

Na prawach rękopisu

INSTYTUT CYBERNETYKI TECHNICZNEJ
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport Serii PRE Nr 3/83

MODEL FORMALNY AUTOMATOWEGO ORGANU
STERUJĄCEGO AUTONOMICZNYM OBIEKTEM
LATAJĄCYM PRZY ZASTOSOWANIU AUTOMATU
PARAMETRYCZNEGO

(rozprawa doktorska)

Jacek Kluska

Promotor
doc.dr hab.inż.
Jan Kazimierzczak

Słowa kluczowe: autopilot, automat skończony, automat parametryczny,
obiekt latający, teoria gier wielochodowych, teoria
sterowania, teoria grafów

Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej
1983

SPIS TREŚCI

WSTĘP	7
1. AUTONOMICZNY OBIEKT LATAJĄCY JAKO SYSTEM Z ZACHOWANIEM CELOWYM	11
1.1. Cel działania obiektu	11
1.2. Model mnogościowy obiektu latającego	12
1.3. Model sterowania ruchem środka masy O.L.	15
1.3.1. Własności zbiorów występujących w opisie modelu	17
1.3.2. Interpretacja zasad przemieszczania się O.L. w przestrzeni	23
1.4. Problem sterowalności O.L.	24
1.4.1. Pojęcia i definicje	24
1.4.2. Twierdzenia rozstrzygające problem sterowalności	25
2. OPIS FORMALNY STEROWANIA OBIEKTEM	28
2.1. Charakterystyka zadań obiektu	28
2.2. Wpływ otoczenia na proces sterowania obiektem	29
2.2.1. Oddziaływanie otoczenia w dziedzinie B_1	29
2.2.2. Oddziaływanie otoczenia w dziedzinie B_2	30
2.3. Dekompozycja procesu sterowania	32
2.3.1. Optymalizacja procesu sterowania na poziomie zadań złożonych	33
2.3.2. Opis formalny zadań z klasy $\mathcal{X}^1$	40
2.3.3. Opis formalny zadań z klasy $\mathcal{X}^2$	51
2.3.4. Opis formalny zadań specjalnych	58
2.3.5. Opis formalny zadań elementarnych	58
2.4. Program lotu w ujęciu formalnym	67
3. STRUKTURA FUNKCJONALNA ORGANU STERUJĄCEGO Z WYKORZYSTANIEM AUTOMATU PARAMETRYCZNEGO	74
3.1. Wielopoziomowość i jej wpływ na strukturę organu sterującego	75
3.2. Funkcje urządzenia pamięciowego	77
3.3. Rola i funkcje układów kontroli stanu systemu	78
3.4. Zasady funkcjonowania organu sterującego	79
4. SYNTEZA ORGANU STERUJĄCEGO PRACUJĄCEGO NA ZASADZIE AUTOMATU PARAMETRYCZNEGO	81
4.1. Synteza automatów parametrycznych na poszczególnych poziomach sterowania	81

4.1.1. Synteza automatu $\langle N \rangle$	82
4.1.2. Synteza automatu $\langle K \rangle$	85
4.1.3. Synteza automatu $\langle A \rangle$	86
4.1.4. Synteza automatu $\langle P^f \rangle$ i $\langle P^+ \rangle$	89
4.2. Synteza układów kontroli stanu systemu	91
4.2.1. Synteza układu $\langle V^A \rangle$	92
4.2.2. Synteza układu $\langle V^K \rangle$	93
4.2.3. Charakterystyka układu $\langle V^N \rangle$	97
ZAKOŃCZENIE	99
LITERATURA	103
ZAŁĄCZNIK	108

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SYMBOLI I OZNACZEŃ

O.L.	- obiekt latający,
P.L.	- program lotu,
śr. masy	- środek masy,
UKSS	- układ kontroli stanu systemu,
$\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$	- funktory zdaniowe: koniunkcji, alternatywy, implikacji, równoważności,
$\forall, \exists$	- kwantyfikatory: ogólny, szczegółowy,
$\cap, \cup, \setminus$	- operacje mnogościowe: iloczynu, sumy, różnicy,
$\varphi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$	- odwzorowanie φ zbioru $\mathcal{A}$ w zbiór $\mathcal{B}$,
$\longleftrightarrow$	- symbol wzajemnie jednoznacznego przyporządkowania,
$a \in \mathcal{A} (a \notin \mathcal{A})$	- a jest (nie jest) elementem zbioru $\mathcal{A}$,
$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$	- iloczyn kartezjański zbiorów $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$,
$\{\mathcal{A}\}^n$	- n -krotny iloczyn kartezjański: $\mathcal{A} \times \mathcal{A} \times \dots \times \mathcal{A}$,
$\overline{\mathcal{A}}$	- moc zbioru $\mathcal{A}$,
ϕ	- zbiór pusty,
$\mathbb{R}, \mathbb{C}$	- zbiory liczb: rzeczywistych, całkowitych,
$\mathcal{N}_{-k,k}$	- zbiór o postaci: $\{-k, -(k-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, k-1, k\}$,
$\Delta \mathbb{C}$	- zbiór o postaci: $\{0, \pm\Delta, \pm 2\Delta, \pm 3\Delta, \dots\}$,
Δ	- elementarny kwant odległości,
$\underline{c} = \langle c_1, \dots, c_n \rangle$	- wektor (uporządkowany ciąg n -elementów),
$\underline{c} \circ \underline{\dot{c}}$	- iloczyn skalarny: $\sum_i c_i \dot{c}_i$,
$ \underline{c} $	- wartość bezwzględna z liczby $\underline{c}$,
$\ \underline{c}\ $	- norma: $\max_i \{ c_i \}$,
$\ \underline{c}\ $	- norma: $\sqrt{\underline{c} \circ \underline{c}}$,
$\text{sign } c$	- funkcja signum argumentu c ,
$\lceil c \rceil$	- największa liczba całkowita nie większa niż c ,
$\lfloor c \rfloor$	- najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza niż c ,
$\langle Q \rangle$	- obiekt latający jako system,
$\langle Q' \rangle$	- system $\langle Q \rangle$ z wyłączeniem organu sterującego,
$\langle X_o \rangle$	- organ sterujący,
$\langle \overline{Q} \rangle$	- otoczenie systemu $\langle Q \rangle$,
B_1, B_2	- dziedzina funkcjonowania otoczenia: oddziaływanie sił zewnętrznych, występowanie przeszkód,
$\mathcal{V}$	- zbiór wektorów prędkości obiektu,
I	- podzbiór liczb całkowitych $i \geq 2$ odpowiadających szybkościom lotu,
$\mathcal{V}_i$	- podzbiór zbioru $\mathcal{V}$ dla ustalonego $i \in I$,

- $\underline{x}, \underline{v}, \underline{u}, \underline{\xi}$ - wektor: położenia, prędkości, sterowania, zakłócenia wektora prędkości - w układzie współrzędnych $Ox_1 x_2 x_3$,
- $\{\Delta c\}^3, \underline{v}, \underline{u}, \hat{e}$
 y i $\tilde{y}$ - zbiór wektorów: $\underline{x}, \underline{v}, \underline{u}, \underline{\xi}$,
- y^{ξ} - decyzje organu sterującego: nie uwzględniające i uwzględniające oddziaływanie otoczenia,
- $\underline{y}, \tilde{\underline{y}}, y^{\xi}$ - reakcja organu sterującego na niepożądane odchylenia toru lotu spowodowane istnieniem sił zewnętrznych,
- $\underline{u}^{\xi}, \underline{x}$ - zbiór decyzji organu sterującego: $y, \tilde{y}, y^{\xi}$,
- $\underline{\phi}^{\xi}$ - wektor wskazujący kierunek: działania sił zewnętrznych, występowania przeszkód,
- α - wektor odchylenia toru lotu,
- $\underline{e}$ - wskaźnik dopuszczalnego odchylenia toru lotu,
- h^0 - wektor położenia punktu docelowego względem obiektu,
- $\mathcal{K}, \mathcal{K}, \mathcal{K}^0$ - minimalna odległość obiektu od przeszkody,
- $\mathcal{K}^1$ - zbiór zadań: złożonych, specjalnych, elementarnych,
- $\mathcal{K}^1$ - 1-ta klasa (zbiór) zadań złożonych,
- $\mathcal{K}^1, \mathcal{K}^2$ - zbiór typów zadań elementarnych związanych z klasą $\mathcal{K}^1$,
- $\mathcal{K}^1, \mathcal{K}^2$ - klasy zadań: lotu od punktu $\mathcal{X}_a$ do $\mathcal{X}_b$ (nieruchomego), zbliżenia do przemieszczającego się obiektu,
- $\mathcal{K}^1, \mathcal{K}^2$ - zadania: korekcji trajektorii lotu, omijania przeszkód,
- k_q^e, k_r^1 - pojedyncze zadanie: elementarne, złożone z klasy $\mathcal{K}^1$,
- k_o - typ zadania elementarnego,
- $p_q^e, p_r^1, p(k_o)$ - wartość parametru identyfikującego: zadanie elementarne, zadanie złożone z klasy $\mathcal{K}^1$, typ zadania elementarnego,
- ${}^+ \Pi_j^1$ - zbiór stanów wyróżnionych j-tej relacji typu Π^1 ,
- Π_r^1 - r-ta zmienna określająca stan relacji Π^1 ,
- $\underline{z}^e, \underline{z}^e$ - stan otoczenia w dziedzinach B_1 i B_2 , zbiór takich stanów,
- $\underline{z}^1, \underline{z}^1_*$ - wektor określający stan wykonania zadania z klasy $\mathcal{K}^1$: dowolny, najkorzystniejszy,

- z_o^1, z_r^1, z^1
 $\tilde{z}_r^1, \tilde{z}_q^e$
 $\underline{v}^*, \underline{v}^{**}$
 N_j
 $\underline{u}^{opt}$
 $[[\mathcal{T}]]$
 G_{μ}^N
 $\underline{v}^B$
 $\underline{\varepsilon}$
 p^1
 z_j^M, y_j^M
 θ_j^M
 Ψ_j^M, Φ_j^M
 $\langle N \rangle, \langle K \rangle, \langle A \rangle$
 $\langle P^+ \rangle$
 $\langle V^N \rangle, \langle V^K \rangle, \langle V^A \rangle$
 $\langle P^{\tilde{f}} \rangle$
 z^N, z^K, z^A
 p^N, p^K, p^A
 γ^N, γ^K
- zbiór stanów: początkowych, końcowych, dopuszczalnych - przy wykonywaniu zadań z klasy $\mathcal{K}^1$,
 - dendryt gry dla zadania: złożonego z klasy $\mathcal{K}^1$, elementarnego,
 - wektor prędkości wskazujący kierunek ruchu obiektu: optymalny, właściwy,
 - zbiór wektorów o długości $j \in I$ równoległych do wersorów układu $Ox_1 \times x_2 \times x_3$,
 - sterowanie optymalne z punktu widzenia zadania elementarnego przy braku oddziaływań otoczenia,
 - makrostan systemu $\langle Q \rangle$,
 - μ -ty graf utożsamiany z programem lotu,
 - prędkość obiektu B,
 - położenie obiektu B względem A,
 - parametr zadania z klasy $\mathcal{K}^1$,
 - zbiór sygnałów: wejściowych, wyjściowych automatu $\langle M_j \rangle$,
 - zbiór stanów wewnętrznych automatu $\langle M_j \rangle$,
 - funkcja: przejść, wyjść automatu $\langle M_j \rangle$,
 - automat parametryczny sterujący na poziomie: I, II, III,
 - automat sterujący poziomowi IV,
 - układ kontroli stanu systemu poziomowi: I, II, III,
 - układ kontroli stanu systemu poziomowi IV,
 - sygnał wejściowy automatu: $\langle N \rangle, \langle K \rangle, \langle A \rangle$,
 - sygnał parametryczny automatu: $\langle N \rangle, \langle K \rangle, \langle A \rangle$,
 - sygnał inicjujący dla automatu: $\langle N \rangle, \langle K \rangle$.

W pracy przedstawiony został model formalny automatowego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota w autonomicznym obiekcie latającym. Organ ten pracuje na zasadzie automatu parametrycznego i może być zrealizowany sprzętowo lub programowo. Główny nacisk położono na realizację sprzętową, gdyż eliminuje ona wady, jakie posiadają obecne komputerowe pokładowe systemy sterowania. Przedstawiono ogólny model mnogościowy obiektu latającego. Obiekt wykonujący zadania związane z ruchem w przestrzeni zgodnie z narzuconym programem, traktowany jest jako masa skupiona, której ruch opisano modelem dyskretnym. Wykorzystując aparat formalny teorii gier wielochodowych, sformułowano problemy sterowania i podano algorytm ich rozwiązania pozwalający na otrzymanie opisów formalnych algorytmów sterowania w postaci grafów automatów skończonych. Określono wielopoziomową strukturę funkcjonalną automatowego organu sterującego i dokonano syntezy abstrakcyjnej wszystkich jej elementów składowych, stwarzając tym samym podstawy do dalszej syntezy strukturalnej.

WSTĘP

Szybki rozwój techniki lotniczej i astronautycznej oraz różnych gałęzi nauki związanych z cybernetyką powodują, że wzrasta zainteresowanie problematyką zapewnienia obiektom latającym właściwości samosterowania. Problematyka ta wymaga rozwiązania szeregu zagadnień bezpośrednio związanych z syntezą jak najdoskonalszego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota. Autonomiczne, tj. nie sterowane z zewnątrz, lecz wyposażone we własny organ sterujący obiekty latające, mogą być wykorzystywane do celów naukowo-badawczych (np. w astronomii, meteorologii, sejsmologii itp.), gospodarczych, profilaktycznych lub wojskowych [3,42]. Służą one (jako bezzałogowe) m.in. do lotów o charakterze rozpoznawczym w obszarach o dużym zagrożeniu (np. radiologicznym powstałym w następstwie awarii w przedsiębiorstwach przemysłu nuklearnego, elektrowniach atomowych), długotrwałych lotów w przestrzeni kosmicznej w celu penetracji powierzchni planet itd.

Współczesne układy sterowania obiektów latających wykorzystują przeważnie specjalizowane komputery pokładowe a ze względu na stawiane im wymagania: dużej szybkości działania i niezawodności

nierzadko stanowią systemy wieloprocesorowe [1,22,26,42]. Cechy odbywającego się w nich "programowego" przetwarzania informacji w czasie rzeczywistym, przy jednoczesnym zastosowaniu maszyn cyfrowych o obecnej organizacji ich systemów operacyjnych, świadczą o mało efektywnej realizacji procesu sterowania. Istotnego postępu oczekuje się poprzez zastosowanie doskonalszych komputerów (z aparaturowo zorganizowanymi systemami operacyjnymi) lecz jeszcze większego należy oczekiwać, gdy cały układ sterowania zostanie zrealizowany sprzętowo [14,30,38,39,55].

Organ sterujący mający postać automatu - jako urządzenia fizycznego - odznacza się przede wszystkim znacznie większą szybkością działania od podobnego organu zawierającego komputer. Wynika to stąd, że pod wpływem sygnałów wejściowych automat prawie natychmiast generuje sygnały wyjściowe (co związane jest jedynie ze zmianą jego stanu a nie wykonywaniem obliczeń). Obliczenia, które wykonywałby komputer sterujący nie mogą być jednak wyeliminowane ale mogą być przeniesione na etap syntezy automatu. Działanie układu automatowego zwykle daje się łatwo zrealizować programowo a wymaganie co do stopnia niezawodności może być podobnie formułowane zarówno w przypadku rozwiązania programowego, jak układowego. Dążenie do tego, aby organ sterujący pełniący funkcję autopilota działał jako automat wydaje się uzasadnione.

W niniejszej pracy rozpatruje się problem syntezy formalnej automatowego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota w autonomicznym obiekcie latającym, działającego na zasadzie automatu parametrycznego [27,28]. Przez automatowy organ sterujący rozumie się układ złożony z pewnej liczby odpowiednio ze sobą współdziałających automatów skończonych. Podstawową rolę w strukturze proponowanego układu odgrywają automaty parametryczne. Należy więc zauważyć, że oprócz wyżej wymienionych zalet organ sterujący charakteryzuje się dużym stopniem spójności struktury.

Problematyka niniejszej pracy nie jest szeroko omawiana w literaturze. W publikacjach podkreślana jest coraz częściej potrzeba systemowego podejścia do zagadnienia syntezy pokładowych systemów sterowania [11,21,42]. Ponadto, podkreśla się potrzebę określenia jednolitego, sformalizowanego algorytmu funkcjonowania systemu [3,13,14] oraz preferuje takie metody syntezy, które w znacznym stopniu uniezależniają etap syntezy od typu aparatury pokładowej [12,13,25] oraz dążą do kompleksowego zespolenia poszczególnych

elementów struktury w jedną całość [4,6,14].

Proponowane podejście do zagadnienia syntezy organu sterującego - autopilota wydaje się być zgodne z wyżej wymienionymi tendencjami.

Badania w zakresie określonym tematem mają raczej charakter podstawowy, stąd nie precyzuje się typu obiektu latającego. Jak wiadomo, ruch każdego obiektu (ciała sztywnego), poruszającego się w przestrzeni trójwymiarowej stanowi złożenie ruchu środka masy i ruchu wokół środka masy. Ten drugi rodzaj ruchu może mieć zupełnie odmienny charakter dla różnych typów obiektów (np. samolotów, helikopterów czy rakiet) i dlatego nie jest brany pod uwagę. Przemieszczanie się każdego obiektu w przestrzeni można rozpatrywać jako ruch jego środka masy charakteryzujący się pewną dynamiką [9,17, 54], uważając go za sterowany lot. Autopilot powinien być elementem podejmującym co określony czas decyzje odnośnie zmiany kierunku i szybkości tak rozumianego lotu. Od organu tego będzie się wymagać, aby ciągłe wypracowywanych decyzji wskazywały na optymalną - w sensie ustalonego kryterium - realizację zadań zawartych w programie lotu. Na proces sterowania ma wpływ otoczenie ujawniające się pod postacią sił zewnętrznych (np. grawitacji, wiatru), powodujących niepożądane odchylenia od trajektorii optymalnej, występowaniem przeszkód na trasie lotu itp.

W związku z zasygnalizowanymi wyżej uwagami cel pracy można sformułować następująco: opracować model formalny automatowego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota w obiekcie latającym, działającego na zasadzie automatu parametrycznego. Organ sterujący powinien zapewnić taką realizację procesu sterowania ruchem środka masy obiektu w przestrzeni w warunkach oddziaływania otoczenia, aby obiekt miał pełną autonomię podczas wykonywania zadań związanych ze sterowaniem lotem.

Z celem pracy związane są dwie zasadnicze tezy:

- synteza procesu sterowania obiektem latającym oraz jego organu sterującego powinny być ukierunkowane w pierwszej kolejności na realizację sprzętową, zaś w drugiej - programową,
- w strukturze organu sterującego powinny być zawarte elementy (bloki funkcjonalne) działające na zasadzie automatu parametrycznego oraz elementy pełniące funkcję receptorów [32] organu sterującego, tzn. śledzące na bieżąco zmiany stanu systemu i otoczenia i wywołujące w sposób automatyczny odpowiednią modyfikację działania organu sterującego.

Synteza automatowego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota w autonomicznym obiekcie latającym wymaga rozpatrzenia trzech zasadniczych problemów. Pierwszy z nich dotyczy formalizacji opisu funkcjonowania obiektu latającego, opracowania dyskretnego modelu sterowania środkiem masy z uwzględnieniem dynamiki tego ruchu oraz dyskretyzacji i kwantowania przestrzeni stanów dla potrzeb syntezy procesu sterowania [30,31]. Drugi - chyba najistotniejszy - sprowadza się do przeprowadzenia syntezy formalnej procesu sterowania dla zadań wykonywanych przez obiekt z uwzględnieniem oddziaływania otoczenia. Synteza powinna być ukierunkowana na możliwość realizacji sprzętowej. Trzeci problem sprowadza się do przeprowadzenia syntezy automatowego organu sterującego.

Prezentowana praca składa się z czterech rozdziałów oraz załącznika, w którym zawarto dowody twierdzeń.

W rozdziale pierwszym przedstawiono model mnogościowy obiektu latającego jako systemu z zachowaniem celowym. Model ten charakteryzuje działanie systemu, jego organu sterującego i otoczenia. Wyjaśniono cel działania obiektu i określono ogólnie wektor stanu systemu i otoczenia. Następnie podano i omówiono model ruchu środka masy obiektu, w postaci liniowych dyskretnych równań. Rozpatrzono problem sterowalności obiektu, przemieszczającego się w przestrzeni trójwymiarowej zgodnie z zasadami przyjętymi w modelu, formułując odpowiednie twierdzenia i wnioski.

W rozdziale drugim podano opis formalny sterowania obiektem, którego odpowiednie rozwiązanie umożliwiło w konsekwencji przeprowadzenie syntezy automatowego organu sterującego. Rozpatrzono wpływ otoczenia na proces sterowania. Szczegółowo omówiono klasę zadań obiektu, polegających na przelocie pomiędzy dwoma punktami oraz zadania polegające na zbliżeniu się obiektu do innego poruszającego się obiektu w przestrzeni. Następnie dokonano dekompozycji zadań obiektu, które nazwano zadaniami złożonymi, na pewne elementy składowe, tzw. zadania elementarne. W oparciu o dekompozycję sformułowano i rozwiązano problem sterowania optymalnego w odniesieniu do zadań złożonych, korzystając z aparatu formalnego teorii gier wielochodowych. Rozwiązanie zostało oparte o opracowany wcześniej algorytm optymalizacji tzw. dendrytów gry. Rozwiązano też podobny problem w odniesieniu do zadań elementarnych. W wyniku otrzymano tzw. jednostronnie zoptymalizowane dendryty z cyklami, stanowiące formalne opisy algorytmów sterowania, które są łatwo przekształ-

calne do postaci grafów automatów skończonych. Na końcu drugiego rozdziału podano formalny opis programu lotu obiektu, traktowany jako proces sterowania na najwyższym poziomie, w postaci grafu o strukturze drzewiastej, któremu również odpowiada graf automatu skończonego.

W rozdziale trzecim podano czteropoziomą strukturę funkcjonalną automatowego organu sterującego, wynikającą z rezultatów rozdziału drugiego. Omówiono funkcje poszczególnych elementów struktury i podano zasady działania układu jako całości. Wydaje się, że funkcjonujący na zasadzie automatu parametrycznego organ sterujący zapewnia autonomię obiektu w czasie wykonywanych przez niego zadań. Zawarte w nim automaty parametryczne sterują na poszczególnych poziomach. Modyfikują one swoje działanie w sposób automatyczny w zależności od zmian współrzędnych wektora stanu, otrzymując informacje od tzw. układów kontroli stanu systemu zawierających automaty-receptory.

W rozdziale czwartym dokonano syntezy abstrakcyjnej elementów składowych organu sterującego. Syntezę doprowadzono do momentu, począwszy od którego znane są metody dalszej syntezy strukturalnej, możliwej do przeprowadzenia przy zastosowaniu komputera.

1. AUTONOMICZNY OBIEKT LATAJĄCY JAKO SYSTEM Z ZACHOWANIEM CELOWYM

W niniejszym rozdziale będzie przedstawiony model mnogościowy obiektu latającego oraz ogólnie określony wektor stanu systemu i otoczenia. Zostanie też omówiony model ruchu środka masy obiektu, jego własności oraz problem sterowalności. Podane określenia i wnioski będą przydatne dla potrzeb syntezy procesu sterowania.

1.1. Cel działania obiektu

Autonomiczny obiekt latający nie jest sterowany z zewnątrz (np. z naziemnego centrum sterowania), lecz posiada własny organ sterujący. Niezależnie od swojego przeznaczenia zawsze realizuje on w przestrzeni pewien z góry narzucony program lotu. Wykonanie takiego czy innego programu lotu jest niezbędnym warunkiem osiągnięcia zamierzonego celu, którym może być:

- penetracja przestrzeni,
- transport,

- wykonanie zaprogramowanych eksperymentów na pokładzie,
- zniszczenie innego obiektu itd.

Obiekt jest więc systemem z zachowaniem celowym, przy czym z punktu widzenia sterowania można przyjąć, że globalnym celem jego funkcjonowania jest wykonanie programu lotu.

1.2. Model mnogościowy obiektu latającego

W ujęciu mnogościowym, obiekt latający (w skrócie: O.L.) stanowi system oznaczany dalej symbolem $\langle Q \rangle$, reprezentowany przez "czwórkę" [31,34,61]:

$$\langle Q, \Gamma, \Omega, F \rangle, \quad (1.2.1)$$

gdzie: Q - zbiór elementów składowych systemu,

Γ - zbiór dziedzin funkcjonowania,

Ω - zbiór relacji,

F - abstrakcyjny system reprezentujący zachowanie się, funkcje celów systemu i algorytmy sterowania.

Zbiór Q można wyrazić następująco:

$$Q = \{ \langle X_0 \rangle, X \}, \quad (1.2.2)$$

gdzie: $\langle X_0 \rangle$ - organ sterujący systemem,

X - pozostałe elementy funkcjonalne systemu.

Do zbioru X zalicza się elementy bezpośrednio biorące udział w procesie sterowania, np. organy wykonawcze Q' (w tym układy automatycznej regulacji, silniki, usterzenie), układy pomiarowo-informacyjne pełniące rolę czujników (czujnik wydatku paliwa, stanu widoczności, dajnik czasu, ...), układ radarowy wykrywania pewnych obiektów w przestrzeni itp.

Do dziedzin funkcjonowania [31] systemu $\langle Q \rangle$ objętych zbiorem Γ zalicza się:

A_1 - położenie obiektu względem pewnego układu odniesienia,

A_2 - położenie względem innego obiektu latającego,

A_3 - szybkość lotu,

A_4 - kierunek lotu,

A_5 - wydatek paliwa itd.

Rozpatruje się skończoną liczbę dziedzin funkcjonowania systemu i ogólnie zbiór Γ można przedstawić następująco:

$$\Gamma = \{A_1, \dots, A_{m'}\}. \quad (1.2.3)$$

Każdej dziedzinie $A_j \in \Gamma$ można przyporządkować skończony zbiór wartości wyróżnionych ${}^+A_j$ służących do oznaczenia możliwych stanów systemu w tej dziedzinie:

$${}^+A_j = \{a_{j,1}, \dots, a_{j,m_j}\} \quad , \quad j = 1, \dots, m'. \quad (1.2.4)$$

Stan systemu $\langle Q \rangle$ w zakresie wszystkich dziedzin jego funkcjonowania określa wektor $\underline{a}$ o postaci:

$$\underline{a} = \langle a_1, \dots, a_{m'} \rangle \in \bigtimes_{j=1}^{m'} {}^+A_j, \quad (1.2.5)$$

gdzie a_j wskazuje na stan w dziedzinie $A_j \in \Gamma$.

Dla celów sterowania informacja zawarta w wektorze $\underline{a}$ jest niewystarczająca, gdyż należy uwzględnić wpływ otoczenia. Otoczeniem jest wszystko to, co nie jest włączone do systemu. Z uwagi na to, że można rozpatrywać jedynie skończoną liczbę związków występujących między systemem a otoczeniem, bierze się pod uwagę tzw. istotne otoczenie [34,63]. Otoczenie oznaczone dalej przez $\langle \bar{Q} \rangle$ można określić podobnie jak system $\langle Q \rangle$. Z kolei system wraz z otoczeniem można rozpatrywać jako "dwójkę":

$$\langle\langle Q \rangle, \langle \bar{Q} \rangle\rangle. \quad (1.2.6)$$

Zbiór $\bar{\Gamma}$ dziedzin otoczenia można wyrazić następująco:

$$\bar{\Gamma} = \{B_1, B_2, \dots, B_{r'}\}. \quad (1.2.7)$$

Przykładami dziedzin funkcjonowania otoczenia są:

B_1 - oddziaływanie sił zewnętrznych (np. sił grawitacji, wiatru) wpływające na zmianę położenia O.L.,

B_2 - występowanie przeszkód w przestrzeni,

B_3 - obecność innych obiektów latających itd.

Dziedziny $B_j \in \bar{\Gamma}$ mają przyporządkowane sobie zbiory wartości wyróżnionych ${}^+B_j$, służących do oceny stanu otoczenia w tych dziedzinach:

$${}^+B_j = \{b_{j,1}, \dots, b_{j,r_j}\} \quad , \quad j = 1, \dots, r'. \quad (1.2.8)$$

Stan otoczenia w zakresie dziedzin $B_j \in \bar{\Gamma}$ określa wektor:

$$\underline{b} = \langle b_1, \dots, b_{r'} \rangle \in \bigtimes_{j=1}^{r'} {}^+B_j. \quad (1.2.9)$$

Pomiędzy dziedzinami systemu i otoczenia mogą istnieć różnego typu związki, tj. relacje. Ogólnie, relacje określone są na zbiorze $\Gamma' \times \bar{\Gamma}$, gdzie:

$$\Gamma' = \Gamma \cup \bar{\Gamma}. \quad (1.2.10)$$

W układzie $\langle\langle Q \rangle, \langle \bar{Q} \rangle\rangle$ relacje Π'_j tworzą zbiór:

$$\Omega' = \{\Pi'_1, \dots, \Pi'_{s'}\}, \quad (1.2.11)$$

gdzie $\Pi'_j \subset \Gamma' \times \bar{\Gamma}$.

Każdej relacji Π'_j przyporządkowany jest zbiór ${}^+\Pi'_j$ wartości wyróżnionych służących do oceny stanu w zakresie tej relacji:

$${}^+\Pi'_j = \{\pi'_{j,1}, \dots, \pi'_{j,s_j}\}, \quad j = 1, \dots, s'. \quad (1.2.12)$$

Stan w zakresie relacji objętych zbiorem Ω' wyraża wektor:

$$\underline{\pi}' = \langle \pi'_1, \dots, \pi'_{s'} \rangle \in \bigtimes_{j=1}^{s'} {}^+\Pi'_j. \quad (1.2.13)$$

Uzupełniając wektor określony w (1.2.5) o wektory (1.2.9) i (1.2.13) otrzymamy wektor stanu ogólnego systemu i otoczenia $\underline{z}'$

$$\underline{z}' = \langle \underline{a}, \underline{b}, \underline{\pi}' \rangle. \quad (1.2.14)$$

Uwzględniając wszystkie możliwe i dopuszczalne kombinacje wartości współrzędnych wektora $\underline{z}'$, otrzymuje się zbiór Z' możliwych stanów systemu i otoczenia:

$$Z' = \{\underline{z}'_1, \dots, \underline{z}'_l\}. \quad (1.2.15)$$

Ze względu na wprowadzone pojęcie wartości wyróżnionej zakłada się, że zmiana stanu przebiega w dyskretnych chwilach czasu. Każde przejście z danego stanu $\underline{z}'_i \in Z'$ do innego, żądanego stanu $\underline{z}'_j \in Z'$ musi zbliżać system do zadanego celu (którym jest wykonanie prog-

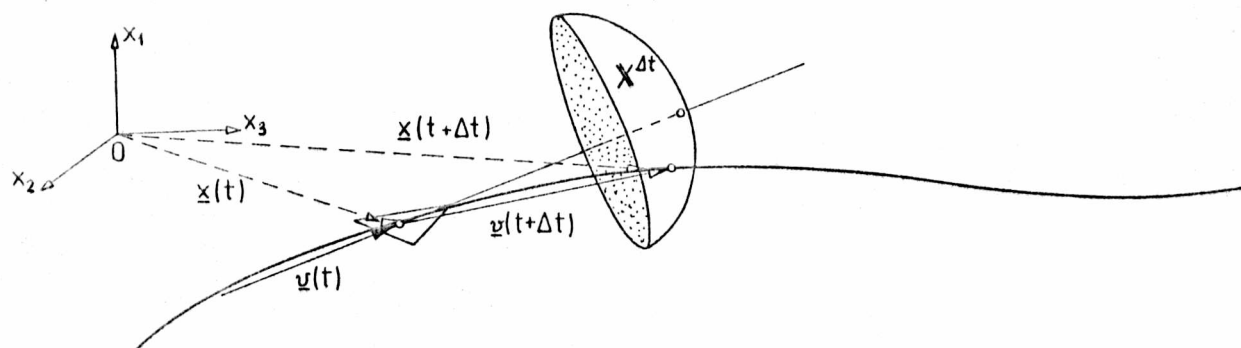
ramu lotu). Przejście to odbywa się dzięki realizacji decyzji wypracowanej przez organ sterujący $\langle X_0 \rangle$ na podstawie informacji o aktualnym stanie $\underline{z}_1 \in Z'$.

1.3. Model sterowania ruchem środka masy O.L.

Synteza procesu sterowania wymaga dysponowania modelem ruchu obiektu w przestrzeni. Model taki zostanie niżej podany.

Jak wiadomo, ruch każdego O.L. (ciała sztywnego) poruszającego się w przestrzeni trójwymiarowej stanowi złożenie ruchu jego środka masy i ruchu wokół środka masy. W zależności od typu obiektu, przy rozpatrywaniu ruchu wokół środka masy bierze się pod uwagę pewne kąty (np. dla samolotu: kąt natarcia, ślizgu, przechylenia). Ten rodzaj ruchu może mieć zupełnie inny charakter dla różnych typów obiektów (np. samolotów, helikopterów czy rakiet) i dlatego nie będzie brany pod uwagę. Zostanie rozpatrzony ruch środka masy, jako mający podobne cechy dla różnych typów obiektów (np. samolotów i rakiet). Obiekt będzie więc traktowany jako masa skupiona przemieszczająca się w przestrzeni trójwymiarowej a sterowanie nim będzie nazywane sterowaniem lotem.

Przyjmijmy w przestrzeni trójwymiarowej pewien ortokartezjański układ odniesienia $Ox_1x_2x_3$ (rys. 1.3.1) nie związany z O.L. (może on odpowiadać np. układowi trzech gwiazd stałych [42]).



Rys. 1.3.1. Ilustracja wektorów $\underline{x}(t)$, $\underline{u}(t)$ i obszaru osiągalnego $X^{\Delta t}$

Położenie obiektu w chwili t oraz prędkość określają odpowiednio wektory:

$$\underline{x}(t) = \langle x_1(t), x_2(t), x_3(t) \rangle, \quad \underline{u}(t) = \langle u_1(t), u_2(t), u_3(t) \rangle.$$

Ruch środka masy każdego O.L. charakteryzuje się pewną dynamiką. Objawia się ona w tym, że jeśli w chwili t obiekt był w punkcie $\underline{x}(t)$ i miał prędkość $\underline{v}(t)$, to po pewnym czasie Δt może się znaleźć w określonym obszarze "osiągalnym" $\mathbb{X}^{\Delta t}$ o skończonej objętości i określonym kształcie (rys. 1.3.1), [9,17].

Szybkość lotu ma swoją dolną i górną granicę:

$$\forall t \quad v_{\min} \leq \|\underline{v}(t)\| \leq v_{\max}. \quad (1.3.1)$$

Zmianę położenia, szybkości i kierunku ruchu po czasie Δt , można uważać jako skutki realizacji decyzji organu sterującego - autopilota oraz występowania sił zewnętrznych otoczenia (dziedzina B_1 , por. p. 1.2).

Konsekwencją założenia, że organ sterujący ma postać automatu skończonego jest m.in. to, że jego decyzje są generowane w dyskretnych chwilach czasu i mogą przyjmować wartości ze skończonego zbioru Y . Przyjmuje się, że każdej decyzji $y \in Y$ odpowiada jednoznacznie wektor sterowań $\underline{u}$:

$$\underline{u} = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle. \quad (1.3.2)$$

Wobec powyższych uwag, przyjmuje się następujący model ruchu środka masy O.L.:

$$\begin{cases} \underline{v}(t_{k+1}) = \underline{v}(t_k) + \underline{u}(t_k) + \underline{\xi}(t_k) \end{cases} \quad (1.3.3a)$$

$$\begin{cases} \underline{x}(t_{k+1}) = \underline{x}(t_k) + \underline{v}(t_k) + \underline{u}(t_k) + \underline{\xi} t_k, \quad k=0,1,2, \dots, \end{cases} \quad (1.3.3b)$$

gdzie:

$t_{k+1} - t_k = \Delta t_k = \text{const.} = \text{jednostka czasu, } k=0,1,2, \dots,$

$\underline{v}(t_k)$ - wektor prędkości, $\underline{v}(t_k) \in \mathcal{V}$,

$\mathcal{V} = \{ \underline{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle : (v_j = n\Delta, n \in \mathcal{C}, j=1,2,3) \wedge$

$\wedge (2 \leq i_{\min} \Delta \leq \|\underline{v}\| \leq i_{\max} \Delta < \infty) \}, \mathcal{C} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}, \quad (1.3.4)$

$\underline{x}(t_k)$ - wektor położenia w układzie $O_{x_1 x_2 x_3}$, $\underline{x}(t_k) \in \{\Delta \mathcal{C}\}^3$,

$\{\Delta \mathcal{C}\}^3 = \{ \langle c_1 \Delta, c_2 \Delta, c_3 \Delta \rangle : c_j \in \mathcal{C}, j=1,2,3 \}, \quad (1.3.5)$

$\underline{u}(t_k)$ - wektor sterowań, $\underline{u}(t_k) \in \mathcal{U} \subset \{\mathcal{N}_{-m\Delta, m\Delta}\}^3, 1 \leq m < \infty, \quad (1.3.6)$

$\{\mathcal{N}_{-m\Delta, m\Delta}\}^3 = \mathcal{N}_{-m\Delta, m\Delta} \times \mathcal{N}_{-m\Delta, m\Delta} \times \mathcal{N}_{-m\Delta, m\Delta},$

$$\{\mathcal{K}_{-m\Delta, m\Delta}\} = \{-m\Delta, -(m-1)\Delta, \dots, -2\Delta, -\Delta, 0, \Delta, 2\Delta, \dots, (m-1)\Delta, m\Delta\},$$

$\xi(t_k)$ - wektor reprezentujący oddziaływanie sił zewnętrznych,

$$\xi(t_k) \in \hat{\mathcal{C}} = \left\{ -\frac{1}{\lambda}\Delta, 0, \frac{1}{\lambda}\Delta \right\}, \quad 1 < \lambda < \infty. \quad (1.3.7)$$

Wielkość Δ jest ustaloną liczbą stanowiącą elementarny kwant odległości, tj. iloczyn przyrostu prędkości przez jednostkę czasu, w której przyrost ten się dokonuje:

$$\Delta \in \mathbb{R}, \quad \Delta > 0. \quad (1.3.8)$$

Uwagi:

1. Wpływ otoczenia w dziedzinie B_1 zostanie osobno rozpatrzony w p. 2.2.1 i 2.3.5, więc jeśli nie będzie inaczej zaznaczone, zakłada się $\|\xi\| = 0$.

2. Postać zbioru $\mathcal{U}$ zostanie uściślona w p. 1.4.

3. Wartości $i_{\min}$ oraz $i_{\max}$ będą określone w p. 1.3.1.

1.3.1. Własności zbiorów występujących w opisie modelu

Obecnie podane będą podstawowe własności zbiorów zdefiniowanych w poprzednim punkcie oraz zdefiniowane pojęcia używane w dalszych rozdziałach.

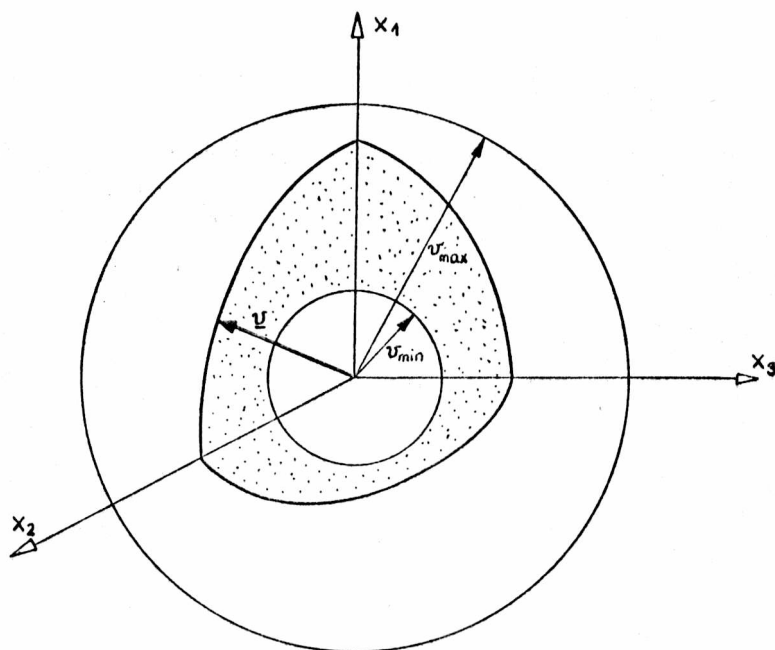
Można przyjąć, że wartości $i_{\min}$ oraz $i_{\max}$ występujące w określeniu (1.3.4) są odpowiednio: najmniejszą i największą liczbą całkowitą taką, że (por. z (1.3.1)):

$$\Delta i_{\min} \geq v_{\min} > 0, \quad \Delta i_{\max} \leq v_{\max} < \infty.$$

Ze względu na postać zbioru $\mathcal{U}$ oraz na to, że obiekt nie ma możliwości przyjmowania prędkości równej zeru (poniżej $v_{\min}$ ruch obiektu przestaje być kontrolowany), przyjmuje się $i_{\min} \geq 2$. Ograniczenie to, zamiast np. $i_{\min} \geq 1$ nie zawęży ogólności rozwiązania problemów związanych ze sterowaniem a raczej wydaje się wprowadzać pewne utrudnienia (por. p. 1.4 i rozdz. 2).

Geometrycznie, zbiór $\mathcal{V}$ stanowi zbiór punktów (wektorów) w przestrzeni trójwymiarowej o współrzędnych będących całkowitymi wielo-

krotnościami kwantu Δ , ograniczonymi dwiema sferami (rys. 1.3.2).



Rys. 1.3.2. Reprezentacja geometryczna zbioru $\mathcal{V}$

Na zbiorze $\mathcal{V}$ można dokonać podziału:

$$\mathcal{V} = \bigcup_{i \in I} \mathcal{V}_i, \quad \mathcal{V}_{i_1} \cap \mathcal{V}_{i_2} = \emptyset \quad \text{dla } i_1 \neq i_2, \quad (1.3.9)$$

$$\text{gdzie } \mathcal{V}_i = \{v \in \mathcal{V} : \Delta(i-1) < \|v\| < \Delta(i+1)\}, \quad (1.3.10)$$

$$i \in I = \{i_{\min}, i_{\min}+1, i_{\min}+2, \dots, i_{\max}\}. \quad (1.3.11)$$

Podział ten odgrywa ważną rolę i będzie często wykorzystywany.

Dowolny podzbiór $\mathcal{V}_i \subset \mathcal{V}$ ($i \in I$) geometrycznie można interpretować podobnie jak $\mathcal{V}$. Ponadto, można go przedstawić na kilka sposobów, np.:

$$\mathcal{V}_i = \{v \in \mathcal{V} : \Delta i \leq \|v\| \leq \Delta \sqrt{i(i+2)}\} = \{v \in \mathcal{V} : \lfloor \frac{1}{\Delta} \|v\| \rfloor = i\}, \quad (1.3.12)$$

gdzie $\lfloor c \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż c .

Obok symetrii, podstawową własnością zbioru $\mathcal{V}_i$ jest:

$$(\forall i \in I) (\forall \underline{v}', \underline{v}'' \in \mathcal{V}_i) (|\|\underline{v}'\| - \|\underline{v}''\|| < \Delta). \quad (1.3.13)$$

Moc zbioru $\mathcal{V}$ jest skończona i równa:

$$\overline{\mathcal{V}} = \sum_{i \in I} \overline{\mathcal{V}}_i. \quad (1.3.14)$$

Z kolei $\overline{\mathcal{V}}_i$ można wyznaczyć ze wzoru:

$$\overline{\mathcal{V}}_i = 6 + 12(2 \overline{\mathcal{V}}_i^1 + \overline{\mathcal{V}}_i^2) + 8(2 \overline{\mathcal{V}}_i^3 + \overline{\mathcal{V}}_i^4), \quad i \in I, \quad (1.3.15)$$

gdzie $\mathcal{V}_i^1 = \{\underline{v} \in \mathcal{V}_i : 0 < v_1 < v_2, v_3 = 0\}$, $\mathcal{V}_i^2 = \{\underline{v} \in \mathcal{V}_i : 0 < v_1 = v_2, v_3 = 0\}$,

$$\mathcal{V}_i^3 = \{\underline{v} \in \mathcal{V}_i : 0 < v_1 < v_2, v_3 > 0\}, \quad \mathcal{V}_i^4 = \{\underline{v} \in \mathcal{V}_i : 0 < v_1 = v_2, v_3 > 0\}.$$

Wykazanie słuszności wzoru pozostawia się Czytelnikowi.

Przykład 1.3.1. Należy wyznaczyć $\overline{\mathcal{V}}$ dla $I = \{2, 3, 4, 5\}$.

