2003.02.23	5	$t_{\text{zgłoszenia}}$
2			$\max(t_{\text{zgłoszenia}}, t_{\text{zjazdu}})$
3		3	$t_{\text{zgłoszenia}}$
4			$\max(t_{\text{zgłoszenia}}, t_{\text{zjazdu}})$
5	2003.04.15 – 2003.06.22	5	$t_{\text{zgłoszenia}}$
6			$\max(t_{\text{zgłoszenia}}, t_{\text{zjazdu}})$
7		3	$t_{\text{zgłoszenia}}$
8			$\max(t_{\text{zgłoszenia}}, t_{\text{zjazdu}})$

W zależności od dnia tygodnia, zmienia się liczba tramwajów rezerwowych, utrzymywanych w mieście. Jako dodatkowe kryterium, różnicujące poszczególne przypadki, przyjęto chwilę traktowaną jako chwila uszkodzenia elementu. Dyspozytor odnotowuje zarówno chwilę zgłoszenia uszkodzenia tramwaju, jak i chwilę jego zjazdu z trasy. W niektórych przypadkach mogą się one różnić: gdy uszkodzenie umożliwia

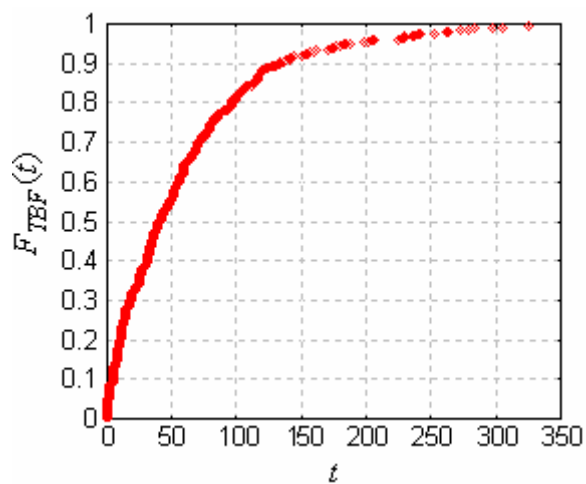
kontynuowanie jazdy aż do chwili wymiany na tramwaj rezerwowy lub gdy uszkodzenie zostaje zgłoszone dopiero po pewnym czasie od fizycznego zdarzenia. O zapotrzebowaniu na element wymienny można mówić najwcześniej w chwili zgłoszenia uszkodzenia do dyspozytora ruchu, najpóźniej w chwili faktycznego zjazdu tramwaju z trasy. Z tego powodu rozróżniono dwa przypadki, w których jako chwilę uszkodzenia traktuje się: chwilę zgłoszenia zapotrzebowania na tramwaj ($t_{zgłoszenia}$) lub chwilę późniejszą z dwóch: zgłoszenia zapotrzebowania i rzeczywistego zjazdu tramwaju – $\max(t_{zgłoszenia}, t_{zjazdu})$.

Parametry rozkładów wejściowych: czasu między uszkodzeniami, czasów wymiany (czas od chwili uszkodzenia do chwili podstawienia tramwaju wymiennego we właściwe miejsce) i czasów dostaw (czas od uszkodzenia danego tramwaju do czasu jego oddania do ruchu), zostały oszacowane metodą największej wiarygodności z wykorzystaniem programu *Statistica*.

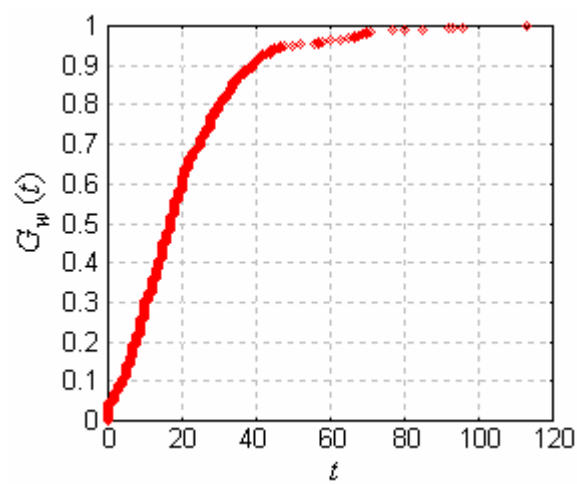
Tabela 6.6. Parametry rozkładów prawdopodobieństwa opisujących system MPK

Parametry rozkładu	Nr przypadku							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A_p	0,886	0,917	0,823	0,833	0,825	0,824	1,02	0,981
B_p	0,028	0,025	0,028	0,027	0,039	0,039	0,008	0,01
A_d	1,818	1,754	1,641	1,628	1,426	1,397	1,275	1,229
B_d	0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,001	0,0013	0,0025	0,0034
A_o	1,173	0,703	1,163	0,607	1,013	0,637	1,183	0,757
B_o	0,028	0,182	0,029	0,271	0,05	0,233	0,029	0,16

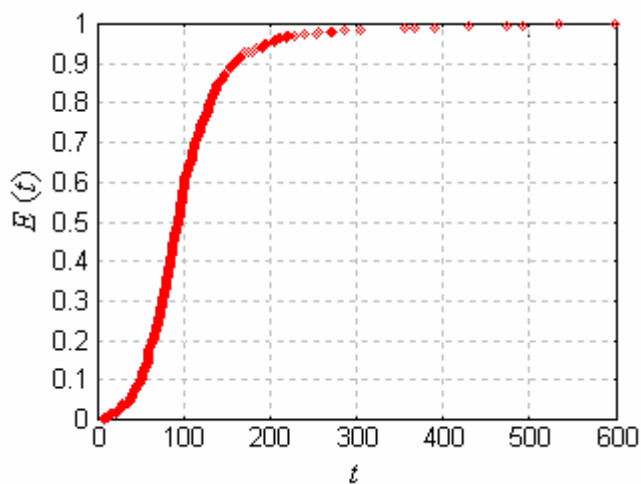
Dystrybuanty wybranych rozkładów wejściowych do modelu przedstawiono na wykresach: 6.7 - 6.9.



Rys. 6.7. Empiryczna dystrybuanta czasu między uszkodzeniami w systemie dla przypadku 1

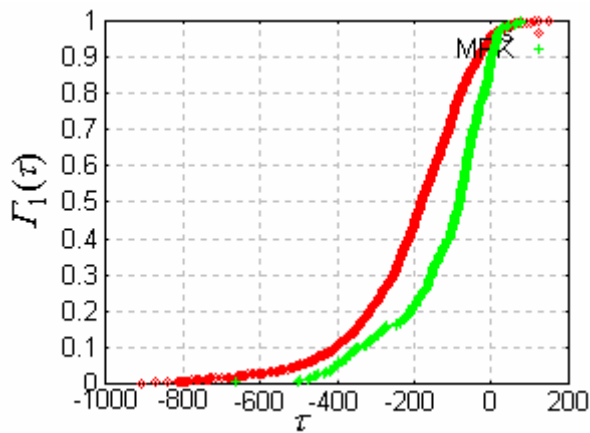


Rys. 6.8. Empiryczna dystrybuanta czasu wymiany elementów w systemie dla przypadku 1

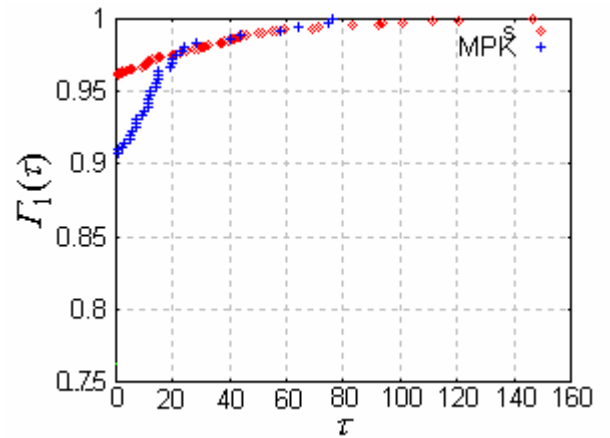


Rys. 6.9. Empiryczna dystrybuanta czasu realizacji dostaw dla przypadku 1

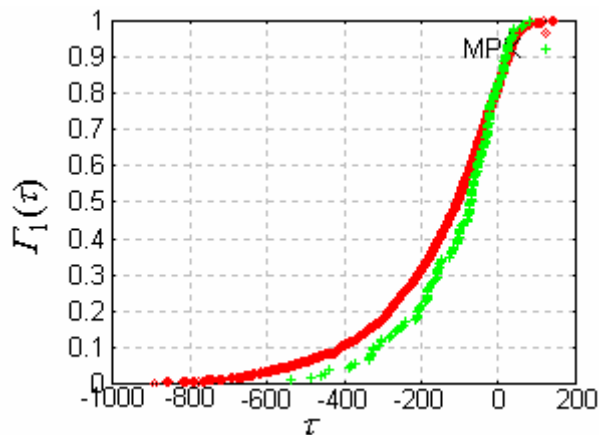
Na wykresach 6.10 - 6.24 oraz w tabeli 6.8 przedstawiono porównanie charakterystyk eksploatacyjnych systemu, zaobserwowanych w rzeczywistości i uzyskanych podczas symulacji



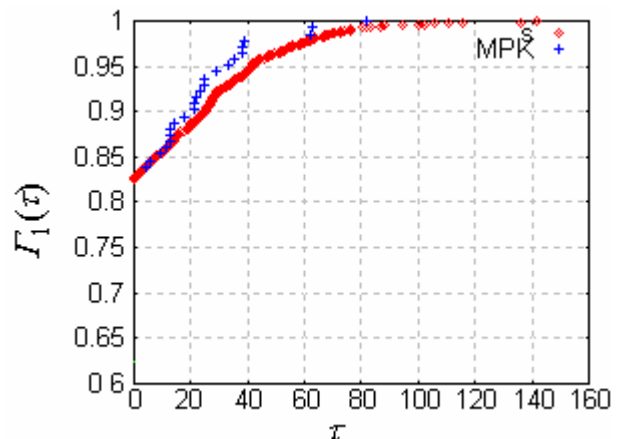
Rys. 6.10. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu nadmiaru zapasu i niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ) dla przypadku 1



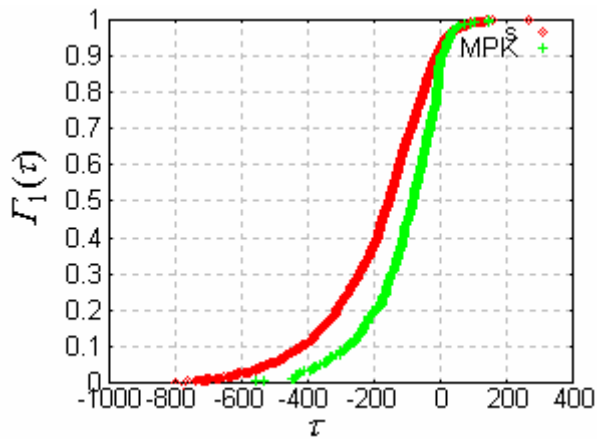
Rys. 6.11. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) dla przypadku 1



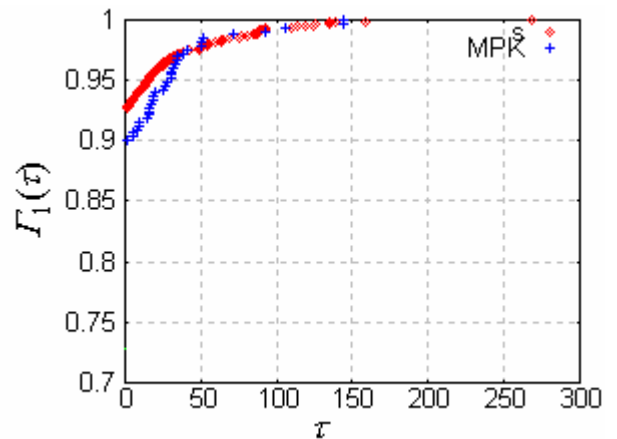
Rys. 6.12. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu nadmiaru zapasu i niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ) dla przypadku 3



Rys. 6.13. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) dla przypadku 3



Rys. 6.14. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu nadmiaru zapasu i niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ) dla przypadku 6



Rys. 6.15. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) dla przypadku 6

Na wykresach 6.10 - 6.15 przedstawiono symulacyjne i empiryczne dystrybuanty $F_1(\tau)$ opisujące czasy niezdatności systemu, spowodowane brakiem elementów wymiennych i czasy, kiedy występował nadmiar elementów w systemie (oczekiwanie na wykorzystanie). Rysunki 6.11, 6.13, 6.15 przybliżają część dystrybuanty, uzyskaną dla dodatnich wielkości τ , czyli dla czasów niezdatności systemu.

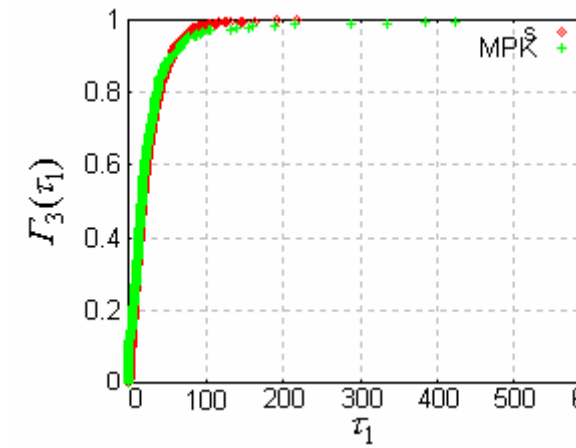
Cechą charakterystyczną przedstawionych rysunków jest widoczna rozbieżność obu dystrybuant w części, gdy w systemie jest nadmiar zapasów (tramwaje rezerwowe oczekują na pracę) i ich zgodność w przypadku, gdy wielkość τ dąży do wartości dodatnich. Zależność taka wynika z dwóch przyczyn: sieć tramwajowa w mieście jest układem przestrzennym a czynnikiem decyzyjnym w systemie jest człowiek. Tramwaje rezerwowe oczekują na włączenie do ruchu w różnych punktach miasta. Jeżeli uszkodzenie w systemie zdarzy się w czasie, gdy kilka tramwajów nadmiarowych jest dostępnych, dyspozytor decyduje, z którego punktu pobrać rezerwę, by czas przejazdu rezerwy z punktu postoju do punktu rozpoczęcia pracy był jak najkrótszy. W przypadku symulacji nie uwzględniono możliwości wpływu na czas wymian elementów możliwej dzięki różnej kolejności ich pobierania. Analiza danych rzeczywistych pozwoliła również zauważyć, że istnieje tendencja do wykorzystywania tramwajów rezerwowych, będących już w ruchu, co powoduje, że niektóre pojazdy wymienne oczekują bardzo długo na wykorzystanie, a niektóre wykorzystywane są dużo częściej. Fakty te są oczywiste i wpływają na rozbieżności dystrybuant w przypadku nadmiaru zapasu.

Dla badanego zagadnienia najistotniejszym jest jednak problem niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów wymiennych. Z tego powodu pominięto próby symulacji możliwych decyzji dyspozytorów ruchu. Gdy liczba nadmiarowych elementów w systemie maleje, system zaczyna zachowywać się zgodnie z modelem, gdyż w większości przypadków zaczyna się stosować kolejkę FIFO (pierwsze przyszło, pierwsze wyszło) dla przydzielania pojazdów zdatnych w miejsce uszkodzonych. Faktem jednak jest, że dla małych wartości τ prawdopodobieństwo braku zapasu dla systemu MPK jest nieco wyższe ($\sigma_{bezwzgl} \approx 0,04$ dla $\tau < 10$ minut) niż uzyskane podczas symulacji. Ponownie jest to wynikiem decyzji dyspozytorów. Analiza rzeczywistych czasów uszkodzeń i przydzielania w zamian tramwajów rezerwowych wykazała, że dyspozytor dysponując wiedzą o chwili dostawy (oddania uszkodzonego wcześniej tramwaju na linię) często decyduje się na niezdatność systemu wynikającą z pozornego braku elementu. Przykładem może być fragment rzeczywistych danych z MPK, zamieszczony w tabeli 6.7. Kolorami zostały zaznaczone przypadki, gdy w chwili uszkodzenia dostępne były w systemie elementy wymienne. Decyzją jednak dyspozytora, system oczekiwał z wymianą na kolejną dostawę, co powodowało jego niezdatność, pozornie wynikającą z braku elementów. Po analizie danych rzeczywistych i wykresów 6.10 - 6.15 widać, że zachowanie takie stosowane jest jedynie dla przypadków krótkich opóźnień, które rekompensowane mogą być skróceniem czasu ewentualnej wymiany. Gdy niezdatność systemu, wynikająca z braku elementów rezerwowych, wydłuża się, system zachowuje się jak system modelowy.

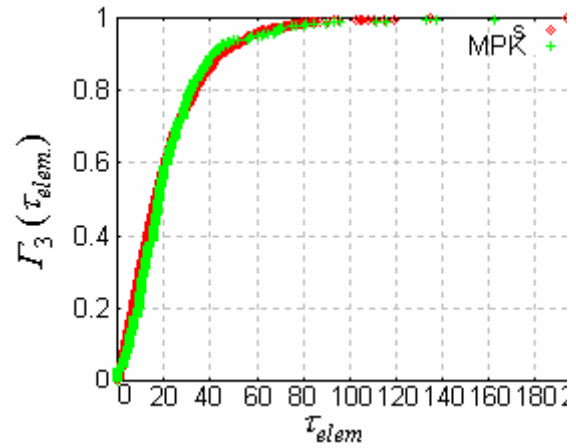
Na wykresach 6.16 - 6.21 przedstawiono porównanie czasów niezdatności systemu oraz czasów niezdatności poszczególnych elementów, uzyskane na podstawie danych empirycznych i symulacyjnych, dla przedstawionych wcześniej przypadków.

