

Konstancja Gogolewska

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

OCENA NIEPEWNOŚCI PROGNOZ WYZNACZANYCH NA PODSTAWIE OPINII EKSPERTA

1. Wstęp

W wielu sytuacjach prognostycznych złożoność prognozowanego zjawiska, niedostępność odpowiednich danych z przeszłości, jak również przyjęcie wobec przyszłości postawy aktywnej wymaga skorzystania w procesie prognozowania z opinii ekspertów. Za ekspertów uważa się osoby, które ze względu na posiadaną wiedzę, osobowość, szerokie horyzonty myślenia zostały zaproszone przez prognostę do udziału w rozwiązywaniu określonego problemu prognostycznego [Antoszkiewicz 1982]. Jeżeli prognoza budowana jest dla przedsiębiorstwa, ekspertami mogą być jego pracownicy, osoby z nim współpracujące oraz osoby z zewnątrz [Dittmann 2004].

Można wziąć pod uwagę wiele opinii wyrażonych przez grupę ekspertów wyodrębnioną według specjalnych kryteriów (por. np. [Dittmann 2004; Galanc, Mikuś 1991; *Prognostowanie gospodarcze* 2001]), można też skorzystać z pojedynczego sądu sformułowanego przez tylko jednego eksperta. W praktyce prognozowania w przedsiębiorstwie, ze względu na niskie koszty i szybkość uzyskania prognozy, dość często wybiera się tę drugą możliwość.

W artykule zaprezentowano wybrane zagadnienia budowy prognoz na podstawie opinii eksperta. Celem głównym artykułu jest zaproponowanie sposobów oceny stopnia niepewności takich prognoz opartej na pojęciu **prawdopodobieństwa subiektywnego**.

2. Prognozy na podstawie opinii jednego eksperta

Każdy sąd eksperta o przyszłości zjawiska będącego przedmiotem badań jest pewnego rodzaju prognozą, wyznaczoną na podstawie istniejącego w jego wyobraźni nieformalnego modelu prognostycznego tego zjawiska. Jeżeli ekspert określił przyszłą wartość zmiennej opisującej badane zjawisko, jest to prognoza ilościowa. Jeżeli wyraził słowną opinię dotyczącą przyszłego stanu zmiennej – jest to prognoza jakościowa. W procesie zarządzania przedsiębiorstwem częściej wykorzystuje się prognozy ilościowe (np. prognozy wartości sprzedaży, cen surowców, kursów akcji i walut), dlatego też do takich prognoz ograniczymy dalsze rozważania.

Sformułowana przez eksperta prognoza ilościowa zmiennej X_T może mieć postać:

- 1) prognozy punktowej $\hat{x}_T$ ¹ – pojedynczej wartości prognozowanej zmiennej w okresie T ;
- 2) prognozy wariantowej $\{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}$ – kilku lub wszystkich możliwych wartości wariantów prognozowanej zmiennej X_T , podanych wraz z pewną miarą stopnia zaufania eksperta w to, że dany wariant wystąpi, najczęściej wyrażoną jako prawdopodobieństwo subiektywne² p_i , takie, że $p_i = P\{X_T = x_T^{(i)}\}$;
- 3) prognozy przedziałowej $[x_{T, \min}; x_{T, \max}]$ – określonej np. przez wartości minimalną i maksymalną⁴ z możliwych wartości prognozowanej zmiennej lub przez dwa wybrane kwantyle przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej X_T (np. rzędu 0,05 i 0,95).

Z opinii ekspertów można korzystać na różnych etapach postępowania prognostycznego, szczególnie przy budowie formalnego modelu, do oceny jego parametrów⁵ (jeśli skorzystanie z metod statystycznych jest niemożliwe bądź niepożądane), wartości zmiennych objaśniających w okresie prognozy czy też przy korygowaniu prognozy wyznaczonej jedną z metod ilościowych [Dittmann 2004]. Sformułowana przez eksperta prognoza nie zawsze więc dotyczy bezpośrednio przyszłości prognozowanego zjawiska, a jej przeznaczeniem niekoniecznie musi być udostępnienie odbiorcy.