Dla $i = 2$ otrzymujemy:

$$\mathcal{V}_2^1 = \{\langle \Delta, 2\Delta, 0 \rangle\}, \quad \mathcal{V}_2^2 = \{\langle 2\Delta, 2\Delta, 0 \rangle\}, \quad \mathcal{V}_2^3 = \{\langle \Delta, 2\Delta, \Delta \rangle\},$$

$$\mathcal{V}_2^4 = \{\langle \Delta, \Delta, 2\Delta \rangle\},$$

czyli $\overline{\mathcal{V}}_2^1 = \overline{\mathcal{V}}_2^2 = \overline{\mathcal{V}}_2^3 = \overline{\mathcal{V}}_2^4 = 1$, skąd na podstawie (1.3.15):

$$\overline{\mathcal{V}}_2 = 6 + 12(2 \cdot 1 + 1) + 8(2 \cdot 1 + 1) = 66.$$

Podobnie, dla $i = 3, 4, 5$ łatwo znajdujemy: $\overline{\mathcal{V}}_3 = 158$, $\overline{\mathcal{V}}_4 = 210$,

$\overline{\mathcal{V}}_5 = 410$, skąd na podstawie (1.3.14):

$$\overline{\mathcal{V}} = 66 + 158 + 210 + 410 = 844.$$

Zbiór sterowań $\mathcal{U}$ (1.3.6) jest skończony. Ogólnie można byłoby przyjąć, że nie musi on być stały, jednakże zachowanie pewnego "równouprawnienia" kierunków ruchu obiektu wymaga, aby:

$$(\forall t_k) (\mathcal{U}(t_k) \supset \hat{\mathcal{U}} : \underline{u} \in \hat{\mathcal{U}} \Rightarrow -\underline{u} \in \hat{\mathcal{U}}), \quad (1.3.16)$$

przy czym postać $\hat{\mathcal{U}}$ jest znana dla każdego $\underline{v} \in \mathcal{V}$. Bez utraty ogólności zbiory $\mathcal{U}$ i $\hat{\mathcal{U}}$ będą ze sobą utożsamiane.

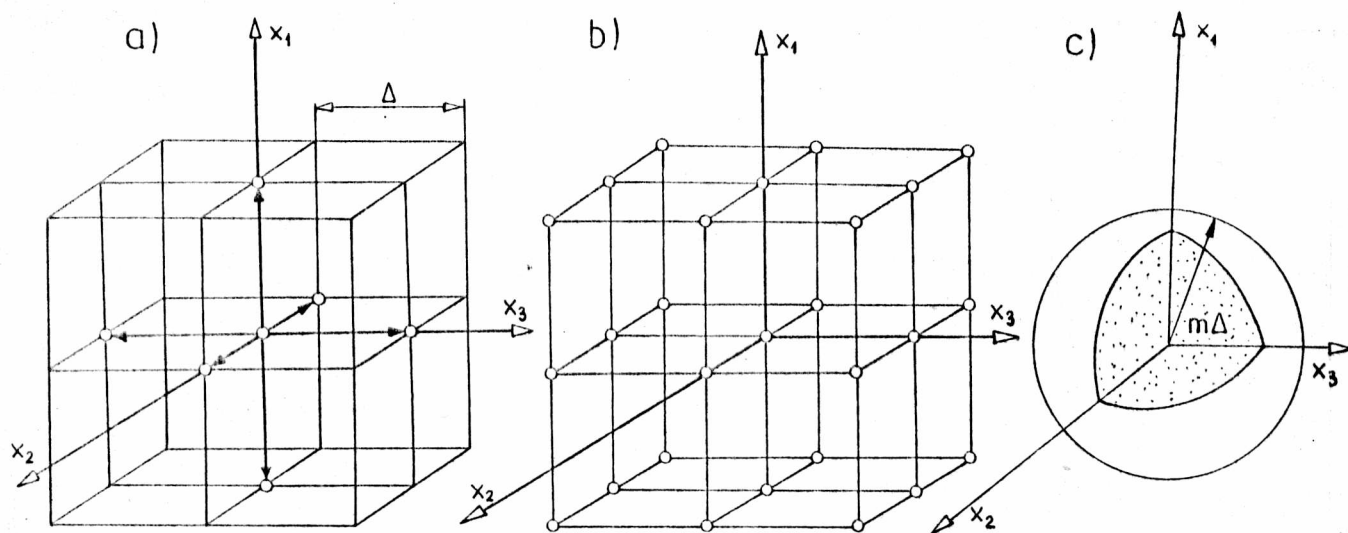
Zbiór $\mathcal{U}$ można przedstawić geometrycznie podobnie jak $\mathcal{V}$.

Przykład 1.3.2. Na rys. 1.3.3 zilustrowano zbiory:

$$a) \mathcal{U} = \{ \langle 0,0,0 \rangle, \langle 0,0,\Delta \rangle, \langle 0,\Delta,0 \rangle, \langle \Delta,0,0 \rangle, \langle 0,-\Delta,0 \rangle, \langle -\Delta,0,0 \rangle, \langle 0,0,-\Delta \rangle \}, \quad (1.3.17)$$

$$b) \mathcal{U} = \{ \mathcal{N}_{\Delta,\Delta}^3 \}, \quad (1.3.18)$$

$$c) \mathcal{U} = \{ \mathcal{N}_{m\Delta,m\Delta}^3 \}^3 \cap \{ \underline{u} : \|\underline{u}\| \leq m_0 \Delta \leq m \Delta \}. \quad (1.3.19)$$



Rys. 1.3.3. Reprezentacje geometryczne zbiorów $\mathcal{U}$ z przykładu 1.3.2

Z kolei zbiór $\hat{\mathcal{E}}$ wektorów ξ (por. z (1.3.7)) ma podobną interpretację jak zbiór (1.3.18).

Z punktu widzenia syntezy procesu sterowania przydatna jest znajomość metody generacji elementów zbiorów $\mathcal{V}_i$ dla danego $i \in I$ oraz $\mathcal{U}$. Dlatego podana będzie procedura, w wyniku której otrzymuje się tzw. dendryt zbioru prędkości $\mathcal{V}_i$ (rys. 1.3.4).

Zbiór $\mathcal{U}$ można przedstawić następująco:

$$\mathcal{U} = \{ \underline{u}_0, \underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_\varepsilon \}, \quad \underline{u}_0 = \langle 0,0,0 \rangle \quad (1.3.20)$$

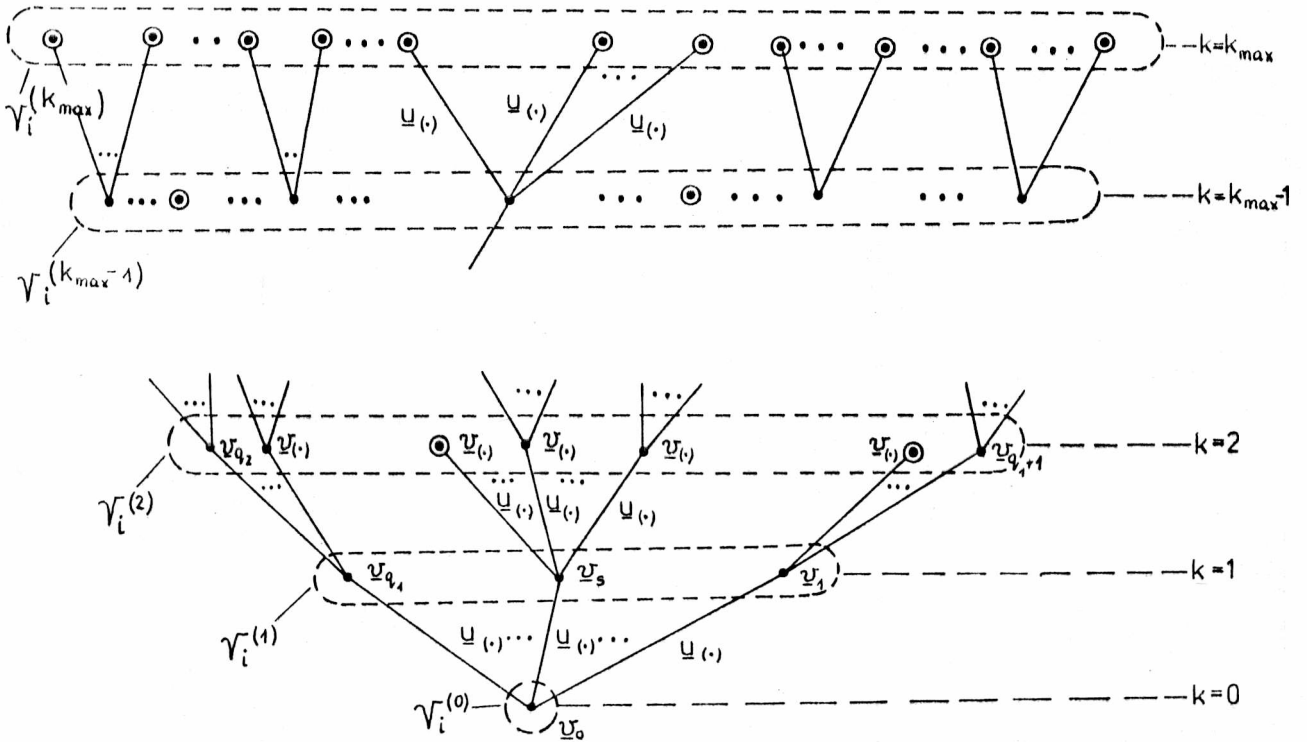
Zasada tworzenia dendrytu zbioru $\mathcal{V}_i$ wynika z równania (por. z (1.3.3a)):

$$\underline{v}(t+1) = \underline{v}(t) + \underline{u}_j, \quad \underline{u}_j \in \mathcal{U}, \quad \underline{v} \in \mathcal{V}_i, \quad t+k = t_k, \quad (\|\underline{\xi}\| = 0),$$

Jeśli przez $\mathcal{U}^\sharp$ oznaczmy zbiór:

$$\mathcal{U}^\sharp = \mathcal{U} \setminus \{\underline{u}_0\} = \{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_\varepsilon\}, \quad (1.3.21)$$

to można zauważyć, że nowy element $\underline{v}(t+1)$ otrzymuje się z $\underline{v}(t)$, jeśli $\underline{u}_j \in \mathcal{U}^\sharp$.



Rys. 1.3.4. Struktura dendrytu zbioru prędkości $\mathcal{V}_i$

Niech $\mathcal{V}_i^{(k)}$ oznacza zbiór wierzchołków k -tego poziomu (rys. 1.3.4):

$$\mathcal{V}_i^{(0)} = \{\underline{u}_0\}, \quad \mathcal{V}_i^{(k)} = \{\underline{u}_{q_{k-1}+1}, \underline{u}_{q_{k-1}+2}, \dots, \underline{u}_{q_k}\},$$

$$q_0 = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.3.22)$$

Procedura polega na tworzeniu elementów $\underline{v}$ zbiorów $\mathcal{V}_i^{(k)}$ według zależności:

$$\underline{v} = \underline{u}_q + \underline{u}_j \quad \text{dla } j=1, 2, \dots, \overline{\mathcal{U}}^\sharp, \quad q = q_{k-1}+1, q_{k-1}+2, \dots, \overline{\mathcal{V}}_i^{(k)}; \quad k=1, 2, \dots, \quad (1.3.23)$$

przy spełnieniu następującego warunku:

$$\underline{v} \in \mathcal{V}_i \setminus \bigcup_{l=0}^k \mathcal{V}_i^{(l)} \quad (1.3.24)$$

W momencie, gdy dla pewnego $k=k_{\max}$ warunek (1.3.24) nie jest spełniony - procedura kończy się.

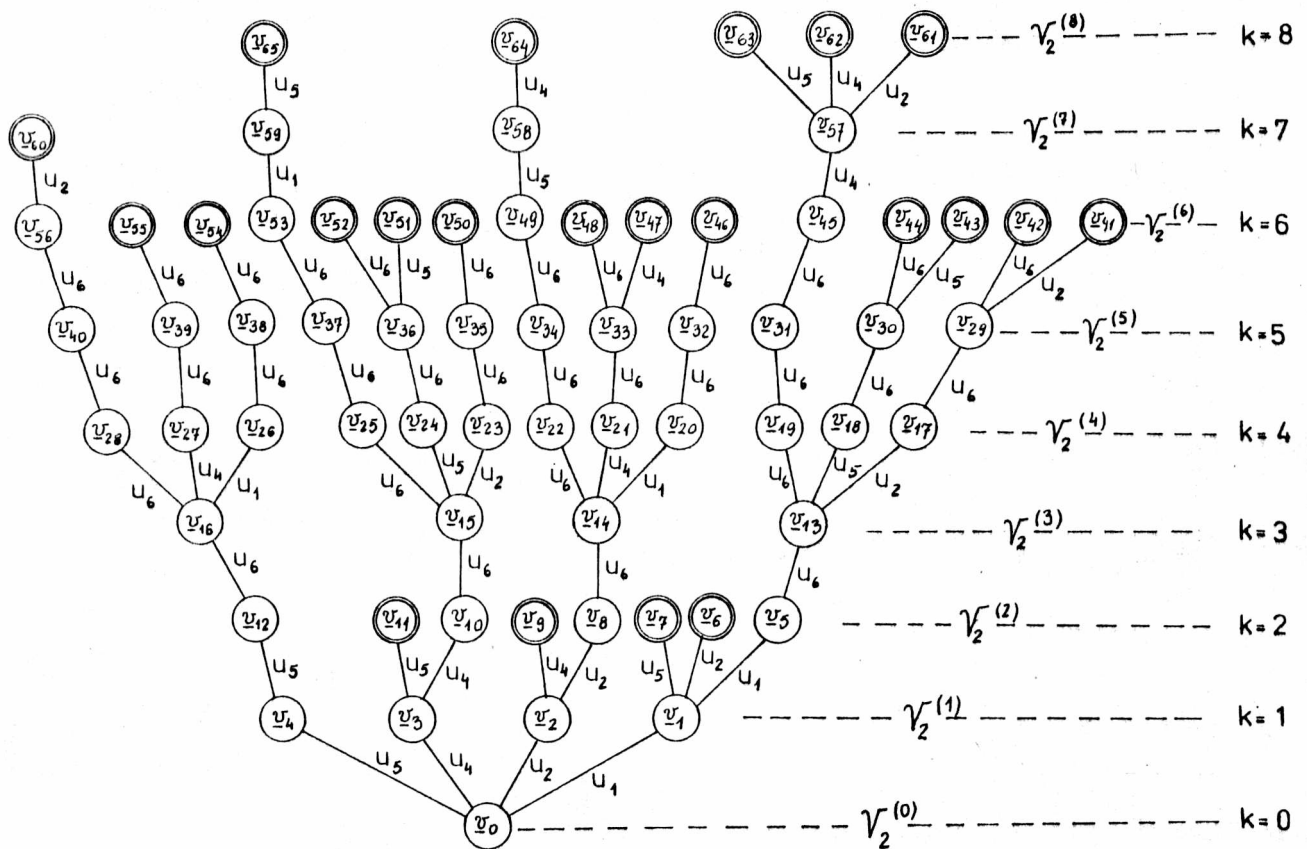
W ten sposób otrzymujemy zbiór $\mathcal{V}_i$ o postaci:

$$\mathcal{V}_i = \bigcup_{l=0}^{k_{\max}} \mathcal{V}_i^{(l)} = \{\underline{v}_0, \underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_{n_i}\}, \quad i \in I. \quad (1.3.25)$$

Można zauważyć, że dla każdego $i \in I$ procedura jest zbieżna i łatwo daje się zaprogramować na komputer.

Przykład 1.3.3. W możliwie najprostszym przypadku, tj. dla $i=2$, dendryt zbioru $\mathcal{V}_2$ przedstawiono na rys. 1.3.5.

Przyjęto $\underline{v}_0 = \langle 2\Delta, 0, 0 \rangle$ oraz $\mathcal{U}$ jak w (1.3.17).



Rys. 1.3.5. Dendryt zbioru prędkości do przykładu 1.3.3

Każdy wierzchołek w dendrycie można łatwo zidentyfikować, np.:

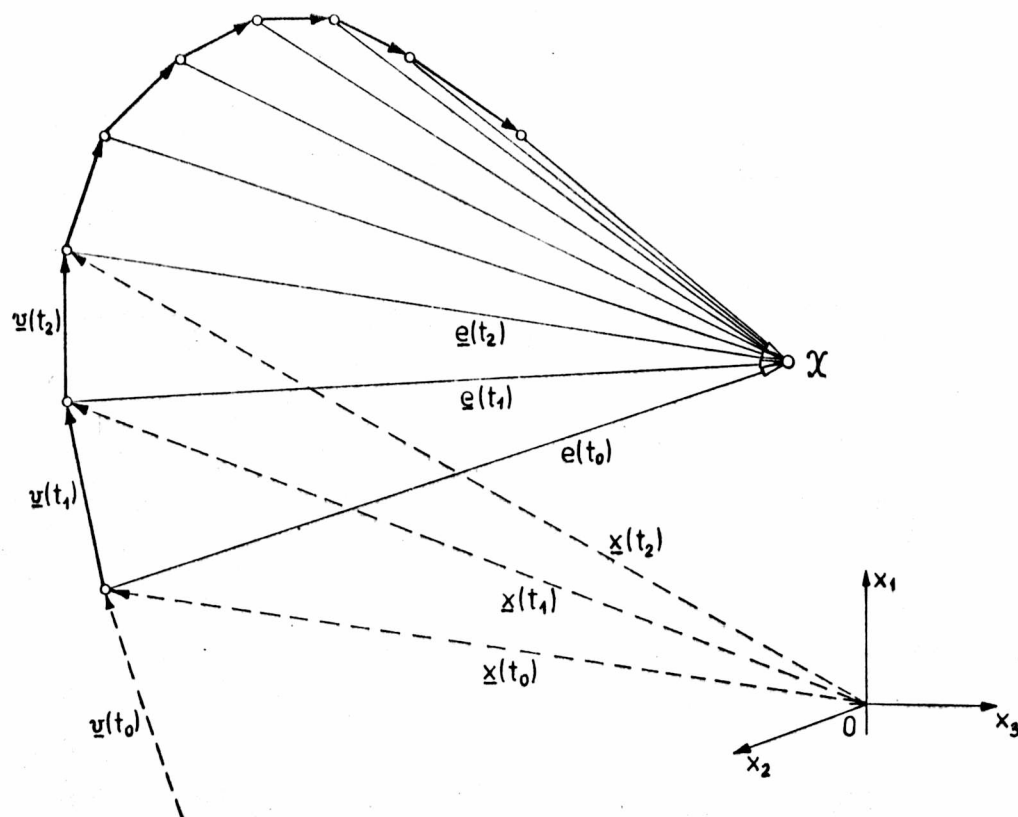
$$\underline{v}_{13} = (\underline{v}_0 + \underline{u}_1) + \underline{u}_1 + \underline{u}_6 = \langle 2\Delta, 0, 0 \rangle + 2 \cdot \langle 0, 0, \Delta \rangle + \langle -\Delta, 0, 0 \rangle = \langle \Delta, 0, 2\Delta \rangle$$

1.3.2. Interpretacja zasad przemieszczania się O.L. w przestrzeni

Tor lotu obiektu można przedstawić jako linię łamaną (aproksymującą tor ciągły), której odcinki składowe odpowiadają wektorom prędkości w dyskretnych chwilach czasu $t_k, t_{k+1} \dots$ (rys. 1.3.6).

Przypuśćmy, że począwszy od chwili t_0 O.L. zbliża się do pewnego punktu χ (rys. 1.3.6). Wówczas równania (1.3.3) wygodnie jest przekształcić, przez zastąpienie wektora $\underline{x}$ wektorem $\underline{e}$ określającym położenie punktu χ względem O.L., gdzie:

$$\underline{e}(t_k) = \underline{e}(t_{k-1}) - \underline{v}(t_k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.3.26)$$



Rys. 1.3.6. Tor lotu obiektu w przypadku zbliżania się do zadanego punktu χ

Na podstawie (1.3.26) i (1.3.3) otrzymujemy:

$$\begin{cases} \underline{v}(t_{k+1}) = \underline{v}(t_k) + \underline{u}(t_k) + \underline{\xi}(t_k) \\ \underline{e}(t_{k+1}) = \underline{e}(t_k) - \underline{v}(t_k) - \underline{u}(t_k) - \underline{\xi}(t_k), k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (1.3.27)$$

gdzie: $\underline{v} \in \mathcal{V}$, $\underline{u} \in \mathcal{U}$, $\xi \in \hat{\mathcal{E}}$, $\underline{e} \in E$.

Należy zauważyć, że E jako ograniczony podzbiór $\{\Delta \xi\}^3$ (ze względu na ograniczony zasięg O.L.) jest skończony.

Współrzędne wektorów: $\underline{v}$, $\underline{x}$, $\underline{e}$, $\underline{u}$ są wielokrotnościami kwantu Δ a w przypadku ξ - ułamekami Δ . Dlatego symbol Δ będzie zwykle pomijany.

1.4. Problem sterowalności O.L.

Istotnym zagadnieniem jest zbadanie warunków sterowalności O.L. Wnioski z tych badań przyczynią się do motywacji przyjęcia konkretnego modelu sterowania, tj. uściślenia pewnych założeń oraz będą przydatne przy opracowywaniu algorytmów sterowania.

Przypuśćmy, że O.L. może poruszać się z prędkością nie wykraczającą poza zbiór $\mathcal{V}_i$, ($i \in I$, i -ustalone). Jak wynika z (1.3.13) oznacza to, że szybkość w trakcie lotu może zmieniać się o mniej niż kwant Δ , czyli obiekt porusza się z szybkością "prawie stałą". Ze względu na dalsze zastosowania celem rozważań jest zbadanie sterowalności dla obiektu opisanego równaniem stanu (por. z (1.3.3)):

$$\langle \underline{v}(n+1), \underline{x}(n+1) \rangle = \langle \underline{v}(n), \underline{x}(n) \rangle \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \underline{u}(n) [1, 1], \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (1.4.1)$$

przy ograniczeniach:

$$\underline{v} \in \mathcal{V}_i \subset \mathcal{V}, \quad 2 \leq i < \infty, \quad i\text{-ustalone}, \quad \underline{x} \in \{\xi\}^3, \quad \underline{u} \in \mathcal{U} \subset \left\{ \mathcal{M}_{-m, m} \right\}^3, \quad 1 \leq m < \infty.$$

1.4.1. Pojęcia i definicje

Def. 1.4.1. Obiekt opisany przez (1.4.1) nazywamy całkowicie sterowalnym, jeśli istnieje ciąg:

$$\langle \underline{u}(0), \underline{u}(1), \dots, \underline{u}(N-1) \rangle \in \{\mathcal{U}\}^N, \quad N < \infty, \quad (1.4.2)$$

przeprowadzający go ze stanu $\langle \underline{v}(0), \underline{x}(0) \rangle \in \mathcal{V}_i \times \{\xi\}^3$ do dowolnie zadanego stanu $\langle \underline{v}^f, \underline{x}^f \rangle \in \mathcal{V}_i \times \{\xi\}^3$.

Całkowita sterowalność O.L. jest więc równoznaczna z możliwością przeprowadzenia go w skończonym czasie z punktu $\underline{x}(0)$, przy założeniu, że ma on pewną prędkość początkową $\underline{v}(0)$ do zadanego punktu $\underline{x}^f$ w przestrzeni tak, aby w punkcie $\underline{x}^f$ miał zadaną prędkość $\underline{v}^f$.

Należy zauważyć, że jeden z punktów: $\underline{x}(0)$ lub $\underline{x}^f$ może być utożsamiony z $\langle 0, 0, 0 \rangle$.

Def. 1.4.2. Obiekt opisany przez (1.4.1) nazywamy $\underline{v}$ -sterowalnym, jeśli istnieje ciąg (1.4.2) przeprowadzający go ze stanu $\langle \underline{v}(0), \underline{x}(0) \rangle \in \mathcal{V}_i \times \{ \langle 0, 0, 0 \rangle \}$ do stanu $\langle \underline{v}^f, \underline{x}^f \rangle$, gdzie jedynie $\underline{v}^f$ jest zadany elementem zbioru $\mathcal{V}_i$.

Def. 1.4.3. Grafem nieskierowanym $G_{\mathcal{V}_i}$ zbioru $\mathcal{V}_i$ nazywamy parę:

$$G_{\mathcal{V}_i} = \langle \mathcal{V}_i, \mathcal{J} \rangle, \quad 2 \leq i < \infty, \quad i\text{-ustalone}, \quad (1.4.3)$$

gdzie $\mathcal{V}_i$ - zbiór wierzchołków $G_{\mathcal{V}_i}$,

$\mathcal{J}$ - relacja binarna określona na zbiorze $\mathcal{V}_i$:

$$(\underline{v} \mathcal{J} \underline{v}') = (\underline{v} \leftrightarrow \underline{v}' \in \mathcal{V}_i \wedge \underline{v}' \leftrightarrow \underline{v} \in \mathcal{V}_i \wedge (\underline{v} - \underline{v}') \in \mathcal{U}^\emptyset = \mathcal{U} \setminus \{ \langle 0, 0, 0 \rangle \}) \quad (1.4.4)$$

Na zbiorze $\mathcal{V}_i$ dokonamy podziału:

$$\mathcal{V}_i = \bigcup_{k \in \mathcal{N}_{-1,i}} \mathcal{V}_{i,k}, \quad \mathcal{V}_{i,k_1} \cap \mathcal{V}_{i,k_2} = \emptyset \quad \text{dla } k_1 \neq k_2,$$

gdzie

$$\mathcal{V}_{i,k} = \{ \underline{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle \in \mathcal{V}_i : v_1 = k \}, \quad k \in \mathcal{N}_{-1,i}. \quad (1.4.5)$$

Podobnie jak $G_{\mathcal{V}_i}$ definiuje się podgraf $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$. Jedyną różnicą między nimi jest to, że zbiór $\mathcal{V}_{i,k}$ wierzchołków grafu $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$ odpowiada zbiorowi $\mathcal{V}_{i,k}$ jak w (1.4.5).

Pary zbiorów: $(\mathcal{V}_i, \mathcal{U})$ oraz $(\mathcal{V}_{i,k}, \mathcal{U})$ wyznaczają (generują) grafy $G_{\mathcal{V}_i}$ oraz $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$, co można zapisać:

$$(\mathcal{V}_i, \mathcal{U}) \rightarrow G_{\mathcal{V}_i}, \quad (\mathcal{V}_{i,k}, \mathcal{U}) \rightarrow G_{\mathcal{V}_{i,k}}, \quad k \in \mathcal{N}_{-1,i}, \quad 2 \leq i < \infty. \quad (1.4.6)$$

1.4.2. Twierdzenia rozstrzygające problem sterowalności

Sterowalność obiektu O.L. opisanego przez (1.4.1) ściśle wiąże się ze spójnością grafu $G_{\mathcal{V}_i}$ (def. 1.4.3).

Lemat 1.4.1. Obiekt opisany w (1.4.1) jest $\underline{v}$ -sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy graf $G_{\mathcal{V}_i}$ generowany przez zbiory $(\mathcal{V}_i, \mathcal{U})$ jest spójny.

Dowód lematu pozostawia się Czytelnikowi.

Z powyższego lematu wynika następujący

Wniosek 1.4.1. Warunkiem koniecznym całkowitej sterowalności obiektu jest spójność grafu $G_{\mathcal{V}_i}$.

Należy zauważyć, że ograniczenia w opisie (1.4.1) stanowią znaczne utrudnienie przy wyznaczaniu ciągu sterowań podanego w def. 1.4.1. Dlatego podamy następujące

Twierdzenie 1.4.1. Jeśli w grafie $G_{\mathcal{V}_i}$ ($2 \leq i < \infty$) istnieje cykl Hamiltona, to obiekt opisany w (1.4.1)ⁱ jest całkowicie sterowalny i ciąg sterowań można wyznaczyć w sposób efektywny.

Dowód znajduje się w załączniku zamieszczonym na końcu niniejszej pracy. Sposób wyznaczenia sekwencji sterowań wynika wprost z dowodu.

Okazuje się, że chcąc zapewnić całkowitą sterowalność obiektu przy założeniu, że może on poruszać się tylko w jednej płaszczyźnie (np. Ox_2x_3), należy zagwarantować spójność podgrafu $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$ dla $k=0$, zdefiniowanego w p. 1.4.1. Dlatego podaje się następujące

Twierdzenie 1.4.2. Dla każdego ustalonego i ($2 \leq i < \infty$) oraz dowolnego $k \in \{\mathcal{N}_{-1,i}\}$ podgrafy $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$ są spójne dla zbioru sterowań $\mathcal{U} \supset \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$.

Dowód znajduje się w załączniku zamieszczonym na końcu pracy.

Problem sterowalności O.L. w najbardziej interesujący sposób rozstrzyga

Twierdzenie 1.4.3. Obiekt opisany przez (1.4.1) jest całkowicie sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy graf $G_{\mathcal{V}_i}$ generowany przez zbiory $(\mathcal{V}_i, \mathcal{U})$ jest spójny.

Dowód nie będzie przeprowadzany. Wydaje się on nie nastręczać większych trudności, jeśli zastosuje się podobne rozumowanie, jak przy dowodzeniu tw. 1.4.1 (zob. Załącznik). Wystarczy wykazać warunek dostateczny, gdyż warunek konieczny jest treścią Wniosku 1.4.1.

Z twierdzenia 1.4.3 i 1.4.2 wynika

Wniosek 1.4.2. O.L. opisany przez (1.4.1) jest całkowicie sterowalny dla zbioru $\mathcal{U}$ zawierającego zbiór $\{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$.

Dowód. Z tw. 1.4.2 wynika, że podgrafy $G_{\mathcal{V}_{i,0}}$ są spójne dla $\mathcal{U} \supset \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$. Płaszczyznami symetrii geometrycznego obrazu grafu $G_{\mathcal{V}_i}$ są: Ox_1x_2 , Ox_1x_3 , Ox_2x_3 . Dzięki tej symetrii dostrzegamy, że graf $G_{\mathcal{V}_i}$ jest spójny, co na podstawie tw. 1.4.3 dowodzi sterowalności /ⁱcbdo/.

Na podstawie przytoczonych twierdzeń i wniosków wydaje się uza-

sadnione przyjęcie założenia, że:

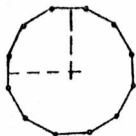
$$\mathcal{U} = \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3 \quad \text{lub ogólniej: } \mathcal{U} \supset \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3. \quad (1.4.7)$$

Podany model stanowi pewne przybliżenie ruchu takich obiektów, które nie mają możliwości przyjęcia prędkości równej zero (samoloty, rakiety). Uwzględnia on dynamikę ruchu, której zasadniczym parametrem jest promień krzywizny toru lotu. Promień ten można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$R_{(i)} = \frac{2}{\pi} \left(i + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\delta_j-1} \sqrt{j^2 + \delta_j^2} \right) + \begin{cases} j \cdot \frac{2}{\pi} \sqrt{2} & \text{dla } j = \delta_j \\ 0 & \text{dla } j \neq \delta_j \end{cases} \quad (1.4.8)$$

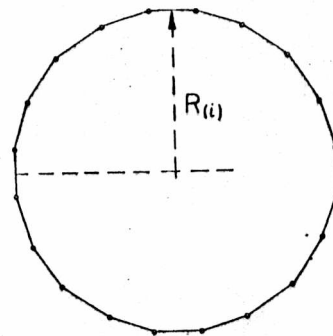
gdzie $\delta_j = \lceil \sqrt{i^2 - j^2} \rceil$ dla $1 \leq j \leq \delta_j$, $i \in \{2, 3, 4, \dots\}$, przy czym $\lceil x \rceil$ oznacza najmniejszą liczbę całkowitą nie mniejszą niż x . Wzór ten wynika z pewnych zależności podanych w dowodzie tw. 1.4.2. Przy jego wyprowadzaniu założono, że obiekt zatacza okrąg w minimalnym czasie (rys. 1.4.1), tor lotu aproksymowany jest odcinkami o długościach równych normom $\|\cdot\|$ z wektorów $\underline{v}$ ma długość $2\pi R_{(i)}$ ($\pi=3.14 \dots$) a ruch odbywa się w jednej płaszczyźnie z prędkością $\underline{v} \in \mathcal{V}_i$ ($i \in I$).

a)



$i = 2$

b)



$i = 3$

Rys. 1.4.1. Tor lotu podczas zataczania okręgu: a- $\underline{v} \in \mathcal{V}_2$,
b- $\underline{v} \in \mathcal{V}_3$

W tabeli 1.4.1 podano kilka obliczonych wartości $R_{(i)}$. Wynika z niej że promień krzywizny $R_{(i)}$ jest w przybliżeniu równy kwadratowi szybkości lotu reprezentowanej przez wartość $i \in I$.

Tabela 1.4.1

i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$R_{(i)}$	4.1	10.5	16.2	23.0	36.3	46.2	63.4	77.4	98.9	115.5

2. OPIS FORMALNY STEROWANIA OBIEKTEM

Synteza organu sterującego wymaga przeprowadzenia takiej syntezy formalnej procesu sterowania, aby w jej wyniku można było uzyskać grafy automatów skończonych reprezentujących zadania obiektu. Dlatego też przedmiotem rozważań niniejszego rozdziału jest odpowiednio ukierunkowana dekompozycja procesu sterowania na takie elementy składowe, z których w rezultacie analizy formalnej możliwe jest uzyskanie dendrytów z cyklami dających się przekształcić do postaci grafów automatów skończonych.

2.1. Charakterystyka zadań obiektu

Zgodnie z podanym w poprzednim rozdziale modelem, jednym z możliwych do przyjęcia wydaje się podział zadań obiektu na następujące klasy (zbiory):

$\mathcal{K}^1$ - zadania polegające na przelocie od punktu $\mathcal{X}_a$ do nieruchomego punktu $\mathcal{X}_b$,

$\mathcal{K}^2$ - zadania zbliżenia do innego obiektu (punktu) przemieszczającego się w przestrzeni,

$\mathcal{K}$ - zadania specjalne.

Do klasy $\mathcal{K}$ można zaliczyć zadania:

$\mathcal{K}^1$ - korekcji trajektorii lotu odchylonej z powodu oddziaływań sił zewnętrznych otoczenia,

$\mathcal{K}^2$ - omijania przeszkód,

$\mathcal{K}^3$ - "zataczania okręgu" w przestrzeni,

$\mathcal{K}^4$ - utrzymania stałego dystansu względem innego obiektu latającego,

$\mathcal{K}^5$ - lotu w narzuconym kierunku z utrzymaniem zadanej odległości od powierzchni przeszkód (np. od powierzchni Ziemi) itd.

W klasie tej zawarte są zadania, które mogą lub też nie mogą być wykonywane równoległe z zadaniami $\mathcal{K}^1$ lub $\mathcal{K}^2$. Ta druga grupa zadań oznaczana będzie przez $\bar{\mathcal{K}}(\bar{\mathcal{K}} \subset \mathcal{K})$. Przykładami zadań należących do $\bar{\mathcal{K}}$ są $\mathcal{K}^3$, $\mathcal{K}^4$ i $\mathcal{K}^5$, natomiast $\mathcal{K}^1 \notin \bar{\mathcal{K}}$.

Wykonanie danego zadania ze zbioru $\mathcal{K}^1$ ($1=1,2, \dots, g$) jest niezbędne do osiągnięcia pewnego celu, tzw. celu cząstkowego.

W przypadku zadań $\mathcal{K}^1$ celem takim może być:

- zidentyfikowanie określonego rejonu,
- dokonanie zrzutu,
- umożliwienie lądowania w wyznaczonym rejonie,
- przeprowadzenie badań w okolicach punktu $\mathcal{X}_b$ (przy użyciu

specjalnej aparatury pokładowej) itd.,
natomiast w przypadku $\mathcal{K}^2$:

- rozpoznanie (sfotografowanie) innego obiektu,
- uzupełnienie paliwa,
- połączenie się,
- zniszczenie itd.

Zbiór wszystkich zadań obiektu oznaczany będzie przez $\mathcal{K}$:

$$\mathcal{K} = \mathcal{K}^1 \cup \mathcal{K}^2 \cup \mathcal{K} = \bigcup_{l=1}^g \mathcal{K}^l \cup \{\mathcal{K}^1, \mathcal{K}^2\}. \quad (2.1.1)$$

2.2. Wpływ otoczenia na proces sterowania obiektem

Synteza procesu sterowania wymaga uwzględnienia oddziaływania otoczenia $\langle \bar{Q} \rangle$ funkcjonującego w dziedzinach ze zbioru $\bar{\Gamma}$ (p. 1.2). Celowe wydaje się rozpatrywanie dziedzin B_1 i B_2 , gdyż dotyczą one obiektów latających różnego typu i przeznaczenia.

2.2.1. O d d z i a ł y w a n i e o t o c z e n i a w d z i e d z i n i e B_1

W p. 1.3 został określony wektor $\underline{\xi} = \langle \xi_1, \xi_2, \xi_3 \rangle$ charakteryzujący stan chwilowy otoczenia w dziedzinie B_1 . Wektor ten można traktować jako zakłócenie prędkości $\underline{v}$ powodujące niepożądane odchylenie toru lotu: przy stale działających siłach odchylenia są tym większe, im dłuższą drogę pokonuje obiekt.

Przyjmuje się, że zakłócenia $\underline{\xi}$ są na tyle wolnozmiennie (w odniesieniu do okresu dyskretyzacji $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$), że (por. z (1.3.7)):

$$(\forall t_k) (\xi_i(t_k) = 0 \Rightarrow \xi_i(t_{k+1}) \in \left\{ -\frac{1}{\lambda} \Delta, 0, \frac{1}{\lambda} \Delta \right\}), \quad i=1,2,3, \quad (2.2.1)$$

$$(\forall t_k) (\xi_i(t_k) = \delta \frac{\Delta}{\lambda} \Rightarrow \xi_i(t_{k+1}) \in \left\{ 0, \delta \frac{1}{\lambda} \Delta \right\}, \delta \in \{-1, 1\}), \quad i=1,2,3.$$

Obiekt powinien "przeciwdziałać" siłom zewnętrznym dla zapewnienia prawidłowego lotu i dlatego od organu sterującego wymaga się wykonywania zadań korekcji $\mathcal{K}^1$ (p. 2.1). Na etapie planowania lotu nie można przewidzieć zmian wektora $\underline{\xi}$. Stan w dziedzinie B_1 musi więc być kontrolowany na bieżąco (w trakcie lotu). Zakłada się, że obiekt wyposażony jest w urządzenie zdolne do określania w dyskretnych chwilach $t_k, t_{k+1}, \dots$ współrzędnych wektora $\underline{\xi}$.

Przyjmuje się, że stan otoczenia w dziedzinie B_1 określa wektor $\underline{u}^{\xi}$ (odpowiednik składowej b_1 wektora $\underline{b}$ zdefiniowanego w (1.2.9)):

$$\underline{u}^f = \langle u_1^f, u_2^f, u_3^f \rangle \in \mathcal{U}^f = \left\{ \mathcal{N}_{-1,1}^f \right\}^3. \quad (2.2.2)$$

Współrzędne u_i^f zależne są od współrzędnych wektora $\underline{\zeta}^f$, reprezentujących odchylenie toru lotu w odniesieniu do każdej osi układu $Ox_1x_2x_3$:

$$\underline{\zeta}^f = \langle \zeta_1^f, \zeta_2^f, \zeta_3^f \rangle \in \left\{ \mathcal{N}_{-\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\alpha}{\lambda}}^f \right\}^3 = \left\{ -\frac{\alpha}{\lambda}, -\frac{\alpha-1}{\lambda}, \dots, \frac{-1}{\lambda}, 0, \frac{1}{\lambda}, \dots, \frac{\alpha-1}{\lambda}, \frac{\alpha}{\lambda} \right\}^3, \quad (2.2.3)$$

gdzie α jest ustaloną liczbą spełniającą warunek:

$$\frac{1}{2} < \frac{\alpha}{\lambda} < 1, \quad \alpha, \lambda - \text{całkowite dodatnie}. \quad (2.2.4)$$

Współrzędne wektora $\underline{\zeta}^f$ mogą być określone na podstawie $\underline{\xi}$.
Związek między $\underline{u}^f$ i $\underline{\zeta}^f$ jest następujący:

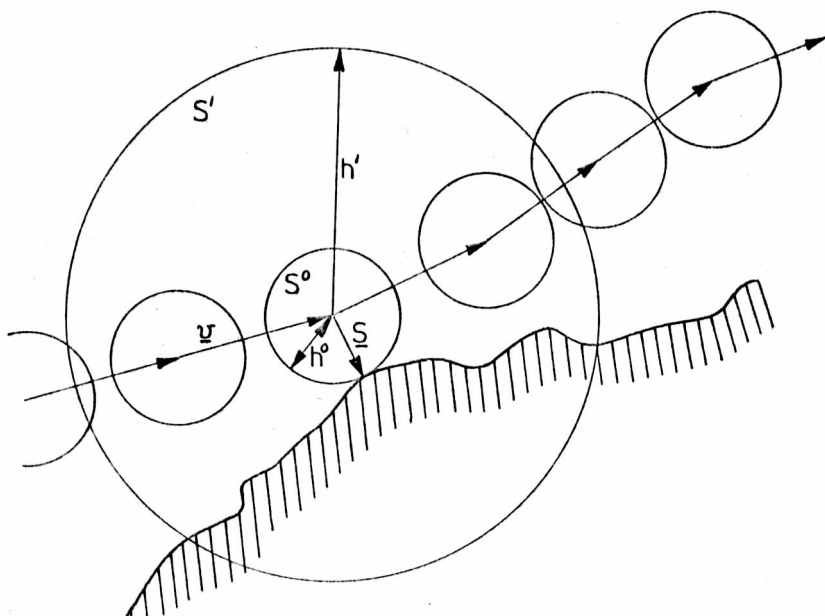
$$u_i^f = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } |\zeta_i^f| < \frac{\alpha}{\lambda}, \\ \text{sign } \zeta_i^f & \text{jeśli } |\zeta_i^f| \geq \frac{\alpha}{\lambda}, \quad i=1,2,3. \end{cases} \quad (2.2.5)$$

Wektor $\underline{u}^f$ wskazuje więc kierunek zbyt dużego odchylenia trajektorii lotu, co powinno wywołać odpowiednią reakcję ze strony organu sterującego (zostanie to omówione w p. 2.3.5).

2.2.2. Oddziaływanie otoczenia w dziedzinie B_2

Wpływ otoczenia uwidacznia się również w tym, że w przestrzeni mogą znajdować się przeszkody. Nie wnikając w nich naturę, rozpatruje się przeszkody "prawie nieruchome", tj. takie, których szybkość przemieszczania się jest znacznie mniejsza od minimalnej szybkości obiektu. Zajmują pewne obszary przestrzenne a w momencie, gdy znajdują się w pewnym otoczeniu S' obiektu, wówczas stają się wykrywalne przez odpowiednie urządzenia pokładowe.

Z punktu widzenia sterowania najważniejsze jest, że O.L. wykonując określone zadanie $\mathcal{X}^1$ nie może zbliżyć się do obszaru przeszkód na odległość mniejszą niż h^0 (rys. 2.2.1). Wartość h^0 oznacza odległość dopuszczalną (bezpieczną lub pożądaną) i może być inna dla różnych zadań. Wynika to stąd, że raz obiekt jest zainteresowany maksymalnym zbliżeniem się do obszaru przeszkód (np. w celu sfotografowania pewnych terenów), zaś innym razem powinien znajdować się jak najdalej od nich (np. gdy porusza się z dużą szybkością i należy zapewnić dostatecznie duże prawdopodobieństwo uniknięcia zderzenia).



Rys. 2.2.1. Ilustracja obszarów S^0 i S'

Zakłada się, że:

$$h' \geq \bar{R} + h_{\max}^0, \quad (2.2.6)$$

gdzie $\bar{R}$ jest średnią najmniejszej powłoki wypukłej w $\{R\}^3$, obejmującej trajektorię obiektu poruszającego się z maksymalną szybkością i wykonującego minimalnoczasowy manewr zmiany kierunku lotu na przeciwny ($\bar{R} \approx 2R_{(i)}$ dla $i=i_{\max}$ - wzór (1.4.8)). Można sprawdzić, że przy spełnieniu tego warunku (dotyczącego w istocie wymaganej czułości urządzeń służących do wykrywania przeszkód), obiekt ma zawsze możliwość uniknięcia zderzenia - niezależnie od szybkości lotu, rozmiarów i rozmieszczenia przeszkód.

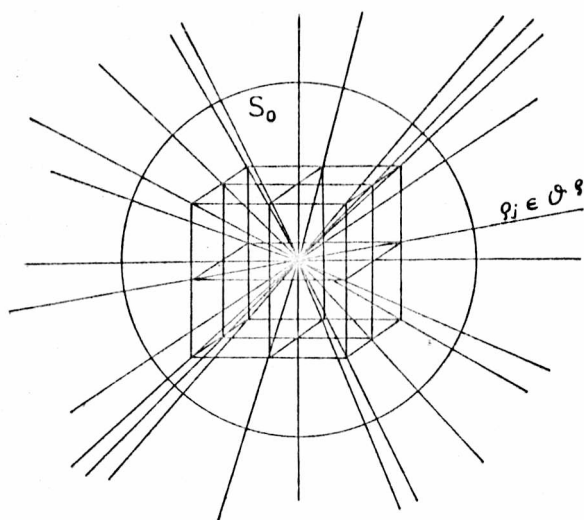
Weźmy pod uwagę pęk półprostych $\mathcal{S}_j$ tworzących zbiór $\mathcal{U}^s$ jak na rys. 2.2.2.

Dla ustalenia uwagi załóżmy, że O.L. umieszczony jest w środku pęku prostych $\mathcal{U}^s$ i przemieszcza się razem z nim (również z kulą S^0 i S') z prędkością $\underline{v} \in \mathcal{V}$.

Zakłada się, że obiekt wyposażony jest w urządzenie $[U^s]$, które zdolne jest do wytworzenia sygnałów $\mathcal{X}_k$ przyporządkowanych półprostym $\mathcal{S}_k$:

$$\mathcal{X}_k = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \min \{h_1, \dots, h_\eta\} \geq h^0. \\ 1 & \text{jeśli } \min \{h_1, \dots, h_\eta\} = h_k < h^0, \quad \eta = \overline{\mathcal{U}^s}, \end{cases} \quad (2.2.7)$$

gdzie h_k jest odległością od przeszkody mierzoną po półprostej $\mathcal{S}_k$.