Tabela 6.7. Przykładowe dane eksploatacyjne z systemu MPK (przypadek 2)

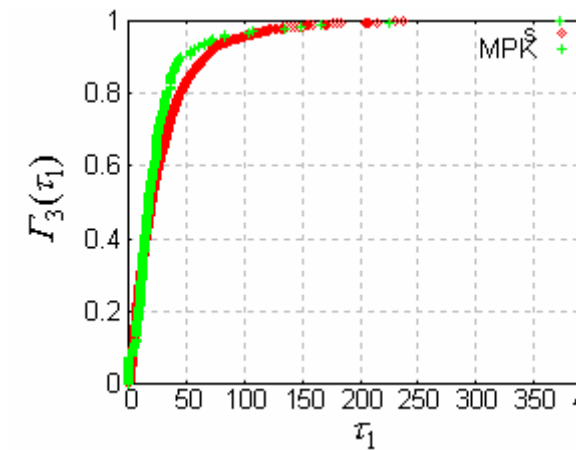
Data	$t_{\text{uszkodzenia}}$	t_{wymiany}	t_{dostawy}	Nr rezerwy	Liczba wolnych rezerw w chwili uszkodzenia	Długość braku zapasu [min]
13.01.2003	5,35	5,5	10,22	443	5	
13.01.2003	7,42	7,45	8,32	472	4	
13.01.2003	9,15	9,33	9,4	409	4	
13.01.2003	10,46	10,58	12,15	472	5	
13.01.2003	10,53	10,33	11,59	476	4	
13.01.2003	10,54	10,54	13,02	422	3	
13.01.2003	10,59	10,59	12,28	443	2	
13.01.2003	11,08	11,28	12,27	409	1	
13.01.2003	12,03	12,55	14,4	476	1	
13.01.2003	12,4	12,4	13,09	409	3	
13.01.2003	13,22	13,35	14,44	472	4	
13.01.2003	14	14,2	15	443	3	
13.01.2003	14,35	15,45	16,52	409	2	
13.01.2003	14,4	14,59	17	476	2	
13.01.2003	14,53	14,53	16,24	422	2	
13.01.2003	15		15,44	brak	2	44
13.01.2003	15,17	15,5	16,5	472	2	
13.01.2003	16,4	16,55	17,58	409	2	12
13.01.2003	17,44	18,05	19,12	443	4	
13.01.2003	17,49	18,04	18,35	422	3	
13.01.2003	18	18,18	20,14	476	3	
13.01.2003	18,55	19,11	21,05	409	4	
14.01.2003	7,01	7,01	8,15	423	5	
14.01.2003	7,25	7,18	8,28	472	4	
14.01.2003	7,39	7,5	9,39	443	3	
14.01.2003	7,45	7,51	9,13	476	2	
14.01.2003	7,47	8,05	9,25	422	1	
14.01.2003	8,55	9,05	10,31	472	2	
14.01.2003	9,38	9,55	11,43	422	3	
14.01.2003	9,54	10,02	11,17	443	3	
14.01.2003	10	10,04	10,54	423	2	
14.01.2003	10,35	10,56	11,39	423	2	19
14.01.2003	11,01	11,14	13,05	476	2	
14.01.2003	11,02	11,21	13,2	472	1	
14.01.2003	11,35	11,35	12,58	443	1	
14.01.2003	11,38	12,21	13,05	423	0	1
14.01.2003	12,35	12,45	14	422	1	
14.01.2003	13,05	13,15	14,35	476	3	
14.01.2003	14	14	15	472	4	
14.01.2003	14,05	14,15	15,11	443	3	
14.01.2003	14,16	14,35	15,38	422	2	
14.01.2003	14,57	15,2	16,2	472	2	3
14.01.2003	15,33	15,48	17,13	422	3	5
14.01.2003	16,24	16,44	17,13	443	4	
14.01.2003	17,24	18,03	19,57	443	5	
14.01.2003	18,04	18,08	19,08	422	4	



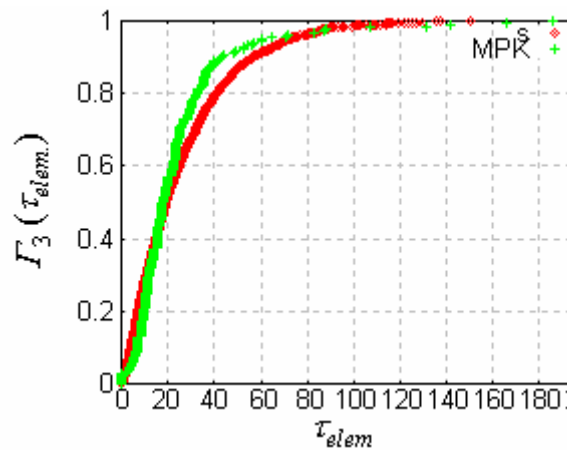
Rys. 6.16. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu (τ_1) dla przypadku 1



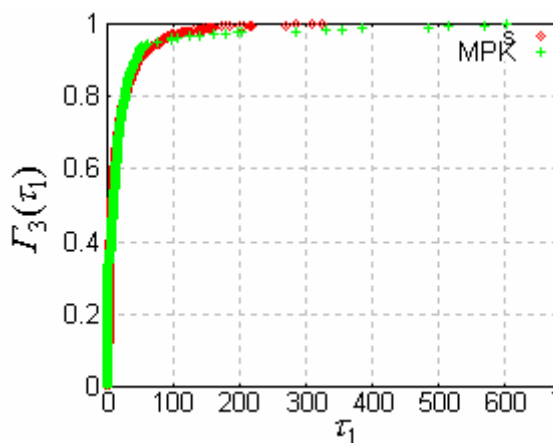
Rys. 6.17. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) dla przypadku 1



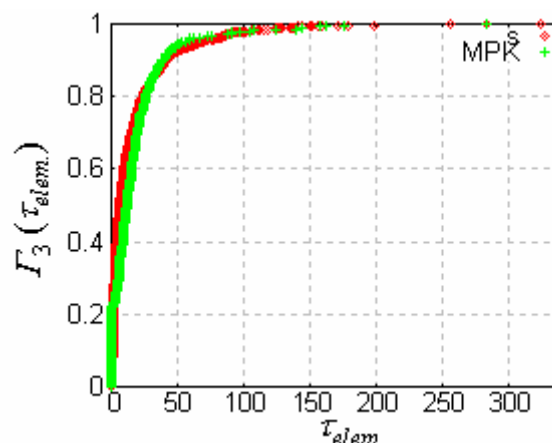
Rys. 6.18. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu (τ_1) dla przypadku 3



Rys. 6.19. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) dla przypadku 3



Rys. 6.20. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności systemu (τ_1) dla przypadku 6



Rys. 6.21. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) dla przypadku 6

Na wykresach widać dużą zbieżność wyników uzyskanych obiema metodami. W przypadku czasów niezdatności, liczonych dla pojedynczych linii tramwajowych (niezdatność pojedynczych elementów), różnice między dystrybuantami są większe. Oszacowane parametry rozkładu czasów wymian elementów i czasów realizacji dostaw, nie pozwalają na uzyskanie rozkładu idealnie zbieżnego z rozkładem, charakteryzującym rzeczywisty proces (wartość statystyki $\chi^2_{obl} > 11$). Z tego powodu, różnice oszacowań rozkładów mają istotny wpływ na czasy niezdatności poszczególnych elementów. Inaczej dzieje się w przypadku niezdatności całego systemu, gdzie wyniki symulacyjne i rzeczywiste są prawie identyczne.

Dla porównania przedstawionych dotąd czasów niezdatności systemu (wykresy 6.10 - 6.21), zastosowano test zgodności *Pearsona* [60] i obliczono wartości statystyki χ^2 (przyjęto grupowanie danych według dziesięciu przedziałów):

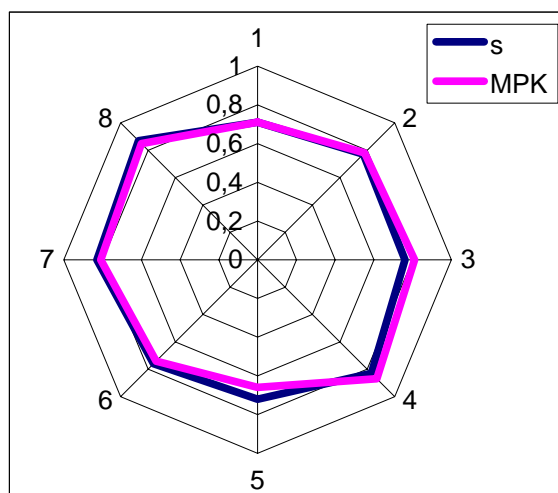
Tabela 6.8. Wyniki testu zgodności *Pearsona*

Hipoteza H_0	χ^2_{obl}								$\chi^2_{\alpha=0,01}$	Odrzucenie H_0 ?
	Przypadek									
	1	2	3	4	5	6	7	8		
$F_{1_sym}(\tau_+) = F_{1_MPK}(\tau_+)$	2,1	9,1	2,9	1,9	3,4	0,08	3,14	2,8	21,666	Brak podstaw
$F_{3_sym}(\tau_1) = F_{3_MPK}(\tau_1)$	0,3	0,3	0,7	0,2	0,7	0,3	0,14	0,18		Brak podstaw

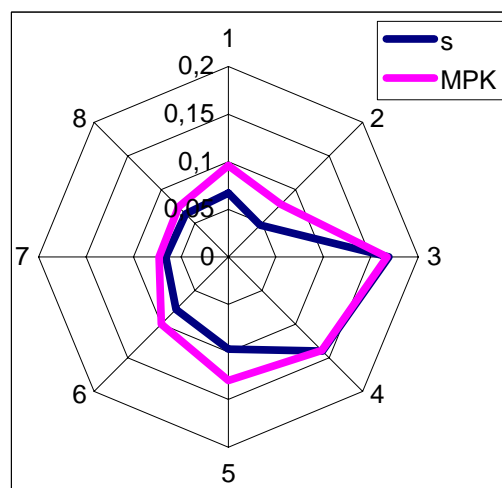
Hipoteza H_0	χ^2_{obl}								$\chi^2_{\alpha=0,01}$	Odrzucenie H_0 ?
	Przypadek									
	1	2	3	4	5	6	7	8		
$P_{sym}(\tau_{elem}) = P_{MPK}(\tau_{elem})$	1,5	2,1	2,4	1,1	0,15	0,1	0,8	0,3	21,666	Brak podstaw

Jak widać, różnice między próbami statystycznymi są na tyle niewielkie, że brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności wszystkich rozkładów, pochodzących z eksploatacji rzeczywistego i modelowanego systemu.

W ostatnim etapie weryfikacji wyników analizie poddano wskaźniki eksploatacyjne, które przedstawiają rysunki 6.22 - 6.24.



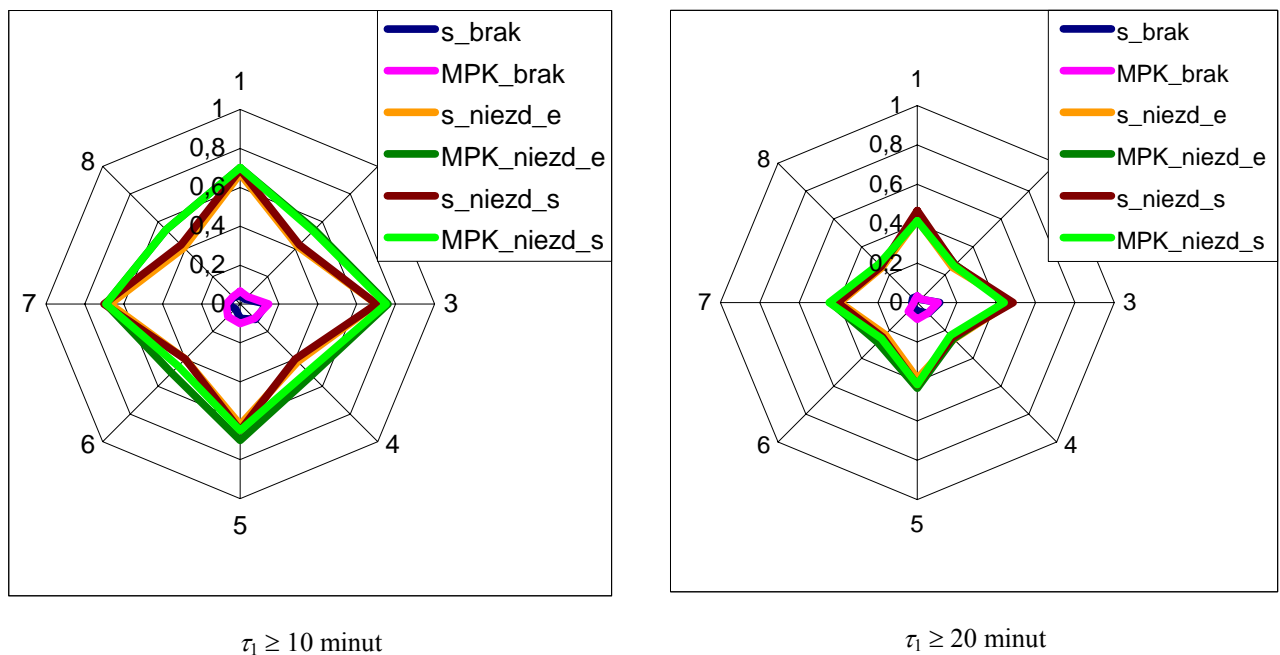
Rys. 6.22. Symulacyjny i rzeczywisty współczynnik gotowości systemu



Rys. 6.23. Symulacyjne i rzeczywiste prawdopodobieństwo pojawienia się niezdatności systemu, wynikającej z braku elementów wymiennych

Dla ośmiu analizowanych przypadków, na poszczególnych osiach wykresów, zaznaczony został współczynnik gotowości systemu (system o progowej strukturze niezawodności $k = M$) i prawdopodobieństwo pojawienia się niezdatności, wynikającej z braku elementów wymiennych. W przypadku gotowości systemu, nie widać większych odchyłeń pomiędzy wartościami rzeczywistymi i symulacyjnymi. Wykres prawdopodobieństwa braku zapasu, pokazuje, że dla przypadków „weekendowych”, gdy w systemie znajdują się tylko trzy tramwaje rezerwowe, odchylenia wartości symulacyjnych i rzeczywistych są mniejsze. Wynika to z omawianych wcześniej przyczyn – częstsze stosowanie kolejki FIFO dla przydzielania elementów

rezerwowych. W przypadkach większej dowolności podejmowania decyzji przez dyspozytorów ruchu (przypadki: 1,2,5,6) prawdopodobieństwo pojawienia się braku elementów zapasowych w rzeczywistym systemie, uwzględnia także omawiane wcześniej braki „pozorne”. Jak widać jednak, wyższe prawdopodobieństwo pojawienia się braku zapasu w rzeczywistym systemie nie wpływa na współczynnik jego gotowości. Brak takiego wpływu spowodowany jest krótkimi czasami „pozornego” braku, do których dopuszczają dyspozytorzy.



Rys. 6.24. Symulacyjne i rzeczywiste wartości prawdopodobieństw przekroczenia wartości granicznej) przez: czas braku elementów rezerwowych $P(\tau > 0)$ (s_brak , MPK_brak), czas niezdatności poszczególnych elementów $P(\tau_{elem} \geq \tau_{gr})$ (s_niezd_e , MPK_niezd_e), czas niezdatności systemu P_{cs1} (s_niezd_s , MPK_niezd_s)

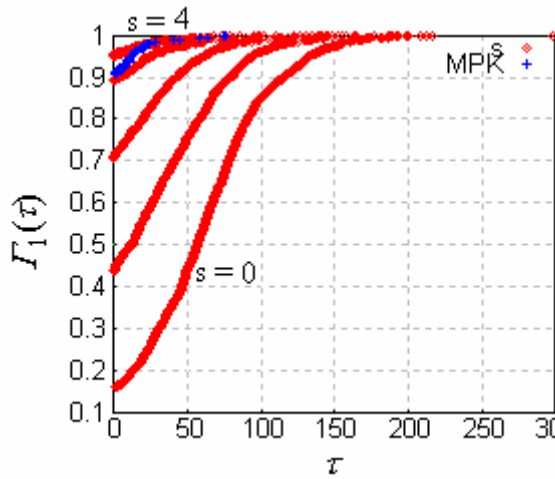
Na wykresie 6.24 przedstawiono symulacyjne i rzeczywiste prawdopodobieństwa przekroczenia granicznego czasu niezdatności przez system i pojedynczy element. Dodatkowo, wyznaczone zostało prawdopodobieństwo przekroczenia wartości granicznej przez niezdatność spowodowaną brakiem elementów wymiennych. Dla wartości granicznej równej dziesięciu minutom, różnice między wynikami symulacyjnymi i rzeczywistymi sięgają maksymalnie poziomu $\sigma_{bezwzgl} \approx 0,1$ dla przypadków, gdy chwilą uszkodzenia jest chwila późniejsza – zgłoszenia uszkodzenia lub zjazdu. Maksymalny błąd względny wynosi $\sigma_{wzgl} = 0,24$ dla $P_{cs1}(\tau_1 \geq 10 \text{ minut})$ w przypadku 8. Rozbieżności te wynikają ze stosunkowo dużych różnic w rzeczywistym i symulacyjnym rozkładzie czasów wymian pojedynczych

elementów i czasu realizacji dostaw. Prawdopodobieństwo krótkiego czasu wymiany (≤ 15 minut), jest wyższe ($\sigma_{\text{bezwzgl}} = 0,1$) w systemie symulacyjnym w stosunku do systemu rzeczywistego. Dla wyższych wartości granicznych czasów niezdatności, wyniki eksploatacyjne systemu modelowego i MPK są zgodne.

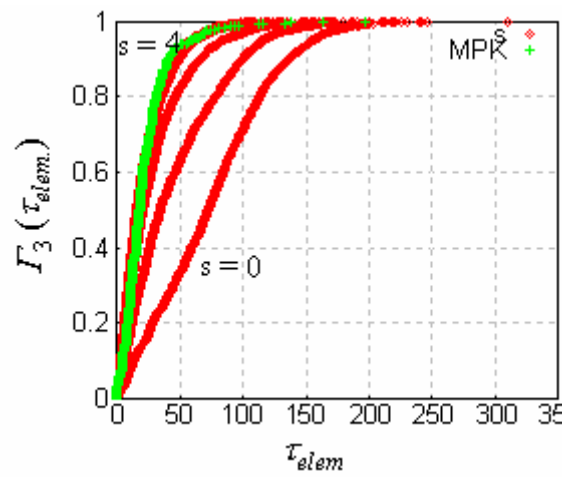
Jak zauważono wcześniej, specyfika systemu, jakim jest sieć tramwajowa MPK Wrocław powoduje, że w określonych obszarach (gdy w systemie jest nadmiar tramwajów zapasowych) wyniki rzeczywiste zależą nie tylko od samego procesu zaopatrzenia w elementy wymienne, ale głównie od czynnika decyzyjnego, jakim jest człowiek. Z tego powodu, bazując na modelu, nie sposób wyznaczać charakterystyk systemu w przypadku okresów nadmiaru zapasu oraz w przypadku krótkich braków. Jednocześnie widać wyraźną tendencję do minimalizacji wpływu czynnika ludzkiego w przypadkach, gdy liczba uszkodzeń w systemie nie pozwala na zupełną dowolność przydzielania elementów wymiennych. W takich przypadkach, wyniki systemu rzeczywistego i modelowego wykazują dużą zgodność, potwierdzoną również testem zgodności *Pearsona*.

Z punktu widzenia zagadnienia analizowanego w pracy, ważne jest uzyskanie prawdopodobieństwa zaistnienia określonych, niepożądanych skutków w systemie. W analizowanym przypadku, model daje taką odpowiedź, gdyż możliwe jest wyznaczenie prawdopodobieństwa pojawienia się niezdatności przekraczającej wartość graniczną (zgodnie z umową z Zarządem Dróg i Komunikacji) zarówno w całym systemie jak i na pojedynczej linii. Przykładem są wyniki przedstawione na rysunku 6.24, które jednocześnie uwidaczniają, że słabą stroną modeli symulacyjnych może być brak dobrego dopasowania wejściowych rozkładów symulacyjnych do danych pochodzących z rzeczywistego procesu.

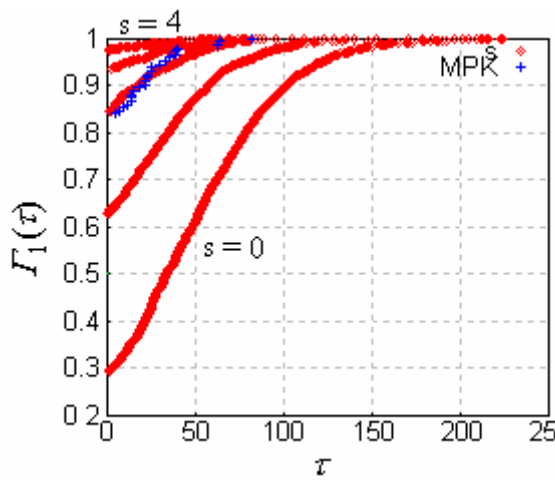
Mimo tych niedogodności, model pozwala na analizę prawdopodobieństwa pojawienia się zdarzenia niepożądanego dla różnych poziomów zapasu alarmowego. Przeprowadzona symulacja dla różnych poziomów zapasów, może stać się podstawą do wyznaczenia rozwiązania najlepszego z punktu widzenia omawianego systemu. Wyniki symulacji dla różnych poziomów zapasów alarmowych ($s = 0,1,2,3,4$) przedstawiono na rysunkach 6.25 - 6.30.



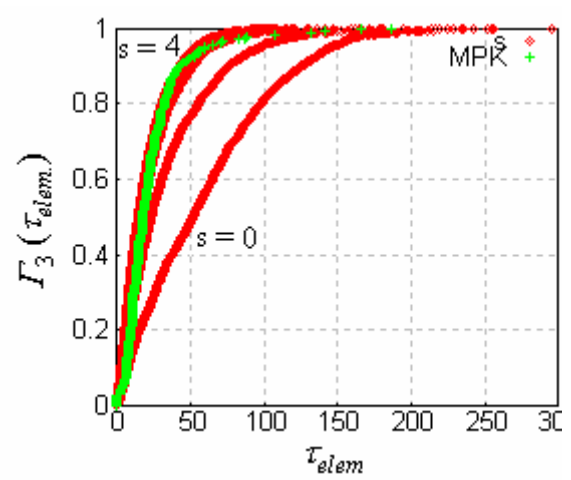
Rys. 6.25. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 1)



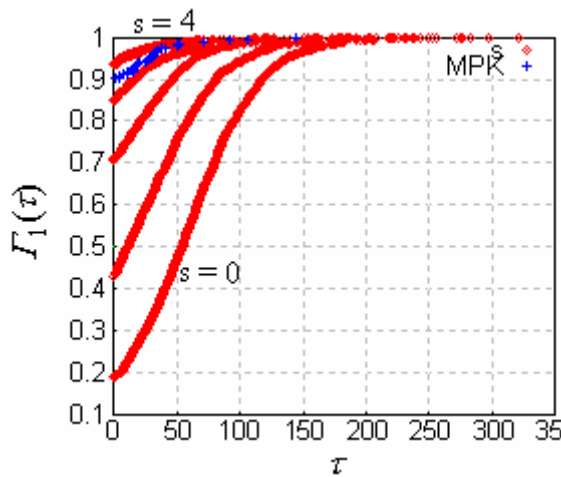
Rys. 6.26. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 1)



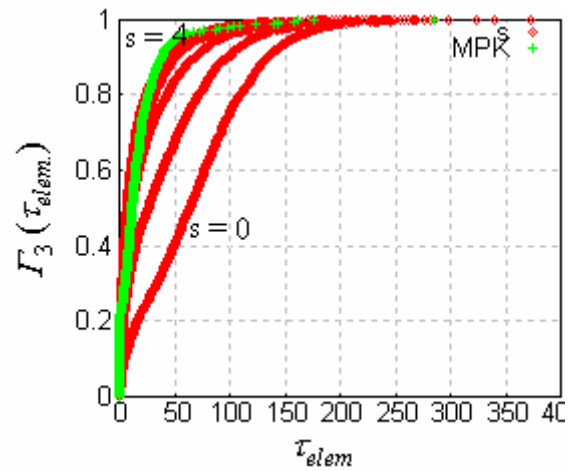
Rys. 6.27. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 3)



Rys. 6.28. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 3)



Rys. 6.29. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności, spowodowanej brakiem elementów zapasowych (τ_+) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 6)



Rys. 6.30. Empiryczna i symulacyjna dystrybuanta czasu niezdatności pojedynczych elementów (τ_{elem}) przy różnych poziomach zapasu alarmowego (przypadek 6)

Badanie przeprowadzone dla różnych poziomów zapasów alarmowych pokazało, że dla liczby tramwajów rezerwowych utrzymywanych w rzeczywistości przez przedsiębiorstwo MPK, czas niezdatności determinowany jest już głównie przez czas wymian elementów. Wyraźnie widać, że gdy liczba tramwajów zapasowych przekracza: 2 dla przypadku „weekendowego” i 3 dla pozostałych przypadków, niezdatność wynikająca z braku elementów wymiennych ma marginalne znaczenie. Podstawową część czasów niezdatności w tych przypadkach stanowią czasy dojazdów tramwajów rezerwowych i praktycznie nie widać możliwości poprawy gotowości systemu przez zwiększenie liczby elementów wymiennych a jedynie przez minimalizację czasów ich wymian. Problem ten stanowi już jednak zagadnienie przestrzennego ich rozmieszczenia i obecny model może dawać wyniki, określające niezdatność systemu, zbliżone do rzeczywistych, jedynie przy założeniu, że czas wymian elementów nie ulegnie zmianie przy zmianie liczby rezerw.

