

# PRZEGLĄD RADJOTECHNICZNY

ORGAN STOWARZYSZENIA RADJOTECHNIKÓW POLSKICH

pod naczelnym kierunkiem prof. M. POŻARYSKIEGO.

Rok V.

1 Października 1927 r.

Zeszyt 19

Redaktor mjr. inż. K. KRULISZ.

Warszawa, Nowowiejska 54, tel. 522-66.

## O REZONANSIE ELEKTRYCZNYM W OBWODZIE, W KTÓRYM KONDENSATOR JEST ZWARTY OPORNOŚCIĄ

Prof. Dr. Mieczysław Jeżewski, Kraków.

W praktyce zawsze mamy do czynienia z obwodami elektrycznymi, w których równoległe do kondensatora jest włączony pewien opór upływowy, ponieważ nie znamy doskonałych izolatorów. Rachunek i doświadczenie wykazują, iż opór nawet dość duży np. rzędu  $10^6$  omów ma już wybitny wpływ na zjawisko rezonansu. Zadaniem niniejszego artykułu jest zbadanie dokładne tego wpływu.

Weźmy pod uwagę obwód zawierający pojemność C, indukcyjność L i opór R (rys. 1). Równoległe do kondensatora C włączony jest bezindukcyjny opór W. W obwodzie działa siła elektromotoryczna E. Możemy napisać następujące równania dla prądu  $i_1$  płynącego w cewce oraz dla prądu  $i_2$  płynącego przez opór W (zakładamy, iż to są prądy niby ustalone).

$$i_1 R = V + E - L \frac{di_1}{dt} \quad (1)$$

$$i_2 W = V \quad (2)$$

$$i_1 + i_2 = -C \frac{dV}{dt} \quad (3)$$

V oznacza napięcie między okładkami kondensatora.

Różniczkując pierwsze równanie, otrzymujemy.

$$R \frac{di_1}{dt} - \frac{dV}{dt} + \frac{dE}{dt} - L \frac{d^2 i_1}{dt^2} \quad (4)$$

Rugując z tych czterech równań  $i_2$ , V i  $\frac{dV}{dt}$  otrzymujemy równanie:

$$WCL \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (L + WRC) \frac{di_1}{dt} + (R + W) i_1 = E + CW \frac{dE}{dt} \quad (5)$$

Gdy  $W = 0$  wówczas równanie (5) przechodzi w równanie

$$L \frac{di_1}{dt} + Ri_1 = E$$

Jest to znane równanie różniczkowe dla prądu płynącego w obwodzie o indukcyjności L i o oporze R. Jak widać pojemność C nie odgrywa tu już żadnej roli, obwód jest w zupełności aperiodyczny, rezonans nie występuje wcale.

Gdy  $W \neq 0$  wówczas, dzieląc równanie (5) przez WCL otrzymujemy:

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left( R + \frac{L}{WC} \right) \cdot \frac{1}{L} \frac{di_1}{dt} + \left( 1 + \frac{R}{W} \right) \frac{1}{LC} i_1 = \frac{1}{WCL} E + \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} \quad (6)$$

W przypadku, gdy W jest nieskończenie wielkie otrzymujemy zwykle równanie drgań wznieczanych:

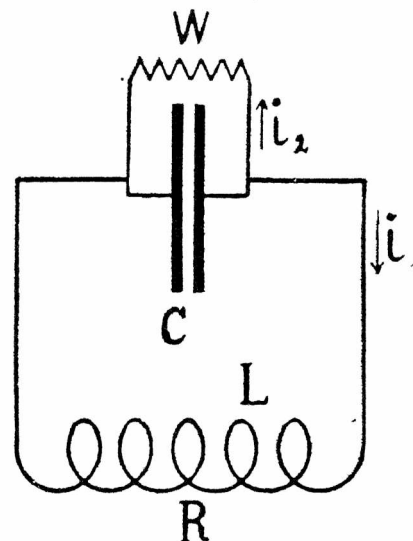
$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{LC} i_1 = \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} \quad (7)$$

Założmy, iż siła elektromotoryczna

$$E = E_0 \sin \omega t$$

wtedy

$$\begin{aligned} \frac{1}{WCL} E + \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} &= \frac{E_0}{WCL} \sin \omega t + \frac{E_0 \omega}{L} \cos \omega t = \\ &= \frac{E_0 \omega}{L} \left( \frac{1}{\omega CW} \sin \omega t + \cos \omega t \right) \end{aligned}$$



Rys. 1.

Oznaczmy

$$\frac{1}{\omega CW} = \cot \varphi, \text{ wówczas}$$

$$\frac{1}{WCL} E + \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} = \frac{E_0 \omega}{L \sin \varphi} \sin (\omega t + \varphi)$$

$$\text{zaś } \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 W^2}}}$$

W przypadku więc sinusoidalnie zmieniającej się siły elektromotorycznej równanie (6) przybierze kształt.

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left( R + \frac{L}{WC} \right) \frac{1}{L} \frac{di_1}{dt} + \left( 1 + \frac{R}{W} \right) \frac{1}{LC} \cdot i_1 = \frac{E_0 \omega}{L} \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 W^2}} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

Równanie to tylko współczynnikami różni się od równania (7). Całka tego równania ma postać:

$$i_1 = e^{-at} (B_1 e^{-bt} + B_2 e^{-bt}) + \frac{E_0 \omega}{L} \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 W^2}} \frac{1}{L \sqrt{\left[ \left( 1 + \frac{R}{W} \right) \cdot \frac{1}{LC} - \omega^2 \right]^2 + \left( R + \frac{L}{WC} \right)^2 \frac{\omega^2}{L^2}}} \sin(\omega t + \varphi - \Psi)$$

gdzie

$$a = \frac{R + \frac{L}{WC}}{2L}, \quad b_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{4L^2} \left( R + \frac{L}{WC} \right)^2 - \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{R}{W} \right)}$$

$$\Psi = \arctg \frac{R + \frac{L}{WC}}{\left( 1 + \frac{R}{W} \right) \frac{1}{\omega C} - \omega L}$$