Rys. 2.2.2. Reprezentacja geometryczna zbioru $\mathcal{G}$

Stan otoczenia w dziedzinie B_2 może reprezentować wektor $\underline{x}$ (odpowiednik składowej b_2 wektora $\underline{b}$ zdefiniowanego w (1.2.9)):

$$\underline{x} = \langle x_1, \dots, x_\eta \rangle \in Z^x = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_\eta\}, \quad \eta = \bar{\mathcal{G}}. \quad (2.2.8)$$

Wektor $\underline{x}$ może zawierać w danym momencie co najwyżej jedną jedynkę. Jeśli nie zawiera żadnej ($\underline{x} = \underline{x}_0 = \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$), to w obszarze S^0 brak jest przeszkód. Jeśli dla pewnego k jest $x_k=1$, to w obszarze S^0 na kierunku g_k występuje przeszkoda i powinno być wykonane zadanie $\mathcal{H}^2$ (p. 2.1) - zostanie to omówione w p. 2.3.5.

2.3. Dekompozycja procesu sterowania

Proces sterowania w zakresie zadań obiektu wymienionych w p.2.1 może być różnie rozpatrywany. Z punktu widzenia syntezy organu sterującego wydaje się możliwa do przyjęcia następująca dekompozycja. Wszystkie zadania ze zbiorów $\mathcal{K}^l \subset \mathcal{K}$, $l=1,2, \dots, g$ (określenie (2.1.1)) są zadaniami złożonymi, tzn. stanowią sekwencje tzw. zadań elementarnych. Te ostatnie z kolei stanowią sekwencje decyzji wypracowywanych przez organ sterujący (odpowiadających sterowaniom $u \in \mathcal{U}$).

Zadania złożone zostały scharakteryzowane w p. 2.1. Z kolei zadania elementarne dla przyjętego w p. 1.3 modelu definiuje się następująco.

Def. 2.3.1. Zadanie elementarne stanowi taki proces decyzyjny, którego właściwa realizacja ze strony organu decyzyjnego pozwala w warunkach oddziaływania otoczenia w dziedzinach B_1 i $B_2 \in \bar{\Gamma}$, na

zmianę stanu określonego przez parę wektorów $\langle \underline{v}, \underline{x} \rangle$ na stan $\langle \underline{v}^f, \underline{x}' \rangle$, gdzie $\underline{v}$ i $\underline{v}^f$ stanowią ustalone wektory prędkości, a $\underline{x}$ i $\underline{x}'$ - jakiekolwiek wektory położenia.

Zadania elementarne tworzą zbiór:

$$\mathcal{K}^e = \{k_1^e, \dots, k_n^e\}, \quad n^e = \overline{\mathcal{K}}^e = (\overline{\mathcal{V}})^2 \quad (2.3.1)$$

Każdemu zadaniu k_q^e odpowiada uporządkowana para wektorów $\underline{v}$ i $\underline{v}^f$ oraz wartość p_q^e parametru p^e , która je identyfikuje:

$$k_q^e \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \leftrightarrow p_q^e, \quad k_q^e \in \mathcal{K}^e, \quad \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_j, \quad i, j \in I, \quad p_q^e \in \mathcal{P}^e. \quad (2.3.2)$$

Podczas wykonywania tych zadań organ sterujący powinien wykorzystywać informację o stanie otoczenia zawartą w wektorze $\underline{z}^e$ o postaci:

$$\underline{z}^e = \langle \underline{u}, \underline{x} \rangle \in Z^e, \quad (2.3.3)$$

gdzie $\underline{u}$ i $\underline{x}$ zostały określone w p. 2.2.1 i 2.2.2.

Proces sterowania na poziomie zadań elementarnych będzie omówiony w p. 2.3.5.

2.3.1. O p t y m a l i z a c j a p r o c e s u s t e r o w a n i a n a p o z i o m i e z a d a ń z ł o ż o n y c h

Proces sterowania na poziomie zadań złożonych ze zbioru $\mathcal{K}$ (p.2.1) można potraktować jako wieloetapowy proces decyzyjny. Aparatem formalnym przydatnym do jego syntezy jest teoria gier wielochodowych parametrycznych [27,28,31]. Jak wiadomo, najistotniejszym problemem wymagającym rozwiązania w przypadku, gdy proces traktuje się jako grę wielochodową dwóch stron jest jednostronna optymalizacja dendrytu gry. Zagadnienie to zostanie niżej rozpatrzone i podany będzie algorytm optymalizacji.

W celu sformułowania problemu optymalizacji w proponowanym ujęciu odnośnie zadań $\mathcal{K}^1$, $l=1, \dots, g$, (p. 2.1) wskazane jest:

1. Zdefiniowanie relacji i skończonych zbiorów wartości charakteryzujących możliwe ich stany w celu określenia wektora stanu procesu.
2. Określenie skończonego zbioru stanów dopuszczalnych Z^1 procesu, jako zbioru wektorów zdarzeń mogących wystąpić podczas realizacji zadań.
3. Wyodrębnienie ze zbioru Z^1 podzbioru stanów początkowych Z_0^1 , tj. mogących wystąpić przed rozpoczęciem zadania.

4. Wyodrębnienie ze zbioru Z^1 podzbioru stanów końcowych Z_f^1 i wybór wektora $\underline{z}_*^1 \in Z_f^1$ określającego najbardziej korzystny stan końcowy.

Oznaczenia:

ad. 1. Relacje będą oznaczane przez $\Pi_1^1, \dots, \Pi_{n_1}^1$ a zbiory ich wartości wyróżnionych: ${}^+\Pi_1^1, \dots, {}^+\Pi_{n_1}^1$.

ad. 2. Stan procesu reprezentuje wektor $\underline{z}^1$ o postaci:

$$\underline{z}^1 = \langle \pi_1^1, \dots, \pi_{n_1}^1 \rangle \in Z^1, \quad l=1, \dots, g, \quad (2.3.4)$$

gdzie:

$$Z^1 = \{ \underline{z}_1^1, \underline{z}_2^1, \dots, \underline{z}_{n_1}^1 \} \in {}^+\Pi^1 = \bigtimes_{j=1}^{n_1} {}^+\Pi_j^1, \quad l=1, \dots, g. \quad (2.3.5)$$

ad. 3, 4. Zbiory Z_o^1 i Z_f^1 mają postać:

$$Z_o^1 = \{ \underline{z}_{a_1}^1, \underline{z}_{a_2}^1, \dots, \underline{z}_{a_s}^1 \} \subset Z^1, \quad l=1, \dots, g, \quad (2.3.6)$$

$$Z_f^1 = \{ \underline{z}_{f_o}^1; \underline{z}_{f_1}^1, \underline{z}_{f_2}^1, \dots, \underline{z}_{f_p}^1 \} \subset Z^1, \quad \underline{z}_{f_o}^1 = \underline{z}_*^1, \quad l=1, \dots, g. \quad (2.3.7)$$

Zbiory te wyznaczają podział zbioru Z^1 :

$$Z^1 = Z_o^1 \cup Z_f^1, \quad Z_o^1 \cap Z_f^1 = \emptyset, \quad l=1, \dots, g. \quad (2.3.8)$$

Zadania złożone z klasy $\mathcal{K}^1$ tworzą zbiór:

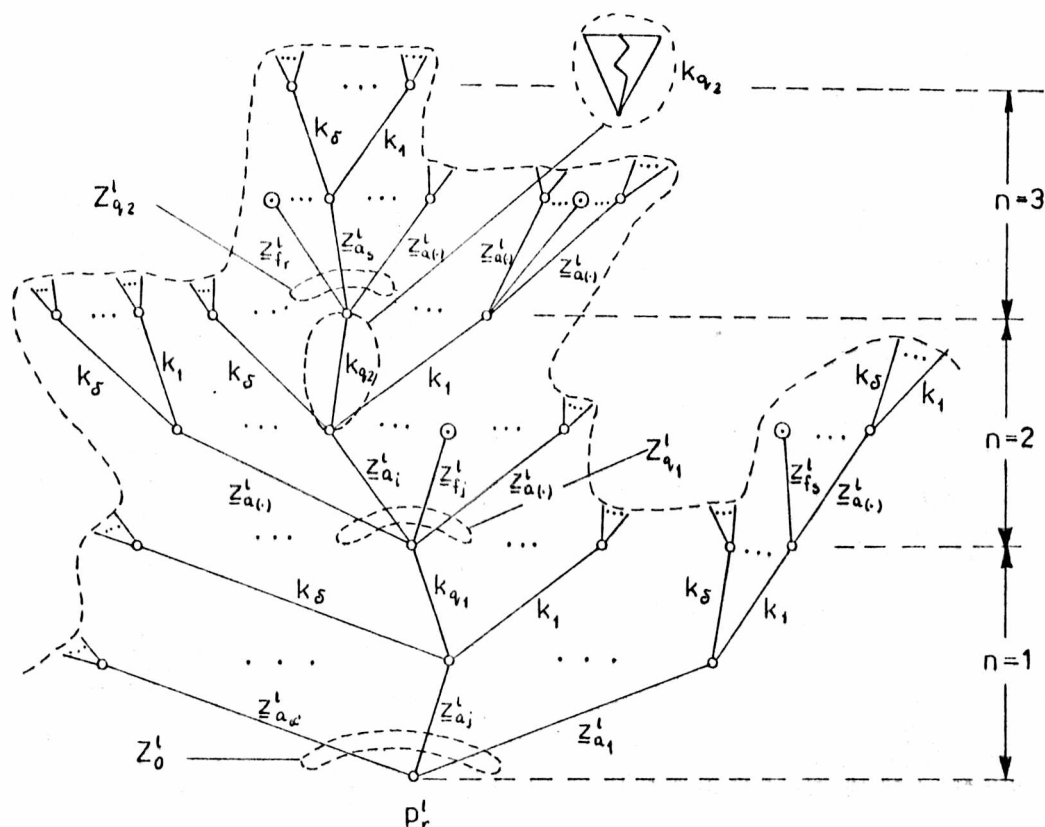
$$\mathcal{K}^1 = \{ K_1^1, \dots, K_r^1, \dots, K_{\omega_1}^1 \}, \quad l=1, \dots, g. \quad (2.3.9)$$

Zadaniu K_r^1 odpowiada wartość p_r^1 parametru p^1 identyfikująca je:

$$K_r^1 \leftrightarrow p_r^1 \in \mathcal{P}^1 = \{ p_1^1, \dots, p_r^1, \dots, p_{\omega_1}^1 \}, \quad l=1, \dots, g. \quad (2.3.10)$$

Istotę procesu sterowania dla zadania $K_r^1 \in \mathcal{K}^1$ wyjaśnia dendryt gry oznaczany symbolem $\tilde{\mathcal{D}}_r^1$ (rys. 2.3.1). Jego korzeń opisuje wartość p_r^1 . Piętra $n=1, n=2, \dots$ odpowiadają kolejnym fazom wykonania zadania. Krawędzie wychodzące z korzenia dendrytu opisane są wektorami stanów początkowych procesu $\underline{z}_{a_j}^1 \in Z_o^1$. Symbolizują one sytuacje mogące wystąpić w momencie rozpoczęcia zadania. Od wszystkich wierzchołków, do których doprowadzają krawędzie $\underline{z}_{a_j}^1$ odchodzą krawędzie $k_1, \dots, k_{q_1}, \dots, k_s$, oznaczające typy zadań elementarnych.

Należy je interpretować jako reakcje organu sterującego na sytuacje: $\underline{z}_{a_1}^1, \dots, \underline{z}_{a_j}^1, \dots, \underline{z}_{a_\omega}^1$ (mogące wystąpić w fazie $n=1$ realizacji zadania K_r^1).^j Krawędzie te nie symbolizują pojedynczych decyzji organu sterującego lecz reprezentują algorytmy sterowania poziomu niższego w postaci odpowiednich dendrytów (p. 2.3.5).



Rys. 2.3.1. Fragment struktury dendrytu gry $\tilde{\mathcal{D}}_r^1$

Z wierzchołka, do którego doprowadza krawędź k_{q_1} odchodzą krawędzie symbolizujące stany z pewnego podzbioru $\underline{z}_{q_1}^1 \subset \underline{z}^1$. Oznacza to, że w wyniku wykonania zadania typu k_{q_1} mogą wystąpić stany ze zbioru $\underline{z}_{q_1}^1$. Może się zdarzyć, że pewien stan ze zbioru $\underline{z}_{q_1}^1$ jest jednocześnie stanem końcowym procesu. W takiej sytuacji zadanie K_r^1 uważa się za zakończone (koniec krawędzi $\underline{z}_f^1$, $\underline{z}_f^1$ oznacza się przez $\odot$). Może się też zdarzyć, że w wyniku wykonania zadania k_{q_1} wystąpią stany, z których żaden nie jest końcowy. Krawędź $\underline{z}_{a_i}^1$ nie reprezentująca stanu końcowego doprowadza do wierzchołka, z którego ponownie wychodzą krawędzie $k_1, \dots, k_s$. Dalej zasada budowy dendrytu gry jest analogiczna (rys. 2.3.1).

Reguły gry są następujące [28]:

I - strategia chodowe $k_{(.)}$ strony A gry (organu sterującego $\langle X_o \rangle$)

i strony B (układu $\langle\langle Q \rangle\rangle, \langle\bar{Q}\rangle$ z wyłączeniem $\langle X_0 \rangle$) - $\underline{z}_0^1$ - występują na przemian,

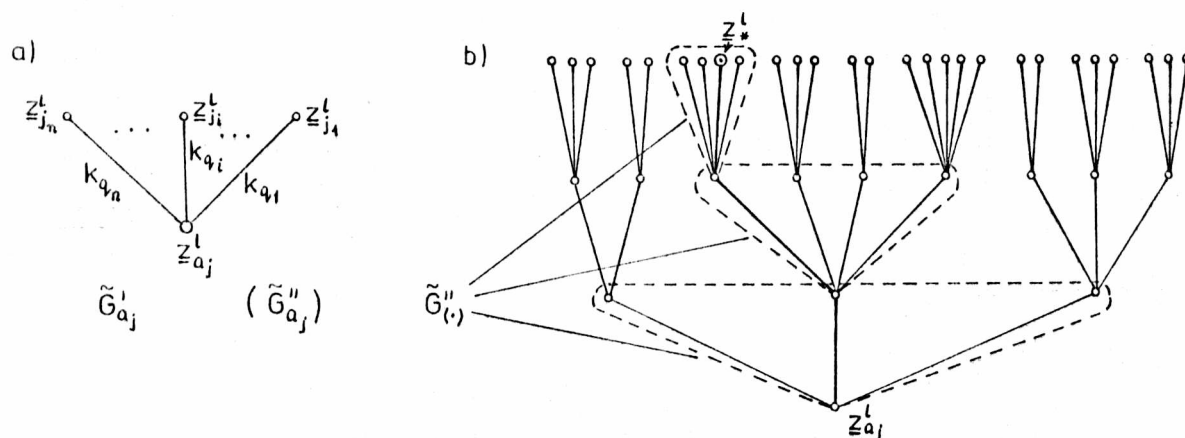
II - grę rozpoczyna i kończy strona B,

III - zbiory strategii chodowych strony B na każdym etapie gry stanowią ściśle określone podzbiory zbioru Z^1 .

Dendryt $\tilde{\mathcal{D}}_r^1$ należy zoptymalizować jednostronnie, tzn. na korzyść strony A. Z formalnego punktu widzenia sprowadza się to do eliminacji (wykreślenia) wszystkich, z wyjątkiem jednej, krawędzi k_q na poszczególnych piętrach dendrytu. W każdej fazie organ sterujący ma więc do wykonania tylko jedno zadanie elementarne, czyli dokonuje wyboru. Wybór takiego czy innego zadania wpływa na efektywność realizacji procesu sterowania, której miarą (kryterium optymalności) jest czas niezbędny do zakończenia wykonywania zadania K_r^1 . W efekcie należy uzyskać dendryt jednoznacznie określający, jakie powinny być decyzje k_q strony A, aby w możliwie najkrótszym czasie doprowadzić proces do stanu końcowego, niezależnie od stanu początkowego oraz przyszłych stanów mogących się pojawić w wyniku realizacji tych decyzji.

Optymalizację dendrytów gry dla zadań $K_r^1 \in \mathcal{K}^1$ proponuje się przeprowadzić w oparciu o następujący algorytm, umożliwiający otrzymanie jednostronnie zoptymalizowanych dendrytów $\mathcal{D}_r^1$ z cyklami.

Krok 1. Dla każdego $\underline{z}_{aj}^1 \in Z_0^1$ należy wyznaczyć wszystkie możliwe stany ze zbioru Z^1 , które mogą wystąpić w wyniku realizacji zadań elementarnych typu $k_q \in K$. Wymaga to zbadania możliwości dokonywania zmian współrzędnych wektorów stanu procesu poprzez wykonanie zadań k_{qj} . Wyniki analizy można przedstawić w postaci dendrytów elementarnych $\tilde{G}_{aj}^1$ odpowiadających $\underline{z}_{aj}^1$ (rys. 2.3.2).



Rys. 2.3.2: a-struktura dendrytu $\tilde{G}_{aj}^1$ ($\tilde{G}_{aj}^1$), b-przykład dendrytu $\tilde{G}_{aj}^1$

Krok 2. W każdym dendrycie $\tilde{G}'_{a_j}$ należy wykreślić krawędzie doprowadzające do wierzchołków - stanów, które nie powinny wystąpić w jakiegokolwiek fazie realizacji procesu, ze względu na niespełnienie warunków i ograniczeń obowiązujących podczas wykonywania zadania K^1_r . W wyniku otrzymuje się dendryty elementarne $\tilde{G}''_{a_j}$ o identycznej strukturze jak $\tilde{G}'_{a_j}$ (zawierające nie większą liczbę krawędzi niż $\tilde{G}'_{a_j}$, rys. 2.3.2a).

Krok 3. Dla każdego $\underline{z}^1_{a_j} \in Z^1_0$ należy zbudować dendryty $\tilde{G}'''_{a_j}$ poprzez dołączenie do odpowiednich wierzchołków końcowych dendrytów $\tilde{G}''_{a_j}$ innych dendrytów tego typu. Łączeniu podlegają wierzchołki opisane tym samym symbolem. Proces łączenia kończy się, gdy otrzymany dendryt $\tilde{G}'''_{a_j}$ zawiera wierzchołek $\underline{z}^1_* \in Z^1_f$ (rys. 2.3.2b).

Krok 4. Na podstawie $\tilde{G}'''_{a_j}$ należy wyznaczyć dla każdego $\underline{z}^1_{a_j} \in Z^1_0$ sekwencje zawierające minimalną liczbę wyrazów o postaci:

$$L^*(\underline{z}^1_{a_j}, \underline{z}^1_*) = \langle \underline{z}^1_{a_j}, k_{q_1}, \underline{z}^1_{a_1}, k_{q_2}, \underline{z}^1_{a_s}, \dots, \underline{z}^1_* \rangle. \quad (2.3.11)$$

Zapis ten należy rozumieć następująco: "w wyniku realizacji zadania k_{q_1} dokonuje się celowa zmiana stanu procesu z $\underline{z}^1_{a_j}$ na $\underline{z}^1_{a_1}$, w wyniku realizacji k_{q_2} - z $\underline{z}^1_{a_1}$ na $\underline{z}^1_{a_s} \dots$ na $\underline{z}^1_*$ ". Znalezienie tej sekwencji polega na eliminacji krawędzi w dendrycie $\tilde{G}'''_{a_j}$, które nie doprowadzają do $\underline{z}^1_*$. Wykreślanie rozpoczyna się więc "od końca" (rys. 2.3.2b). Pozostawione krawędzie tworzą zbiór typów zadań elementarnych:

$$K^1 = \{k_{q_1}, k_{q_2}, \dots, k_{q_c}\} \subset K. \quad (2.3.12)$$

Krok 5. Dla każdego k_{q_i} występującego w $L^*(\underline{z}^1_{a_j}, \underline{z}^1_*)$ należy określić parametr $p(k_{q_i})$ identyfikujący to zadanie (por. def. 2.3.1):

$$p(k_{q_i}) \longleftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle.$$

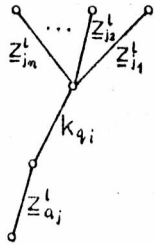
Krok 6. Należy określić wszystkie możliwe stany, które na zasadzie przypadku, z jakimkolwiek prawdopodobieństwem różnym od zera, mogą wystąpić w wyniku realizacji zadań $k_{q_i} \in K^1$. Dla każdego $\underline{z}^1_{a_j}$ należy otrzymać zapisy o postaci:

$$k_{q_i} : \underline{z}^1_{a_j} \rightarrow \{\underline{z}^1_{j_1}; \underline{z}^1_{j_2}, \underline{z}^1_{j_3}, \dots, \underline{z}^1_{j_n}\} = Z^1_{q_i} \subset Z^1. \quad (2.3.13)$$

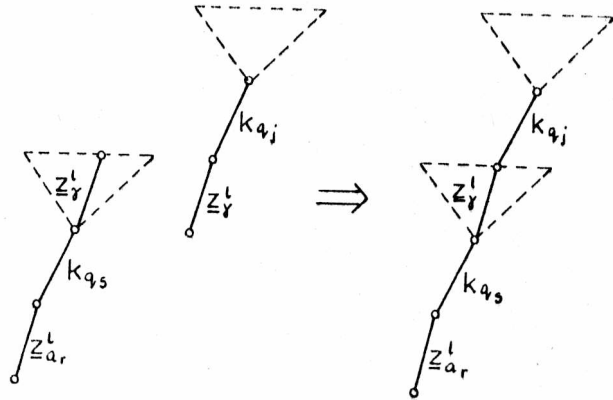
Interpretacja: "w wyniku wykonania zadania elementarnego typu k_{q_i}

następuje celowa zmiana stanu procesu z $\underline{z}_{a_j}^1$ na $\underline{z}_j^1$ ale może wystąpić stan $\underline{z}_j^1$ lub $\underline{z}_{j_3}^1$ lub ... $\underline{z}_{j_n}^1$. Zapisy te odpowiadają fragmentom dendrytu $\mathcal{D}_r^1$ jak $\underline{z}_{j_3}^1$ na rys. 2.3.3a.

a)

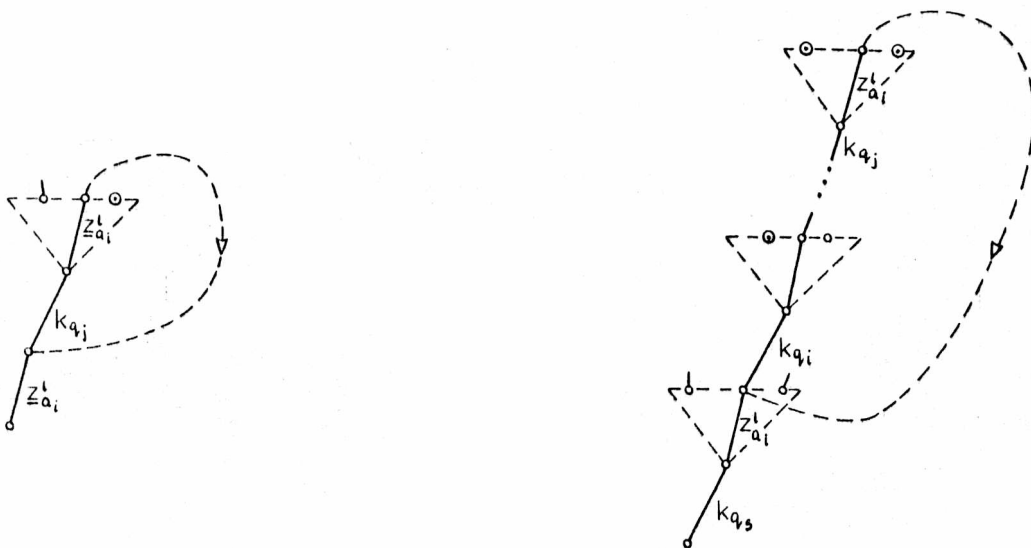


b)



Rys. 2.3.3: a-fragment dendrytu $\mathcal{D}_r^1 \leftrightarrow (2.3.13)$, b-łączenie fragmentów

Krok 7. Należy połączyć ze sobą fragmenty dendrytu $\mathcal{D}_r^1$ mające tę własność, że krawędź końcowa jednego z nich jest tak samo opisana jak krawędź początkowa drugiego (rys. 2.3.3b). W wyniku takich łączeń otrzymuje się nowy, bardziej rozbudowany fragment, który powinien mieć minimalną liczbę pętli. Dlatego jeśli na pewnym piętrze wystąpi po raz drugi krawędź nie reprezentująca stanu końcowego procesu, wówczas wprowadza się cykl w sposób pokazany na rys. 2.3.4. W ten sposób otrzymuje się dendryt $\mathcal{D}_r^1$ z cyklami.



Rys. 2.3.4. Wprowadzanie cykli

Obecnie podane będą założenia i idea dowodu słuszności algorytmu. Zakłada się, że zadania $K_r^1 \in \mathcal{K}^1$ są dobrze postawionymi problemami sterowania i posiadają rozwiązanie w postaci zbioru trajektorii lotu. Każdą trajektorię można podzielić na skończone odcinki, np. dwuelementowe, odpowiadające chwilom t_k i t_{k+2} . Stąd i z założenia wynika, że K_r^1 jest procesem dającym się przeprowadzić w skończonym czasie do stanu końcowego poprzez realizację zadań elementarnych. Każdy stan nie będący końcowym traktuje się jako początkowy. Należy zauważyć, że do kroku 4 idea rozwiązania jest zgodna z metodą programowania dynamicznego Bellmana. Tłumaczy się to tym, że nie można przewidzieć a priori czasu wykonywania zadań elementarnych typu k_q zmieniających stany relacji Π_j^1 (czas ten może być jednak minimalizowany). Łatwo dostrzec, że jakikolwiek stan nie będący końcowym i zawarty w sekwencji (2.3.11) może wystąpić w niej co najwyżej raz.

Z osiągnięciem stanu "zamierzonego" związane jest pewne ryzyko, co uwzględnia zapis (2.3.13). Zakłada się, że zadanie k_q jest zawsze tak określone, że spośród wszystkich zadań o własności (2.3.13) maksymalizuje ono prawdopodobieństwo osiągnięcia stanu zamierzonego $\underline{z}_j^1$. Stąd i ze sposobu postępowania w kroku 7 wynika, że wśród dendrytów o skończonej liczbie pięter, dendryt $\mathcal{D}_r^1$ posiada minimalną ich liczbę i maksymalizuje prawdopodobieństwo osiągnięcia stanu końcowego procesu dla wszystkich możliwych sekwencji strony B gry.

Zaletą algorytmu jest to, że w wyniku otrzymuje się formalny opis procesu sterowania odpowiadający jednoznacznie grafowi pewnego automatu skończonego, z możliwością wynikającego stąd dwupoziomowego sterowania. Rozwiązanie ma więc inną postać niż zwykle otrzymywane przy rozwiązywaniu podobnych zagadnień i przy podobnym modelu sterowania środkiem masy, np. [54]. Wadą metody jest to, że stan procesu może być różnie definiowany, co w przypadku "niewłaściwego" określenia relacji Π_j^1 pozwala na otrzymanie rozwiązań tylko zbliżonych do optymalnych.

Zadania elementarne powinny być wykonywane w minimalnym czasie, co zostanie dalej uwzględnione (p. 2.3.5).

Podany algorytm będzie zastosowany do syntezy procesu sterowania dla zadań z klasy $\mathcal{K}^1$ w p. 2.3.2 oraz $\mathcal{K}^2$ w p. 2.3.3. Możliwość łatwego przekształcenia dendrytów $\mathcal{D}_r^1$ do postaci grafów automatów będzie wykorzystana do syntezy organu sterującego (rozdz.4)

2.3.2. Opis formalny zadań z klasy $\mathcal{K}^1$

Przypuśćmy, że począwszy od chwili $t=t_0$ O.L. powinien wykonać lot od punktu $\mathcal{X}_a$ do pewnego nieruchomego punktu $\mathcal{X}_b$ w przestrzeni. Początkowo znajduje się on w stanie określonym przez parę wektorów (por. p. 1.3.2):

$$\langle \underline{v}, \underline{e} \rangle = \langle \underline{v}(t_0), \underline{e}(t_0) \rangle \in \mathcal{V}_1 \times E, \quad i \in I, \quad (2.3.14)$$

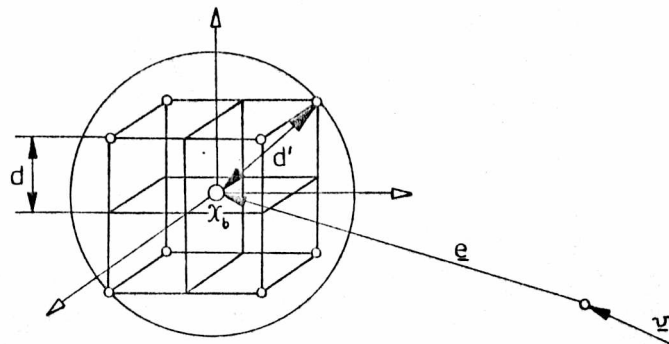
gdzie $\underline{e}$ jest wektorem określającym położenie punktu $\mathcal{X}_b$ względem O.L. Warunkiem prawidłowego wykonania zadania jest, aby obiekt poruszał się z góry ustaloną szybkością, tzn. aby $\underline{v} \in \mathcal{V}_j, j \in I$ (wartość zadana $j \in I$ zależy od zamierzonego celu cząstkowego).

Każdemu zadaniu ze zbioru $\mathcal{K}^1$ przyporządkowana jest wartość $j \in I$ odpowiadająca wartości p_j^1 parametru p^1 , który je identyfikuje:

$$\mathcal{K}^1 = \{K_1^1, \dots, K_{\omega_1}^1\}, \quad K_j^1 \leftrightarrow j \leftrightarrow p_j^1, \quad p_j^1 \in \mathcal{P}^1 = \{p_1^1, \dots, p_{\omega_1}^1\}, \quad (2.3.15)$$

gdzie $\omega_1 = \bar{I} = i_{\max} - i_{\min} + 1$.

Zadania $\mathcal{K}^1$ polegają na tym, aby w efekcie ich wykonania O.L. znalazł się po pewnym czasie w odległości nie większej niż d' od punktu $\mathcal{X}_b$ (rys. 2.3.5), przy czym $\|\underline{e}(t_0)\| \gg d'$.



Rys. 2.3.5. Interpretacja geometryczna warunku (2.3.16)

Wymaganie, aby $\|\underline{e}\| \leq d'$ jest spełnione zawsze wtedy, gdy

$$\|\underline{e}\|^* = \max_{i=1,2,3} \{ |e_i| \} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} d' = d. \quad (2.3.16)$$

Można więc przyjąć, że zadanie $K_j^1 \in \mathcal{K}^1$ jest zakończone, jeśli zachodzi (2.3.16).

Zarówno w momencie rozpoczęcia, jak i w trakcie wykonywania zadania, obiekt może się znajdować w różnych sytuacjach mających wpływ na przebieg sterowania. Należy więc zdefiniować taki wektor zdarzeń $\underline{z}^1$, który pełniłby rolę wektora stanu procesu (p. 2.3.1). Wektor ten powinien zawierać informacje w zakresie następujących relacji:

- 1 - Π_1^1 - między aktualną szybkością lotu a wymaganą w czasie wykonywania zadania,
- 2 - Π_2^1 - między aktualnym kierunkiem lotu a położeniem punktu x_b względem O.L.,
- 3 - Π_3^1 - między aktualnym a optymalnym kierunkiem lotu,
- 4 - Π_4^1 - między aktualną odległością O.L. od punktu x_b a wymaganą odległością zbliżenia d.

Potrzeba posiadania tych informacji wynika stąd, że:

ad. 1. Aktualna szybkość może być różna od zadanej. Niezbędne może być jej zmniejszenie, zwiększenie lub utrzymanie na tym samym poziomie.

ad. 2. Aktualny kierunek lotu może znacznie odbiegać od "właściwego", który zależy od położenia punktu x_b . Przyjmuje się, że dany kierunek jest "właściwy", jeśli przy braku jego zmiany obiekt zbliża się do punktu x_b , w przeciwnym wypadku nazywany będzie "niewłaściwym". Uzasadniona wydaje się potrzeba posiadania informacji o tym, czy aktualny kierunek pokrywa się z właściwym.

ad. 3. Jeśli nawet obiekt przybliży się do punktu docelowego, to jeszcze nie znaczy, że jego kierunek lotu pokrywa się z optymalnym. Obiekt powinien zawsze dążyć do posiadania takiego kierunku. Określenie optymalnego kierunku będzie podane dalej.

ad. 4. Brak informacji w zakresie relacji Π_4^1 uniemożliwia wyznaczenie momentu zakończenia wykonywania zadania.

Relacje Π_j^1 zostaną określone formalnie.

Stan w zakresie aktualnej szybkości lotu można wyrazić za pomocą relacji Π_1^1 stanowiącej następujące odwzorowanie π_1^1 :

$$\pi_1^1: \mathcal{V} \times I \rightarrow {}^+\Pi_1^1 = \{0, 1\}.$$

Zbiór ${}^+\Pi_1^1$ jest zbiorem możliwych stanów relacji Π_1^1 . Dla danego $\underline{v} \in \mathcal{V}$ oraz $j \in I$ funkcja π_1^1 dana jest przez:

$$\pi_1^1 = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{v} \in \mathcal{V}_1 \wedge \underline{v} \notin \mathcal{V}_j \\ 1 & \text{jeśli } \underline{v} \in \mathcal{V}_j \end{cases} \quad (2.3.17)$$

kiem lotu. Należy zauważyć, że dla dowolnego $j \in I$ istnieje w zbiorze $\mathcal{V}_j$ taki wektor $\underline{v}^*$, którego kierunek jest "najbliższy" kierunkowi $\underline{e}$, przy czym za miarę "bliskości" kierunków dwóch wektorów uważa się kąt między nimi zawarty:

$$|\angle(\underline{e}, \underline{v}^*)| = \min_{\underline{v} \in \mathcal{V}_j} |\angle(\underline{e}, \underline{v})|, \quad \underline{e} \in E. \quad (2.3.20)$$

Przy $\pi_2^1 = 1$ zależność ta równoważna jest następującej:

$$\frac{\underline{e} \circ \underline{v}^*}{\|\underline{e}\| \cdot \|\underline{v}^*\|} = \max_{\underline{v} \in \mathcal{V}_j} \left\{ \frac{\underline{e} \circ \underline{v}}{\|\underline{e}\| \cdot \|\underline{v}\|} \right\}. \quad (2.3.21)$$

Relacja Π_3^1 może być reprezentowana przez funkcję π_3^1 określoną na zbiorze $E \times \mathcal{V}_j$ i przyjmującą wartości ze zbioru ${}^+\Pi_3^1 = \{0, 1\}$:

$$\pi_3^1 = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{v} \neq \underline{v}^*, \\ 1 & \text{jeśli } \underline{v} = \underline{v}^*, \end{cases} \quad \underline{v}^* \text{ spełnia (2.3.21)}. \quad (2.3.22)$$

Z kolei stan w zakresie relacji Π_4^1 można określić za pomocą funkcji π_4^1 , której dziedziną i przeciwdziedziną są odpowiednio zbiory: $E \times D$ i ${}^+\Pi_4^1 = \{0, 1\}$:

$$\pi_4^1 = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \|\underline{e}\|^* > d, \\ 1 & \text{jeśli } \|\underline{e}\|^* \leq d. \end{cases} \quad (2.3.23)$$

Wektor stanu procesu ma postać (por. z (2.3.4) i (2.3.5)):

$$\underline{z}^1 = \langle \pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1 \rangle \in Z^1 \subset {}^+\Pi^1 = \bigtimes_{i=1}^4 {}^+\Pi_i^1 \quad (2.3.24)$$

W ujęciu formalnym zadanie K_j^1 stanowi wieloetapowy proces decyzyjny, który można opisać przy pomocy dendrytu gry $\tilde{D}_j^1$ o takiej samej strukturze jak dendryt na rys. 2.3.1. W celu przeprowadzenia jego jednostronnej optymalizacji przy zastosowaniu algorytmu podanego w p. 2.3.1, należy najpierw określić zbiór Z^1 oraz jego podzbiory: Z_O^1 i Z_F^1 .

W wyniku analizy elementów zbioru ${}^+\Pi^1$ otrzymujemy:

$$Z_O^1 = \{ \underline{z}_1^1, \underline{z}_2^1, \underline{z}_3^1, \underline{z}_4^1, \underline{z}_5^1, \underline{z}_6^1 \}, \quad (2.3.25)$$

gdzie: $\underline{z}_1^1 = \langle 0, 0, 0, 0 \rangle$, $\underline{z}_2^1 = \langle 0, 1, 0, 0 \rangle$, $\underline{z}_3^1 = \langle 0, 1, 1, 0 \rangle$,
 $\underline{z}_4^1 = \langle 1, 0, 0, 0 \rangle$, $\underline{z}_5^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$, $\underline{z}_6^1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle$.

Taka postać zbioru Z_0^1 wynika z dwóch powodów. Do zbioru Z_0^1 nie należą elementy o postaci $\langle \pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, 1 \rangle$, gdyż zgodnie z (2.3.23) już w chwili rozpoczęcia zadania obiekt znajdowałby się w wymaganym otoczeniu punktu $\mathcal{X}_b$, zaś z założenia $\|\underline{e}(t_0)\|^* \gg d$. Do zbioru tego nie należą elementy o postaci $\langle \pi_1^1, 0, 1, \pi_4^1 \rangle$, gdyż zgodnie z określeniem relacji π_2^1 i π_3^1 równość $\pi_2^1 = 0$ implikuje $\pi_3^1 \neq 1$.

Z kolei zbiór Z_f^1 stanów końcowych procesu ma postać:

$$Z_f^1 = \{ \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1 \}, \quad \underline{z}_7^1 = \langle 1, 1, 1, 1 \rangle = \underline{z}_*^1, \quad \underline{z}_8^1 = \langle 1, 1, 0, 1 \rangle. \quad (2.3.26)$$

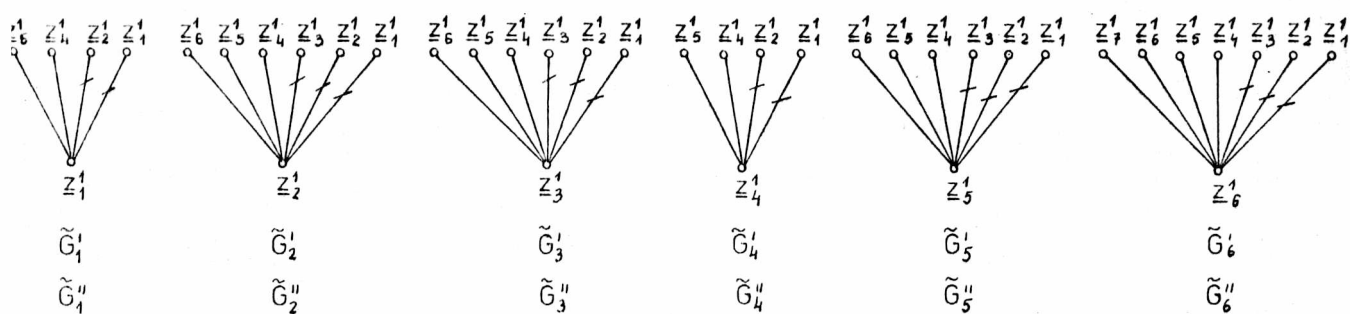
Wektor $\underline{z}_7^1$ reprezentuje najbardziej korzystną sytuację, ponieważ:

- szybkość lotu jest równa zadanej,
- obiekt porusza się w kierunku optymalnym (a zarazem właściwym),
- odległość obiektu od punktu $\mathcal{X}_b$ jest dostatecznie mała.

Zbiór Z^1 stanów procesu ma więc postać (por. z (2.3.8)):

$$Z^1 = Z_0^1 \cup Z_f^1 = \{ \underline{z}_1^1, \underline{z}_2^1, \dots, \underline{z}_8^1 \}. \quad (2.3.27)$$

Po wykonaniu czynności podanych w kroku 1 i 2 algorytmu otrzymuje się dendryty elementarne $\tilde{G}'_{a_j}$ (bez skreślonych krawędzi) oraz $\tilde{G}''_{a_j}$ (ze skreślonymi krawędziami) jak na rys. 2.3.7.



Rys. 2.3.7. Dendryty elementarne $\tilde{G}'_{a_j}$ i $\tilde{G}''_{a_j}$

Na rys. 2.3.7 nie oznakowano krawędzi odpowiadających zadaniom elementarnym, gdyż na tym etapie nie jest to konieczne.

Każdy $\tilde{G}'_{a_j}$ powstał po dokładnym przeanalizowaniu możliwości zmian poszczególnych współrzędnych wektora $\underline{z}_{a_j}^1$ ($a_j=1, 2, \dots, 6$).

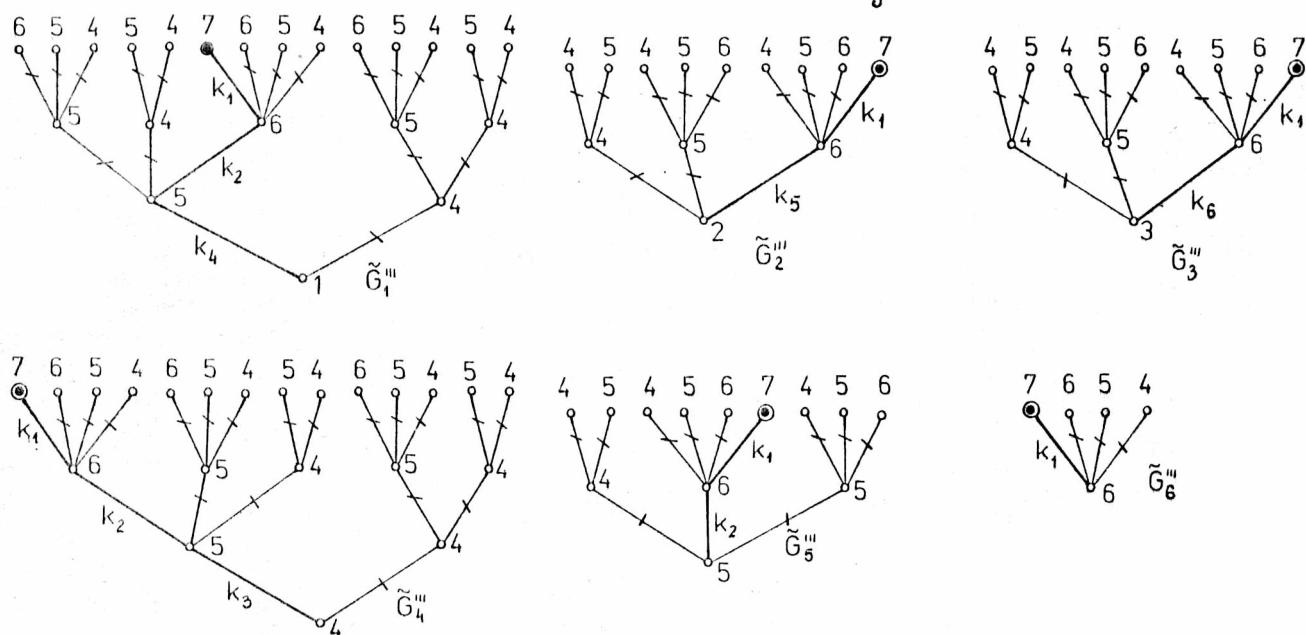
Przytoczony będzie fragment analizy prowadzącej do uzyskania dendrytów $\tilde{G}'_1$ i $\tilde{G}''_1$.

Współrzędne wektora $\underline{z}_1^1$ wskazują, że szybkość lotu nie jest równa zadanej ($\pi_1^1=0$), obiekt porusza się w kierunku niewłaściwym ($\pi_2^1=0$) i tym samym nieoptymalnym ($\pi_3^1=0$) oraz odległość O.L. od punktu $\mathcal{X}_b$ jest zbyt duża ($\pi_4^1=0$).

Pomiędzy wierzchołkami $\underline{z}_1^1$ i $\underline{z}_1^1$ występuje krawędź, gdyż wystarczy np., aby obiekt kontynuował lot prostoliniowy z tą samą szybkością i stan $\underline{z}_1^1$ nie ulegnie zmianie. Z kolei na skutek wykonania zadania elementarnego polegającego na naprowadzaniu O.L. na kierunek właściwy przy tej samej szybkości powoduje, że umożliwiona będzie jedynie zmiana π_2^1 z 0 na 1 podczas, gdy $\pi_1^1 = \pi_3^1 = \pi_4^1 = 0$. Istnieje więc krawędź między $\underline{z}_1^1$ i $\underline{z}_2^1$, gdyż $\underline{z}_2^1 = \langle 0, 1, 0, 0 \rangle$. Z kolei brak krawędzi między $\underline{z}_1^1$ i $\underline{z}_3^1 = \langle 0, 1, 1, 0 \rangle$ spowodowany jest tym, że zgodnie z określeniem relacji Π_2^1 i Π_3^1 istnieje możliwość zmiany π_3^1 z 0 na 1 ale pod warunkiem, że $\pi_2^1=1$. Nie ma więc przejścia ze stanu $\underline{z}_1^1$ do $\underline{z}_3^1$ wskutek wykonania zadania elementarnego. Podobnie analizuje się możliwość przejścia ze stanu $\underline{z}_1^1$ do $\underline{z}_4^1, \dots, \underline{z}_7^1$, otrzymując w ten sposób dendryt $\tilde{G}'_1$.