Bez względu na to, czy ekspert wyznaczył ostateczną (przeznaczoną dla odbiorcy) prognozę, czy przeznaczoną do wykorzystania we wcześniejszych etapach prognozowania, zachodzi konieczność określenia stopnia jej niepewności. Omówienie związanych z tym problemów wymaga wyjaśnienia pojęcia **prawdopodobieństwa subiektywnego**.

¹ Prognozy sformułowane przez ekspertów na podstawie tworzonych przez nich modeli nieformalnych będziemy oznaczać $\hat{x}_T$. Nie używamy w tym celu gwiazdki, czyli nie oznaczamy oceny eksperta jako np. $\hat{x}_T^*$, gdyż symbol ten rezerwujemy dla prognoz ostatecznych, przeznaczonych dla odbiorcy, a ocena eksperta taką prognozą być nie musi, o czym będzie mowa w dalszej części artykułu. Oczywiście w wielu sytuacjach zachodzi równość $\hat{x}_T = x_T^*$.

² Pojęcie „prawdopodobieństwo subiektywne” zostanie wyjaśnione w kolejnej części artykułu.

³ Zamiast prawdopodobieństwa p_i , dla każdego z wariantów $x_T^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) może być określony czynnik determinujący jego wystąpienie, np. wartość z_i pewnej zmiennej Z .

⁴ Gdy prognozowana zmienna jest stymulantą (lub destymulantą), częściej używa się tu odpowiednio pojęć: wartość pesymistyczna i optymistyczna (lub na odwrót).

⁵ Mówimy wówczas o modelu formalnym II rodzaju (zob. [Dittmann 2004]).

3. Prawdopodobieństwo subiektywne

Prawdopodobieństwo subiektywne, inaczej zwane personalnym (*personal probability*), jest czyjąś osobistą miarą szansy, że dane zdarzenie nastąpi. Nie jest wartością obiektywną, lecz zależy od naszych doświadczeń, posiadanych informacji, osobistych przekonań, a nawet uprzedzeń. W kwestii formalnej teoria prawdopodobieństwa subiektywnego nie różni się od obiektywnego – obie są oparte na aksjomatyce Kołmogorowa i stosują ten sam arsenał pojęć [Nowak 2002, s. 628-630]. Za ojca takiego podejścia, czyli traktowania prawdopodobieństwa subiektywnego na równi z obiektywnym, uważa się włoskiego matematyka B. de Finettiego, który swym artykułem „Le Prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives” (1937) dał początek całej serii prac nawiązujących do tego nurtu. Pojęcie prawdopodobieństwa subiektywnego jest wykorzystywane m.in. w teorii decyzji (np. do wyznaczania oczekiwanej użyteczności – zob. np. [Savage 1954]), gdzie w wielu sytuacjach niepewnych nie dysponuje się danymi pozwalającymi na ocenę obiektywnych prawdopodobieństw przyszłych zdarzeń [Sokołowska 2005].

W praktyce prognozowania na podstawie opinii eksperta z prawdopodobieństwem subiektywnym mamy do czynienia w następujących sytuacjach:

- Formułując prognozę punktową $\hat{x}_T$ lub wariantową $\{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}$, ekspert może podać własną ocenę $p \in [0, 1]$ szansy spełnienia się prognozy $\hat{x}_T$ lub oceny $p_1, p_2, \dots, p_n \in [0, 1]$ szans realizacji poszczególnych wariantów $x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}$. Wartości p oraz p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) są określonymi przez eksperta prawdopodobieństwami subiektywnymi⁶.
- Chcąc ustalić prognozę punktową $\hat{x}_T$, znając sformułowaną przez eksperta prognozę przedziałową $[x_{T, \min}; x_{T, \max}]$, prognosta może przyjąć założenie o kształcie funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa prognozowanej zmiennej X_T pomiędzy skrajnymi jej ocenami $x_{T, \min}$ i $x_{T, \max}$, bazując przy tym na własnej intuicji i doświadczeniu oraz na wszystkich dostępnych informacjach o możliwej zmienności X_T . Określony tym sposobem przez prognozę rozkład jest rozkładem prawdopodobieństwa subiektywnego, prognozą punktową $\hat{x}_T$ jest ocena wartości oczekiwanej $E(X_T)$, miarą stopnia niepewności prognozy – ocena odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$.

