

Na prawach rękopisu

INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport serii PRE 58/86

STATECZNOŚĆ CYLINDRYCZNYCH POWŁOK
METALOWYCH SILOSÓW
Z OBWODOWYMI USZTYWNIENIAMI

Eugeniusz HOTAŁA

Praca doktorska

Promotor: doc.dr inż. Zdzisław BODARSKI

Słowa kluczowe: stateczność powłok, silos,
badania modelowe, konstrukcje
metalowe

Wrocław, czerwiec 1986

Mgr inż. Eugeniusz Hotała

Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej

50-377 Wrocław, Pl. Grunwaldzki 11

Raport opracowano w ramach problemu badawczego nr 02004
pod kierunkiem doc.dr inż. Zdzisława Bodarskiego

Raport opracowano w języku polskim

Cel opracowania raportu: praca doktorska

Symbol pracy: S

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictw Instytutu Budownictwa
Politechniki Wrocławskiej dnia1986-06-28.....

SPIS TREŚCI

	str.
1. WPROWADZENIE	5
2. PRZEDMIOT I CEL PRACY	8
3. WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ	10
4. PRZEGLĄD NIEKTÓRYCH ROZWIĄZAŃ TEORII POWŁOK	12
4.1. Powłoka walcowa o ciągłych warunkach brzegowych stałych na całym obwodzie	12
4.2. Ściskana osiowo powłoka walcowa oparta na kilku podporach o skończonej szerokości	20
4.3. Wnioski	21
5. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZYJĘTYCH SPOSOBÓW ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA	23
5.1. Założenia dotyczące obciążeń silosów	23
5.2. Metoda wariacyjna w ujęciu geometrycznym	25
5.3. Badania eksperymentalne	34
5.4. Metody numeryczne.....	35
6. EKSPERYMENTALNE BADANIA STATECZNOŚCI OSIOWO-ŚCISKANYCH POWŁOK CYLINDRYCZNYCH	37
6.1. Opis stanowiska do badań modelowych	37
6.2. Badania materiałowe	38
6.3. Podstawowe charakterystyki modeli	39
6.4. Przebieg badań	44
6.5. Wybrane charakterystyki $N-\Delta$	44
6.6. Zestawienie podstawowych wyników badań	45
6.7. Wnioski	53

7. STATECZNOŚĆ OSIOWO-ŚCISKANEJ POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ Z PIERŚCIENIAMI OBWODOWYMI	56
7.1. Założenia	56
7.2. Parametr naprężeń krytycznych dla powłok krótkich	59
7.3. Wpływ skończonej sztywności pierścieni	70
7.4. Wpływ południkowego obciążenia powierzchniowego	83
7.5. Wnioski	92
8. STATECZNOŚĆ OSIOWO-ŚCISKANEJ POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ OPARTEJ NA KILKU PODPORACH O SKOŃCZONEJ SZEROKOŚCI ..	95
8.1. Wprowadzenie	95
8.2. Południkowa reakcja krytyczna podpory o małej szerokości	98
8.3. Wpływ sztywności pierścienia podporowego na war- tość krytycznej reakcji podpory	107
8.4. Wpływ szerokości podpory i rozwiązań konstrukcyj- nych na wartość reakcji krytycznej	116
8.5. Wnioski	125
9. WNIOSKI KOŃCOWE	127
10. WYKAZ LITERATURY	129

1. WPROWADZENIE

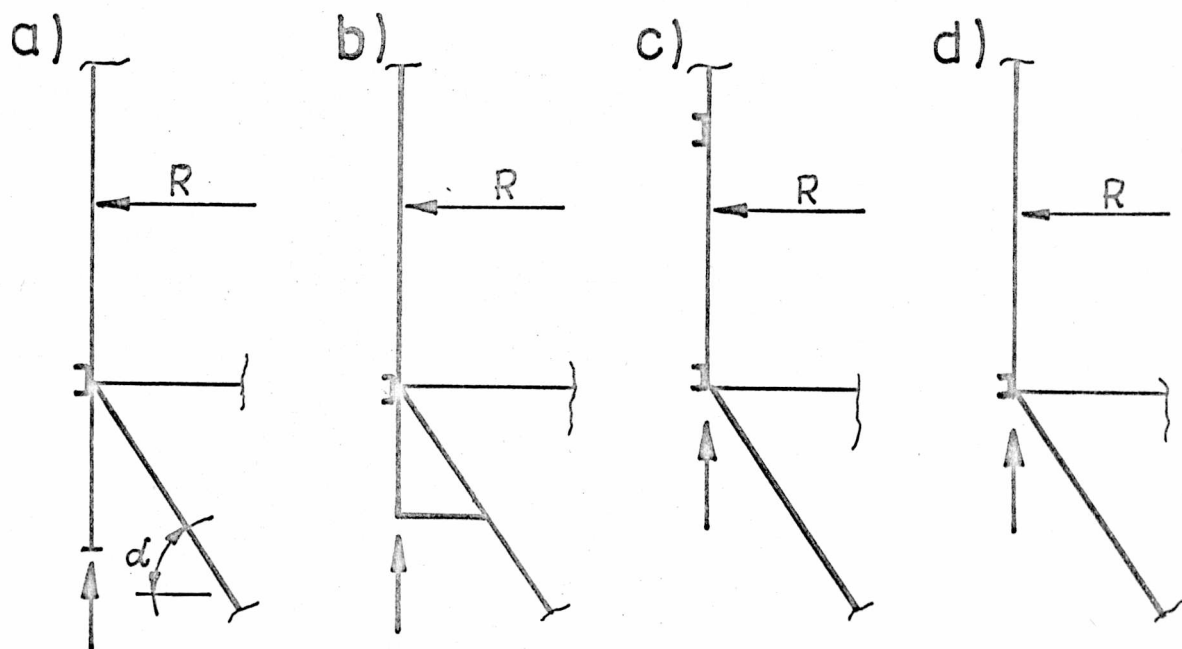
Konstrukcje obiektów różnią się często od wyidealizowanych modeli i schematów teoretycznych. W praktyce stosuje się z reguły bezpieczne oszacowania nośności elementów konstrukcyjnych, uwzględniając różnorodne odstępstwa od modelu teoretycznego. Bywają jednak przypadki, gdy różnice między obiektem a modelem teoretycznym są na tyle istotne, że stosowanie pełnej odpowiedniości budzi wątpliwości. Sytuacja ta dotyczy często cienkościennej metalowej konstrukcji powłokowych. W takich konstrukcjach czynnikiem decydującym o nośności jest z reguły kryterium stateczności. Różnorodne imperfekcje geometryczne, złożone warunki brzegowe i szczególnie sposób obciążenia wpływają wyraźnie na nośność krytyczną tych powłok. Wpływ ten może być na tyle istotny, że zachodzi potrzeba korygowania modeli teoretycznych, bowiem dotychczas znane okazują się mało precyzyjne.

W silosach metalowych stosuje się gładkie lub uźebrowane powłoki cylindryczne. O nośności tych obiektów decyduje najczęściej nośność cylindrycznej powłoki płaszcza w strefie przypodporowej. W tej strefie występują bowiem ekstremalne wartości sił wewnętrznych, wywołane specyficznym obciążeniem od materiału wypełniającego silos. W przypadku oparcia silosu na słupach wartości tych sił są lokalnie zwielokrotniane.

W praktyce występuje wiele różnych rozwiązań konstrukcyjnych powłok w strefie przypodporowej.

Większość tych rozwiązań można zaszeregować do jednego z czterech przypadków pokazanych na rys. 1.1.

Przedstawiony rysunek nie obejmuje silosów uźebrowanych podłużnie, które nie są przedmiotem niniejszej pracy.



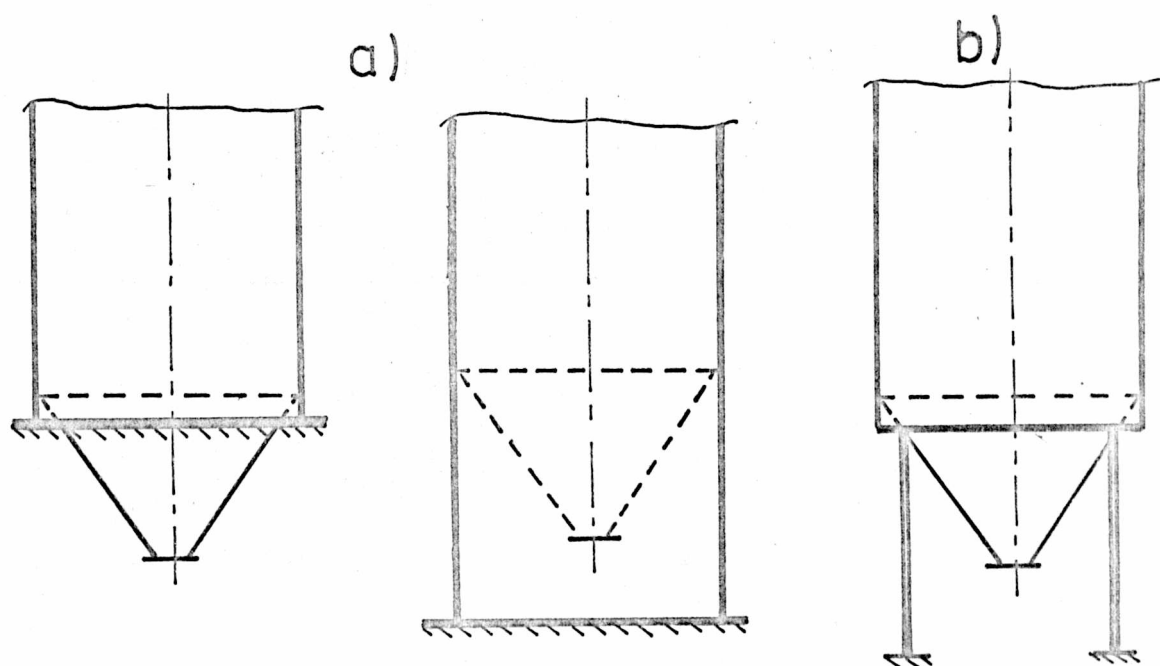
Rys. 1.1. Wybrane rozwiązania konstrukcyjne powłok silosów metalowych w strefie oparcia

Wyróżnia się dwa sposoby oparcia cylindrycznej powłoki silosu:

- ciągle obwodowe oparcie na fundamencie o stałej podatności (rys. 1.2a),
- oparcie w kilku punktach obwodu na podporach o jednakowej podatności i skończonej szerokości (rys. 1.2b).

W pracach [5, 17] wykazano, że podporowe pierścienie nie wpływają w sposób istotny na zmniejszenie lokalnych spiętrzeń sił wewnętrznych w powłoce silosu opartego na słupach. Rozwiązania takie odpowiadają przypadkowi z rys. 1.2b.

Jeśli zastosowane pierścienie obwodowe mają odpowiednią sztywność, pozwalającą traktować je jako płaskie przepony, to w przypadku niewielkiego ich wzajemnego oddalenia powłokę między nimi można traktować jako powłokę krótką. Nośność takiej powłoki przy osiowym ściskaniu zależy od jej długości i jest wyższa niż w przypadku powłok długich; powłoki długie są przedmiotem większości znanych teorii powłok.



Rys. 1.2. Sposoby oparcia silosu

Powłoki cylindryczne występujące w silosach charakteryzują się złożonymi warunkami brzegowymi i specyficznym obciążeniem. Znane rozwiązania teoretyczne nie obejmują w pełni tej złożoności. Stąd też istnieje potrzeba dalszych badań nad statecznością powłok występujących w silosach metalowych. Silosy te są bowiem stosowane masowo w wielu gałęziach przemysłu, a niedostatki teorii nośności takich konstrukcji są przyczyną uszkodzeń i awarii wielu obiektów [3, 7, 27].

2. PRZEDMIOT I CEL PRACY

Przedmiotem pracy są badania stateczności cylindrycznych cienkościennych powłok metalowych, stanowiących elementy konstrukcyjne przypodporowych stref silosów. Analizuje się pojedyncze silosy metalowe bez pionowych żeber podłużnych, oparte na całym obwodzie lub oparte za pośrednictwem pierścienia na słupach.

Badania mają na celu:

- określenie wpływu wzajemnej odległości płaskich przepon na wartość krytycznych południkowych naprężeń w powłoce cylindrycznej,
- określenie wpływu sztywności pierścieni obwodowych (w swojej płaszczyźnie) na wartość krytycznych naprężeń południkowych cylindrycznych powłok silosu,
- wyznaczenie wartości krytycznej pionowej reakcji słupa N_{kr} z kryterium lokalnej stateczności przypodporowej strefy powłoki cylindrycznej silosu opartego na słupach,
- określenie wpływu sztywności giętno-skrętnej pierścienia podporowego na wartość N_{kr} ,
- określenie wpływu szerokości głowicy słupa oraz sposobu połączenia słupa z powłoką na wartość N_{kr} .

W badaniach wykorzystano znane sposoby badania stateczności powłok, a uzyskane wyniki zweryfikowano badaniami doświadczalnymi modeli powłok cylindrycznych.

Sformułowano następujące tezy pracy:

1. Wpływ sztywności i wzajemnej odległości obwodowych pierścieni na wartość krytycznych południkowych naprężeń w cylindrycznej powłoce silosu metalowego jest istotny. Zagadnienie stateczności

takiej powłoki rozpatrywać należy przez analogię do cylindrycznych powłok krótkich.