Krawędzie między $\underline{z}_1^1$ i $\underline{z}_1^1$ oraz $\underline{z}_1^1$ i $\underline{z}_2^1$ wykreśla się, gdyż zarówno w wektorze $\underline{z}_1^1$ jak i $\underline{z}_2^1$ jest $\pi_1^1=0$, czyli obiekt poruszałby się z szybkością różną od zadanej, co jest sprzeczne z warunkiem realizacji zadań z klasy $\mathcal{K}^1$.

W wyniku połączenia dendrytów $\tilde{G}''_1$ otrzymuje się dendryty $\tilde{G}''_1, \tilde{G}'''_2, \dots, \tilde{G}'''_6$ (krok 3) jak na rys. 2.3.8, gdzie zaznaczono ścieżki odpowiadające sekwencjom optymalnym $L^*(\underline{z}_{a_j}^1, \underline{z}_7^1)$.



Rys. 2.3.8. Dendryty $\tilde{G}'''_{a_j}$

Na rysunku tym liczby naturalne są równe indeksom a_j stanów $\underline{z}_{a_j}^1$ ($a_j=1,2, \dots, 6$). Na podstawie $\tilde{G}_{a_j}^m$ otrzymuje się (krok 4) następujące sekwencje optymalne:

$$\begin{aligned} L^*(\underline{z}_1^1, \underline{z}_7^1) &= \langle \underline{z}_1^1, k_4, \underline{z}_5^1, k_2, \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle, \quad L^*(\underline{z}_2^1, \underline{z}_7^1) = \langle \underline{z}_2^1, k_5, \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle, \\ L^*(\underline{z}_3^1, \underline{z}_7^1) &= \langle \underline{z}_3^1, k_6, \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle, \quad L^*(\underline{z}_4^1, \underline{z}_7^1) = \langle \underline{z}_4^1, k_3, \underline{z}_5^1, k_2, \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle, \\ L^*(\underline{z}_5^1, \underline{z}_7^1) &= \langle \underline{z}_5^1, k_2, \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle, \quad L^*(\underline{z}_6^1, \underline{z}_7^1) = \langle \underline{z}_6^1, k_1, \underline{z}_7^1 \rangle. \end{aligned}$$

Stąd, zbiór typów zadań elementarnych jest równy:

$$K^1 = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}. \quad (2.3.28)$$

Dla każdego zadania typu k_q (krok 5) należy określić jego parametr $p(k_q)$ w postaci pary $\langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle$.

Parametry te określone są następująco:

$$\begin{aligned} p(k_1) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_1, \quad \underline{v}^f = \underline{v} - \text{aktualny wektor prędkości}, \\ p(k_2) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_1, \quad \underline{v}^f = \underline{v}^* - \text{dane przez (2.3.21) dla } j=1, \\ p(k_3) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_1, \quad \underline{v}^f = \underline{v}^{**} - \text{spełnia warunek: } \underline{e} \cdot \underline{v}^{**} > 0, \\ p(k_4) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_j, \quad \underline{v}^f = \underline{v}^{**} - \text{spełnia warunek: } \underline{e} \cdot \underline{v}^{**} > 0, \\ p(k_5) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_j, \quad \underline{v}^f = \underline{v}^* - \text{dane przez (2.3.21)}, \\ p(k_6) &\leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_j, \quad \underline{v}^f = \underline{v}^* - \text{dane przez (2.3.21)}. \end{aligned}$$

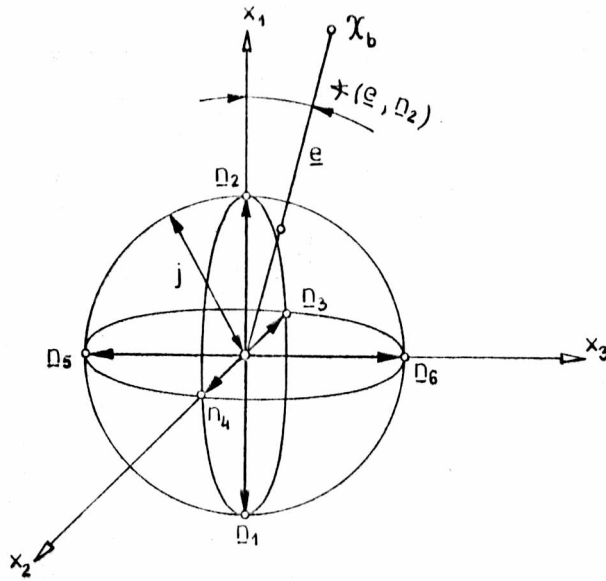
Z określenia $p(k_1)$ wynika, że zadanie typu k_1 polega na utrzymaniu stałej szybkości i kierunku lotu (można je uważać za "najprostsze").

Podana wcześniej zależność (2.3.21) pozwala na wyznaczenie w sposób jednoznaczny wektora $\underline{v}^f$ oznaczonego przez $\underline{v}^*$ a tym samym parametrów $p(k_2)$, $p(k_5)$, $p(k_6)$ dla dowolnego zadania złożonego $K_j \in \mathcal{K}^1$. Parametr $p(k_1)$ został też wyznaczony. Natomiast warunek " $\underline{e} \cdot \underline{v}^{**} > 0$ " nie stanowi zależności pozwalającej na wyznaczenie $\underline{v}^f$ dla zadań typu k_3 i k_4 . Dlatego zostanie podany wzór umożliwiający wyznaczenie wektora $\underline{v}^f$ oznaczonego przez $\underline{v}^{**}$, który można będzie stosować w przypadku dowolnego zadania K_j^1 .

Dla dowolnego $j \in I = \{i_{\min}, i_{\min}+1, i_{\min}+2, \dots, i_{\max}\}$ określamy następujący zbiór $N_j \subset \mathcal{V}_j$:

$$N_j = \{\underline{n}_1, \dots, \underline{n}_6\} = \{ \langle -j, 0, 0 \rangle, \langle j, 0, 0 \rangle, \langle 0, -j, 0 \rangle, \langle 0, j, 0 \rangle, \langle 0, 0, -j \rangle, \langle 0, 0, j \rangle \}. \quad (2.3.29)$$

Interpretację geometryczną tego zbioru pokazano na rys. 2.3.9.



Rys. 2.3.9. Zbiór N_j i wyjaśnienie sposobu określenia wektora $\underline{v}^{**}$

Ponieważ z postaci sekwencji $L^*(\underline{z}_a^1, \underline{z}_7^1)$ wypisanych poprzednio wynika, że k_3 i k_4 wykonywane są jedynie w początkowej fazie realizacji zadania K_j , czyli wówczas, gdy $\|\underline{e}\|^* \gg d$, więc wektor $\underline{v}^{**} = \underline{v}^f$ może być wybrany ze zbioru N_j (rys. 2.3.9). Wektor $\underline{v}^{**}$ powinien być równy takiemu wektorowi ze zbioru N_j , którego kierunek jest "najbliższy" kierunkowi wektora $\underline{e}$.

Na podstawie $\underline{e}$ można w sposób jednoznaczny wyznaczyć $\underline{v}^{**}$ według następującego wzoru:

$$\underline{v}^{**} = \begin{cases} \langle j \cdot \text{sign } e_1, & 0, & 0 \rangle & \text{jeśli } |e_1| \geq |e_2| \wedge |e_1| \geq |e_3|, \\ \langle 0, & j \cdot \text{sign } e_2, & 0 \rangle & \text{jeśli } |e_1| < |e_2| \wedge |e_2| \geq |e_3|, \\ \langle 0, & 0, & j \cdot \text{sign } e_3 \rangle & \text{jeśli } |e_1| < |e_3| \wedge |e_2| < |e_3|. \end{cases} \quad (2.3.30)$$

przy czym warunek " $\underline{e} \circ \underline{v}^{**} > 0$ " jest spełniony, gdyż:

$$(\forall \underline{e} \in E) (\angle(\underline{e}, \underline{v}^{**}) \leq \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}). \quad (2.3.31)$$

Dowód zależności (2.3.30) i (2.3.31) pozostawia się Czytelnikowi.

W ten sposób można już wyznaczyć brakujące parametry $p(k_3)$ i $p(k_4)$:

$p(k_3) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_1$, gdzie $\underline{v}^f = \underline{v}^{**}$ dane jest wzorem (2.3.30) dla $j=1$

$p(k_4) \leftrightarrow (\underline{v}, \underline{v}^f) \in \mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_j$, gdzie $\underline{v}^f = \underline{v}^{**}$ dane jest wzorem (2.3.30).

Zgodnie z krokiem 6 algorytmu, dla zadań typu $k_1, \dots, k_6$ należy wyznaczyć wszystkie możliwe stany $\underline{z}^1$, które mogą wystąpić na zasadzie przypadku po zakończeniu ich wykonywania.

Przykładowo zostanie rozpatrzony zapis:

$$k_1 : \underline{z}_6^1 \rightarrow \{\underline{z}_7^1; \underline{z}_5^1, \underline{z}_6^1, \underline{z}_8^1\}.$$

Stan $\underline{z}_6^1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle$ oznacza, że ruch O.L. do punktu $\mathcal{X}_b$ odbywa się w sposób optymalny. Z określenia parametru $p(k_1)$ wynika, że wykonanie zadania typu k_1 jest równoznaczne z realizacją pojedynczej decyzji $y \in Y$, w wyniku której jest $\underline{v}(t_{k+1}) = \underline{v}(t_k)$. Z kolei z rozważań podanych w momencie określania relacji Π_3^1 i Π_4^1 wynika, że w wyniku realizacji zadania k_1 mogą wystąpić zmiany:

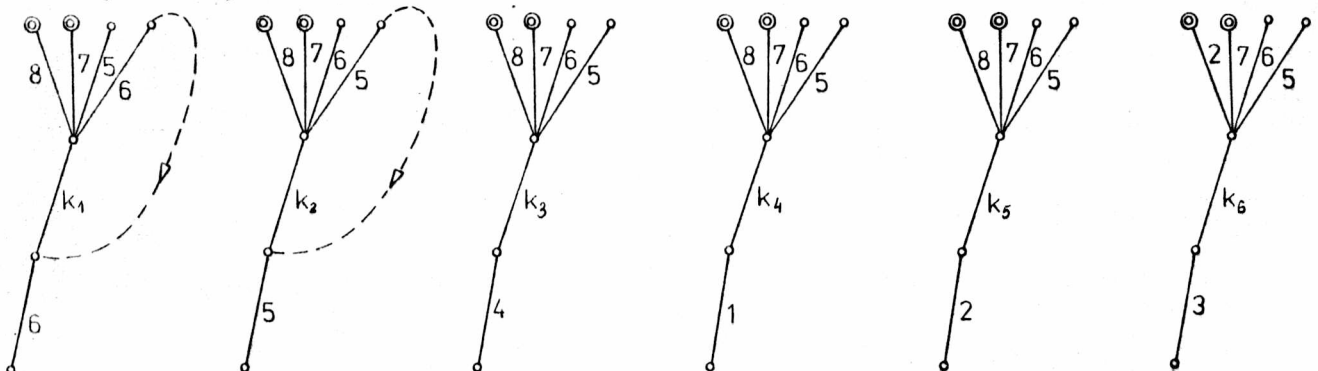
$$\pi_3^1 : 1 \rightarrow 0 \quad \text{lub} \quad \pi_4^1 : 0 \rightarrow 1.$$

Pewne zmiany są mało prawdopodobne, jednak nie można ich wykluczyć; np. zmiana $\underline{z}_6^1$ na $\underline{z}_5^1$ w przypadku, gdy $\|\underline{e}\|^{**} \gg d$.

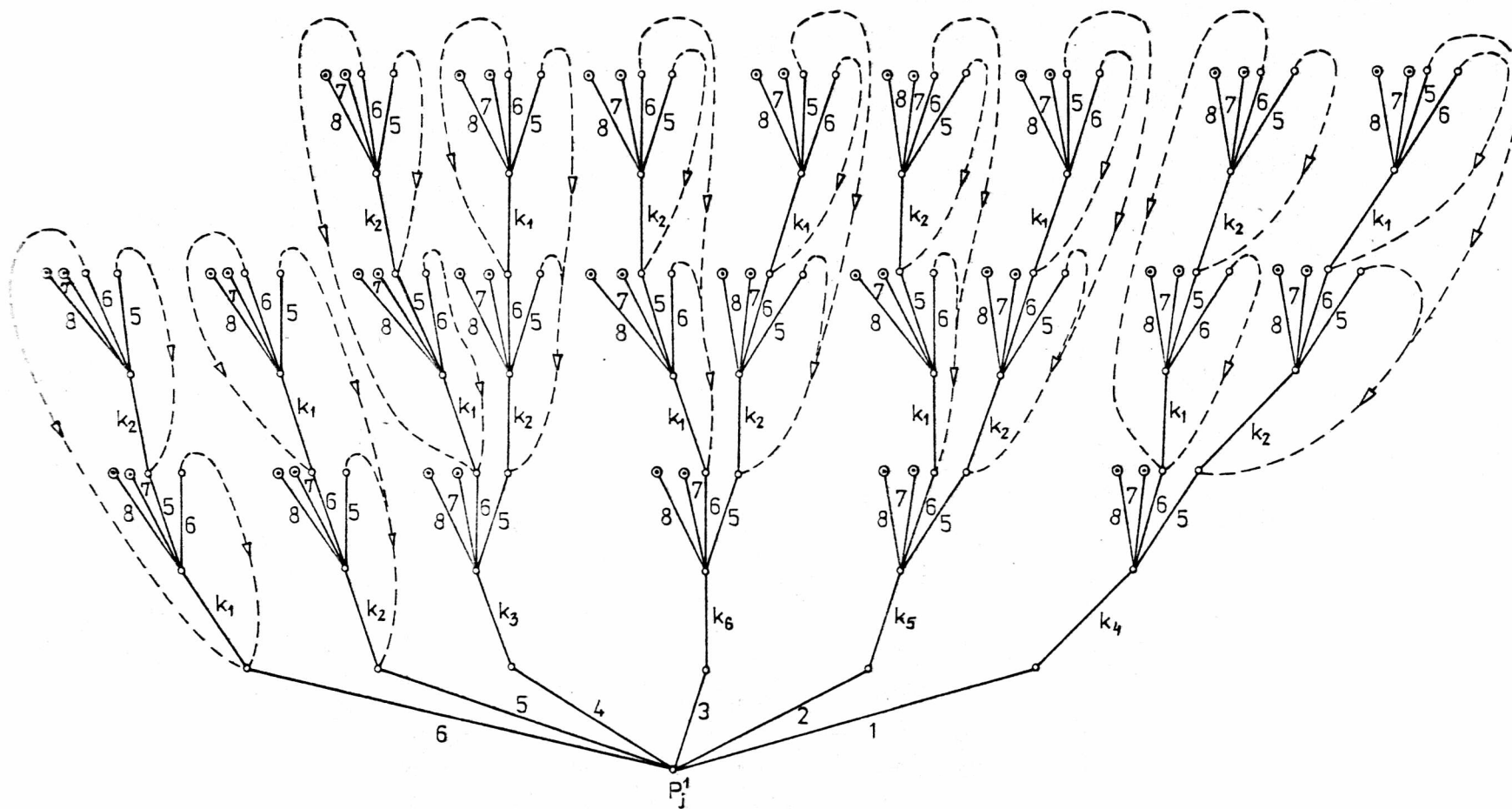
W wyniku podobnej analizy otrzymujemy:

$$\begin{aligned} k_2 : \underline{z}_5^1 &\rightarrow \{\underline{z}_6^1; \underline{z}_5^1, \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1\}, & k_3 : \underline{z}_4^1 &\rightarrow \{\underline{z}_5^1; \underline{z}_6^1, \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1\}, \\ k_4 : \underline{z}_1^1 &\rightarrow \{\underline{z}_5^1; \underline{z}_6^1, \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1\}, & k_5 : \underline{z}_2^1 &\rightarrow \{\underline{z}_6^1; \underline{z}_5^1, \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1\}, \\ k_6 : \underline{z}_3^1 &\rightarrow \{\underline{z}_6^1; \underline{z}_5^1, \underline{z}_7^1, \underline{z}_8^1\}. \end{aligned}$$

Powyższym zapisom odpowiadają fragmenty jednostronnie zoptymalizowanego dendrytu $\mathcal{D}_j^1$ jak na rys. 2.3.10. Po połączeniu tych fragmentów (krok 7) otrzymuje się pełny dendryt $\mathcal{D}_j^1$ z cyklami przedstawiony na rys. 2.3.11.



Rys. 2.3.10. Fragmenty dendrytu $\mathcal{D}_j^1$, (krawędzie $\underline{z}_r^1$ opisano indeksami r)



Rys. 2.3.11. Jednostronnie zoptymalizowany dendryt $\mathcal{D}_j^1$ z cyklami

Z postaci dendrytu $\mathcal{D}_j^1$ (rys. 2.3.11) wynika, że dotąd, dopóki nie zostanie osiągnięty jeden ze stanów końcowych procesu $\underline{z}_7^1$ lub $\underline{z}_8^1$, zadania k_1 i k_2 wykonują się na przemian. Od momentu rozpoczęcia któregośkolwiek z nich jest zawsze $\pi_2^1=1$ a zatem odległość O.L. od punktu docelowego $\mathcal{X}_b$ stale maleje. Ponadto, jeśli w jakiegokolwiek chwili t_k jest $\pi_3^1=0$, to następuje zmiana π_3^1 z 0 na 1. Obiekt porusza się więc w kierunku optymalnym, co zapewnia "trafienie" wektora $\underline{v}$ do zadanego otoczenia punktu $\mathcal{X}_b$. W pewnej chwili $t_N < \infty$ musi być więc $\|\underline{e}(t_N)\|^* < d$ i $\pi_3^1=0$ lub $\pi_3^1=1$, tj. zostanie osiągnięty stan $\underline{z}_8^1$ lub $\underline{z}_7^1$.

W ten sposób opis formalny zadań z klasy $\mathcal{K}^1$ został zakończony.

Przykład 2.3.1. Dane są zbiory: $I = \{2, 3, \dots, 10\}$,

$$\mathcal{K}^1 = \{K_2^1, K_3^1, \dots, K_{10}^1\}.$$

Obiekt powinien wykonać zadanie K_3^1 , przy czym dla $t=t_0$ jest:

$$\underline{v}(t_0) = \langle 0, 7, 3 \rangle, \quad \underline{e}(t_0) = \langle 0, -6, -16 \rangle, \quad d=2, \quad j=3.$$

Zakłada się, że na trasie lotu obiektu nie wystąpią przeszkody i wobec tego zadanie K_3^1 nie zostanie przerwane.

Tabela 2.3.1

t_k	$\underline{z}^1(t_k)$	k_q	$\langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \leftrightarrow p(k_q)$	$\underline{e}(t_k)$	$\ \underline{e}(t_k)\ ^*$
t_0	$\underline{z}_1^1 = \langle 0, 0, 0, 0 \rangle$	k_4	$\langle \langle 0, 7, 3 \rangle, \langle 0, 0, -3 \rangle \rangle$	$\langle 0, -6, -16 \rangle$	16
t_8	$\underline{z}_3^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$			$\langle 0, -30, -7 \rangle$	30
t_{12}	$\underline{z}_5^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$	k_2	$\langle \langle 0, 0, -3 \rangle, \langle 0, -3, -1 \rangle \rangle$	$\langle 0, -22, 2 \rangle$	22
		k_2	$\langle \langle 0, -3, -1 \rangle, \langle 0, -3, 0 \rangle \rangle$	$\langle 0, -19, 2 \rangle$	19
t_{13}	$\underline{z}_6^1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle$	k_1	$\langle \langle 0, 3, 0 \rangle, \langle 0, -3, 0 \rangle \rangle$	$\langle 0, -16, 2 \rangle$	16
t_{14}	$\underline{z}_6^1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle$	k_1	$\langle \langle 0, -3, 0 \rangle, \langle 0, -3, 0 \rangle \rangle$	$\langle 0, -13, 2 \rangle$	13
t_{15}	$\underline{z}_6^1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle$	k_1	$\langle \langle 0, -3, 0 \rangle, \langle 0, -3, 0 \rangle \rangle$	$\langle 0, -10, 2 \rangle$	10
t_{16}	$\underline{z}_5^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$	k_2	$\langle \langle 0, -3, 0 \rangle, \langle 0, -3, 1 \rangle \rangle$	$\langle 0, -7, 1 \rangle$	7
t_{17}	$\underline{z}_5^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$	k_2	$\langle \langle 0, -3, 1 \rangle, \langle 0, -3, 0 \rangle \rangle$	$\langle 0, -4, 1 \rangle$	4
t_{18}	$\underline{z}_5^1 = \langle 1, 1, 0, 0 \rangle$	k_2	$\langle \langle 0, -3, 0 \rangle, \langle 0, -3, 1 \rangle \rangle$	$\langle 0, -1, 0 \rangle$	1
$t_{19} = t^f$	$\underline{z}_8^1 = \langle 1, 1, 0, 1 \rangle$				

Można sprawdzić, że:

- wykonanie zadania K_3^1 odbywa się zgodnie z następującą sekwencją (rys. 2.3.11):

$$z_{1,k_4}^1, z_{5,k_2}^1, z_{5,k_2}^1, z_{6,k_1}^1, z_{6,k_1}^1, z_{6,k_1}^1, z_{5,k_2}^1, z_{5,k_2}^1, z_{5,k_2}^1, z_{8}^1,$$

- wartości charakteryzujące przebieg procesu sterowania są zgodne z tabelą 2.3.1,

- trajektoria lotu wygląda tak, jak na rys. 2.3.6,

- zadanie K_3^1 wykonane jest w minimalnym czasie.

2.3.5. Opis formalny zadań z klasy $\mathcal{K}^2$

W niniejszym punkcie podane będą w skrócie rezultaty syntezy procesu sterowania dla zadań z klasy $\mathcal{K}^2$. Charakterystyczną cechą omawianej grupy zadań jest to, że można je zdekomponować na dwie główne fazy wykonania. Traktując każdą z nich jako odrębne zadanie złożone, można zastosować algorytm optymalizacji podany w p. 2.3.1.

Przypuśćmy, że w chwili t_0 O.L. oznaczony umownie przez A znajduje się w punkcie $\mathcal{X}_A$. W tym samym momencie (lub wcześniej) został wykryty przez pokładowe urządzenie radarowe inny obiekt B przemieszczający się w przestrzeni (rys. 2.3.12). Zadaniem obiektu A jest zbliżenie się do obiektu B na zadaną odległość d_2^ϵ . Obiekt B może zmieniać zarówno kierunek jak i szybkość lotu według zasad jedynie dla siebie wiadomych. W interesie obiektu A jest kontynuacja takiego lotu, aby minimalizować odległość dzielącą go od obiektu B.

Zakłada się, że obiekty A i B charakteryzują się podobną dynamiką ruchu, tj. mają zbliżone parametry określające własności toru lotu, zwłaszcza, jeśli chodzi o minimalne promienie krzywizny toru przy tych samych szybkościach.

Przyjmuje się następujące oznaczenia (rys. 2.3.12):

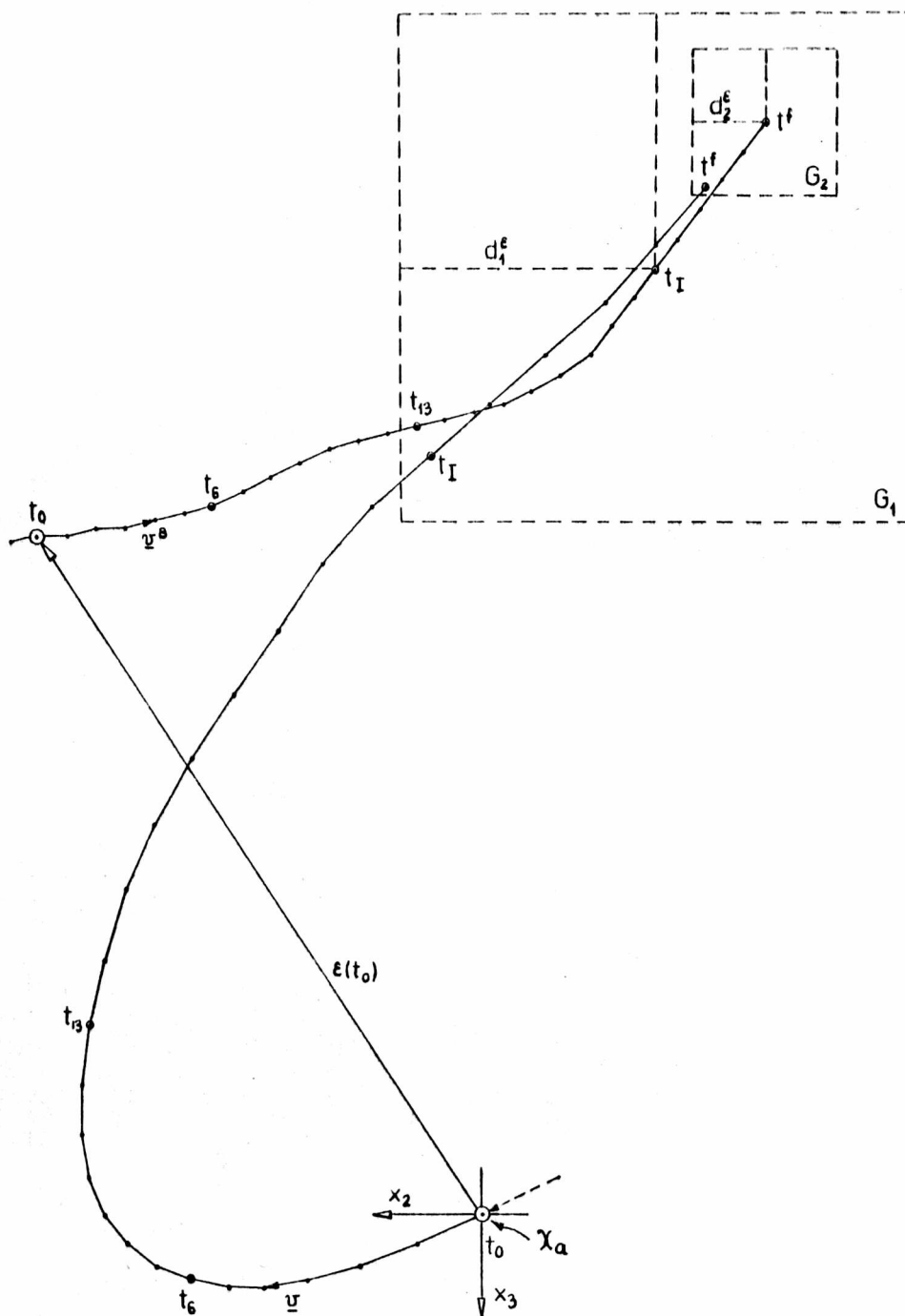
$\underline{\xi}$ - wektor wzajemnego położenia obiektów A i B, $\underline{\xi} = \langle \xi_1, \xi_2, \xi_3 \rangle$,

d_1^ϵ - odległość wstępnej fazy zbliżenia,

$\underline{v}^B$ - prędkość obiektu B, $\underline{v}^B = \langle v_1^B, v_2^B, v_3^B \rangle$,

w^0 - zadany iloraz szybkości lotu obiektu A do szybkości obiektu B,
 $w^0 = \frac{\|\underline{v}\|}{\|\underline{v}^B\|}$,

d_2^ϵ - zadaną odległość zbliżenia.



Rys. 2.3.12. Przykładowe tory lotu obiektó A i B podczas wykonywania przez obiekt A zadania z klasy $\mathcal{K}^2$

Zadania z klasy $\mathcal{K}^2$ wykonywane są w dwóch fazach głównych. Pierwszą z nich jest "wstępna faza zbliżenia", zaś drugą "końcowa faza zbliżenia". Na rys. 2.3.12 zaznaczono momenty zakończenia tych faz: t_I i t^f . Wstępna faza zbliżenia polega na możliwie najszybszym zbliżeniu się obiektu A do obiektu B na odległość nie większą niż d_1^ϵ , przy czym kierunek lotu obiektu A powinien być możliwie najbliższy optymalnemu. W końcowej fazie zbliżenia obiekt

A powinien kontynuować lot z szybkością o tyle większą od szybkości obiektu B, o ile wynika to z zadanego ilorazu w^0 . Końcowa faza kończy wykonanie zadania z klasy $\mathcal{K}^2$ w momencie, gdy odległość między obiektami A i B jest nie większa niż d_2^e .

Każdemu zadaniu $K_r^2 \in \mathcal{K}^2$ odpowiada wartość p_r^2 parametru identyfikującego to zadanie, rozumiana jako zadany iloraz $w_r^0 > 1$:

$$\mathcal{K}^2 = \{K_1^2, \dots, K_{\omega_2}^2\}, K_r^2 \leftrightarrow p_r^2 \leftrightarrow w_r^0, p_r^2 \in \mathcal{P}^2 = \{p_1^2, \dots, p_{\omega_2}^2\}, w_r^0 \in W^0 = \{w_1^0, \dots, w_{\omega_2}^0\}, \quad (2.3.32)$$

gdzie: $\omega_2 = \binom{\bar{1}}{2} = \frac{(i_{\max} - i_{\min} + 1)(i_{\max} - i_{\min})}{2}$.

Zadania z klasy $\mathcal{K}^2$ są złożone z zadań elementarnych, których sekwencja uzależniona jest od ciągu sytuacji reprezentowanych przez wektor $\underline{z}^2$. Wektor ten ma analogiczne znaczenie jak wektor $\underline{z}^1$ dla zadań $\mathcal{K}^1$ (por. p. 2.3.2), przy czym jego kolejne współrzędne charakteryzują stan w zakresie następujących relacji:

1- Π_1^2 - między aktualnym kierunkiem lotu obiektu A a położeniem obiektu B,

2- Π_2^2 - między aktualną prędkością $\underline{v}$ obiektu A a optymalnym wektorem prędkości wstępnej fazy zbliżenia,

3- Π_3^2 - między aktualną szybkością obiektu A a jego szybkością maksymalną,

4- Π_4^2 - między aktualną odległością między obiektami A i B a odległością wstępnej fazy zbliżenia,

5- Π_5^2 - między aktualnym a zadany ilorazem szybkości obiektu A do szybkości obiektu B,

6- Π_6^2 - między aktualnym kierunkiem lotu obiektu A a optymalnym kierunkiem lotu w końcowej fazie zbliżenia,

7- Π_7^2 - między aktualną odległością między obiektami A i B a zadaną odległością zbliżenia.

Oznaczenia:

Niech funkcje F^* i F^{**} będą określone następująco:

$$F^*: E \times V \times I \rightarrow R_{[0,1)}; F^*(\underline{\varepsilon}, \underline{v}, j) = \begin{cases} \frac{\underline{\varepsilon} \circ \underline{v}}{\|\underline{\varepsilon}\| \cdot \|\underline{v}\|} & \text{dla } \underline{v} \in V_j \\ -1 & \text{dla } \underline{v} \notin V_j \end{cases}, \quad (2.3.33)$$

$$F^{**}: E \times I \rightarrow \bigcup_{j \in I} N_j,$$

$$F^{**}(\underline{\varepsilon}, j) = \begin{cases} \langle j \text{ sign } \varepsilon_1, & 0, & 0 \rangle & \text{jeśli } |\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_2| \wedge |\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_3|, \\ \langle 0, & j \text{ sign } \varepsilon_2, & 0 \rangle & \text{jeśli } |\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| \wedge |\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_3|, \\ \langle 0, & 0, & j \text{ sign } \varepsilon_3 \rangle & \text{jeśli } |\varepsilon_1| < |\varepsilon_3| \wedge |\varepsilon_2| < |\varepsilon_3|, \end{cases}$$

(2.3.34)

gdzie $R_{[0,1)}$ - zbiór liczb rzeczywistych z przedziału $[0,1)$,
 zbiory N_j dane są przez (2.3.29), $j \in I = \{i_{\min}, i_{\min}+1, \dots, i_{\max}\}$.
 Relacje $\pi_1^2, \dots, \pi_7^2$ reprezentowane są przez następujące odwzo-
 rowania $\pi_1^2, \dots, \pi_7^2$:

$$\pi_1^2: E \times V \rightarrow {}^+\Pi_1^2 = \{0,1\}, \quad \pi_1^2(\underline{\varepsilon}, \underline{v}) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{\varepsilon} \circ \underline{v} \leq 0, \\ 1 & \text{jeśli } \underline{\varepsilon} \circ \underline{v} > 0. \end{cases} \quad (2.3.35)$$

$$\pi_2^2: V \times V_{i_{\min}} \rightarrow {}^+\Pi_2^2 = \{0,1\}, \quad \pi_2^2(\underline{v}, \underline{v}^*) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{v} \neq \underline{v}^*, \\ 1 & \text{jeśli } \underline{v} = \underline{v}^*, \end{cases} \quad (2.3.36)$$

gdzie $\underline{v}^*$ maksymalizuje funkcję $F^*(\underline{\varepsilon}, \underline{v}, i_{\min})$ ze względu na $\underline{v}$.

$$\pi_3^2: V \times \{i_{\max}\} \rightarrow {}^+\Pi_3^2 = \{0,1\}, \quad \pi_3^2(\underline{v}, i_{\max}) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{v} \notin V_{i_{\max}}, \\ 1 & \text{jeśli } \underline{v} \in V_{i_{\max}}. \end{cases} \quad (2.3.37)$$

$$\pi_4^2: E \times D \rightarrow {}^+\Pi_4^2 = \{0,1\}, \quad \pi_4^2(\underline{\varepsilon}, d_1^\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \|\underline{\varepsilon}\|^* > d_1^\varepsilon, \\ 1 & \text{jeśli } \|\underline{\varepsilon}\|^* \leq d_1^\varepsilon. \end{cases} \quad (2.3.38)$$

$$\pi_5^2: V \times I \rightarrow {}^+\Pi_5^2 = \{0,1\}, \quad \pi_5^2(\underline{v}, i^A) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \|\underline{v}\| \neq i^A, \\ 1 & \text{jeśli } \|\underline{v}\| = i^A, \end{cases} \quad (2.3.39)$$

gdzie i^A spełnia warunek:

$$\left| w^0 - \frac{i^A}{i^B} \right| = \min_{j \in I} \left| w^0 - \frac{j}{i^B} \right|, \quad i^B = \|\underline{v}^B\| \quad (2.3.40)$$

$$\pi_6^2: V \times V \rightarrow {}^+\Pi_6^2 = \{0,1\}, \quad \pi_6^2(\underline{v}, \underline{v}^A) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \underline{v} \neq \underline{v}^A, \\ 1 & \text{jeśli } \underline{v} = \underline{v}^A, \end{cases} \quad (2.3.41)$$

gdzie $\underline{v}^A$ maksymalizuje funkcję $F^*(\underline{\varepsilon}, \underline{v}, i^A)$ ze względu na $\underline{v}$.

$$\pi_7^2: E \times D \rightarrow {}^+\Pi_7^2 = \{0,1\}, \quad \pi_7^2(\underline{x}, d_2^\epsilon) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } \|\underline{x}\|^* > d_2^\epsilon, \\ 1 & \text{jeśli } \|\underline{x}\|^* \leq d_2^\epsilon. \end{cases} \quad (2.3.42)$$

Ze względu na to, że zadania $K_r^2 \in \mathcal{K}^2$ są wykonywane w dwóch fazach głównych, więc należy otrzymać dwa jednostronnie zoptymalizowane dendryty z cyklami: $\mathcal{D}_r^{2,1}$ - dla wstępnej fazy zbliżenia i $\mathcal{D}_r^{2,2}$ - dla końcowej fazy zbliżenia (rys. 2.3.13a i b). Dla przejrzystości rys. 2.3.13b krawędzie $\underline{z}_j^{2,1}$ opisano indeksami j . We wstępnej fazie zbliżenia organ sterujący wykorzystuje informację zawartą w wektorze $\underline{z}^{2,1}$, zaś w końcowej fazie - w $\underline{z}^{2,2}$, gdzie:

$$\underline{z}^{2,1} = \langle \pi_1^2, \pi_2^2, \pi_3^2, \pi_4^2 \rangle \in \underline{z}^{2,1} \subset \bigtimes_{i=1}^4 {}^+\Pi_i^2,$$

$$\underline{z}^{2,2} = \langle \pi_5^2, \pi_6^2, \pi_7^2 \rangle \in \underline{z}^{2,2} \subset \bigtimes_{i=5}^7 {}^+\Pi_i^2.$$

Dla obydwu faz głównych zbiory stanów procesu - $\underline{z}^{2,1}$ i $\underline{z}^{2,2}$, stanów początkowych - $\underline{z}_0^{2,1}$ i $\underline{z}_0^{2,2}$ i końcowych - $\underline{z}_f^{2,1}$ i $\underline{z}_f^{2,2}$ mają postać:

$$\underline{z}_0^{2,1} = \{ \underline{z}_1^{2,1}, \dots, \underline{z}_5^{2,1} \}, \quad \underline{z}_f^{2,1} = \{ \underline{z}_6^{2,1}, \underline{z}_7^{2,1} \},$$

$$\underline{z}^{2,1} = \{ \underline{z}_1^{2,1}, \dots, \underline{z}_7^{2,1} \},$$

$$\underline{z}_0^{2,2} = \{ \underline{z}_1^{2,2}, \underline{z}_2^{2,2}, \underline{z}_3^{2,2} \}, \quad \underline{z}_f^{2,2} = \{ \underline{z}_4^{2,2}, \underline{z}_5^{2,2} \},$$

$$\underline{z}^{2,2} = \{ \underline{z}_1^{2,2}, \dots, \underline{z}_5^{2,2} \},$$

$$\text{gdzie: } \underline{z}_1^{2,1} = \langle 0,0,0,0 \rangle, \quad \underline{z}_2^{2,1} = \langle 0,0,1,0 \rangle, \quad \underline{z}_3^{2,1} = \langle 1,0,0,0 \rangle,$$

$$\underline{z}_4^{2,1} = \langle 1,0,1,0 \rangle, \quad \underline{z}_5^{2,1} = \langle 1,1,0,0 \rangle, \quad \underline{z}_6^{2,1} = \langle 1,0,1,1 \rangle = \underline{z}_*^{2,1},$$

$$\underline{z}_7^{2,1} = \langle 1,0,0,1 \rangle,$$

$$\underline{z}_1^{2,2} = \langle 0,0,0 \rangle, \quad \underline{z}_2^{2,2} = \langle 1,0,0 \rangle, \quad \underline{z}_3^{2,2} = \langle 1,1,0 \rangle,$$

$$\underline{z}_4^{2,2} = \langle 1,1,1 \rangle = \underline{z}_*^{2,2}, \quad \underline{z}_5^{2,2} = \langle 1,0,1 \rangle.$$

Typy zadań elementarnych wykonywanych w poszczególnych fazach tworzą zbiory:

$$K^{2,1} = \{k_7, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}\}, \quad K^{2,2} = \{k_{12}, k_{13}, k_{14}\}.$$

Parametry $p(k_q)$ dla poszczególnych zadań są określone następująco:

$$p(k_7) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^* \rangle \in \mathcal{V}_{i_{\max}} \times \mathcal{V}_{i_{\max}}, \quad p(k_8) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^* \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_{i_{\max}},$$

$$p(k_9) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^* \rangle \in \mathcal{V}_{i_{\min}} \times \mathcal{V}_{i_{\max}},$$

gdzie $\underline{v}^*$ maksymalizuje funkcję $F^*(\underline{\xi}, \underline{v}, i_{\max})$ ze względu na $\underline{v}$,

$$p(k_{10}) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^{**} \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_{i_{\min}}, \quad p(k_{11}) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^{**} \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_{i_{\min}},$$

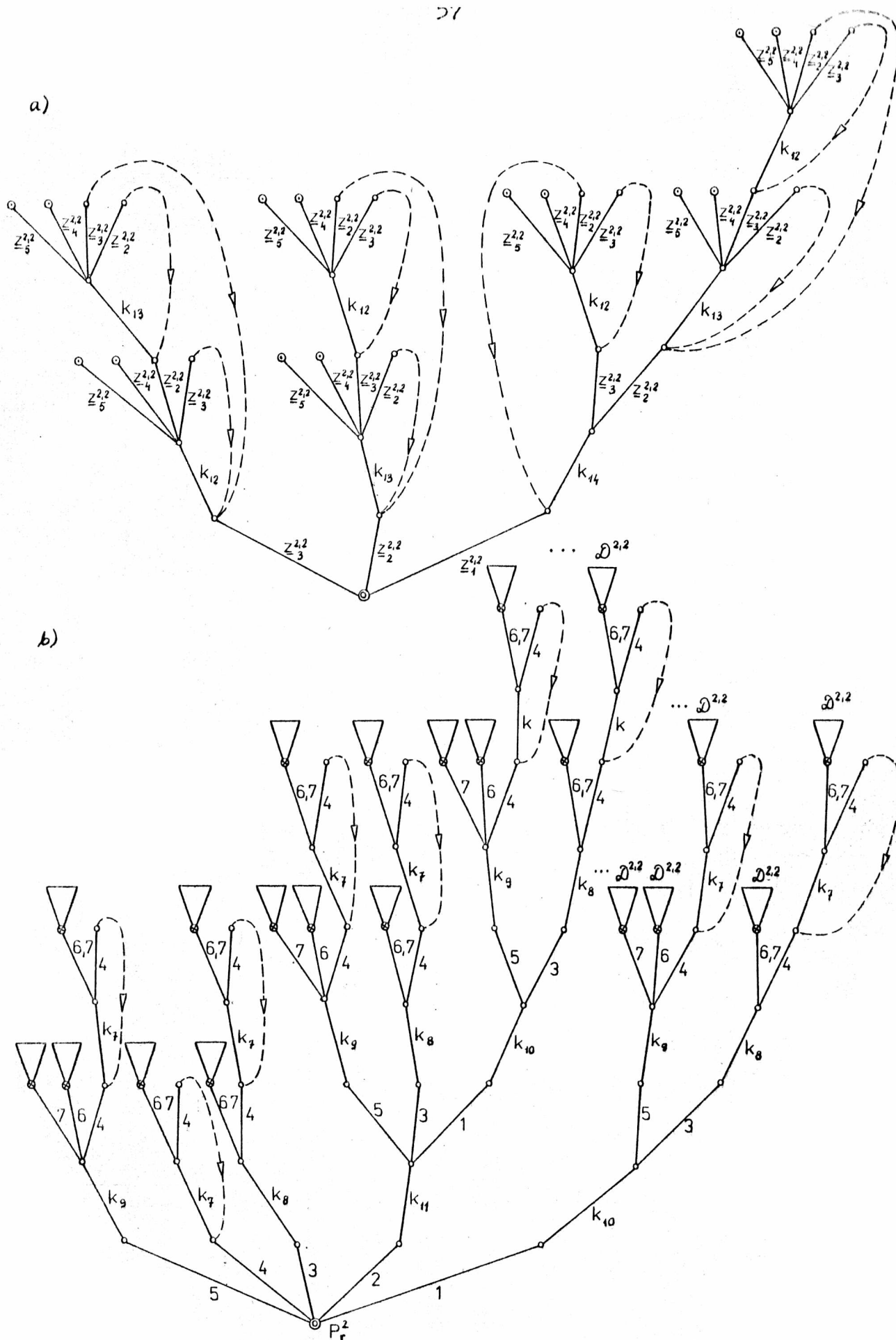
gdzie $\underline{v}^{**} = F^{**}(\underline{\xi}, i_{\min})$, (zob.(2.3.34)),

$$p(k_{12}) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^A \rangle \in \mathcal{V}_{i^A} \times \mathcal{V}_{i^A}, \quad p(k_{13}) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^A \rangle \in \mathcal{V}_{i^A} \times \mathcal{V}_{i^A},$$

$$p(k_{14}) \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^A \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_{i^A},$$

gdzie $\underline{v}^A$ maksymalizuje funkcję $F^*(\underline{\xi}, \underline{v}, i^A)$ ze względu na $\underline{v}$, zaś i^A spełnia warunek (2.3.40).

W ten sposób opis formalny zadań z klasy $\mathcal{K}^2$ został zakończony. Otrzymany z dendrytów $\mathcal{D}_r^{2,1}$ i $\mathcal{D}_r^{2,2}$ nowy dendryt $\mathcal{D}_r^2$ w ten sposób, że wierzchołki końcowe $(\otimes)$ $\mathcal{D}_r^{2,1}$ są wierzchołkami początkowymi dendrytu $\mathcal{D}_r^{2,2}$, może być z łatwością przekształcony do postaci grafu automatu skończonego (p. 4.1.2).