7. WYNIKI BADANIA WRAŻLIWOŚCI MODELU

Przy badaniu wrażliwości modelu zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne, przeanalizowano wpływ parametrów wejściowych na wyniki niezawodnościowe i ekonomiczne modelowego systemu. Rodzaj i zakres zmienności danych wejściowych przedstawiony został w tabeli 5.1. Parametry te warto podzielić na:

- parametry polityki zaopatrzenia (parametry decyzyjne),
- parametry procesu dostaw (z ograniczoną możliwością ich kształtowania),
- parametry charakteryzujące system (z ograniczoną możliwością ich kształtowania).

Pierwsza, wyróżniona grupa parametrów, charakteryzuje się dużą łatwością ich kształtowania, co powoduje, że przede wszystkim one są zmiennymi decyzyjnymi przy ustalaniu najlepszej polityki zaopatrzenia systemu w elementy wymienne. Obie kolejne grupy parametrów charakteryzują sam system techniczny i proces jego dostaw, co sprawia, że istnieje jedynie ograniczona (lub niekiedy w ogóle nie istnieje) możliwość ich kształtowania. Przykładem zmiennych, na które mamy ograniczony wpływ może być np. rozkład czasu pracy elementów (można próbować zmienić decydując się niekiedy na mniej zawodne, ale droższe elementy), czas wymian elementów (zmienny np. przez zatrudnienie dodatkowej ekipy remontowej), czy też czas dostaw (można próbować modyfikować przez poszukiwanie alternatywnych źródeł zaopatrzenia).

Ze względu na dużą liczbę badanych zmiennych i otrzymanych wyników, omówione zostaną tylko wybrane zależności. Wyniki, które są szerzej analizowane, wybierano głównie na podstawie współczynników korelacji liniowej i równań regresji, oceniających siłę zależności między zmienną wejściową i wynikiem. Równania regresji dla wszystkich obliczanych wyników przedstawione zostały w załączniku II. Poszczególne wyniki, przedstawione na wykresach 7.1 – 7.14 oznaczono symbolami podanymi w nawiasach, określającymi strukturę niezawodnościową systemu: (S – szeregową, R – równoległą, P – progową).

7.1. Parametry polityki zaopatrzenia

Podstawowymi zmiennymi decyzyjnymi, które należy zdefiniować w analizowanym modelu stałego poziomu zamawiania, są: wielkość zamawianej partii oraz wielkość poziomu zamawiania. Każdy z tych parametrów ma różny wpływ

na niezawodnościowe i ekonomiczne wyniki eksploatacji analizowanego systemu. Badaniu poddano więc: wielkość zamawianej partii, poziom zamawiania oraz wielkość zapasu początkowego, który znajduje się w systemie w chwili rozpoczęcia eksploatacji.

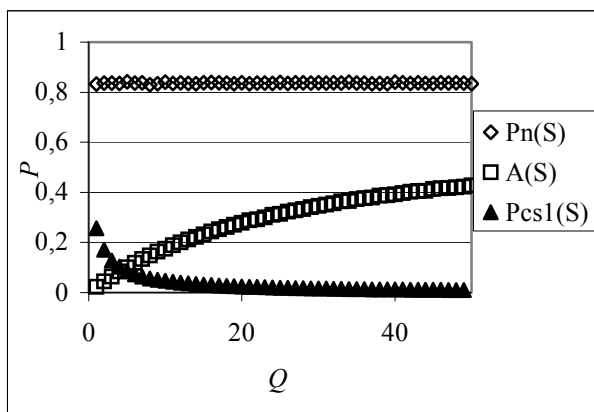
7.1.1. Wielkość jednorazowo dostarczanej partii zapasu

Wielkość zamawianej partii determinuje długość pojedynczego cyklu zaopatrzenia. Większa partia sprawia, że w systemie utrzymywany jest wyższy średni poziom zapasów a dostawy są rzadziej realizowane niż w przypadku partii niewielkich. Rodzi to określone konsekwencje zarówno niezawodnościowe jak i ekonomiczne.

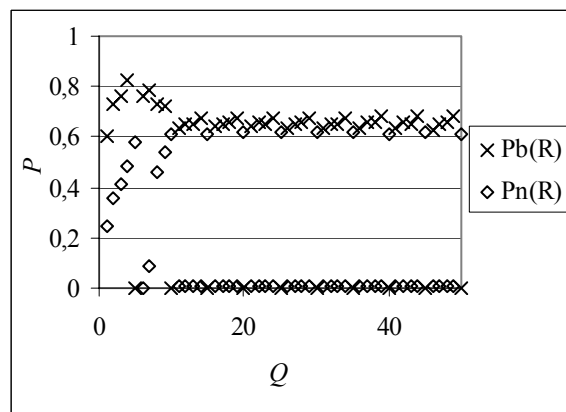
a) Wyniki niezawodnościowe eksploatacji systemu

Podczas badania zaobserwowano, że wielkość zamawianej partii ma wpływ na większość badanych wyników niezawodnościowych. W zależności od analizowanej struktury systemu, wielkość Q w inny sposób wpływa na poszczególne rezultaty.

System o strukturze szeregowej przechodzi w stan niezdatności w przypadku każdorazowej wymiany elementu. Z tego powodu każdorazowy brak rezerwy, powoduje przedłużenie okresu niezdatności. Jak widać na wykresie 7.1, prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu niezdatności wywołanego brakiem elementu jest niezmiennie dla różnych wielkości partii, jednak zarówno gotowość systemu jak i prawdopodobieństwo wystąpienia skutków niezdatności (P_{cs1}) zmieniają się. W systemie modelowym, niewielkie i częste dostawy elementów powodują zwiększenie prawdopodobieństwa zjawisk niekorzystnych. Im częstsze braki elementów (częstsze opóźnione dostawy), tym większe ich znaczenie dla całego okresu eksploatacji systemu.



Rys. 7.1. Zależność wybranych wyników niezawodnościowych eksploatacji systemu o strukturze szeregowej od wielkości partii Q

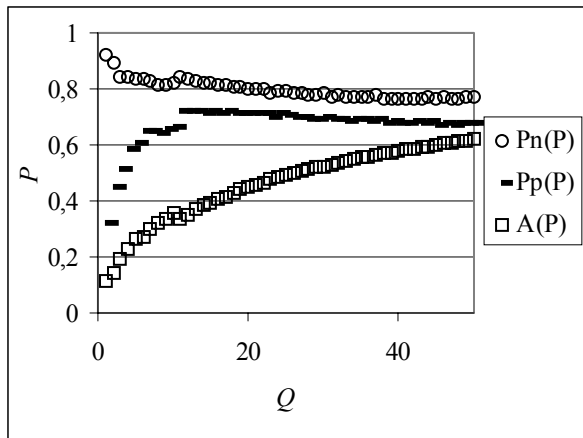


Rys. 7.2. Zależność wybranych wyników niezawodnościowych eksploatacji systemu o strukturze równoległej od wielkości partii Q

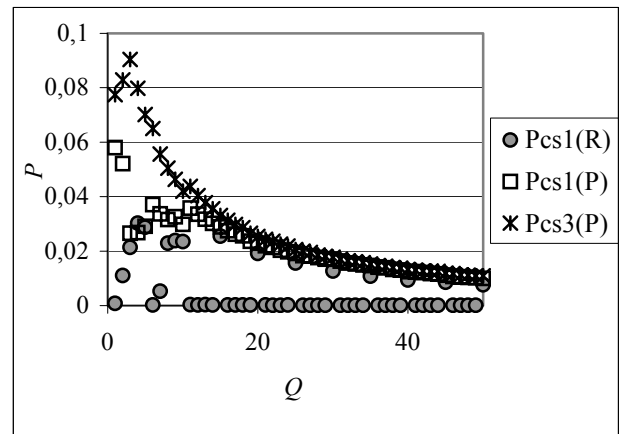
Zupełnie inna jest zależność wyników niezawodnościowych eksploatacji systemu o równoległej strukturze niezawodności. W tym przypadku zależność ma charakter skokowy. Na wykresie 7.2 pokazano wybrane prawdopodobieństwa sytuacji związanych z brakiem zapasu. Gdy wielkość zamawianej partii jest mniejsza/równa niż liczba urządzeń tworzących system ($Q \leq M = 5$), prawdopodobieństwo wystąpienia niezdatności systemu spowodowanej brakiem elementów wymiennych rośnie. Małe i częste dostawy powodują, że często posiadamy niewielką liczbę elementów, dzięki którym możemy włączyć system do pracy. To powoduje, że system może „przeczekać” do kolejnej dostawy, pracując przy niepełnej liczbie zdalnych elementów. Im większa jednak jednorazowo dostarczana partia ($Q \leq M$), tym dłuższe okresy oczekiwania na nie. Mimo wydłużenia średniego czasu pracy systemu, uzyskiwanego w ten sposób, stany niezdatności spowodowane brakiem elementów wymiennych są częstsze w stosunku do całkowitej liczby zrealizowanych dostaw. Po przekroczeniu granicznej wielkości partii ($Q > M \geq 2M$), ponownie widać spadek prawdopodobieństwa niezdatności, wynikającej z opóźnień dostaw, gdyż wielkość partii pozwala przywrócić system do stanu zdatności i jeszcze zostawić element rezerwy na ponowne, „niepełne” uruchomienie. Dalsze zwiększanie wielkości partii Q i zmniejszanie częstotliwości zamówień powoduje, że prawdopodobieństwo $P_n = P(\tau > 0)$ osiąga dwie wielkości: maksymalną – gdy Q jest wielokrotnością M , minimalną w przypadkach pozostałych.

Omawiana zależność widoczna jest także w drugiej serii danych przedstawionych na wykresie 7.2. Prawdopodobieństwo wystąpienia braku zapasu, który nie powoduje niezdatności systemu (jednoznacznie z uruchomieniem systemu przy niepełnej liczbie

zdatnych elementów składowych) osiąga wysokie wartości, gdy Q nie jest wielokrotnością liczby M . Podobny charakter mają również zależności prawdopodobieństw P_{cs1} , P_{cs2} , P_{cs3} . Jeden z przykładów zaprezentowany został na wykresie 7.4.



Rys. 7.3. Zależność wybranych wyników niezawodnościowych eksploatacji systemu o strukturze progowej od wielkości partii Q



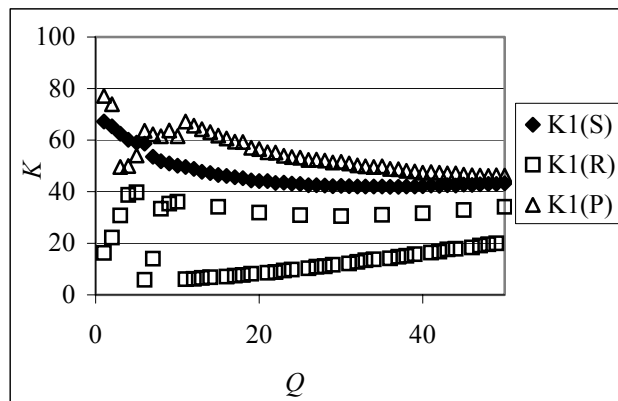
Rys. 7.4. Wybrane prawdopodobieństwa przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa w zależności od wielkości partii Q

W przypadku systemu o progowej strukturze niezawodnościowej, prawdopodobieństwo niezdatności systemu, spowodowanej brakiem elementów rezerwowych spada wraz ze wzrostem wielkości partii (rys. 7.3). Spadek ten jest szczególnie wyraźny dla partii nie większej niż liczba urządzeń niezbędnych do tego, by system pozostawał w stanie zdatności ($Q \leq k = 3$). Mniejsza wielkość partii, pociągająca za sobą częstsze zamówienia, powoduje wysokie prawdopodobieństwo pojawienia się braku zapasu i niezdatności systemu. Z drugiej strony jednak, częste dostawy powodują skrócenie średniego okresu takiej niezdatności w stosunku do przypadków większych i rzadszych dostaw, co powoduje, że prawdopodobieństwo niezdatności systemu maleje wraz ze wzrostem wielkości Q , zaś prawdopodobieństwo przestoju rośnie. W podobny sposób kształtują się prawdopodobieństwa utraty bezpieczeństwa systemu P_{cs1} , P_{cs2} , P_{cs3} . Na wykresie 7.4 przedstawiono dwa charakterystyczne przypadki mające miejsce w systemie o strukturze progowej. Gdy prawdopodobieństwo utraty bezpieczeństwa systemu opisane jest funkcją κ_1 , jedynie długie przypadki niezdatności mogą spowodować wystąpienie skutków niezdatności. Jak widać na wykresie, gdy jednorazowa partia wystarczy na przywrócenie systemu do stanu zdatności ($Q = k = 3$), prawdopodobieństwo P_{cs1} osiąga lokalne minimum.

Podobne skoki wartości P_{cs1} można zobaczyć w punktach, gdy wielkość partii stanowi wielokrotność parametru k . Zupełnie odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku P_{cs3} , gdy utrata bezpieczeństwa nie jest bezpośrednio związana z długimi okresami niezdatności. W punkcie $Q = k$, funkcja P_{cs3} osiąga maksimum, co wynika z dużej liczby przypadków, gdy system często przechodzi do stanu niezdatności. Dalszy zwiększanie partii dostawy powoduje spadek wartości P_{cs1} , P_{cs2} , P_{cs3} zarówno w systemie o progowej i równoległej strukturze. Wynika to ze zmniejszania znaczenia okresów braku elementów dla łącznej liczby przypadków niezdatności.

b) Wyniki ekonomiczne eksploatacji systemu

Wielkość dostarczanej partii jest jednym z parametrów, dzięki którym można wpływać na wybrane wyniki ekonomiczne większości rzeczywistych systemów technicznych. Na wykresie 7.5 pokazano wyniki kosztowe uzyskane podczas badania. Wybrane zostały przypadki charakterystyczne dla poszczególnych struktur niezawodnościowych systemu.



Rys. 7.5. Koszty eksploatacji systemu ponoszone w jednostce czasu, w zależności od wielkości partii Q

Analizując badane koszty składowe kosztu eksploatacji, potwierdzają się dość oczywiste zależności (zał. II): zwiększanie partii dostawy powoduje spadek kosztu obsługi zamówień (KOZ) oraz wzrost kosztów utrzymania zapasu (KUZ). Zależności kosztów niezdatności (KB) i kosztów skutków niezdatności (KW) nie są już nie są tak oczywiste we wszystkich przypadkach (zał. II). Generalnie, dla przyjętych wartości parametrów wejściowych w badanym modelu, łączny koszt ponoszony przez system, determinowany jest głównie przez koszt (KW) i koszt utrzymania zapasu (KUZ).

W przypadku systemu o szeregowej strukturze niezawodności mamy do czynienia z zależnością, którą można opisać równaniem potęgowym. W strukturze równoległej,

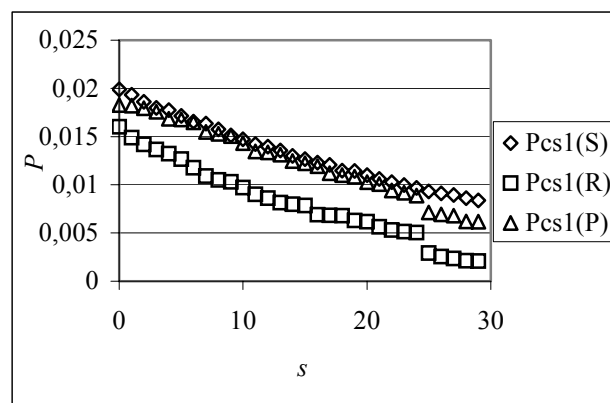
mniej kosztownymi wariantami są wielkości partii, nie będące wielokrotnościami liczby elementów tworzących system. W strukturze progowej łączny koszt ponoszony przez system różni się w zależności od funkcji opisującej prawdopodobieństwo pojawienia się niepożądanych skutków w systemie.

7.1.2. Poziom zamawiania

Drugą podstawową zmienną decyzyjną analizowanego modelu zaopatrzenia jest wielkość poziomu zamawiania. Gdy liczba posiadanych elementów spada do określonej wartości, generowane jest nowe zamówienie, wyznaczające początek nowego cyklu zaopatrzeniowego.

a) Wyniki niezawodnościowe eksploatacji systemu

Wszystkie badane charakterystyki niezawodnościowe modelowego systemu wykazują wrażliwość na wielkość zapasu tworzącego poziom zamawiania. Zależność ta we wszystkich przypadkach ma charakter liniowy. Na wykresie 7.6 przedstawiono jedynie przykład reprezentatywnych rezultatów, uzyskanych podczas symulacji.



Rys. 7.6. Prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa w zależności od poziomu zapasu alarmowego s

Liniowa zależność określająca prawdopodobieństwo, że system przejdzie w stan utraty bezpieczeństwa posiada punkt charakterystyczny w przypadku progowej i równoległej struktury niezawodnościowej. Gdy poziom zapasu przekroczy wartość graniczną ($s \geq Q - M = 25$), prawdopodobieństwo wystąpienia niepożądanych skutków w systemie skokowo spada. Taka wartość graniczna wynika z założeń przyjętych podczas modelowania. Jeżeli uszkodzeniu ulega ostatni pracujący element w systemie i system przestaje pracować (żaden element nie może ulec uszkodzeniu), po dostawie

od razu powinno być złożone kolejne zamówienie. Dzieje się tak, gdyż posiadany zapas w chwili dostarczenia do systemu zostaje pomniejszony o liczbę elementów wykorzystanych do wymiany. Jednak w modelu symulacyjnym przyjęto założenie, że zamówienie jest generowane już w chwili, gdy uszkodzeniu ulega element potencjalnie obniżający przyszły zapas do wartości alarmowej. Dzięki temu, kolejne okresy niezdatności wynikające z braku elementów rezerwowych, skracane są o okresy poprzedzających je przestojów systemu, również wynikających z braków.

b) Wyniki ekonomiczne eksploatacji systemu

Analiza kosztów ponoszonych przez system w funkcji wielkości zapasu alarmowego, pokazuje, że wartość s ma największy wpływ na koszt utrzymania zapasu (KUZ). Zależność ma charakter wykładniczy (zał. II) i wraz z kosztem skutków utraty bezpieczeństwa determinuje całkowite efekty kosztowe systemu.

7.1.3. Wielkość zapasu początkowego

Jako dodatkowy czynnik wejściowy, zbadano wpływ wielkości zapasu znajdującego się w systemie w chwili rozpoczęcia procesu eksploatacji. Wyniki badania pokazały, że w długim czasie eksploatacji systemu wielkość zapasu początkowego nie ma znaczenia dla rezultatów procesu eksploatacji. Jedynie w przypadku systemu o strukturze równoległej, obserwuje się niewielki wpływ wielkości zapasu początkowego na koszt utrzymania zapasu (KUZ) (zał. II).

