

Wojciech Bijak
Szkółka Główna Handlowa

ROZSZERZONY MARGINES WYPŁACALNOŚCI JAKO MIARA ZAGROŻENIA NIEWYPŁACALNOŚCIĄ ZAKŁADÓW UBEZPIECZEŃ NIE NA ŻYCIE

1. Wstęp

W krajach Unii Europejskiej przygotowywana jest reforma systemu monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń, w ramach której realizowany jest program „Wypłacalność II”. Przed programem „Wypłacalność II” postawiono m.in. następujące cele (por. [4]):

- dostarczenie narzędzi do określania całkowitej wypłacalności (*overall solvency*) zakładu ubezpieczeń w aspekcie zarówno ilościowym, jak i jakościowym,
- wprowadzenie podejścia zorientowanego na pomiar i zarządzanie ryzykiem zakładu ubezpieczeń, dopuszczając m.in. stosowanie wewnętrznych modeli oceny ryzyka,
- wprowadzenie zasady określania poziomu wymaganego kapitału wypłacalności (*solvency capital requirement* – SCR) i jego minimalnej wartości.

Niniejszy artykuł ma na celu przedstawienie modelu służącego określaniu ryzyka działalności zakładu ubezpieczeń oraz skonstruowanego na jego podstawie miernika wypłacalności – rozszerzonego marginesu wypłacalności. Zaprezentowane podejście pozwala na sformułowanie wniosku, że niektóre cele programu „Wypłacalność II” mogą być osiągnięte za pomocą stosunkowo prostych narzędzi.

Rozważania i przykłady empiryczne ograniczone zostały do zakładów ubezpieczeń prowadzących działalność w formie spółki akcyjnej w zakresie ubezpieczeń majątkowych i osobowych nie na życie (dział II). Analizie poddano sprawozdania finansowe z lat 1995-2002 opublikowane w „Monitorze Polskim B”. Dane finansowe z tego okresu są porównywalne ze względu na stabilne zasady rachunkowości dotyczące zakładów ubezpieczeń.

W kolejnych częściach artykułu omówiono: podstawowe pojęcia i definicje związane z problematyką wypłacalności zakładów ubezpieczeń, model marginesu wypłacalności, model rozszerzonego marginesu wypłacalności w odniesieniu do

zakładów ubezpieczeń nie na życie, kierunki rozwoju rozszerzonego marginesu wypłacalności, część końcowa zawiera zaś podsumowanie rozważań i wnioski.

W artykule wprowadzono oryginalną koncepcję skali bezpieczeństwa, funkcji wiążącej ryzyko zakładu z wielkością zapotrzebowania na kapitał. Skala bezpieczeństwa pozwala m.in. na indywidualizację wymogów kapitałowych w odniesieniu do konkretnego zakładu ubezpieczeń.

2. Podstawowe pojęcia i definicje

Wypłacalność zakładów ubezpieczeń obejmuje wszystkie aspekty ich działania i w związku z tym jest trudna do zdefiniowania i do kwantyfikacji (por. [7]). Z punktu widzenia operacyjnego bardziej istotne jest wystąpienie stanu zagrożenia niewypłacalnością. Zidentyfikowanie stanu zagrożenia niewypłacalnością powinno umożliwiać podejmowanie przez odpowiednie podmioty (np. zarządy zakładów ubezpieczeń, organy nadzoru, agencje ratingowe, klientów) określonych decyzji i działań.

Stan zagrożenia niewypłacalnością można zdefiniować jako stan zakładu ubezpieczeń, w którym arbitralnie przyjęty przez zakład ubezpieczeń, określony w przepisach prawa lub przyjęty przez podmiot oceniający wypłacalność zakładu ubezpieczeń miernik wypłacalności (np. margines wypłacalności, kapitał obciążony ryzykiem, prawdopodobieństwo ruiny, stopień pokrycia rezerw aktywami dopasowanymi, ocena jakości zarządzania) przekracza dopuszczalną granicę.

Na potrzeby badania wypłacalności konstruowany jest zwykle miernik zagrożenia niewypłacalnością (*MZN*) w postaci ilorazu¹

$$MZN(t+1) = \frac{\text{dostępny kapitał}}{\text{wymagany kapitał}(t+1)},$$

lub badany jest warunek

$$\text{dostępny kapitał}_t > \text{wymagany kapitał}(t+1).$$

Dostępny kapitał w momencie t stanowi bufor bezpieczeństwa, wymagany kapitał na okres $t+1$ określa zaś przewidywany poziom ryzyka działalności zakładu ubezpieczeń, mierzony zapotrzebowaniem na kapitał zabezpieczający wypłacalność.

Wspólną podstawą wszystkich systemów monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń jest dostępny kapitał (środki własne), który stanowi bufor bezpieczeństwa absorbujący skutki finansowe wystąpienia niekorzystnych zjawisk w działalności zakładu.

¹ W dalszej części artykułu zmienna t oznacza czas mierzony w latach. Przyjęta została konwencja, że w przypadku zmiennej X , określającej stan, przez X , oznaczono wartość tej zmiennej w momencie t , natomiast w przypadku zmiennej X , określającej strumień, przez $X(t)$ oznaczono wartość tej zmiennej za okres t od momentu $t-1$ do momentu t .

Dostępny kapitał definiuje się jako aktywa zakładu ubezpieczeń z wyłączeniem aktywów przeznaczonych na pokrycie wszelkich przewidywalnych zobowiązań oraz z wyłączeniem wartości niematerialnych i prawnych.

W alternatywnych definicjach dostępny kapitał określany jest poprzez podanie listy dopuszczalnych instrumentów kapitałowych, dłużnych i hybrydowych oraz zakresu, w jakim poszczególne instrumenty mogą być zaliczone na poczet dostępnego kapitału. W przypadku takiej definicji dostępnego kapitału wyróżnia się zwykle kilka warstw (klas) instrumentów, w zależności od ich jakości. Często w odniesieniu do instrumentów należących do najniższej jakościowo warstwy wymagane jest otrzymanie zgody od organu nadzoru na zaliczenie danego instrumentu w poczet dostępnego kapitału.