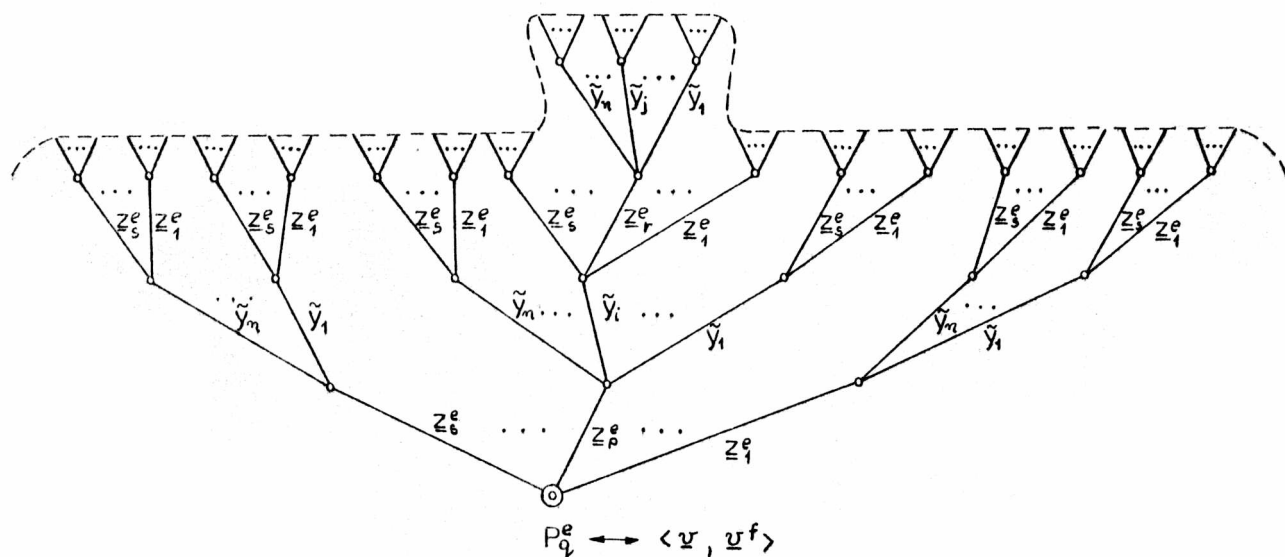
Rys. 2.3.13. Struktury dendrytów, a- $\mathcal{D}_r^{2,2}$, b- $\mathcal{D}_r^{2,1}$

2.3.4. O p i s f o r m a l n y z a d a ń s p e c j a l- n y c h

Spośród zadań specjalnych szczegółowo zostaną rozpatrzone w p. 2.3.5 jedynie zadania $\mathcal{K}^1$ i $\mathcal{K}^2$ (p. 2.1 i 2.2). W przypadku zadań $\mathcal{K}^3, \mathcal{K}^4, \mathcal{K}^5$ i innych ze zbioru $\overline{\mathcal{K}}$ (p. 2.1) proponuje się zastosować analogiczne podejście do ich formalnego opisu, jak dla $\mathcal{K}^1$ i $\mathcal{K}^2$.

2.3.5. O p i s f o r m a l n y z a d a ń e l e m e n t a r- n y c h

Problem sterowania na poziomie zadań $\mathcal{K}^e$ (zob. p. 2.1) można rozpatrywać z punktu widzenia teorii gier wielochodowych parametrycznych. Parametrem gry jest wartość p_q^e określona w (2.3.2). Jedną stroną gry stanowi organ sterujący systemu $\langle Q \rangle$ generujący decyzje dotyczące zmian szybkości i kierunku lotu (por. p. 1.3). Drugą stroną jest otoczenie $\langle \bar{Q} \rangle$ występujące pod postacią sił zewnętrznych powodujących niepożądane odchylenia toru lotu (dziedzina B_1) oraz pod postacią przeszkód mogących pojawić się na trasie lotu (dziedzina B_2). Stan otoczenia reprezentuje wektor $\underline{z}^e \in Z^e$ określony w (2.3.3). Proces sterowania można formalnie przedstawić w postaci dendrytu gry $\tilde{\mathcal{D}}_q^e$ jak na rys. 2.3.14. W dendrycie tym strategię chodowe strony A gry oznaczono symbolami $\tilde{y}_i$, zamiast y_i , ponieważ decyzje $\tilde{y}$ uwzględniają reakcje organu sterującego na oddziaływanie otoczenia w dziedzinach B_1 i B_2 (rozpatrywane dotąd decyzje $y \in Y$ nie uwzględniały tych oddziaływań).

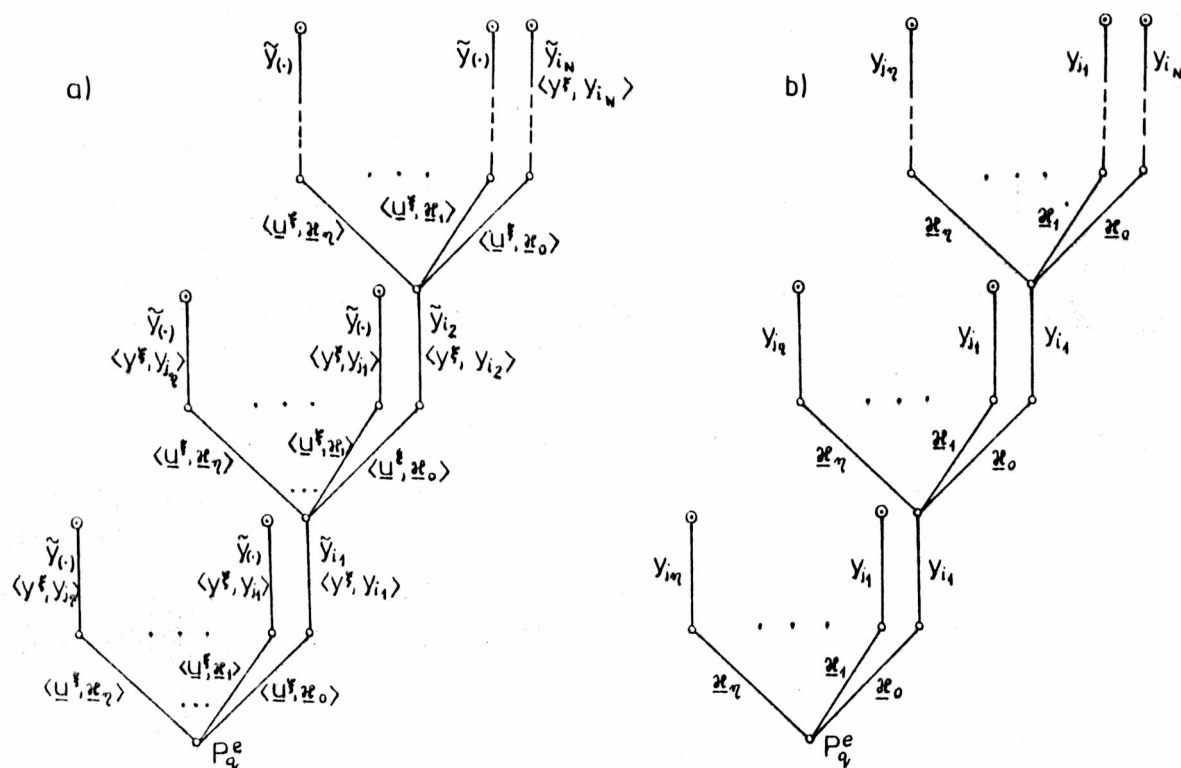


Rys. 2.3.14. Struktura dendrytu gry $\tilde{\mathcal{D}}_q^e$ dla zadania elementarnego

Z definicji 2.3.1 wynika, że wykonywanie zadań $k_q^e \in \mathcal{K}^e$ jest ściśle związane z wykonywaniem zadań $\mathcal{H}^1$ (korekcji trajektorii lotu) oraz $\mathcal{H}^2$ (omijania przeszkód). Optymalizację procesu opisanego przez dendryt $\hat{\mathcal{D}}_q^e$ należy tak przeprowadzić, aby otrzymany algorytm sterowania wskazywał na to, że zadania k_q^e są wykonywane optymalnie w określonym sensie i zapewniają racjonalne wykonywanie zadań $\mathcal{H}^1$ i $\mathcal{H}^2$. Optymalizacja zostanie przeprowadzona przy następujących założeniach:

1. Zadania $\mathcal{H}^1$ są wykonywane niezależnie od aktualnie wykonywanego zadania elementarnego, tzn. równoległe z innymi zadaniami,
2. Zadania $\mathcal{H}^2$ zawsze wykonują się do końca i moment ich rozpoczęcia uzależniony jest tylko od stanu reprezentowanego przez wektor $\underline{x}$, określony w (2.2.8), (zadania te mogą przerywać inne, lecz same nie mogą być przerywane).

Jednostronnie zoptymalizowany dendryt $\hat{\mathcal{D}}_q^e$ wyjaśniający zasadę wykonywania zadania k_q^e ma ogólną strukturę jak na rys. 2.3.15a.



Rys. 2.3.15. Ogólna struktura jednostronnie zoptymalizowanego dendrytu: a- $\hat{\mathcal{D}}_q^e$, b- $\mathcal{D}_q^e$

Z założenia 2 wynika, że jeśli w jakimkolwiek momencie jest $\underline{z}^e = \langle \underline{u}^f, \mathcal{H}_{j_k} \rangle$ i $\mathcal{H}_{j_k} \neq \mathcal{H}_0$ (w otoczeniu obiektu znajduje się

przeszkoda), wówczas powinna być wygenerowana decyzja $\tilde{y}$ (optymalna z punktu widzenia zadania $\mathcal{H}^2$) i wykonywanie zadania k_q^e jest zakończone. Tym tłumaczy się postać dendrytu $\hat{\mathcal{D}}_q^e$ (rys. 2.3.15a). Zgodnie z założeniem 1 zadania $\mathcal{H}^1$ można potraktować jako odrębny proces, który polega na wypracowywaniu decyzji y^f , tzw. decyzji korekcji, po każdorazowym pojawieniu się wektora $\underline{z}^e = \langle \underline{u}^f, \underline{x} \rangle$, niezależnie od postaci wektora $\underline{x}$. Każda decyzja $\tilde{y}$ stanowi superpozycję (co będzie dalej wyjaśnione) decyzji korekcji y^f oraz decyzji $y \in Y$, tzn. takiej, która jest optymalna z punktu widzenia przejścia z wektora $\underline{v}$ na $\underline{v}^f$ (por. def. 2.3.1) lub z punktu widzenia zadania $\mathcal{H}^2$ i przy założeniu braku oddziaływań otoczenia w dziedzinie B_1 . Dlatego krawędziom $\tilde{y}$ odpowiadają jednoznacznie pary: $\langle y^f, y \rangle$.

Niezależność zadań $\mathcal{H}^1$ daje możliwość wyłączenia z wektora $\underline{z}^e$ składowej $\underline{u}^f$ oraz elementu y^f z pary $\langle y^f, y \rangle$. W ten sposób dendryt $\hat{\mathcal{D}}_q^e$ można zastąpić dendrytem $\mathcal{D}_q^e$ jak na rys. 2.3.15b i rozpatrzeć oddzielnie zasady wykonywania zadań $\mathcal{H}^1$. Obydwa dendryty mają identyczną strukturę lecz inaczej opisane krawędzie.

Proces jednostronnej optymalizacji dendrytu $\tilde{\mathcal{D}}_q^e$ jak na rys. 2.3.14 sprowadza się więc do:

- sformułowania zasad wykonywania zadań $\mathcal{H}^1$ w celu umożliwienia syntezy takich elementów struktury automatowego organu sterującego, które umożliwiają prawidłową ich realizację,
- sformułowania i rozwiązania problemu optymalizacji prowadzącego do otrzymania dendrytu $\mathcal{D}_q^e$ o strukturze jak na rys. 2.3.15b. Zagadnienia te zostaną kolejno rozpatrzone.

Zadania korekcji $\mathcal{H}^1$ powinny rozpoczynać się w takich momentach $t_k = t^f$, kiedy odchylenie trajektorii lotu jest równe $\frac{\alpha}{\lambda}$ (por. p. 2.2.1):

$$\|\underline{e}^f(t_k)\| \leq \frac{\alpha}{\lambda} \Rightarrow t_k \neq t^f, \quad \|\underline{e}^f(t_k)\| = \frac{\alpha}{\lambda} \Rightarrow t_k = t^f.$$

Ze strony organu sterującego sprowadza się to do wygenerowania decyzji korekcji $y^f \in Y^f$. Aby wiadomo było w jakich chwilach czasu i jakie decyzje powinny być wygenerowane, potrzebna jest informacja reprezentowana przez wektor $\underline{u}^f \in \{\underline{u}_{1,1}^f\}^3$, wskazujący kierunek niepożądanego odchylenia trajektorii.

Zasada: zadania $\mathcal{H}^1$ polegają na wygenerowaniu w chwilach $t_k = t^f$ i $t_{k+1} = t^f + 1$ dwuelementowej sekwencji decyzji:

$$\langle \tilde{y}', \tilde{y}'' \rangle \leftrightarrow \langle \underline{u}' - \underline{u}^f, \underline{u}'' + \underline{u}^f \rangle, \quad (2.3.43)$$

gdzie $\underline{u}'$ i $\underline{u}''$ są sterowaniami odpowiadającymi decyzjom y' i y'' , optymalnym z punktu widzenia zadania k_q^0 przy $\|\underline{\xi}\| = 0$.

Zasada ta jest słuszna przy założeniach:

a/ zbiorowi decyzji $\tilde{Y}$ organu sterującego odpowiada zbiór sterowań $\tilde{U} \supset \{\mathcal{N}_{-2,2}\}^3$;

b/ dla celów sterowania wystarczająco dokładna jest taka kontrola stanu w zakresie wektorów: $\underline{v}$ i $\underline{x}$, dla której błąd określenia współrzędnych tych wektorów nie przekracza ułamka kwantu Δ .

Uzasadnienie. Założenie a) wynika stąd, że suma prosta zbiorów:

$\{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$ i $\{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$ daje zbiór $\{\mathcal{N}_{-2,2}\}^3$. Założenie b) jest spełnione, jeśli zadanie $\mathcal{R}^1$ rzeczywiście rozpoczyna się w chwili $t_k = t^f$ i dokona się odpowiednia kompensacja niepożądanego odchylenia trajektorii. W warunkach $\|\underline{\xi}\| = 0$, jeśli zostałyby wygenerowany w chwilach t_k i t_{k+1} ciąg $\langle y', y'' \rangle$ odpowiadający sterowaniom $\langle \underline{u}', \underline{u}'' \rangle$, to zgodnie z równaniami stanu (1.3.3), obiekt znalazłby się w położeniu $\underline{x}(t_{k+2})$ i osiągnąłby prędkość $\underline{v}(t_{k+2})$. Łatwo sprawdzić, że po realizacji ciągu decyzji (2.3.43) obiekt znajdzie się w położeniu $\tilde{\underline{x}}(t_{k+2})$ i będzie miał prędkość $\tilde{\underline{v}}(t_{k+2})$, gdzie:

$$\tilde{\underline{x}}(t_{k+2}) = \underline{x}(t_{k+2}) - \underline{u}^f, \quad \tilde{\underline{v}}(t_{k+2}) = \underline{v}(t_{k+2}).$$

Niepożądane odchylenie toru lotu można więc uznać za skompensowane.

Przykład 2.3.2. Załóżmy, że niezależnie od stanu otoczenia w dziedzinie B_1 , organ sterujący powinien wygenerować sekwencje decyzji:

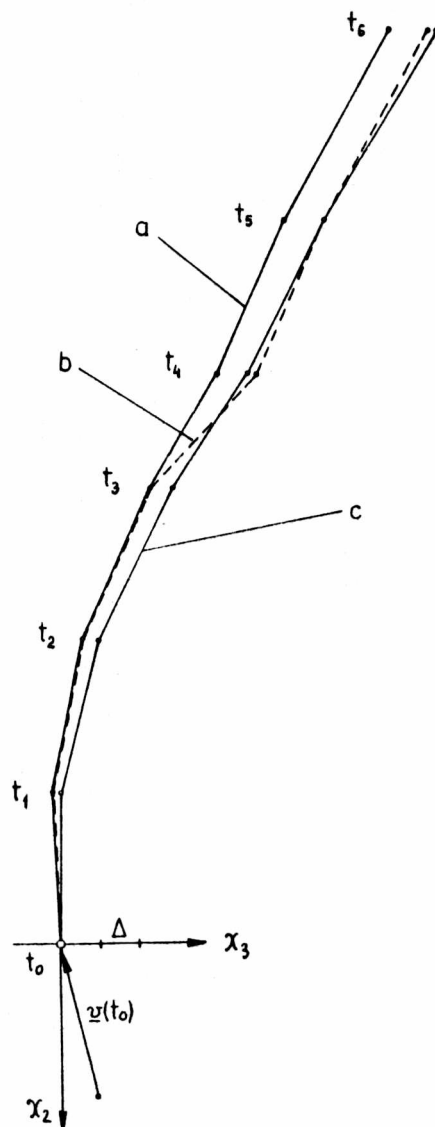
$$\langle y(t_0), \dots, y(t_5) \rangle \leftrightarrow \langle \langle 0,0,1 \rangle, \langle 0,0,1 \rangle, \langle 0,0,1 \rangle, \langle 0,1,0 \rangle, \langle 0,-1,0 \rangle, \langle 0,-1,1 \rangle \rangle.$$

Założmy, że $\alpha = 3$, $\lambda = 5$, $\underline{v}(t_0) = \langle 0, -4, -1 \rangle$ oraz:

$$\langle \underline{\xi}(t_0), \dots, \underline{\xi}(t_5) \rangle = \langle \langle 0,0,0 \rangle, \langle 0,0,-\frac{1}{5} \rangle, \langle 0,0,-\frac{1}{5} \rangle, \langle 0,0,-\frac{1}{5} \rangle, \langle 0,0,-\frac{1}{5} \rangle, \langle 0,0,-\frac{1}{5} \rangle \rangle.$$

Na rys. 2.3.16 przedstawiono trajektorie lotu w przypadkach:

- $\|\underline{\xi}\| \neq 0$ i nie wykonuje się zadania $\mathcal{R}^1$,
- $\|\underline{\xi}\| \neq 0$ i wykonuje się zadanie $\mathcal{R}^1$,
- $\|\underline{\xi}\| = 0$ dla $t = t_0, t_1, \dots, t_5$.



Rys. 2.3.16. Trajektorie lotu do przykładu 2.3.2

Zgodnie z podaną zasadą, aby wykonać zadanie korekcji, organ sterujący generuje w chwilach t_0 , t_1 , t_2 i t_5 decyzje $\tilde{y}$ identycznie z wyżej wypisanymi, natomiast dla t_3 i t_4 :

$$\tilde{y}(t_3) \leftrightarrow (\underline{u}(t_3) - \underline{u}^f) = \langle 0, 1, 0 \rangle - \langle 0, 0, -1 \rangle = \langle 0, 1, 1 \rangle ,$$

$$\tilde{y}(t_4) \leftrightarrow (\underline{u}(t_4) + \underline{u}^f) = \langle 0, -1, 0 \rangle + \langle 0, 0, -1 \rangle = \langle 0, -1, -1 \rangle .$$

Wyjaśnia to wcześniej wspomnianą superpozycję decyzji y i y^f . Podana zasada wykonywania zadań $\mathcal{R}^1$ wystarcza do przeprowadzenia syntezy formalnej takich elementów składowych organu sterującego, które są zdolne do ich wykonywania (p. 4.1.4, rozdz. 4: automaty $\langle P^f \rangle$ i $\langle P^+ \rangle$).

Obecnie zostanie omówiony sposób wykonywania zadań $\mathcal{H}^2$.

Zgodnie z rozważaniami w p. 2.2.2 obiekt "umieszczony jest" w środku kuli S^0 o promieniu h^0 i porusza się razem z nią (rys. 2.2.1). Ponieważ nie powinien zbliżyć się do przeszkody na odległość mniejszą niż h^0 , więc można przyjąć, że obiekt powinien przemieszczać się na zasadzie "odbijania się owej kuli od przeszkód". Załóżmy, że kierunek przeciwny do występowania przeszkody wyznacza wektor $\underline{u}^* \in \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$, który jednoznacznie odpowiada wektorowi $\underline{x}$ (por. p. 2.2.2):

$$\begin{aligned} \underline{x}_0 &= \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle \leftrightarrow \underline{u}_0^* = \langle 0, 0, 0 \rangle, \\ \underline{x}_1 &= \langle 1, 0, \dots, 0 \rangle \leftrightarrow \underline{u}_1^* = \langle 1, 0, 0 \rangle, \\ &\vdots \\ \underline{x}_\eta &= \langle 0, 0, \dots, 1 \rangle \leftrightarrow \underline{u}_\eta^* = \langle -1, -1, -1 \rangle, \quad \eta = 26. \end{aligned} \quad (2.3.44)$$

Jeśli w pewnej chwili t jest $\underline{x}_0 \neq \underline{x}_k \leftrightarrow \underline{u}_k^*$, to organ sterujący powinien wygenerować decyzję y odpowiadającą takiemu sterowaniu $\underline{u}^*$, że:

$$((\underline{v} + \underline{u}^*) \in \mathcal{V}) \wedge (\underline{u}_k^* \circ \underline{u}^* > 0) \wedge \left(\frac{\underline{u}_k^* \circ \underline{u}^*}{\|\underline{u}_k^*\| \cdot \|\underline{u}^*\|} = \max_{\underline{u} \in \mathcal{U}} \frac{\underline{u}_k^* \circ \underline{u}}{\|\underline{u}_k^*\| \cdot \|\underline{u}\|} \right) \quad (2.3.45)$$

Pierwszy warunek musi być spełniony, gdyż nie może zostać przekroczony zakres prędkości dopuszczalnych, zaś drugi i trzeci odpowiadają minimalizacji $\angle(\underline{u}^*, \underline{u})$ i w sensie tego kryterium można uznać decyzję za optymalną dla zadań $\mathcal{H}^2$.

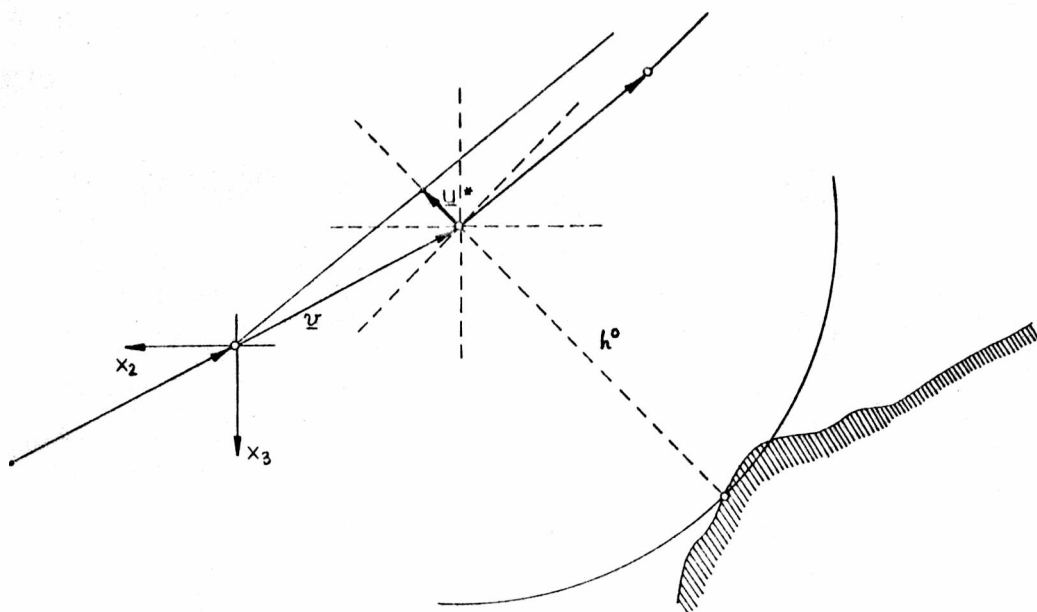
Przykład 2.3.3. Dla $\underline{v} = \langle 0, -6, -3 \rangle$, $\mathcal{V} = \bigcup_{i=5}^7 \mathcal{V}_i$,

$\underline{x}_k \leftrightarrow \underline{u}_k^* = \langle 0, 1, -1 \rangle$ zasadę wykonania zadania $\mathcal{H}^2$ wyjaśnia rys. 2.3.17. Zgodnie z (2.3.45) można sprawdzić, że $\underline{u}^* = \langle 0, 1, -1 \rangle$.

Na etapie syntezy organu sterującego można wyznaczyć wszystkie optymalne reakcje organu sterującego: $y_{j_1}, y_{j_2}, \dots, y_{j_\eta}$ w dendrycie $\mathcal{D}_q^e$ (rys. 2.3.15b).

W tym celu wystarczy wyznaczyć wektory $\underline{u}^*$ spełniające warunek (2.3.45) dla wszystkich par:

$$\langle \underline{v}, \underline{x} \rangle \in \mathcal{V} \times \{ \mathcal{Z}^* \setminus \{ \underline{x}_0 \} \}. \quad (2.3.46)$$



Rys. 2.3.17. Zasada wykonania zadania $\mathcal{H}^2$ z przykładu 2.3.3

Ostatnim zagadnieniem istotnym z punktu widzenia optymalizacji dendrytu $\tilde{\mathcal{D}}_q^e$ jest wyznaczenie takiej sekwencji decyzji $\langle y_{i_1}, \dots, y_{i_N} \rangle$, która dla $\underline{x} = \underline{x}_0$ odpowiada optymalnej realizacji zadania k_q^e . N Odpowiadający mu problem optymalizacji formułuje się następująco.

Dla danego zbioru sterowań $\mathcal{U} \leftrightarrow \mathcal{Y}$ oraz pary wektorów $\langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_j$ ($i, j \in I$) odpowiadającej $p(k_q)$, należy wyznaczyć sekwencję decyzji:

$$\langle y_{i_1}, y_{i_2}, \dots, y_{i_N} \rangle \xrightarrow{\text{opt}} \langle \underline{u}_{i_1}, \underline{u}_{i_2}, \dots, \underline{u}_{i_N} \rangle^{\text{opt}} \in \{\mathcal{U}\}^N, \quad (2.3.47)$$

która odpowiada przejściu z prędkości $\underline{v}$ na $\underline{v}^f$.

Warunkiem koniecznym optymalności sekwencji (2.3.47) jest minimum jej długości (por. p. 2.3.1) a warunkiem dostatecznym - minimum sumarycznych kosztów związanych z tym przejściem (np. minimum przebytej drogi przez O.L.).

W skrócie podane będzie jedno z możliwych rozwiązań.

Na zbiorze $\mathcal{V}$ dokonuje się podziału:

$$\mathcal{V} = \bigcup_{m=0}^M \mathcal{V}_{[m]}, \quad \mathcal{V}_{[m_1]} \cap \mathcal{V}_{[m_2]} = \emptyset \text{ dla } m_1 \neq m_2, \quad (2.3.48)$$

gdzie $\mathcal{V}_{[m]}$ zawiera te elementy $\underline{v}' \in \mathcal{V}$, dla których długość sekwencji odpowiadającej przejściu z $\underline{v}$ do $\underline{v}'$ wynosi m . Zbiór $\mathcal{V}_{[0]}$ jest zaw-

sze jednoelementowy. W zbiorze $\mathcal{V}$ istnieje taki jego podzbiór

$$\mathcal{V}_{[m]} = \mathcal{V}_{[m]}^*, \text{ którego elementem jest } \underline{v}^f.$$

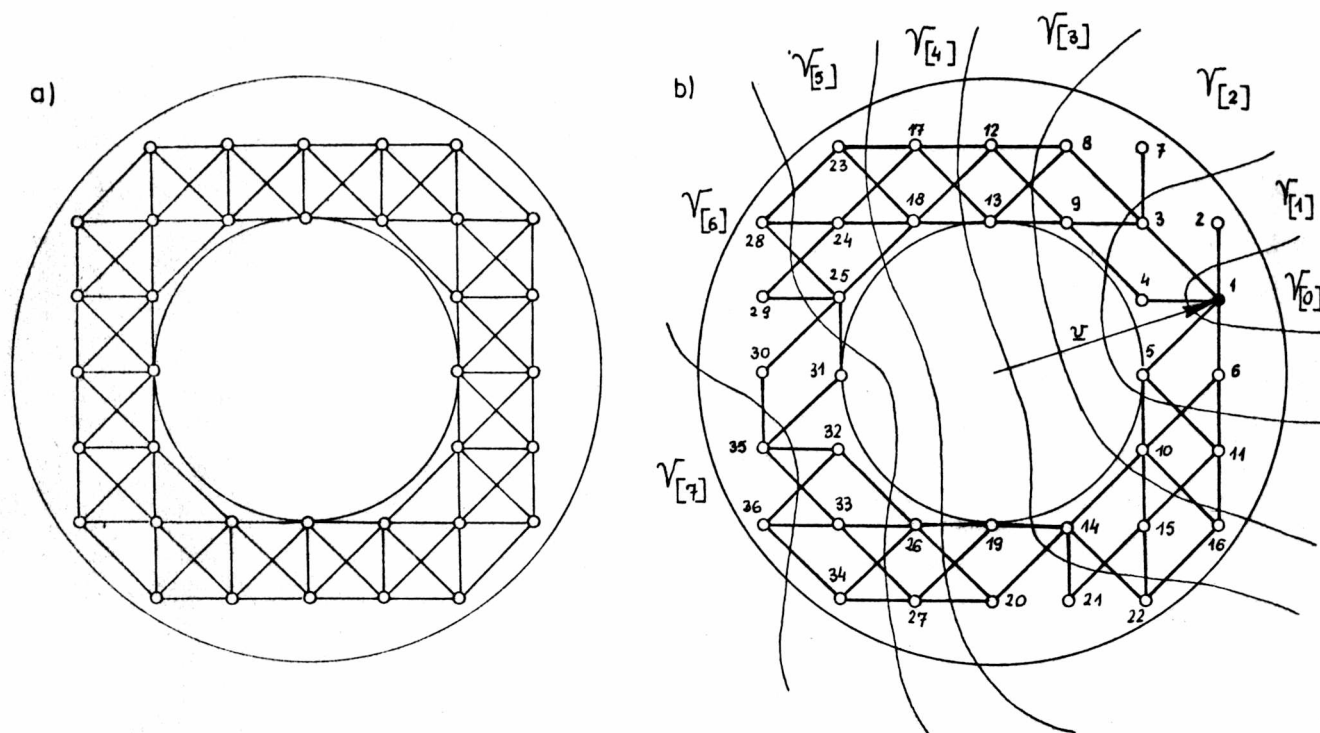
Przez $\{\underline{u}\}_m$ oznaczmy zbiór ciągów sterowań odpowiadających przejściu z $\underline{u}$ do $\underline{v}^f$. Zbiór ten można łatwo otrzymać na zasadzie podobnej do generacji dendrytu zbioru prędkości (por. p. 1.3.1). Ciąg optymalny (2.3.47) można otrzymać stosując algorytm Forda-Fulkersona, [18,35].

Przykład 2.3.4. Dane są zbiory: $\mathcal{V} = \mathcal{V}_2 \cup \mathcal{V}_3$, $\mathcal{U} = \{\mathcal{N}_{1,1}\}^3$ oraz $\underline{v} = \langle 0, 3, 1 \rangle$. Dla prostoty (gdyż $V = 224$) zakłada się, że O.L. wykonuje ruch w płaszczyźnie. W rozpatrywanym przypadku mamy:

$$\mathcal{K}^e = \{k_1^e, \dots, k_{n^e}^e\}, \quad n^e = 35; \quad p_q^e \rightarrow \langle \langle 0, 3, 1 \rangle, \underline{v}^f \rangle.$$

Na rys. 2.3.18 przedstawiono podgraf G'_r , który powstał z grafu $G_r = G_{r2} \cup G_{r3}$ (por. p. 1.4), poprzez usunięcie krawędzi łączących wierzchołki sąsiednie odpowiadające elementom zbiorów $\mathcal{V}_{[m]}$.

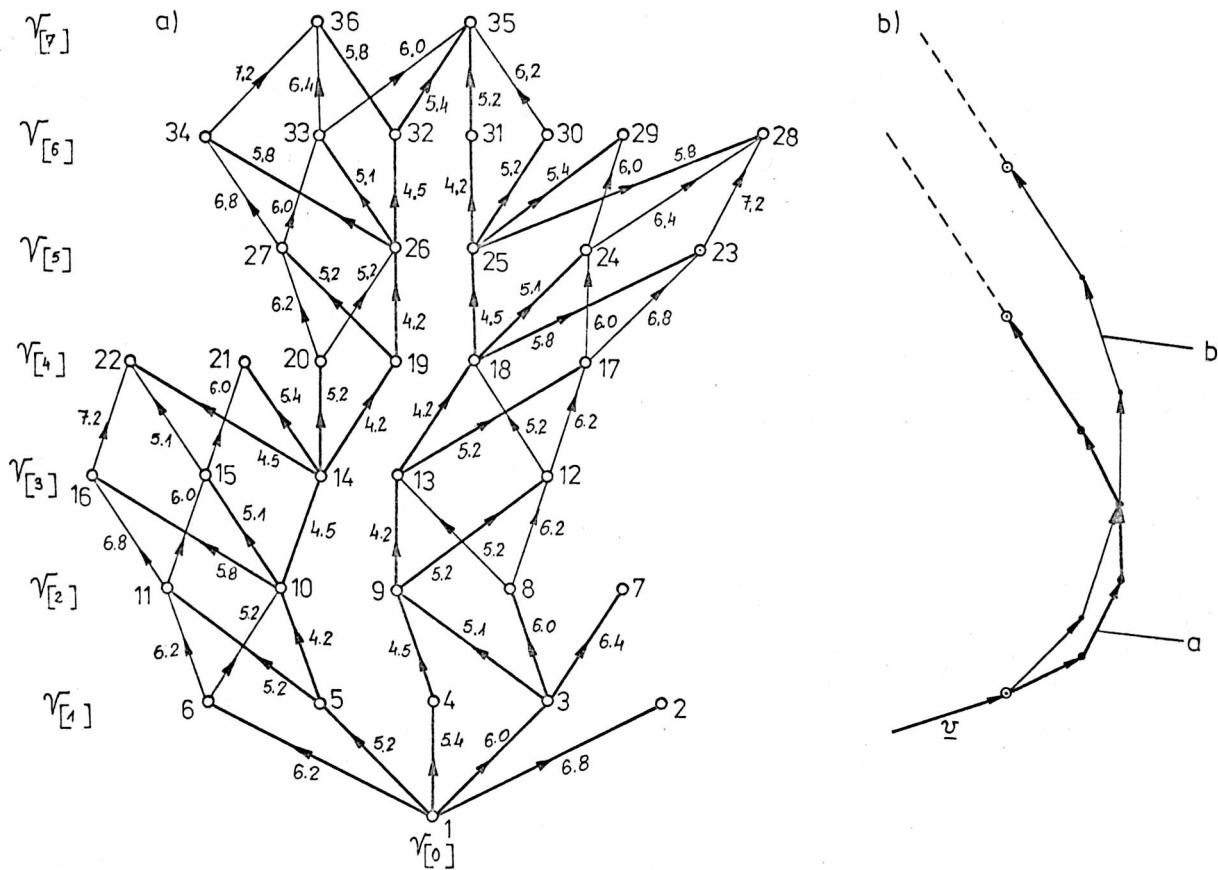
Wierzchołki podgrafu G'_r są ponumerowane od 1 do 36, przy czym $1 \leftrightarrow \langle 0, 3, 1 \rangle$.



Rys. 2.3.18.: a-graf G_r , b-podgraf G'_r z zaznaczeniem podziału na podzbiory $\mathcal{V}_{[m]}$

Na rys. 2.3.19a przedstawiono graf G_v'' ostro skierowany, który powstał z grafu G_v' przez zastrzakowanie krawędzi: od wierzchołka ze zbioru $V_{[m-1]}$ do wierzchołka ze zbioru $V_{[m]}$. Każdej krawędzi przyporządkowano koszty jednostkowe związane z przejściem (tu: długości przebytej drogi).

Po zastosowaniu algorytmu Forda-Fulkersona otrzymuje się zbiór wszystkich rozwiązań w postaci drzewa w grafie G_v'' , jak na rys. 2.3.19 (linie pogrubiono).



Rys. 2.3.19.: a-drzewo rozwiązań z przykładu 2.3.4, b-wybrane tory lotu O.L.

Na rys. 2.3.19b pokazano dwa tory lotu odpowiadające zadaniu k_1^e :

$$p_1^e \longleftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle = \langle \langle 0, 3, 1 \rangle, \langle 0, -2, 3 \rangle \rangle \quad (2.3.49)$$

Wektorowi $\underline{v}^f$ odpowiada wierzchołek o numerze 23. Dla obydwu torów: a i b spełniony jest warunek konieczny optymalności, jednakże a - odpowiada optymalnemu wykonaniu zadania k_1^e , natomiast b - nie. Odpowiadające im ciągi wierzchołków (rys. 2.3.19a) są następujące:

a: 1, 4, 9, 13, 18, 23 - ścieżka krytyczna,

b: 1, 3, 8, 12, 17, 23 - ścieżka niekrytyczna.

Na podstawie ścieżki krytycznej natychmiast otrzymujemy optymalny ciąg sterowań:

$$\langle \underline{u}^{opt} \rangle = \langle \underline{u}_1^{opt}, \underline{u}_2^{opt}, \underline{u}_3^{opt}, \underline{u}_4^{opt}, \underline{u}_5^{opt} \rangle, \quad (2.3.50)$$

gdzie: $\underline{u}_1^{opt} = \underline{u}_3^{opt} = \underline{u}_4^{opt} = \langle 0, -1, 0 \rangle$, $\underline{u}_2^{opt} = \underline{u}_5^{opt} = \langle 0, -1, 1 \rangle$.

Z podanej w tym punkcie analizy wynika, że jednostronna optymalizacja dendrytu gry $\tilde{\mathcal{D}}_q^e$ sprowadzona została do:

- określenia zasad wykonywania zadań $\mathcal{X}^1$,
- znalezienia dendrytu $\mathcal{D}_q^e$.

Najbardziej złożone pod względem obliczeniowym wydaje się znalezienie dendrytu $\mathcal{D}_q^e$ - w zbiorze dendrytów o ogólnej strukturze jak na rys. 2.3.15b. Proces ten daje się jednak zautomatyzować z następujących powodów:

- zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia optymalnych decyzji y dla $\underline{x} \neq \underline{x}_0$ (wzór (2.3.45)) oraz $\underline{x} = \underline{x}_0$,
- dla $\underline{x} = \underline{x}_0$ wyznaczenie decyzji y wymaga znalezienia wszystkich ścieżek krytycznych w grafie G_γ'' (rys. 2.3.19a),
- graf G_γ'' można wyznaczyć podobnie jak w przypadku generacji dendrytu zbioru prędkości $\mathcal{V}$ (por. procedura w p. 1.3.1),
- w celu wyznaczenia ścieżek krytycznych w G_γ'' można zastosować łatwo dający się zaprogramować na komputer algorytm sieciowy Forda-Fulkersona, zamieszczony np. w [35].

Za opis formalny sterowania^{dalej} zadań elementarnych uważa się dendryty $\mathcal{D}_q^e$, które można łatwo przekształcić do postaci grafów automatów skończonych (p. 4.1.3 - automat parametryczny $\langle A \rangle$).

2.4. Program lotu w ujęciu formalnym

Dla komputerowych pokładowych systemów sterowania opracowuje się oprogramowanie pokładowe, którego podstawowym elementem jest program lotu (P.L.). Spośród różnych sposobów jego opracowania na uwagę zasługuje metoda podana w [12] i [13], oparta na teorii automatów i idei projektowania strukturalnego [24, 25, 40], która jest częściowo sformalizowana i charakteryzuje się tym, że na pewnym etapie wspomniany program ma postać grafu.

W przypadku automatowego organu sterującego opracowanie P.L. sprowadza się do formalnego opisu algorytmu sterowania na najwyższym poziomie. Jeden z możliwych takich opisów - odpowiadający grafowi automatu skończonego, zostanie niżej przedstawiony.

Niech będzie dany skończony zbiór $\mathcal{P}^N$:

$$\mathcal{P}^N = \{p_1^N, \dots, p_\mu^N, \dots, p_w^N\}, \quad (2.4.1)$$

przy czym wartość p_μ^N parametru p^N reprezentuje pewien cel globalny funkcjonowania systemu $\langle Q \rangle$ i odpowiada jednemu P.L.

Dowolny program składa się z etapów lotu:

$$P.L. = \{E_1, E_2, \dots, E_f\}. \quad (2.4.2)$$

Na każdym etapie E_j wykonywane jest dokładnie jedno zadanie złożone ze zbioru $\mathcal{K}^1$.

Stan układu $\langle\langle Q \rangle\rangle, \langle\bar{Q}\rangle$ na rozpatrywanym poziomie sterowania określa wektor:

$$\underline{\pi} = \langle \pi_1, \dots, \pi_M \rangle \in {}^+\Pi = \bigtimes_{j=1}^M {}^+\Pi_j, \quad (2.4.3)$$

którego współrzędne wyznaczają moment zakończenia etapu E_{j-1} i jednocześnie - rozpoczęcia wykonywania zadań etapu E_j . Mogą one reprezentować stany np. w zakresie:

- stopnia zużycia paliwa podczas wykonywania zadania (Π_1),
- czasu wykonywania zadania (Π_2),
- odległości od punktu na zaplanowanej trasie lotu (Π_3),
- kierunku ruchu obiektu (Π_4),
- stopnia wykonania zadania specjalnego (Π_5),
- stopnia widoczności, np. dla celów fotografowania (Π_6),
- wykrycia innego obiektu latającego (Π_7) itd.

Na etapie planowania lotu ustala się zespół danych odnośnie zadań ze zbioru $\mathcal{K}^1$, np.:

Q^0 - ilość paliwa, która może być zużyta podczas wykonywania zadania,

T^0 - maksymalny czas wykonywania zadania,

d^0 - odległość, na jaką powinien zbliżyć się O.L. do punktu na zaplanowanej trasie lotu,

γ^0 - docelowy zbiór wektorów prędkości końcowej itd.

Jeśli $\hat{q}$, τ , $\|e\|^*$, $\underline{v}$ oznaczają wartości aktualne odpowiadające wyżej wymienionym danym, to można np. przyjąć:

$$\pi_1 = \begin{cases} \hat{q}_1 & \text{jeśli } \hat{q} > Q^0 \\ \hat{q}_2 & \text{jeśli } \hat{q} \leq Q^0 \end{cases}, \quad \pi_2 = \begin{cases} \tau_1 & \text{jeśli } \tau > T^0 \\ \tau_2 & \text{jeśli } \tau \leq T^0 \end{cases},$$

$$\pi_3 = \begin{cases} r_1 & \text{jeśli } \|e\|^* > d^0 \\ r_2 & \text{jeśli } \|e\|^* \leq d^0 \end{cases}, \quad \pi_4 = \begin{cases} v_1 & \text{jeśli } \underline{v} \neq V^0 \\ v_2 & \text{jeśli } \underline{v} \in V^0 \end{cases}.$$

Podobnie można określić $\pi_5, \pi_6, \pi_7, \dots$, np.:

$$\pi_5 = \begin{cases} s_1 & \text{jeśli nie jest zakończone zadanie specjalne,} \\ s_2 & \text{w przeciwnym wypadku,} \end{cases}$$

itd.

Ogólnie, zbiory ${}^+\Pi_j$ mogą mieć postać:

$${}^+\Pi_j = \{ \pi_{j,1}, \pi_{j,2}, \dots, \pi_{j,\gamma_j} \}, \quad j=1, \dots, M. \quad (2.4.4)$$

Na etapie planowania lotu może się okazać, że nie wszystkie współrzędne wektora $\underline{\pi}$ mają wpływ na zakończenie i rozpoczęcie zadań złożonych. Dlatego przyjmuje się, że dowolna współrzędna π_j wektora $\underline{\pi}$ może być zastąpiona symbolem Θ , interpretowanym jako wartość dowolna. W przypadku wystąpienia symbolu Θ mamy do czynienia nie z pojedynczym wektorem, lecz zbiorem, oznaczanym dalej przez $[\underline{\pi}]$:

$$[\underline{\pi}] = \left[\underbrace{\pi_{1,c_1}, \dots, \Theta, \dots, \pi_{M,c_M}}_j \right] = \{ \pi_{1,c_1} \} x \dots x {}^+\Pi_j x \dots x \{ \pi_{Mc_M} \}. \quad (2.4.5)$$

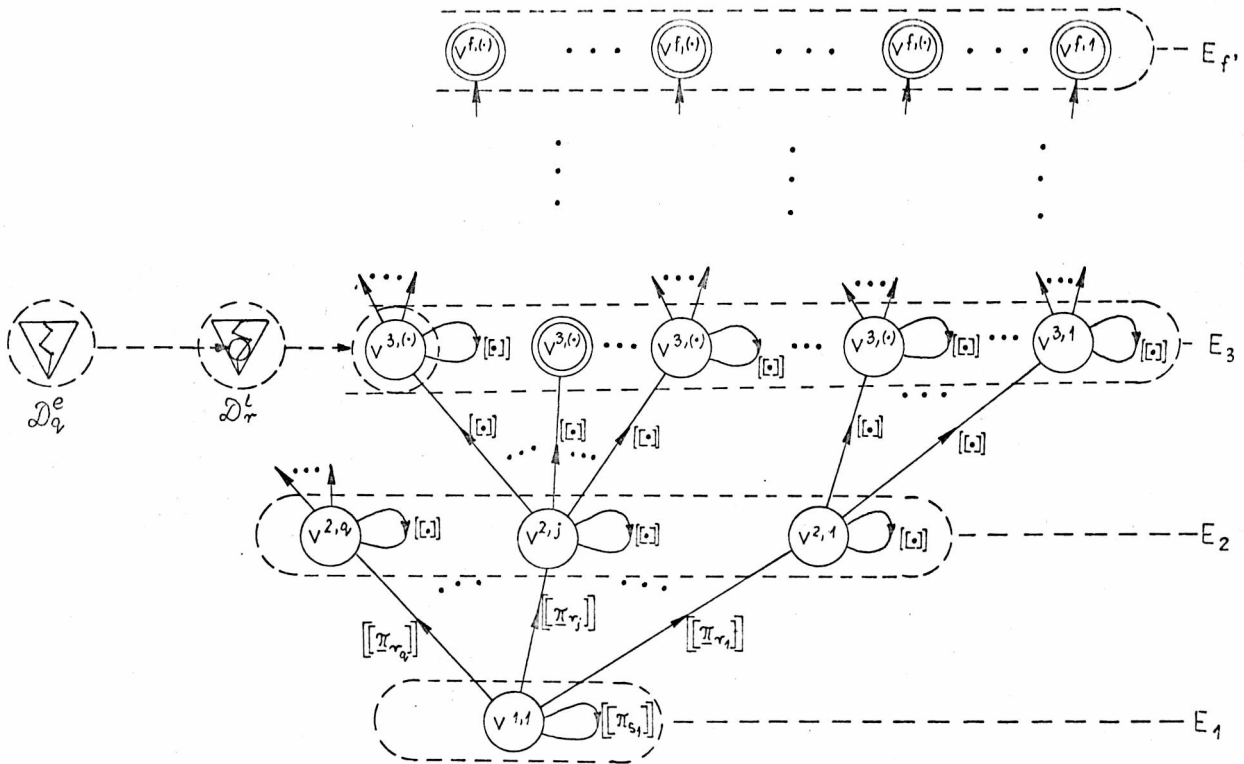
Ponieważ zbiory $[\underline{\pi}]$ reprezentują stany na najwyższym poziomie sterowania i mogą być więcej niż jednoclementowe, więc umownie będą nazywane makrostanami.