7.2. Parametry charakteryzujące proces dostaw

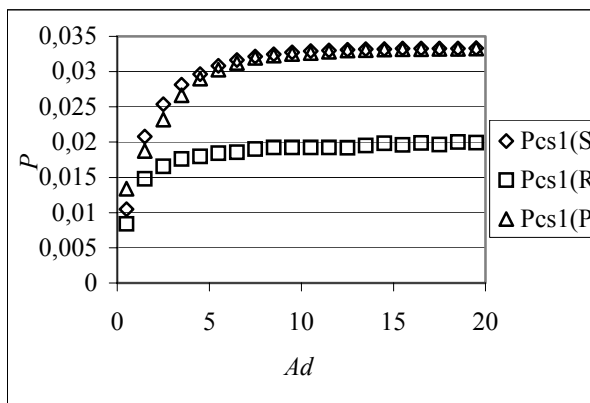
Dostawa materiałów eksploatacyjnych do systemu technicznego jest jednym z podstawowych warunków realizacji funkcji systemu. Proces dostaw, stanowiący pojęcie węższe niż proces zaopatrzenia, rozumiany może być jako grupa czynności, w wyniku której zaspokojone zostaje istniejące zapotrzebowanie na określone medium. W zależności od: terminowości dostaw, długości okresu realizacji, pewności i precyzji dostaw, w inny sposób należy kształtować parametry polityki zaopatrzenia, by osiągnąć założone cele systemu (np. gotowość, poziom kosztów).

Z punktu widzenia analizowanego modelu zaopatrzenia systemu w elementy wymienne, najważniejszą cechą procesu dostawy jest rozkład zmiennej losowej czasu realizacji dostaw. W badaniu wrażliwości modelu przeanalizowano zmienność wartości średniej oraz intensywności czasu realizacji dostaw.

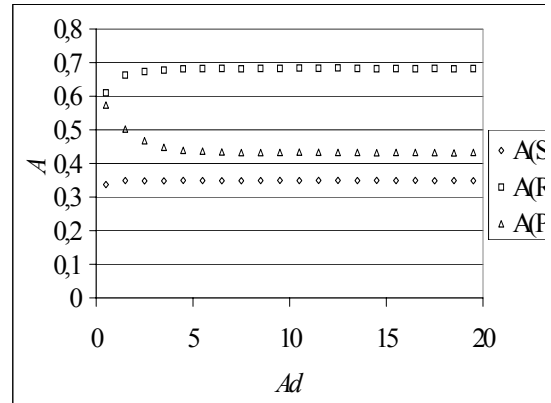
7.2.1. Intensywność rozkładu prawdopodobieństwa czasu realizacji dostaw

W modelowanym systemie przyjęto, że czas realizacji dostaw opisany jest rozkładem Weibulla (5.4). Badanie modelu symulacyjnego przeprowadzono dla różnych wartości współczynnika kształtu rozkładu (tab. 5.1). Parametry skali rozkładu dobrano w sposób, który pozwalał na zachowanie stałej wartości średniej czasu realizacji dostaw.

Zmiana intensywności realizacji dostaw ma wpływ na wyniki niezawodnościowe i ekonomiczne jedynie w części badanego zakresu wartości A_d . Zależności te (rys. 7.7) można przybliżyć logarytmicznym równaniem regresji (zał. II). Analizując histogram empiryczny czasów realizacji dostaw, zauważyć można, że malejąca intensywność oznacza dużą liczbę dostaw o krótkim okresie realizacji oraz rzadkie przypadki dostaw długotrwałych. Rosnąca intensywność powoduje, że dominują coraz częstsze dostawy o dłuższych (jednak nie długotrwałych) okresach realizacji.



Rys. 7.7. Prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa w zależności od parametru kształtu A_d



Rys. 7.8. Współczynnik gotowości systemu w zależności od parametru kształtu A_d

Taka zmiana intensywności rozkładu powoduje, że większość analizowanych wyników niezawodnościowych i kosztów, które ponosi system, wzrasta wraz ze wzrostem parametru A_d badanego rozkładu (rys. 7.7). Oznacza to, że z punktu widzenia bezpieczeństwa systemu, korzystniejsze są dostawy o krótkim czasie realizacji i rzadkie przypadki bardzo długich okresów braków.

Podobną tendencję – spadek współczynnika gotowości przy rosnącej intensywności dostaw, można zauważyć na wykresie 7.8., w systemie o progowej strukturze niezawodnościowej. Odmiennie, w systemach o szeregowej i równoległej strukturze

niezawodnościowej, gotowość systemu rośnie w miarę wzrostu intensywności rozkładu czasu dostaw. Wynika to ze spadku średniego czasu niezdatności spowodowanej brakiem elementów.

Rezultaty te łącznie pokazują (rys. 7.7. i rys. 7.8), że w systemach, które są bardziej czułe na przestoje spowodowane brakiem elementów (system szeregowy oraz system równoległy z wielkością dostawy równą krotności liczby elementów tworzących system: $Q = xM$, gdzie $x = 1,2,\dots$) wzrost intensywności dostaw może powodować zarówno pozytywne jak i negatywne wyniki. W przypadku systemu progowego, dla modelowych wartości parametrów wejściowych, zwiększenie parametru A_d przy stałym średnim czasie realizacji dostaw ma negatywny wpływ na wyniki niezawodnościowe.

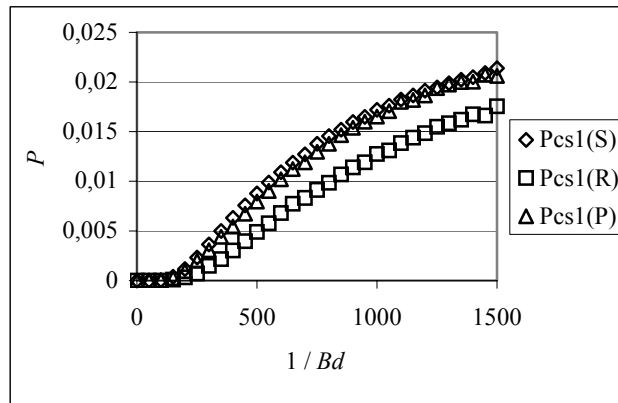
Charakterystycznym przypadkiem jest system o strukturze równoległej, gdzie dodatkowo zbadano prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa i gotowość systemu dla obniżonej wielkości dostawy ($Q = 29$). Uzyskane wyniki pokazały, że gotowość systemu wzrosła o około 0,15 a prawdopodobieństwo P_{cs1} obniżyło się około dziesięciokrotnie i spada wraz ze wzrostem intensywności dostaw. Dzięki obniżeniu wielkości dostawy, badany system równoległy został znacznie „znieczulony” na przypadki braków elementów, co pociąga za sobą lepsze wyniki niezawodnościowo – ekonomiczne.

7.2.2. Wartość oczekiwana czasu realizacji dostaw

Długość czasu realizacji dostaw ma znaczący wpływ na wszystkie analizowane wyniki eksploatacji modelowanego systemu.

a) Wyniki niezawodnościowe eksploatacji systemu

Wraz ze wzrostem średniego czasu dostaw, w badanym systemie zwiększa się częstotliwość pojawiania się sytuacji niepożądanych. Prawdopodobieństwo niezdatności systemu wynikającej z braku elementów zapasowych, zwiększa się stale wraz ze wzrostem długości średniego czasu dostawy. Wzrost ten, dla badanego zakresu wartości, można opisać zależnością wielomianową trzeciego stopnia lub liniową (zał. II). Dotyczy to wszystkich analizowanych struktur niezawodnościowych systemu. Dalsza analiza pokazuje, że prawdopodobieństwa P_{cs1} , P_{cs2} , P_{cs3} , rosną dopiero od określonej wartości średniego czasu realizacji dostawy (rys. 7.9).

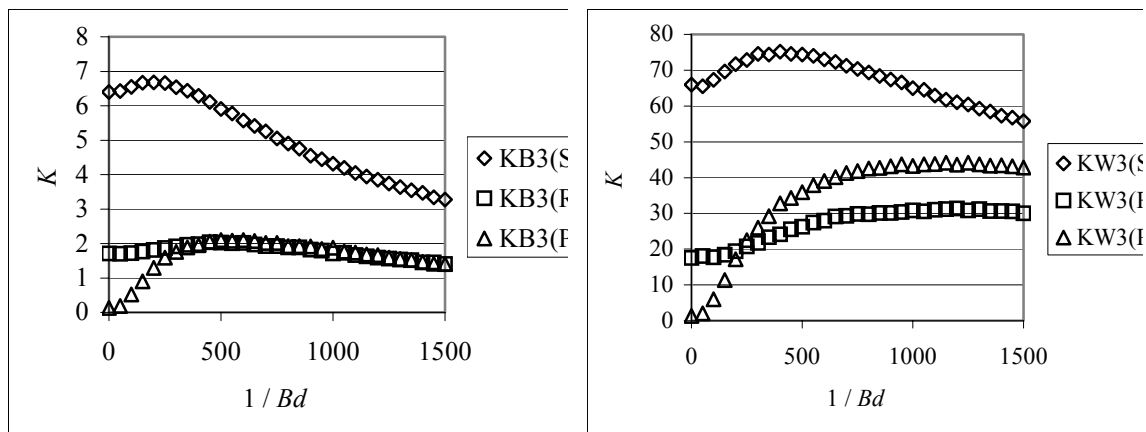


Rys. 7.9. Prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa w zależności od średniego czasu realizacji dostaw $1/B_d$

Prawdopodobieństwo pojawienia się skutków, wynikających z długich okresów niezdatności systemu, zaczyna się zwiększać dopiero od pewnej wielkości oczekiwanego czasu dostaw ($\bar{T}_d \approx \frac{s+M}{M} \cdot \bar{T}_p$). Znaczy to, że dopiero dostawy, których średni czas realizacji jest dłuższy niż oczekiwany czas pracy wszystkich elementów, które pozostają zdatne w systemie po chwili złożenia zamówienia, zwiększają możliwość wystąpienia sytuacji niebezpiecznych w modelowym systemie. Taka wartość graniczna nie występuje w przypadku, gdy konsekwencje mogą się pojawiać po różnych okresach niezdatności systemu (funkcja κ_3).

b) Wyniki ekonomiczne eksploatacji systemu

Przyjęte parametry opisujące system modelowy, pozwalają osiągnąć różne rezultaty finansowe w przypadku różnych wartości opisujących średni czas realizacji dostaw. Podczas badania można zauważyć dość oczywisty fakt, że wydłużenie czasów dostaw zmniejsza koszt utrzymania zapasu. Przykłady zależności pozostałych kosztów od średniego czasu realizacji dostaw zaprezentowane zostały na wykresach 7.10 - 7.11.



Rys. 7.10. Koszt braku zapasu w jednostce czasu (dla funkcji κ_3) w zależności od średniego czasu realizacji dostaw $1/B_d$

Rys. 7.11. Koszt skutków niezdatności w jednostce czasu (dla funkcji κ_3) w zależności od średniego czasu realizacji dostaw $1/B_d$

Koszt niezdatności systemu kształtuje się w podobny sposób dla wszystkich struktur i funkcji $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$. W każdym z tych przypadków widoczne jest maksimum funkcji. Niższe koszty dla krótszych średnich czasów dostaw wynikają z krótszych czasów niezdatności systemu. Koszty obniżające się po wartości granicznej średniego czasu dostawy wynikają z wydłużania się okresów niezdatności do stopnia powodującego przechodzenie systemu do stanu utraty bezpieczeństwa.

Koszt skutków niezdatności ponoszonych przez system rośnie wraz z wydłużaniem się średniego czasu dostaw dla przypadków funkcji κ_1, κ_2 . Jest to wynikiem ciągłego wydłużania okresów niezdatności systemu. W przypadku funkcji κ_3 , koszt KW w przeliczeniu na jednostkę czasu zaczyna maleć w przypadku struktury szeregowej, mimo że prawdopodobieństwo P_{cs3} rośnie w miarę wzrostu średniego czasu realizacji dostaw. Przy bardzo długich czasach realizacji dostaw, system szeregowy bardzo często przestaje pracować z powodu braku elementów wymiennych, co wydłuża łączny czas eksploatacji. W ten sposób łączny koszt skutków niezdatności ponoszonych przez system jest jednakowy, jednak w przeliczeniu na jednostkę czasu maleje.

Łączne koszty zapasów w jednostce czasu (K), dla wszystkich badanych przypadków wykazują istnienie lokalnego minimum wyznaczonego głównie przez koszty utrzymania zapasów i koszty skutków niezdatności systemu.

7.3. Parametry charakteryzujące system

Wyniki, jakie osiąga system techniczny podczas eksploatacji w największej mierze zależą od jego charakterystyki. Cechą systemu jest zarówno rodzaj jego struktury niezawodnościowej, jakość i liczba tworzących go elementów czy też organizacja procesu odnowy systemu. Dopiero w oparciu o cechy systemu możliwe jest prawidłowe wyznaczanie parametrów procesu jego zaopatrzenia.

7.3.1. Intensywność uszkodzeń elementów tworzących system

Zmiana intensywności uszkodzeń elementów tworzących modelowy system ma znaczący wpływ na jego wyniki eksploatacyjne jedynie w przypadku systemu

o równoległej strukturze progowej. Im mniejsza intensywność uszkodzeń, tym wyższy poziom gotowości systemu, prawdopodobieństwo przejścia do stanu utraty bezpieczeństwa, prawdopodobieństwo niezdatności wynikającej z braku elementów wymiennych, oraz kosztów wynikających z niezdatności systemu (zał. II). Taka zależność wynika z faktu, że wystarczy jeden zdatny element, by system znajdował się w stanie zdatności. W przypadku rozkładu o malejącej intensywności uszkodzeń, większość elementów charakteryzuje się krótkim czasem życia. Jednak rzadko zdarzające się przypadki elementów o długim okresie zdatności znacznie podnoszą zdatność całego systemu.

7.3.2. Oczekiwany czas poprawnej pracy elementów tworzących system

W przypadku badania średniego czasu poprawnej pracy pojedynczych elementów tworzących system, obserwuje się silną zależność wszystkich wyników niezawodnościowych i ekonomicznych od zmiennej. Wzrost niezawodności elementów praktycznie eliminuje przypadki niezdatności systemu, wynikającej z losowego charakteru procesu zaopatrzenia dla wszystkich badanych struktur niezawodnościowych.

7.3.3. Intensywność odnowy systemu

Losowy czas odnowy systemu w dużej mierze wpływa na jego gotowość. Dla zadanych parametrów modelowanego systemu można zauważyć niewielki wpływ intensywności rozkładu na badane wyniki. Malejąca intensywność znajduje odzwierciedlenie jedynie w rezultatach osiągniętych przez system o strukturze równoległej (dla funkcji κ_3) i szeregowej (dla wszystkich funkcji κ). Niska wartość parametru A_o (przy stałej wartości średniej rozkładu) oznacza często występujące krótkie czasy odnow i sporadycznie zdarzające się długie wymiany elementów. W przypadku obu struktur, wpływ czasu wymian jest odczuwalny.

System o strukturze szeregowej, który przechodzi w stan niezdatności podczas każdej wymiany elementu, osiąga lepsze wyniki niezawodnościowe przy niskich wartościach parametru A_o , co wynika z przewagi przypadków krótkich czasów odnow. System o równoległej strukturze niezawodności może rozpocząć pracę dopiero po zakończeniu wymian wszystkich uszkodzonych elementów (jeżeli są dostępne w zapasie). Sporadyczne przypadki długotrwałych wymian pojedynczych elementów

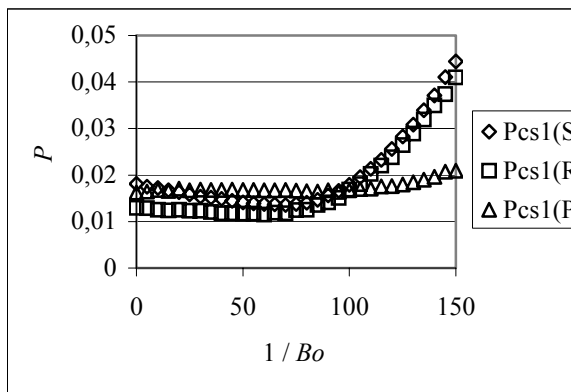
powodują zatem, że system przez ten czas przebywa w stanie niezdatności, co powoduje pogorszenie wyników niezawodnościowych eksploatacji systemu.

7.3.4. Oczekiwany czas odnów systemu

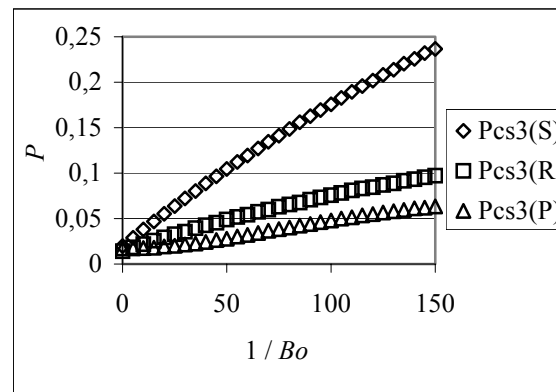
Wspomniany powyżej, dwójaki wpływ czasów odnów na wyniki eksploatacyjne systemu, widoczny jest wyraźnie podczas badania średniego czasu wymiany elementów w systemie.

a) Wyniki niezawodnościowe eksploatacji

Wartości parametrów wejściowych przyjęte podczas badania wrażliwości modelu powodują, że sytuacja niezdatności systemu, spowodowana brakiem elementów wymiennych jest dość częstym zjawiskiem. Zaobserwowano, że wzrost średniego czasu odnowy systemu powoduje, że sytuacje braków zapasu zdarzają się rzadziej i prawdopodobieństwo niezdatności wynikającej z niedoborów części wymiennych spada w sposób liniowy. Z drugiej strony – rośnie liczba przypadków długich odnów w systemie. Takie dwukierunkowe działanie rosnącego czasu wymian powoduje, że prawdopodobieństwo przejścia systemu w stan utraty bezpieczeństwa kształtuje się inaczej dla funkcji κ_1 , κ_2 , inaczej dla funkcji κ_3 (rys. 7.12, 7.13).



Rys. 7.12. Prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa w zależności od średniego czasu wymian elementów $1/B_o$

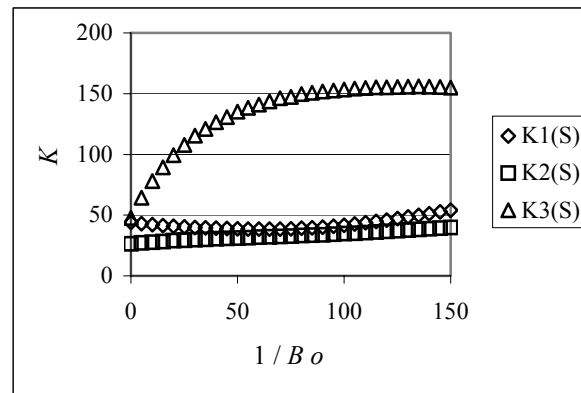


Rys. 7.13. Prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa w zależności od średniego czasu wymian elementów $1/B_o$

b) Wyniki ekonomiczne eksploatacji

Wzrost oczekiwanej długości wymian elementów w systemie, a co za tym idzie – odnów systemu, powoduje wzrost kosztów utrzymania zapasu (*KUZ*). Koszty *KB* i *KW* kształtują się według zależności generowanych przez wyniki niezawodnościowe systemu. W rezultacie łączne koszty, jakie ponosi system podczas eksploatacji,

w przeliczeniu na jednostkę czasu, kształtują się inaczej dla każdej z funkcji κ_1 , κ_2 , κ_3 , podobnie dla wszystkich struktur niezawodnościowych (rys. 7.14).



Rys. 7.14. Koszt ponoszony przez system w jednostce czasu, w okresie eksploatacji, w zależności od średniego czasu wymian elementów $1/B_o$

7.3.5. Liczba elementów niezbędna do zdatności systemu progowego

Dla systemu modelowego o strukturze progowej, zbadano wpływ parametru k na wyniki eksploatacyjne. W miarę wzrostu wartości k , struktura systemu przechodzi od formy równoległej do szeregowej. Ma to określone konsekwencje niezawodnościowe oraz wynikające z tego rezultaty kosztowe. Większa liczba elementów niezbędnych do tego, aby system pozostawał w stanie zdatności, przy innych parametrach niezmiennych, obniża gotowość systemu, zwiększa prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa oraz zwiększa łączne koszty funkcjonowania systemu, przez zwiększenie kosztów skutków niezdatności KW .