Rozkłady prawdopodobieństwa subiektywnego, jakie znajdują zastosowanie w ocenie prognoz ekspertów, mogą być zarówno dyskretne (np. gdy mamy do czynienia z prognozą wariantową, w której uwzględnione są wszystkie możliwe warianty i dla każdego z nich zostało określone prawdopodobieństwo jego realizacji), jak i ciągłe (np. gdy prze-

⁶ Jeżeli ekspert nie wyrazi swych ocen jako prawdopodobieństw, czyli liczb z przedziału $[0, 1]$, przekształcenie ich na prawdopodobieństwa nie powinno sprawiać trudności. Gdy na przykład realizacjom zmiennej prognozowanej pierwotnie przypisano oceny w pewnej skali punktowej, powiedzmy od $P(1)$ do $P(n)$, odpowiednie przekształcenie $P(i) > p_i$ ma postać: $p_i = \frac{P(i)}{\sum P(i)}$.

kształcając prognozę przedziałową na punktową, przyjmuje się założenie o postaci funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa wewnątrz przedziału).

Spośród rozkładów ciągłych, ze względu na kształt funkcji gęstości, jako najbardziej przydatne w prognozowaniu zmiennych charakteryzujących przedsiębiorstwo i jego otoczenie można wymienić m.in.: rozkład prostokątny (jednostajny), trójkątny, trapezowy, beta, normalny, lognormalny oraz Weibulla. Nie bez znaczenia jest tu dogodna forma wyrażania wartości oczekiwanych i odchyłeń standardowych wymienionych rozkładów. Są one jednoznacznie określone najczęściej przez trzy wartości⁷: minimalną (ewentualnie wybrany kwantyl dolny), maksymalną (ewentualnie wybrany kwantyl górny) i najbardziej prawdopodobną z możliwych wartości zmiennej. Stąd metoda szacowania parametrów rozkładu prawdopodobieństwa o przyjętym kształcie na podstawie sądów ekspertów dotyczących wymienionych wartości znana jest pod nazwą „metoda szacunku trzech punktów”. Formuły pozwalające na ocenę parametrów wybranego rozkładu prawdopodobieństwa na podstawie znajomości „trzech punktów” można znaleźć np. w [Dittmann 2004; Mikuś 2003; Perry, Greig 1975].

4. Ocena niepewności prognoz

Aby sformułowana przez eksperta prognoza punktowa, wariantowa czy przedziałowa mogła zostać udostępniona odbiorcy lub wykorzystana we wcześniejszych etapach procesu prognostycznego, często musi być poddana pewnej obróbce statystycznej, której celem może być⁸:

- w przypadku prognozy punktowej $\hat{x}_T$: ocena stopnia jej niepewności i wyrażenie go jako estymatę⁹ odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$, jeżeli prognozę można uznać za nieobciążoną, lub ewentualnie jako prawdopodobieństwo p spełnienia się prognozy;
- w przypadku prognozy wariantowej $\{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}$: ocena prawdopodobieństwa p spełnienia się prognozy, wyznaczenie na podstawie znajomości prognozy wariantowej prognozy punktowej $\hat{x}_T$, która będzie udostępniona odbiorcy jako ostateczna x_T^* , jeżeli takiego rodzaju prognozy zażądał, lub będzie wykorzystana we wcześniejszych etapach procesu prognostycznego (np. przy budowie modelu formalnego II rodzaju), ocena stopnia niepewności wyznaczonej prognozy punktowej $\hat{x}_T$ i wyrażenie go (jeżeli to możliwe) w postaci estymaty odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$;

⁷ Wyjątek stanowi tu rozkład jednostajny, gdzie z oczywistych przyczyn wystarczy znajomość dwóch wartości oraz asymetryczny rozkład trapezowy, którego wartość oczekiwana i odchylenie standardowe są określone przez cztery wartości – minimalną, maksymalną i granice przedziału zawierającego te wartości zmiennej, które uznaje się za najbardziej prawdopodobne.