Dowolnemu programowi lotu odpowiada wartość p_μ^N i graf G_μ^N ze zbioru (rys. 2.4.1):

$$G^N = \{ G_1^N, \dots, G_\mu^N, \dots, G_w^N \}. \quad (2.4.6)$$

Graf ten ma strukturę drzewiastą, co ułatwia jego interpretację jako programu lotu. Krawędziom skierowanym odpowiadają makrostany $[\underline{\pi}_s]$, wierzchołkom - zadania ze zbiorów $\mathcal{K}^1$. W zbiorze wierzchoł-

ków wyróżnia się wierzchołek początkowy $v^{1,1}$ i wierzchołki końcowe $v^{i',c'}$, oznaczone podwójnym kółkiem. Każdemu wierzchołkowi $v^{n,m}$ odpowiada pewien dendryt z cyklami $\mathcal{D}_r^1$ (por. p. 2.3.1 - 2.3.4), stanowiący algorytm sterowania na poziomie zadań złożonych, który z kolei stanowi sekwencję dendrytów $\mathcal{D}_q^e$ zadań elementarnych.



Rys. 2.4.1. Fragment struktury grafu G_μ^N

Interpretacja przejść w grafie G_μ^N jest następująca. W etapie E_1 wykonuje się zadanie przyporządkowane wierzchołkowi $v^{1,1}$ dotąd; dopóki makrostan jest równy $[\pi_{s_1}]$, tzn. stan określony przez wektor $\underline{\pi}$ jak w (2.4.3) jest elementem $[\pi_{s_1}]$. W momencie zmiany makrostanu następuje przejście do etapu E_2 . O tym, jakie zadanie będzie obecnie wykonywane decydują aktualne wartości współrzędnych wektora $\underline{\pi}$. Jeśli są takie, że $\underline{\pi}$ jest elementem $[\pi_r]$, to następuje przejście do wierzchołka $v^{2,j}$, czemu odpowiada j realizacja określonego zadania złożonego itd.

Nie rozpatruje się problemu optymalizacji procesu sterowania systemu $\langle Q \rangle$ na najwyższym poziomie. Metody syntezy podobnych grafów jak G_μ^N dla komputerowych systemów pokładowych opierają się zwykle na algorytmach heurystycznych [12,13,24,40]. Niezależnie od tego, w jaki sposób otrzymuje się graf G_μ^N , musi on stanowić jednoznaczny opis funkcjonowania systemu. W celu zagwarantowania

tej jednoznaczności, przejścia w grafie muszą spełniać dwa warunki, które niżej będą podane.

Niech $\mathcal{R}$ oznacza relację binarną:

$$\mathcal{R} \subset 2^{+\pi} \times V, \quad (2.4.7)$$

gdzie V - zbiór wierzchołków grafu G_μ^N z wyjątkiem końcowych, zaś $2^{+\pi}$ jest zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru $^{+\pi}$ określonego w (2.4.3).

Jeśli dla $[[\pi]] \in 2^{+\pi}$ oraz $v \in V$ jest:

$$[[\pi]] \mathcal{R} v,$$

to $[[\pi]]$ opisuje krawędź wychodzącą z wierzchołka v .

Dla każdego $G_\mu^N \in G^N$ muszą być spełnione:

- warunek pełności:

$$(\forall v \in V) \left(\bigcup_{[[\pi]] \in {}^{+\pi}\pi_v} [[\pi]] = {}^{+\pi}\pi \right), \quad (2.4.8)$$

oraz

- warunek niesprzeczności:

$$(\forall v \in V) (\forall [[\pi]] \in {}^{+\pi}\pi_v) (\forall [[\pi']] \in {}^{+\pi}\pi_v) \quad (2.4.9)$$

$$([[\pi]] \neq [[\pi']] \Rightarrow [[\pi]] \cap [[\pi']] = \emptyset),$$

gdzie: ${}^{+\pi}\pi_v = \{ [[\pi]] \in 2^{+\pi} : [[\pi]] \mathcal{R} v, v \in V \}$.

Warunek pełności musi być spełniony, gdyż makrostan opisujący krawędzie wychodzące z danego wierzchołka grafu G_μ^N muszą wyczerpywać zbiór możliwych zdarzeń, mogących wystąpić w czasie realizacji zadania odpowiadającego temu wierzchołkowi.

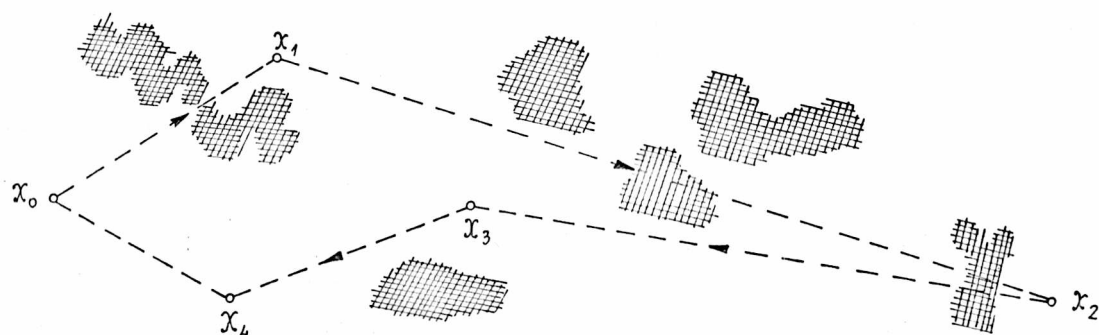
Warunek niesprzeczności mówi, że niezależnie od wartości, jakie mogą przyjąć współrzędne wektora $\underline{\pi}$, stan określony przez ten wektor nie może być elementem dwóch różnych od siebie makrostanów, opisujących krawędzie wychodzące z tego samego wierzchołka grafu G_μ^N . Konieczność spełnienia obu warunków wydaje się więc oczywista.

Dla poglądowego wyjaśnienia opisu P.L. w postaci grafu G_μ^N rozpatrzone będą dwa proste przykłady.

Przykład 2.4.1. Dla ułatwienia zakłada się, że O.L. wykonuje jedynie zadania z klasy $\mathcal{K}^1$ i wektor $\underline{\pi}$ ma postać:

$$\underline{\pi} = \langle \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_5 \rangle \in \{\hat{a}_1, \hat{a}_2\} \times \{\tau_1, \tau_2\} \times \{r_1, r_2\} \times \{s_1, s_2\}.$$

Zbiór $V = \bigcup_{i=3}^8 V_i$. Dany jest zbiór punktów w przestrzeni: x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 (rys. 2.4.2), w której mogą znajdować się przeszkody. Cel globalny wymaga, aby obiekt maksymalizował liczbę zbliżeń do zadanych punktów na trasie. Po dotarciu do każdego punktu powinna być włączana na określony czas aparatura pokładowa (za co nie jest odpowiedzialny organ sterujący), w celu rejestracji pewnych własności otoczenia.



Rys. 2.4.2. Przypuszczalna trasa lotu O.L. z przykładu 2.4.1

Obiekt powinien zbliżać się do kolejnych punktów, przy czym sytuacją określającą dotarcie do punktu jest $\pi_3 = r_2$. W razie przekroczenia dopuszczalnej ilości paliwa dla danego zadania (co może być spowodowane zbytnim wydłużeniem się rzeczywistej trasy lotu ze względu na występowanie przeszkód), czyli dla $\pi_1 = \hat{q}_1$, O.L. powinien dotrzeć nie do kolejnego, lecz następnego punktu. Ostatni etap polega na dotarciu do punktu x_0 celem umożliwienia lądowania. Na rys. 2.4.3 pokazano graf G_1^N dla rozpatrywanego przypadku.

Wierzchołkom grafu G_1^N odpowiadają zadania ze zbioru $\mathcal{K}^1$ i zachodzi przyporządkowanie:

$$v^{n,m} \longleftrightarrow \langle x_{b,j} \rangle \quad \text{lub prościej: } v^{n,m} \longleftrightarrow \langle b, j \rangle. \quad (2.4.10)$$

Rozumie się przez to (por. p. 2.3.2), że O.L. wykonuje zadanie lotu do punktu x_b z prędkością $\underline{v} \in V_j$, $j \in I = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$:

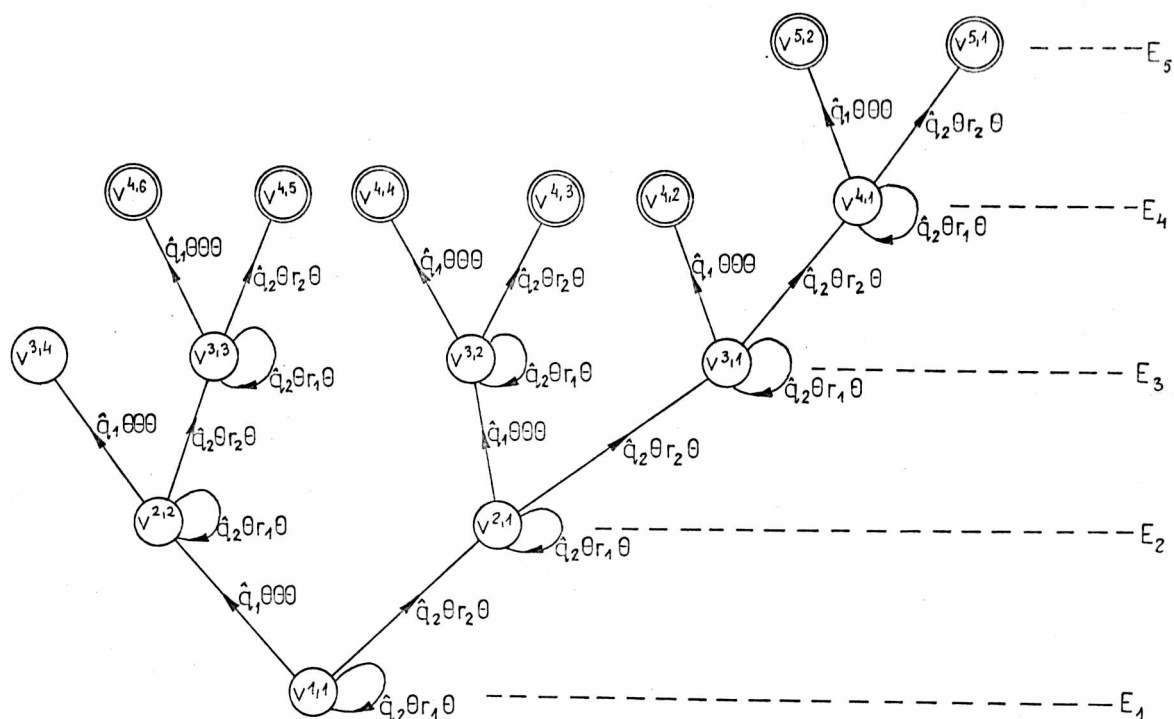
$$E_1: v^{1,1} \longleftrightarrow \langle 1, 5 \rangle;$$

$$E_2: v^{2,1} \longleftrightarrow \langle 2, 6 \rangle, \quad v^{2,2} \longleftrightarrow \langle 3, 4 \rangle;$$

$$E_3: v^{3,1} \longleftrightarrow \langle 3, 5 \rangle, \quad v^{3,2} \longleftrightarrow \langle 4, 5 \rangle, \quad v^{3,3} \longleftrightarrow \langle 4, 6 \rangle, \quad v^{3,4} \longleftrightarrow \langle 0, 4 \rangle;$$

$$E_4: v^{4,1} \longleftrightarrow \langle 4, 7 \rangle, \quad v^{4,2} \longleftrightarrow \langle 0, 5 \rangle, \quad v^{4,3} \longleftrightarrow \langle 0, 4 \rangle, \quad v^{4,4} \longleftrightarrow \langle 0, 4 \rangle, \\ v^{4,5} \longleftrightarrow \langle 0, 4 \rangle, \quad v^{4,6} \longleftrightarrow \langle 0, 3 \rangle;$$

$$E_5: v^{5,1} \longleftrightarrow \langle 0, 5 \rangle, \quad v^{5,2} \longleftrightarrow \langle 0, 4 \rangle.$$



Rys. 2.4.3. Graf G_1^N do przykładu 2.4.1

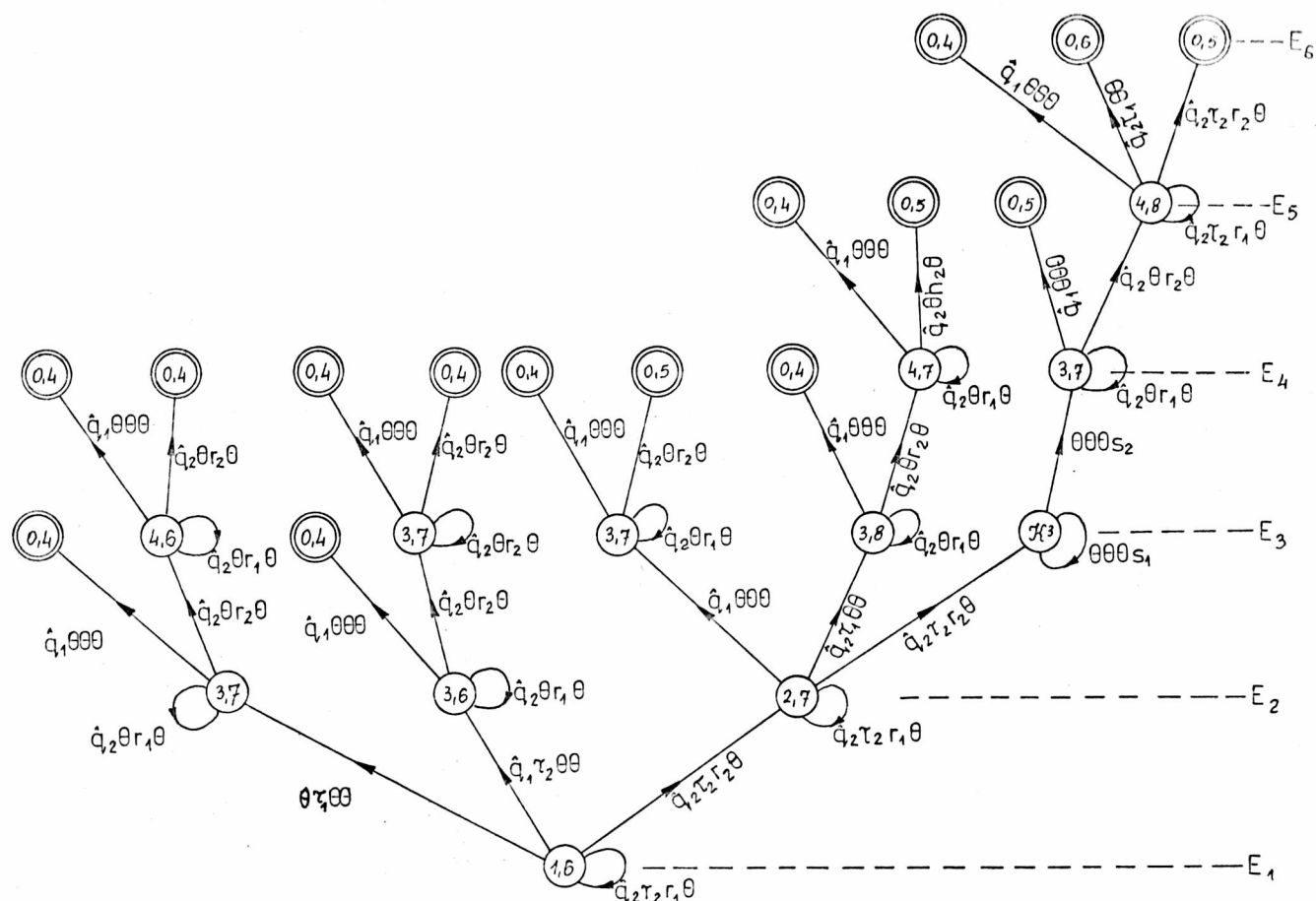
W rozpatrywanym przypadku współrzędne π_2 i π_5 nie wpływają na kolejność wykonywania zadań. Oczywiście nie zawsze tak jest, co pokazuje kolejny przykład.

Przykład 2.4.2. Załóżmy te same dane jak w przykładzie 2.4.1.

Problem jest również zbliżony do poprzedniego. Różnica polega na tym, że obiekt powinien dotrzeć do punktu $\mathcal{X}_2$ a następnie wykonać zadanie specjalne $\mathcal{K}^3$ (zob. p. 2.1) w celu sfotografowania pewnego zjawiska. Jednym z warunków koniecznych osiągnięcia zamierzonego celu globalnego jest dotarcie do punktu $\mathcal{X}_2$ nie później niż po czasie $T^0 = T_1^0 + T_2^0$, gdzie T_1^0 oznacza czas przeznaczony na pokonanie trasy od punktu $\mathcal{X}_0$ do $\mathcal{X}_1$, zaś T_2^0 - od $\mathcal{X}_1$ do $\mathcal{X}_2$. Ponadto wymaga się, aby cały program lotu był "w miarę szybko" zrealizowany.

Ścisły, formalny opis P.L. reprezentuje graf G_2^N na rys. 2.4.4, przy czym dla ułatwienia analizy grafu, jego wierzchołki opisano parami $\langle \mathcal{X}_{b,j} \rangle$.

Warunki pełności i niesprzeczności są spełnione dla wierzchołków grafów G_1^N i G_2^N a sprawdzenie ich pozostawia się Czytelnikowi.



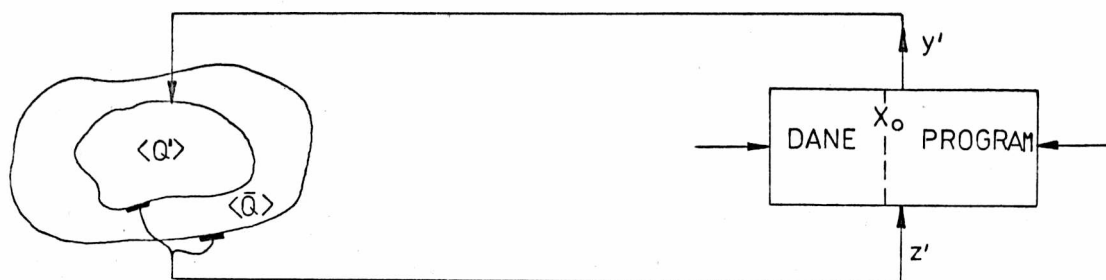
Rys. 2.4.4. Graf G_2^N do przykładu 2.4.2

3. STRUKTURA FUNKCJONALNA ORGANU STERUJĄCEGO Z WYKORZYSTANIEM AUTOMATU PARAMETRYCZNEGO

W dotychczasowych rozwiązaniach w zakresie sterowania O.L., np. [1,3,22,42] wykorzystuje się komputer, pracujący w układzie zamkniętym (rys. 3.1).

W pamięci komputera przechowywane są dane P.L. W zależności od stanu z' systemu i otoczenia ($\langle Q' \rangle$ - system $\langle Q \rangle$ z wyłączeniem organu $\langle X_0 \rangle$), organ sterujący generuje decyzje y' (impulsy sterujące) dotyczące zmian szybkości i kierunku lotu. Zmiana danych i programu odbywa się na etapie planowania lotu (przed wystartowaniem O.L.).

Ogólna struktura proponowanego układu sterowania jest podobna do pokazanej na rys. 3.1 z tym, że do przechowywania danych P.L. służy odrębne urządzenie pamięciowe $[U_p]$ a program nie jest zawarty w pamięci operacyjnej komputera lecz tkwi w strukturze automatów skończonych.



Rys. 3.1. Ogólny schemat układu sterowania z wykorzystaniem komputera (X_0)

3.1. Wielopoziomowość i jej wpływ na strukturę organu sterującego

Z dekompozycji zadań dokonanej w rozdz. 2 wynika, że sterowanie obiektem odbywa się na kilku poziomach. Wyróżnia się następujące poziomy, które dotyczą:

I (poziom najwyższy) - sterowania kolejnością zadań złożonych k_r^1 w obrębie danego P.L. (przy określonym celu globalnym funkcjonowania systemu $\langle Q \rangle$),

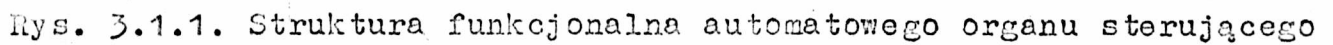
II - sterowania kolejnością zadań elementarnych k_q^e w obrębie zadania złożonego (przy określonym celu cząstkowym),

III - generowanie decyzji y w obrębie zadania elementarnego (przy danym kryterium optymalności),

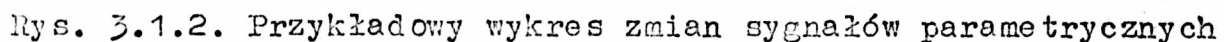
IV - reakcji organu $\langle X_0 \rangle$ na oddziaływanie otoczenia w dziedzinie B_1 .

Organ sterujący powinien więc mieć strukturę wielopoziomową (rys. 3.1.1).

Automaty $\langle N \rangle$, $\langle K \rangle$, $\langle A \rangle$ i $\langle P^+ \rangle$ funkcjonują odpowiednio na poziomach I, II, III i IV. Pierwsze trzy są automatami parametrycznymi a $\langle P^+ \rangle$ jest zwykłym automatem typu Moore'a. Każdy z nich jest bezpośrednio związany z pewnym układem automatów umownie nazywanym układem kontroli stanu systemu (UKSS). Tak więc, na poziomach I - IV funkcjonują odpowiednio układy: $\langle V^N \rangle$, $\langle V^K \rangle$, $\langle V^A \rangle$, $\langle P^f \rangle$. Podstawowymi elementami struktur UKSS są automaty skończone pełniące funkcję receptorów organu sterującego [32].



Cechą układu jak na rys. 3.1.1 jest to, że sygnały parametryczne podawane są zawsze z poziomu wyższego do niższego. Zmiany sygnałów parametrycznych przedstawia wykres czasowy na rys. 3.1.2, gdzie dodatkowo uwidoczniono pojedyncze decyzje $\tilde{y}$ organu $\langle X_0 \rangle$.



3.2. Funkcje urządzenia pamięciowego

Aby umożliwić osiągnięcie celu globalnego przez system $\langle Q \rangle$, należy wybrać zarówno wartość parametru p_μ^N jak i zadać konkretny zbiór danych P.L. Do przechowywania danych służy urządzenie $[U_p]$ (rys. 3.1.1), którego pamięć powinna być reprogramowalna. Dzięki temu możliwe jest wykonywanie przez ten sam układ sterowania praktycznie dowolnej liczby wariantów danego P.L.

Zbiór danych odnosi się do zadań złożonych a zatem dotyczy poszczególnych wierzchołków grafu $G_\mu^N \in G^N$ (por. p. 2.4). Dane mogą być umieszczone w tablicy.

Tablica 3.1

$\hat{y}^{U_p}$	α	h^0	p^1	b	e^0			d	p^2	d_1^e	d_2^e	Q^0	T^0	...
					e_1^0	e_2^0	e_3^0							
1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$\vdots$														
n^{U_p}	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Pierwsza kolumna $\hat{y}^{U_p}$ zawiera kody liczbowe wierzchołków grafów ze zbioru G^N , przy czym:

$$\hat{y}^{U_p} \longleftrightarrow \langle \mu, n, m \rangle,$$

gdzie μ - indeks identyfikujący G_μ^N , n i m - indeksy wierzchołka $v^{n,m}$ grafu. (p. 2.4).

Liczba wierszy n^{U_p} tablicy jest równa mocy najliczniejszego zbioru, spośród zbiorów wierzchołków grafów G_μ^N ($\mu = 1, \dots, w$).

Kolejne kolumny tablicy 3.1 zawierają (por. rozdz. 2):

- α - wskaźnik największego odchylenia toru lotu spowodowanego oddziaływaniem sił zewnętrznych na O.L. (p. 2.2.1),
- h^0 - odległość zbliżenia O.L. do przeszkód (p. 2.2.2),
- p^1 - parametr zadania K_j^1 ($p^1 \longleftrightarrow j \in I$),
- b - numer kolejnego punktu kontrolnego X_b na trasie lotu,
- e^0 - wektor położenia punktu X_b względem X_{b-1} ,
- d - wymagana odległość zbliżenia obiektu do punktu X_b ,

p^2 - parametr zadania K_r^2 ($p^2 \rightarrow w^0$, (2.3.32)),
 $d_1^\varepsilon, d_2^\varepsilon$ - odległości: wstępnej i końcowej fazy zbliżenia,
 $q^0, T^0, \dots$ - dane do oceny makrostanu (p. 2.4),
 itd.

Urządzenie $[U_p]$ działa w ten sposób, że pod wpływem sygnału inicjującego $\hat{\gamma}^u_p \longleftrightarrow \gamma^u_p$, stanowiącego informację o stanie wewnętrznym automatu $\langle N \rangle$, dane są przesyłane do układów UKSS na wszystkich poziomach. Zbiór danych można podzielić w zależności od poziomu, którego dotyczą:

$$\text{Dane} = \{D_I, D_{II}, D_{III}, D_{IV}\},$$

gdzie: $D_{IV} = \{\alpha\}$, $D_{III} = \{h^0\}$, $D_{II} = \{p^1, b, e^0, d; p^2, d_1^\varepsilon, d_2^\varepsilon, \dots\}$,

$$D_I = \{q^0, T^0, \dots\}.$$

Dla potrzeb transmisji i przetwarzania informacji w układzie jak na rys. 3.1.1, dane wymagają odpowiedniego zakodowania, co sprowadza się do przyporządkowania zbiorom sygnałów zbiorów liczb naturalnych [30,32].

Zadaniem urządzenia $[U_p]$ jest więc przechowywanie danych P.L. i dostarczanie ich w postaci odpowiednich sygnałów do UKSS.

3.3. Rola i funkcje układów kontroli stanu systemu

W dowolnym momencie poprzedzającym wygenerowanie decyzji $\tilde{y}$ przez organ $\langle K_0 \rangle$ powinny być dostarczane sygnały reprezentujące wektory: $\underline{u}^\varepsilon, \underline{x}, \underline{z}^1, \underline{z}^2, \dots, \underline{z}^G, \underline{\pi}$ (rozdz. 2) dla automatów $\langle N \rangle$, $\langle K \rangle$, $\langle A \rangle$ i $\langle P^+ \rangle$. Do tego celu służą układy UKSS śledzące zmiany współrzędnych wektorów, nazwanych umownie podstawowymi. Zgodnie z przyjętym modelem ruchu obiektu (rozdz. 1) i opisem formalnym sterowania (rozdz. 2), do wektorów podstawowych należałoby zaliczyć: $\underline{v}$ (p. 1.3), $\underline{e}$ (p. 1.3.2), $\underline{g}^\varepsilon$ (2.2.3), $\underline{x}$ (2.2.8), $\underline{\varepsilon}$ (p. 2.3.3), $\underline{v}^B$ (p. 2.3.3). W wyniku wykonania pewnych operacji arytmetycznych lub logicznych można z nich otrzymać współrzędne wektorów stanu procesu na poszczególnych poziomach.

Do śledzenia zmian wyłącznie współrzędnych wektorów podstawowych służą automaty-receptory, będące elementami składowymi układów UKSS. W strukturze UKSS mogą być też zawarte pewne układy pomocnicze - automaty bez pamięci, służące do wytworzenia sygnałów wejś-

ciowych dla automatów sterujących na poszczególnych poziomach.

Układy UKSS powinny być zdolne do natychmiastowego podawania odpowiednich informacji, gdyż od tego zależy szybkość wypracowywania decyzji $\tilde{y}$ (por. rys. 3.1.1). Gdyby nie działały one na zasadzie automatów, wówczas jest możliwe wytworzenie informacji niezbędnej do sterowania na drodze programowej.

3.4. Zasady funkcjonowania organu sterującego

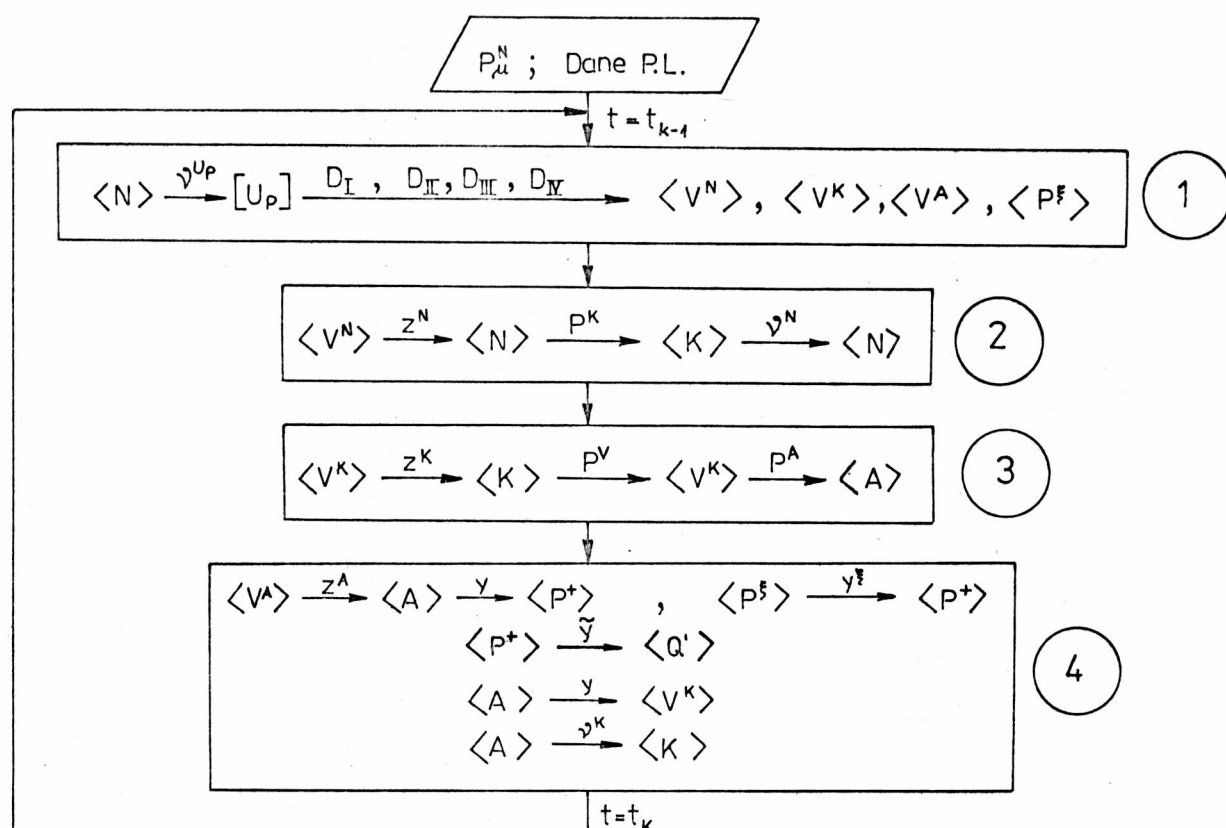
Organ $\langle X_0 \rangle$ można rozpatrywać jako system:

$$\langle X_0 \rangle = \langle [U_p]; \langle N \rangle, \langle V^N \rangle; \langle K \rangle, \langle V^K \rangle; \langle A \rangle, \langle V^A \rangle;$$

$$\langle P^+ \rangle, \langle P^f \rangle; R^0 \rangle ,$$

gdzie pierwszych dziewięć elementów to elementy składowe, zaś R^0 - zbiór występujących między nimi relacji.

Proces sterowania odbywa się w sposób cykliczny. Czas trwania cyklu jest równy okresowi upływającemu między wysłaniem sygnałów $\tilde{y}$ (t_k) i $\tilde{y}$ (t_{k+1}). Kolejność przesyłania sygnałów pomiędzy elementami systemu $\langle X_0 \rangle$ wyjaśnia się działań jak na rys. 3.4.1.



Rys. 3.4.1. Transmisja sygnałów w czasie jednego cyklu

Wyjaśnienie :

1. Automat parametryczny $\langle N \rangle$ jest "nastrojony" na określoną wartość p_{μ}^N parametru p^N . Najpierw generuje on sygnał inicjujący γ^U do urządzenia $[U_p]$, co powoduje odczyt danych P.L. i wysłanie sygnałów reprezentujących je do układów UKSS na wszystkich poziomach sterowania.

2. W zależności od aktualnych sygnałów wejściowych układu $\langle V^N \rangle$ (pochodzących głównie od urządzeń pokładowych funkcjonujących na poziomie czujników oraz danych P.L.), układ ten wypracowuje sygnał z^N reprezentujący makrostan systemu (p. 2.4), który jest podawany na wejście automatu $\langle N \rangle$. W zależności od jego wartości i przy stałym p_{μ}^N , automat $\langle N \rangle$ podaje sygnał parametryczny p_1^K do automatu $\langle K \rangle$. Sygnał p_1^K określa numer klasy zadania złożonego. W ten sposób automat $\langle K \rangle$ zostaje "nastrojony" na klasę zadań $\mathcal{K}^l$ ($l=1, 2, \dots, g$). Automat $\langle K \rangle$ wysyła sygnał zwrotny γ^N będący kodem jego stanu wewnętrznego, informujący $\langle N \rangle$ o rozpoczęciu lub zakończeniu wykonywania zadania złożonego.

3. Układ $\langle V^K \rangle$ wytwarza sygnał z^K reprezentujący informację niezbędną do wykonania danego zadania złożonego i podaje go na wejście automatu $\langle K \rangle$. Z kolei $\langle K \rangle$ uprzednio "nastrojony" na określone zadanie złożone, wysyła sygnał p_r^V do układu $\langle V^K \rangle$, który określa typ zadania elementarnego.

Na podstawie danych z urządzenia $[U_p]$ oraz p_r^V , pewne automaty pomocnicze (nie będące receptorami) układu $\langle V^K \rangle$ wytwarzają sygnał parametryczny p_q^A dla automatu parametrycznego $\langle A \rangle$. Sygnał p_q^A określa konkretne zadania elementarne k_q^e i tym samym "nastraja" automat $\langle A \rangle$ na takie zadanie.

4. Układ $\langle V^A \rangle$ podaje sygnał wejściowy z^A do automatu $\langle A \rangle$, który z kolei wysyła sygnał y do automatu $\langle P^+ \rangle$. W tym samym momencie automat-receptor $\langle P^{\tilde{f}} \rangle$ wysyła sygnał $y^{\tilde{f}}$ do $\langle P^+ \rangle$. Sygnał $\tilde{y}$ stanowiący superpozycję sygnałów y i $y^{\tilde{f}}$ jest ostateczną decyzją organu sterującego-autopilota, która zostaje wygenerowana przez automat $\langle P^+ \rangle$. Automat $\langle A \rangle$ wysyła też sygnał y do automatów-receptorów układu $\langle V^K \rangle$ informujący o aktualnie wykonywanej decyzji oraz γ^K do automatu parametrycznego $\langle K \rangle$, informujący o ewentualnym zakończeniu ostatecznie wykonywanego zadania elementarnego.

4. SYNTEZA ORGANU STERUJĄCEGO PRACUJĄCEGO NA ZASADZIE AUTOMATU PARAMETRYCZNEGO

Podstawą syntezy układu z rys. 3.1.1 jest formalne określenie automatów, z których jest on zbudowany. Wymaga to podania zbiorów sygnałów wejściowych, wyjściowych, parametrycznych, stanów wewnętrznych i grafów automatów, zakodowania informacji itp. Ze względu na ograniczoną objętość pracy, rozpatruje się jedynie syntezę abstrakcyjną automatów ze wskazaniem na możliwości dalszej syntezy strukturalnej.

4.1. Synteza automatów parametrycznych

W wielopoziomowym układzie sterowania funkcjonują automaty parametryczne $\langle N \rangle, \langle K \rangle, \langle A \rangle$ i $\langle P^f \rangle$. Przeprowadzenie syntezy któregośkolwiek z nich jest możliwe po uprzednim określeniu automatów składowych, których działanie odwzorowuje dany automat parametryczny. Ponieważ znajomość grafów wszystkich automatów składowych wystarcza do przeprowadzenia syntezy automatu parametrycznego przy zastosowaniu metod podanych np. w [27,28,31], dlatego poniżej zostaną określone automaty składowe wraz z interpretacją ich zachowania się.

Przy opisie dowolnego automatu skończonego oznaczanego dalej przez $\langle M_j \rangle$ można przyjąć następujące oznaczenia:

$$\langle M_j \rangle = \langle Z_j^M, Y_j^M, \Theta_j^M, q_j^O, \mathcal{T}_j^M, \Psi_j^M, \Phi_j^M \rangle, \quad (4.1.1)$$

gdzie:

- Z_j^M - zbiór sygnałów wejściowych automatu $\langle M_j \rangle$,
- Y_j^M - zbiór sygnałów wyjściowych automatu $\langle M_j \rangle$,
- Θ_j^M - zbiór stanów wewnętrznych automatu $\langle M_j \rangle$,
- q_j^O - wyróżniony stan początkowy, $q_j^O \in \Theta_j^M$,
- $\mathcal{T}_j^M$ - zbiór stanów końcowych, w szczególności może być $\mathcal{T}_j^M = \{q_j^f\}$,
- Ψ_j^M - funkcja przejść, $\Psi_j^M : \Theta_j^M \times Z_j^M \rightarrow \Theta_j^M$,
- Φ_j^M - funkcja wyjść,
- $\Phi_j^M : \begin{cases} \Theta_j^M \rightarrow Y_j^M & \text{- automat typu Moore'a,} \\ \Theta_j^M \times Z_j^M \rightarrow Y_j^M & \text{- automat typu Mealy'ego.} \end{cases}$

4.1.1. S y n t e z a a u t o m a t u $\langle N \rangle$

Jak wiadomo, automat parametryczny $\langle N \rangle$ funkcjonuje na najwyższym poziomie sterowania (rys. 3.1.1). Przy stałej wartości p_μ^N parametru p^N odwzorowuje on swoim działaniem, działanie pewnego automatu skończonego typu Moore'a $\langle N_\mu \rangle$ ze zbioru N^* :

$$N^* = \{ \langle N_1 \rangle, \dots, \langle N_\mu \rangle, \dots, \langle N_w \rangle \}. \quad (4.1.2)$$

Automat $\langle N_\mu \rangle \in N^*$ wygodnie jest potraktować jako automat bez wyjścia [31,32]:

$$\langle N_\mu \rangle = \langle Z_\mu^N, \Theta_\mu^N, q_\mu^0, \mathcal{F}_\mu^N, \Psi_\mu^N \rangle, \quad \mu = 1, \dots, w. \quad (4.1.3)$$

Informacja o stanie wewnętrznym jest pobierana w postaci sygnału p_1^K w wyniku podania sygnału inicjującego v^N (por. p. 3.4).

Na podstawie określeń podanych w p. 2.4 przyjmuje się dla każdego $\mu = 1, \dots, w$ następujące przyporządkowania:

$$Z_\mu^N \leftrightarrow [\pi]_\mu, \quad \Theta_\mu^N \leftrightarrow V_\mu^N, \quad q_\mu^0 \leftrightarrow v^{1,1}, \quad \mathcal{F}_\mu^N \leftrightarrow \hat{V}_\mu^N, \quad (4.1.4)$$

gdzie $[\pi]_\mu$ - zbiór wszystkich różnych od siebie symboli krawędzi grafu G_μ^N (rys. 2.4.3), $\hat{V}_\mu^N$ jest zbiorem wszystkich $\hat{V}_\mu^N$ - tylko końcowych wierzchołków grafu G_μ^N , $v^{1,1}$ - wierzchołek początkowy tego grafu.

Funkcja przejść Ψ_μ^N wynika z grafu G_μ^N oraz (4.1.4).

Przykład 4.1.4. Na podstawie grafu G_1^N z przykładu 2.4.1 należy określić automat $\langle N_1 \rangle$ przez podanie jego grafu i wszystkich elementów "piątki" (4.1.3).

Na rys. 4.1.1 pokazano graf G_1^N automatu $\langle N_1 \rangle \in N^*$. Zbiory występujące w opisie (4.1.3) są następujące:

$$Z_1^N = \{z_1, z_2, z_3\}, \quad \Theta_1^N = \{q_1^0; q_1, \dots, q_{14}\}, \quad q_1^0 \leftrightarrow v^{1,1},$$

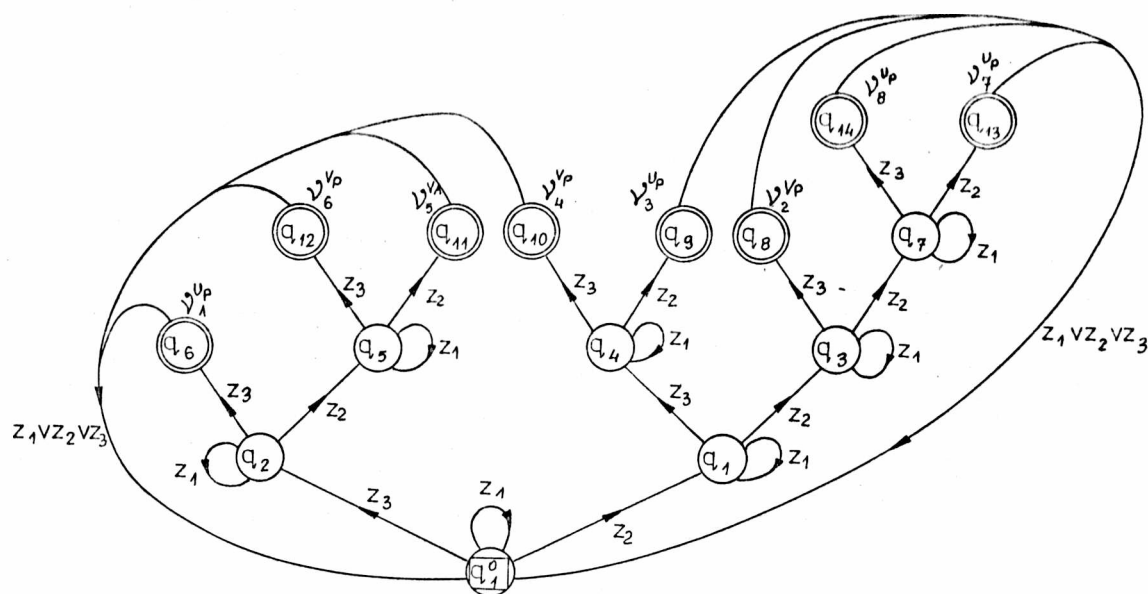
$$\mathcal{F}_1^N = \{q_6, q_8, q_9, \dots, q_{14}\} \subset \Theta_1^N.$$

Funkcję przejść określa jednoznacznie graf G_1^N , np. mamy:

$$\Psi_1^N(q_1^0, z_1) = q_1^0, \quad \Psi_1^N(q_1, z_2) = q_3 \quad \text{itd.}$$

Analogicznie można otrzymać grafy wszystkich innych automatów

składowych $\langle N_\mu \rangle \in N^*$ na podstawie grafów G_μ^N omówionych w p. 2.4.



Rys. 4.1.1. Graf G_1^N automatu $\langle N_1 \rangle$

Jak wiadomo [27], automat parametryczny $\langle N \rangle$ ma strukturę spójną. Graf zastępczy jego podstawowej struktury - automatu bez wyjścia, stanowi wynik nałożenia na siebie grafów automatów składowych. Jeśli $\tilde{\Theta}^N$ oznacza zbiór stanów wewnętrznych automatu bez wyjścia, gdzie:

$$\tilde{\Theta}^N = \{ \tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_{w_N} \},$$

to między stanami $\tilde{q}_j \in \tilde{\Theta}^N$ oraz stanami $q_i \in \Theta^N$ automatów składowych zachodzi przyporządkowanie (ustalane w procesie kodowania):

$$\tilde{q}_j \leftrightarrow \{ \langle q_{i_1}, p_{\mu_1}^N \rangle, \dots, \langle q_{i_s}, p_{\mu_s}^N \rangle \} \subset \left(\bigcup_{\mu=1}^w \Theta_\mu^N \right) \times \mathcal{P}^N.$$

Podobne przyporządkowania jak dla stanów $\tilde{q}_j$ obowiązują dla sygnałów wyjściowych automatu parametrycznego $\langle N \rangle$. Automat ten będąc w stanie $\tilde{q}_j \in \tilde{\Theta}^N$ generuje taki sygnał wyjściowy $p_1^K \in \mathcal{P}^K$, który jest zależny od $\tilde{q}_j$ i aktualnej wartości parametru $p_\mu^N \in \mathcal{P}^N$. Funkcja wyjścia Φ^N automatu $\langle N \rangle$ odwzorowuje więc pary $\langle \tilde{q}_j, p_\mu^N \rangle$ w sygnały p_1^K :

$$p_1^K = \Phi^N [\tilde{q}_j, p_\mu^N], \quad p_1^K \in \mathcal{P}^K = \{ p_1^K, \dots, p_g^K \} \leftrightarrow \mathcal{P}^1, \quad p_\mu^N \in \mathcal{P}^N, \quad (4.1.5)$$

gdzie zbiór $\mathcal{P}^N$ podano w (2.4.1), $\mathcal{P}^K$ jest zbiorem sygnałów parametrycznych automatu $\langle K \rangle$ a zbiory $\mathcal{P}^1$ określone były w p. 2.3.