Porównując wyniki, które osiąga system o strukturze progowej w przypadkach granicznych ($k = 1$, $k = M$) oraz systemu o strukturze równoległej i szeregowej, można zauważyć różnice zarówno w wynikach niezawodnościowych jak i ekonomicznych. Wynikają one z faktu, że w strukturze progowej, podczas wymiany któregośkolwiek elementu, system pracuje (intensywność jego uszkodzeń jest różna od zera), zaś w systemach o innych strukturach podczas działań obsługowych nie ma możliwości uszkodzenia kolejnego elementu. Największe różnice dotyczą gotowości systemu (spadek gotowości o około 0,03 w systemie progowym ($k = M$ i $k = 1$) w stosunku do struktury szeregowej i równoległej), średniego czasu niezdatności systemu (sześciokrotne wydłużenie okresu niezdatności w stosunku do systemu o strukturze

równoległej), kosztów łącznych działania systemu (wzrost kosztów o około 25% w stosunku do systemu o strukturze szeregowej).

7.3.6. Długość granicznego czasu niezdatności, powodującego przejście systemu do stanu utraty bezpieczeństwa

Zmiana długości okresu niezdatności, powodującego przejście systemu do stanu utraty bezpieczeństwa, wpływa na prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa oraz na koszty, które ponosi system podczas eksploatacji. We wszystkich badanych przypadkach zależność tę można przybliżyć przez funkcję wykładniczą (zał. II).

7.3.7. Intensywność przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa

Podczas badania przeanalizowano trzy różne przypadki funkcji opisującej długość okresu niezdatności, który powoduje przejście systemu do stanu utraty bezpieczeństwa ($\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$). Badaniu poddano wpływ intensywności przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa dla funkcji κ_3 . Wyniki są dość oczywiste – malejąca intensywność rozkładu ($A_q < 1$) powoduje wzrost liczby takich przypadków powstawania niepożądanych skutków w systemie i zwiększenie prawdopodobieństwa P_{cs3} . Największą zależność od badanej intensywności widać w systemie o strukturze szeregowej, następnie – równoległej, najmniejszy – w systemie o strukturze progowej.

Dodatkowo, zbadany został wpływ parametru q w funkcji rozkładu κ_2 . Zależność prawdopodobieństwa pojawienia się skutków niezdatności w systemie i łącznych kosztów generowanych przez system można przybliżyć przez funkcję liniową (zał. II).

7.3.8. Koszty jednostkowe

Ostatnim czynnikiem, którego wpływ poddano badaniu, są koszty jednostkowe, które ponosi system w związku ze swoim działaniem (k_o, k_u, k_b, k_w). Zmiana któregokolwiek z nich powoduje liniową zmianę kosztu cząstkowego kosztu całkowitego. Jednak ocenie poddany został ich wpływ na całkowite koszty, ponoszone przez system podczas okresu jego eksploatacji.

a) Koszt obsługi zamówienia

W dotychczasowych analizach koszt obsługi zamówienia nie miał praktycznie żadnego znaczenia dla całkowitych kosztów systemu. W badanym zakresie jednostkowego kosztu k_o nie zauważono jego wpływu na całkowite koszty, generowane

przez system. Koszt ten ma z pewnością większe znaczenie dla małych i częstych dostaw, jednak nawet podczas badania różnej wielkości dostaw (Q), koszt k_o nie odgrywał znaczącej roli w porównaniu z kosztami związanymi z utrzymaniem zapasu i niezdatnością systemu.

b) Koszt utrzymania zapasu

Koszt utrzymania jednostki zapasu przez jednostkę czasu (k_u) ma ogromne znaczenie dla wyników ekonomicznych systemu. Badany zakres jego wartości był bardzo wąski, zaś zmiana kosztów całościowych bardzo duża. Przyrost kosztu k_u o jednostkę, powoduje liniowy przyrost kosztów całkowitych o około 8 jednostek w systemie o strukturze progowej i szeregowej, zaś o około 22 jednostki w systemie o strukturze równoległej.

c) Koszt niezdatności systemu

Ze względu na dobrane parametry modelowanego systemu, podczas symulacyjnego procesu eksploatacji system często przechodził i pozostawał w stanie niezdatności. Przyjęty model kosztowy (4.17) powodował, że koszt niezdatności systemu trwającej jednostkę czasu (k_b) był ponoszony przez cały okres niezdatności, jeżeli system nie przeszedł w stan utraty bezpieczeństwa.

Wpływ jednostkowego kosztu k_b na koszt całkowity ponoszony przez system, ma charakter linowy. Obserwuje się jednak znacznie mniejszy jego wpływ na wyniki ekonomiczne systemu niż w przypadku kosztu utrzymania zapasu. Zmiana k_b o jednostkę powodowała największy przyrost kosztów całkowitych w systemie o strukturze szeregowej (przyrost o 0,2).

d) Kosztowy skutek niezdatności systemu

W przypadku, gdy okres niezdatności systemu przekroczył wartość graniczną, określoną rozkładami prawdopodobieństwa κ_1 , κ_2 , κ_3 , modelowany system ponosił jednorazowy koszt utraty bezpieczeństwa. Podczas badania zmiennych modelu okazało się, że w większości przypadków, koszt ten był dominujący w całości uwzględnianych kosztów eksploatacyjnych systemu.

Koszt skutków niezdatności (KW), podobnie jak koszt niezdatności systemu (KB) zależy przede wszystkim od prawdopodobieństwa przejścia systemu do stanu niezdatności i utraty bezpieczeństwa. Całkowity koszt ponoszony przez system jest stosunkowo mało wrażliwy na przyrost jednostkowego kosztu k_w . W systemie szeregowym, najbardziej wrażliwym na zmianę parametru k_w , przyrost jednostkowy wynosi około 0,0007. Jednak okazuje się, że dla niewłaściwie dobranych parametrów

eksploatacji systemu, koszt ten stanowić może główny składnik wyników ekonomicznych eksploatacji systemu.

8. WYZNACZANIE NAJLEPSZYCH PARAMETRÓW ZAOPATRZENIA

Zbudowany model procesu zaopatrzenia systemu, pozwala na oszacowanie wielu charakterystyk niezawodnościowych i kosztowych, charakteryzujących proces eksploatacji. Korzystając z modelu symulacyjnego można poszukiwać takich wartości parametrów zaopatrzenia, które pozwalają uzyskać najlepsze rezultaty eksploatacyjne, zgodne z proponowanym podejściem (4.16, 4.21).

Dla przyjętych parametrów wejściowych modelu, przeprowadzone zostało badanie, dzięki któremu wyznaczono najlepsze parametry procesu zaopatrzenia w modelowym systemie. Analiza przeprowadzona została dla wszystkich rodzajów struktur niezawodnościowych systemu. Najlepsze parametry zostały wybrane według kryterium:

- minimalizacji całkowitych kosztów ponoszonych przez system,
- minimalizacji kosztów, przy zapewnieniu określonego poziomu obsługi.

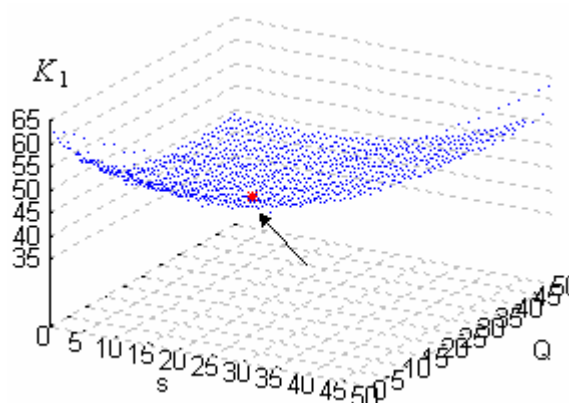
Wartości wszystkich parametrów, wyznaczonych przez najlepsze rozwiązania (w badanym obszarze) przedstawia tabela 8.1.

Tabela 8.1. Wartości parametrów i uzyskane charakterystyki eksploatacyjne, wyznaczane przez najlepsze rozwiązanie

Struktura niezawodnościowa systemu	Szeregową		Równoległą		Progowa	
	$\min K_1$	$\min K_1$ $P_{c1} \leq 0,005$	$\min K_1$	$\min K_1$ $P_{c1} \leq 0,005$	$\min K_1$	$\min K_1$ $P_{c1} \leq 0,005$
Q	29	46	11	11	30	36
n	15	30	0	0	29	35
P_c	0,012	0,0049	0,0003	0,0003	0,0061	0,0042
A	0,4	0,53	0,9	0,9	0,74	0,79
K	40	45	4,8	4,8	39	40
Kryterium optymalizacji	$\min K_2$	$\min K_2$ $P_{c2} \leq 0,005$	$\min K_2$	$\min K_2$ $P_{c2} \leq 0,005$	$\min K_2$	$\min K_2$ $P_{c2} \leq 0,005$
	Q	16	27	11	11	20
n	10	10	0	0	19	19
P_c	0,0076	0,0046	0,0001	0,0001	0,0028	0,0028
A	0,27	0,36	0,9	0,9	0,61	0,61
K	26	27	4,4	4,4	23	23
Kryterium optymalizacji	$\min K_3$	$\min K_3$ $P_{c3} \leq 0,005$	$\min K_3$	$\min K_3$ $P_{c3} \leq 0,005$	$\min K_3$	$\min K_3$ $P_{c3} \leq 0,005$
	Q	8	-	8	-	35
n	0	-	0	-	33	39

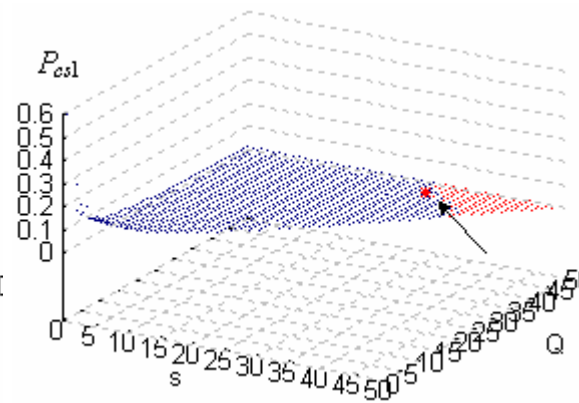
Struktura niezawodnościowa systemu	Szeregowa		Równoległa		Progowa	
P_c	0,1	-	0,0095	-	0,0062	0,0048
A	0,13	-	0,9	-	0,78	0,83
K	68	-	21,3	-	45	47

Wybrane wyniki dla poszczególnych struktur niezawodnościowych przedstawiono również na wykresach 8.1 - 8.6.



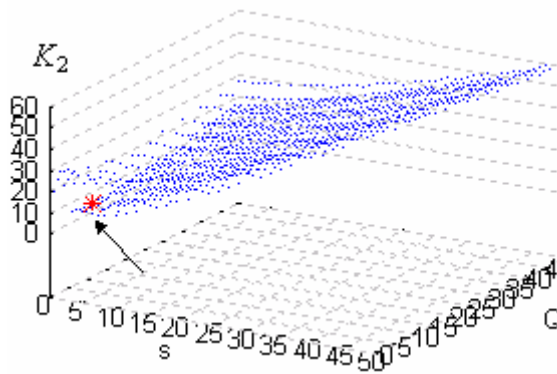
• – rozwiązanie optymalne

Rys. 8.1. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów w systemie o strukturze szeregowej (dla funkcji κ_1)



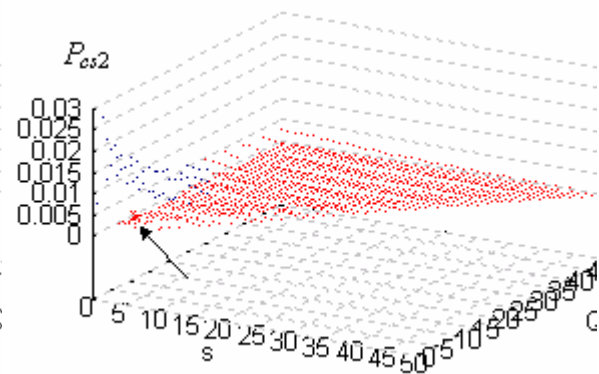
• – rozwiązanie optymalne
 . – rozwiązania dopuszczalne

Rys. 8.2. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów i granicznego prawdopodobieństwa $P_{cs1} \leq 0,005$ w systemie o strukturze szeregowej (dla funkcji κ_1)



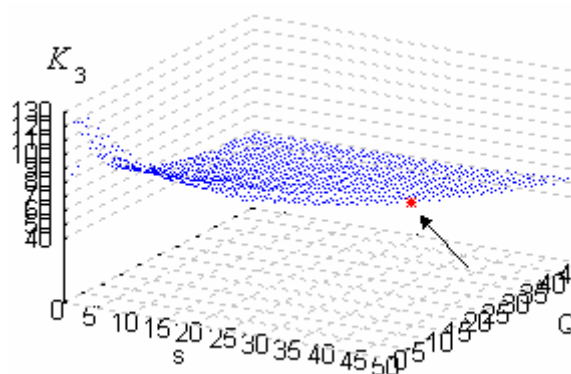
• – rozwiązanie optymalne

Rys. 8.3. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów w systemie o strukturze równoległej (dla funkcji κ_2)



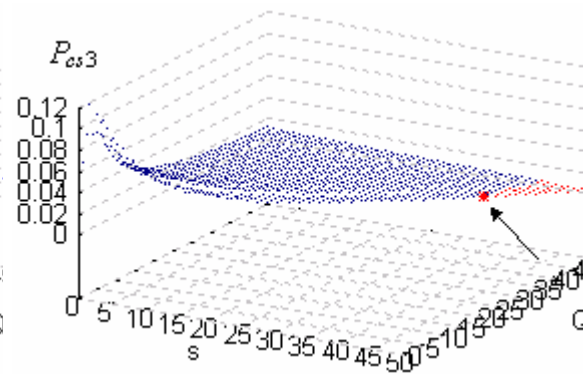
• – rozwiązanie optymalne
 . – rozwiązania dopuszczalne

Rys. 8.4. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów i granicznego prawdopodobieństwa $P_{cs2} \leq 0,005$ w systemie o strukturze równoległej (dla funkcji κ_2)



• – rozwiązanie optymalne

Rys. 8.5. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów w systemie o strukturze progowej (dla funkcji κ_3)



• – rozwiązanie optymalne
 . – rozwiązania dopuszczalne

Rys. 8.6. Rozwiązanie optymalne z punktu widzenia kosztów i kosztów i granicznego prawdopodobieństwa $P_{cs3} \leq 0,005$ w systemie o strukturze progowej (dla funkcji κ_3)

Najlepsze parametry polityki zaopatrzenia różnią się między sobą zarówno ze względu na strukturę analizowanego systemu, funkcję opisującą prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa, jak i kryterium optymalizacji. Gdy wybór najlepszych parametrów zaopatrzenia opiera się na łącznym kryterium: kosztowym i zapewnienia określonego poziomu prawdopodobieństwa P_{cs} , rozwiązanie takie z reguły jest droższe niż przy uwzględnieniu jedynie kryterium kosztowego. Jak można zauważyć w tabeli 8.1, dla badanego zakresu parametrów,

nie zawsze istnieje rozwiązanie, zapewniające założony poziom prawdopodobieństwa $P_{cs3} \leq 0,005$.

9. PODSUMOWANIE

Zapasy elementów wymiennych, stanowią rezerwę strukturalną niemal każdego systemu technicznego. „Powszechność stosowania rezerw strukturalnych jest skutkiem wysokiej zawodności obiektów, a także wynika z potrzeb bezpiecznego i bezawaryjnego funkcjonowania systemów technicznych. (...) Ocena opłacalności stosowania rezerw strukturalnych powinna być poprzedzona oszacowaniami niezawodności badanych układów i dostosowaniem ekonomicznie uzasadnionego poziomu niezawodności do stawianych w tym względzie wymagań” [101]. Odpowiednia organizacja procesu zaopatrzenia w elementy wymienne jest więc problemem niezwykle ważnym. Z jednej strony pozwala ona osiągać określone wyniki niezawodnościowe systemu, z drugiej strony – umożliwia w pewnym stopniu sterowanie kosztami, które generuje każdy system.

Uzupełnianie zapasów elementów rezerwowych w systemach technicznych nabiera szczególnej wagi w przypadkach, kiedy niezdatność takiego systemu może powodować dodatkowe skutki różnego rodzaju. Przykładem mogą być systemy ratownictwa (np. straż pożarna), systemy oczyszczania (np. stacje oczyszczania ścieków) lub systemy specjalne (np. pojazdy wojskowe podczas działań bojowych). Każda przedłużająca się niezdatność takiego systemu może wpływać na powstanie zarówno znaczących strat finansowych jak i zagrożenie lub utratę bezpieczeństwa systemu i jego otoczenia. W takich przypadkach organizacja procesu zaopatrzenia powinna uwzględniać zarówno cechy niezawodnościowe systemu, możliwe skutki błędnie wyznaczonego poziomu zapasów jak i kosztowe aspekty realizacji procesu zaopatrzenia.

Przedstawiony w pracy model procesu zaopatrzenia pozwala analizować różnego rodzaju zagadnienia, które można sprowadzić do problemu utrzymywania cyklicznie odnawianej strukturalnej rezerwy systemów. Dzięki niemu można zarówno wyznaczać najlepsze parametry procesu zaopatrzenia (wielkość partii i wielkość poziomu zamawiania) jak i oceniać kosztowe i niezawodnościowe wyniki eksploatacji rzeczywistego systemu, gdy parametry procesu są dane (np. tramwaj jest wysyłany do naprawy od razu po uszkodzeniu, co z góry narzuca parametr określający wielkość dostarczanej partii, $Q = 1$).

Dzięki uwzględnieniu w modelu cech niezawodnościowych zaopatrywanego systemu, możliwa jest analiza prawdopodobieństwa powstania sytuacji, gdy system

przechodzi w stan niezdatności. W zależności od tego czy i jakie skutki mogą wynikać z takiej niezdatności, możemy próbować wpłynąć na nie przez dobór odpowiednich parametrów procesu zaopatrzenia.

Przedstawiony w pracy model teoretyczny procesu zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne został uzupełniony o model symulacyjny. Dzięki możliwości symulacji procesu zaopatrzenia, możliwa jest analiza zagadnień nie ograniczających się do wykładniczego czasu poprawnej pracy elementów w systemie czy też do systemów jednoelementowych z pomijalnymi czasami odnów. Dzięki badaniu modelu symulacyjnego uzyskano pełną analizę wpływu wszystkich parametrów wejściowych procesu eksploatacji (budowa systemu i parametry zaopatrzenia) na wyniki uzyskiwane przez system podczas jego eksploatacji. W dotychczasowych badaniach naukowych, nikt nie przeanalizował tego problemu w tak szerokim stopniu.

Przedstawiony w pracy model symulacyjny został zweryfikowany na podstawie danych uzyskanych zarówno z przedstawionych wyrażeń teoretycznych jak i danych pochodzących z eksploatacji rzeczywistego systemu technicznego. Wyniki porównania pokazały dużą zgodność modelu symulacyjnego i teoretycznego, o czym świadczą obliczone błędy względne, nie przekraczające maksymalnej wartości 8% w żadnym przypadku. Porównanie wyników symulacyjnych i rzeczywistych unaocznilo, że model daje prawidłową odpowiedź w części, gdy badany okres niezdatności systemu wynika wyłącznie z przyjętych parametrów procesu zaopatrzenia (okresy braków elementów wymiennych, okresy niezdatności systemu dla zadanych czasów odnów systemu). Zgodność ta została potwierdzona przeprowadzonym testem χ^2 , który nie dawał podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności rozkładów uzyskanych z danych rzeczywistych i z wyników symulacyjnych. Jednocześnie, okazało się, że model nie reaguje prawidłowo w przypadkach, gdy człowiek jest czynnikiem decyzyjnym i kiedy uwzględnić należy rozmieszczenie przestrzenne posiadanych zapasów (okresy oczekiwania tramwajów rezerwowych na włączenie do pracy). Jednak dla potrzeb przewidywania skutków niezdatności systemu, wynikających z samego procesu zaopatrzenia, rozbieżność ta nie ma istotnego znaczenia, gdyż dotyczy przypadków nadmiaru elementów wymiennych.

Bazując na modelu symulacyjnym procesu zaopatrzenia (i jego wpływie na proces eksploatacji) przeprowadzone zostały badania wrażliwości modelu. W zależności od parametrów wejściowych procesu zaopatrzenia i eksploatacji, ocenie poddano

wyniki niezawodnościowe i ekonomiczne działania systemu. Uzyskane charakterystyki mogą stanowić wskazówki przydatne podczas organizacji procesu zaopatrzenia systemu technicznego w elementy wymienne.