Na potrzeby niniejszego artykułu przyjęto, że dostępny kapitał jest równy kapitałom własnym zakładu ubezpieczeń, pomniejszonym o wartości niematerialne i prawne oraz o akcje własne do zbycia oraz powiększonym o 50% należnych wpłat na poczet kapitału podstawowego. W dalszej części artykułu wysokość dostępnego kapitału w momencie t oznaczana będzie symbolem u_t .

Oprócz dostępnego kapitału istotną kategorią wszystkich systemów monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń jest wymagany kapitał w wysokości niezbędnej do zabezpieczenia działalności zakładu ubezpieczeń. Jest on funkcją przewidywanego poziomu ryzyka działalności zakładu ubezpieczeń w ustalonym okresie, przy czym zwykle przyjmuje się roczny horyzont czasowy. W dalszej części artykułu wysokość wymaganego kapitału w okresie $t+1$ oznaczana będzie symbolem $v(t+1)$.

Funkcja wiążąca wymagania kapitałowe z ryzykiem i zakresem działalności ubezpieczeniowej nazywana będzie w niniejszym artykule skalą bezpieczeństwa.

Ryzyko i zakres działalności ubezpieczeniowej można określić za pomocą różnych miar. Postać funkcyjna skali bezpieczeństwa zależeć więc będzie od przyjętych miar i założeń co do akceptowanego poziomu ryzyka niewypłacalności.

W ubezpieczeniach można przyjąć, że przewidywana składka (przypisana lub zarobiona, brutto lub na udziale własnym) stanowi dobre oszacowanie potencjalnego ryzyka i skali działalności ubezpieczeniowej. Przyjmijmy, że w momencie t wymagamy od zakładu ubezpieczeń, aby proporcja między prognozowaną składką zarobioną brutto w okresie $t+1$ oznaczoną przez $b(t+1)$ a wymaganym kapitałem w tym okresie $v(t+1)$ była na ustalonym poziomie

$$B \vee \frac{b(t+1)}{v(t+1)} = \beta. \quad (1)$$

Wartość parametru β może być stała lub zależna od przyjętych czynników ryzyka, w szczególności od składki zarobionej brutto lub prognozowanej jej wartości, zakresu reasekuracji, struktury portfela ubezpieczeniowego, formy prawnej zakładu itp.

Rozwiązania przyjęte w Dyrektywie Rady 73/239/EEC (por. [2]), zastosowane później w rozporządzeniu Ministra Finansów Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 17 października 1995 r. (por. [5]) wprowadziły skalę bezpieczeństwa dla spółek akcyjnych prowadzących działalność ubezpieczeniową w zakresie ubezpieczeń nie na życie (w dziale II) zależną od ryzyka mierzonego za pomocą składki zarobionej brutto b z ostatniego rocznego okresu sprawozdawczego, powiedzmy t , przemnożonej przez współczynnik reasekuracyjny H ($d(t) = b(t)H$) o postaci $\frac{d(t)}{v(t+1)} = \beta(d(t))$. Funkcja

$\beta(d(t))$ określona jest następująco:

$$\beta(d(t)) = \begin{cases} \frac{d(t)}{KG} & \text{dla } d(t) \leq \frac{KG}{0,18}, \\ \frac{1}{0,18} & \text{dla } \frac{KG}{0,18} \leq d(t) \leq H \times P_1, \\ \frac{d(t)}{0,18 \min\{d(t); H \times P_1\} + 0,16 \max\{0; d(t) - H \times P_1\}} & \text{dla } d(t) > H \times P_1, \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: H – współczynnik reasekuracyjny zależny od udziału reasekuratorów w odszkodowaniach należnych ($0,5 \leq H \leq 1$),

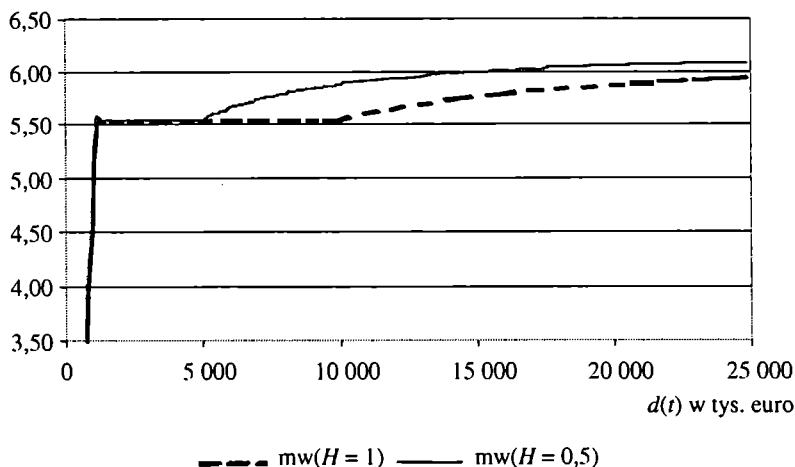
KG – minimalna wysokość kapitału gwarancyjnego równa, w zależności od grupy ubezpieczeń, 200 000, 300 000, 400 000 lub 1 400 000 euro,

P_1 – stała (wartość progowa) równa 10 000 000 euro.

Składka zarobiona brutto oraz reasekuracja wprowadzają indywidualizację skali bezpieczeństwa w odniesieniu do konkretnego zakładu ubezpieczeń.

Funkcja $\beta(d(t))$ jest funkcją niemalejącą posiadającą punkty sklepania $KG/0,18$ i $H \times P_1$ oraz asymptotą poziomą, niezależną od H , równą 6,25.

Przykładowe skale bezpieczeństwa przy $KG = 200\,000$ euro oraz $H = 1$ lub $H = 0,5$, określone wzorem (2), oznaczone odpowiednio jako $mw(H = 1)$, $mw(H = 0,5)$ przedstawione zostały na rys. 1. Wykresy skal $mw(H = 1)$ i $mw(H = 0,5)$ pokrywają się dla wartości $d(t)$ z przedziału $[0, 0,5P_1]$. Stała wartość $1/0,18 = 5,5(5)$ przyjmowana jest odpowiednio w przedziale $[KG/0,18, P_1]$ oraz $[KG/0,18, 0,5P_1]$.