⁸ Sposób przetworzenia informacji pochodzących od eksperta i prezentacji wyników jest zależny m.in. od rozwiązywanego problemu prognostycznego i wymagań odbiorcy.

⁹ Wartości liczbowe danego estymatora.

- w przypadku prognozy przedziałowej $[x_{T,\min}; x_{T,\max}]$: ocena prawdopodobieństwa p spełnienia się prognozy, wyznaczenie na podstawie znajomości prognozy przedziałowej prognozy punktowej $\hat{x}_T$, która będzie udostępniona odbiorcy jako ostateczna x_T^* lub będzie wykorzystana we wcześniejszych etapach procesu prognostycznego, ocena stopnia niepewności wyznaczonej prognozy punktowej $\hat{x}_T$ i wyrażenie go (jeżeli to możliwe) w postaci estymaty odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$.

Estymatę odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$ będącą miarą stopnia niepewności prognozy $\hat{x}_T$ będziemy oznaczać $s(\hat{x}_T)$ i nazywać dalej **standardową niepewnością prognozy**.

Do oceny stopnia niepewności sformułowanej przez eksperta prognozy punktowej $\hat{x}_T$ za pomocą standardowej niepewności $s(\hat{x}_T)$ lub prawdopodobieństwa spełnienia się prognozy p , można wykorzystać informacje o spodziewanym błędzie prognozy¹⁰ (*in plus* oraz *in minus*), z jakim należy się liczyć. Innymi słowy: należy ustalić przedział wokół prognozy $\hat{x}_T$:

$$[\hat{x}_T - b_{1T}; \hat{x}_T + b_{2T}], \quad (1)$$

do którego, według oczekiwań, rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej x_T będzie należeć z prawdopodobieństwem równym prawie jeden. Przyjmuje się ponadto, że najbardziej prawdopodobną wartością prognozowanej zmiennej X_T jest prognoza $\hat{x}_T$.

Przedział (1) może być symetryczny względem prognozy $\hat{x}_T$ (wówczas: $b_{1T} = b_{2T} = b_T$) lub asymetryczny (wówczas: $b_{1T} \neq b_{2T}$). Jego granice określa prognoza, opierając się na intuicji i wiedzy dotyczącej prognozowanego zjawiska oraz ewentualnej znajomości trafności wcześniejszych sądów eksperta (dotyczących tego samego zjawiska), lub ekspert, który ocenianą prognozę wyznaczył¹¹.

Rozważmy sytuację, gdy określony przedział (1) jest symetryczny względem prognozy punktowej $\hat{x}_T$. Prognoza $\hat{x}_T$ jest wówczas wartością oczekiwaną zmiennej X_T (jest prognozą nieobciążoną), więc miernikiem stopnia jej niepewności może być niepewność standardowa $s(\hat{x}_T)$ – ocena odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$ przyjętego, symetrycznego rozkładu prawdopodobieństwa prognozowanej zmiennej, otrzymana np. na podstawie znajomości „trzech punktów”.

Gdy określony przedział (1) nie jest symetryczny względem prognozy $\hat{x}_T$, prognoza ta nie jest nieobciążona, przez co ocena odchylenia standardowego rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego prognozowanej zmiennej nie może być tu miernikiem niepewności prognozy. Można natomiast, na podstawie znajomości funkcji gęstości prawdopodobieństwa zmiennej X_T , wyznaczyć prawdopodobieństwo spełnienia się prognozy:

¹⁰ Błąd prognozy jest tu rozumiany jako wartość bezwzględna różnicy wartości rzeczywistej prognozowanej zmiennej oraz prognozy.

¹¹ W literaturze przedmiotu spotyka się propozycje skorzystania tu z sądów niezależnych ekspertów, nie biorących udziału w wyznaczaniu prognozy. Nie chcąc jednak komplikować sytuacji przez wprowadzanie do rozważań dodatkowych modeli nieformalnych (wszak każdy sąd eksperta, dotyczący przyszłości prognozowanego zjawiska, wymaga stworzenia modelu nieformalnego), ewentualność taką pomijamy.

$$p = \int_{\hat{x}_T - \varepsilon_1}^{\hat{x}_T + \varepsilon_2} f_{X_T}(x) dx, \quad (2)$$

gdzie: $f_{X_T}(x)$ – funkcja gęstości przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – ustalone, np. przez odbiorcę prognozy, liczby dodatnie, określające granice maksymalnego dopuszczalnego błędu prognozy.