Stałe  $B_1, B_2$  zależne są od warunków początkowych. Pierwszy wyraz bardzo szybko maleje z czasem. Dla stanu ustalonego otrzymujemy:

$$i_1 = J \sin(\omega t + \varphi - \Psi)$$

gdzie amplituda prądu  $J$  ma wartość następującą

$$J = E_0 \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{W^2 \omega^2 C^2}}}{\sqrt{\left[ \left( 1 + \frac{R}{W} \right) \frac{1}{\omega C} - \omega L \right]^2 + \left( R + \frac{L}{WC} \right)^2}} \quad (9)$$

Odkładając na osi odciętych wartość pojemności  $C$ , na osi rzędnych zaś  $J$ , otrzymamy krzywą rezonansu. Jej wysokość i kształt przy stałych  $\omega, L$  i  $R$  zależy w znacznym stopniu od wielkości oporu  $W$ . Przy pomocy wyrażenia (9) obliczyłem krzywe rezonansu dla obwodu, w którym  $R = 0,2 \text{ oma}$ ,  $L = \frac{1}{12} \cdot 10^{-3} \text{ henra}$ ,  $\omega = 6 \cdot 10^6 \text{ sek}^{-1}$  (długość fali  $\lambda = 314,16 \text{ m}$ ).

Krzywe na rys. 2 są krzywami rezonansu dla tego obwodu otrzymanymi przy rozmaitych wartościach oporu  $W$ .

Gdybyśmy w obwodzie zmienili wartość indukcyjności  $L$ , otrzymamy różne wartości na  $J$ . Rezonans zachodzić będzie

$$\frac{dJ}{dL} = 0$$

Z równania tego otrzymujemy, że obwód rezonuje przy wartości  $L$  danej przez równanie

$$L_r = \frac{1}{C \left( \omega^2 + \frac{1}{W^2 C^2} \right)} \quad (10)$$

Rezonans zachodzi więc tu przy mniejszej wartości indukcyjności, niż w przypadku, gdy opór  $W$  jest

nieskończenie wielki.

Możemy również dostroić obwód, zmieniając po-

jemność  $C$ . Otrzymujemy ją dla wartości  $C$  obliczonej z równania

$$\frac{dJ}{dC} = 0$$

Z warunku tego otrzymamy następujące równanie dla  $C_r$  (pojemności przy której zachodzi rezonans):

$$C_r^2 - \left( 1 + 2 \frac{R}{W} \right) \frac{C_r}{\omega^2 L} - \frac{1}{\omega^2 W^2} = 0 \quad (11)$$

skąd

$$C_r = \frac{1}{2 \omega^2 L} \left[ 1 + 2 \frac{R}{W} \right] \left[ 1 + \sqrt{1 + 4 \left( \frac{\omega L}{W + 2R} \right)^2} \right] \quad (12)$$

Gdy  $W$  jest nieskończenie wielkie, wówczas otrzymujemy zwykły wzór Kelvina:

$$C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}$$

Możemy napisać:

$$C_r = \frac{1}{2} C_0 \left[ 1 + 2 \frac{R}{W} \right] \left[ 1 + \sqrt{1 + 4 \left( \frac{\omega L}{W + 2R} \right)^2} \right] \quad (13)$$

A więc pojemność, przy której zachodzi rezonans, jest większa, niż wówczas, gdy opór  $W$  jest nieskończenie wielki. Włączanie oporu  $W$  wywołuje pozorne zmniejszenie pojemności obwodu, zmniejszenie tem znaczniejsze, im mniejszy jest opór  $W$ .

Z równań (9) i (11) możemy wyrugować  $W$ . Otrzymujemy wówczas następujące wyrażenie dla amplitudy prądu  $J_r$  przy rezonansie:

$$J_r = \frac{E_0}{R + \frac{L}{WC_r}} \quad (14)$$

Podstawmy do tego wyrażenia wartość (12) na  $C_r$ , wówczas otrzymujemy:

$$J_r = \frac{E_0}{2} \left[ \sqrt{1 + 4 \frac{R}{W} + 4 \frac{W^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} - 1 \right] \quad (15)$$

\*) Wzory (10) i (14) otrzymali na innej drodze: R. T. Latey (Philosophical Magazine 41, 329, 1921, Zeitschrift f. phys. Chemie 119, 104, 1926) oraz Benischke' Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik Berlin 1928.

Wzór ten daje wartość maksymalnej amplitudy prądu jako funkcję oporu W.

Na dekrement tłumienia otrzymamy wzór

$$D = \frac{\pi(R + \frac{L}{WC})}{\sqrt{1 + \frac{R}{W}}} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}}{\sqrt{1 + \frac{R}{W}}} + \frac{\pi \sqrt{\frac{L}{C}}}{W \sqrt{1 + \frac{R}{W}}} = D_1 + D_2 \dots (16)$$

D<sub>1</sub> jest zależne od R; D<sub>2</sub> - od W.

Wzory (13), (15) i (16) pozwalają obliczyć wartości J<sub>r</sub>, C<sub>r</sub> i D dla rozmaitych wartości oporu W. Weźmy jako przykład obwód, dla którego

$$L = \frac{1}{12} \cdot 10^{-3} \text{ henra, } R = 0,2 \text{ oma, } E = E_0 \sin \omega t,$$

$\omega = 6 \cdot 10^5 \text{ sek}^{-1}$ . Tablica I zawiera wartości J<sub>r</sub>, C<sub>r</sub>, D<sub>1</sub> i D<sub>2</sub> dla tego obwodu, otrzymane przy rozmaitych wartościach oporu W.

TABLICA I.

W w omach	J <sub>r</sub>	C <sub>r</sub> w cm.	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>
∞	5	E <sub>0</sub> 300,000	0,0013	0
1.10 <sup>6</sup>	2,22	E <sub>0</sub> 300,0002	"	0,0016
4.10 <sup>5</sup>	1,22	E <sub>0</sub> 300,0008	"	0,0039
2.10 <sup>5</sup>	0,681	E <sub>0</sub> 300,0025	"	0,0078
1.10 <sup>5</sup>	0,370	E <sub>0</sub> 300,0087	"	0,016
4.10 <sup>4</sup>	0,155	E <sub>0</sub> 300,05	"	0,039
2.10 <sup>4</sup>	0,078	E <sub>0</sub> 300,196	"	0,078
1.10 <sup>4</sup>	0,039	E <sub>0</sub> 300,762	"	0,157
1.10 <sup>3</sup>	0,0048	E <sub>0</sub> 362,25	0,0014	1,43
0	0,002	E <sub>0</sub> ∞	—	—

W tablicy II zawarte są wartości tych samych wielkości dla obwodu, w którym indukcyjność jest 10 razy mniejsza

$$\left( L = \frac{1}{12} \cdot 10^{-4} \text{ henra} \right).$$

TABLICA II.