Rys. 1. Przykładowe skale bezpieczeństwa przy różnych wartościach współczynnika H

Źródło: opracowanie własne.

3. Margines wypłacalności dla ubezpieczeń nie na życie

Przez model marginesu wypłacalności rozumiemy model wykorzystywany do określania zagrożenia niewypłacalnością zakładu ubezpieczeń, w którym:

- ryzyko i skala działalności zakładu mierzone są za pomocą składki ubezpieczeniowej,
- składka wyznaczana jest na podstawie przyjętej funkcji produkcji określającej normę działalności ubezpieczeniowej,
- skala bezpieczeństwa jest funkcją prognozowanej wartości składki.

Powszechnie znanym modelem marginesu wypłacalności jest model wykorzystywany w krajach Unii Europejskiej. W Polsce wielkość wymaganego kapitału określana jest mianem marginesu wypłacalności. W przypadku spółek akcyjnych prowadzących działalność ubezpieczeniową w zakresie ubezpieczeń nie na życie (w dziale II) margines wypłacalności (MW) określany jest jako:

$$MW(t+1) = \max\{MW1(t+1); MW2(t+1)\}, \quad (3)$$

gdzie: $MW1(t+1) = \max\{0, 18 \min\{d(t+1); H \times P_1\} + 0, 16 \max\{0; d(t+1) - H \times P_1\}\},$

$$MW2(t+1) = \max\{0, 26 \min\{z(t+1); H \times P_2\} + 0, 23 \max\{0; z(t+1) - H \times P_2\}\},$$

za prognozowaną wartość składki zarobionej brutto przemnożonej przez H przyjmuje się $d(t+1) = d(t)$, natomiast za prognozowaną wielkość odszkodowań na-

leżnych brutto x pomnożoną przez H przyjmuje się $z(t+1) = \frac{1}{3} \sum_{i=t-2}^t z(i)$ lub

$z(t+1) = \frac{1}{7} \sum_{i=t-6}^t z(i)$, P_2 oznacza stałą (wartość progową) równą 7 000 000 euro.

Zagrożenie niewypłacalnością określone jest na podstawie warunku:

$$SW > \max \left\{ \max \left\{ KG; \frac{MW}{3} \right\}, MW \right\}, \quad (4)$$

gdzie: SW – wysokość środków własnych.

Jeżeli warunek (4) jest spełniony, to przyjmuje się, że zakład ubezpieczeń nie jest zagrożony niewypłacalnością.

W dalszej części artykułu przedstawiono model teoretyczny, który w szczególnym przypadku przyjmuje postać modelu marginesu wypłacalności obowiązującego w krajach Unii Europejskiej. Inne teoretyczne uzasadnienie modelu marginesu wypłacalności obowiązującego w krajach Unii Europejskiej można znaleźć w pracy [3].

4. Model rozszerzonego marginesu wypłacalności dla ubezpieczeń nie na życie (RMW)

Działalność ubezpieczeniowa może być opisywana jako proces produkcyjny o odwróconym cyklu produkcji spełniający ustalone normy. Model marginesu wypłacalności korzysta z referencyjnego (zgodnego z ustaloną normą) procesu ubezpieczeniowego oraz z przyjętej skali bezpieczeństwa. Ryzyko działalności zakładu ubezpieczeń mierzone jest wartością kapitału potrzebnego do zabezpieczenia poziomu i zakresu działalności, określonego maksymalną wysokością składki, wynikającą z odchylenia się rzeczywistego przebiegu procesu od procesu referencyjnego.

Rozpatrzmy zakład ubezpieczeń prowadzący działalność ubezpieczeniową nie na życie w formie spółki akcyjnej, czyli podmiot gospodarczy nastawiony jest na generowanie zysków. Stan dostępnego kapitału (środków własnych) U_t w momencie t jest równy

$$U_t = U_{t-1} + F(t) - D(t) + U_N(t), \quad (5)$$

gdzie: $F(t)$ – wynik finansowy roku t ,

$D(t)$ – dywidendy wypłacone w roku t ,

$U_N(t)$ – nowy kapitał wniesiony w ciągu roku t .

Zmienne $D(t)$ oraz $U_N(t)$ mają charakter zmiennych decyzyjnych ustalanych przez odpowiednie organa zakładu ubezpieczeń².

Wynik finansowy roku t można przedstawić za pomocą następującej zależności:

$$F(t) = B(t) - X(t) - K(t) - O(t) - B_R(t) + X_R(t) + K_R(t) + I(t) - L(t), \quad (6)$$

gdzie: $B(t)$ – składka zarobiona brutto w roku t ,

$X(t)$ – odszkodowania należne brutto w roku t ,

$K(t)$ – koszty akwizycji i administracyjne w roku t ,

$O(t)$ – saldo pozostałych kosztów i przychodów technicznych w roku t ,

$B_R(t)$ – składka reasekuracyjna zarobiona w roku t ,

$X_R(t)$ – udział reasekuratorów w odszkodowaniach należnych w roku t ,

$K_R(t)$ – prowizje reasekuracyjne i udziały w zyskach reasekuratorów w roku t ,

$I(t)$ – przychody z inwestycji netto, z uwzględnieniem zmiany wartości aktywów i kosztów działalności lokacyjnej w roku t ,

$L(t)$ – saldo pozostałych kosztów i przychodów w roku t , m.in. strat i zysków nadzwyczajnych.

Ze wzoru (6) wynika, że wynik finansowy $F(t)$ nie uwzględnia opodatkowania. Wprowadzany model ma na celu stworzenie pewnych norm bezpieczeństwa działania zakładów ubezpieczeń i w związku z tym w dalszej części artykułu przyjmowane będzie założenie, że oczekiwany wynik finansowy może być przejściowo w krótkim okresie mniejszy od zera bądź równy zero. Oznacza to, że na potrzeby tych norm kwestie związane z opodatkowaniem zostały pominięte.