2. W badaniach stateczności przypodporowych stref cylindrycznych powłok metalowych silosów opartych na słupach należy przyjąć taki model teoretyczny utraty stateczności, któremu odpowiada prawie izometryczne przekształcenie powierzchni środkowej przypodporowego fragmentu powłoki.
3. W cylindrycznym silosie metalowym wartość krytycznej pionowej reakcji słupa N_{kr} , wyznaczonej na podstawie kryterium lokalnej stateczności przypodporowej strefy cylindrycznej powłoki, zależy od geometrii powłoki sztywności giętno-skrętnej pierścienia podporowego, szerokości głowicy słupa oraz od sposobu połączenia słupa z pierścieniem podporowym.

3. WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- R - promień powłoki cylindrycznej
- t - grubość powłoki
- L - długość powłoki
- L_1 - odległość między pierścieniami obwodowymi
- s - szerokość podpory (głowicy słupa) mierzona po łuku
- J_1 - moment bezwładności przekroju pierścienia względem osi leżącej w płaszczyźnie pierścienia
- J_2 - moment bezwładności przekroju pierścienia względem osi prostopadłej do płaszczyzny pierścienia
- J_s - moment bezwładności Saint-Venanta przekroju pierścienia
- E - współczynnik sprężystości podłużnej materiału powłoki
- G - współczynnik sprężystości poprzecznej
- ν - współczynnik Poissona
- $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ - sztywność zginania powłoki
- P - całkowita ściskająca siła osiowa
- N_{kr} - obliczeniowa wartość krytycznej reakcji pojedynczej podpory na powłokę walcową
- $\bar{\sigma}_{kr}$ - wartość krytycznych naprężeń południkowych w ściskanej osiowo powłoce walcowej
- $\bar{\sigma}_{kr}$ - obliczeniowa wartość naprężeń krytycznych $\bar{\sigma}_{kr}$
- η - bezwymiarowy parametr naprężeń krytycznych
- $\eta_g = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}$ - górna teoretyczna wartość parametru η
- η_d - dolna wartość parametru η
- η_o - obliczeniowa wartość parametru η

- Δ - wzajemne zbliżenie brzegów (skrócenie) powłoki
- n - liczba fal w kierunku obwodowym
- n_o - obliczeniowa wartość liczby fal obwodowych
- l_x - długość półfali w kierunku tworzącej powłoki
- l_y - długość półfali w kierunku obwodowym
- $\gamma = \frac{l_y}{l_x}$ - współczynnik geometrii fali
- γ_o - obliczeniowa wartość współczynnika γ
- f_o - wartość lokalnych wgnieceń powłoki (imperfekcji) mierzonych w kierunku promieniowym
- m - liczba podpór (słupów)
- γ - ciężar objętościowy materiału wypełniającego silos
- p_h - wartość poziomego naporu na ściany silosu
- p_v - wartość pionowego naporu

4. PRZEGLĄD NIEKTÓRYCH ROZWIĄZAŃ TEORII POWŁOK

4.1. Powłoka walcowa o ciągłych warunkach brzegowych stałych na całym obwodzie

W opublikowanych 70 lat temu pracach Lorenza [24] i Timoszenki [33] opisano badania osiowo-symetrycznej formy utraty stateczności cylindrycznych powłok ściskanych osiowo. Ustalono wtedy następujące wyrażenie na wartość naprężeń krytycznych:

$$\sigma_{kr} = \eta \cdot E \cdot \frac{t}{R}, \quad \dots(4.1)$$

przy czym parametr η określono w postaci wyrażenia:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{3(1 - \nu^2)}}, \quad \dots(4.2)$$

które dla $\nu = 0,3$ daje $\eta = 0,605$.

Eksperymenty i późniejsze badania wykazały, że taka forma utraty stateczności możliwa jest tylko poza granicą plastyczności. Dla cienkich powłok charakterystycznym zjawiskiem jest natomiast przeskok, doprowadzający do powstania kilku zamkniętych obwodowych pasów wgnieceń przypominających swą geometrią struktury romboidalne.

Analiza utraty stateczności związanej z przeskokiem wymaga z reguły zastosowania równań teorii nieliniowej. Większość opracowań wykorzystujących tę teorię stosuje nieliniowe równania wprowadzone dla powłoki walcowej przez Donnella [11] i Własowa [36]. Pierwsze nieliniowe rozwiązanie zagadnienia uzyskali Karman i Tsien [23] w 1941 r. Zastosowana przez nich procedura, zwa-

na później procedurą Donnella-Karmana, polegała na wykorzystaniu równań Donnella, w których radialne przemieszczenia "w" powłoki aproksymowane były szeregiem trygonometrycznym w postaci:

$$w = f_0 + f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \cdot \sin \frac{ny}{R} + f_2 \left(\cos \frac{2m\pi x}{L} + \cos \frac{2ny}{R} \right) \dots (4.3)$$

Na podstawie otrzymanego równania funkcji naprężeń obliczono energię sprężystą zgromadzoną w układzie i z warunku jej stacjonarności określono zależność między siłami a odkształceniami.

Procedura ta była stosowana w wielu późniejszych pracach, a różnice między poszczególnymi rozwiązaniami polegały w zasadzie na różnym doborze wartości współczynników i uwzględnieniu różnej liczby wyrazów szeregu trygonometrycznego:

$$w = \sum_i \sum_j f_{ij} \cos \frac{i\pi x}{l_x} \cos \frac{j\pi y}{l_y}, \dots (4.4)$$

aproksymującego radialne przemieszczenia punktów powierzchni środkowej. We wzorach (4.3) i (4.4) wielkości n, m oraz i, j oznaczają liczbę fal w kierunku obwodowym i podłużnym, a współrzędne prostokątne oznaczono przez x i y.

Badania prowadzone przedstawioną wyżej metodą wykazały, że przy zwiększaniu liczby wyrazów szeregu (4.4) otrzymuje się na ogół coraz mniejsze wartości parametru η_d . Hoff i inni [18] uzyskali np. wartość $\eta_d = 0,0856 \pm 0,0427$ oraz wykazali, że $\eta_d \rightarrow 0$, gdy ilość wyrazów szeregu (4.4) dąży do nieskończoności.

Dolna granica wartości η_d uzyskiwanych z badań eksperymentalnych jest rzędu $\eta_d = 0,08 \pm 0,10$, natomiast górna granica η_g zbliża się niekiedy do wartości teoretycznej $\eta_g = 0,605$, choć z reguły nie przekracza wartości $\eta_g = 0,40$.

Analiza zjawiska przeskoku związana jest z koniecznością wykorzystania teorii dużych ugięć. Prowadzi więc do znacznych komplikacji teoretycznych i technicznych. Możliwości elektronicznej techniki obliczeniowej są teoretycznie ogromne, lecz praktyczne wykorzystanie tej techniki nie zawsze jest w pełni możliwe.

Stosunkowo dobre rezultaty i uproszczenie procedury uzyskano rozpatrując problem od strony geometrycznej. Główne założenie tzw. metody geometrycznej badania stateczności powłok polega na tym, że przeskok związany jest ze znacznymi lecz ograniczonymi przemieszczeniami punktów powierzchni środkowej powłoki. W związku z tym przebieg procesu wyboczenia ma charakter zginania geometrycznego, które w końcowej fazie procesu doprowadza powłokę do formy bardzo bliskiej jej izometrycznemu przekształceniu. Forma ta i jej podstawowe właściwości opisywana jest tzw. modelem Yoshimury [39].

Teorię stateczności powłok w ujęciu geometrycznym rozwinął Pogoriełow [28], a znacznie udoskonalił Szyszkowski [31]. Dalsze udoskonalenie tej teorii oraz zastosowanie jej do różnorodnych przypadków obciążenia powłok, przy uwzględnieniu pewnych imperfekcji, geometrii powłoki oraz właściwości sprężystych i plastycznych materiału, jest przedmiotem pracy Sierowa [29]. Numeryczne rozwiązanie tego zagadnienia dla klasycznych i nietypowych powłok podali natomiast Almroth i Brogan [2].

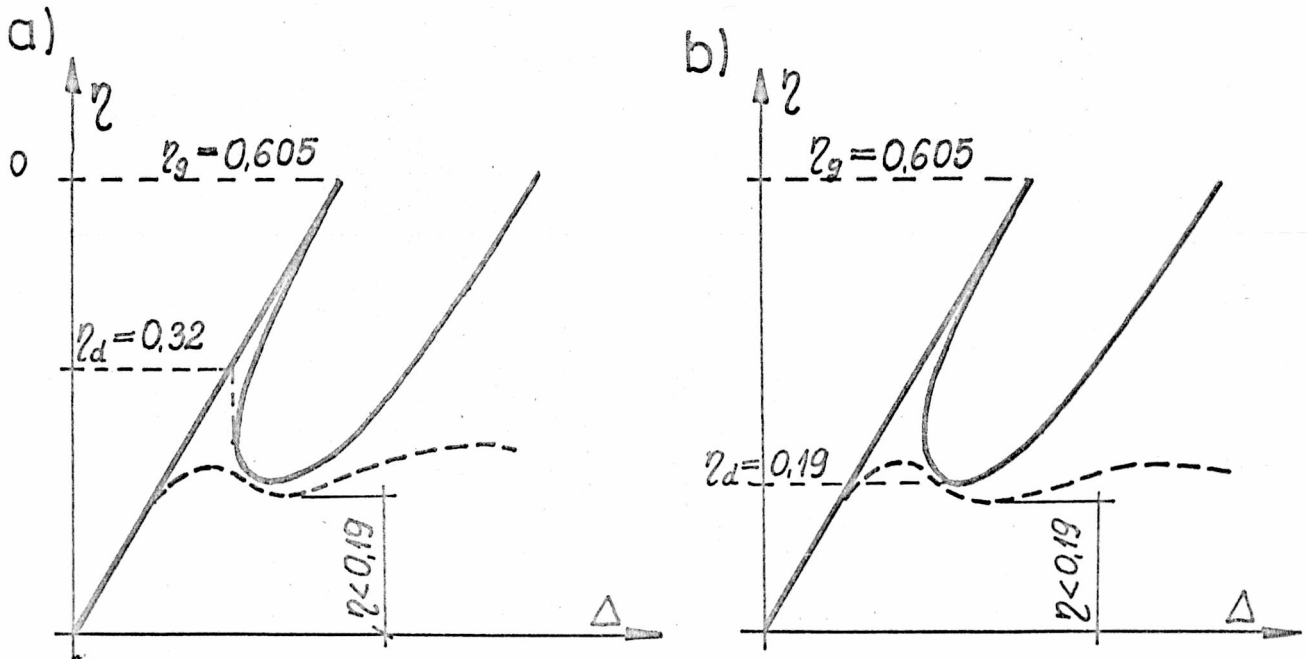
Badanie zjawiska utraty stateczności metodą geometryczną jest związane z potrzebą określenia zjawisk zachodzących od momentu osiągnięcia górnej wartości naprężeń krytycznych do chwili osiągnięcia przez powłokę pierwszej statecznej postaci równowagi. Proces ten rozpoczyna się od powstania pewnej liczby fal obwodowych "n", odpowiadającej rozwiązaniu liniowemu. W bardzo krótkim

czasie następuje wiele przeskoków geometrycznej siatki wyboczeniowej, którym towarzyszy zmniejszanie się liczby fal "n" wraz ze wzrostem skrócenia powłoki Δ . Proces ten, niezauważalny gołym okiem, kończy się z chwilą osiągnięcia takiej liczby fal "n", której odpowiada pierwsza stateczna postać równowagi. Dalszy nieznaczny wzrost skrócenia Δ powoduje zmniejszenie się wartości "n" o 1 wraz z niewielkim wzrostem η . Przy dalszym wzroście Δ zmniejsza się w dalszym ciągu wartość "n", lecz następuje spadek η . Teoretycznie najmniejsza wartość "n" wynosi: $n_{\min} = 2$, lecz praktycznie proces ten zostaje zahamowany dla $n = 7 \div 12$. Jest to związane z osiągnięciem naprężeń plastycznych na liniach załamów romboidalnej siatki wgnieceń, blokujących dalsze przeskoki.

Takie zachowanie powłok jest uzasadnione teoretycznie i potwierdzają go również prace Tennysona [32] oraz Esslinger i Geiera [13], w których przebieg procesu wyboczenia fotografowano szybkimi kamerami filmowymi.

Osobliwości zjawiska przeskoku wywołały dyskusje nad właściwym kryterium przy sprawdzaniu stateczności powłok. Wielu autorów jest zdania, że podstawą oceny stateczności powłok powinna być wartość η_d , która daje bezpieczne oszacowanie nośności powłoki. Brzoska [10] wykazał, że dla przypadku obciążenia osiowego powłoki z kontrolowanym skróceniem Δ , teoretyczna wartość η_d wynosi $\eta_d = 0,32$. W przypadku gdy skrócenie powłoki nie jest ograniczone, parametr ten przyjmuje wartość $\eta_d = 0,19$ (por. rys. 4.1).