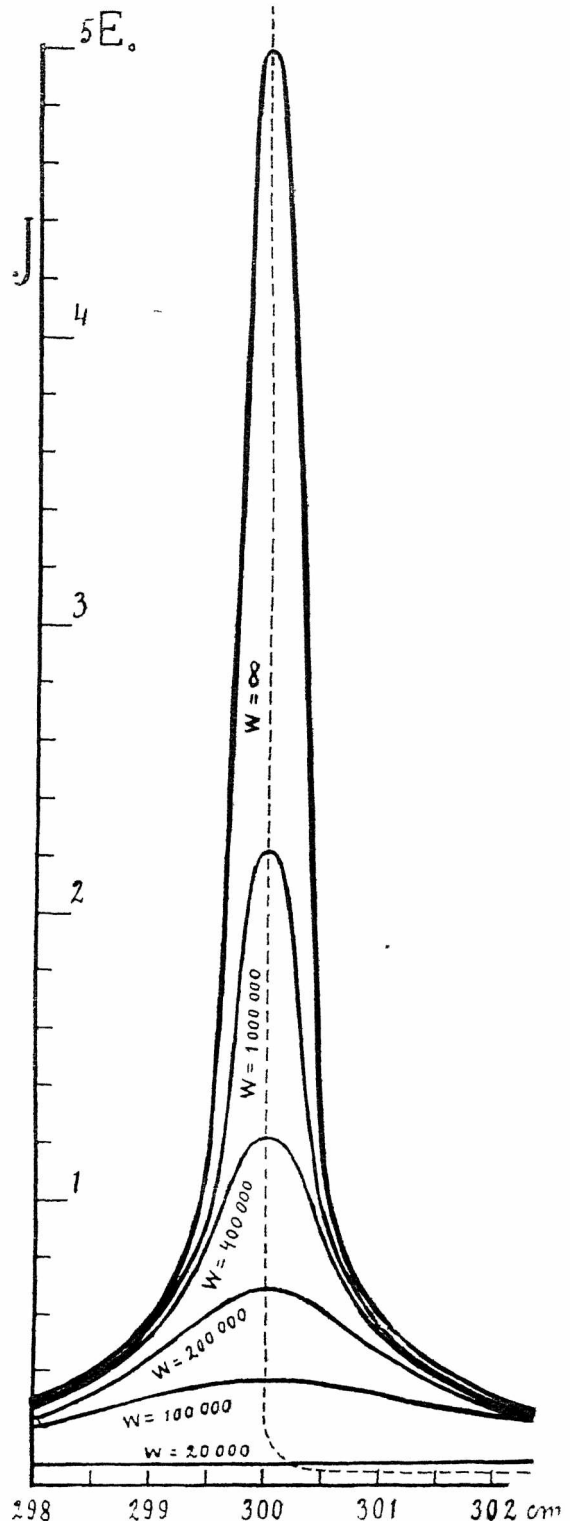
W w omach	J <sub>r</sub>	C <sub>r</sub> w cm.	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>
∞	5	E <sub>0</sub> 3000,000	0,013	0
1.10 <sup>6</sup>	4,94	E <sub>0</sub> 3000,001	"	0,00016
4.10 <sup>5</sup>	4,85	E <sub>0</sub> 3000,003	"	0,00039
2.10 <sup>5</sup>	4,70	E <sub>0</sub> 3000,006	"	0,00078
1.10 <sup>5</sup>	4,44	E <sub>0</sub> 3000,013	"	0,0016
4.10 <sup>4</sup>	3,81	E <sub>0</sub> 3000,035	"	0,0039
2.10 <sup>4</sup>	3,08	E <sub>0</sub> 3000,079	"	0,0078
1.10 <sup>4</sup>	2,22	E <sub>0</sub> 3000,187	"	0,0157
1.10 <sup>3</sup>	0,397	E <sub>0</sub> 3008,70	"	0,1569
1.10 <sup>2</sup>	0,048	E <sub>0</sub> 3635,40	0,014	1,427
0	0,02	E <sub>0</sub> ∞	—	—

Jak widać z powyższych tablic, przy zmniejszaniu oporu W bardzo szybko obniża się wysokość krzywej rezonansu. Lecz szybkość tego obniżania się

zależy od stosunku  $\frac{L}{C_r}$ . Dekrement D<sub>1</sub> jest w przy-

bliżeniu stały, natomiast D<sub>2</sub> bardzo szybko wzrasta

wraz ze zmniejszeniem oporu W. Możemy go zmniejszyć, zmniejszając indukcyjność obwodu, a powiększając odpowiednio pojemność.



Rys. 2.

Z równania (9) możemy otrzymać równanie:

$$C^2 \left( \omega^2 L^2 + R^2 - \frac{E_0^2}{J^2} \right) - 2LC + \frac{1}{\omega^2} \left[ \left( 1 + \frac{R}{W} \right)^2 + \frac{\omega^2 L^2}{W^2} - \frac{E_0^2}{W^2 J^2} \right] = 0$$

skąd otrzymamy:

$$C = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - \left( L^2 + \frac{R^2}{\omega^2} - \frac{E_0^2}{\omega^2 J^2} \right) \left[ \left( 1 + \frac{R}{W} \right)^2 + \frac{\omega^2 L^2}{W^2} - \frac{E_0^2}{W^2 J^2} \right]}}{\omega^2 L + R^2 - \frac{E_0^2}{J^2}}$$

Każdej wartości  $J$  czyniącej zadość warunkowi:

$$\frac{F_0}{2} \left[ \sqrt{1 + 4 \frac{R}{W} + 4 \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{W^2}} - 1 \right] > J > \sqrt{\frac{E_0}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

odpowiadają dwie wartości na  $C$ . Miejsce geometryczne środków cięciw krzywej rezonansu równoległych do osi  $C$ , dane będzie przez równanie:

$$C = \frac{L}{\omega^2 L^2 + R^2 - \frac{E_0^2}{J^2}}$$

Z tego ostatniego równania wynika ciekawy wniosek, iż kształt i położenie tej krzywej nie zależy od wartości oporu  $W$  (krzywa ta jest zaznaczona na rys 2 linią kreskowaną). Maxima różnych krzywych rezonansu leżą na tej krzywej.