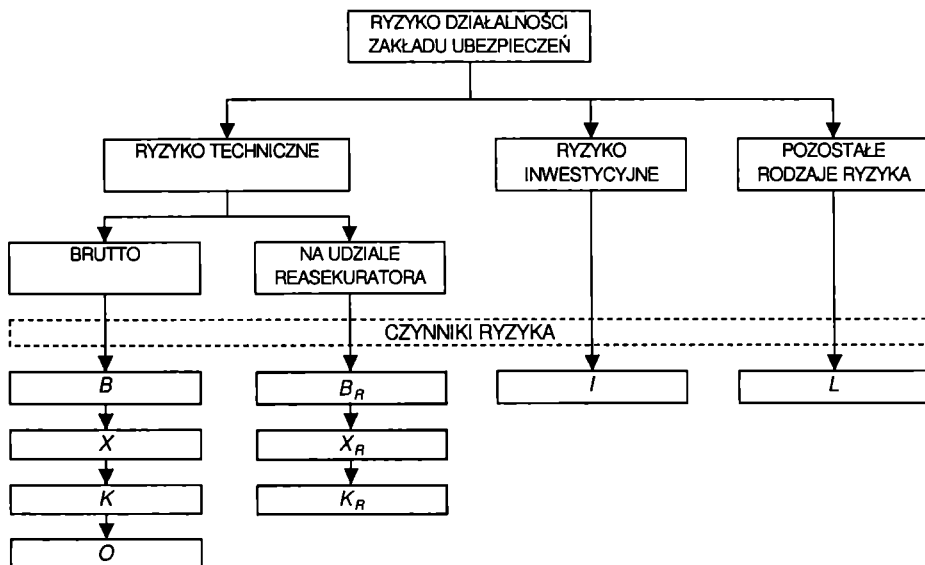
Z zależności (6) wynika, że na potrzeby rozszerzonego marginesu wypłacalności może być przyjęta taksonomia ryzyka przedstawiona na rys. 2.

Zależność (6) można zapisać równoważnie jako

$$B(t) = X(t) + K(t) + O(t) + B_R(t) - X_R(t) - K_R(t) - I(t) + L(t) + F(t). \quad (7)$$

Zależność (7) można uznać za równanie funkcji produkcji (działalności ubezpieczeniowej) o odwróconym cyklu produkcyjnym. Pokazuje ona, jakie koszty są pokrywane ze składki i jakie wielkości pozwalają na redukcję wysokości składki. Zmienna $F(t)$ ma charakter zmiennej bilansującej (wynikowej).

² W prezentowanej wersji modelu zmienne te zostały pominięte, tzn. przyjęto, że nie ma wypłaty dywidendy oraz że zapotrzebowanie na nowy kapitał wynika jedynie z warunków określających wypłacalność zakładu ubezpieczeń.



Rys. 2. Przyjęta taksonomia ryzyka w modelu RMW

Źródło: opracowanie własne.

Zmienne występujące w równaniu (7) są zmiennymi losowymi. Korzystając z własności operatora wartości oczekiwanej oraz oznaczając małymi literami z kreską wartości oczekiwane odpowiednich zmiennych losowych, równanie wartości oczekiwanej składki możemy zapisać jako:

$$\bar{b}(t) = \bar{x}(t) + \bar{k}(t) + \bar{o}(t) + \bar{b}_R(t) - \bar{x}_R(t) - \bar{k}_R(t) - \bar{i}(t) + \bar{l}(t) + \bar{f}(t). \quad (8)$$

Wprowadźmy następujące współczynniki:

$$\alpha_1 = \frac{\bar{x}(t)}{\bar{b}(t)}, \quad \alpha_2 = \frac{\bar{k}(t)}{\bar{b}(t)}, \quad \alpha_3 = \frac{\bar{o}(t)}{\bar{b}(t)}, \quad \alpha_4 = \frac{\bar{b}_R(t)}{\bar{b}(t)}, \quad \alpha_5 = \frac{\bar{x}_R(t)}{\bar{b}_R(t)}, \quad \alpha_6 = \frac{\bar{k}_R(t)}{\bar{b}_R(t)},$$

$$\alpha_7 = \frac{\bar{i}(t)}{\bar{b}_N(t)}, \quad \alpha_8 = \frac{\bar{l}(t)}{\bar{b}_N(t)}, \quad \alpha_9 = \frac{\bar{f}(t)}{\bar{b}_N(t)}.$$

Wielkość $\bar{b}_N(t) = E[B_N(t)] = E[B(t) - B_R(t)] = \bar{b}(t) - \bar{b}_R(t)$ oznacza wartość oczekiwaną zmiennej losowej $B_N(t) = B(t) - B_R(t)$, czyli składki zarobionej na udziale własnym.

Z postaci równania (8) wynika, że istnieje nieskończenie wiele układów współczynników $\alpha_1, \dots, \alpha_9$, przy których jest ono spełnione. Niech $\alpha_1, \dots, \alpha_9$ będą wartościami współczynników, przy którym zachodzi warunek (8) dla dowolnego ocze-

kiwanego poziomu składki zarobionej brutto $b(t)$, wówczas wektor o postaci $[1, \alpha_1, \dots, \alpha_9]$ nazywać będziemy procesem ubezpieczeniowym.

Na podstawie analiz teoretycznych i statystycznych można wyróżnić referencyjny proces ubezpieczeniowy, tzn. taki proces, do którego będą przyrównywane procesy ubezpieczeniowe charakteryzujące poszczególne zakłady ubezpieczeń w kolejnych latach działalności. Referencyjny proces ubezpieczeniowy określa warunki równowagi w ustalonym horyzoncie czasowym (np. rocznym), przy czym równowaga rozumiana jest jako osiąganie przez zakład ubezpieczeń oczekiwanego rezultatu mierzonego wynikiem finansowym. Na potrzeby analiz wypłacalności można założyć, że oczekiwany wynik finansowy może przejściowo być równy zero lub ujemny na poziomie akceptowanej straty ($\bar{f}(t) = 0$ lub $\bar{f}(t) = \gamma < 0$).