10. WNIOSKI

- 1° Podstawowymi zmiennymi decyzyjnymi procesu zaopatrzenia w przedstawionym modelu stałego poziomu zamawiania są: wielkość dostarczanej partii i poziom zamawiania. Badanie pierwszego z nich udowodniło, że wyznaczenie najlepszej wielkości partii Q powinno uwzględniać cechy niezawodnościowe zaopatrywanego systemu. W zależności od rodzaju struktury niezawodnościowej systemu, system generuje różne koszty i prawdopodobieństwa powstania niepożądanych skutków niezdatności dla różnych wielkości Q . Podczas wyznaczania wielkości partii należy wykorzystać cechy charakterystyczne poszczególnych struktur niezawodnościowych (np. wielkość partii, która nie jest „krotnością” liczby urządzeń pracujących w systemie równoległym). Jednocześnie warto zauważyć, że gdy mamy do czynienia z wysokimi kosztami utrzymania zapasu, wybór wielkości zamawianej partii należy szczegółowo przeanalizować. Wzrost kosztów wynikający ze zwiększania Q powoduje, że należy rozpatrzyć opłacalność uzyskanych w ten sposób wyników.
- 2° Badanie wielkości zapasu stanowiącego poziom zamawiania potwierdziło jego znaczący wpływ na wszystkie wyniki uzyskiwane podczas symulacyjnego procesu eksploatacji systemu. Dla przyjętych parametrów modelowego systemu stwierdzono, że przy długich i częstych opóźnieniach dostaw w stosunku do potrzeb systemu, zamówienie warto składać od razu po dostarczeniu kolejnej dostawy. W ten sposób można w pewnym stopniu wpłynąć na wzajemne „znoszenie się” kolejnych opóźnień.
- 3° Stwierdzono, że istnieje pewna zależność, która pozwala wyznaczać najlepsze wielkości poziomu zamawiania s . W systemie modelowym, w pobliżu średniego czasu dostawy opisanego równaniem $\bar{T}_d = \frac{s+M}{M} \cdot \bar{T}_p$, uzyskano minimum kosztów, które ponosi system w jednostce czasu eksploatacji. Punkt ten wynika ze spadku kosztów utrzymania zapasu oraz niskich kosztów, wynikających z niezdatności systemu. Punkt ten charakterystyczny jest również ze względu na prawdopodobieństwo przejścia systemu do stanu utraty bezpieczeństwa – dostawy o krótszym średnim czasie realizacji, nie powodują znaczącego zagrożenia bezpieczeństwa systemu.
- 4° Badanie średniego czasu wymian elementów w systemie pozwala obserwować prawdopodobieństwo powstawania skutków niezdatności systemu. Zależy ono

zarówno od średniego czasu wymiany elementu jak i od funkcji κ . W zależności od rodzaju funkcji opisującej długość okresu niezdatności, po którym system przechodzi w stan utraty bezpieczeństwa, należy zdecydować jak sterować czasem odnowy systemu. W modelowym systemie, w zależności od funkcji κ , niekiedy opłacalnym było minimalizowanie liczby długich niezdatności systemu (κ_1, κ_2) na rzecz częstszych i krótkich niezdatności, czasem zaś lepszy był wariant odwrotny.

- 5° Analiza współczynników, opisujących koszty związane z procesem zaopatrzenia, udowodniła, że dla przyjętych parametrów modelowych systemu, koszt utrzymania zapasu (KUZ) i ekonomicznie wyrażone skutki niezdatności systemu (KW) determinują wyniki kosztowe eksploatacji systemu. Z tego powodu, właściwe wydaje się uwzględnienie możliwości przejścia systemu do stanu utarty bezpieczeństwa, podczas organizacji jego zaopatrzenia.
- 6° Wyróżnienie rozwiązań najlepszych z punktu widzenia dwóch kryteriów (najlepszych w badanym zakresie wartości parametrów) dla wszystkich analizowanych struktur niezawodnościowych pokazało, że rozwiązania różnią się między sobą nie tylko w systemach o innych strukturach, ale również ze względu na przyjęte kryterium optymalizacji. Świadczy to o celowości budowy przedstawionego w pracy modelu procesu zaopatrzenia, który umożliwia dobór parametrów procesu z uwzględnieniem zarówno: cech niezawodnościowych systemu, losowego charakteru warunków, w których system jest eksploatowany oraz skutków, które może ponosić system podczas swojej niezdatności.

Literatura

- [1]. Allen W.B., Liu D., An inventory – transport model with uncertain loss and damage, *Logistics and Transportation Review* 29(2), 1993
- [2]. Almeida A.T., Multicriteria decision making on maintenance: Spares and contract planning, *European Journal of Operational Research* 129, 2001
- [3]. Analiza ryzyka w systemach technicznych, Polska Norma PN-IEC 60300-3-9
- [4]. Anderson E. J., A note on the demand lot-size model with uncertainty in demand and supply processes, *Management Science* 35(5), 1989
- [5]. Aneja Y.P., Chandrasekaran R., Nair K.P.K., Minimal-Cost System Reliability With Discrete-Choice Sets for Components, *IEEE Transactions on Reliability* 53(1), 2004
- [6]. Barlow R.E., Porshan F., *Mathematical Theory of Reliability*, J.Wiley, New York, 1965
- [7]. Bobrowski D., *Modele i metody matematyczne teorii niezawodności w przykładach i zadaniach*, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1985
- [8]. Bojarski W., W., *Wprowadzenie do oceny niezawodności działania układów technicznych*, PWN, Warszawa 1967
- [9]. Brezavscek A., Hudoklin A., Joint Optimization of Block-Replacement and Periodic-Review Spare-Provisioning Policy, *IEEE Transactions on Reliability* 52(1), 2003
- [10]. Brezavscek A., Optimization of system maintenance with respect to the spare provisioning policy, Doctoral dissertation, University of Maribor, 2000
- [11]. Burstein M.C., Nevison C.H., Carlson R.C., Dynamic lot-sizing when demand timing is uncertain, *Operations Research* 32, 1984
- [12]. Cantoni M., Marsequera M., Zio E., Genetic algorithms and Monte Carlo simulation for optimal plant design, *Reliability Engineering and System Safety* 68, 2000
- [13]. Cepina M., Martorell S., Evaluation of allowed outage time considering a set of plant configurations, *Reliability Engineering & System Safety* 78, 2002
- [14]. Chabot J.-L., Dutuit Y., Rauzy A., Signoret J.-P., A petri net based approach to optimize system design or spare parts inventory, *Conference Proceedings, Safety and Reliability International Conference*, Gdynia 2003
- [15]. Chandrasekhara P., Natarajanb R., A study of an n-unit system operating in a random environment, *Reliability Engineering & System Safety* 66, 1999
- [16]. Changa P.L., Choub Y.C., Huang M.G., A (r,r,Q) inventory model for spare parts involving equipment criticality, *International Journal of Production of Economics* 97, 2005
- [17]. Chelbi A., Ait-Kadi D., Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure, *International Journal of Production Economics* 74, 2001
- [18]. Chen F.Y., Krass D., Inventory models with minimal service level constraints, *European Journal of Operational Research* 134, 2001
- [19]. Dave U. A deterministic lot-size inventory model with shortages and a linear trend in demand, *Naval Research Logistics* 36, 1989

- [20]. Deshpande V.S., Modak J.P., Application of RCM for safety considerations in a steel plant, *Reliability Engineering & System Safety* 78, 2002
- [21]. Dinesh Kumar U., Knezevic J., Availability based spare optimization using renewal process, *Reliability Engineering and System Safety* 59, 1998
- [22]. Dinesh Kumar U., Knezevic J., Spare optimization models for series and parallel structures, *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 3(3), 1997
- [23]. Dohi T., Ashioka A., Kaio N., Osaki S., The optimal repair time-limit replacement policy with imperfect repair: Lorenz transform approach, *Mathematical and Computer Modelling* 38, 2003
- [24]. Dohi T., Kaio N., Osaki S., Determination of optimal repair cost limit on the Lorenz curve, *Journal of Operations Research Society of Japan* 44(3), 2001
- [25]. Dohi T., Mitshushima N., Kaio N., Osaki S., Nonparametric repair-limit replacement policies with imperfect repair, *European Journal of Operational Research* 96, 1996
- [26]. Dohi T., Okamura H., Osaki S., Optimal control of preventive maintenance schedule and safety stocks in an unreliable manufacturing environment, *International Journal of Production Economics* 74, 2001
- [27]. Dohi T., Osaki S., Optimal planned maintenance with salvage cost for a two unit standby redundant system, *Microelectronics Reliability* 36(10), 1995
- [28]. Dohi T., Shibuya T., Osaki S., Models for 1-out-of Q systems with stochastic lead times and expedited ordering options for spares inventory, *European Journal of Operational Research* 103, 1997
- [29]. Dohi T., Shibuya T., Osaki S., Optimal continuous review policies for spare part provisioning with random lead times, *International Journal of Production Economics* 55, 1998
- [30]. Donaldson W.A., Inventory replenishment policy for a linear trend in demand: an analytical solution, *Operational Research Quarterly* 28(3), 1977
- [31]. Elegbede A.O.C., Chu C., Adjallah K.H., Yalaoui F., Reliability Allocation Through Cost Minimization, *IEEE Transactions on Reliability* 52(1), 2003
- [32]. Firkowicz S., Hryniewicz O., Podstawowe problemy wyznaczania zapasów części zamiennych, *Materiały konferencyjne Zimowej Szkoły Niezawodności, Katowice* 1977
- [33]. Gallego G., Moon I., The distribution free newsboy problem: review and extensions, *Journal of Operational Research Society* 44, 1993
- [34]. Garliński B., *Metody kształtowania zapasów*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1971
- [35]. Giri B.C., Pal S., Goswami A., Chaudhuri K.S., An inventory model for deteriorating items with stock-dependent demand rate, *European Journal of Operational Research* 95, 1996
- [36]. Gnienko B.W., Bielajew J.K., Sołowiew A.D., *Metody matematyczne w teorii niezawodności*, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1968
- [37]. Goyal S.K., Giri B.C., Recent trends in modeling of deteriorating inventory, *European Journal of Operational Research* 134, 2001

- [38]. Guide D., Srivastava R., Repairable inventory theory: Models and applications, *European Journal of Operational Research* 102, 1997
- [39]. Guikema S.D., Pate-Cornell M.E., Component choice for managing risk in engineered systems with generalized risk/cost functions, *Reliability Engineering & System Safety* 78, 2002
- [40]. Hariga M., Ben-Daya M., Some stochastic inventory models with deterministic variable lead time, *European Journal of Operational Research* 113, 1999
- [41]. Hariga M., Comparison of heuristic procedures for the inventory replenishment problem with a linear trend in demand", *Computers Ind. Engng.* 38(2), 1995
- [42]. Hariga M., Lot-sizing heuristics for continuous time-varying demand and shortages, *Computer Operations Research* 23(12), 1996
- [43]. Hariga M., Optimal inventory policies for perishable item with time-dependent demands, *International Journal of Production Economics* 50, 1997
- [44]. Hariga M.A., The inventory replenishment problem with linear trend in demand, *Computers and Industrial Engineering* 24, 1993
- [45]. Hill R.M., Omar M., Smith D.K., Stock replenishment policies for a stochastic exponentially-declining demand process, *European Journal of Operational Research* 116, 1999
- [46]. <http://komunikacja.we.wroclawiu.net/tramnow.html>
- [47]. <http://www.zdik.wroc.pl/komunikacja/>
- [48]. Huiskonen J., Maintenance spare parts logistics: Special characteristics and strategic choices, *International Journal of Production Economics* 71, 2001
- [49]. Jąźwiński J., Ważyńska - Fiok K., *Bezpieczeństwo systemów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993
- [50]. Jędrzejowicz P., Szypulska M., Projektowanie struktury niezawodnościowej w trybie konwersacyjnym, *Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej* nr 39, 1976
- [51]. Jędrzejowicz P., *Wybrane modele decyzyjne w produkcji i eksploatacji*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1981
- [52]. Jodejko A., Kryterium bezpieczeństwa w zaopatrzeniu systemów technicznych w części zamienne", *Materiały Konferencyjne: Międzynarodowa Konferencja Naukowo - Techniczna, Systemy Logistyczne - Teoria i Praktyka*, Warszawa 2005
- [53]. Jodejko A., Model of system availability caused by spare parts inventory level, *Conference Proceedings: European Safety and Reliability Conference*, Gdynia 2005.
- [54]. Kalpakam S., Sapna K. P., Optimum ordering policies for expensive slow moving items, *Applied Mathematics Letter* 11(3), 1998
- [55]. Kennedy W.J., Patterson J.W., Fredendall L.D., An overview of recent literature on spare parts inventories, *International Journal of Production Economics* 76, 2002
- [56]. Khanra S., Chaudhuri K.S., A note on an order-level inventory model for a deteriorating item with time-dependent quadratic demand, *Computers and Operations Research* 30(12), 2003
- [57]. Khouja M., The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research, *The International Journal of Management Science* 27, 1999

- [58]. Knezevic J., Planning Maintenance resources for non-supported missions, *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 1(1), 1995
- [59]. Kopociński B., *Zarys teorii odnowy i niezawodności*, PWN, Warszawa 1973
- [60]. Kordecki W., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2000
- [61]. Koźniewska I., *Równania rekurencyjne*, PWN, Warszawa 1972
- [62]. Koźniewska I., Włodarczyk M., *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi*, PWN, Warszawa 1978
- [63]. Kubica F., *Ogólne zasady planowania części zamiennych*, Materiały konferencyjne Zimowej Szkoły niezawodności, Katowice 1977
- [64]. Kuo W., Prasad V.R., An annotated overview of system-reliability optimization, *IEEE Transactions on Reliability* 49(2), 2000
- [65]. Lan S.P., Chu P.C., Chung K.J., Wan W.J., Lo R., A simple method to locate the optimal solution of the inventory model with variable lead time, *Computers & Operations Research* 26, 1999
- [66]. Lewin W., *Opis strumieni zapotrzebowań na elementy zapasowe dla systemów o dowolnej strukturze niezawodnościowej*, Materiały konferencyjne Zimowej Szkoły Niezawodności, Katowice 1978
- [67]. Lewis T.P., Cochran J.K., Applying queuing theory to improve the modeling of spares provisioning of small combat aircraft units, *Computers and Industrial Engineering* 29, 1995
- [68]. Liang Y., Smith A., An Ant Colony Optimization Algorithm for the Redundancy Allocation Problem (RAP), *IEEE Transactions on Reliability* 53(3), 2004
- [69]. Love S.F., *Inventory Control*, McGraw-Hill, New York, 1979
- [70]. Mabini M.C., Gelders L.F., Repairable item inventory systems: A literature review, *Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science* 30, 1991
- [71]. Mandal B.N, Phaujdar S., An inventory model for deteriorating items and stock-dependent consumption rate, *Journal Operational Research Soc.* 40, 1989
- [72]. Mandal M., Maiti M., Inventory of damageable items with variable replenishment rate, stock-dependent demand and some units in hand, *Applied Mathematical Modelling* 23, 1999
- [73]. Marcinkowski J., *Rozkłady prawdopodobieństwa przydatne w rozwiązywaniu problemów transportu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997
- [74]. Marseguerra M., Zio E., Podofillini L., Multiobjective spare part allocation by means of genetic algorithms and Monte Carlo simulation, *Reliability Engineering & System Safety* 87, 2005
- [75]. Marsequera M., Podofillini L., Zio E., Use of genetic algorithms for the optimization of spare parts inventory, *Conference Proceedings of European Safety and Reliability Conference ESREL 2001*, Turin
- [76]. Mazur T., Małek A., *Zarządzanie eksploatacją systemów technicznych*, Wydawnictwa Naukowo - Techniczne, Warszawa 1979

- [77]. Mitra A., Cox J.F., Jesse R.R., A note on determining order quantities with linear trend in demand, *Journal Operational Research Soc.* 35, 1984
- [78]. Młyńczak M., Nowakowski T., Badania symulacyjne procesu zapotrzebowania na części zamienne, Raport Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, nr 074/85, Wrocław 1985 (nie publikowany)
- [79]. Munoz A., Martorell S., Sarradell V., Genetic algorithms in optimizing surveillance and maintenance of components, *Reliability Engineering & System Safety* 57, 1997
- [80]. Nahmias S., Managing repairable item inventory systems: A review, *TIMS Studies in the Management Science* 16, 1981
- [81]. Nahmias S., Perishable inventory theory: A review, *Operations Research* 30(3), 1982
- [82]. Okręgliński W., Łopuszyński B., Użytkowanie urządzeń mechanicznych, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1980
- [83]. Ouyang L.Y., Chuang B.R., Mixture inventory model involving variable lead time and controllable backorder rate, *Computers and Industrial Engineering* 40(4), 2001
- [84]. Phelps R.I., Optimal inventory rule for a linear trend in demand with constant replenishment period, *Journal Operational Research Soc.* 31, 1980
- [85]. Pierskalla W.P., Voelker J.A., A survey of maintenance models: the control and surveillance of deteriorating systems, *Naval Research Logistics Quarterly* 23, 1976
- [86]. Planowanie obsługi i zapewnienia środków obsługi, Polska Norma PN-IEC 706-4
- [87]. Prasad V.R., Kuo W., Kim K.M.O., Optimal Allocation of s-Identical, Multi-Functional Spares in a Series System, *IEEE Transactions on Reliability* 48(2), 1999
- [88]. Quyang L.Y., Wu K.S., Mixture inventory model involving variable lead time with a service level constraint, *Computers Operations Research* 24(9), 1997
- [89]. Raafat F., Survey on literature on continuously deteriorating inventory models, *Operational Research Society* 42, 1991
- [90]. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W., A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems, *Reliability Engineering & System Safety* 83, 2004
- [91]. Resh M., Friedman M., Barbosa L.C., On a general solution of the deterministic lot size problem with time – proportional demand, *Operations Research* 24(4), 1976
- [92]. Sarjusz – Wolski Z., Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2002
- [93]. Sarjusz – Wolski Z., Strategia zarządzania zaopatrzeniem, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1998
- [94]. Sarker B.R., Mukherjee S., Balam C.V., An order-level lot size inventory model with inventory-level dependent demand and deterioration, *International Journal of Production Economics* 48, 1997
- [95]. Sarker R., Haque A., Optimization of maintenance and spare provisioning policy using simulation, *Applied Mathematical Modelling* 24, 2000
- [96]. Sheu S.-H., Griffith W.S., Optimal Age-Replacement Policy With Age-Dependent Minimal-Repair and Random-Leadtime, *IEEE Transactions on Reliability* 50(3), 2001

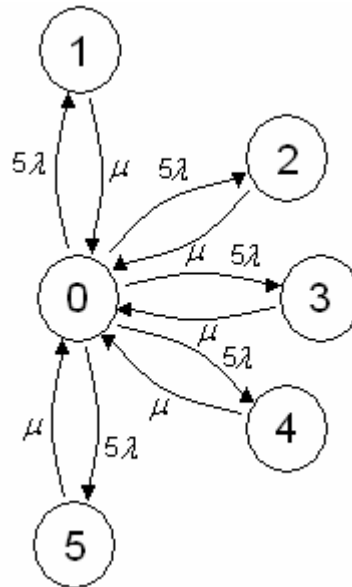
- [97]. Silver E.A., A simple replenishment decision rule for a linear trend in demand, *Journal Operational Research Soc.* 30, 1977
- [98]. Simpson N.C., Questioning the relative virtues of dynamic lot sizing rules, *Computers & Operations Research* 28, 2001
- [99]. Sridharan V., A simple ordering policy with linear lifetime for a unit, *Microelectronics Reliability* 35(5), 1994
- [100]. Sup S.C., Kwon C.Y., Branch-and-Bound Redundancy Optimization for a Series System with Multiple-Choice Constraints, *IEEE Transactions on Reliability* 48(2), 1999
- [101]. Szybka J., Prognozowanie niezawodności urządzeń mechanicznych funkcjonujących w układach z rezerwą, *Rozprawy Monografie, Wydawnictwa AGH, Kraków* 1996
- [102]. Szybka J., Szacowanie niezawodności odnawialnych układów mechanicznych z pojedynczą rezerwą przesuwaną się, *Materiały konferencyjne XXII Zimowej Szkoły Niezawodności, Szczyrk* 1994
- [103]. Szybka J., Szacownie niezawodności niejednorodnych technicznie, odnawialnych układów mechanicznych z pojedynczym obiektem rezerwowym, *Materiały konferencyjne XXIII Zimowej Szkoły Niezawodności, Szczyrk* 1995
- [104]. Tekin E., Gurler U., Berk E., Age-based vs. stock-level control policies for perishable inventory system, *European Journal of Operational Research* 134, 2001
- [105]. Teng J.-T., A deterministic inventory replenishment model with a linear trend in demand, *Operations Research Letters* 19, 1996
- [106]. Teng J.-T., Chern M.-S, Yang H.-L., Wang Y.J., Deterministic lot-size inventory models with shortages and deterioration for fluctuating demand, *Operations Research Letters* 24, 1999
- [107]. Teuner R.H., Klein Heneveld W.K., Inventory control of service parts in final phase, *European Journal of Operational Research* 177, 2002
- [108]. Teuner R.H., Klein Heneveld W.K., The 'final order' problem, *European Journal of Operational Research* 107, 1998
- [109]. Tijms H.C., Groenevelt H., Simple approximations for the reorder point in periodic and continuous review (s, S) inventory systems with service level constraints, *European Journal of Operational Research* 17, 1991
- [110]. Tilman F., A., Hwang C.L., Kuo W., Optimization techniques for system reliability with redundancy - A review, *IEEE Transactions on Reliability* 26(3), 1977
- [111]. Vaughan T.S., Failure replacement and preventive maintenance spare parts ordering policy, *European Journal of Operational Research* 161, 2005
- [112]. Walker J., Base stock level determination for "insurance type" spares, *International Journal of Quality & Reliability Management* 14(6), 1997
- [113]. Wang S.-P., On inventory replenishment with non-linear increasing demand, *Computers & Operations research* 29, 2002
- [114]. Ważyńska – Fiok K., Jaźwiński J., *Niezawodność systemów technicznych, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa* 1990
- [115]. Woropay M. - red., *Podstawy racjonalnej eksploatacji maszyn, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Bydgoszcz - Radom* 1996.