Jak widać z kształtu tej krzywej oraz z tablic I i II, przesunięcia punktu rezonansu przy dużych wartościach oporu  $W$  (do mniej więcej  $10^4$  omów) są bardzo małe. Przy dalszym zmniejszaniu oporu  $W$  pojemność przy której zachodzi rezonans szybko wzrasta. Zrobiłem próbę potwierdzenia doświadczalnego tego wniosku. W tym celu zestawilem dwa obwody słabo sprzężone. Jeden był pobudzony do drgań przy pomocy lampy, drugi (dla którego w przybliżeniu  $L = \frac{1}{12} \cdot 10^{-3}$  henra,  $C = 300$  cm,  $R = 0,2$  oma,  $\omega = 6 \cdot 10^6$ ) był strojony przy pomocy zmiennego precyzyjnego kondensatora Seibta. Z drugim obwodem sprzężony był trzeci obwód, aperiodyczny, w którym znajdował się detektor oraz galwanometr strunowy Einthovena. Na osi kondensatora zmiennego w obwodzie strojonym znajdowało się lustro. Przy pomocy lunety oraz wielkiej półokrągłej skali odbijającej się w lusterku można było odczytywać bardzo małe obroty kondensatora zmiennego. Przy pomocy takiego urządzenia mogłem określić punkt rezonansu z dokładnością do  $\pm 0,05$  cm pojemności, a więc 0,02%. Pewną trudność stanowiło znalezienie odpowiedniego oporu  $W$ . Opory tak zwane siatkowe nie nadawały się do tego celu z powodu ich własnej pojemności dochodzącej w niektórych przypadkach do kilku cm. Okazało się, że istotnie bezpojemnościowym oporem jest cienka nitka jedwabna długości 2 do 3 cm zwilżona mniej albo więcej rozcieńczonym roztworem soli kuchennej. Przy użyciu takiego oporu można było obniżyć wysokość krzywej rezonansu do  $\frac{1}{10}$  jej pierwotnej wysokości, lecz przesunięcia punktu rezonansu nie można było zaobserwować. Wynik ten najzupełniej się zgadza z liczbami zawartymi w tablicy I. Przy jeszcze mniejszych wartościach oporu  $W$ , krzywa rezonansu sta-

wała się tak płaska, iż dokładne wyznaczenie punktu rezonansu stawało się niemożliwe.

Kraków, Zakład Fizyki Akademii Górniczej.

## WSKAŹNIK KOMPENSACYJNY STAŁOŚCI FALI

Kpt. inż. Janusz Groszkowski.

(Dokończenie).

Obecnie zachodzi pytanie, jaka jest czułość takiego układu skompensowanego pod względem zmiany pulsacji  $\omega$ , t. zn. jaką zmianę siły elektromotorycznej  $\varepsilon$  wywołuje zmiana pulsacji  $\omega$ , przy niezmiennym natężeniu prądu kontrolowanego  $I$ .

Ażeby czułość tę znaleźć, należy napisać w postaci ogólnej wyrażenie na siłę elektromotoryczną wypadkową w obwodzie wskaźnika w zależności od wszystkich wielkości wchodzących tu w grę. Otrzymujemy to z równania (9) uwzględniając zależności (11), (12) oraz (13).

$$\varepsilon = -\omega^2 mn R I \left\{ \frac{1}{R^2 + X_1^2} - \frac{1}{R^2 + X_2^2} \right\} + \\ - \omega^2 mn I j \left\{ \frac{-X_1}{R^2 + X_1^2} + \frac{X_2}{R^2 + X_2^2} \right\} + \\ - I \cdot j \frac{2 X_0 mn \omega^2}{R^2 + X_0^2}$$

Albo

$$y = -\frac{\varepsilon}{I \omega^2 mn} = R \left\{ \frac{1}{R^2 + X_1^2} - \frac{1}{R^2 + X_2^2} \right\} + \\ + j \left\{ \left[ \frac{-X_1}{R^2 + X_1^2} + \frac{X_2}{R^2 + X_2^2} \right] + \frac{2 X_0}{R^2 + X_0^2} \right\} = 0 \quad (22)$$

Wartość zespolona

$$y = A + j B$$

gdzie  $A$  i  $B$  są funkcjami  $\omega$ , przy przyroście  $\omega$  uzyskuje przyrost  $dy$  o dwóch składowych — rzeczywistej  $\partial A$  i urojonej  $\partial B$ , przyczem

$$\frac{dy}{d\omega} = \sqrt{\left( \frac{\partial A}{\partial \omega} \right)^2 + \left( \frac{\partial B}{\partial \omega} \right)^2} \quad (23)$$

Zaś

$$\frac{\partial A}{\partial \omega} = \frac{\partial A}{\partial X_1} \cdot \frac{\partial X_1}{\partial \omega} + \frac{\partial A}{\partial X_2} \cdot \frac{\partial X_2}{\partial \omega} \quad (24)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \omega} = \frac{\partial B}{\partial X_1} \cdot \frac{\partial X_1}{\partial \omega} + \frac{\partial B}{\partial X_2} \cdot \frac{\partial X_2}{\partial \omega} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial A}{\partial X_1}\right) &= -\frac{2R X_1}{(R^2 + X_1^2)^2}; & \left(\frac{\partial A}{\partial X_2}\right) &= \frac{2R X_2}{(R^2 + X_2^2)^2} \\ \left(\frac{\partial B}{\partial X_1}\right) &= \frac{X_1^2 - R^2}{(R^2 + X_1^2)^2}; & \left(\frac{\partial B}{\partial X_2}\right) &= \frac{R^2 - X_2^2}{(R^2 + X_2^2)^2} \\ \frac{\partial X_1}{\partial \omega} &= \frac{2 d \omega}{C \omega^2} & \frac{\partial X_2}{\partial \omega} &= \frac{2 d \omega}{C \omega^2} \end{aligned}$$

Po podstawieniu do (24) i do (25) otrzymujemy

$$\frac{\partial A}{\partial \omega} = \left[ \frac{-2R X_1}{(R^2 + X_1^2)^2} + \frac{2R X_2}{(R^2 + X_2^2)^2} \right] \frac{2 d \omega}{C \omega^2} \quad (26)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \omega} = \left[ \frac{X_1^2 - R^2}{(R^2 + X_1^2)^2} + \frac{R^2 - X_2^2}{(R^2 + X_2^2)^2} \right] \frac{d \omega}{C \omega^2} \quad (27)$$