Oznaczmy referencyjny proces ubezpieczeniowy jako wektor

$$[1, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_9]. \quad (9)$$

Równanie (8) dla referencyjnego procesu ubezpieczeniowego można zapisać jako

$$\begin{aligned} b(t) = & b(t)[\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3] + \hat{\alpha}_4 b(t)[1 - \hat{\alpha}_5 - \hat{\alpha}_6] + \\ & + (1 - \hat{\alpha}_4)b(t)[\hat{\alpha}_7 - \hat{\alpha}_8] + (1 - \hat{\alpha}_4)b(t)\hat{\alpha}_9 \end{aligned} \quad (10)$$

lub w sposób równoważny jako:

$$\begin{aligned} b(t)[1 - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_3] - \hat{\alpha}_4 b(t)[1 - \hat{\alpha}_5 - \hat{\alpha}_6] + \\ + (1 - \hat{\alpha}_4)b(t)[\hat{\alpha}_7 - \hat{\alpha}_8] = (1 - \hat{\alpha}_4)b(t)\hat{\alpha}_9. \end{aligned} \quad (11)$$

Z warunku (11) wynika, że w procesie ubezpieczeniowym można wyróżnić proces ubezpieczeniowy brutto $[1, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3]$, proces reasekuracji $[1, \hat{\alpha}_5, \hat{\alpha}_6]$ powiązany z procesem ubezpieczeniowym współczynnikiem $\hat{\alpha}_4$. Podobnie można wyróżnić proces inwestycyjny i pozostałe procesy operacyjne³.

Oznaczmy, w celu uproszczenia dalszych wywodów, przez $y_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, 9$ odpowiednio wartości zmiennych $B(t)$, $X(t)$, $K(t)$, $O(t)$, $B_R(t)$, $X_R(t)$, $K_R(t)$, $I(t)$, $L(t)$, $F(t)$ charakteryzujących działalność badanego zakładu ubezpieczeń dla ustalonego okresu t .

Wektor $y(t) = [y_i(t)]$, $i = 0, 1, \dots, 9$ nazywać będziemy rzeczywistą działalnością zakładu ubezpieczeń w okresie t . Dowolny wektor $\hat{y}(t) = [\hat{y}_i(t)]$, $i = 0, 1, \dots, 9$,

³ W omawianym modelu w celu uproszczenia nie wyróżniono działalności inwestycyjnej i pozostałej operacyjnej w formie odrębnych procesów.

którego przynajmniej jedna współrzędna jest równa odpowiedniej współrzędnej wektora y , spełniający równanie (11), nazywać będziemy efektywną działalnością ubezpieczeniową. Efektywna działalność ubezpieczeniowa określa więc hipotetyczną działalność, która spełnia warunek równowagi określony przez referencyjny proces ubezpieczeniowy.

Efektywną działalność ubezpieczeniową można wyznaczyć na podstawie i -tej ($i = 0, 1, \dots, 9$) współrzędnej wektora $\hat{y}$. Przyjmijmy, że dla ustalonego i zachodzi $\hat{y}_i(t) = y_i(t)$. Korzystając z parametrów referencyjnego procesu ubezpieczeniowego, można wyznaczyć $\hat{y}_0(t) = \frac{\hat{y}_i(t)}{\hat{\alpha}_i}$, a następnie pozostałe współrzędne wektora $\hat{y}$.

Z równania (11) wynika, że w przypadku referencyjnego procesu ubezpieczeniowego warunki bezpieczeństwa działalności ubezpieczeniowej mogą być ustalone w oparciu na składce zarobionej brutto. Można przyjąć np. skalę bezpieczeństwa $\beta(y_0(t))$ określoną wzorem

$$\beta(y_0(t)) = A \frac{y_0(t) - C}{y_0(t) + B}, \quad (12)$$

gdzie wartości parametrów A , B , C ustalane są na podstawie warunków $A = \lim_{b(t) \rightarrow \infty} \beta(y_0(t)) = \frac{6,25}{G}$, $\beta(KG) = 1$, $\beta(P_1) = \frac{1}{0,18G}$, przy czym G oznacza udział składki zarobionej na udziale własnym w składce zarobionej brutto w okresie t .

Przyjmijmy założenie o stałości w czasie (w ustalonym horyzoncie czasowym) referencyjnego procesu ubezpieczeniowego oraz oznaczenie $\beta = \beta(y_0(t))$. Warunek równowagi dla efektywnej działalności ubezpieczeniowej w roku $t + 1$ przy prognozowanej składce zarobionej brutto $y_0(t+1) = v(t+1)\beta$ można zapisać w postaci równania

$$\begin{aligned} & v(t+1)\beta[1 - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_3] - v(t+1)\beta\hat{\alpha}_4[1 - \hat{\alpha}_5 - \hat{\alpha}_6] + \\ & + v(t+1)\beta(1 - \hat{\alpha}_4)[\hat{\alpha}_7 - \hat{\alpha}_8] = v(t+1)\beta(1 - \hat{\alpha}_4)\hat{\alpha}_9. \end{aligned} \quad (13)$$

Z definicji współrzędnych referencyjnego procesu ubezpieczeniowego otrzymuje się warunki określające zapotrzebowanie na kapitał, w zależności od poszczególnych zmiennych (czynników ryzyka):

$$v_0(t+1) = \frac{y_0(t+1)}{\beta}, \quad v_i(t+1) = \frac{y_i(t+1)}{\beta \hat{\alpha}_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad v_i(t+1) = \frac{y_i(t+1)}{\beta \hat{\alpha}_4 \hat{\alpha}_i}, \quad i = 5, 6, \\ v_i(t+1) = \frac{y_i(t+1)}{\beta(1-\hat{\alpha}_4)\hat{\alpha}_i}, \quad i = 7, 8.$$