Badania Hoffa [18] oraz innych autorów wykazały, że teoretyczna wartość η_d dąży do zera, co powoduje, że ocena stateczności powłoki na podstawie η_d może być znacznie zaniżona, a więc

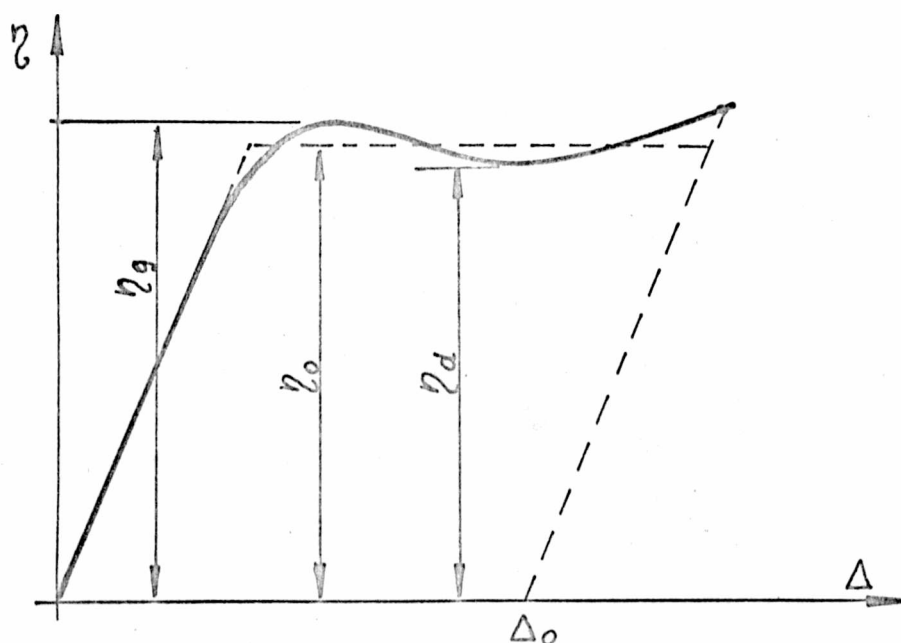


Rys. 4.1. Warianty przeskoku osiowo-ściskanej powłoki walcowej
a) kontrolowane skrócenie Δ , b) nie ograniczane Δ ,
----- powłoka rzeczywista, ——— powłoka idealna

niewiarygodna.

Niektórzy autorzy, a wśród nich Wolmir [37] i Kan [21], prezentowali pogląd, że w ocenie tej należy przyjmować górną wartość η_g , obliczoną przy uwzględnieniu wszystkich możliwych imperfekcji i czynników obniżających tę wartość. Niedogodność tego podejścia przejawia się w zbyt dużej czułości η_g na wszelkie losowe wymuszenia. Ponadto uwzględnienie różnorodnych imperfekcji przy określaniu η_g jest dotychczas na drodze teoretycznej prawie nieosiągalne.

Inne bardzo praktyczne podejście do problemu oceny stateczności powłoki zaproponował Sierow [29]. Podstawą jego rozważań było przyjęcie założenia, że przy różnorodnych i znacznych imperfekcjach utrata stateczności powłoki następuje bez klasycznego przeskoku, lub, że przeskok jest znacznie zredukowany /rys.4.2/.



Rys. 4.2. Model utraty stateczności bez przeskoku
 Δ_0 - skrócenie Δ w pełnym cyklu izometrycznego przekształcenia powłoki,
 η_0 - obliczeniowa wartość parametru naprężeń krytycznych

Taki quasistatyczny model przebiegu procesu wyboczenia potwierdzany jest w pracach Wolmira [37], Allena i Bulsona [1] oraz innych autorów. Obserwacje zachowania się konstrukcji rzeczywistych również potwierdzają ten model.

Przyjęcie wspomnianego założenia pozwoliło Sierowowi na określenie naprężeń krytycznych na podstawie średniej nośności układu. Wartość średnich naprężeń krytycznych i średniego parametru η_0 jest obliczana z warunku równości przyrostu energii potencjalnej powłoki i pracy obciążeń zewnętrznych w pełnym cyklu izometrycznego przekształcenia.

Wykorzystując metodę energetyczną, Sierow otrzymał następujące wyrażenie na obliczeniową wartość parametru naprężeń krytycznych:

$$\eta_0 = 0,118(2\sqrt{f} + \frac{1}{\sqrt{f}}) \cdot n \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \frac{n^2}{\sqrt{f}^2} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots(4.5)$$

Do zależności (4.5) w miejsce "n" podstawiał Sierow obliczeniową wartość liczby fal obwodowych n_0 , określoną na podstawie wyników badań eksperymentalnych zamieszczonych m.in. w pracy [37]. Podstawą do ustalenia wartości n_0 był warunek, aby dla $n=n_0$ wartość η_0 obliczona ze wzoru (4.5) odpowiadała wartościom minimalnym uzyskiwanym w badaniach eksperymentalnych.

Warto również podkreślić, że dla ustalonych przez Sirowa parametrów $\sqrt{f} = 0,92$ i $n_g = \sqrt{R/t}$, górna wartość parametru η_0 wynosi $\eta_g = 0,392$. Analiza eksperymentalnych danych zamieszczonych m.in. w pracach [9, 29, 34, 37] pozwala stwierdzić, że jest to górne oszacowanie eksperymentalnych wartości η . Wartości obliczeniowe η_0 są bardzo bliskie parametrom η ustalonych w rezultacie statystycznego opracowania licznych danych eksperymentalnych [38], stosowanych dość powszechnie w praktyce. Metoda statystyczna nie pozwoliła jednak jak dotąd na jakościowe ujęcie innych czynników oprócz geometrii powłoki R/t . Przedstawione wyżej rozwiązania mogą być przydatne w analizie stateczności powłok silosów cylindrycznych tylko w ograniczonym zakresie. Dostępna literatura słabo naświetla przypadek obciążenia powłoki siłami podłużnikowymi rozłożonymi na jej powierzchni. Ponadto rozwiązania prowadzone są z reguły przy założeniach, że długość powłoki spełnia warunek $L \gg 2l_x$, a warunki zamocowania powłoki na brzegu nie wpływają w istotny sposób na wartość η .

W analizowanej strefie przypodporowej silosu stosuje się często dość sztywne, położone blisko siebie, pierścienie obwodowe. Jeśli sztywność tych pierścieni pozwala na traktowanie ich jako płaskich przepon, a ich wzajemna odległość $L_1 < 2l_x$, to

w analizie stateczności tej strefy należy wykorzystać teorię powłok krótkich. Pogląd ten został zaprezentowany w pracy [4].

Teoria stateczności powłok krótkich jest rozwijana przez niewielu autorów, a spotykane prace nie ujmują kompleksowo tej problematyki. Pierwsza znana praca z tej dziedziny opublikowana została w 1939 r. przez Kanemitsu i Nojime [22]. Wykorzystując wyniki własnych eksperymentów ustalili oni następującą zależność na parametr η , uwzględniającą wpływ długości powłoki:

$$\eta = 9 \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{0,6} + 0,16 \left(\frac{R}{L}\right)^{1,3} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{0,3} \quad \dots(4.6)$$

Badania eksperymentalne Weingartena, Morgana i Seidego [34] również wykazały znaczący wzrost parametru η dla $L/R < 1$, a zależność tę opisuje wzór:

$$\eta = 0,606 - 0,546 \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{1}{16} (R/t)^{1/2} \right] \right\} + 0,9 \left(\frac{R}{L} \right)^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(4.7)$$

Neufville i Connor [26] prowadzili badania modeli powłok krótkich wykonanych z żywic, a ich rezultatem była zależność:

$$\eta \approx 2,7 \cdot \sqrt[4]{\frac{R}{t}} \cdot \sqrt{\frac{R}{L}}, \quad \dots(4.8)$$

Zależność powyższa może stanowić podstawę do określenia parametru η . Wpływ lokalnych deformacji f_0 powierzchni powłoki na wartość parametru η , dla pewnych stosunków L/R w powłoce krótkiej, badali Narasimhan i Hoff [25]. Syntetyczne ujęcie rozwiązań stateczności cylindrycznych powłok z usztywnieniami przedstawili natomiast Allen i Bullson [1]. Zagadnienia konstrukcyjne i teoretyczne takich powłok szczególnie w odniesieniu do zbiorników na ciecze i gazy badał także Ziółko [40].

4.2. Ściskana osiowo powłoka walcowa oparta na kilku podporach o skończonej szerokości

Zagadnienie lokalnej stateczności cylindrycznych powłok, w strefach bezpośredniego oddziaływania skupionych reakcji od podpór, nie jest jak dotąd zadowalająco rozwiązane. W dostępnej literaturze rozpatruje się na ogół jedynie komplikacje stanu naprężeń w powłokach w bezpośrednich strefach oparcia na podporach. Zagadnienie takie rozwiązuje m.in. Flügge [14]. W pracy tej nie uwzględniano roli pierścienia podporowego w pewnym ograniczeniu ekstremalnych wartości sił wewnętrznych w powłoce.

W ostatnim czasie ukazało się kilka prac dotyczących tego zagadnienia, zainspirowanych powtarzającymi się przypadkami awarii cylindrycznych silosów i zbiorników metalowych opartych na słupach. Problematyką ustalenia rzeczywistego przebiegu sił wewnętrznych w konstrukcjach powłokowych (silosy, zbiorniki) opartych na słupach zajmowali się: Greiner [16,17], Ory, Reimerdes i Tritsch [27] oraz Bodarski, Hotała i Pasternak [7,8].

Wyznaczenie ekstremalnych wartości sił wewnętrznych w strefie podporowej może stanowić podstawę oceny nośności powłoki; o nośności tej decyduje z reguły warunek stateczności lokalnej.

Wartość naprężeń krytycznych w tym przypadku może być określona tak jak dla klasycznych powłok długich i porównywana z ekstremalnymi wartościami naprężeń południkowych w strefie przypodporowej. Takie podejście do stateczności lokalnej prezentowali w swej pracy Bodarski i Czapliński [3], uwzględniając przy tym wpływ rozwiązań konstrukcyjnych oparcia silosu na wartość σ_{kr} w płaszczu. Sposób ten pozwala na bezpieczne, choć zaniżone,

oszacowanie wartości $\bar{\sigma}_{kr}$, pomijając wpływ sztywności pierścienia i ograniczonego zasięgu zaburzeń brzegowych sił wewnętrznych na wartość południkowych naprężeń krytycznych.

Próba oszacowania tego wpływu prezentowana jest w pracach [4,5]. Zastosowano tam podejście uwzględniające fakt, że zmiana konfiguracji powłoki w czasie wyboczenia jest ograniczona bezpośrednim sąsiedztwem pierścienia podporowego, który jest potraktowany jako płaska przeponowa brzegowa cylindrycznej powłoki płaszcza silosu. Takie traktowanie problemu wykazuje dużą analogię do stateczności powłok krótkich, w których przepony brzegowe wpływają istotnie na przebieg procesu utraty stateczności i wartość parametru η .

4.3. Wnioski

Przegląd niektórych rozwiązań bogatej literatury dotyczącej teorii stateczności powłok walcowych wskazuje na to, że znane rozwiązania dotyczą na ogół powłok idealnych, o niezbyt skomplikowanych warunkach brzegowych. Rzeczywiste warunki oparcia powłok silosów i zbiorników odbiegają znacznie od założeń przyjmowanych w dotychczasowej teorii.

Słabo naświetlany jest również wpływ usztywnień obwodowych (pierścieni) i charakterystycznego sposobu obciążenia płaszcza silosu na wartość południkowych naprężeń krytycznych $\bar{\sigma}_{kr}$.

Ocena stateczności lokalnej cylindrycznych powłok silosu opartego na słupach, wykorzystującą kryterium ekstremalnych wartości naprężeń, jest uciążliwa, a otrzymane wyniki zaniżają rzeczywistą nośność powłoki. O stateczności powłoki w strefie podporowej nie decydują jedynie ekstremalne wartości sił wewnętrz-

nych, lecz ogólny bilans energii potencjalnej układu: powłoka, pierścień i podpora.

Istnieje więc potrzeba dalszych badań teoretycznych i eksperymentalnych dotyczących przedstawionych wyżej zagadnień. Potrzeba ta ma zarówno cel poznawczy jak i praktyczny i jest postulowana w wielu pracach [3, 8, 13, 15, 16, 17, 19, 27].

5. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZYJĘTYCH SPOSOBÓW ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA

5.1. Założenia dotyczące obciążeń silosów

Stan obciążenia silosów w czasie ich eksploatacji bywa na ogół bardzo złożony. Istotnym problemem budzącym ciągłe kontrowersje jest zagadnienie wyznaczania naporu materiału wypełniającego na ściany silosów. Zjawiska zachodzące w czasie eksploatacji komór silosów dotyczą dwóch zasadniczych stanów:

- stanu statycznego, w którym napory zależą tylko od właściwości materiału wypełniającego,
- stanu kinetycznego, w którym zjawiska ruchu ośrodka sypkiego w czasie napełniania i opróżniania komór mają znaczący wpływ na wartość naporów.

Stan statyczny zjawisk zachodzących w komorach silosów badało wielu autorów, lecz nie wszystkie teorie znalazły praktyczne uznanie. Dość powszechnie stosuje się teorię Janssena [38] i metody z niej wynikające.

Zjawiska kinetyczne zachodzące w czasie ruchu ośrodka sypkiego są przedmiotem aktualnych badań wielu ośrodków badawczych, w tym także zespołów Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej.