Jeśli  $X_2 = X_1 = -X_2$  (przy równowadze) otrzymujemy przyrost  $dX$  wówczas

$$\begin{aligned} X_1 &= X_0 + dX \\ X_2 &= -X_1 = -(X_0 + dX) \end{aligned}$$

a przeto

$$X_1 - X_2 = 2X_0$$

Uwzględniając to we wzorze (26) będziemy mieć

$$\frac{\partial A}{\partial \omega} = -\frac{4R}{C \omega^2} \left[ \frac{2X_0}{(R^2 + X_0^2)^2} \right] \dots (28)$$

Ponieważ jednak

$$X_1^2 = X_2^2$$

przeto wzór (28) będzie

$$\frac{\partial B}{\partial \omega} = 0$$

Ostatecznie więc

$$\frac{\partial y}{\partial \omega} = \frac{d}{d \omega} \left( -\frac{\varepsilon}{I \omega^2 m n} \right) = -\frac{8 R X_0}{C \omega^2 (R^2 + X_0^2)^2} \dots (29)$$

Dla

$$I = \text{const.}, \omega \cong \omega_0$$

$$d\varepsilon = \frac{8 R X_0 \text{Im} n d \omega}{C (R^2 + X_0^2)^2} \dots (30)$$

Przytem SEM-na kompensująca jest

$$E = \omega M I = \frac{2 \omega_0^2 m n I X_0}{(R^2 + X_0^2)} \dots (31)$$

a względny przyrost SEM-nej

$$\frac{dE}{E} = \frac{4 R d \omega}{C \omega_0^2 (R^2 + X_0^2)} \dots (32)$$

Dla przeprowadzenia dyskusji co do najkorzystniejszego wyboru wielkości elementów obwodów zbadamy wzór (30).

Jeśli dana jest pulsacja kontrolowana  $\omega_0$ , dekrement tłumienia obwodów  $\vartheta$ , oporność obwodu  $R$ , a więc przez to i  $C$ , wówczas przy danej konstrukcji urządzenia i danym natężeniu prądu kontrolowanego (dane  $m, n$  i  $I$ ) wyrażenie

$$Z = \frac{R X_0}{(R^2 + X_0^2)^2}$$

osiąga maximum wówczas, gdy

$$\frac{dZ}{dX_0} = 0, R^2 + X_0^2 - 4 X_0^2 = 0$$

czyli dla

$$X_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} R \dots (33)$$

Wtedy

$$Z_{\text{max}} = \frac{3 \sqrt{3}}{16 R^3} \dots (34)$$

Po podstawieniu do (30) otrzymamy najkorzystniejszą zależność między przyrostem  $d \omega$  a przyrostem  $d \varepsilon$

$$d \varepsilon = \frac{3 \sqrt{3}}{2 R^2 C} \text{Im} n d \omega \dots (35)$$

Natomiast z zależności (33) wynikają związki między częstotliwościami własnymi obwodów  $\omega_1$  i  $\omega_2$  a częstotliwością kontrolowaną  $\omega_0$ , a mianowicie

$$X_0 = \omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\omega_0 C} \left[ \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 - 1 \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} R \quad (36)$$

$$X_0 = -\left( \omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C} \right) = -\frac{1}{\omega_0 C} \left[ \left( \frac{\omega_0}{\omega_2} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{1}{\sqrt{3}} R$$

$$\left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 - 1 = \frac{R C \omega_0}{\sqrt{3}} = \frac{\vartheta}{\pi \sqrt{3}}$$

$$\left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 = 1 + \frac{\vartheta}{\pi \sqrt{3}}$$

a wobec małych wartości  $\vartheta$

$$\left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \cong 1 + \frac{\vartheta}{2 \pi \sqrt{3}} \dots (37)$$

Analogicznie

$$\left( \frac{\omega_0}{\omega_2} \right) \cong 1 - \frac{\vartheta}{2 \pi \sqrt{3}} \dots (38)$$

Ostatnie dwa wzory określają stopień rozstrojenia obwodów od częstotliwości kontrolowanej przy danym  $\vartheta$ :

$$\omega_1 \cong \frac{\omega_0}{1 + \frac{\vartheta}{2 \pi \sqrt{3}}} \cong \omega_0 \left( 1 - \frac{\vartheta}{2 \pi \sqrt{3}} \right) \dots (39)$$

$$\omega_2 \cong \omega_0 \left( 1 + \frac{\vartheta}{2 \pi \sqrt{3}} \right) \dots (40)$$

Wyrażenie (35) można w dalszym ciągu przekształcić, bowiem

$$\frac{1}{\pi R \omega C} = \frac{1}{\vartheta}$$

więc wówczas:

$$d \varepsilon = \frac{3 \pi \sqrt{3} \omega_0}{2 R \vartheta} \text{Im} n d \omega \dots (41)$$

albo

$$d \varepsilon = \frac{3 \pi E}{\vartheta \omega_0} d \omega \dots (42)$$

gdyż

$$\frac{\sqrt{3} \omega_0^2 m n I}{2 R} = E \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

w wypadku spełnienia warunku (36).

Dyskusja najkorzystniejszych warunków układu sprowadza się do rozważenia wyrażenia (42).

Widać stąd, iż danej zmianie pulsacji  $\omega_0$  o  $d\omega$  odpowiada tym większy przyrost siły elektromotorycznej w obwodzie wskaźnika  $d\varepsilon$  im większa jest wielkość SEM-nej kompensacji  $E$  oraz im mniejszy jest dekrement tłumienia obwodów  $\vartheta$ .

#### Dyskusja czułości urządzenia.

Wyrażenie (42) napisane w postaci

$$\frac{d\varepsilon}{E} = \frac{3\pi}{\vartheta} \left( \frac{d\omega}{\omega_0} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

wskazuje, iż czułość względna układu, aczkolwiek zależna od  $\vartheta$ , niemniej może być uczyniona teoretycznie dowolnie wielką przez zwiększenie wielkości SEM-nej kompensującej t. j. przy danym układzie bądź to przez — coraz to silniejsze sprzężenie wskaźnika z urządzeniem kontrolowanym, bądź to przez zwiększanie natężenia prądu kontrolowanego.