- [116]. Wu K. S., Quyang L.Y., (Q, r, L) Inventory model with defective items, *Computers & Industrial Engineering* 39, 2001
- [117]. Yalaoui A., Chatelet E., Chu C., A new dynamic programming method for reliability and redundancy allocation in a parallel -series system, *IEEE Transactions on Reliability* 54(2), 2005
- [118]. Yalaoui A., Chu C., Chatelet E., Reliability allocation problem in a series–parallel system, *Reliability Engineering & System Safety* 90, 2005
- [119]. Yeh Q.J., Chang T.P., Chang H.C., A inventory control model with gamma distribution, *Microelectronics Reliability* 37(8), 1997
- [120]. Zamoyski W. (red.), *Niezawodność i eksploatacja systemów*, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1981
- [121]. *Zarządzanie ryzykiem przedsięwzięcia, Wytyczne stosowania*, Polska Norma PN-IEC 62198
- [122]. Zhao R., Liu B., Stochastic Programming Models for General Redundancy-Optimization Problems, *IEEE Transactions on Reliability* 52(2), 2002
- [123]. Zhaohui Zeng A., Tyworth J.E., Estimating the effects of carrier transit-time performance on logistics cost and service, *Transpn. Res.* 32(2), 1998
- [124]. Ziemia S. (red.), *Sterowanie i zarządzanie eksploatacją systemów technicznych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985
- [125]. Zohrul Kabir A.B.M., Al-Olayan A.S., A stocking policy for spare parts provisioning under age based preventive replacement, *European Journal of Operational Research* 90, 1996
- [126]. Zohrul Kabir A.B.M., Farrash S.H.A., Simulation of an integrated age replacement and spare provisioning policy using SLAM, *Reliability Engineering and System Safety* 52, 1996

Załącznik I. Współczynniki gotowości systemu

Dla badanych systemów o różnych strukturach niezawodnościowych, wyznaczone zostały teoretyczne współczynniki gotowości. Założono, że istnieje zawsze wystarczająca liczba elementów wymiennych oraz zawsze wystarczająca liczba ekip prowadzących działania obsługowe. Modele budowane są zgodnie z teorią *procesów Markowa*.

System o strukturze szeregowej



Rys. 1. Graf stanów systemu szeregowego ($M = 5$, $\lambda = 0,01$, $\mu = 0,1$)

Źródło: [120]

Identyfikacja stanów:

Stan „0” – stan zdatności systemu,

Stan „ i ”, gdzie $i = 1, 2, \dots, 5$ – stan niezdatności: uszkodzenie pracującego elementu nr i .

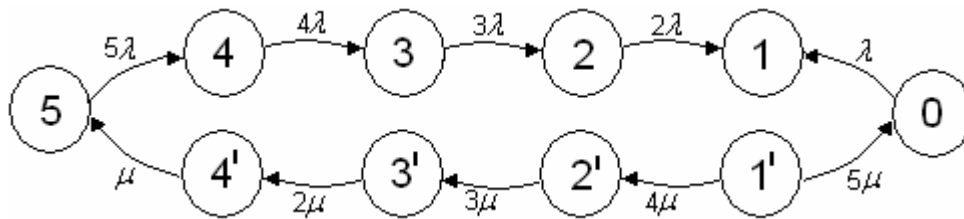
Współczynnik gotowości systemu szeregowego [120]:

$$A = \frac{1}{1 + M \cdot \frac{\lambda}{\mu}} = 0,66667$$

gdzie:

μ – intensywność wymian elementów.

System o strukturze równoległej



Rys. 2. Graf stanów systemu równoległego ($M = 5$, $\lambda = 0,01$, $\mu = 0,1$)

Źródło: Opracowanie własne

Identyfikacja stanów:

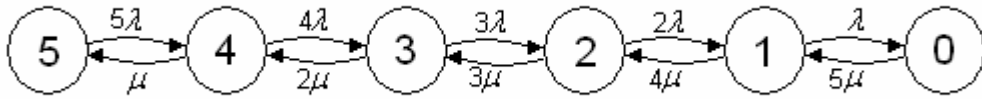
Stan „ i ”, gdzie $i = 1, 2, \dots, 5$ – stany zdadności: w systemie pozostaje zdadnych i elementów,

Stan „ j' ”, gdzie $j = 0, 1', \dots, 4'$ – stan niezdadności systemu: w systemie j elementów jest wymienionych.

Współczynnik gotowości systemu równoległego:

$$A = \frac{\mu/\lambda}{\left(\frac{\mu}{\lambda} + 1\right)} = 0,90909.$$

System o strukturze progowej



Rys. 3. Graf stanów systemu progowego ($M = 5$, $\lambda = 0,01$, $\mu = 0,1$)

Źródło: [120]

Identyfikacja stanów dla $k = 1$:

Stan „ i ”, gdzie $i = 1, 2, \dots, 5$ – stan zdatności: w systemie pozostaje zdatnych i elementów,

Stan „ 0 ” – stan niezdatności systemu: wszystkie elementy w systemie są uszkodzone.

Współczynnik gotowości systemu progowego dla $k = 1$ [120]:

$$A = \sum_{i=0}^{M-1} \binom{M}{i} \frac{\lambda^i \cdot \mu^{M-i}}{(\lambda + \mu)^M} = 0,9999,$$

Identyfikacja stanów dla $k = M$:

Stan „ 5 ” – stan zdatności: w systemie wszystkie elementy są zdatne,

Stan „ j ”, gdzie $j = 0, 1, \dots, 4$ – stan niezdatności systemu: w systemie jedynie j elementów jest zdatnych.

Współczynnik gotowości systemu progowego dla $k = M$ [120]:

$$A = \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^M = 0,62092.$$

Załącznik II. Równania regresji otrzymane podczas badania wrażliwości modelu procesu zaopatrzenia

$x = A_d$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,0107\text{Ln}(x) + 0,4736$	$y = 0,573x^{0,006}$	$y = 0,801x^{-0,0604}$
KUZ	$y = 10,41x^{-0,042}$	$y = 7,8703x^{-0,0158}$	$y = 7,3317x^{-0,1466}$
KB_1	$y = 0,283\text{Ln}(x) + 1,8238$	$y = 4,0166e^{-0,0112x}$	$y = -0,403\text{Ln}(x) + 1,18$
KB_2	$y = 5,4735x^{-0,0221}$	$y = -0,0993\text{Ln}(x) + 10,4$	$y = 0,3146\text{Ln}(x) + 7,2324$
KB_3	$y = 0,3308\text{Ln}(x) + 1,9216$	$y = 0,2764\text{Ln}(x) + 4,3955$	$y = 0,1645\text{Ln}(x) + 1,8387$
KW_1	$y = 4,232\text{Ln}(x) + 18,752$	$y = 9,9505\text{Ln}(x) + 32,761$	$y = 9,3816\text{Ln}(x) + 44,34$
KW_2	$y = 1,281\text{Ln}(x) + 5,6343$	$y = 2,9581\text{Ln}(x) + 9,9123$	$y = 2,8609\text{Ln}(x) + 13,218$
KW_3	$y = 4,1232\text{Ln}(x) + 31,91$	$y = 5,5917\text{Ln}(x) + 66,298$	$y = 4,2124\text{Ln}(x) + 45,195$
K_1	$y = 4,0932\text{Ln}(x) + 31,497$	$y = 9,572\text{Ln}(x) + 45,33$	$y = 7,9972\text{Ln}(x) + 53,726$
K_2	$y = 0,7375\text{Ln}(x) + 22,038$	$y = 2,7374\text{Ln}(x) + 28,763$	$y = 2,1941\text{Ln}(x) + 28,656$
K_3	$y = 4,0322\text{Ln}(x) + 44,752$	$y = 5,7466\text{Ln}(x) + 79,144$	$y = 3,3955\text{Ln}(x) + 55,24$
$\bar{\tau}$	$y = 603,79x^{-0,0782}$	$y = 843,79x^{-0,0122}$	$y = 81,383\text{Ln}(x) + 608,83$
$\bar{\tau}_1$	$y = 123,69x^{-0,0635}$	$y = 38,109x^{-0,009}$	$y = 27,4\text{Ln}(x) + 303,66$
P_b	0	$y = 0,0779\text{Ln}(x) + 0,8168$	$y = 0,0735\text{Ln}(x) + 0,8162$
P_n	$y = 0,131\text{Ln}(x) + 0,663$	$y = 0,0779\text{Ln}(x) + 0,8168$	$y = 0,0826\text{Ln}(x) + 0,7941$
P_p	$y = 0,131\text{Ln}(x) + 0,663$	$y = 0,0779\text{Ln}(x) + 0,8168$	$y = 0,1034\text{Ln}(x) + 0,7407$
A	$y = 0,0141\text{Ln}(x) + 0,6487$	$y = 0,0019\text{Ln}(x) + 0,3444$	$y = 0,5081x^{-0,0658}$
P_{cs1}	$y = 0,0026\text{Ln}(x) + 0,013$	$y = 0,0056\text{Ln}(x) + 0,0189$	$y = 0,0056\text{Ln}(x) + 0,0188$
P_{cs2}	$y = 0,0008\text{Ln}(x) + 0,0039$	$y = 0,0017\text{Ln}(x) + 0,0057$	$y = 0,0017\text{Ln}(x) + 0,0056$
P_{cs3}	$y = 0,0023\text{Ln}(x) + 0,0223$	$y = 0,003\text{Ln}(x) + 0,0385$	$y = 0,0031\text{Ln}(x) + 0,0191$

$x = A_o$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,4778$	$y = 0,576$	$y = 0,8272$
KUZ	$y = 10,534x^{-0,0114}$	$y = 7,789$	$y = 7,6686$
KB_1	$y = 1,6621x^{-0,1575}$	$y = 4,2368$	$y = 2911$
KB_2	$y = 5,4584x^{-0,0326}$	$y = 10,435$	$y = 7,052$
KB_3	$y = 1,7066x^{-0,1286}$	$y = 4,2562x^{0,0113}$	$y = 1,8445$
KW_1	$y = 17,935x^{0,0164}$	$y = 29,536$	$y = 41,395$
KW_2	$y = 5,2713x^{0,025}$	$y = 8,8031$	$y = 12,301$
KW_3	$y = 30,607x^{-0,0632}$	$y = 65,017x^{0,005}$	$y = 43,507$
K_1	$y = 30,648$	$y = 42,163$	$y = 50,929$
K_2	$y = -0,1512\text{Ln}(x) + 21,745$	$y = 27,652$	$y = 27,884$
K_3	$y = 43,352x^{-0,0517}$	$y = 77,665x^{0,0047}$	$y = 53,836$
$\bar{\tau}$	$y = 608,67x^{0,0137}$	$y = 834,25$	$y = 561,68$
$\bar{\tau}_1$	$y = 124,08x^{-0,028}$	$y = 37,798$	$y = 7,9809\text{Ln}(x) + 289,07$
P_b	$y = 0$	$y = 0,8351$	$y = 0,8154$
P_n	$y = 0,6155x^{0,0081}$	$y = 0,8351$	$y = 0,7806$
P_p	$y = 0,6155x^{0,0081}$	$y = 0,8351$	$y = 0,6959$
A	$y = 0,0064\text{Ln}(x) + 0,6481$	$y = 0,3463$	$y = 0,5261$
P_{cs1}	$y = 0,0127$	$y = 0,0171$	$y = 0,0166$
P_{cs2}	$y = 0,0037$	$y = 0,0051$	$y = 0,005$
P_{cs3}	$y = 0,0215x^{-0,0731}$	$y = 0,0002\text{Ln}(x) + 0,0377$	$y = 0,0175$

$x = A_p$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,0627\text{Ln}(x) + 0,4855$	$y = 0,5751$	$y = 0,8226$
KUZ	$y = 10,245x^{-0,1529}$	$y = 7,8095$	$y = 0,2726\text{Ln}(x) + 7,554$
KB_1	$y = 0,2704\text{Ln}(x) + 1,7573$	$y = 4,2345$	$y = 1,2734$
KB_2	$y = 1,2024\text{Ln}(x) + 5,8203$	$y = 10,404$	$y = 7,0474$
KB_3	$y = 0,2885\text{Ln}(x) + 1,8394$	$y = 4,3161$	$y = 1,8507$
KW_1	$y = 4,4992\text{Ln}(x) + 19,302$	$y = 29,502$	$y = 41,366$
KW_2	$y = 1,3654\text{Ln}(x) + 5,7621$	$y = 8,8626$	$y = 12,477$
KW_3	$y = 6,2865\text{Ln}(x) + 32,706$	$y = 65,23$	$y = 43,622$
K_1	$y = 3,453\text{Ln}(x) + 31,949$	$y = 42,127$	$y = -0,0065x^2 + 0,1728x + 50,926$
K_2	$y = 1,2512\text{Ln}(x) + 22,472$	$y = 27,656$	$y = 0,2913\text{Ln}(x) + 27,872$
K_3	$y = 5,2584\text{Ln}(x) + 45,435$	$y = 77,938$	$y = 0,0012x^2 + 0,0234x + 53,743$
$\bar{\tau}$	$y = 54,549\text{Ln}(x) + 630,18$	$y = 835,93$	$y = 569,9729$
$\bar{\tau}_1$	$y = 9,0846\text{Ln}(x) + 127,85$	$y = 37,84$	$y = -0,1832x^2 - 2,0249x + 287,47$
P_b	$y = 0$	$y = 0,836$	$y = 0,0001x^2 - 0,0032x + 0,8214$
P_n	$y = 0,0548\text{Ln}(x) + 0,6319$	$y = 0,836$	$y = 0,7771$
P_p	$y = 0,0548\text{Ln}(x) + 0,6319$	$y = 0,836$	$y = 0,0461\text{Ln}(x) + 0,6465$
A	$y = 0,6176x^{-0,1503}$	$y = 0,3465$	$y = -6E-05x^2 + 0,0012x + 0,5232$
P_{cs1}	$y = 0,0012\text{Ln}(x) + 0,013$	$y = 0,0171$	$y = 0,0166$
P_{cs2}	$y = 0,0004\text{Ln}(x) + 0,0039$	$y = 0,0051$	$y = 0,005$
P_{cs3}	$y = 0,0012\text{Ln}(x) + 0,0222$	$y = 0,0378$	$y = 0,0001\text{Ln}(x) + 0,0174$

$x = A_k$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KB_3	$y = -0,0252\text{Ln}(x) + 0,0588$	$y = 0,0084\text{Ln}(x) + 0,4054$	$y = 0,0017x^2 - 0,0477x + 1,6194$
KW_3	$y = 7,3958\text{Ln}(x) + 380,52$	$y = 73,99x^{-0,3906}$	$y = 47,13x^{-0,0559}$
KZ_3	$y = 7,3706\text{Ln}(x) + 403,54$	$y = 87,042x^{-0,3491}$	$y = 57,337x^{-0,0485}$
P_{cs3}	$y = 0,0237x^{-0,268}$	$y = 0,0428x^{-0,3906}$	$y = 0,019x^{-0,0559}$

$x = B_d$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 2E-09x^2 - 0,0002x + 0,6883$	$y = 2E-07x^2 - 0,0008x + 1,1488$	$y = 3E-07x^2 - 0,0011x + 1,5466$
KUZ	$y = 6E-06x^2 - 0,0173x + 22,038$	$y = 7E-06x^2 - 0,0186x + 19,102$	$y = 7E-06x^2 - 0,0183x + 18,092$
KB_1	$y = -7E-07x^2 + 0,0006x + 1,8969$	$y = 7,9415e^{-0,0006x}$	$y = -2E-06x^2 + 0,0032x + 0,8735$
KB_2	$y = -3E-07x^2 + 0,0043x + 1,3687$	$y = -2E-06x^2 + 0,0059x + 6,575$	$y = -4E-06x^2 + 0,0113x + 0,0596$
KB_3	$y = -7E-07x^2 + 0,0008x + 1,7181$	$y = -3E-07x^2 - 0,0021x + 6,9024$	$y = -2E-06x^2 + 0,004x + 0,4377$
KW_1	$y = -9E-06x^2 + 0,0294x - 3,3323$	$y = -3E-05x^2 + 0,0615x - 4,3645$	$y = -3E-05x^2 + 0,0779x - 6,4107$
KW_2	$y = -3E-06x^2 + 0,0087x - 0,9625$	$y = -8E-06x^2 + 0,0184x - 1,3109$	$y = -9E-06x^2 + 0,0237x - 1,9467$
KW_3	$y = -1E-05x^2 + 0,0263x + 15,762$	$y = -2E-05x^2 + 0,0177x + 68,114$	$y = -4E-05x^2 + 0,0825x + 2,0277$
K_1	$y = -4E-06x^2 + 0,0125x + 21,291$	$y = -2E-05x^2 + 0,0393x + 23,337$	$y = -3E-05x^2 + 0,0617x + 14,102$
K_2	$y = 3E-06x^2 - 0,0046x + 23,132$	$y = -3E-06x^2 + 0,0049x + 25,515$	$y = -6E-06x^2 + 0,0155x + 17,752$
K_3	$y = -6E-06x^2 + 0,0096x + 40,206$	$y = -1E-05x^2 - 0,0038x + 95,266$	$y = -3E-05x^2 + 0,0671x + 22,104$
$\bar{\tau}$	$y = 0,0003x^2 + 0,389x - 50,123$	$y = 0,0001x^2 + 0,78x - 56,465$	$y = -5E-05x^2 + 0,6528x - 37,888$
$\bar{\tau}_1$	$y = 4E-05x^2 + 0,0647x + 14,495$	$y = 3E-06x^2 + 0,026x + 8,1241$	$y = -4E-05x^2 + 0,3388x - 10,543$
P_b	0	$y = -6E-07x^2 + 0,0014x + 0,1054$	$y = -6E-07x^2 + 0,0013x + 0,1963$
P_n	$y = -3E-07x^2 + 0,001x - 0,0516$	$y = -6E-07x^2 + 0,0014x + 0,1054$	$y = -6E-07x^2 + 0,0013x + 0,1017$
P_p	$y = -3E-07x^2 + 0,001x - 0,0516$	$y = -6E-07x^2 + 0,0014x + 0,1054$	$y = -5E-07x^2 + 0,0012x - 0,0078$
A	$y = 3E-09x^2 - 0,0003x + 0,9419$	$y = 1E-07x^2 - 0,0005x + 0,6902$	$y = 2E-07x^2 - 0,0007x + 1,0146$
P_{cs1}	$y = -1E-09x^2 + 2E-05x - 0,0019$	$y = -7E-09x^2 + 3E-05x - 0,0024$	$y = -5E-09x^2 + 2E-05x - 0,0025$
P_{cs2}	$y = -3E-10x^2 + 4E-06x - 0,0005$	$y = -2E-09x^2 + 8E-06x - 0,0007$	$y = -2E-09x^2 + 7E-06x - 0,0007$
P_{cs3}	$y = -3E-09x^2 + 2E-05x + 0,0073$	$y = -9E-09x^2 + 3E-05x + 0,0187$	$y = -9E-09x^2 + 3E-05x - 0,0005$