Zgodnie z przykładem 2.4.1, jeśli $p^N = p_1^N$, to automat $\langle N \rangle$ zachowuje się jak $\langle N_1 \rangle \in N^*$ i będąc np. w stanie $\tilde{q}_j \leftarrow \langle q_3, p_1^N \rangle$ wytworzy sygnał p_1^K , "nastrajający" automat parametryczny $\langle K \rangle$ na zadania z klasy $\mathcal{K}^1$, gdyż $\mathcal{K}^1 \leftarrow \mathcal{P}^1$.

Sygnały ν^u wymuszające transmisję danych na urządzeniu $[U_p]$ (p. 3.4) są wytwarzane przez automat $\langle N \rangle$ wówczas, gdy znajduje się on (tzn. jego automat bez wyjścia) w takim stanie $\tilde{q}_r$, że:

$$\tilde{q}_r \leftarrow \langle q_i, p_\mu^N \rangle \in \left(\bigcup_{\mu=1}^W \mathcal{T}_\mu^N \right) \times \mathcal{P}^N \quad (4.1.6)$$

Do wytworzenia sygnałów p_1^K i ν^u służy blok wyjścia automatu $\langle N \rangle$.

Od tego momentu można przystąpić do dalszej syntezy automatu parametrycznego $\langle N \rangle$. Jak wiadomo, synteza z wykorzystaniem komputera opiera się na nakładaniu wyrażeń analitycznych opisujących grafy automatów składowych [27, 28, 31]. Np. wyrażenie analityczne odpowiadające grafowi $\dot{G}_1^N$ ma postać:

$$\begin{aligned} +\dot{G}_1^N = & \begin{pmatrix} 0 \\ q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ (z_2 q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ (z_2 q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ (z_2 q_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_2 q_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ z_3 q_{14} \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} 5 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ z_1 q_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_3 q_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_1 q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ z_3 q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ (z_2 q_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_3 q_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, \\ & z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_1 q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ z_1 q_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ z_3 q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ (z_2 q_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ (z_2 q_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_1 q_1, z_2 q_1^0, \\ & z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_3 q_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ (z_1 q_1^0, z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ z_1 q_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ z_3 q_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ (z_1 q_1^0, \\ & z_2 q_1^0, z_3 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ z_1 q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ z_1 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_1 q_1^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} . \end{aligned}$$

W wyniku nałożenia wyrażeń typu $+\dot{G}^N$ (po uprzednim zakodowaniu symboli w nich występujących) otrzymuje się wyrażenie opisujące graf podstawowej części składowej automatu parametrycznego - automatu bez wyjścia $\langle N \rangle$. Dalsza synteza opisana jest w cytowanej literaturze.

4.1.2. Synteza automatu $\langle K \rangle$

Automat parametryczny $\langle K \rangle$ przy danej wartości p_1^K parametru p^K zachowuje się jak automat $\langle K_1 \rangle$ ze zbioru K^* :

$$K^* = \{ \langle K_1 \rangle, \dots, \langle K_1 \rangle, \dots, \langle K_g \rangle \}, \quad (4.1.8)$$

gdzie $\langle K_1 \rangle$ jest automatem skończonym typu Moore'a:

$$\langle K_1 \rangle = \langle Z_1^K, Y_1^K, \theta_1^K, q_1^o, q_1^f, \Psi_1^K, \Phi_1^K \rangle, \quad l=1, \dots, g, \quad (4.1.9)$$

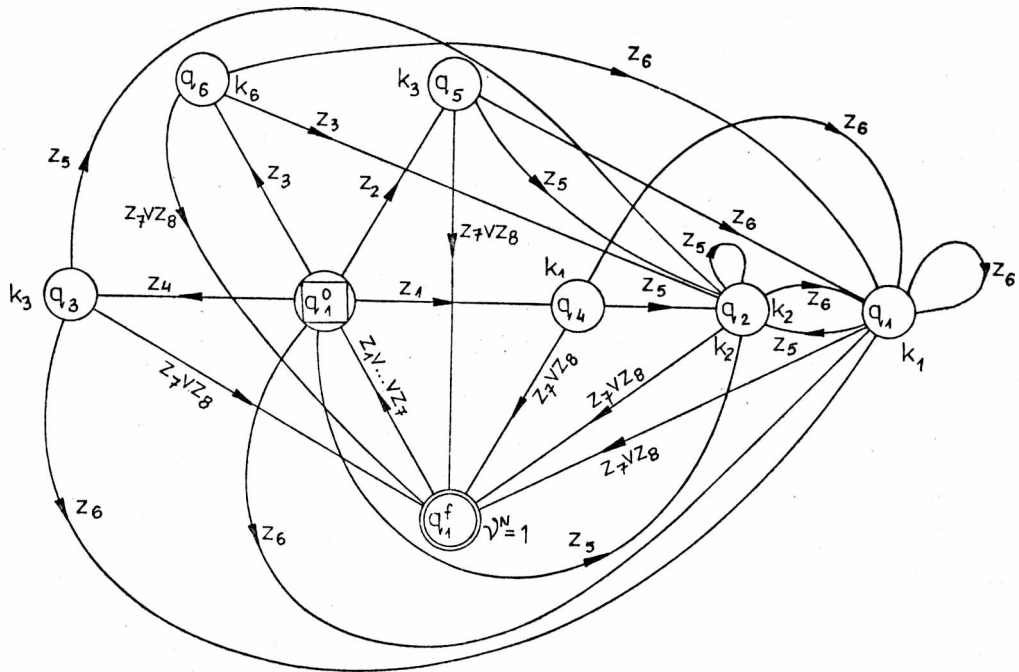
oraz

$$Z_1^K \leftrightarrow Z^1 \subset {}^+\Pi^1, \quad Y_1^K \leftrightarrow K^1 \leftrightarrow \theta_1^K \setminus \{q_1^o, q_1^f\}. \quad (4.1.10)$$

Z^1 jest zbiorem stanów mogących wystąpić podczas wykonywania zadań ze zbiorów $\mathcal{K}^1$ jak w (2.3.5), K^1 - zbiór typów zadań elementarnych podany w (2.3.12).

Grafy automatów $\langle K_1 \rangle$ otrzymuje się z dendrytów $\mathcal{D}^1$ (p. 2.3.1). Metoda przejścia z dendrytu na graf automatu Moore'a jest opisana np. w [28].

Przykład 4.1.2. Na podstawie dendrytu z cyklami jak na rys. 2.3.11 dla zadań złożonych z klasy $\mathcal{K}^1$ otrzymuje się graf G_1^K automatu $\langle K_1 \rangle \in K^*$ (rys. 4.1.2).



Rys. 4.1.2. Graf G_1^K automatu $\langle K_1 \rangle$

Graf ten został zminimalizowany ze względu na liczbę stanów wewnętrznych automatu.

Na podstawie (2.3.27), (2.3.28) oraz (4.1.10) przyjęto:

$$Z_1^K = \{z_1, \dots, z_8\} \rightarrow Z^1 = \{z_1^1, \dots, z_8^1\},$$

$$Y_1^K \rightarrow K^1 = \{k_1, \dots, k_6\} \rightarrow \{q_1, \dots, q_6\} = \Theta_1^K \{q_1^f, q_1^o\}.$$

Funkcje przejść i wyjść określa graf G_1^K .

Podobnie można otrzymać graf G_2^K na podstawie dendrytu $\mathcal{D}_r^2$ (rys. 2.3.13) i wszystkie inne grafy G_l^K dla $\langle K_l \rangle \in K^*$.

Automat parametryczny $\langle K \rangle$ będąc w pewnym stanie $\tilde{q}_s$ (por. z p. 4.1.1) wytwarza sygnał p_q^V zgodnie z funkcją wyjścia Φ^K :

$$p_q^V = \Phi^K[\tilde{q}_s, p_1^K], \quad p_q^V = p(k_q) \in \mathcal{P}^V = \{p_1^V, \dots, p_{j'}^V\}, \quad p_1^K \in \mathcal{P}^K.$$

(4.1.11)

gdzie $p(k_q)$ określa typ zadania elementarnego (p. 2.3.2 i 2.3.3), zbiór $\mathcal{P}^{K_q}$ - jak w (4.1.5). Jeśli np. na wejściu parametrycznym automatu $\langle K \rangle$ jest $p^K = p_1^K$ i automat ten, zachowujący się jak automat składowy $\langle K_1 \rangle$ jest w stanie q_5 , wówczas zgodnie z rys. 4.1.2 $\Phi_1^K(p_1^K, q_5) = p_5^V$. W ten sposób do układu $\langle V^K \rangle$ wysłany będzie sygnał informujący o kontynuacji zadania elementarnego typu k_5 .

Automat $\langle K \rangle$ wysyła też sygnały γ^N do $\langle N \rangle$ informujące o zakończeniu wykonywania zadania złożonego. Sygnały te mogą w określonych warunkach (dla pewnych z^N) spowodować zmianę stanu automatu $\langle N \rangle$. Są one wytwarzane wówczas, gdy $\langle K \rangle$ znajduje się w takim stanie $\tilde{q}_s$, że (por. p.4.1.1):

$$\tilde{q}_s \rightarrow \langle q_j, p_1^K \rangle \in \left(\bigcup_{l=1}^g \{q_l^f\} \right) \times \mathcal{P}^K. \quad (4.1.12)$$

Sygnały p_q^V i γ^N wytwarza blok wyjścia automatu $\langle K \rangle$.

4.1.3. Synteza automatu $\langle A \rangle$

Automat parametryczny $\langle A \rangle$ przy danej wartości parametru $p_r^A \in \mathcal{P}^A$ odwzorowuje swoim działaniem, działanie automatu skończonego typu Moore'a $\langle A_r \rangle \in A^*$, gdzie:

$$A^* = \{ \langle A_1 \rangle, \dots, \langle A_r \rangle, \dots, \langle A_{n_e} \rangle \}. \quad (4.1.13)$$

Automaty wchodzące w skład zbioru A^* najłatwiej jest zdefiniować na wstępnym etapie syntezy jako automaty typu Mealy'ego. Chcąc zastosować metodę syntezy automatu parametrycznego $\langle A \rangle$ podaną np. w [27,31], należy dokonać transformacji automatu typu Mealy'ego $\langle A'_r \rangle$ na automat typu Moore'a $\langle A_r \rangle \in A^*$, stosując algorytm podany np. w [57].

Dla $r=1, \dots, n^e = \overline{\mathcal{K}}^e$ automat $\langle A'_r \rangle$ odpowiedzialny za wykonanie zadania $k_r^e \in \mathcal{K}^e$ określa "siódemka":

$$\langle A'_r \rangle = \langle Z^A, Y, \Theta_r^A, q_r^o, q_r^f, \Psi_r^A, \Phi_r^A \rangle, \quad (4.1.14)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Z^A &= \{z_0, z_1, \dots, z_\gamma\} \leftrightarrow \{\underline{x}_0, \underline{x}_1, \dots, \underline{x}_\gamma\} = Z^x, \\ Y &\leftrightarrow \mathcal{U} \supset \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3. \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

Zbiór Z^x zdefiniowano w (2.2.8), $\mathcal{U}$ - zbiór sterowań (p. 1.3).

Jeśli $k_r^e \leftrightarrow \langle \underline{v}^o, \underline{v}^f \rangle \in \mathcal{V}_i \times \mathcal{V}_j$; $i, j \in I$ - jak w (1.3.11),

$$\text{wówczas: } \Theta_r^A = \{q_r^o, q_1, q_2, \dots, q_m\}, \quad q_m = q_r^f, \quad (4.1.16)$$

gdzie: $q_r^o \leftrightarrow \underline{v}^o$, $q_r^f \leftrightarrow \underline{v}^f$,

$$q_s \leftrightarrow (\underline{v}^o + \sum_{l=1}^s \underline{u}_l^{\text{opt}}) \quad \text{dla } s=1, \dots, m. \quad (4.1.17)$$

Wartość m w (4.1.17) jest równa długości sekwencji decyzji przy wykonywaniu zadania k_r^e . Z kolei $\underline{u}_1^{\text{opt}}$ są sterowaniami określonymi w (2.3.47), gdzie:

$$\underline{u}_1^{\text{opt}} \leftrightarrow y_1 \in Y, \quad l=1, \dots, m. \quad (4.1.18)$$

Podstawowe własności funkcji Ψ_r^A i Φ_r^A :

- 1). $\Psi_r^A(q_r^o, z_0) = q_1$, $\Psi_r^A(q_s, z_0) = q_{s+1}$, $s=1, \dots, m-1$,
- 2). $\Phi_r^A(q_r^o, z_0) = y_1 \leftrightarrow \underline{u}_1^{\text{opt}}$, $\Phi_r^A(q_s, z_0) = y_{s+1} \leftrightarrow \underline{u}_{s+1}^{\text{opt}}$, $s=1, \dots, m-1$,
- 3). Dla $z_k \neq z_0$ $\Phi_r^A(q_r^o, z_k) = y_{0,1} \leftrightarrow \underline{u}_{0,1}^*$,

$$\Phi_r^A(q_s, z_k) = y_{s,k} \rightarrow \underline{u}_{s,k}^*, \quad k=1, \dots, \gamma, \quad s=1, \dots, m,$$

gdzie $y_{s,k}$ są optymalnymi reakcjami organu sterującego przy omijaniu przeszkód (p. 2.3.5). Sterowania $\underline{u}_{s,k}^*$ są wyznaczane z zależności (2.3.45) przy podstawieniu:

$$\underline{v} = \underline{v}^0 + \sum_{l=1}^s \underline{u}_l^{\text{opt}}, \quad \underline{u}_{s,k}^* = \underline{u}^*, \quad \underline{u}_k \rightarrow \underline{z}_k.$$

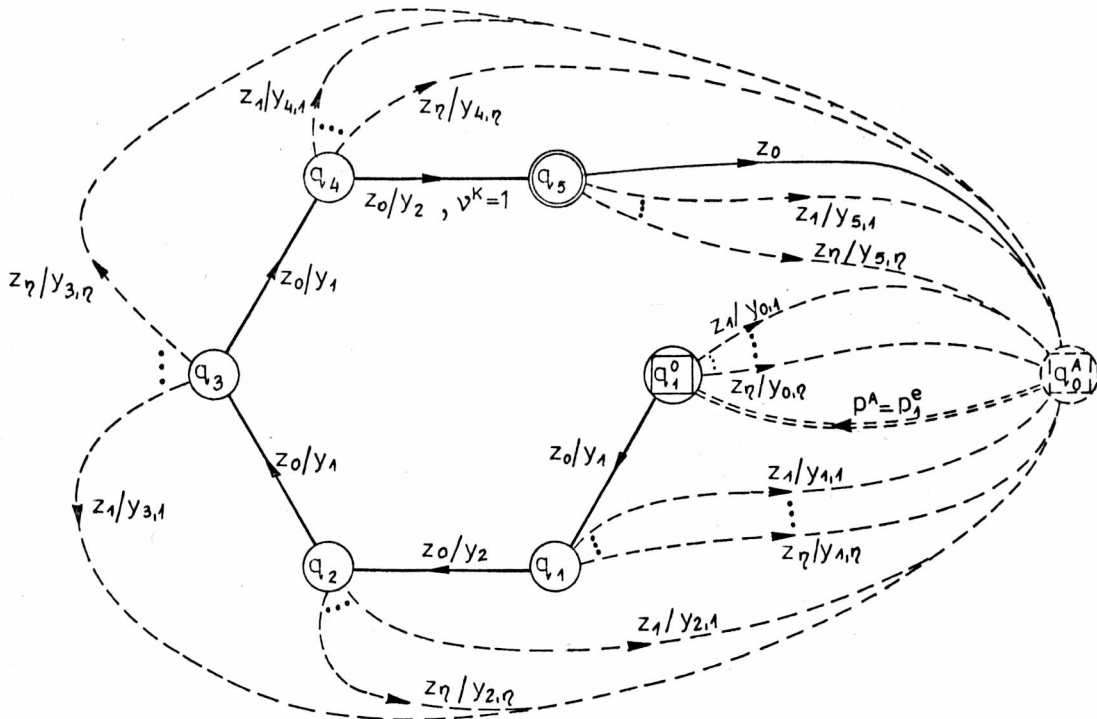
Wszystkie decyzje $y \in Y$ opisujące grafy automatów $\langle A'_r \rangle$ są wyznaczane na etapie ich syntezy (p. 2.3.5).

Grafy automatów $\langle A'_r \rangle$ sporządza się na podstawie dendrytów $\mathcal{D}_r^e$ (rys. 2.3.15b) dla zadań elementarnych k_r^e .

Przykład 4.1.3. Na rys. 4.1.3 pokazano graf automatu $\langle A'_1 \rangle$ dla parametru $p^A = p_1^e$:

$$p_1^e \rightarrow k_1^e \rightarrow \langle \underline{v}^0, \underline{v}^f \rangle = \langle \langle 0, 3, 1 \rangle, \langle 0, -2, 3 \rangle \rangle$$

gdzie k_1^e jest zadaniem elementarnym z przykładu 2.3.4. Dla ułatwienia interpretacji działania automatu parametrycznego $\langle A \rangle$ wprowadzono stan początkowy q_0^A tego automatu.



Rys. 4.1.3. Graf automatu $\langle A'_1 \rangle$

Jeśli na wejściu parametrycznym automatu $\langle A \rangle$ będącego w stanie q_0^A pojawi się sygnał p_1^A , to automat przechodzi do stanu q_1^0 i od

tego momentu zachowuje się jak automat składowy $\langle A_1 \rangle$.

W rozpatrywanym przypadku mamy:

$$\begin{aligned} q_1^0 &\leftrightarrow \langle 0, 3, 1 \rangle, & q_1 &\leftrightarrow \langle 0, 2, 1 \rangle, & q_2 &\leftrightarrow \langle 0, 1, 2 \rangle, & q_3 &\leftrightarrow \langle 0, 0, 2 \rangle, \\ q_4 &\leftrightarrow \langle 0, -1, 2 \rangle, & q_5 = q_1^f &\leftrightarrow \langle 0, -2, 3 \rangle. \end{aligned}$$

Pogrubione krawędzie grafu automatu $\langle A_1 \rangle$ odpowiadają jednej ze ścieżek krytycznych w drzewie rozwiązań jak na rys. 2.3.19a. Zgodnie z (2.3.50):

$$y_1 \leftrightarrow \underline{u}_1^{\text{opt}} = \langle 0, -1, 0 \rangle, \quad y_2 \leftrightarrow \underline{u}_2^{\text{opt}} = \langle 0, -1, 1 \rangle.$$

Na rys. 4.1.3 zaznaczono $\gamma^K = 1$ przy wejściu do stanu q_1^f . Oznacza to, że automat $\langle A \rangle$ wysyła sygnał γ^K do $\langle K \rangle$ informujący o zakończeniu zadania elementarnego. Wytwarzanie sygnałów γ^K przez blok wyjścia automatu $\langle A \rangle$ odbywa się na podobnej zasadzie jak wytwarzanie sygnałów typu γ^0 w automatach $\langle N \rangle$ i $\langle K \rangle$ (zob. p. 4.1.1 i 4.1.2)..

Podobnie jak w przykładzie 4.1.3 można otrzymać wszystkie grafy automatów składowych $\langle A_r \rangle$.

Zarówno wygenerowanie jak i nałożenie grafów automatów $\langle A_r \rangle$ nie jest praktycznie wykonalne bez użycia komputera, gdyż liczba operacji nakładania jest równa $n = (\overline{\gamma})^2 - 1$. Np. dla $\overline{\gamma}$ jak w przykładzie 1.3.1 jest $n = 712\ 335$. Gdyby realizacja sprzętowa automatu $\langle A \rangle$ okazała się praktycznie nierealna, to istnieje możliwość odwzorowania jego działania na drodze programowej.

4.1.4. S y n t e z a a u t o m a t ó w $\langle P^f \rangle$ i $\langle P^+ \rangle$

W konsekwencji przyjęcia założenia o równoległym wykonywaniu zadań korekcji $\mathcal{K}^1$ z pozostałymi zadaniami, w układzie sterowania jak na rys. 3.1.1 wystąpił IV-poziom sterowania, który można traktować jako niezależny. W jego obrębie funkcjonuje układ UKSS oznaczony jako $\langle P^f \rangle$ oraz automat $\langle P^+ \rangle$. $\langle P^f \rangle$ jest automatem parametrycznym pełniącym funkcję receptora, gdyż jego zadaniem jest śledzenie niepożądanych odchylení toru lotu spowodowanych oddziaływaniem sił zewnętrznych na O.L., tj. zmian wektora podstawowego $\underline{g}^f$ (p. 2.2.1 i 3.3). Z kolei automat $\langle P^+ \rangle$ na podstawie decyzji y od automatu $\langle A \rangle$ oraz "decyzji korekcji" y^f wysyła ostateczne sygnały sterujące $\tilde{y}$ stanowiące superpozycję y i y^f (p. 2.3.5). Obecnie automaty te zostaną określone.

Sygnal parametryczny p^{ξ} odpowiada wartości α (2.2.4) pamiętanej w urządzeniu pamięciowym $[U_p]$.

Dla danej wartości $p_n^{\xi} \leftrightarrow \alpha$ automat parametryczny $\langle P^{\xi} \rangle$ zachowuje się jak automat skończony typu Moore'a $\langle P_n^{\xi} \rangle \in \dot{P}^{\xi}$, gdzie:

$$\dot{P}^{\xi} = \{ \langle P_1^{\xi} \rangle, \dots, \langle P_n^{\xi} \rangle, \dots, \langle P^{\xi} \rangle \}. \quad (4.1.19)$$

Dla $n = 1, 2, \dots, \alpha'$ automat $\langle P_n^{\xi} \rangle$ stanowi "szóstkę":

$$\langle P_n^{\xi} \rangle = \langle Z^{\xi}, Y^{\xi}, \theta_n^{\xi}, q_0^{\xi}, \Psi^{\xi}, \Phi^{\xi} \rangle, \quad (4.1.20)$$

gdzie:

$$Z^{\xi} \leftrightarrow \left\{ -\frac{1}{\lambda}, 0, \frac{1}{\lambda} \right\}^3, \quad Y^{\xi} \leftrightarrow \{ \mathcal{N}_{-1,1} \}^3, \quad \theta_n^{\xi} \leftrightarrow \{ \mathcal{N}_{-\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\alpha}{\lambda}} \}^3. \quad (4.1.21)$$

Elementom zbiorów z lewej strony przyporządkowań (4.1.21) odpowiadają elementy zbiorów występujących po prawej stronie:

$$z^{\xi} \leftrightarrow \underline{z}, \quad y^{\xi} \leftrightarrow \underline{u}, \quad q^{\xi} \leftrightarrow \underline{q}. \quad (4.1.22)$$

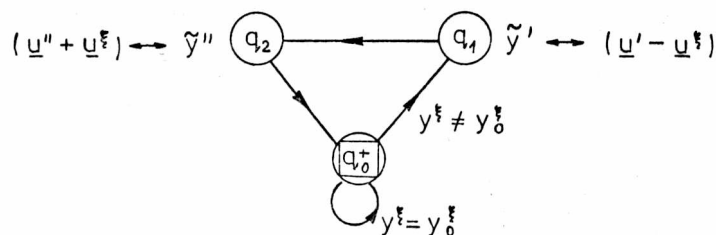
Funkcje Ψ^{ξ} i Φ^{ξ} wynikają z zależności (por. p. 2.3.5):

$$\begin{cases} \underline{q}^{\xi}(t_{k+1}) = \underline{q}^{\xi}(t_k) + \underline{z}(t_k) - \underline{u}^{\xi}(t_k), \\ |\underline{q}^{\xi}(t_k)| = \frac{\alpha}{\lambda} \Rightarrow u_i^{\xi}(t_k) = \text{sign } q_i^{\xi}(t_k), i=1,2,3 \end{cases} \quad (4.1.23)$$

czyli

$$\begin{cases} q^{\xi}(t_{k+1}) = \Psi^{\xi}[q^{\xi}(t_k), z^{\xi}(t_k)], \\ y^{\xi}(t_k) = \Phi^{\xi}[q^{\xi}(t_k)]. \end{cases} \quad (4.1.24)$$

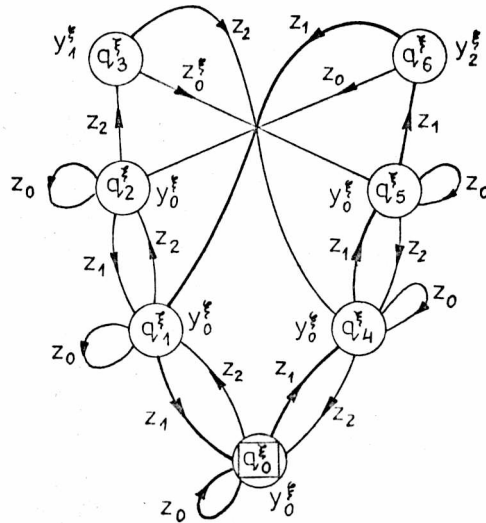
Automat $\langle P^+ \rangle$ określony jest przez graf jak na rys. 4.1.4.



Rys. 4.1.4. Graf automatu $\langle P^+ \rangle$

Przykład 4.1.4. Dla ustalonego $\lambda = 5$, zgodnie z (2.2.4) jest $\alpha \in \{3, 4\}$ i zbiór $\bar{P}^{\mathbb{F}}$ jest dwuelementowy. Przy sygnale $p_1^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \alpha = 3$ automat parametryczny $\langle P^{\mathbb{F}} \rangle$ zachowuje się jak automat $\langle P_1^{\mathbb{F}} \rangle$, zaś przy $p_2^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \alpha = 4$, jak $\langle P_2^{\mathbb{F}} \rangle$.

Na rys. 4.1.5 pokazano jedynie fragment grafu automatu $\langle P_1^{\mathbb{F}} \rangle$, gdyż $\bar{U}_1^{\mathbb{F}} = 343$.



Rys. 4.1.5. Fragment grafu automatu $\langle P_1^{\mathbb{F}} \rangle$

Przyjęto przyporządkowania:

$$q_m^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \begin{cases} \langle 0, 0, \frac{m}{5} \rangle & \text{dla } m = 0, 1, 2, 3, \\ \langle 0, 0, -\frac{m-3}{5} \rangle & \text{dla } m = 4, 5, 6, \end{cases}$$

$$z_0 \leftrightarrow \langle 0, 0, 0 \rangle, \quad z_1 \leftrightarrow \langle 0, 0, -\frac{1}{5} \rangle, \quad z_2 \leftrightarrow \langle 0, 0, \frac{1}{5} \rangle,$$

$$y_0^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \langle 0, 0, 0 \rangle, \quad y_1^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \langle 0, 0, -1 \rangle, \quad y_2^{\mathbb{F}} \leftrightarrow \langle 0, 0, 1 \rangle,$$

Przedstawiono celowo taki fragment grafu, aby można było wyjaśnić pracę automatu $\langle P^{\mathbb{F}} \rangle$ w oparciu o przykład 2.3.2. Na początku automat jest w stanie $q_0^{\mathbb{F}}$. Na jego wejście przychodzi sekwencja (pogrubione krawędzie w grafie): $\langle z_0, z_1, z_1, z_1, z_1, z_1 \rangle$. W stanie $q_6^{\mathbb{F}}$ (chwila t_3) automat generuje sygnał $y_2^{\mathbb{F}} \neq y_0^{\mathbb{F}}$, tj. inicjuje pracę automatu $\langle P^{\mathbb{F}} \rangle$ (rys. 3.1.1), po czym wykonuje się zadanie korekcji $\mathcal{R}^1$. Efektem takiego sterowania jest trajektoria b jak na rys. 2.3.16.

4.2. Synteza układów kontroli stanu systemu

W p. 4.1.4 przeprowadzono synteze UKSS dla IV-poziomu sterowania

(automat $\langle P^f \rangle$). Obecnie rozpatrzone będą układy tego typu na pozostałych poziomach.

4.2.1. Synteza układu $\langle V^A \rangle$

Układ $\langle V^A \rangle$ dostarcza informacji wejściowej dla automatu $\langle A \rangle$ w postaci sygnału z^A (p. 4.1.3), który podawany jest zawsze w chwili bezpośrednio poprzedzającej wygenerowanie następnego sygnału y . Fakt pojawienia się z^A jest więc równoznaczny z wykonaniem ostatnio wypracowanej decyzji automatu $\langle A \rangle$. W wyniku jej realizacji zmieni się stan ogólny układu $\langle Q \rangle$, $\langle \bar{Q} \rangle$ a tym samym stan reprezentowany przez wektor $\underline{x} \in Z^x$ będący informacją wykorzystywaną na III-poziomie sterowania.

Układ $\langle V^A \rangle$ stanowi jeden automat skończony typu Moore'a, pełniący funkcję receptora:

$$\langle V^A \rangle = \langle Z'', Y'', \Theta'', q_0, \Psi'', \Phi'' \rangle, \quad (4.2.1)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Z'' &= \{z_0, \dots, z_\gamma\}, \quad z_k \longleftrightarrow \underline{x}_k \in \{0, 1\}^\gamma, \\ \Theta'' &= \{q_0, \dots, q_\gamma\}, \quad q_k \longleftrightarrow \underline{u}_k^x \in \{\mathcal{N}_{-1,1}^3\}^3, \quad k=0, 1, \dots, \gamma, \\ Y'' &= Z^A, \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Wektory $\underline{x}_k$ i $\underline{u}_k^x$ zostały określone w (2.3.44) a zbiór Z^A w (4.1.15). Funkcja Ψ'' określona jest następująco:

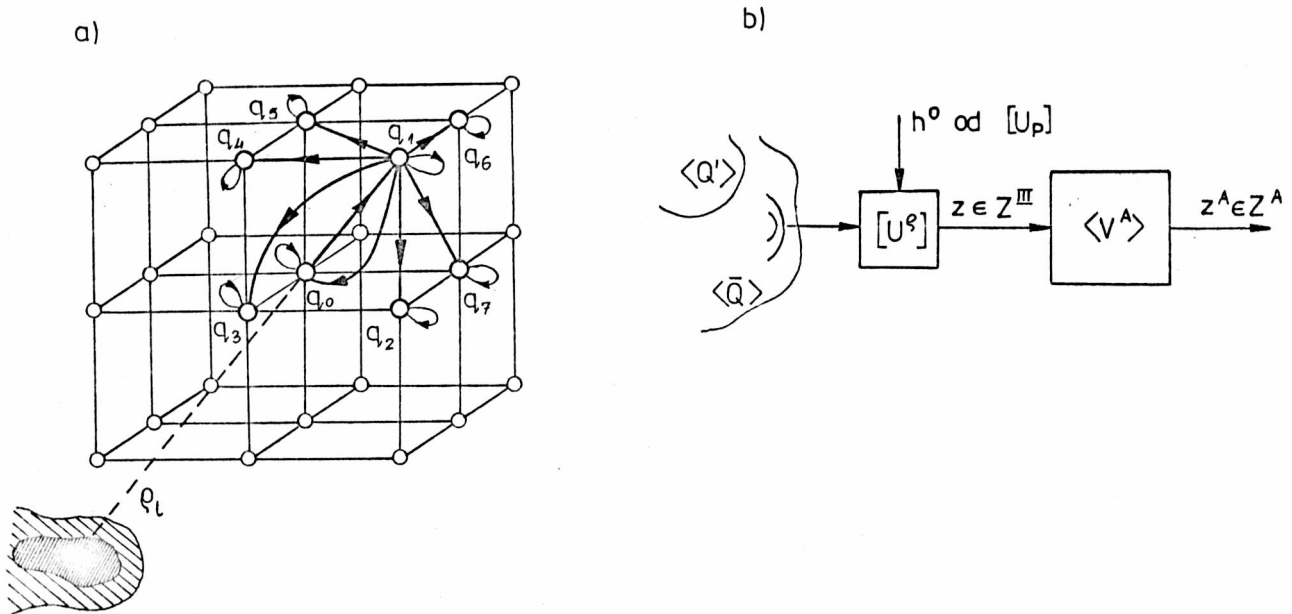
$$\begin{aligned} (\forall q', q'' \in \Theta'') (q' \longleftrightarrow \underline{u}_{k_1}^x \wedge q'' \longleftrightarrow \underline{u}_{k_2}^x \wedge |\angle(\underline{u}_{k_1}, \underline{u}_{k_2})| < \varphi) \Rightarrow \\ (\exists z \in Z'') (\Psi''(q', z) = q''), \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

gdzie φ - ustalony kąt, np. $\varphi = 90^\circ$.

Funkcja Φ'' przyporządkowuje elementom zbioru Θ'' elementy zbioru Y'' i odwzorowanie to jest wzajemnie jednoznaczne.

Sposób konstrukcji grafu automatu $\langle V^A \rangle$ i zasadę działania automatu wyjaśnia rys. 4.2.1. Graf jest przestrzenny, gdyż jego wierzchołkom - stanom odpowiadają wektory ze zbioru $\{\mathcal{N}_{-1,1}^3\}^3$. Po otrzymaniu sygnału $z \longleftrightarrow \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$ od urządzenia $[U^q]$ (p. 2.2.2), automat zawsze powraca do stanu początkowego q_0 . Przebywanie w stanie q_0 oznacza brak występowania przeszkód (p. 2.2.2). Jeśli w przestrzeni otaczającej O.L. wystąpi przeszkoda w odległości mniej-

szej niż h^0 na kierunku φ_1 (rys. 4.2.1a), to urządzenie $[U^q]$ podaje sygnał $z \leftarrow \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$ i automat zmienia stan na q_1 odpowiadający wektorowi $\underline{u}^*$ o przeciwnym znaku niż kierunek półprostej φ_1 .



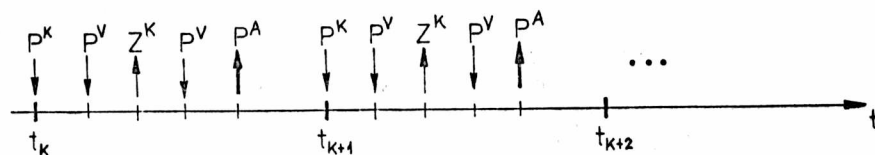
Rys. 4.2.1.: a-fragment grafu automatu $\langle V^A \rangle$, b-połączenie z urządzeniem $[U^q]$

W stanie q_1 automat $\langle V^A \rangle$ generuje sygnał z^A odpowiadający q_1 . Następnie możliwe jest przejście do stanu q_0 lub stanu q_k odpowiadającemu wierzchołkowi sąsiadującemu z q_0 . Sąsiedniość stanów automatu wyjaśnia własność (4.2.3).

4.2.2. Synteza układu $\langle V^K \rangle$

Spośród omawianych dotąd układów UKSS najbardziej złożonym jest $\langle V^K \rangle$. Zbudowany jest on z pewnej liczby automatów skończonych a jego zadaniem jest wytworzenie dwóch rodzajów sygnałów: p^A - dla automatu parametrycznego $\langle A \rangle$ i z^K - dla automatu parametrycznego $\langle K \rangle$ (p. 4.1.2 i 4.1.3).

W celu zapewnienia prawidłowego działania układu $\langle V^K \rangle$ i całego organu sterującego, musi być zachowana odpowiednia kolejność podawania sygnałów: p^K , p^V , z^K i p^A (rys. 3.1.1 i 4.2.2).

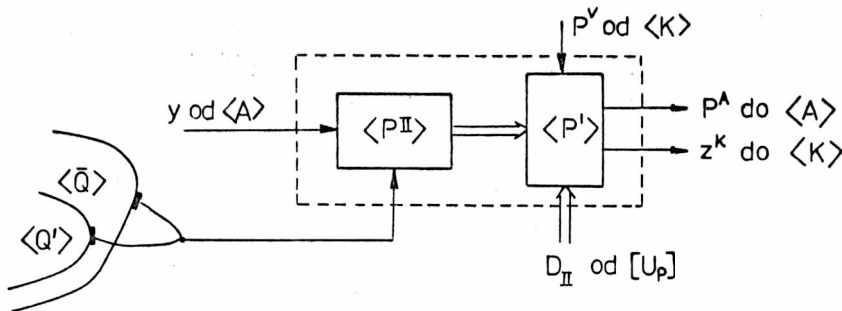


Rys. 4.2.2. Wykres czasowy kolejności podawania sygnałów

Wyjaśnienie:

W chwili t_k rozpoczyna się wykonywanie zadania z klasy α^1 ($l=1, \dots, g$). Sygnał p^K ma wartość p_1^K , przy której automat parametryczny $\langle K \rangle$ po przejściu do stanu q_1^0 zachowuje się jak automat $\langle K_1 \rangle \in K^*$ (p. 4.1.2). Aby jednak $\langle K_1 \rangle$ mógł zmienić stan, potrzebna jest na jego wejściu informacja o stanie procesu na II-poziomie sterowania w postaci sygnału z_1^K . Dlatego automat $\langle K_1 \rangle$ będąc w stanie q_1^0 wysyła najpierw sygnał p^V o takiej wartości, która jednoznacznie wskazuje jaki sygnał $z^K \in Z^K$ powinien wygenerować automat $\langle V^K \rangle$. Po otrzymaniu p^V automat $\langle V^K \rangle$ jest w stanie wytworzyć (co będzie dalej wyjaśnione) odpowiedni sygnał z^K , powodujący przejście automatu $\langle K_1 \rangle$ do innego stanu (różnego od q_1^0). W tym momencie automat $\langle K_1 \rangle$ wysyła ponownie sygnał p^V będący - podobnie jak przedtem - informacją o jego stanie wewnętrznym. Zgodnie z p. 4.1.2 sygnał p^V określa typ zadania elementarnego i całkowicie wystarcza do wypracowania sygnału p^A reprezentującego konkretne zadanie elementarne. Po wygenerowaniu p^A , począwszy od chwili t_{k+1} kolejność występowania sygnałów powtarza się.

W strukturze układu $\langle V^K \rangle$ można wyróżnić część zawierającą automaty-receptory $\langle P^\pi \rangle$ oraz część $\langle P' \rangle$ złożoną z automatów pomocniczych (rys. 4.2.3).



Rys. 4.2.3. Ogólna struktura układu $\langle V^K \rangle$

Sygnały wyjściowe stanowią wynik przetworzenia informacji otrzymanej od receptorów $\langle P^\pi \rangle$, sygnału p^V i innych - reprezentujących aktualne dane D_{II} pochodzące od $[U_p]$.

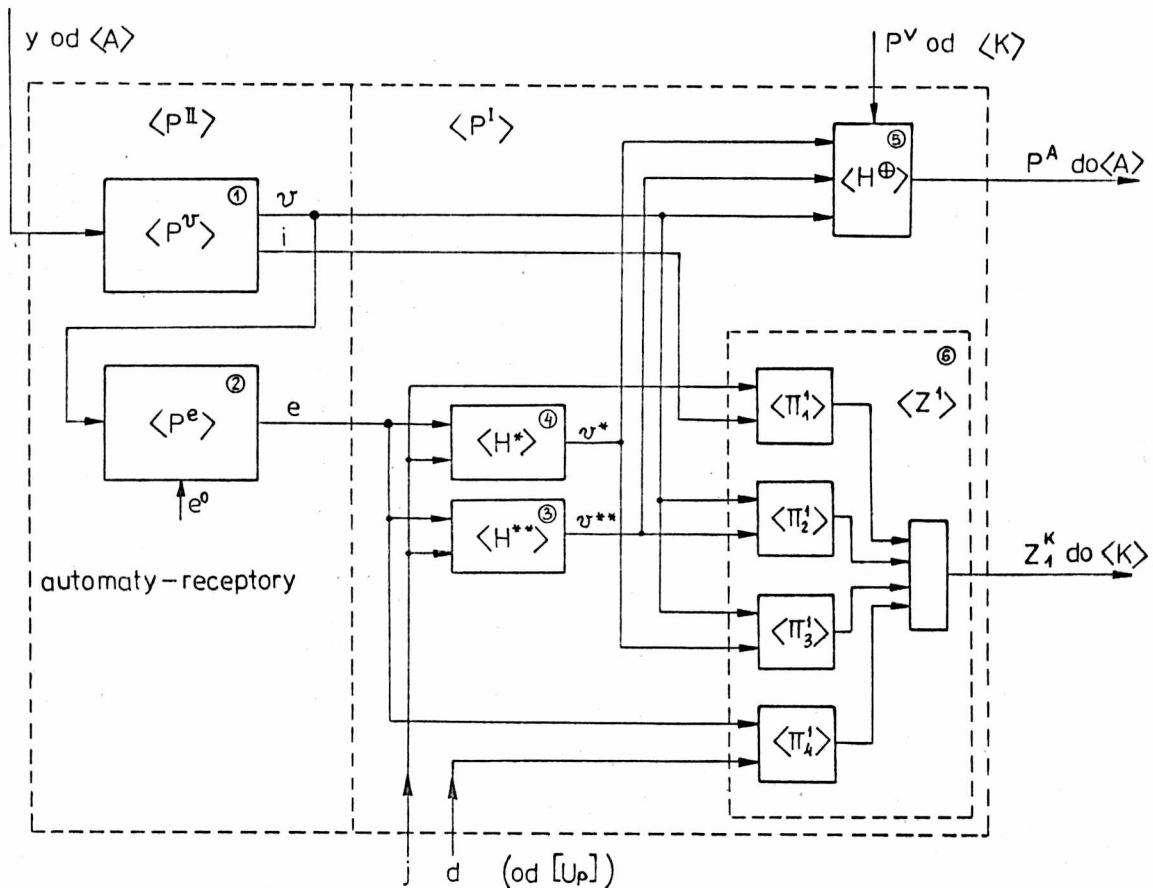
Działanie układu $\langle V^K \rangle$ należy rozumieć w ten sposób, że dla $p^V = p_1^V$ wytwarza on sygnały $z_1^K \rightarrow z^1$ i $p^A \in \mathcal{P}^A$, z kolei dla $p^V = p_2^V; z_2^K \rightarrow z^2$ i $p^A \in \mathcal{P}^A$, itd. Dla danego p_1^V automat $\langle V^K \rangle$ zachowuje się więc jak j^2 pewien automat $\langle R^1 \rangle$ ze zbioru V^{*K} , gdzie:

$$\bar{V}^K = \{ \langle R^1 \rangle, \langle R^2 \rangle, \dots, \langle R^1 \rangle, \dots, \langle R^g \rangle \}.$$

Syntezę całego układu $\langle V^K \rangle$ można przeprowadzić na podstawie struktur $\langle R^1 \rangle \in \bar{V}^K$. Przykładowo zostanie omówiona synteza $\langle R^1 \rangle$ dla $l=1$, co umożliwi przedstawienie kompletnej struktury organu sterującego w przypadku, gdy O.L. wykonuje zadania z klasy $\mathcal{X}^1$.

Na rys. 4.2.4 przedstawiono strukturę automatu $\langle R^1 \rangle \in \bar{V}^K$, w skład której wchodzi automaty receptory: $\langle P^v \rangle$ i $\langle P^e \rangle$. Sygnały e, e^0, v, v^*, v^{**} i z_1^K odpowiadają wektorom $\underline{e}, \underline{e}^0, \underline{v}, \underline{v}^*, \underline{v}^{**}, \underline{z}^1$ (p. 2.3.2).

Elementy pokazane na rys. 4.2.4 zostaną kolejno omówione.



Rys. 4.2.4. Struktura funkcjonalna automatu $\langle R^1 \rangle$

1). $\langle P^v \rangle$ jest automatem skończonym typu Moore'a, którego zadaniem jest śledzenie zmian wektora prędkości $\underline{v}$:

$$\langle P^v \rangle = \langle Z^v, Y^v, \Theta^v, \Psi^v, \Phi^v \rangle,$$

$$\text{gdzie: } Z^v = Y \leftrightarrow U, \quad Y^v \leftrightarrow Y \times I, \quad \Theta^v \leftrightarrow Y.$$

Funkcja przejść wynika z równania:

$$\underline{v}(t_{k+1}) = \underline{v}(t_k) + \underline{u}(t_k),$$

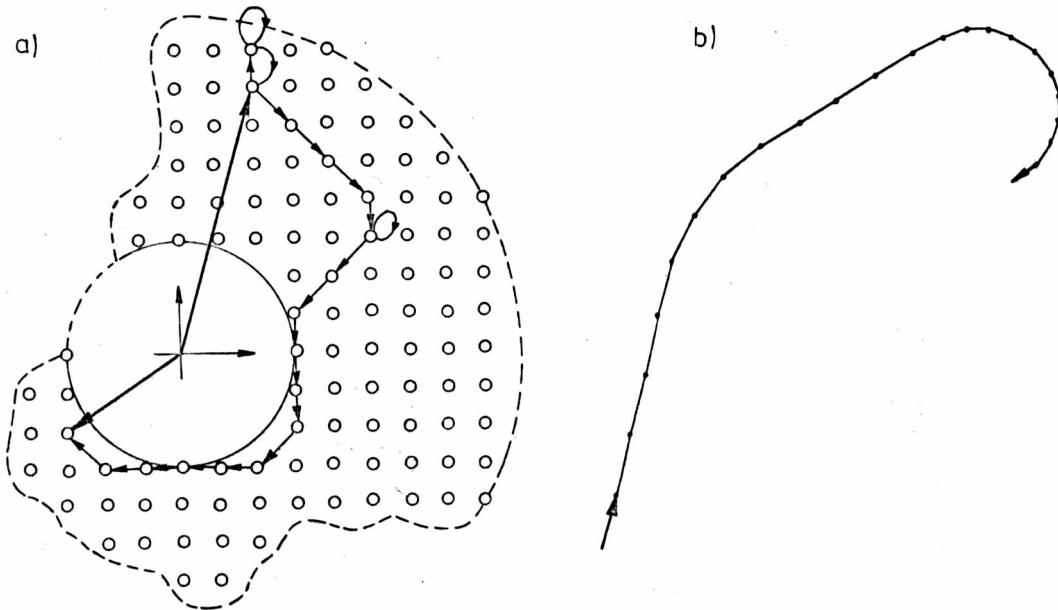
$$\text{tj. } q(t_{k+1}) = \Psi^v[q(t_k), y(t_k)], \quad q \in \Theta^v, \quad y \in Z^v.$$

Funkcja wyjść określona jest następująco:

$$\underline{v}(t_k) \in \mathcal{V}_i \Rightarrow v(t_k) = \Phi^v[q(t_k)], \quad i(t_k) = i \in I.$$

Stanom wewnętrznym automatu $\langle P^v \rangle$ odpowiadają wierzchołki przestrzennego grafu $\bigcup_{i \in I} \mathcal{V}_i$ (def. 1.4.3).