Jeśli oznaczmy tę najmniejszą SEM-ną, która może być jeszcze spostrzeżona przez  $\Delta\varepsilon$  otrzymamy wyrażenia na wielkość najmniejszej dostrzegalnej zmiany częstotliwości w promilach, jako

$$\left( \frac{\Delta\omega}{\omega} \right) = \frac{1000 \vartheta}{3\pi} \cdot \left( \frac{\Delta\varepsilon}{E} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Wielkość  $\vartheta$  waha się dla racjonalnie budowanych obwodów drgań w pewnych wąskich granicach: np. w doskonałych falomierzach osiąga się wartości tego dekrementu zależnie zresztą od zakresu długości fali — od 0,018 do 0,05.

Wobec stosunkowo niewielkich wahań wielkości  $\vartheta$ , główny wpływ na czułość układu będzie wywierać stosunek  $\frac{\Delta\varepsilon}{E}$ ; przyjmując wartość średnią  $\vartheta \approx 0,021$

otrzymamy równanie (45) w postaci przybliżonej

$$\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \approx 3 \left( \frac{\Delta\varepsilon}{E} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Wielkość  $\Delta\varepsilon$  najmniejsza, jaka daje się zmierzyć, zależna jest od rodzaju urządzenia wskaźnikowego.

Najdogodniejsze będzie tu urządzenie detekcyjne z galwanometrem prądu stałego: lampa katodowa lub detektor stykowy.

Przyjmując prostszy układ detektora stykowego z galwanometrem o przeciętnej czułości, możemy wykryć bez trudności różnice potencjałów rzędu

$$\Delta\varepsilon = 0,1 \text{ V}$$

Przyjmując  $E = 100 \text{ V}$  — wielkość dopuszczalną nawet w urządzeniu pomiarowym otrzymamy:

$$\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = 3 \cdot \frac{0,1}{100} = 0,003 \text{ ‰}$$

t. j. stosunkowo znaczną czułość tego układu. Odpowiada to przy fali  $\lambda \approx 1000 \text{ m}$  — zmianie fali o 0,003 m, czyli zmianie ilości okresów o

$$\Delta f = 3 \text{ okr./sek.}$$

#### Zalety urządzenia kompensacyjnego

Zalety tego rodzaju wskaźnika kompensacyjnego uwydatnią się przez porównanie go z falomierzem rezonansowym.

Ażeby porównanie to przeprowadzić, należy zastanowić się nieco nad definicją czułości falomierza rezonansowego.

Teoretycznie — czułość falomierza rezonansowego w samym punkcie rezonansu jest równa zero, bowiem w punkcie rezonansu, nachylenie stycznej do krzywej rezonansu jest równe zero.

Praktycznie — pomiar możliwy jest tylko dzięki nieznacznemu rozstrojeniu obwodu falomierza, aż do zauważenia zmiany natężenia prądu lub zmiany napięcia w tym obwodzie — co jest zadaniem wskaźnika falomierzowego. Rozstrojenie to jest tem mniejsze im mniejsze jest tłumienie falomierza oraz im czulszy jest wskaźnik.

Co się zaś tyczy tej ostatniej sprawy — występują tu pewne trudności — bowiem przy rezonansie przez wskaźnik ten przepływa największy prąd, zaś przy rozstrajaniu następuje nieznaczne jego zmniejszenie się.

Jeśli więc założymy że względna czułość wskaźnika prądu jest wielkością stałą, to tą drogą nie dojdziemy bynajmniej do powiększenia czułości falomierza.

#### Dyskusja czułości falomierza rezonansowego

Pod wpływem prądu  $I$  o częstotliwości mierzonej wzbudza się w falomierzu prąd

$$I_1 = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (47)$$

który przy rezonansie uzyskuje wartość największą

$$I_r = \frac{E}{R}$$

$E$  — jest tu siła elektromotoryczna wzbudzona w obwodzie falomierza przez prąd  $I_2$  dzięki sprzężeniu falomierza z obwodem badanym.

Jeśli oznaczmy częstotliwość, dla której występuje rezonans przez

$$\omega_0 = \frac{1}{LC}$$

oraz dekrement tłumienia obwodu przez

$$\vartheta = \pi R' \omega C$$

wówczas równanie (47) przekształcimy na

$$I_1 = \frac{E \omega C}{\sqrt{\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)^2 + \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 1\right]^2}}$$

Z równania tego wynika, iż dla  $\omega = \omega_0$

$$\left( \frac{dI_1}{d\omega} \right)_{\omega = \omega_0} = 0$$

t. zn. iż w otoczeniu częstotliwości  $\omega_0$ , nieskończenie małe zmiany  $\omega$  nie powodują zmian prądu  $I_1$ .

Ażeby uzyskać zmianę prądu  $I_1 = I_r$  do wartości  $I_\omega$ , a więc zmianę

$$\Delta I = I_r - I_\omega$$

trzeba zmienić częstotliwość  $\omega_0$  do wartości,  $\omega$ , takiej, aby spełniała równanie

$$\Delta I = \frac{E}{R} - \frac{E \omega \cdot C}{\sqrt{\left(\frac{\delta}{\pi}\right)^2 + \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1\right]^2}}$$

albo

$$\Delta I = E \omega_0 C \left\{ \frac{1}{\frac{\delta}{\pi}} - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\delta}{\pi}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)^2}} \right\}$$

w którym

$$\Delta \omega = [\omega_0 - \omega]$$

przy wzięciu pod uwagę, że  $\omega = \omega_0 + \Delta \omega$  oraz

$$\left(\frac{\omega_0 + \Delta \omega}{\omega_0}\right)^2 - 1 = \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)^2 - 1 \cong \frac{2 \Delta \omega}{\omega_0}$$

Biorąc stosunek  $\frac{\Delta I}{I_r}$  otrzymamy

$$\frac{\Delta I}{I_r} = 2 \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{\delta}\right)^2$$

przy założeniu upraszczającym

$$\sqrt{1 + \left(\frac{2 \Delta \omega \pi}{\omega_0 \delta}\right)^2} - 1 \cong \frac{1}{2} \left(\frac{2 \Delta \omega \pi}{\omega_0 \delta}\right)^2$$

Wyznaczymy

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\delta}{\pi}\right) \left(\frac{\Delta I}{I_r}\right)^{1/2}$$

Ten ostatni wzór pokazuje, że czułość falomierza rezonansowego zależy od dwóch czynników

- 1<sup>o</sup> od tłumienia obwodu falomierza  $\left(\frac{\delta}{\pi}\right)$
- 2<sup>o</sup> od względnej czułości wskaźnika  $\left(\frac{\Delta I}{I_r}\right)$ .