Proces reasekuracji powoduje redukcję ryzyka technicznego zakładu ubezpieczeń. Przyjmując tę samą skalę bezpieczeństwa dla procesu ubezpieczeniowego i reasekuracyjnego oraz zasadę ostrożności (czyli zabezpieczanie przed najgorszym, co może się zdarzyć), zapotrzebowanie na kapitał można wyznaczyć z warunku określającego wysokość rozszerzonego marginesu wypłacalności (RMW), $v'(t+1)$:

$$v'(t+1) = \max\{v_i(t+1); i = 0, 1, 2, 3, 7, 8\} - \min\{v_i(t+1); i = 4, 5, 6\}. \quad (14)$$

Zakład ubezpieczeń uznany zostanie za zagrożony niewypłacalnością jeżeli:

$$v'(t+1) > u_i. \quad (15)$$

Z warunku (14) wynika, że w modelu marginesu wypłacalności istotną rolę odgrywają prognozy wartości poszczególnych zmiennych. Wydaje się, że najlepszym rozwiązaniem byłoby wykorzystanie prognoz wariantowych lub przedziałowych.

Wprowadzony Dyrektywą Rady 73/239/EEC do prawa europejskiego i rozporządzeniem Ministra Finansów z 17 października 1995 r. do prawa polskiego model marginesu wypłacalności wykorzystuje następujące elementy:

1) proces referencyjny⁴ $[1, \hat{\alpha}_1] = [1, 0, 7]$,

2) skalę bezpieczeństwa określoną wzorem (2),

3) czynniki określające zapotrzebowanie na kapitał równe $\frac{1}{\beta}, \frac{1}{\beta \hat{\alpha}_1}$,

4) reasekurację poprzez współczynnik H zależny od udziału reasekuratora w odszkodowaniach należnych,

5) naiwne prognozy składki i odszkodowań, tzn. $y_0(t+1) = y_0(t)$ oraz $y_1(t+1) = \frac{1}{3} \sum_{i=t-2}^t y_1(i)$ lub $y_1(t+1) = \frac{1}{7} \sum_{i=t-6}^t y_1(i)$, w zależności od ryzyka przyjmowanego do ubezpieczenia.

⁴ Z przepisów prawa wynika, że współczynnik $\hat{\alpha}_1$ przyjmuje wartości z przedziału prawostronnie otwartego o końcach w przybliżeniu równych 0,6914 i 0,6957. Jest to wynik zastosowanych zaokrągleń wartości parametrów skali bezpieczeństwa do dwóch miejsc po przecinku. Przy takiej dokładności otrzymuje się te same wartości parametrów, przyjmując $\hat{\alpha}_1 = 0,7$.

Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2002/13/EC (por. [1]) oraz rozporządzenie Ministra Finansów z 28 listopada 2003 r. (por. [6]) nie wprowadziły istotnych zmian kształtu skali bezpieczeństwa. Przesunięte zostały jedynie punkty sklejania i wartości progowe. Punkty sklejania i wartości progowe podlegają mechanizmowi indeksacji. Europejskie i polskie przepisy prawa wprowadziły dodatkowe czynniki pozwalające na indywidualizację skali bezpieczeństwa w zależności od składu portfela ubezpieczeniowego (czynnik składki i odszkodowań równy 1 lub 1,5, w zależności od grupy ubezpieczeń).

5. Empiryczny przykład wykorzystania RMW

Prezentowany przykład wykorzystania RMW bazuje na sprawozdaniach finansowych polskich zakładów ubezpieczeń (spółek akcyjnych) z lat 1995-2002, opublikowanych w „Monitorze Polskim B”. Do wyznaczenia referencyjnego procesu ubezpieczeniowego wykorzystane zostały dane dotyczące zakładów, które w dniu sprawozdania działały nie krócej niż 8 lat (referencyjny zbiór zakładów). Parametry referencyjnego procesu ubezpieczeniowego przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Parametry referencyjnego procesu ubezpieczeniowego

1	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	$\hat{\alpha}_7$	$\hat{\alpha}_8$	$\hat{\alpha}_9$
100%	73,4%	35,4%	1,1%	62,4%	69,0%	26,3%	13,9%	2,0%	-6,8%

Źródło: opracowanie własne.

Parametry przyjętej skali bezpieczeństwa określonej wzorem (12) przedstawione zostały w tab. 2. Prognozowane wartości zmiennych w roku 2003 ustalono na poziomie roku 2002 (prognoza naiwna).

Tabela 2. Parametry skali bezpieczeństwa

Rok	KG (w zł)	P_1 (w zł)	G	A	B	C
1995	674 175	33 708 730	0,5	12,5	2 269 499	428 868
1996	723 657	36 182 855	0,5	12,5	2 436 073	460 346
1997	768 054	38 402 722	0,5	12,5	2 585 530	488 589
1998	818 124	40 906 184	0,5	12,5	2 754 080	520 440
1999	833 780	41 689 000	0,5	12,5	2 806 784	530 400
2000	770 880	38 544 000	0,5	12,5	2 595 042	490 387
2001	704 380	35 219 000	0,5	12,5	2 371 180	448 083
2002	804 040	40 202 000	0,5	12,5	2 706 669	511 481

Źródło: opracowanie własne.

Zgodność ocen zagrożenia niewypłacalnością w roku 2003 uzyskanych na podstawie obowiązującego marginesu wypłacalności (MW) i rozszerzonego marginesu

wypłacalności (RMW) przedstawia tab. 3. Klasa zagrożenia 0 oznacza zakłady ubezpieczeń niezagrożone, natomiast klasa 1 – zagrożone niewypłacalnością.

Wyniki zaprezentowane w tab. 3 pokazują, że ocena zagrożenia niewypłacalnością zakładu ubezpieczeń dokonana za pomocą zaproponowanego RMW jest ostrzejsza niż za pomocą obowiązującego marginesu wypłacalności. Spowodowane to może być uwzględnieniem w modelu większej liczby czynników ryzyka oraz przyjęciem ostrzejszej skali bezpieczeństwa. Do zbioru spółek akcyjnych działających w latach 1995-2002 należą, oprócz zakładów ze zbioru referencyjnego, również zakłady działające krócej niż osiem lat. Zakłady młode mają w początkowym okresie wystarczające środki własne, co może tłumaczyć różnicę ok. 10 punktów procentowych między zakładami zaliczonymi do klasy 0 i podobnie do klasy 1 z wykorzystaniem MW i RMW.