Niekiedy ekspertowi formułującemu prognozę $\hat{x}_T$ (lub prognoście) łatwiej niż podać przedział postaci (1) jest ocenić szansę na to, że prognozowana zmienna przyjmie wartość wystarczająco bliską $\hat{x}_T$ (np. taką, aby były spełnione wymagania odbiorcy dotyczące maksymalnego błędu prognozy). Tak określone prawdopodobieństwo subiektywne spełnienia się prognozy może być również traktowane jako miernik jej niepewności.

Prawdopodobieństwo subiektywne spełnienia się prognozy wariantowej $\{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}$ można interpretować jako prawdopodobieństwo p zdarzenia, że prognozowana zmienna X_T przyjmie wartość równą któremuś z wariantów $x_T^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), czyli:

$$p = P(X_T \in \{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}). \quad (3)$$

Dla każdego wariantu $x_T^{(i)}$ ekspert ocenia szansę na to, że zmienna X_T przyjmie wartość równą $x_T^{(i)}$, czyli prawdopodobieństwo $p_i = P\{X_T = x_T^{(i)}\}$. Jeżeli ekspert uważa, że uwzględnił wszystkie z możliwych wariantów i dla określonych przez niego prawdopodobieństw p_i zachodzi $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, to prawdopodobieństwo subiektywne spełnienia się prognozy wariantowej p wynosi 1. Jeżeli natomiast w prognozie wariantowej zostały wymienione tylko niektóre z możliwych wartości prognozowanej zmiennej, czyli zachodzi nierówność $\sum_{i=1}^n p_i < 1$, to prawdopodobieństwo spełnienia się prognozy jest równe:

$$p = \sum_{i=1}^n p_i. \quad (4)$$

Jeżeli zachodzi potrzeba wyznaczenia prognozy punktowej na podstawie znajomości prognozy wariantowej $\{x_T^{(1)}, x_T^{(2)}, \dots, x_T^{(n)}\}$, to w przypadku znajomości wszystkich wariantów korzysta się z reguły prognozowania według wartości oczekiwanej. Prawdopodobieństwa p_i jednoznacznie określają wówczas rozkład dyskretnej zmiennej X_T . Jej wartość oczekiwana, czyli prognoza punktowa, wynosi:

$$\hat{x}_T = \sum_{i=1}^n x_T^{(i)} p_i, \quad (5)$$

zaś standardowa niepewność prognozy jest równa:

$$s(\hat{x}_T) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_T^{(i)} - \hat{x}_T)^2 p_i}, \quad (6)$$

gdzie: $\hat{x}_T$ – prognoza punktowa (5).

Gdy prognoza wariantowa nie obejmuje wszystkich z możliwych wartości prognozowanej zmiennej, pozostaje skorzystać z reguły prognozowania według największego prawdopodobieństwa i za prognozę punktową $\hat{x}_T$ przyjąć ten z wariantów, któremu odpowiada największe subiektywne prawdopodobieństwo realizacji. Prawdopodobieństwo to jest w tym wypadku miernikiem niepewności prognozy $\hat{x}_T$.

Stosunkowo najmniej trudności wiąże się z obliczeniem wartości miernika niepewności sformułowanej przez eksperta prognozy przedziałowej $[x_{T,\min}; x_{T,\max}]$. Subiektywne prawdopodobieństwo p spełnienia się prognozy jest równe:

- 1, gdy przyjęto, że granice przedziału to wartości minimalna i maksymalna z możliwych wartości prognozowanej zmiennej,
- $\alpha_2 - \alpha_1$, gdy przyjęto że granice przedziału $x_{T,\min}$ i $x_{T,\max}$ to kwantyle rozkładu prawdopodobieństwa prognozowanej zmiennej, odpowiednio rzędu α_1 i α_2 .