Przyjmując dla dobrego falomierza  $\delta = 0,025$ , zaś względną czułość precyzyjnego przyrządu pomiarowego na 0,5% =  $\frac{5}{1000}$ , otrzymamy

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{0,025}{\pi} \sqrt{\frac{5}{1000}} \cong 0,004$$

czyli

$$\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right) = 4 \text{ ‰}$$

czułość w porównaniu ze wskaźnikiem kompensacyjnym niepomernie mniejsza, tembardziej, że wielkość  $\left(\frac{\Delta I}{I_r}\right)$  wchodzi tu pod pierwiastkiem.

## REFERATY.

R. Bureau: Notatki o pewnych anomaljach w rozchodzeniu się fal krótkich. L'Onde Electrique Nr. 61, str. 52.

Francuski Narodowy Urząd Meteorologiczny prowadzi na okrętach Jacques — Cartier od 1924 roku i Jeanne d'Arc od 1925 roku stałe nadawanie komunikatów meteorologicznych na falach krótkich. Obydwa te okręty utrzymują komunikację pomiędzy Francją i wschodnim wybrzeżem Ameryki Północnej oraz Meksykiem. Każdy okręt nadaje kolejno na dwóch falach, jednej o długości powyżej 60 metrów (60 m. lub 75 m.), drugiej krótszej poniżej 32 metrów (32 m. lub 26 m.). Do jesieni 1926 r. doświadczenie stałe pokazywało, że fala dłuższa (60 lub 75 m.) była o wiele lepiej odbierana we Francji podczas nocy, gdy natomiast fala krótsza dawała zadawalające wyniki jedynie na wielkie odległości w dzień lub gdy znaczna część drogi była oświetlona światłem dziennym.

Od miesiąca października jednak wyniki się zmieniły. Fale rzędu 20 do 30 metrów nie dochodzą już do okolic Paryża za wyjątkiem stosunkowo małych odległości (rzędu 1000 km.). Z tego wynika, że fale o długości od 60 do 75 metrów są o wiele odpowiedniejsze nawet w godzinach porannych i popołudniowych. Wyniki te nie są wyjątkowe. Waszyngton (Bellevue NKF) nadaje codziennie o godz. 21 min. 30 C. C. Komunikat meteorologiczny na fali o długości 24,70 m. Komunikat ten był regularnie odbierany w Paryżu w miesiącu wrześniu; od miesiąca października jednak nie można go odebrać.

Skądinąd również donoszą, że odbiór fal o długości rzędu od 25 do 30 m. stał się obecnie w Paryżu bardzo problematycznym.

Byłoby bardzo ciekawe ustalić czy powyższe zjawisko jest charakteru miejscowego czy też ogólnego, szczególnie dla zachodnich wybrzeży Europy.

Francuski Narodowy Urząd Meteorologiczny zwrócił się do pewnych swoich korespondentów a w szczególności do Obserwatorium meteorologicznego w Bergen w Norwegii i Służby meteorologicznej w Rabacie z prośbą systematycznej obserwacji obydwóch fal, na których nadają komunikaty meteorologiczne Jacques — Cartier i Jeanne — d'Arc. Wyniki są następujące. W Bergen Jacques — Cartier jest słyszany na fali 31 metrów lecz nie słychać go na fali 75 metrów.

W Paryżu odwrotnie (Mont — Valerien i Saint — Cyr), odbiór Jacques — Cartier na fali 75 metrów był wyjątkowo regularny. Nie przestano odbierać nawet gdy Jacques — Cartier był przy wybrzeżach Meksyku, choć w latach poprzednich odbiór w tych warunkach stawał się niemożliwy. Natomiast fala 31 metrów dała wyniki wyjątkowo mierne. Podczas powrotu Jacques — Cartier, w styczniu, ani razu nie słyszano w Paryżu nadawania na fali 31 metrów, nawet gdy okręt znajdował się przy wejściu do cieśniny La Manche.

W Rabacie, odbiór fali 31 metrów był możliwy w warunkach podobnych do odbioru fali 75 metrów. O godz. 17 min. 40 fala 31 metrów była słyszana dwa dni dłużej od fali 75 metrów. Wyniki te podobne są do wyników uzyskanych w latach poprzednich w Paryżu.

Wydaje się więc, że zauważone w Paryżu anomalje od miesiąca października 1926 r., posiadają charakter miejscowy, ponieważ na wybrzeżach norweskich i marokańskich żadnych zmian w odbiorze nie zanotowano.

Pozatem zdaje się, że niekorzystna strefa odbioru fal około 30 metrów zwiększa się i pomału ogarnia wybrzeże Marokka. Odbiór stacji Waszyngtońskiej o godz. 21 min. 30 na

fali 24,70 m., który dotychczas odbywał się w Rabacie bez przeszkód od miesiąca grudnia zaczął się znacznie pogarszać i obecnie stał się nieregularny, bardzo słaby (R<sub>1</sub> do R<sub>3</sub>) — prawie nieczytelny.

S. J.

## Informacje.

### LWOWSKA OPERA TRANSMITOWANA PRZEZ „POLSKIE RADJO”.

W sobotę, dnia 10.9, transmitowały z opery lwowskiej radjostacje: Warszawa i Kraków operę „Żydówkę”. Transmisja wypadła świetnie, wobec czego i Poznań usłyszy przez swą stację prawdopodobnie w przyszłości operę lwowską. Jak się dowiadujemy, opera lwowska dała tę transmisję bezpłatnie, co należy wobec trudnych warunków radjofonicznych stacyj nadawczych w Polsce szczególnie podkreślić.

W przyszłości mają być po uruchomieniu radjostacji w Katowicach również transmitowane opery tamtejszego teatru. (Tydz. Radj.).