Przykład 4.2.1. Zasadę śledzenia wektora $\underline{v}$ wyjaśnia przejście w grafie automatu $\langle P^v \rangle$ (rys. 4.2.5a), które odpowiada trajektorii lotu jak na rys. 4.2.5b.



Rys. 4.2.5: a-fragment grafu automatu $\langle P^v \rangle$, b-trajektoria lotu

2). Receptor $\langle P^e \rangle$ śledzi zmiany wektora $\underline{e}$ (p. 2.3.2). Jest on określony podobnie jak $\langle P^v \rangle$, przy czym funkcja przejść wynika z równania:

$$\underline{e}(t_{k+1}) = \underline{e}(t_k) - \underline{v}(t_{k+1}).$$

3). Automat $\langle \Pi^{**} \rangle$ wypracowuje sygnał $v^{**} \leftrightarrow y^{**}$ na podstawie $\underline{e}$ oraz j zgodnie ze wzorem (2.3.30). Jest to automat bez pamięci:

$$\langle \Pi^{**} \rangle = \langle Z^{**}, Y^{**}, f^{**} \rangle,$$

gdzie: $Z^{**} \leftrightarrow E \times I$, $Y^{**} \rightarrow \bigcup_{j \in I} N_j$; $f^{**}: Z^{**} \rightarrow Y^{**}$.

Ze względu na prostotę wzoru (2.3.30) synteza strukturalna tego automatu nie wydaje się nastroczać większych trudności.

4). $\langle H^* \rangle$ wypracowuje sygnał $v^* \leftrightarrow \underline{v}^*$ na podstawie e oraz j zgodnie z zależnością (2.3.21) i jest automatem bez pamięci:

$$\langle H^* \rangle = \langle Z^*, Y^*, f^* \rangle,$$

gdzie: $Z^* \leftrightarrow E \times I$, $Y^* \leftrightarrow V$; $f^*: Z^* \rightarrow Y^*$.

Synteza strukturalna tego automatu jest trudniejsza niż w przypadku $\langle H^{**} \rangle$. Gdyby okazało się, że realizacja sprzętowa jest nieopłacalna, wówczas funkcję automatu $\langle H^* \rangle$ można zastąpić odpowiednim programem.

5). $\langle H^\oplus \rangle$ jest automatem bez pamięci wytwarzającym sygnał $p^A \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^f \rangle$ przy czym $\underline{v}^f \in \{ \underline{v}, \underline{v}^*, \underline{v}^{**} \}$:

$$\langle H^\oplus \rangle = \langle Z^\oplus, Y^\oplus, f^\oplus \rangle,$$

gdzie: $Z^\oplus = \mathcal{P}^V \times \{v, v^*, v^{**}\}$, $Y^\oplus = \mathcal{P}^A$; $f^\oplus: Z^\oplus \rightarrow Y^\oplus$.

Zasada działania (p. 2.3.2):

- dla sygnału $p_1^V \leftrightarrow k_1$ na wyjściu pojawia się:

$$p^A \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v} \rangle \in V_i \times V_i \quad (\text{por. parametr } p(k_1)),$$

- dla $p_2^V \leftrightarrow k_2$ jest $p^A \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^* \rangle \in V_i \times V_i$ (por. $p(k_2)$),

- dla $p_3^V \leftrightarrow k_3$ jest $p^A \leftrightarrow \langle \underline{v}, \underline{v}^{**} \rangle \in V_i \times V_i$ (por. $p(k_3)$) itd.

6). $\langle Z^1 \rangle$ jest również automatem bez pamięci złożonym z prostszych układów $\langle \Pi_1^1 \rangle, \dots, \langle \Pi_4^1 \rangle$, funkcjonujących zgodnie z zależnościami: (2.3.17), (2.3.19), (2.3.22) i (2.3.23).

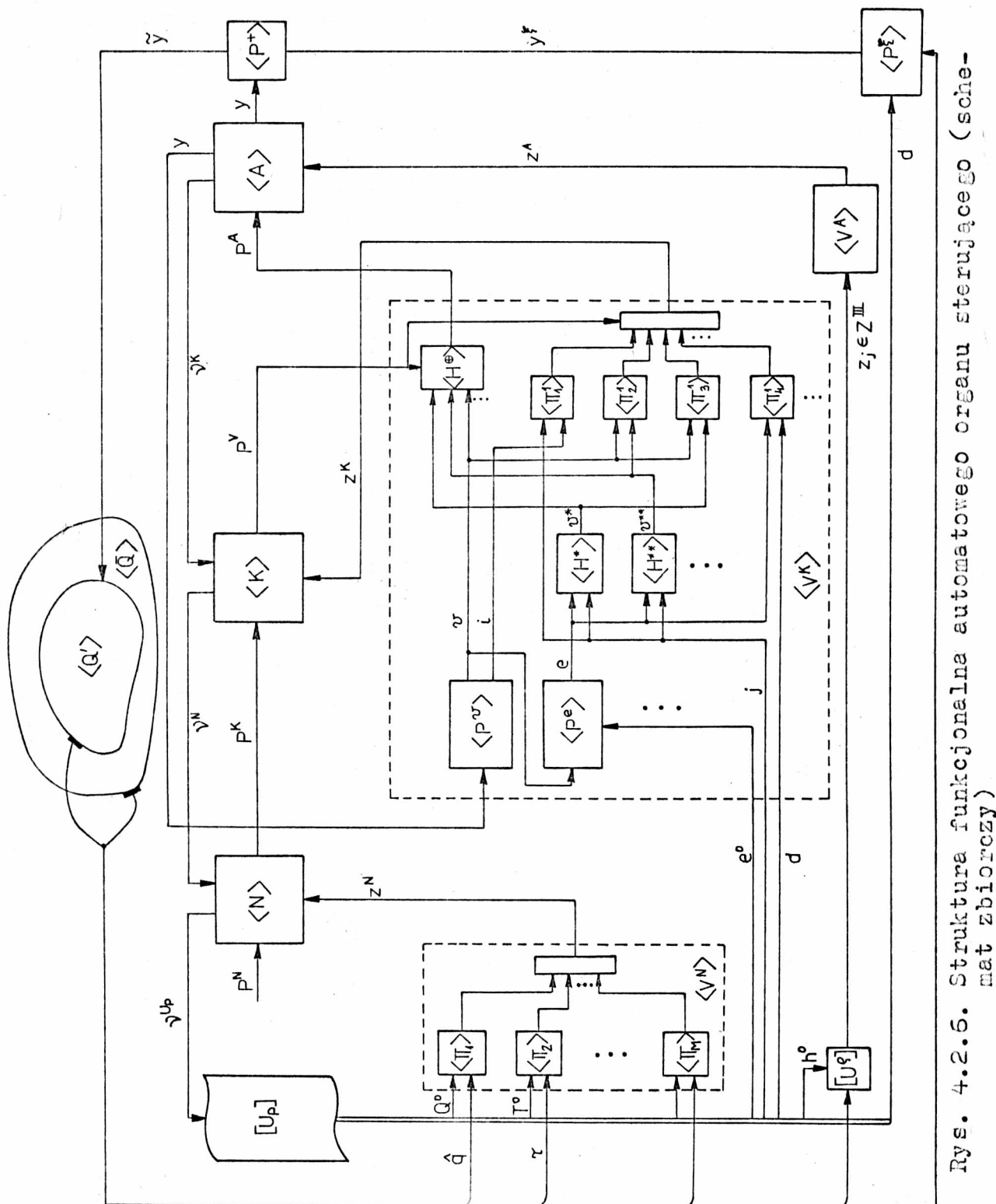
W ten sposób został określony automat $\langle R^1 \rangle \in \bar{V}^{*K}$. Analogicznie można określić strukturę $\langle R^2 \rangle \in \bar{V}^{*K}$ i innych $\langle R^1 \rangle \in \bar{V}^{*K}$, co pozwala na otrzymanie schematu całego układu $\langle V^K \rangle$.

4.2.3. Charakterystyka układu $\langle V^N \rangle$

Układ $\langle V^N \rangle$ dostarcza informacji wejściowej $z^N \in Z^N$ dla automatu $\langle N \rangle$, odpowiadającej wektorowi $\underline{\pi}$ określonego w p. 2.4. W celu wypracowania sygnałów reprezentujących stany relacji $\Pi_1, \dots, \Pi_M$ (p. 2.4) układ ten wykorzystuje dane D_I od urządzenia $[U_p]$, in-

formacje od urządzeń pokładowych funkcjonujących na poziomie czujników (np. wydatku paliwa, stanu widoczności, dajnika czasu, urządzenia radarowego itp.) oraz pochodzące od UKSS na innych poziomach.

Na rys. 4.2.6 przedstawiono strukturę organu sterującego o większym stopniu szczegółowości niż na rys. 3.1.1 przy założeniu, że O.L. wykonuje jedynie zadania z klasy $\mathcal{K}^1$.



Rys. 4.2.6. Struktura funkcjonalna automatu sterującego (schemat zbiorczy)

ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono model formalny automatowego organu sterującego pełniącego funkcję autopilota w autonomicznym obiekcie latającym, pracującego na zasadzie automatu parametrycznego.

Podano model mnogościowy obiektu jako systemu z zachowaniem celowym, który charakteryzuje działanie systemu, jego organu sterującego i otoczenia. Określono postać wektora stanu systemu i otoczenia. Z drugiej strony, obiekt latający potraktowano jako masę skupioną, której ruch opisano liniowymi dyskretnymi równaniami. Model ten stanowi pewne przybliżenie ruchu obiektów nie przyjmujących prędkości równej zeru a trajektoria lotu aproksymowana jest odcinkami prostoliniowymi o długościach zależnych od promienia jej krzywizny. Rozpatrzono problem sterowalności, formułując odpowiednie twierdzenia i wnioski na gruncie teorii grafów, gdyż wprowadzone ograniczenia w modelu uniemożliwiają zastosowanie znanych kryteriów sterowalności układów liniowych. W modelu mnogościowym i w modelu sterowania środkiem masy obiektu, dokonano kwantowania i dyskretyzacji przestrzeni stanów.

Synteza organu sterującego została poprzedzona opisem formalnym sterowania obiektem w przestrzeni. Rozpatrzono wpływ otoczenia występującego pod postacią sił zewnętrznych powodujących niepożądane odchylenia od trajektorii optymalnej oraz przeszkód mogących wystąpić na trasie lotu. Szczegółowo omówiono zadania obiektu polegające na przelocie pomiędzy dwoma punktami oraz zadania zbliżenia się do innego przemieszczającego się obiektu w przestrzeni. Dokonano dekompozycji takich zadań, nazywając je złożonymi, na pewne elementy składowe, tj. zadania elementarne. Te ostatnie są rozumiane jako sekwencje decyzji organu sterującego-autopilota, dotyczących zmian szybkości i kierunku lotu. W oparciu o dekompozycję sformułowano i rozwiązano problem sterowania optymalnego w odniesieniu do zadań złożonych, korzystając z aparatu formalnego teorii gier wielochodowych. Rozwiązanie opiera się o opracowany wcześniej algorytm jednostronnej optymalizacji dendrytów gry. Osobliwością algorytmu jest to, że sprowadza się on do optymalizacji jedynie fragmentów dendrytu, dzięki czemu można go stosować w przypadku dendrytów gry o dużych rozmiarach. W wyniku otrzymano dendryty z cyklami, stanowiące opisy formalne algorytmów sterowania na poziomie zadań złożonych.

Dendryty te są łatwo przekształcalne do postaci grafów automatów skończonych typu Moore'a. Rozwiązano też podobny problem w odniesieniu do zadań elementarnych, przy czym zaproponowana metoda optymalizacji wykorzystuje algorytm sieciowy Forda-Fulkersona. Otrzymane dendryty opisują proces decyzyjny, świadczący o racjonalności reakcji organu sterującego na oddziaływanie otoczenia i dają się przekształcić do postaci grafów automatów typu Mealy'ego. Przy omawianiu syntezy organu sterującego podano przykłady automatów sterujących, których grafy utworzono na podstawie dendrytów uzyskanych po jednostronnej optymalizacji.

Program lotu, stanowiący zbiór sekwencji zadań złożonych, potraktowano jako proces sterowania na najwyższym poziomie. Jego formalnym opisem może być graf o strukturze drzewiastej. Nie rozpatrzono zagadnienia optymalizacji na tym poziomie, lecz sformułowano warunki pozwalające utożsamić otrzymany jakkolwiek metodą graf z grafem automatu skończonego.

Na podstawie dokonanej dekompozycji zadań oraz opisów formalnych algorytmów sterowania, podano czteropoziomową strukturę funkcjonalną automatowego organu sterującego. Organ ten może być zrealizowany programowo lub sprzętowo. Zmierzając w kierunku jego najkorzystniejszej realizacji - sprzętowej, w pracy zawarto niektóre elementy syntezy automatów zawartych w strukturze proponowanego układu. Omówiono funkcje poszczególnych elementów struktury i podano zasady funkcjonowania układu jako całości. Pracujący na zasadzie automatu parametrycznego organ sterujący zapewnia autonomię obiektu w czasie wykonywania zadań. Zawarte w nim automaty parametryczne sterują na poszczególnych poziomach. Modyfikują one swoje działanie w sposób automatyczny, w zależności od zmian współrzędnych wektora stanu, otrzymując informacje od układów kontroli stanu systemu, zawierających automaty - receptory. Proponowany układ charakteryzuje się dużą szybkością działania, która w niewielkim stopniu zależy od ilości informacji mającej wpływ na sterowanie, ze względu na równoległość pracy automatów śledzących zmiany stanu systemu. Ponadto, cechuje go duży stopień spójności struktury.

Wydaje się, że uzyskane rezultaty syntezy procesu sterowania obiektem w przestrzeni oraz syntezy abstrakcyjnej elementów skła-

dowych organu sterującego, stwarzają podstawę do kontynuacji prac w tym zakresie a zwłaszcza — dalszej syntezy strukturalnej.

mgr inż. Jacek Kluska
Politechnika Rzeszowska

Raport złożono w Redakcji I-6
I. 1983

Serdecznie dziękuję Panu Docentowi
Janowi Kazimierczakowi za cenne
uwagi oraz opiekę i życzliwość jaka
towarzyszyła mi w trakcie pisania
niniejszej pracy.

PARAMETRIC AUTOMATON MODEL OF AN AUTONOMOUS FLYING OBJECT CONTROL SYSTEM

A b s t r a c t

A formal model of parametric automaton control system, operating as autopilot of autonomous flying object, is presented. The object is treated as a system with purposeful behaviour using the set theory approach. It is modeled by a point mass described by difference equations which moves in the space according to given program. Flight trajectories are approximated by straight - line sections, the lengths of which depend on the curvature radius.

The object basic tasks, i.e. flight between two points and approach to another object, are considered. Such tasks are called compound ones. They are decomposed into simpler elementary tasks which lead to decision sequences of the autopilot concerning flight velocity and direction.

Using an extensive game theory algorithm the compound optimization problems are solved. The algorithm optimizes fragments of the game tree only. As a result one obtains the tree with cycles which corresponds to a finite automaton graph. Elementary tasks are solved similarly, this time however, Ford-Fulkersons algorithm is applied. So the control algorithms are given in the form of automaton graphs. They take into account influence of external forces, causing deviation from the optimal trajectory, and obstacles, which may appear across the flight way.

Four-level functional structure of the control system is presented and its elements are synthesized in the abstract manner. It makes basis for further structural synthesis. The automaton autopilot may be viewed as a hardware device or software program. High speed and compactness of structure are its features.

LITERATURA

- [1] Alag G., Kaufman H., An Implementable Digital Adaptive Controller Designed Using Stabilized Single-Stage Algorithms, IEEE Trans. on Autom. Contr., Vol. AC-22, No 5, October 1977.
- [2] Badajew A.N., Boliewicz A.I., Wybor optymalnej przestrzennych trajektorii polotu metodami dynamicznego programowania. Awiac. Awtomatizir. Kompleksy Upr. i Modelir., No 2, Kijew 1978.
- [3] Biebidin G.G. red. , Sistemy upravlenija polotom kosmicheskich apparatow, Maszynostroj., Moskwa 1978.
- [4] Bodner W.A., Sistemy upravlenija letatelnych apparatow, Maszynostroj, Moskwa 1973.
- [5] Boehm B.W., Software Engineering, California: TRW, 1976.
- [6] Borodin W.T., Rylskij G.I., Upravlenije polotom samoliotow i wiertaliotow, Maszynostroj., Moskwa 1972.
- [7] Bromirski J., Teoria automatów, WNT, Warszawa 1969.
- [8] Byczkow S.I. i in., Radiotekhnicheskije sistemy przeduprezhdenija stołknowienij samoliotow, Sow. Radio, Moskwa 1977.
- [9] Bytko S., Grafoanaliticheskij metod, Awiacja i Kosmonawtika, No 3 i 4, 1980.
- [10] Christofides N., Graph Theory, Academic Press, 1975.
- [11] D'Azzo J., Porter B., Synthesis of Digital Flight Control Systems by the Method of Entire Eigenstructure Assignment, Proc. IEEE Nat. Aerospace and Electron. Conf: -NAECON'79, Dayton, Vol. 1, 157-167, New York 1979.
- [12] De Santo Robert J., Software Structured Design Techniques Applied to Embedded Computer System Software, Ohio, Air Force Institute of Technology, December 1977.
- [13] De Santo Robert J., Using Finite-State and Structured Design Techniques for Embedded Software Design, Proc. IEEE Nat. Aerospace and Electron. Conf. NAECON'78, 236-241, New York 1978.
- [14] Diemientiew W.A., Kompleksnoje projektrowanije sistem upravlenija i kontrola lietatelnych apparatow, Maszynostroj., Moskwa 1980.
- [15] Driejpier Cz., Rigli U., i in., Nawigacja, nawiedienije i stabilizacja w kosmosie, Maszynostroj., Moskwa 1970.

- [16] Dziedzic J., Lisowski J., Wielopoziomowy system kierowania ruchem statku, Prace VII Kraj. Konf. Aut., Rzeszów 1977.
- [17] Fiedotow S.M. red., Primienienije awtomatizirovannykh sistiem dla upravlenija vozdušnym dwiženijem, Transport, 1979.
- [18] Ford L.R., Fulkerson D.R., Przepływy w sieciach, PWN, Warszawa 1969.
- [19] Germeier J.B., Igry s nieprotiwpołożnymi intieriesami, Nauka, 1976.
- [20] Gordiejew A.I., Awtonomnyje sistie my upravlenija balisticzeskich rakiet, Wojenizdat., Moskwa 1976.
- [21] Gordon Sherwood C., The Development of a Computer Software Management Discipline, Proc. IEEE Nat. Aerospace and Electron. Conf. NAECON'78, Dayton, Vol. 1-3, 1345-1353, New York 1978.
- [22] Gorielik A.L., Butko G.I., Biełousow J.A., Bortowyje cifrowyje wyczislitielnyje masziny, Maszinostroj., Moskwa 1975.
- [23] Harrison M.A., Wstęp do teorii sieci przełączających i teorii automatów, PWN, Warszawa 1973.
- [24] Jensen E., The Mystique of Structured Design, 1975 IR&D Structured Design Methodology; 2,3, Hughes Aircraft Company, April 1976.
- [25] Jensen E., Louis K., On the Education of the Software Development Managers, COMPCON'77, Fa-11,12-16, September 1977.
- [26] Joseph E.C., Impact of Large Scale Integration on Aerospace Computers, IEEE Trans. on Electronic Computers, EC-16, No 5, pp 558-561, 1967.
- [27] Kazimierczak J., Automat rozgrywający parametryczny jako element sterujący w systemie z zachowaniem celowym, Arch. Autom. i Telemek., No 2, Warszawa 1975.
- [28] Kazimierczak J., Automaty rozgrywające parametryczne. Synteza i zastosowanie, seria Monografie ICT Polit. Wrocław., Wrocław 1974.
- [29] Kazimierczak J., Obiekt w przestrzeni i cybernetyka, Technika Lotnicza i Astronautyczna, No 7 i 8, 1971.
- [30] Kazimierczak J., Parametric Operating System and its Synthesis, Proc. Fourth Int. Symp. SMC, Vol. 2, Zakopane 1979.
- [31] Kazimierczak J., System cybernetyczny, WP, Warszawa 1978.
- [32] Kazimierczak J., Model formalny receptorów komputerowego organu sterującego i ich zastosowanie w systemach czasu rzeczywistego, Raport serii PREPRINTY, No 32/81, Wrocław 1981.

- [33] Kirst M.A., Nawigacyjonaja kibernetika poliota, Wojenizdat., Moskwa 1974.
- [34] Klir G.J. red. , Ogólna teoria systemów, WNT, Warszawa 1976.
- [35] Kluska J., Dynamiczna optymalizacja struktury sieci transporterów w kopalni odkrywkowej, Podst. Sterowania, str. 309-322, z. 3, 1979.
- [36] Kozetkow W.I., Sistiey astronomiczeskoj orientacji kosmических apparatow, Maszinostroj., Moskwa 1980.
- [37] Koger Olin D., Tietz Dale E., Lamont Gary, Microprocessor-Based Digital Autopilot Development for the XROM-106 Mini-RPV, Proc. IEEE Nat. Aerospace and Electron. Conf. NAECON'79, Dayton, Vol. 1, 157-167, New York 1979.
- [38] Lampson B.W., Sturgis H.E., Reflections on an Operating Systems Design, Comm. of the ACM, No 5, 1976.
- [39] Liskov B., The Design of the VENUS Operating System, Comm. of the ACM, No 3, 1972.
- [40] Mc Gowan, Clement L., Kelly J.R., A Review of Some Design Methodologies, TP053, Softech. Inc., September 1976.
- [41] Mendel J.M., Applications of Artificial Intelligence Techniques to a Spaceraft Control Problem, Douglas Aircraft Corp. Santa Monica, Douglas Rep., DAC-59328, 1966.
- [42] Miasnikow W.A., Pietrow W.P. imin., Awiacionnyje cifrowyje sistiey kontrola i uprawlenija, Maszinostroj., Leningrad 1976.
- [43] Mołokanow G.F., Obiektiwnyj kontrol tocznosti samoliotowożdienija, Wojennoje Izd. Ministier. Oborony CCCP, Moskwa 1980.
- [44] Myers G.J., Glenford J., Reliable Software trough Composite Design, New York, Mason/Charter Publishers, 1975.
- [45] Narkiewicz W., Teoria liczb, Bibliot. Matemat., PWN, Warszawa 1977.
- [46] Nejmar D., Tieorija samowosproizwozdiaszczich awtomatow, Mir, Moskwa 1971.
- [47] Parikow A.K., O promienienii igrowych ałgoritmow dla ocenki tocznosti diriektного uprawlenija, Nawig. i uprav. dwiż., Leningrad 1979.
- [48] Pietrow W.N., Kolpakowa N.P. i in., Niekotoryje woprosy sintieza struktur sistiem uprawlenija prostranstwiennym dwiżenijem orbitalnogo samoliota w atmosferie Ziemi, Ref.43.1 na Kongresie IFAC'69, Warszawa, Wyd. NOT 1969, str. 3-18.

- [49] Rasiowa H., Wstęp do matematyki współczesnej. Bibliot. Matemat., PWN, Warszawa 1979.
- [50] Reifer, Donald J., Trattner S., Software Specification Techniques, COMPCON'76, Pa-11,39-44, September 1976.
- [51] Saridis G.N., Toward the Realization of Intelligent Controls, Proc. of the IEEE, Vol. 67, No 8, August 1979.
- [52] Sidniejew I.M. red. , Awtomat prowieriajet samoliot i rakietu, Wojenizdat., Moskwa 1967.
- [53] Sierpiński W., Teoria liczb, Monografie Matemat., Warszawa-Wrocław 1950.
- [54] Sigo Hiroshi, Nakagawa Norio, Sistiema awtomatycznej riegulirowki naprawlenija wybrannogo kursa poliota - tłum. z jap., Wozdusznyj Transport, No 4, Wyp. 64, s.13-18, Moskwa 1980.
- [55] Smith W.R. and oth., SYMBOL - a Large Experimental System Exploring Major Hardware. Replacement of Software, Spring Joint Computer Conf., 1971.
- [56] Starikowa M.W., Issledowanije awtomaticheskich sistiem s logiczeskimi upravljajuszczimi ustrojstwami, Maszinostroj., Moskwa 1978.
- [57] Szabatin J., Zarys abstrakcyjnej teorii automatów skończonych, Centrum Obliczeniowe PAN, PWN, Warszawa 1972.
- [58] Stevens W.P., Meyers G.J., Constantine L.L., Structured Design, IBM Systems Journal, No 2, 1974.
- [59] Vaccarino Carmino A., Applying Structured Design as a Means to Improve Real-Time Software. Proc. Nat. Aerospace and Electron. Conf. NAECON'79, Dayton, Vol. 1, 120-127, New York 1979.
- [60] Wołczowski A., Formal Model of Movable Object Control Adapting a Concept of Parametric Automaton, Proc. Fourth Int. Symp. SMC, Vol. 2, Zakopane 1979.
- [61] Wołczowski A., Formalny model sterowania obiektem ruchomym przy zastosowaniu automatu parametrycznego jako organu sterującego, Prace VII Kraj. Konf. Aut. Rzeszów 1977.
- [62] Yourdon E., Constantine L.L., Structured Design, New York 1975.
- [63] Ziemia S., Jarominek W., Staniszewski R., Problemy teorii systemów, Ossolineum, Wrocław 1980.

ZALĄCZNIK

1. Dowód twierdzenia 1.4.1.

Niech $H(V_i)_{v_{j_1}}$ oznacza cykl Hamiltona w grafie G_{v_i} (def. 1.4.3) dla ustalonego $i \geq 2$:

$$H(V_i)_{v_{j_1}} = \{ \langle v_{j_1}, v_{j_2}, \dots, v_{j_n} \rangle \},$$

gdzie: $v_{j_s} \overset{J}{\sim} v_{j_{s+1}}$ dla $s=1, \dots, n-1$, $v_{j_s} \in V_i$.

Cykl ten stanowi drogę zamkniętą zaczynającą się i kończącą odpowiednio w wierzchołkach v_{j_1} i v_{j_n} .

Niech

$$v_{j_r} \overset{\leftarrow}{\sim} \underline{v}(t_{r-1}) \text{ dla } r=1, 2, \dots, m+1, \quad (Z1)$$

gdzie $\underline{v}(t_0), \underline{v}(t_1), \dots$ oznaczają kolejno przyjmowane prędkości przez obiekt opisany przez (1.4.1). Ruchowi obiektu odpowiada ruch umownego punktu po cyklu $H(V_i)_{v_{j_1}}$, poczynając od wierzchołka v_{j_1} w kierunku dodatnim, tj. poprzez v_{j_2}, v_{j_3} itd. Dotarcie do $v_{j_{m+1}}$ oznacza więc osiągnięcie prędkości $\underline{v}(t_m) = \underline{v}_{j_{m+1}}$ a położenie $\underline{x}(t_m)$ jest równe:

$$\underline{x}(t_m) = \sum_{r=2}^{m+1} \underline{v}_{j_r} \text{ dla } \underline{x}(t_0) = \langle 0, 0, 0 \rangle.$$

Sterowania $\underline{u}(t_r)$ odpowiadające temu przejściu są równe:

$$\underline{u}(t_r) = \underline{v}_{j_{r+2}} - \underline{v}_{j_{r+1}} \text{ dla } r=0, 1, 2, \dots, m-1.$$

Niech $\tilde{\mathcal{G}}_H$ oznacza zbiór grafów zorientowanych, takich, że:

1. Zbiór wierzchołków dowolnego grafu $G_H \in \tilde{\mathcal{G}}_H$ jest równy V_1 .
2. Krawędź w grafie $G_H \in \tilde{\mathcal{G}}_H$ może istnieć między wierzchołkami sąsiednimi (def. 1.4.3) lub stanowić pętlę własną wierzchołka.
3. Orientacja krawędzi w grafie $G_H \in \tilde{\mathcal{G}}_H$ jest zgodna z kierunkiem ruchu umownego punktu.

Założmy, że w chwili t_0 stan obiektu (1.4.1) określa para $\langle \underline{v}(t_0), \underline{x}(t_0) \rangle \in V_1 \times \{ \langle 0, 0, 0 \rangle \}$, a w chwili t^f (def. 1.4.1) - $\langle \underline{v}^f, \underline{x}^f \rangle \in V_1 \times \{ \mathcal{I} \}^3$.

Należy zauważyć, że twierdzenie będzie wykazane, jeśli w zbiorze $\tilde{\mathcal{G}}_H$ istnieje graf G_H spełniający warunki:

- A) Jeśli wierzchołkom grafu G_H odpowiadają:

$$v_{j_r} \longleftrightarrow \underline{v}(t_{r-1}) \quad \text{dla } r=1,2, \dots, t^f-1 \quad \text{oraz } v_{j_m} \longleftrightarrow \underline{v}^f,$$

to istnieją liczby λ_r oznaczające stopnie wierzchołków $v_{j_{r+1}}$:

$$\sum_{r=0}^{m-1} \lambda_r \underline{v}(t_r) + \lambda_m \underline{v}^f = \underline{x}^f, \quad \lambda_r \in \mathcal{C}, \lambda_r \geq 0.$$

B). Istnieje ścieżka Eulera w grafie G_H rozpoczynająca się w v_{j_1} , łącząca kolejne wierzchołki z cyklu $H(V_1)_{v_{j_1}}$ i kończąca w v_{j_m} .

Graf spełniający te warunki zostanie skonstruowany.

Niech $\underline{x}^f = \langle x_1^f, x_2^f, x_3^f \rangle$ oraz $\hat{V}_1$ oznacza zbiór:

$$\hat{V}_1 = \{ \hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3, \hat{u}_4, \hat{u}_5 \},$$

gdzie: $\hat{u}_1 = \langle \text{sign } x_1^f, 0, i \rangle$, $\hat{u}_2 = \langle 0, \text{sign } x_2^f, i \rangle$,

$$\hat{u}_3 = \langle i, 0, \text{sign } x_3^f \rangle, \hat{u}_4 = \langle -i, 0, 0 \rangle, \hat{u}_5 = \langle 0, 0, -i \rangle.$$

Należy zauważyć, że dla dowolnego $i \in \{2, 3, 4, \dots\}$ oraz $\underline{x}^f \in \{\mathcal{C}\}^3$ jest $\hat{V}_1 \subset \mathcal{V}_1$. Ponadto, jeśli $\hat{\lambda}_1 = |x_1^f|$, $\hat{\lambda}_2 = |x_2^f|$, $\hat{\lambda}_3 = \hat{\lambda}_4 = |x_3^f|$, $\hat{\lambda}_5 = |x_1^f| + |x_2^f|$, to dla każdego $\underline{x}^f \in \{\mathcal{C}\}^3$ jest:

$$\sum_{r=1}^5 \hat{\lambda}_r \cdot \hat{u}_r = \underline{x}^f.$$

Dla każdego $\hat{u}_r \in \hat{V}_1$ istnieje odpowiadający mu wierzchołek w cyklu $H(V_1)_{v_{j_1}}$, a dla $\hat{\lambda}_r \geq 1$ istnieje w wierzchołku $\hat{v}_r$ pętla własna.

Począwszy od v_{j_1} i poruszając się w kierunku dodatnim wprowadźmy krawędzie między sąsiednimi wierzchołkami w cyklu Hamiltona.

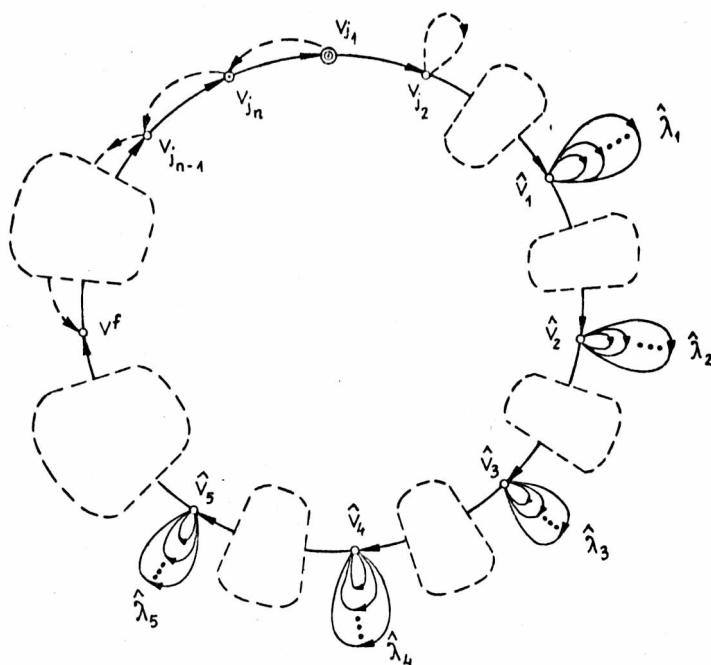
Otrzymamy graf $G'_H \in \tilde{G}_H$ (rys. Z1).

Rozpatrując ruch punktu po cyklu Eulera w grafie G'_H po wszystkich krawędziach począwszy od wierzchołka v_{j_1} i na nim skończywszy należy zauważyć, że $v_{j_1} \longleftrightarrow \underline{v}^f$ albo $v_{j_1} \not\longleftrightarrow \underline{v}^f$. Jeśli $v_{j_1} \longleftrightarrow \underline{v}^f$, to znaczy, że obiekt opisany w (1.4.1)¹ znajdzie się w punkcie $\underline{x}^f$ oraz:

$$\underbrace{\sum_{q=1}^n 1 \cdot \underline{v}_{j_q}}_{\underline{\alpha}} + \sum_{r=1}^5 \hat{\lambda}_r \cdot \hat{u}_r = \underline{x}^f.$$

Składnik $\underline{\alpha} = \langle 0, 0, 0 \rangle$, gdyż sumowaniu podlegają wszystkie elemen-

ty symetrycznego zbioru $\mathcal{V}_1$. W przypadku $v_{j_1} \leftrightarrow \underline{v}^f$ twierdzenie zostało więc udowodnione.



Rys. Z1. Graf skierowany G'_H

W przypadku $v_{j_1} \not\leftrightarrow \underline{v}^f$ rozpatrzmy oprócz przejścia po cyklu Eulera jak poprzednio, również przejście w kierunku ujemnym, poczynając od wierzchołka v_{j_1} i skończywszy na wierzchołku $v^f \leftrightarrow \underline{v}^f$. Odpowiadające temu przejściu krawędzie (linie przerywane na rys. Z1) istnieją między parami wierzchołków:

$$\langle v_{j_1}, v_{j_n} \rangle, \langle v_{j_n}, v_{j_{n-1}} \rangle, \dots, \langle v_{j_s}, v^f \rangle.$$

W wierzchołkach odpowiadających elementom $(-\underline{v}_{j_1}), (-\underline{v}_{j_n}), (-\underline{v}_{j_{n-1}}), \dots, (-\underline{v}_s), (-\underline{v}^f)$ wprowadzamy pętle własne. Otrzymany w ten sposób graf należy do $\tilde{G}_H$. Analizując ruch punktu po ścieżce Eulera w tym grafie poczynając od v_{j_1} i skończywszy na v^f widać, że obiekt osiągnie prędkość $\underline{v}^f$ i znajdzie się w punkcie $\underline{x}^f$ na mocy równości:

$$\sum_{q=1}^n 1 \cdot \underline{v}_{j_q} + 1 \cdot \underline{v}_{j_1} + 1 \cdot \underline{v}_{j_n} + 1 \cdot \underline{v}_{j_{n-1}} + \dots + 1 \cdot \underline{v}_{j_s} + 1 \cdot \underline{v}^f +$$

$$+ 1 \cdot (-\underline{v}_{j_1}) + 1 \cdot (-\underline{v}_{j_n}) + 1 \cdot (-\underline{v}_{j_{n-1}}) + \dots + 1 \cdot (-\underline{v}_{j_s}) + 1 \cdot (-\underline{v}^f) +$$

$$+ \sum_{r=1}^5 \hat{\lambda}_r \hat{v}_r = \underline{x}^f.$$

Twierdzenie zostało więc udowodnione. Sekwencję sterowań przeprowadzającą ze stanu $\langle \underline{v}(t_0), \underline{x}(t_0) \rangle$ do $\langle \underline{v}^f, \underline{x}^f \rangle$ wyznacza się łatwo na podstawie ciągu wierzchołków, przez które przechodzi umowny punkt poruszający się od v_{j_1} do v^f /cbdo/.

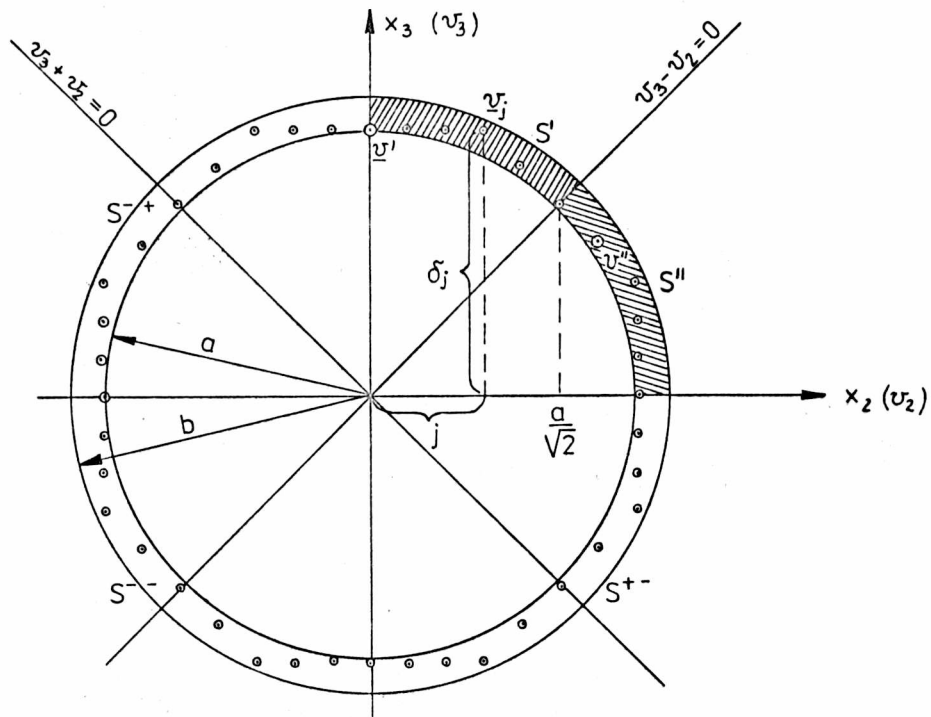
2. Dowód twierdzenia 1.4.2

Niech $U = \{\mathcal{N}_{-1,1}\}^3$. Na zbiorze $\mathcal{N}_{-1,1}$ można dokonać podziału:

$$\mathcal{N}_{-1,1} = \{-1,1\} \cup \{\mathcal{N}_{-i+1,i-1}\}, \quad i \geq 2, \quad i\text{-ustalone}.$$

Dla $k \in \{-1,1\}$ dowód wydaje się łatwy i spójność grafu $G_{\gamma_{1,k}}$ będzie wykazana dla $k \in \mathcal{N}_{-i+1,i-1}$.

Zbiór wierzchołków grafu $G_{\gamma_{1,k}}$ pokrywa się ze zbiorem punktów na płaszczyźnie Ox_2x_3 o współrzędnych całkowitych, posiadających cztery osie symetrii (rys. Z2).



Rys. Z2. Zbiór wierzchołków grafu $G_{\gamma_{1,k}}$ ($k \in \mathcal{N}_{-i+1,i-1}$)

Dziela one cały zbiór punktów na symetryczne podzbiory: S^{++} , S^{+-} , S^{--} i S^{-+} . Prosta $v_3 - v_2 = 0$ dzieli S^{++} na podzbiory S' i S'' , gdzie:

$$S^{++} = \{ \langle k, v_2, v_3 \rangle \in \mathcal{V}_{i,k} : a^2 \leq v_2^2 + v_3^2 \leq b^2, v_2 \geq 0, v_3 \geq 0 \},$$

$$S' = \{ \underline{v} \in S^{++} : v_3 \geq v_2 \geq 0 \}, \quad S'' = \{ \underline{v} \in S^{++} : v_2 \geq v_3 \geq 0 \},$$

$$a^2 = i^2 - k^2, \quad b^2 = i^2 + 2i - k^2; \quad i \geq 2, \quad k \in \mathcal{N}_{-i+1, i-1}.$$

Weźmy pod uwagę elementy $\underline{v}'$ i $\underline{v}''$ (rys. Z2):

$$\underline{v}' = \langle k, 0, [a] \rangle \in S', \quad \underline{v}'' \in S'',$$

gdzie $[a]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż a .
Z kolei $\llbracket a \rrbracket$ będzie oznaczać najmniejszą liczbę całkowitą nie mniejszą niż a .

Niech $\hat{S}$ oznacza uporządkowany zbiór:

$$\hat{S} = \{ \langle \underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_{j^*} \rangle \},$$

$$\text{gdzie: } \underline{v}_j = \langle k, j, \delta_j \rangle, \quad j=1, \dots, j^*, \quad j^* = \left\lfloor \frac{a}{\sqrt{2}} \right\rfloor + 1,$$

$$\delta_j = \llbracket \sqrt{a^2 - j^2} \rrbracket.$$

Łatwo sprawdzić, że jeśli istnieje ścieżka łącząca $\underline{v}'$ z $\underline{v}''$ ($\underline{v}'' \in S''$) i przechodząca przez punkty ze zbioru S' , to graf $G_{\mathcal{V}_{i,k}}$ jest spójny, co jest równoważne spełnieniu warunków:

$$\hat{S} \setminus \{ \underline{v}_{j^*} \} \subset S', \quad (Z2)$$

$$(\underline{v}_{j-1} - \underline{v}_j) \in \{ \mathcal{N}_{-1,1} \}^3 \quad \text{dla } j=1, \dots, j^*, \quad \underline{v}_0 = \underline{v}'. \quad (Z3)$$

Inkluzja (Z2) jest równoważna warunkom:

$$\delta_j \geq j \geq 0, \quad (Z4)$$

$$a^2 \leq j^2 + \delta_j^2 \leq b^2. \quad (Z5)$$

Warunek (Z4) jest spełniony, gdyż $j \leq \frac{a}{\sqrt{2}}$, więc:

$$\delta_j^2 = (\llbracket \sqrt{a^2 - j^2} \rrbracket)^2 \geq a^2 - j^2 \geq j^2.$$

Niech $n = [a]$, $x = \sqrt{a^2 - j^2}$. Jeśli skorzystamy z tożsamości:

$$\llbracket x \rrbracket + 1 = n - \llbracket n - x \rrbracket \quad \text{dla } n \in \mathbb{Z}, \quad 0 \leq x \leq n,$$

wówczas:

$$\begin{aligned} j^2 + \delta_j^2 &= j^2 + (\lfloor \sqrt{a^2 - j^2} \rfloor)^2 \leq j^2 + (\lfloor \sqrt{a^2 - j^2} \rfloor + 1)^2 \leq \\ &\leq j^2 + n^2 - 2 \cdot \lfloor n-x \rfloor + (\lfloor n-x \rfloor)^2 < j^2 + n^2 - 2(n-x-1) + (n-x)^2 = \\ &= a^2 + 2 \cdot \lfloor a \rfloor \leq a^2 + 2i = b^2. \end{aligned}$$

Widać, że dla $k \in \mathcal{N}_{-i+1, i-1}^{\circ}$ warunek (Z5) jest spełniony, co dowodzi słuszności inkluzji (Z2).

Wykażemy warunek (Z3).

Jeśli $\underline{u} = \underline{v}_{j-1} - \underline{v}_j, (\underline{v}_j \in \hat{S}, j=1, \dots, j^*)$, to:

$$\underline{u} = \langle 0, -1, \delta_{j-1} - \delta_j \rangle \in \left\{ \mathcal{N}_{-1, 1}^{\circ} \right\} \stackrel{3}{\iff} 0 \leq \delta_{j-1} - \delta_j \leq 1.$$

Należy zauważyć, że:

$$\begin{aligned} 0 \leq \delta_{j-1} - \delta_j &= \lfloor (\lfloor \sqrt{a^2 - (j-1)^2} \rfloor - \lfloor \sqrt{a^2 - j^2} \rfloor) \rfloor \leq \\ &\leq \underbrace{\lfloor 1 + \sqrt{a^2 - (j-1)^2} - \sqrt{a^2 - j^2} \rfloor}_{0 < q < 1} = 1, \end{aligned}$$

a zatem warunek (Z3) jest spełniony /cbdo/.

Niniejszy raport otrzymują:

1. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej	1 egz.
2. Biblioteka Międzyinstytutowa I-6	1 egz.
3. Zastępca Dyrektora d/s Kształcenia Kadry Naukowej	1 egz.
4. Promotor	1 egz.
5. Recenzenci	2 egz.
6. Instytut Techniki Lotniczej ,Warszawa	1 egz.
7. Autor	5 egz.

Razem: 12 egz.