Chcąc na podstawie prognozy $[x_{T,\min}; x_{T,\max}]$ wyznaczyć prognozę punktową $\hat{x}_T$, należy przyjąć założenie o postaci rozkładu prawdopodobieństwa wewnątrz przedziału prognozy i na podstawie ocen eksperta oszacować dla wybranego rozkładu wartość oczekiwaną $E(X_T)$ i odchylenie standardowe $\sigma(X_T)$, będące odpowiednio prognozą punktową i standardową niepewnością prognozy.

5. Podsumowanie

Ocena niepewności prognozy, zarówno takiej przeznaczanej bezpośrednio dla odbiorcy, jak i do wykorzystania we wcześniejszych etapach prognozowania, jest bezwzględnie konieczna. Bez znajomości stopnia niepewności ostatecznej prognozy nie jest możliwa ocena jej dopuszczalności, a tym samym przydatności do określonego celu. Bez znajomości stopnia niepewności prognoz, na podstawie których wyznaczono ostateczną prognozę, niepewność i w konsekwencji dopuszczalność ostatecznej prognozy nie mogą być rzetelnie ocenione. Można zaryzykować stwierdzenie, że prognoza wyznaczona bez wartości pewnego miernika jej niepewności jest bezużyteczna.

Do oceny niepewności prognoz wyznaczonych na podstawie opinii eksperta proponowano stosowanie następujących mierników:

- a) **standardowej niepewności prognozy** $s(\hat{x}_T)$ (w przypadku prognoz punktowych otrzymanych z reguły prognozy nieobciążonej), czyli oceny odchylenia standardowego rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego zmiennej prognozowanej,

- b) **subiektywnego prawdopodobieństwa spełnienia się prognozy p** (w przypadku prognoz wariantowych, przedziałowych oraz punktowych nieotrzymanych z reguły prognozy nieobciążonej), wyznaczonego na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego zmiennej prognozowanej.

Należy zaznaczyć, że standardowa niepewność prognozy jest tu traktowana jako „najbardziej pożądaną” miernik niepewności. Zauważmy, że jeżeli prognoza $\hat{x}_T$, zbudowana na podstawie opinii eksperta, ma być wykorzystana do oceny parametrów formalnego modelu prognostycznego, korekty innej prognozy czy do wyznaczenia pewnej prognozy kombinowanej, wyrażenie stopnia jej niepewności za pomocą oceny odchylenia standardowego $\sigma(X_T)$ jest szczególnie korzystne. Wówczas, korzystając ze znanego twierdzenia statystycznego – prawa przenoszenia odchyłeń standardowych, można bez kłopotu uwzględnić niepewność prognozy $\hat{x}_T$ w ocenie niepewności ostatecznej prognozy.

Na tle przeprowadzonych rozważań mogą się nasuwać pewne wątpliwości. Czy korzystanie z rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego w ocenie niepewności prognozy jest uzasadnione? Czy nie byłoby właściwszym sformułowanie niezbędnych wniosków, dotyczących spodziewanej dokładności czy wiarygodności prognozy, drogą statystycznej analizy próby złożonej z wcześniejszych prognoz danego zjawiska, czyli skorzystanie z tzw. mierników błędów prognoz *ex post*?

Autorka jest zdania, że przedstawionego w artykule sposobu szacowania odchylenia standardowego prognozowanej zmiennej czy prawdopodobieństwa przyjęcia przez nią określonych wartości nie należy traktować jako mniej wiarygodnego niż dokonanego przez analizę próby statystycznej. Każdy rozkład prawdopodobieństwa, zarówno ten oszacowany na podstawie próby, jak i subiektywnie przyjęty, jest tylko wyrazem posiadanej wiedzy. Stąd każde oszacowanie odchylenia standardowego pewnego rozkładu samo w sobie jest obarczone niepewnością, przy czym wyniki obliczeń opartych na powtarzanych obserwacjach niekoniecznie muszą mieć w tej kwestii przewagę nad wynikami otrzymanymi innymi sposobami.