Niezależnie jednak od przyjęcia tej lub innej teorii naporu materiału wypełniającego, stan obciążenia cylindrycznej powłoki silosu (płaszcz) określają następujące obciążenia pionowe (rys. 5.1a):

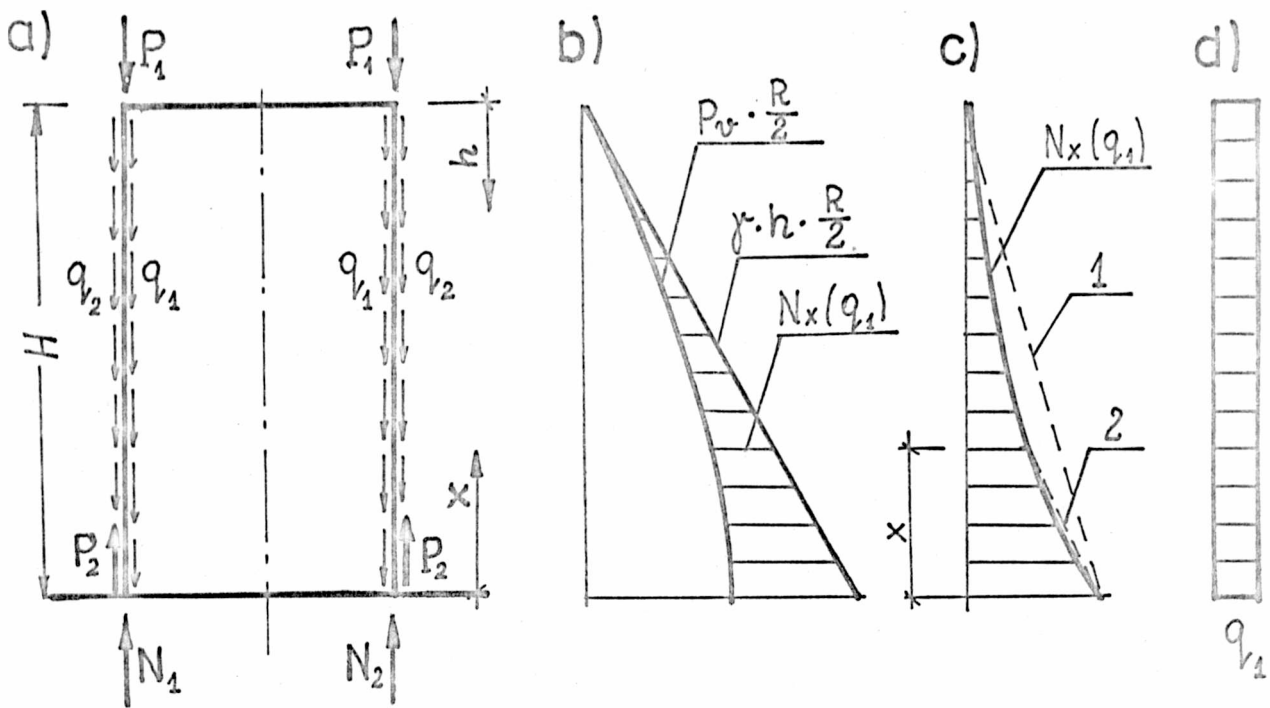
- obciążenie powierzchniowe od materiału wypełniającego q_1 ,

- obciążenie powierzchniowe od ciężaru własnego powłoki q_2 ,
- obciążenie ciężarem konstrukcji dachu i śniegu P_1 ,
- reakcje od konstrukcji podpierającej wywołane poziomymi obciążeniami silosu od wiatru oraz wpływów sejsmicznych lub parasejsmicznych P_2 .

Składowa siły południkowej N_x w płaszczu na poziomie h , pochodząca od materiału wypełniającego, określana jest zależnością:

$$N_x(q_1) = (\gamma \cdot h - p_v) \cdot \frac{R}{2} \quad \dots(5.1)$$

Na rys. 5.1b i 5.1c pokazano zmianę wartości siły $N_x(q_1)$ wzdłuż pobocznic silosu.



Rys. 5.1. Pionowe obciążenia cylindrycznego płaszcza silosu
 N_1, N_2 - całkowite reakcje od konstrukcji podpierającej

W badanej strefie podporowej zasadniczymi obciążeniami powłoki są pionowe reakcje N_1 i N_2 . Obecność pierścienia minimalizuje bowiem wpływy lokalnych obciążeń zewnętrznych od wiatru, a

wewnętrzny napór od materiału wypełniającego ma korzystny wpływ na wartość południkowych naprężeń krytycznych $\bar{\sigma}_{kr}$. Wpływ ten był badany przez wielu autorów [1, 3, 29, 37], a otrzymane wyniki nie budzą większych kontrowersji.

Nieco inaczej przedstawia się sytuacja w przypadku występowania ujemnego naporu wewnętrznego (podciśnienie) lub występowania ściskających naprężeń obwodowych $\bar{\sigma}_\phi$ wywołanych np. reakcjami odleja. Badania tych zagadnień są dość powszechnie znane. Zależności interakcyjne dla przypadku równoczesnego ściskania południkowego i ściskania obwodowego podają m.in. Allen i Bulson [1], Weingarten i Seide [35], Sierow [29] oraz Bodarski i Hotała [6].

Przedmiotem niniejszej pracy jest tylko pierwszy składnik tych zależności, dotyczący ściskania południkowego.

5.2. Metoda wariacyjna w ujęciu geometrycznym

5.2.1. Podstawy metody

W analizie sprężystych pokrytycznych stanów powłoki wykorzystano zasadę wariacyjną Lagrange'a. Zgodnie z tą zasadą warunkiem koniecznym statycznego kryterium stanu krytycznego jest zerowanie się pierwszej wariacji całkowitej energii potencjalnej V :

$$\delta V = 0, \quad \dots (5.2)$$

przy czym:

$$V = L_e - L_z \quad \dots (5.3)$$

W badanym przypadku przyjęto:

L_e - całkowita energia potencjalna odkształcenia sprężystego powłoki, powstała w wyniku pełnego cyklu izometrycznego

przekształcenia powłoki,

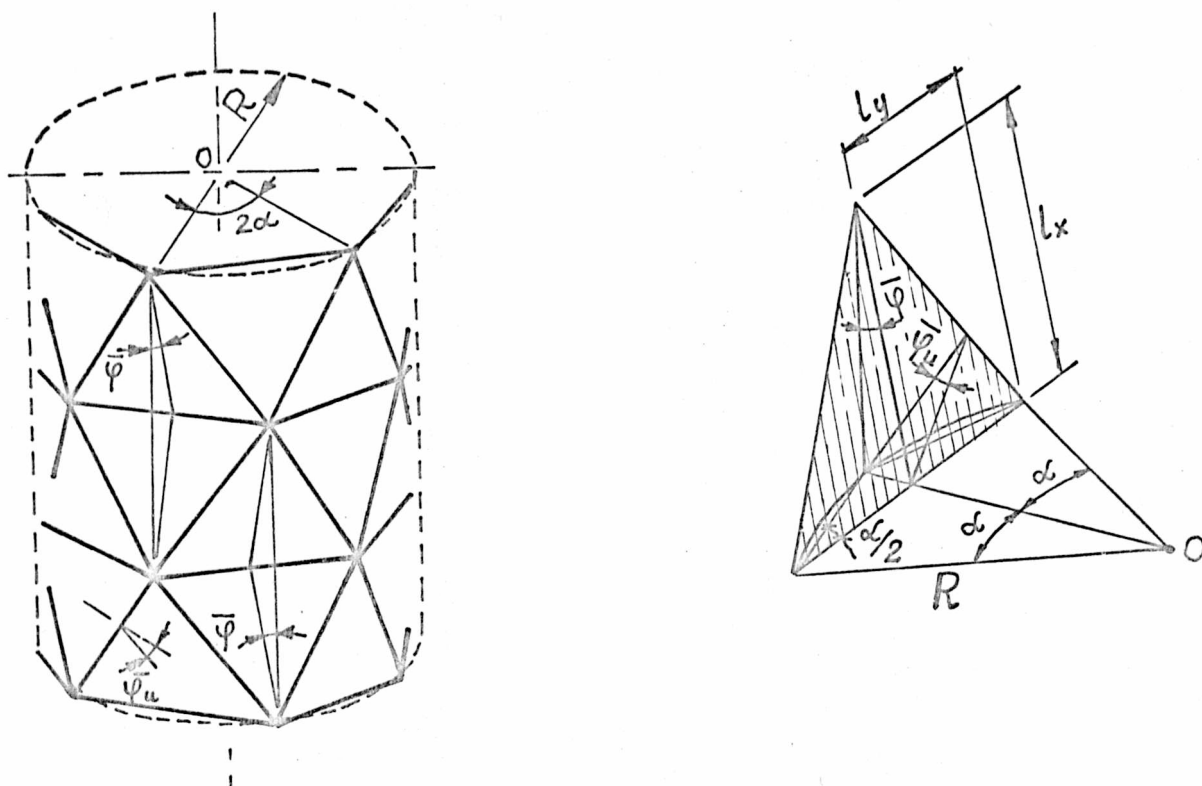
L_z - praca sił zewnętrznych P odpowiadająca temu przekształceniu.

Opisując powierzchnię powłoki po przekształceniu jako funkcję skończonej liczby parametrów $a_1 \dots a_k$, można wyznaczyć minimalną wartość obciążenia z zależności:

$$\frac{\delta V}{\delta a_1} = 0 ; \dots, \frac{\delta V}{\delta a_k} = 0 \quad \dots (5.4)$$

Taki sposób rozwiązywania zagadnienia jest nazywany metodą Ritza.

Jako przybliżenie rzeczywistej powierzchni po wyboczeniu przyjęto powierzchnię odpowiadającą modelowi Yoshimury [39], a więc izometryczne przekształcenie powierzchni początkowej. Podstawowe charakterystyki geometryczne dla takiego modelu przedstawione są poniżej oraz na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Charakterystyki modelu Yoshimury

Geometrię fali /wgniecenia/ określają parametry: $\mathcal{V}$, $\bar{\varphi}$, $\bar{\varphi}_u$, α ,
które przyjmują wartości:

$$\mathcal{V} = \frac{l_y}{l_x}, \quad \alpha = \frac{\pi}{n}, \quad \sin \bar{\varphi} = \mathcal{V} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n},$$

$$\operatorname{tg} \bar{\varphi}_u = (1 + \mathcal{V}^2)^{1/2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}.$$

Jeśli $n > 6$ oraz $\mathcal{V} < 2,5$ to:

$$\bar{\varphi} = \mathcal{V} \frac{\pi}{2n}, \quad \bar{\varphi}_u = \frac{\pi}{2n} (1 + \mathcal{V}^2)^{1/2} \quad \dots (5.5)$$

Skrócenie powłoki dla $\bar{\varphi} < 30^\circ$ określa zależność:

$$\Delta = (1 - \cos \bar{\varphi}) \cdot L \cong \frac{1}{2} \bar{\varphi}^2 \cdot L \cong \frac{\pi^2 \mathcal{V}^2}{8n^2} \cdot L \quad \dots (5.6)$$

W przypadku powstania idealnej powierzchni Yoshimury, energia potencjalna L_e składa się tylko z energii zginania na liniach załomu żeber geometrycznych (rys. 5.2). W rzeczywistości jednak załomy żeber są rozmyte (nie są ostre), co powoduje pojawienie się energii błonowej odkształcenia powierzchni środkowej, związanej z tym odstępstwem od izometrii.

Przyjmując, że proces utraty stateczności nie ma dynamicznego charakteru (rys. 4.2), można zapisać następującą zależność:

$$L_e - L_z = U_z + U_s + U_R - L_z = 0, \quad \dots (5.7)$$

gdzie:

U_z - energia sprężysta zginania w załomach żeber

U_s - energia sprężysta odkształcenia powierzchni środkowej w obszarze rozmycia ostrych załomów żeber

U_R - energia sprężysta zginania związana z likwidacją krzywizny początkowej (powierzchnie trójkątów z rys. 5.2 są płaskie).

Pracę sił wewnętrznych na obszarze jednego wgniecenia (fali) określa zależność:

$$L_z = \bar{\epsilon}_0 \cdot t \cdot \bar{\Delta}_1, \quad \dots(5.8)$$

gdzie:

$\bar{\epsilon}_0$ - średnia wartość naprężeń południkowych, odpowiadająca uśrednionemu wykresowi z rys. 4.2 (linia przerywana),
 $\bar{\Delta}_1$ - sumaryczne skrócenie powłoki na długości jednego wgniecenia (fali) (por. zał. 5.15).