$x = B_o$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = -0,0015x + 0,4744$	$y = 0,58e^{-0,0084x}$	$y = 0,8394e^{-0,0037x}$
KUZ	$y = -0,0001x^2 + 0,0497x + 10,066$	$y = -0,0004x^2 + 0,1214x + 6,6996$	$y = -9E-05x^2 + 0,0372x + 7,3356$
KB_1	$y = -0,0005x^2 + 0,1228x + 0,4738$	$y = -0,001x^2 + 0,2185x + 2,2489$	$y = -6E-05x^2 + 0,0636x + 0,4786$
KB_2	$y = -0,0003x^2 + 0,0811x + 4,7032$	$y = -0,0005x^2 + 0,119x + 9,3538$	$y = 3E-05x^2 + 0,0437x + 6,476$
KB_3	$y = -0,0003x^2 + 0,0753x + 1,1071$	$y = -0,0008x^2 + 0,1556x + 3,0078$	$y = -0,0001x^2 + 0,056x + 1,1924$
KW_1	$y = 0,0024x^2 - 0,2787x + 20,924$	$y = 0,0032x^2 - 0,5387x + 34,61$	$y = 0,0011x^2 - 0,2559x + 44,06$
KW_2	$y = 0,0007x^2 - 0,0816x + 6,1645$	$y = 0,001x^2 - 0,1629x + 10,428$	$y = 0,0003x^2 - 0,0719x + 13,042$
KW_3	$y = -0,003x^2 + 0,7881x + 23,937$	$y = -0,0067x^2 + 1,4686x + 52,688$	$y = -0,0005x^2 + 0,469x + 37,794$
K_1	$y = 0,0017x^2 - 0,1085x + 31,958$	$y = 0,0018x^2 - 0,205x + 44,19$	$y = 0,0009x^2 - 0,1592x + 52,739$
K_2	$y = 0,0003x^2 + 0,0469x + 21,428$	$y = 7E-05x^2 + 0,0712x + 27,112$	$y = 0,0003x^2 + 0,0049x + 27,719$
K_3	$y = -0,0034x^2 + 0,9107x + 35,605$	$y = -0,0079x^2 + 1,7393x + 63,027$	$y = -0,0007x^2 + 0,558x + 47,187$
$\bar{\tau}$	$y = 0,0052x^2 - 2,7838x + 639,42$	$y = 0,0111x^2 - 4,9672x + 885,02$	$y = -0,0036x^2 + 0,3974x + 559,9$
$\bar{\tau}_1$	$y = 0,0334x^2 - 4,1255x + 333,12$	$y = 0,0361x^2 - 5,7033x + 278,83$	$y = 0,0463x^2 - 8,0799x + 406,09$
P_b	0	$y = 1E-05x^2 - 0,0049x + 0,8838$	$y = 8E-07x^2 - 0,0009x + 0,8219$
P_n	$y = 5E-06x^2 - 0,0027x + 0,6394$	$y = 1E-05x^2 - 0,0049x + 0,8838$	$y = 5E-07x^2 - 0,0011x + 0,7895$
P_p	$y = 5E-06x^2 - 0,0027x + 0,6394$	$y = 1E-05x^2 - 0,0049x + 0,8838$	$y = -1E-06x^2 - 0,0012x + 0,7074$
A	$y = 8E-06x^2 - 0,0032x + 0,6776$	$y = 1E-05x^2 - 0,0038x + 0,3791$	$y = -3E-06x^2 - 0,0018x + 0,5502$
P_{cs1}	$y = 3E-06x^2 - 0,0002x + 0,0156$	$y = 3E-06x^2 - 0,0003x + 0,021$	$y = 4E-07x^2 - 4E-05x + 0,0173$
P_{cs2}	$y = 8E-07x^2 - 7E-05x + 0,0046$	$y = 9E-07x^2 - 1E-04x + 0,0063$	$y = 1E-07x^2 - 9E-06x + 0,0051$
P_{cs3}	$y = -1E-06x^2 + 0,0007x + 0,0147$	$y = -2E-06x^2 + 0,0018x + 0,0202$	$y = 3E-07x^2 + 0,0003x + 0,0138$

$x = B_p$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 22,403x^{-0,828}$	$y = 10,607x^{-0,6135}$	$y = 26,194x^{-0,7368}$
KUZ	$y = 3,904\text{Ln}(x) - 6,5822$	$y = 3,5796\text{Ln}(x) - 8,4008$	$y = 3,5751\text{Ln}(x) - 8,689$
KB_1	$y = 124,2x^{-0,928}$	$y = -1,3201\text{Ln}(x) + 10,128$	$y = 1679,6x^{-1,4906}$
KB_2	$y = 2930,7x^{-1,3629}$	$y = 679,19x^{-0,8732}$	$y = 4819,7x^{-1,3407}$
KB_3	$y = 149,29x^{-0,9621}$	$y = -1,351\text{Ln}(x) + 10,328$	$y = 2914,3x^{-1,5406}$
KW_1	$y = 2E+06x^{-2,408}$	$y = 6469,3x^{-1,1141}$	$y = 45766x^{-1,4584}$
KW_2	$y = 724781x^{-2,4437}$	$y = 1900,4x^{-1,1105}$	$y = 13512x^{-1,4566}$
KW_3	$y = 6401,6x^{-1,1601}$	$y = -21,357\text{Ln}(x) + 159,91$	$y = 47918x^{-1,4511}$
K_1	$y = 48,901x^{-0,1271}$	$y = 151,19x^{-0,2875}$	$y = 260,79x^{-0,384}$
K_2	$y = 4E-06x^2 - 0,0052x + 21,667$	$y = 50,741x^{-0,1413}$	$y = 54,297x^{-0,1662}$
K_3	$y = 114,77x^{-0,2367}$	$y = 515,08x^{-0,411}$	$y = 319,77x^{-0,4116}$
$\bar{\tau}$	$y = 709,22e^{-0,0032x}$	$y = 0,0003x^2 - 0,8844x + 912,62$	$y = 0,0001x^2 - 0,5624x + 633,71$
$\bar{\tau}_1$	$y = 2262,2x^{-0,6322}$	$y = 38,179e^{-0,0006x}$	$y = 231,12\text{Ln}(x) - 697,71$
P_b	0	$y = 0,904e^{-0,001x}$	$y = 0,9035e^{-0,001x}$
P_n	$y = 0,7067e^{-0,0032x}$	$y = 0,904e^{-0,001x}$	$y = 0,8854e^{-0,0015x}$
P_p	$y = 0,7067e^{-0,0032x}$	$y = 0,904e^{-0,001x}$	$y = 0,7946e^{-0,0024x}$
A	$y = 0,1294\text{Ln}(x) + 0,1042$	$y = 0,2228\text{Ln}(x) - 0,6353$	$y = 0,1742\text{Ln}(x) - 0,2361$
P_{cs1}	$y = 0,0146e^{-0,0032x}$	$y = 0,0184e^{-0,001x}$	$y = 0,0184e^{-0,0015x}$
P_{cs3}	$y = 0,0953x^{-0,332}$	$y = 0,0375e^{-0,0003x}$	$y = 0,0199e^{-0,0015x}$
P_{cs2}	$y = 0,0045e^{-0,0033x}$	$y = 0,0055e^{-0,001x}$	$y = 0,0055e^{-0,0015x}$

$x = I_0$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,665$	$y = 0,577$	$y = 0,83$
KUZ	$y = 22,767$	$y = 7,7928$	$y = 7,6068$
KB_1	$y = 1,8203$	$y = 4,2373$	$y = 1,2829$
KB_2	$y = 1,8203$	$y = 10,425$	$y = 7,0129$
KB_3	$y = 1,7175$	$y = 4,3124$	$y = 1,824$
KW_1	$y = 0$	$y = 29,497$	$y = 41,198$
KW_2	$y = 0$	$y = 8,878$	$y = 12,497$
KW_3	$y = 17,679$	$y = 65,358$	$y = 43,662$
K_1	$y = 25,252$	$y = 42,102$	$y = 50,915$
K_2	$y = 25,252$	$y = 27,672$	$y = 27,945$
K_3	$y = 42,828$	$y = 78,039$	$y = 53,92$
$\bar{\tau}$	$y = 0$	$y = 837,25$	$y = 554$
$\bar{\tau}_1$	$y = 2E-6$	$y = 37,886$	$y = 286,57$
P_b	$y = -4E-08x + 2E-06$	$y = 0,8366$	$y = 0,8147$
P_n	0	$y = 0,8366$	$y = 0,7815$
P_p	0	$y = 0,8366$	$y = 0,695$
A	$y = 0,909$	$y = 3455$	$y = 0,5252$

$x = k$	Struktura niezawodnościowa
	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI
P_b	$y = 0,8158$
P_n	$y = -0,0061x^2 + 0,0638x + 0,6483$
P_p	$y = 0,7036$
A	$y = -0,0165x^2 + 0,026x + 0,5997$
P_{cs1}	$y = -0,0002x^2 + 0,0027x + 0,0108$
P_{cs2}	$y = -5E-05x^2 + 0,0007x + 0,0032$
P_{cs3}	$y = 0,0016x^2 - 0,0054x + 0,0194$

$x = k_b$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KB_1	$y = 0,0842x$	$y = 0,2117x - 3E-14$	$y = 0,0634x + 2E-14$
KB_2	$y = 0,2739x - 0,0401$	$y = 0,522x - 0,0094$	$y = 0,3516x + 0,0514$
KB_3	$y = 0,0873x - 0,0254$	$y = 0,2155x + 0,0176$	$y = 0,0913x + 0,0555$
K_1	$y = 0,0842x + 28,834$	$y = 0,2117x + 38,016$	$y = 0,0634x + 50,119$
K_2	$y = 0,2739x + 16,318$	$y = 0,522x + 17,229$	$y = 0,3518x + 20,997$
K_3	$y = 0,0865x + 41,996$	$y = 0,2153x + 73,948$	$y = 0,0919x + 52,303$

$x = k_o$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,0005x + 2E-16$	$y = 0,0006x - 3E-16$	$y = 0,0008x + 9E-16$
K_1	$y = 30,048e^{2E-05x}$	$y = 41,674e^{1E-05x}$	$y = 50,564e^{2E-05x}$
K_2	$y = 21,322e^{2E-05x}$	$y = 27,123e^{2E-05x}$	$y = 27,18e^{3E-05x}$
K_3	$y = 43,135e^{1E-05x}$	$y = 77,669e^{6E-06x}$	$y = 0,0008x + 53,291$

$x = k_u$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KUZ	$y = 10,496x + 2E-14$	$y = 7,8043x - 5E-15$	$y = 7,6822x$
K_1	$y = 10,496x + 20,022$	$y = 7,8043x + 34,445$	$y = 7,6822x + 43,706$
K_2	$y = 10,495x + 11,337$	$y = 7,8021x + 19,9$	$y = 7,6098x + 20,478$
K_3	$y = 10,44x + 33,19$	$y = 7,7237x + 70,45$	$y = 7,7003x + 46,417$

$x = k_w$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KW_1	$y = 0,0002x - 2E-13$	$y = 0,0003x - 3E-13$	$y = 0,0004x$
KW_2	$y = 5E-05x - 0,0955$	$y = 9E-05x + 0,2422$	$y = 0,0001x - 0,1548$
KW_3	$y = 0,0003x + 0,6836$	$y = 0,0007x - 0,4906$	$y = 0,0004x + 1,027$
K_1	$y = 0,0002x + 12,65$	$y = 0,0003x + 12,614$	$y = 0,0004x + 9,7771$
K_2	$y = 5E-05x + 16,356$	$y = 9E-05x + 19,068$	$y = 0,0001x + 15,366$
K_3	$y = 0,0003x + 13,392$	$y = 0,0007x + 12,205$	$y = 0,0004x + 11,361$

$x = n$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 0,0063x + 0,4409$	$y = 0,0079x + 0,5363$	$y = 0,0123x + 0,7602$
KUZ	$y = 8,7709e^{0,0415x}$	$y = 6,495e^{0,0346x}$	$y = 6,63e^{0,0266x}$
KB_1	$y = 0,0006x^2 - 0,0072x + 1,7045$	$y = 0,0361x + 4,0554$	$y = -0,0017x^2 + 0,0686x + 1,0261$
KB_2	$y = -0,0008x^2 - 0,0961x + 5,9339$	$y = 0,0003x^2 - 0,0636x + 10,738$	$y = -0,0027x^2 - 0,0318x + 7,3052$
KB_3	$y = 0,0004x^2 - 0,0076x + 1,7734$	$y = 0,0313x + 4,1536$	$y = -0,0011x^2 + 0,0268x + 1,7326$
KW_1	$y = -0,0021x^2 - 0,5042x + 20,336$	$y = -0,4402x + 31,718$	$y = -0,0125x^2 - 0,4226x + 43,466$
KW_2	$y = -0,0006x^2 - 0,1528x + 6,1196$	$y = 5E-05x^2 - 0,1338x + 9,5378$	$y = -0,0036x^2 - 0,1331x + 13,037$
KW_3	$y = 0,0021x^2 - 0,4534x + 33,058$	$y = -0,0004x^2 + 0,0094x + 65,342$	$y = -0,02x^2 + 0,0646x + 43,964$
K_1	$y = 0,0126x^2 - 0,2233x + 31,444$	$y = 0,0177x^2 - 0,5027x + 44,088$	$y = -0,0035x^2 - 0,3747x + 52,735$
K_2	$y = 0,0128x^2 + 0,0392x + 21,457$	$y = 0,0172x^2 - 0,2722x + 28,48$	$y = 0,0044x^2 - 0,1856x + 28,586$
K_3	$y = 0,0165x^2 - 0,1729x + 44,235$	$y = 0,0164x^2 - 0,0313x + 77,686$	$y = -0,0105x^2 + 0,0707x + 53,94$
$\bar{\tau}$	$y = 0,1468x^2 - 26,831x + 741,39$	$y = 0,2905x^2 - 27,604x + 969,15$	$y = -0,0598x^2 - 12,403x + 628,36$
$\bar{\tau}_1$	$y = 0,0247x^2 - 4,4779x + 146,43$	$y = 0,0097x^2 - 0,9189x + 42,277$	$y = -0,0493x^2 - 4,7733x + 311,58$
P_b	0	$y = 0,0003x^2 - 0,0276x + 0,9688$	$y = -0,0002x^2 - 0,0053x + 0,848$
P_n	$y = 0,0004x^2 - 0,0319x + 0,7532$	$y = 0,0003x^2 - 0,0276x + 0,9688$	$y = -0,0002x^2 - 0,0046x + 0,8116$
P_p	$y = 0,0004x^2 - 0,0319x + 0,7532$	$y = 0,0003x^2 - 0,0276x + 0,9688$	$y = -0,0003x^2 - 0,0034x + 0,7252$
A	$y = 7E-05x^2 + 0,0068x + 0,6119$	$y = -1E-05x^2 + 0,0052x + 0,3201$	$y = 0,0002x^2 + 0,0037x + 0,5014$
P_{cs1}	$y = 4E-06x^2 - 0,0006x + 0,0153$	$y = 6E-06x^2 - 0,0006x + 0,0198$	$y = -1E-06x^2 - 0,0004x + 0,0186$
P_{cs2}	$y = 1E-06x^2 - 0,0002x + 0,0046$	$y = 2E-06x^2 - 0,0002x + 0,0059$	$y = -3E-07x^2 - 0,0001x + 0,0056$
P_{cs3}	$y = 6E-06x^2 - 0,0006x + 0,0248$	$y = 6E-06x^2 - 0,0006x + 0,0407$	$y = -5E-06x^2 - 0,0002x + 0,0188$

$x = Q$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregową	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KOZ	$y = 9,2542x^{-0,8033}$	$y = -0,0135x + 1,0208$	$y = 9,2043x^{-0,7117}$
KUZ	$y = 0,0034x^2 + 0,2072x - 0,0148$	$y = 0,0072x^2 - 0,0774x + 3,0175$	$y = 0,0034x^2 + 0,1762x - 0,8249$
KB_1	$y = 5,0435x^{-0,3047}$	$y = -0,0012x^2 + 0,1174x + 1,826$	$y = 20,814x^{-0,7994}$
KB_2	$y = 0,004x^2 - 0,2758x + 6,9349$	$y = 0,0017x^2 - 0,1774x + 14,121$	$y = 0,0044x^2 - 0,3877x + 14,492$
KB_3	$y = 4,048x^{-0,2502}$	$y = -0,001x^2 + 0,099x + 2,2555$	$y = 12,394x^{-0,558}$
KW_1	$y = 0,0124x^2 - 0,9275x + 19,882$	$y = 0,0139x^2 - 1,3981x + 58,436$	$y = -0,0116x^2 + 0,0311x + 52,868$
KW_2	$y = 0,0037x^2 - 0,2723x + 5,855$	$y = 0,0042x^2 - 0,4202x + 17,513$	$y = -0,0034x^2 + 0,0019x + 16,038$
KW_3	$y = 0,0318x^2 - 2,1386x + 52,884$	$y = 65,15$	$y = 0,0348x^2 - 3,1992x + 107,1$
K_1	$y = 0,0225x^2 - 1,166x + 28,885$	$y = 0,0202x^2 - 1,3853x + 64,419$	$y = 0,002x^2 - 0,5311x + 66,247$
K_2	$y = 0,0147x^2 - 0,5896x + 17,222$	$y = 0,0134x^2 - 0,7022x + 35,791$	$y = 0,0086x^2 - 0,5004x + 34,901$
K_3	$y = 0,0409x^2 - 2,3171x + 61,005$	$y = 0,0064x^2 + 0,0065x + 71,562$	$y = 0,0461x^2 - 3,6036x + 118,54$
$\bar{\tau}$	$y = 78,557x^{-0,4316}$	$y = 840,08$	$y = 157,9\ln(x) + 25,289$
$\bar{\tau}_1$	$y = 0,0648x^2 - 4,9702x + 131,85$	$y = 709,82x^{-0,8583}$	$y = 286$
P_b	$y = -0,0469\ln(x) + 0,6776$	$y = 0,8351$	$y = 0,0001x^2 - 0,0095x + 0,9763$
P_n	$y = 0,0003x^2 - 0,02x + 0,4151$	$y = 0,8351$	$y = 6E-05x^2 - 0,0049x + 0,8762$
P_p	$y = 0,0003x^2 - 0,02x + 0,4151$	$y = 0,8351$	$y = -0,0002x^2 + 0,0144x + 0,5152$
A	$y = -0,0002x^2 + 0,0154x + 0,6046$	$y = -0,0002x^2 + 0,0153x + 0,0299$	$y = -0,0002x^2 + 0,018x + 0,1577$
P_{cs1}	$y = 1E-05x^2 - 0,0009x + 0,0183$	$y = 0,512x^{-0,9993}$	$y = 1E-05x^2 - 0,0012x + 0,0435$
P_{cs2}	$y = 7E-06x^2 - 0,0005x + 0,0091$	$y = 0,1531x^{-0,9986}$	$y = 3E-06x^2 - 0,0004x + 0,0129$
P_{cs3}	$y = 4E-05x^2 - 0,0028x + 0,0523$	$y = 0,4016x^{-0,6903}$	$y = 5E-05x^2 - 0,0038x + 0,0837$

$x = \tau$	Struktura niezawodnościowa		
	Równoległa	Szeregowa	Progowa
	RÓWNANIE REGRESJI		
KB_1	$y = -2E-07x^2 + 0,0025x + 0,5769$	$y = -4E-08x^2 + 0,0004x + 0,2189$	$y = -6E-07x^2 + 0,0051x + 0,1996$
KB_2	$y = -7E-08x^2 + 0,0007x + 5,1547$	$y = -1E-08x^2 + 0,0001x + 0,9818$	$y = -3E-07x^2 + 0,0021x + 5,8095$
KB_3	$y = -2E-07x^2 + 0,0017x + 0,9313$	$y = -3E-08x^2 + 0,0003x + 0,2749$	$y = -3E-07x^2 + 0,0031x + 0,6104$
KW_1	$y = 34,774e^{-0,001x}$	$y = 61,903e^{-0,0011x}$	$y = 3E-06x^2 - 0,0227x + 40,944$
KW_2	$y = 1E-06x^2 - 0,0105x + 17,56$	$y = 7E-06x^2 - 0,0518x + 81,27$	$y = 8E-07x^2 - 0,0068x + 12,245$
KW_3	$y = 5E-06x^2 - 0,0406x + 76,799$	$y = 77,792e^{-0,0004x}$	$y = 2E-06x^2 - 0,0154x + 45,374$
K_1	$y = 106,8x^{-0,2138}$	$y = 929,6x^{-0,5338}$	$y = 430,75x^{-0,3851}$
K_2	$y = 34,442x^{-0,0779}$	$y = 80,804x^{-0,2509}$	$y = 69,304x^{-0,1639}$
K_3	$y = 305,41x^{-0,3112}$	$y = 2471,7x^{-0,5625}$	$y = 364,41x^{-0,3153}$
P_{cs1}	$y = 0,0213e^{-0,001x}$	$y = 0,0285e^{-0,001x}$	$y = -0,0063\ln(x) + 0,0521$
P_{cs2}	$y = 1E-09x^2 - 7E-06x + 0,0124$	$y = 4E-09x^2 - 3E-05x + 0,047$	$y = 4E-10x^2 - 3E-06x + 0,0057$
P_{cs3}	$y = 1,6198x^{-0,6913}$	$y = 4,0472x^{-0,7494}$	$y = 0,9238x^{-0,6465}$