Jeżeli badana populacja ma rozkład normalny, wariancja estymatora odchylenia standardowego $s(\bar{x})$ średniej arytmetycznej $\bar{x}$ obliczonej z n obserwacji dana jest przybliżoną zależnością [Guide...1995]:

$$\sigma^2[s(\bar{x})] \approx \frac{\sigma^2(\bar{x})}{2(n-1)}. \quad (7)$$

Tak więc względne odchylenie standardowe estymatora $s(\bar{x})$ dane stosunkiem $\sigma[s(\bar{x})]/\sigma(\bar{x})$, który można przyjąć za miernik względnej niepewności $s(\bar{x})$, wynosi w przybliżeniu $[2(n-1)]^{-1/2}$. Przykładowo: ta „niepewność niepewności” dla średniej arytmetycznej z $n = 10$ obserwacji jest rzędu 24%. Przybliżone wartości względnej niepewności $\sigma[u(\bar{x})]/\sigma(\bar{x})$, otrzymane na podstawie zależności (7) dla wybranych n przedstawia tab. 1.

Tabela 1. Przybliżone wartości, czyli stosunku odchylenia standardowego odchylenia standardowego eksperymentalnego średniej arytmetycznej n niezależnych obserwacji z populacji o rozkładzie normalnym do odchylenia standardowego średniej

Liczba obserwacji n	$\sigma[\bar{x}] / \sigma(\bar{x})$, (%)
2	71
3	50
4	41
5	35
10	24
20	16
30	13
50	10

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Guide...1995].

Przypomnijmy, że aby ocenić niepewność prognozy wykorzystując błędy *ex post*, trzeba dysponować próbą złożoną z wcześniejszych prognoz zbudowanych w oparciu o sądy tego samego eksperta, dotyczących tej samej zmiennej. Jeżeli nawet taka próba istnieje (co oczywiście jest rzadkością), jej liczebność jest zwykle niewielka. Na podstawie wyników zawartych w tab. 1 można wnioskować, że im mniej liczna jest posiadana próba, tym bardziej uzasadniona wydaje się rezygnacja z „klasycznych” metod statystycznych, polegających w tym wypadku na analizie błędów *ex post*, na korzyść rzetelnie przeprowadzonej analizy rozkładu prawdopodobieństwa subiektywnego prognozowanej zmiennej.

Literatura

- Antoszkiewicz J., *Metody heurystyczne*, PWN, Warszawa 1982.
- Callejón J., Pérez E., Ramos A., *La distribución trapezoidal como modelo probabilístico para la metodología PERT*, Actas de la X Asepele – España, Universidad de Castilla – La Mancha, 1998.
- Dittmann P., *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.
- Fisz M., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1969.
- Galanc T., Mikuś J., *Teoria i praktyka badań prognostycznych obiektów trudno mierzalnych*, Prace Naukowe Instytutu Organizacji i Zarządzania Politechniki Wrocławskiej 57, Seria: Monografie nr 21, Wrocław 1991.
- Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Geneva 1995. Tłumaczenie polskie: *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
- Mikuś J., *Prognozowanie w badaniach marketingowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- Nowak R., *Statystyka dla fizyków*, PWN, Warszawa 2002.

Perry C., Greig I.D., *Estimating the mean and variance of subjective distributions in PERT and decision analysis*, Management Science 1477-1480, 1975.

Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania, red. M. Cieślak, PWN, Warszawa 2001.

Savage L.J., *The Foundations of Statistics*, Willey, New York 1954.

Sokołowska J., *Psychologia decyzji ryzykownych. Ocena prawdopodobieństwa i modele wyboru w sytuacji ryzykownej*, Wydawnictwo SWPS „Academica”, Warszawa 2005.

EVALUATION OF THE FORECASTS UNCERTAINTY, BASED ON THE EXPERT'S OPINION

Summary

In many prognostic situations the complexity of the forecasted incident, the lack of required data from the past, as well as taking an active attitude toward the future requires the use of experts' opinion in the process of forecasting. In practice forecasting in a company, due to the low cost and the speed of achieving a forecast, often relies on a single judgement, formulated by a single expert.

In this article we covered the problems relating to the evaluation of the level of uncertainty in point, variant and interval forecasts, based on expert opinion.