Tabela 3. Zgodność ocen zagrożenia niewypłacalnością uzyskanych na podstawie MW i RMW

Wyszczególnienie	Metoda	Rozszerzony margines wypłacalności			
	zbiór zakładów	zbiór referencyjny		zbiór spółek akcyjnych w latach 1995-2002	
Metoda	klasa zagrożenia	0	1	0	1
Margines wypłacalności	0	59,7%	9,0%	68,9%	9,3%
	1	3,0%	28,4%	3,1%	18,7%

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Procent zakładów według czynników określających wysokość RMW

Zmienna	Zbiór referencyjny	Zbiór spółek akcyjnych w latach 1995-2002
Działalność ubezpieczeniowa		
<i>B</i>	14,9%	8,3%
<i>X</i>	20,9%	16,6%
<i>K</i>	14,9%	28,0%
<i>O</i>	0,0%	2,1%
Działalność inwestycyjna i pozostała operacyjna		
<i>I</i>	38,8%	37,8%
<i>L</i>	10,4%	7,3%
Reasekuracja		
<i>B_R</i>	1,5%	3,6%
<i>X_R</i>	50,7%	55,4%
<i>K_R</i>	47,8%	40,9%

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 4 przedstawiono rozkład liczby zakładów ubezpieczeń według czynników określających wysokość rozszerzonego marginesu wypłacalności.

6. Kierunki rozwoju RMW

Przedstawiony w artykule model rozszerzonego marginesu wypłacalności można uogólnić, uwzględniając kolejne czynniki ryzyka związane np. z portfelem ubezpieczeń i jego zróżnicowaniem produktowym i geograficznym, portfelem inwestycyjnym oraz różnymi aspektami działalności operacyjnej.

Przyjmijmy, że np. zakłady ubezpieczeń mogą prowadzić działalność w n grupach ubezpieczeń (krajach). Niech wektor $\vec{\omega} = [\vec{\omega}_1, \dots, \vec{\omega}_n]$ oznacza referencyjną strukturę składki zarobionej brutto w roku t według grup (krajów). Dla każdej grupy ubezpieczeń (kraju) j określmy skalę bezpieczeństwa $\beta_j(y_{0j}(t))$ jako funkcję składki zarobionej brutto w roku t w tej grupie oraz dla całego portfela ubezpieczeniowego o referencyjnej strukturze jako

$$\beta(y_0(t)) = \sum_{j=1}^n \vec{\omega}_j \beta_j(\vec{\omega}_j y_0(t)). \quad (16)$$

Dla grupy ubezpieczeń j ($j = 1, \dots, n$) określmy referencyjny proces ubezpieczeniowy brutto $[1, \hat{\alpha}_{1j}, \hat{\alpha}_{2j}, \hat{\alpha}_{3j}]$ oraz proces reasekuracji $[1, \hat{\alpha}_{5j}, \hat{\alpha}_{6j}]$ powiązany z procesem ubezpieczeniowym współczynnikiem $\hat{\alpha}_{4j}$. Współczynniki $\hat{\alpha}_{ij} = \frac{\bar{y}_{ij}}{\bar{y}_{0i}}$,

$i = 1, 2, 3, 4$, oraz $\hat{\alpha}_{ij} = \frac{\bar{y}_{ji}}{\bar{y}_{4i}}$, $i = 5, 6$, $j = 1, \dots, n$ spełniają warunki $\hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^n \vec{\omega}_j \hat{\alpha}_{ij}$.

Jeśli przyjmiemy założenie o stałości w czasie (w ustalonym horyzoncie czasowym) referencyjnego procesu ubezpieczeniowego dla wszystkich grup oraz że $\beta_j = \beta_j(\vec{\omega}_j(t) y_0(t))$, gdzie $\vec{\omega}_j$ oznacza udział składki zarobionej brutto w grupie j w składce zarobionej brutto ogółem w roku t dla badanego zakładu, to otrzymujemy, że w roku $t+1$ prognozowana składka zarobiona brutto w grupie ubezpieczeń j jest równa $y_{0j}(t+1) = v_j(t+1) \beta_j$.

Z definicji współrzędnych referencyjnego procesu ubezpieczeniowego dla poszczególnych grup ubezpieczeń otrzymuje się warunki określające zapotrzebowanie na kapitał w zależności od poszczególnych czynników ryzyka technicznego:

$$v_0(t+1) = \sum_{j=1}^n \frac{y_{0j}(t+1)}{\beta_j}, \quad v_i(t+1) = \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}(t+1)}{\beta_j \hat{\alpha}_{ij}}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad v_i(t+1) = \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}(t+1)}{\beta_j \hat{\alpha}_{4j} \hat{\alpha}_{ij}},$$

$i = 5, 6$ oraz inwestycyjnego i pozostałego ryzyka działalności $v_i(t+1) =$

$= \frac{y_i(t+1)}{\beta(1-\hat{\alpha}_4)\hat{\alpha}_i}$, $i = 7, 8$. Całkowite zapotrzebowanie na kapitał można wyznaczyć z warunku (14).

W analogiczny sposób można uogólnić model rozszerzonego marginesu wypłacalności, uwzględniając ryzyko związane z portfelem inwestycyjnym.

W poprzednich punktach artykułu przyjmowano, że skala bezpieczeństwa jest funkcją składki zarobionej brutto. Składka zarobiona brutto służyła do pomiaru ryzyka i skali działalności zakładu ubezpieczeń. Nie określała ona natomiast, jakie jest prawdopodobieństwo wystąpienia zagrożenia niewypłacalnością.