### KONGRES RADJOTELEGRAFICZNY W WASHINGTONIE.

Dnia 4 października rozpocznie się w Washingtonie międzynarodowy kongres radjotelegraficzny celem opracowania i podpisania nowej konwencji radjotelegraficznej i dołączonego do niej regulaminu. Dotychczas obowiązująca konwencja, podpisana w r. 1912 w Londynie, dawno już nie odpowiada nowoczesnym potrzebom, a kongres w roku 1921 w Paryżu, nie doprowadził do ostatecznych wyników.

Jako przedstawiciel rządu polskiego pojechał do Washingtonu p. inż. Eugenjusz Stalinger, naczelnik wydziału radjokomunikacji w M. P. i T. Zaznaczyć należy, że Polska i Węgry delegowały tylko po jednym przedstawicielu. Pozostałe państwa wysyłają po kilku, a nawet kilkunastu przedstawicieli, wśród nich najwybitniejsze siły naukowe.

## Bibliografia.

„Tydzień Radjowy”. — Nr. 19 tygodnika „Tydzień Radjowy” zawiera następujące prace: Artykuł dyrektora M. Urz. Targów Poznańskich p. M. Krzyżankiewicza p. t.: „Na marginesie Wystawy Radjowej w Poznaniu”, recenzja z koncertu radjowego Ireny Dubiskiej; audycje „mówione” i muzyczna: „Poznań — fala 280,4 m. Wykłady języka francuskiego w „Radjo Poznańskim”; notatki o wystawie radjowej w Berlinie i międzynarodowej konferencji radjowej w Waszyngtonie. Kończy numer dział „nowin radjowych” oraz „kącik radioamatora”. Uzupełnia zeszyt rubryka „nowe wydawnictwa” i zapowiedzi redakcji.

„Tydzień Radjowy”. — Nr. 20 zawiera m. in.: „Jeszcze o Wystawie Radjowej w Poznaniu” Fr. Stefańskiego, „Zabawy królewskie i życie towarzyskie w okresie baroku i rokoka w Polsce”, Audycje muzyczne, Dokończenie noweli Mie-

czyśława Janowskiego p. t.: „Doba przed Mszą”, „Nieśmiertelność w wyobrazeniach Grecji Starożytnej” — prof. W. K. Kozłowski; Pierwsze dwie lekcje systematycznego kursu języka francuskiego prof. Omera Neveux, które z dniem 1 bm. odbywają się przed mikrofonem „R. P.”. Głosy słuchaczy o zmianie fali poznańskiej na 280,4 mtr. Nowiny radjowe. Czasopismo i nowe wydawnictwa radjowe. Nowo zaprowadzony dział rozrywek umysłowych (szarady, lamigłówki i t. p.) ułożone przez p. radcę Marjana Fontanę. Komunikaty Prezydium Radjoklubu Zachodnio - Polskiego i Dyrekcji „R. P.”. Do tego numeru w dziale programowym dołączono po raz pierwszy program Leningradu.

„Tydzień Radjowy”. — Nr. 21, z datą na dzień 11 września b. r. zawiera następujące artykuły i notatki: Dokończenie pracy mecenasa Hanasza p. t.: „Czy właściciel domu może zabronić lokatorowi instalacji anteny?”, streszczenie referatu, wygłoszonego przed mikrofonem przez inż. M. Andrzejewskiego p. t.: „Ochrona zabytków kościelnych”; audycje muzyczne „R. P.”; notatka p. t.: „August Mocny, jako mecenas sztuki”, „Koncert basisty Zygm. Jabłonowskiego”; w dwudziestą rocznicę śmierci Edwarda Griega, dalszy ciąg: trzecia i czwarta lekcja metody praktycznego uczenia się języka francuskiego prof. Omera Neveux'a; Nowiny radjowe; Wyniki dwóch ankiet w sprawie t. zw. „Ciszy radjowej” i umieszczanie programów radjostacyj zagranicznych; Dział rozrywek umysłowych pod redakcją Marjana Fontany, znanego polskiego szaradzysty. — Kończy numer szereg komunikatów Radjoklubu i „Radjo Poznańskiego”.

„Tydzień Radjowy”. Nr. 22 zawiera następujące prace: Dookoła poznańskiej Wystawy Radjowej; Wieczór Edwarda Griega (ku uczczeniu 20-jej rocznicy śmierci); Feljeton Stefana Leacock „Radjo” w tłumaczeniu Henryka Zelskiego; Przesady i zabobony Jugosłowian (z cyklu odczytów Dr. Zofji Kaweckiej w R. P.); Audycje muzyczne R. P. w tygodniu od 18-go do 24-go b. m.; „Aida” (pierwsza transmisja operowa w nowym sezonie we wtorek, dnia 20 b. m.); Omer - Neveux; Metoda praktyczna uczenia się języka francuskiego (lekcje w R. P.); Wystawy radjowe; Perjodyczne zjazdy kierowników radjofonicznych stacyj nadawczych w Polsce; Komunikaty Radjoklubu Zachodnio - Polskiego (Zjazd Delegatów Radjoklubu Z. P., Statut Radjoklubu Z. P., Bezpłatne miejsca na Wystawie Radjowej w Poznaniu dla eksponatów radioamatorów i prośba o gremjalne wzięcie udziału, ta sama prośba do krótkofalowców, którzy również mają bezpłatne miejsca i wezwanie do członków o zapłatę zaległych składek); Od Redakcji (prośba do Radjoklubów o przesyłanie komunikatów i t. p. oraz zapowiedź wydania specjalnego numeru z okazji Wystawy Radjowej w Poznaniu).

Zarząd Stowarzyszenia Radjotechników Polskich otrzymał następujący list od Toruńskiego Koła.

Toruńskie Koło Stowarzyszenia Radjotechników Polskich ma zaszczyt złożyć Szanownemu Zarządowi Stowarzyszenia Radjotechników Polskich w Warszawie serdeczne podziękowanie za Jego przychylną do poczynania naszego Koła i moralne poparcie Pomorskiej Wystawy Radjowej, a W/Panu Profesorowi i Dymitrowi Sokolcowi za łaskawe wygłoszenie zajmujących odczytów z dziedziny radjotelegrafii.

Prawdopodobnie W/Pan Profesor Sokolcew zgodnie z naszą prośbą zreferował Szanownemu Zarządowi o żywym zainteresowaniu się Jego odczytami i wystawą społeczeństwa pomorskiego.

Z głębokim poważaniem za Zarząd

Prezes Józef Zagórski.