Średnią wartość naprężeń $\bar{\epsilon}_0$ można wyrazić zależnością:

$$\bar{\epsilon}_0 = \frac{L_e}{t \cdot \bar{\Delta}_1} \quad \dots(5.9)$$

5.2.2. Składowe funkcji parametru naprężeń krytycznych

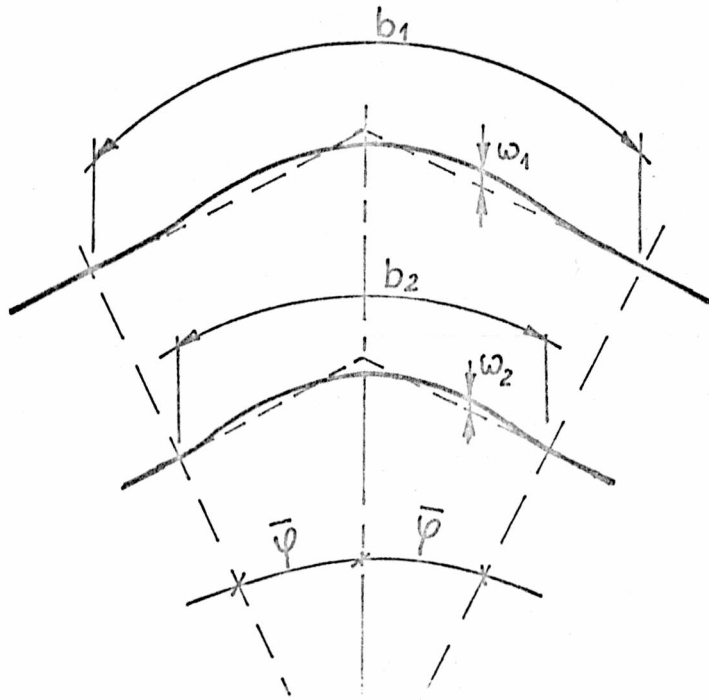
Wartość energii potencjalnej L_e zależy między innymi od stopnia rozmycia ostrych załamów żeber, który określono poprzez parametr.

$$\xi = \frac{b}{\max b}, \quad \dots(5.10)$$

gdzie:

b - średnia szerokość wszystkich stref rozmycia załamów (rys.5.3),
 $\max b$ - graniczna wartość b zależna od geometrii fal.

Energia zginania U_z jest tym mniejsza im większa jest szerokość b (b_1, b_2) rozmycia załamów (rys. 5.3). W takim przypadku jednak występują znaczne odstępstwa od izometrii, a więc zwiększa się wartość energii błonowej U_s . Optymalna szerokość rozmycia załamów określana jest zatem przez warunek minimalizacji całkowitej energii potencjalnej L_e .



Rys. 5.3. Geometria rozmycia ostrych załamów żeber

Przy określaniu poszczególnych składowych energii L_e przyjęto następujące założenia, obowiązujące w całej pracy:

- szerokość stref rozmycia załamów jest mała w stosunku od wymiarów fal (l_x, l_y),
- uwzględnia się tylko zginanie załamów wzdłuż osi równoległych do żeber,
- w węzłach przecinania się linii żeber pomija się złożony charakter odkształceń, a długość żeber mierzona jest między środkami tych węzłów,
- energia zginania U_R jest wyznaczana dla całej powierzchni fali, bez potrącania obszarów rozmycia załamów,
- strefa koncentracji naprężeń błonowych jest proporcjonalna do szerokości stref rozmycia załamów, a kierunek tych naprężeń jest prostopadły do osi żebra,
- współrzędne uogólnionych wykresów naprężeń błonowych są proporcjonalne do współrzędnych uogólnionych wykresów odpowiednich

promieniowych przemieszczeń ω_1 , a podobne wykresy ω_1 prowadzą do podobnych wykresów naprężeń,

- pomija się naprężenia błonowe proporcjonalne do sumy kwadratów odpowiednich promieniowych przemieszczeń, jako wielkości małego rzędu.

Założenia te są obowiązujące jedynie dla małych wartości kąta $\bar{\varphi}$ oraz liczby fal obwodowych n , mniejszej od wartości górnej n_g odpowiadającej η_g . Powyższe założenia są podstawowymi założeniami metody zaproponowanej przez Sierowa [29], dotyczącej wyznaczania parametru η_0 dla powłok długich.

Uwzględniając powyższe założenia oraz przyjmując do analizy obszar $l_x \cdot l_y$ (1/4 fali) można zapisać następujące zależności:

$$U_z = C_1 \cdot E \cdot t^3 \cdot \frac{1}{\xi \cdot \max b} \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (5.11)$$

$$U_s = C \cdot E \cdot \int_F \left(\frac{\omega_1}{R} \right)^2 \cdot dF \quad \dots (5.12)$$

Przyjmując założenie, że ω_1 jest proporcjonalne do wartości kąta $\bar{\varphi}$ oraz szerokości b i uwzględniając obszar całkowania proporcjonalny do l_y i b otrzyma się:

$$U_s = C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (5.13)$$

$$U_R = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{1}{R} \right)^2 \cdot l_x \cdot l_y \quad \dots (5.14)$$

$$\bar{\Delta}_1 = \bar{\varphi}^2 \cdot l_x \cdot l_y \quad \dots (5.15)$$

$$L_z = \bar{b}_0 \cdot t \cdot l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (5.16)$$

Jeśli przyjmie się, że $\sqrt[3]{\eta}$ oraz $\max b/l_y$ są pewnymi stałymi charakteryzującymi odkształconą postać powłoki, to podstawiając

powyższe zależności do równania (5.7) i uwzględniając że:

$$\eta_o = \frac{\epsilon_o \cdot R}{E \cdot t}, \quad \dots (5.17)$$

otrzymana się dla $\nu = 0,3$

$$\eta_o = C_3 \cdot \frac{1}{\xi} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} + C_4 \cdot \xi^3 \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{R}{t} + 0,037 \sqrt{\frac{1}{f^2}} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (5.18)$$

Różniczkując η_o względem ξ otrzyma się:

$$\frac{\partial \eta_o}{\partial \xi} = 0, \text{ stąd } \xi = \sqrt[4]{\frac{C_3}{3C_4}} \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (5.19)$$

oznaczając: $C_5 = (3C_3^3 \cdot C_4)^{1/4}$ można zapisać:

$$\eta_o = C_5 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \frac{1}{3} C_5 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \sqrt{\frac{1}{f^2}} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (5.20)$$

Zależność (5.20) jest ogólną funkcją parametru naprężeń krytycznych dla powłok długich. Pierwszy i trzeci składnik sumy odpowiadają energii zgięciowej, natomiast długi składnik odpowiada energii błonowej związanej z odstępstwami od izometrii.

5.2.3. Ustalenie wartości parametrów C_5 , n i $\sqrt{\frac{1}{f^2}}$.

Dla dowolnej formy geometrycznej powstałej po utracie stateczności można zapisać:

$$\eta_g = \eta_{zg} + \eta_{sg} \quad \dots (5.21)$$

gdzie:

η_{zg} i η_{sg} - składowe górnej teoretycznej wartości parametru η_g określone odpowiednio przez energię zgięciową i błonową.

Przy odpowiednim doborze współczynników szeregu (4.4) można otrzymać funkcję dość dokładnie opisującą powierzchnię modelu Yoshimury. Przyjmując taką funkcję i korzystając z metody energetycznej Sierow otrzymał następującą zależność na składowe parametru η_g [29]:

$$\eta_g = \eta_{zg} + \eta_{sg} = \frac{\bar{\Phi}}{12(1-\sqrt{2})} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} + \frac{1}{\bar{\Phi} n^2} \cdot \frac{R}{t} \quad \dots(5.22)$$

gdzie:

$\bar{\Phi}$ - pewne wyrażenie będące ilorazem całek powierzchniowych, zależne od postaci szeregu (4.4). Dla modelu romboidalnego $\bar{\Phi} = (0,5\sqrt{2}^{-2} + \sqrt{2}^2 + 1) \cdot 16/7$.

Poszukując minimum wyrażenia (5.22), otrzymuje się dla $\sqrt{2} = 0,3$:

$$\eta_g = \eta_{zg} + \eta_{sg} = 0,3025 + 0,3025 = 0,605 \quad \dots(5.23)$$

Przyjmując oznaczenie: $\bar{\Phi}' = \bar{\Phi} - 12(1-\sqrt{2}) \cdot 0,037 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}^2}$,

gdzie:

$\sqrt{2}_g$ - wartość parametru $\sqrt{2}$ dla momentu osiągnięcia stanu η_g przez idealną powłokę ,

oraz uwzględniając wyrażenia (5.23) i (5.20) można zapisać:

$$\eta_{zg} = \frac{\bar{\Phi}'}{10,9} \cdot n_g^2 \cdot \frac{t}{R} + 0,037 \frac{1}{\sqrt{2}_g^2} \cdot n_g^2 \cdot \frac{t}{R} = 0,3025 \quad \dots(5.24)$$

$$\eta_{zo} = C_5 \cdot n \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \frac{1}{\sqrt{2}^2} \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(5.25)$$

Parametr η_{zo} odpowiada energii zginania i jest sumą pierwszego i trzeciego składnika w zależności (5.20). Uwzględniając zależność (5.19) i rozpatrując początek procesu wyboczenia określonego parametrami: $n = n_g$, $\sqrt{2}' = \sqrt{2}_g$ oraz przyjmując wstępnie $\sqrt{2}' = 1$ można zapisać:

$$\eta_{zg} = \eta_{zo}$$

$$\frac{\Phi'}{10,9} = \frac{C_5}{\xi} \quad \dots (5.26)$$

$$\xi = n \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (5.27)$$

$$C_5 = \xi^{-1} \cdot (0,3025 - 0,037 \xi^2) \quad \dots (5.28)$$

Minimalna wartość stałej C_5 wynosi więc (dla $\xi = \max \xi = 1$):

$$C_5 = 0,2655$$

=====

Górna wartość liczby fal n_g wynosi:

$$n_g = \sqrt{\frac{R}{t}} \quad \dots (5.29)$$

Wobec powyższego zależność (5.20) dla $\nu = 0,3$ jest następująca:

$$\eta_o = 0,354 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (5.30)$$

Dla dowolnej wartości ν otrzymuje się:

$$\eta_o = \frac{0,385 \sqrt{1-\nu^2} - 0,045}{1-\nu^2} \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \frac{0,034}{1-\nu^2} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (5.31)$$

Zależność (5.30) i (5.31), dotyczące powłok długich, wyprowadził Sierow [29] przyjmując wstępnie $\nu = 1$. Dokładne analizy wykazały, że optymalną geometrię fali w powłoce długiej określa parametr $\nu = 0,71 \div 0,92$, przy czym przy przyjęciu $\nu = 1$ błąd nie przekracza 5%. Można zauważyć, że dla $n = n_g = \sqrt{R/t}$ otrzymuje się górną wartość η_o równą:

$$\eta_{og} = 0,391.$$

Dla dowolnej wartości parametru $\mathcal{V}$ oraz $\mathcal{V} = 0,3$ parametr η_o określony jest następująco:

$$\eta_o = 0,118(2\mathcal{V} + \frac{1}{\mathcal{V}}) n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \frac{n^2}{\mathcal{V}^2} \cdot \frac{t}{R}, \quad \dots(5.32)$$

a optymalną wartość $\mathcal{V}$ dla powłok długich można przyjmować $\mathcal{V}=0,92$. Do zależności (5.30), (5.31) i (5.32) Sierow [29] wprowadzał obliczeniowe wartości liczby fal $n = n_o < n_g$, a zasady określania n_o przedstawione są w rozdziale 4.1.

Uwzględniając powyższe, zal. 4.1 przyjmuje formę:

$$\tau_{kr} = \eta_o \cdot E \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(5.33)$$

Przedstawione wyżej właściwości procedury określania parametru η_o będą wykorzystane w teoretycznej analizie zagadnień, stanowiących przedmiot niniejszej pracy.

5.3. Badania eksperymentalne

Zjawiska zachodzące w czasie utraty stateczności powłok długich opartych na całym obwodzie są dość powszechnie znane. Wykorzystanie szybkich kamer filmowych [22,23] znacznie wzbogaciło teoretyczne przesłanki. W przypadku lokalnej utraty stateczności powłok cylindrycznych, opartych za pośrednictwem pierścienia na słupach, brak jest - jak dotąd - teoretycznych ustaleń i praktycznych obserwacji, pozwalających przyjąć wiarygodny opis przebiegu procesu, a w szczególności modelu przekształcenia powłoki w czasie utraty stateczności.

W związku z powyższym przeprowadzono serię badań modelowych, aby na podstawie obserwacji i pomiarów potwierdzić ogólne charakterystyki procesu utraty stateczności, przyjęte w analizie teoretycznej.

Aby można było obserwować pewne zjawiska, przebiegające bardzo szybko przy działaniu obciążenia śledzącego, obciążenie modeli powłok realizowane było za pomocą siłowników śrubowych z kontrolowanym procesem skrócenia powłoki Δ .

Badania modeli dotyczyły zasadniczo dwóch różnych sztywności pierścieni podporowych i 3 różnych szerokości podpory "s". Dodatkowo uwzględniono dwa podstawowe sposoby połączenia głowicy słupa z pierścieniem: śrubowe i spawane. Oprócz obserwacji i pomiarów o charakterze jakościowym, otrzymano wiele wyników ilościowych, które posłużyły do weryfikacji zależności uzyskanych na drodze analiz teoretycznych.

5.4. Metody numeryczne

W analizie statycznej przypodporowych stref silosu opartego na słupach wykorzystano program metody elementów skończonych na EMC Odra 1305, systemu WAT-KM, opracowany w Katedrze Mechaniki Teoretycznej i Wytrzymałości Materiałów WAT w Warszawie [30]. Program służy do analizy statycznej układów powłokowo-prętowych metodą przemieszczeń, prowadzonej w ramach teorii liniowej. Węzły elementów prętowych i powłokowych mają 6 stopni swobody, a przyjęte funkcje kształtu są kombinacją wielomianów Lagrange'a i Hermite'a.