Do prognozowania prawdopodobieństwa wystąpienia niewypłacalności wykorzystajmy model dwumianowy, w którym zmienna objaśniana może przyjąć wartość 0, gdy nie przewiduje się wystąpienia zagrożenia niewypłacalnością, oraz wartość 1 w przeciwnym przypadku.

Niech $P(\mathbf{z}'(t)\gamma)$ oznacza prawdopodobieństwa wystąpienia niewypłacalności w okresie $t + 1$ zależne od wektora wartości zmiennych objaśniających $\mathbf{z}(t)$ oraz wektora parametrów γ . Przyjmijmy dalej, że

$$P(\mathbf{z}'(t)\gamma) = F[\mathbf{z}'(t)\gamma], \quad (17)$$

gdzie F oznacza dystrybuantę ustalonego rozkładu prawdopodobieństwa.

Niech $\tilde{P}$ oznacza wartość graniczną prawdopodobieństwa, na podstawie której podejmujemy decyzję o tym, czy występuje zagrożenie niewypłacalnością, czy też nie, stosując następującą regułę:

- jeżeli $P(\mathbf{z}'(t)\gamma) = F[\mathbf{z}'(t)\gamma] > \tilde{P}$, to przyjmujemy, że występuje zagrożenie niewypłacalnością,
- jeżeli $P(\mathbf{z}'(t)\gamma) = F[\mathbf{z}'(t)\gamma] \leq \tilde{P}$, to przyjmujemy, że nie występuje zagrożenie niewypłacalnością.

Wprowadzone prawdopodobieństwa można wykorzystać do modyfikacji skali bezpieczeństwa, przyjmując np., że:

$$\frac{y_0(t+1)}{v(t+1)} = \beta(y_0(t)) \frac{S[\mathbf{z}'(t)\gamma]}{1 - \tilde{P}}, \quad (18)$$

gdzie $S(\mathbf{z}'(t)\gamma) = 1 - F[\mathbf{z}'(t)\gamma]$.

W praktyce może wystąpić konieczność wprowadzenia maksymalnego poziomu zaostżenia oraz minimalnego poziomu złagodzenia wymagań kapitałowych.

7. Podsumowanie i wnioski

Wyniki zamieszczone w artykule pokazują, że można skonstruować wiele mierników zagrożenia niewypłacalnością, opierając się na modelu marginesu wypłacalności. Jest to wniosek dość optymistyczny, ponieważ pozwala spojrzeć na konstruowanie modeli metod i miar wypłacalności z punktu widzenia ich złożoności, kosztów i czasochłonności tworzenia i utrzymania.

Przeprowadzone rozważania wskazują na możliwość dokonania daleko idącej indywidualizacji w określaniu wypłacalności zakładów ubezpieczeń. Indywidualizacja wymagań kapitałowych może być również osiągnięta poprzez przyjęcie innej postaci funkcji produkcji i zastosowanie odpowiednich technik (wykorzystujących panelowy charakter danych) estymacji parametrów modeli.

Podstawowym celem konstruowania modeli, metod i miar wypłacalności jest wskazanie momentu, w którym potrzebna jest interwencja w działalność zakładu ubezpieczeń podjęta przez organy kierujące zakładem, nadzór ubezpieczeniowy lub potrzebne jest podjęcie stosownych działań przez podmioty oceniające zakład lub przez jego klientów. Osiąganie celu polegającego na określeniu rzeczywistego poziomu ryzyka działalności zakładu ubezpieczeń jest trudniejsze. Posługując się danymi publicznymi, łatwiej jest zrealizować pierwszy z wymienionych celów. Drugi cel, jeżeli jest możliwy do osiągnięcia, to można to zrobić jedynie w sposób przybliżony.

Literatura

- [1] Dyrektywa 2002/13/EC of the European Parliament and the Council of 5 March 2002, OJ.L.077, 20/03/2002, P. 0017-0022.
- [2] Dyrektywa 73/239/EEC of 24 July 1973, OJ.L. 228, 16/08/1973, P. 0003-0019.
- [3] Kastelijns, W.M., Rammerswaal J.C.M., *Solvency*, Surveys of Actuarial Studies nr 3, Nationale-Nederlanden N.V., Rotterdam 1986.
- [4] MARKT/2509/03. Design of a Future Prudential Supervisory System in the EU, Komisja Europejska, nota z dnia 3 marca 2003.
- [5] Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 17 października 1995 roku w sprawie sposobu wyliczenia i wysokości marginesu wypłacalności oraz minimalnej wysokości kapitału gwarancyjnego dla każdego rodzaju ubezpieczeń oraz dla działalności reasekuracyjnej, DzU 1995 nr 127, poz. 606.
- [6] Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 28 listopada 2003 roku w sprawie sposobu wyliczenia i wysokości marginesu wypłacalności oraz minimalnej wysokości kapitału gwarancyjnego dla działów i grup ubezpieczeń, DzU 2003 nr 211, poz. 2060.
- [7] Sharma P. (chairman), *Prudential Supervision of Insurance Undertakings*, Raport Konferencji Nadzorów Ubezpieczeń Krajów Członkowskich Unii Europejskiej, 2002.

EXTENDED SOLVENCY MARGIN AS A MEASURE OF THE INSOLVENCY RISK OF NON-LIFE INSURANCE COMPANIES

Summary

The law regulations in EU countries including Poland use the solvency margin as a basic measure of the insolvency risk of insurance companies. The solvency margin could be decomposed to a model and a scale of safety. Such decomposition gives a possibility to generalize the solvency margin concept and allows to take into consideration the different risk factors of insurance activity connected with e.g. the insurance portfolio and the investment portfolio. This paper concerns a concept of the extended solvency margin. A proposed method of the extended solvency margin (ESM) assessment allows us to consider the different technical, investment and other risk factors of insurance activity. The introduced concept of a scale of safety allows the operating risk of an insurance company to be expressed in terms of capital requirement. The risk of insolvency is analyzed in an annual time perspective.

The theoretical discussion is illustrated with an empirical example derived from non-life insurance companies operating as joint stock companies in Poland in the period 1995-2002.