Dla bezwymiarowych współrzędnych z zakresu $-1 \leq \psi \leq 1$, funkcje te przyjmują postać:

$$L^i(\psi) = (1 + \psi \cdot \psi_i) : 2$$

$$H^i(\psi) = (-\psi^3 \cdot \psi_i + 3\psi \cdot \psi_i + 2) : 4 \quad \dots (5.34)$$

$$K^i(\psi) = (\psi^3 + \psi^2 \cdot \psi_i - \psi - \psi_i) : 4$$

Przedstawiony program wykorzystano m.in. do wyznaczania przebiegu sił wewnętrznych w powłoce w strefie lokalnego przekazywania reakcji podporowej od skupa oraz do badania wzajemnej zależności przemieszczeń pierścienia od szerokości głowicy skupa.

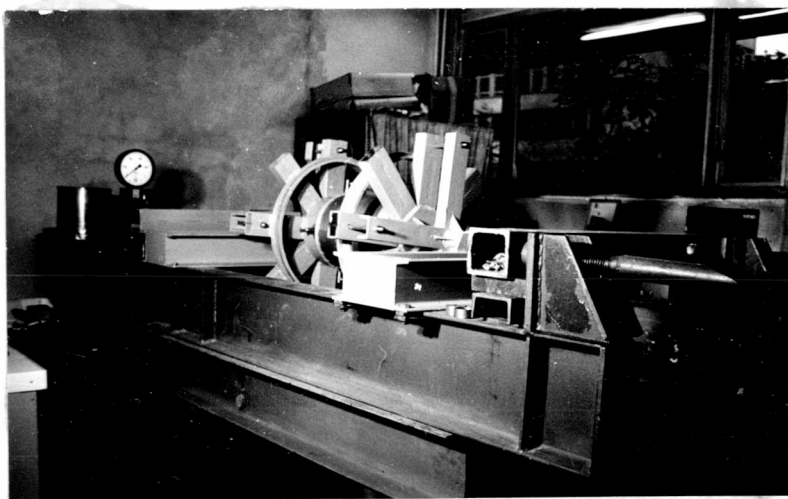
Siatka elementów skończonych w badanej strefie była znacznie zagęszczona, a długość boku elementu była rzędu 0,003 długości obwodu ($\sim 0,02 R$).

Do badania przebiegu złożonych funkcji opisujących badane wielkości oraz do przeprowadzenia innych obliczeń wykorzystano w szerokim zakresie technikę mikrokomputerową.

6. EKSPERYMENTALNE BADANIA STATECZNOŚCI OSIOWO-ŚCISKANYCH POWŁOK CYLINDRYCZNYCH

6.1. Opis stanowiska do badań modelowych

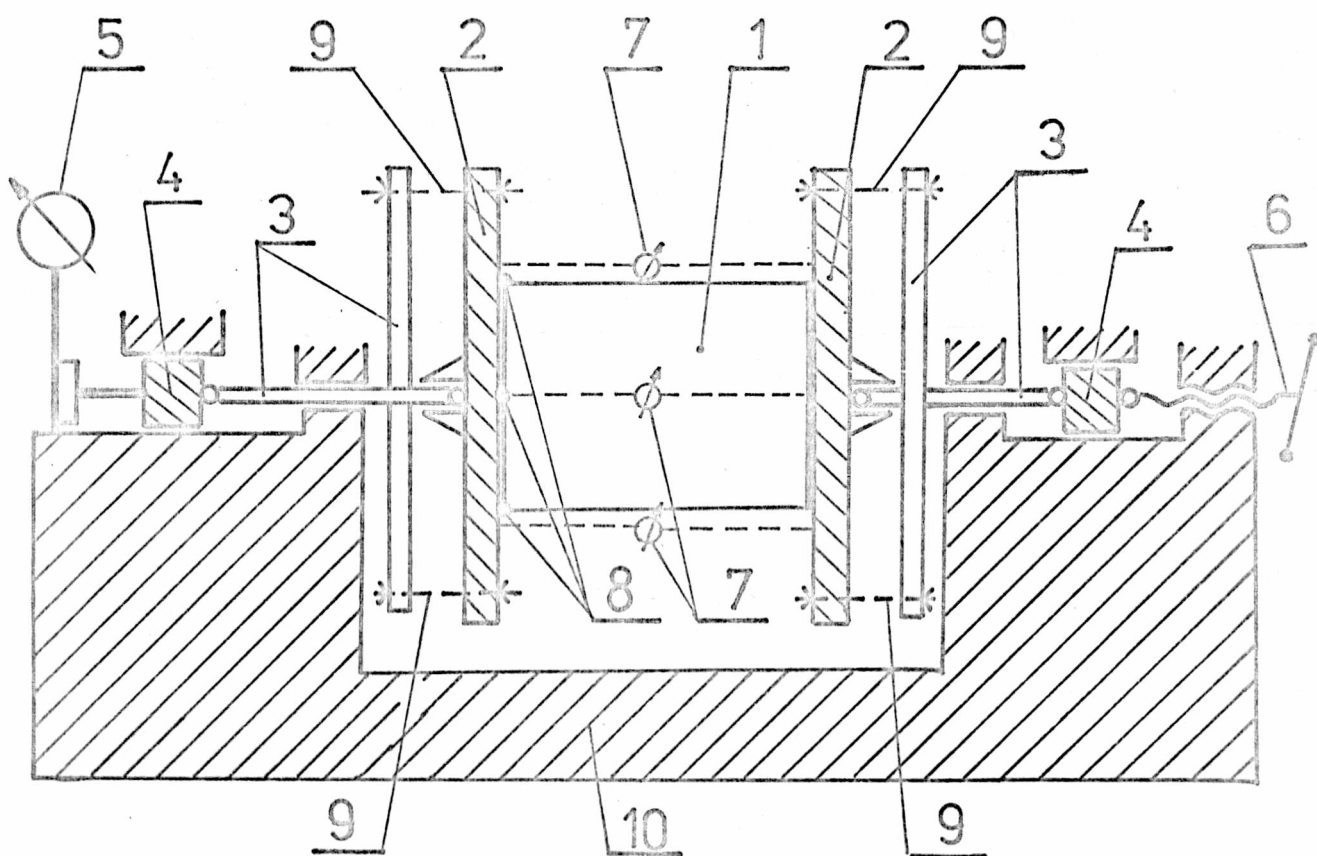
Do zrealizowania celu postawionego w rozdz. 2 oraz rozdz. 5.3 zaprojektowano i wykonano stanowisko do badań modeli powłok cylindrycznych. Ogólny widok tego stanowiska przedstawia rys. 6.1, a jego schemat ideowy rys. 6.2.



Rys. 6.1. Ogólny widok stanowiska badawczego

Legenda do rys. 6.2:

- 1 - badany model powłoki,
- 2 - sztywne tarcze obciążające, zamocowane przegubowo na stemplu obciążającym (3),
- 3 - stempel obciążający zamontowany w łożyskach przesuwnych,
- 4 - element pośredni przekazujący siłę osiową z elem. (3) na dwa siłomierze oraz z dwóch siłowników na elem. (3),
- 5 - 2 siłomierze hydrauliczne o zakresie 0-10 kN lub 0-20 kN,
- 6 - 2 siłowniki śrubowe,



Rys. 6.2. Schemat ideowy stanowiska badawczego

- 7 - 4 czujniki zegarowe do bezpośredniego pomiaru skrócenia powłoki,
- 8 - elementy oparcia powłoki; od strony siłowników oparcie ciągłe, od strony siłomierzy 4 klocki o szerokości S_1 ,
- 9 - śruby ustalające wzajemne położenie obu tarcz (2),
- 10 - sztywny korpus stanowiska.

6.2. Badania materiałowe

Wszystkie modele powłok wykonane zostały z blach i kątowników ze stopu aluminium PA2. Wartości stałych materiałowych ustalono na podstawie statycznej próby rozciągania próbek wyciętych z arkuszy blach, z których wykonane zostały modele.

Próbie rozciągania przeprowadzono na zrywarce o zakresie

0-4000 oraz 0-10000 N. Pomiaru odkształceń podłużnych i poprzecznych wykonano za pomocą tensometrów elektrooporowych o bazie 10^{-2} m i współczynnika czułości $K = 2,15$.

W tabeli 6.1. zestawiono wartości średnie i odchylenia standardowe wymiarów przekroju poprzecznego próbek $a_0 \times b_0$ oraz współczynników E i ν .

TABELA 6.1

Lp.	$E(a_0)$	$S(a_0)$	$E(b_0)$	$S(b_0)$	$E(E)$	$S(E)$	$E(\nu)$	$S(\nu)$
	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa	-	-
1.	0,470	0,012	19,65	0,25	76 920	851	0,306	0,009
2.	0,995	0,019	19,90	0,20	77 052	908	0,308	0,011

6.3. Podstawowe charakterystyki modeli

6.3.1. Modele do badań stateczności lokalnej w strefie podporowej

Badania stateczności lokalnej dotyczyły dwóch przypadków:

- powłoka oparta na 4 podporach ($m = 4$) o szerokości s_i ,
 - powłoka oparta na 2 podporach ($m = 2$) o szerokości s_i ,
- ($i = 1, 2, 3$).

W przypadku oparcia powłoki na 4 podporach reakcję każdej podpory można było wyznaczyć w sposób przybliżony jako wartość średnią:

$$\bar{N} = \frac{P}{4}, \quad \dots(6.1)$$

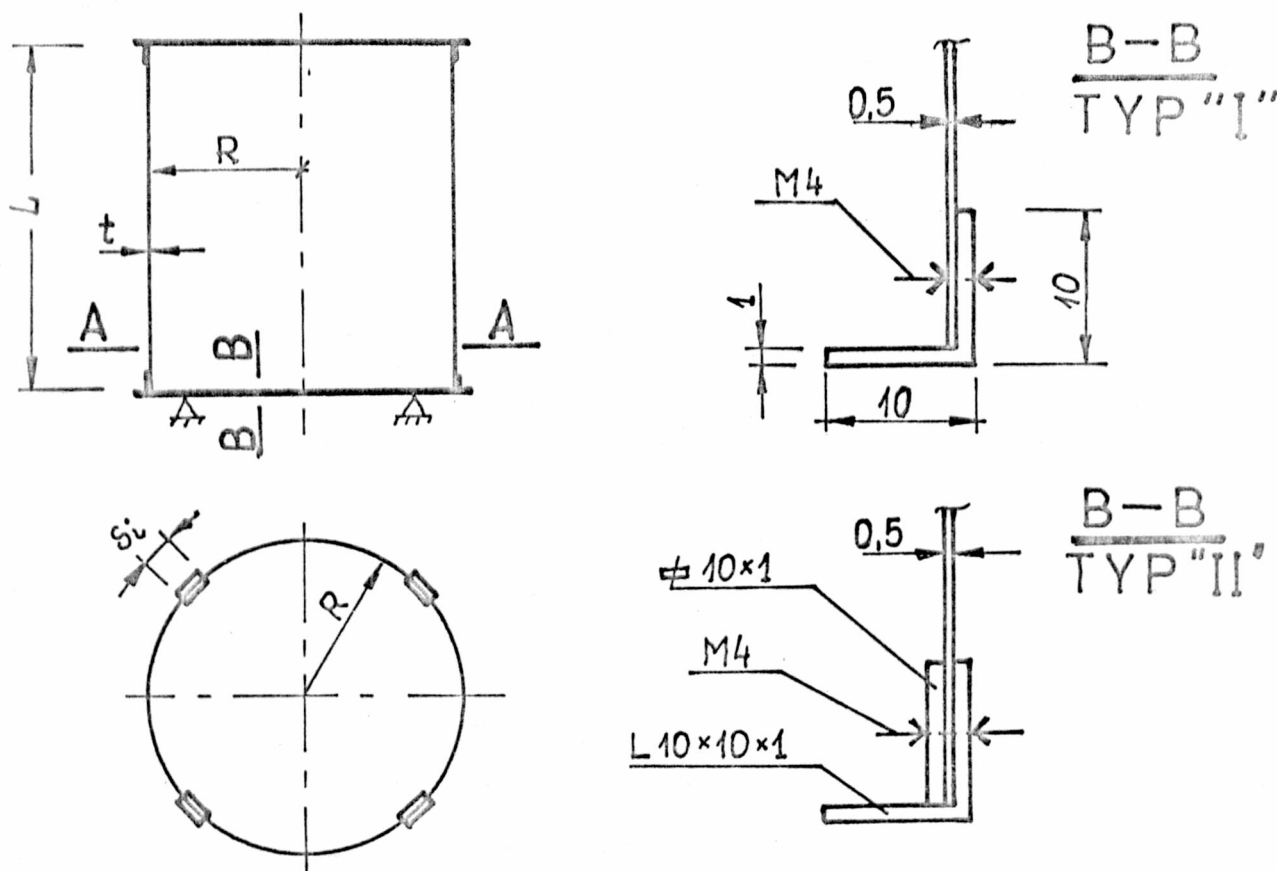
gdzie: P - całkowita siła osiowa.

Ekstremalne chwilowe wartości reakcji od podpory mogą być jednak większe. Aby precyzyjniej określać reakcję podpory w czasie utra-

ty stateczności, większość modeli badano przy zastosowaniu 2 podpór. W takim przypadku reakcja na podporze przyjmuje wartość:

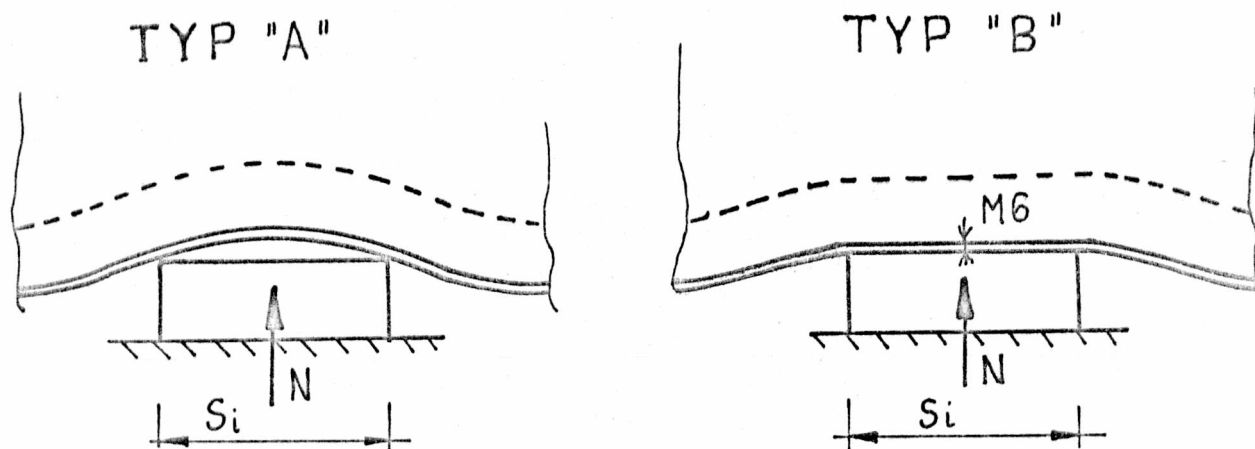
$$N = \frac{P}{2} \quad \dots(6.2)$$

Badane modele miały następującą geometrię:



Rys. 6.3. Geometria badanych modeli

Połączenia pierścienia z powłoką zrealizowano za pomocą żywic syntetycznych i śrub M4 w rozstawie kątowym $0,1\pi$. Badania dotyczyły 2 sposobów połączenia pierścienia z podporą, przedstawionych na rys. 6.4. Połączenie typu A polegało na swobodnym oparciu powłoki na klockach podporowych. W praktyce sytuacja taka występuje wtedy, gdy połączenie silosu ze słupami jest wykonywane za pomocą śrub, położonych na ogół w pobliżu krawędzi głowicy słupa.



Rys. 6.4. Badane typy połączeń pierścienia z podporą

Połączenia typu B wykonano za pomocą klejenia pierścienia do klocka podporowego i dodatkowe łączenie obu elementów śrubą M6. To połączenie odpowiada stosowanemu w praktyce połączeniu spawanemu między pierścieniem a słupem.

Podpory (klocki) miały trzy różne szerokości:

$$s_1 = 17,5 \text{ mm} ; \quad s_2 = 35 \text{ mm} ; \quad s_3 = 52,5 \text{ mm}.$$

W pojedynczym badaniu wszystkie 4 podpory miały identyczną szerokość s_1 oraz taki sam typ połączenia z modelem. W dalszej części pracy modele oznaczono symbolem, w którym są podane kolejno:

- typ połączenia: A lub B wg rys. 6.4,
- typ przekroju pierścienia: I lub II wg rys. 6.3,
- szerokość podpory: s_1, s_2, s_3 .

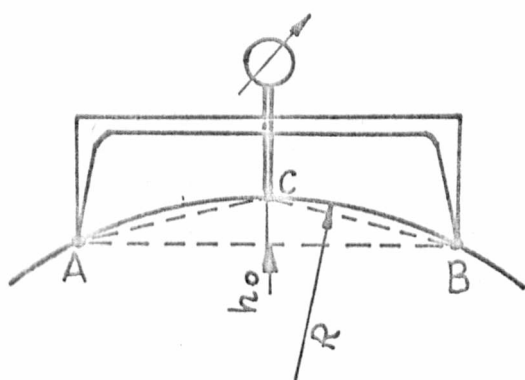
Symbol AIS2 oznacza: model połączony z podporą w sposób "A", pierścień typu "I", szerokość podpory $s = 35 \text{ mm}$. Podstawowe charakterystyki geometryczne modeli zestawiono w tabeli 6.2. Modele o numerach mniejszych od 30 miały długość $L = 25 \text{ cm}$, a pozostałe modele $L = 17,5 \text{ cm}$.

TABELA 6.2.

Lp.	Symbol powłoki	Nr modelu	Ilość podpór	E(R)	S(R)	E(f ₀)	S(f ₀)	Średnie sztywności pierścieni		
								J ₁	J ₂	J _s
				m	m	mm	mm	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴
1.	AIS1	01, 11, 21, 61	4 2	0,1305	0,0061	0,222	0,0081	0,0235	0,0190	0,00135
2.	AIS2	02, 12, 22 41, 42, 63	4 2	0,1290	0,0075	0,228	0,0092			
3.	AIS3	03, 13, 23 53, 54, 65	4 2	0,1287	0,0078	0,205	0,0076			
4.	BIS1	62	2	0,1297	0,0055	0,198	0,0068			
5.	BIS2	43, 44, 64	2	0,1311	0,0070	0,218	0,0070			
6.	BIS3	51, 52, 66	2	0,1280	0,0053	0,209	0,0086			
7.	AIIS1	31, 32	2	0,1291	0,0064	0,201	0,0071	0,0325	0,0192	0,00502
8.	BIIS1	33, 34	2	0,1288	0,0072	0,196	0,0077			

Pomiar promienia był dokonywany za pomocą specjalnie zaprojektowanego przyrządu, którym mierzono wysokość h_0 trójkąta ABC (por. rys. 6.5). Promień powłoki obliczano z zależności na promień okręgu opisanego na trójkącie ABC.

Pomiaru lokalnych imperfekcji f_0 dokonywano za pomocą czujnika zegarowego (0,001 mm) przesuwanego po specjalnej prowadnicy wzdłuż tworzących walca.



Rys. 6.5. Sposób pomiaru promienia krzywizny

6.3.2. Modele do badań powłok opartych równomiernie

Badania modelowe tych powłok dotyczyły ustalenia wpływu sztywności pierścienia podporowego na wartość η i miały w zasadzie charakter jakościowy. W tej grupie zbadano 3 modele powłok o długościach $L = 9,2$ cm każda. W modelu nr 71 zastosowano pierścień L10x10x1 na brzegach powłoki. W modelu nr 72 zastosowano pierścień pośredni z kątownika L10x10x1. W modelu nr 73 pierścień środkowy wykonano z ∇ 10x1. Podstawowe charakterystyki tych modeli są następujące:

$$E(R) = 0,1315 \text{ m} ;$$

$$S(R) = 0,0069 \text{ m},$$

$$E(f_0) = 0,205 \text{ mm} ;$$

$$S(f_0) = 0,0086 \text{ m}.$$

6.4. Przebieg badań

Po przeprowadzeniu niezbędnych pomiarów modelu i po wyregulowaniu tarcz (3) montowano model w urządzeniu obciążającym. Po zwolnieniu śrub (9) oraz zamontowaniu w osiach podpór czujników (7) przystąpiono do obciążania powłoki. Jednorazowe przyrosty skrócenia powłoki, wywoływane siłownikami śrubowymi, odpowiadały przyrostom siły o wartości kilku działek skali siłomierza. Po zaobserwowaniu lekkiego wgniecenia (fali) nad którąś z podpór, dokonywano pomiarów geometrii fali. W każdym następnym cyklu skrócenia również dokonywano takich pomiarów.

6.5. Wybrane charakterystyki $N - \Delta$

Na rys. 6.7, 6.8, 6.9 i 6.10 przedstawiono ścieżki krytyczne powłok wybranych modeli. Wartość reakcji podporowej N ustalono wg zał. (6.1) lub (6.2). Skrócenie Δ odpowiadało skróceniu osiowemu powłoki, wyznaczonemu na podstawie pomiarów z wszystkich czterech czujników.

Na wykresach $N - \Delta$ naniesiono wartości reakcji krytycznej obliczonej z zależności:

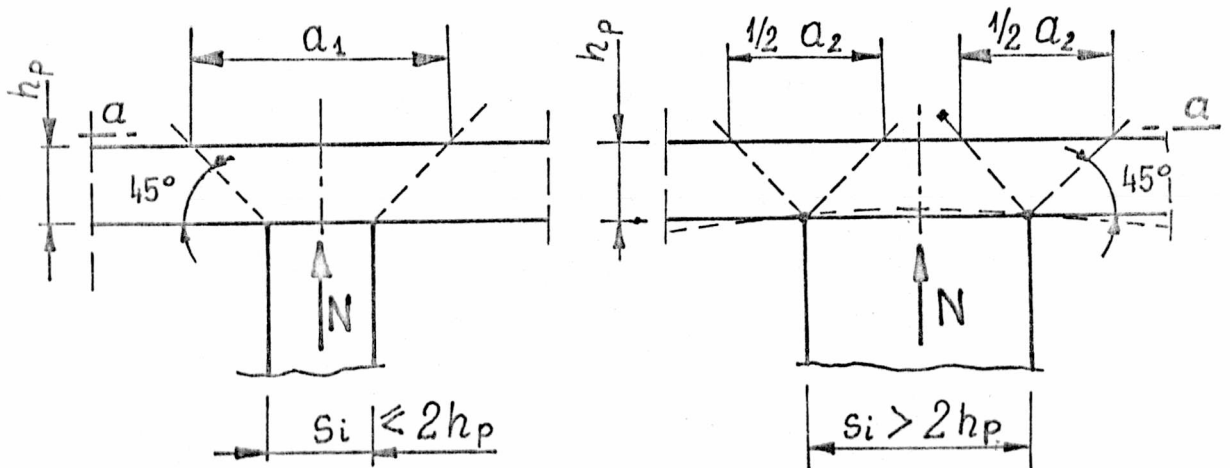
$$\bar{\sigma}_a = \eta \cdot E \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(6.3a)$$

Napężenia $\bar{\sigma}_a$ w przekroju a-a wyznaczono w sposób przybliżony (por. rys. 6.6):

$$\bar{\sigma}_a = \frac{N}{a \cdot t} \quad \dots(6.3b)$$

$$a = \begin{cases} a_1 = s_i + 2h_p & \text{dla } s_i \leq 2h_p \\ a_2 = 4h_p & \text{dla } s_i > 2h_p \end{cases} \quad \dots(6.3c)$$

Parametr η wyznaczono wg [38] tak jak dla powłok długich,
 h_p - wysokość pierścienia podporowego.



Rys. 6.6. Sposób wyznaczania wartości "a"

Na rys. 6.11 przedstawiono wykresy $P - \Delta$ dla modeli powłok opartych równomiernie na obu brzegach.

6.6. Zestawienie podstawowych wyników badań

Opracowane statystycznie wyniki badań eksperymentalnych zestawiono w tabeli 6.3. W poszczególnych kolumnach tabeli zamieszczono:

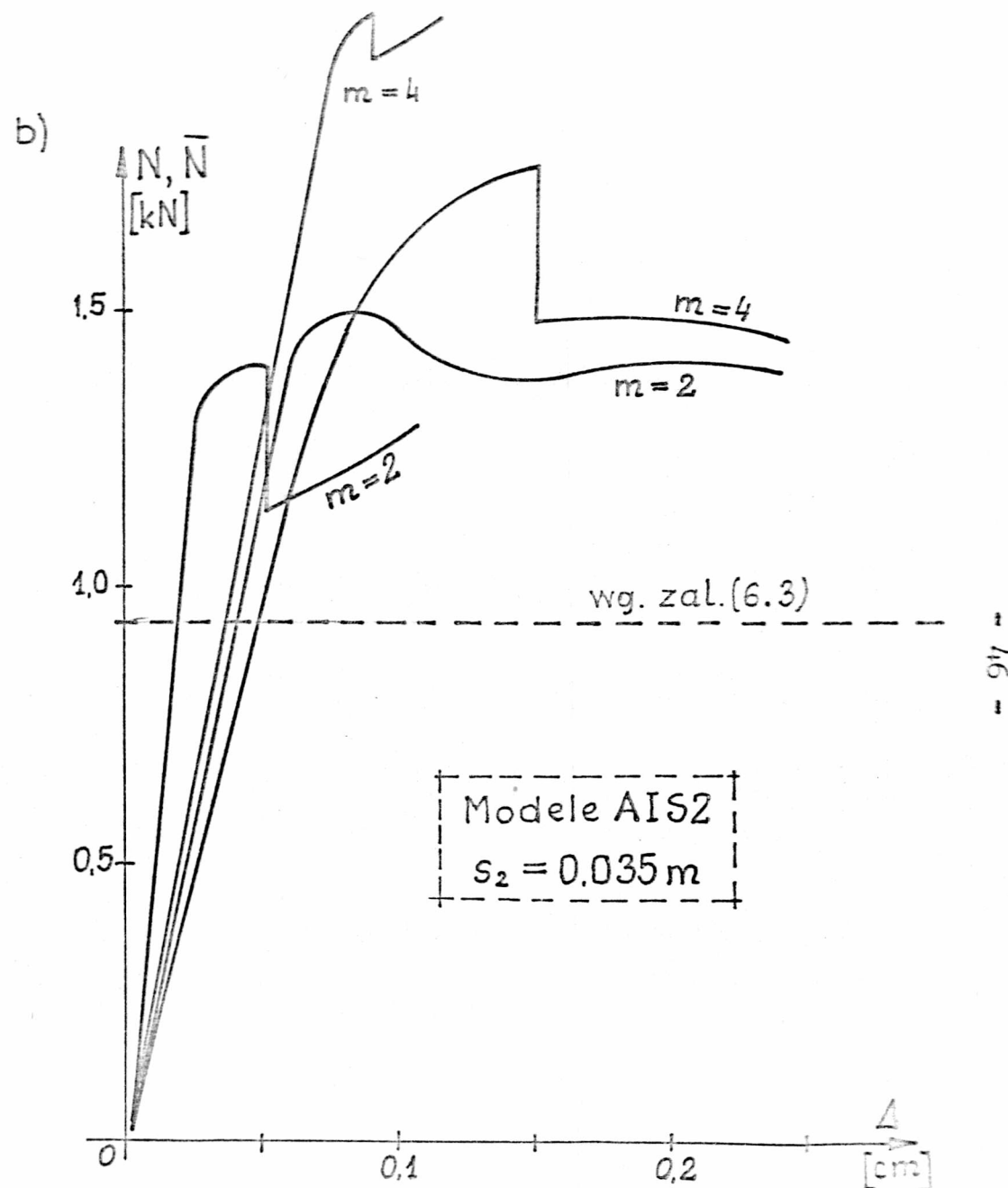
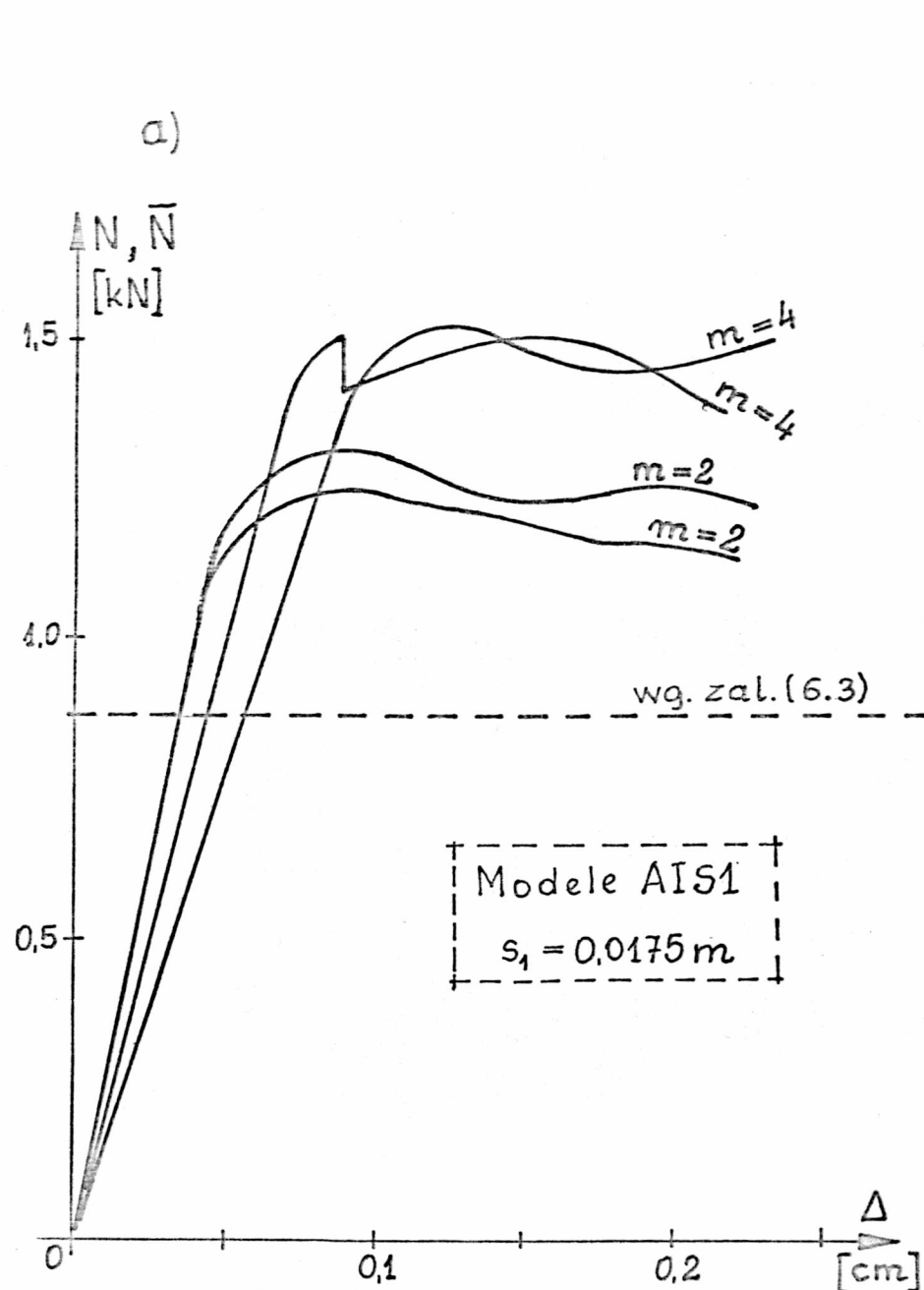
N_g - górna wartość siły N lub $\bar{N}$ z wykresu $N - \Delta$,

N_d - dolna wartość siły N lub $\bar{N}$,

$\bar{l}_y^*$ - średnia szerokość półfali l_y mierzona zaraz po pojawieniu się wgniecenia lub po przeskoku,

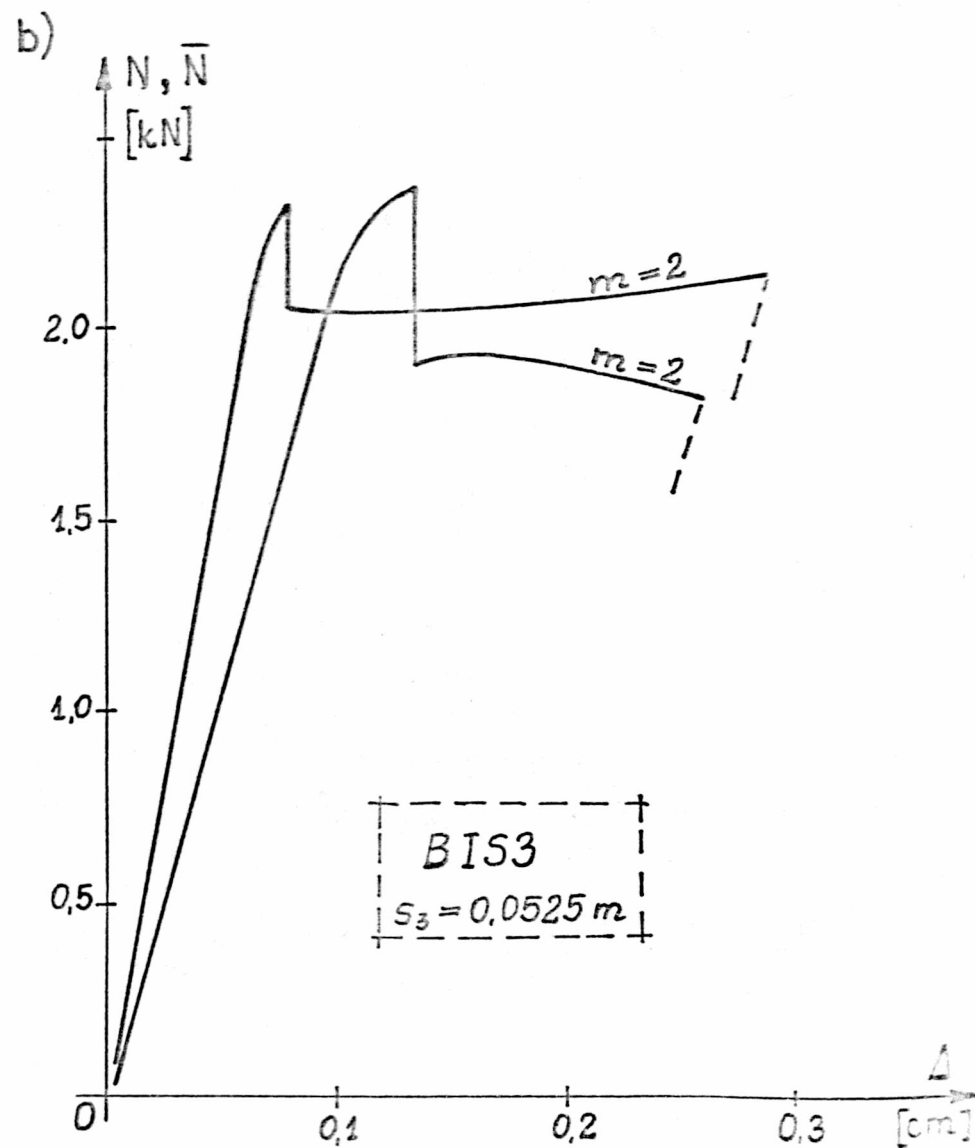
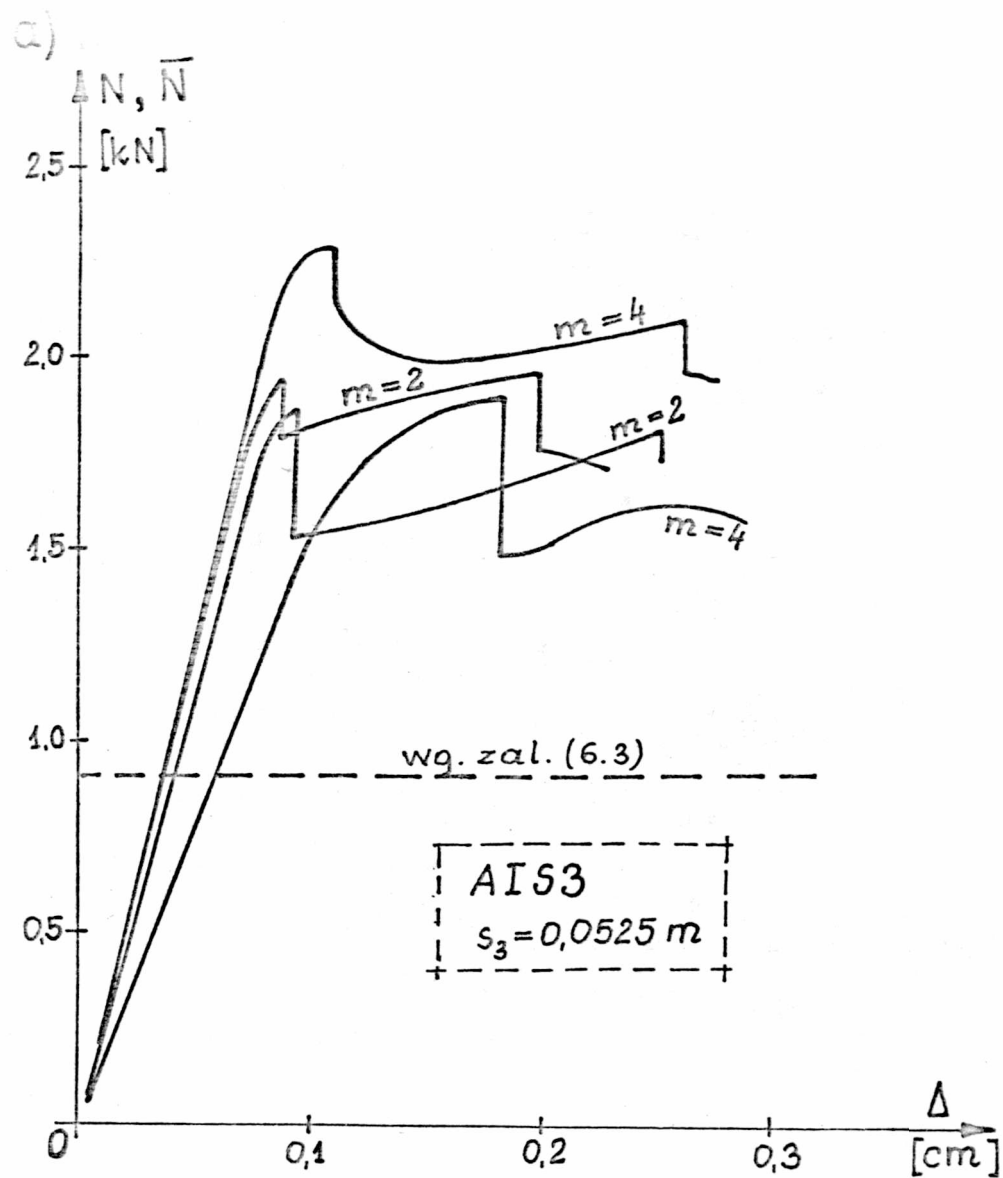
$\bar{l}_x$ - średnia długość półfali dolnej mierzona od górnej krawędzi pierścienia,

$\bar{n}^*$ - obliczeniowa liczba fal obwodowych odpowiadająca $\bar{l}_y^*$.

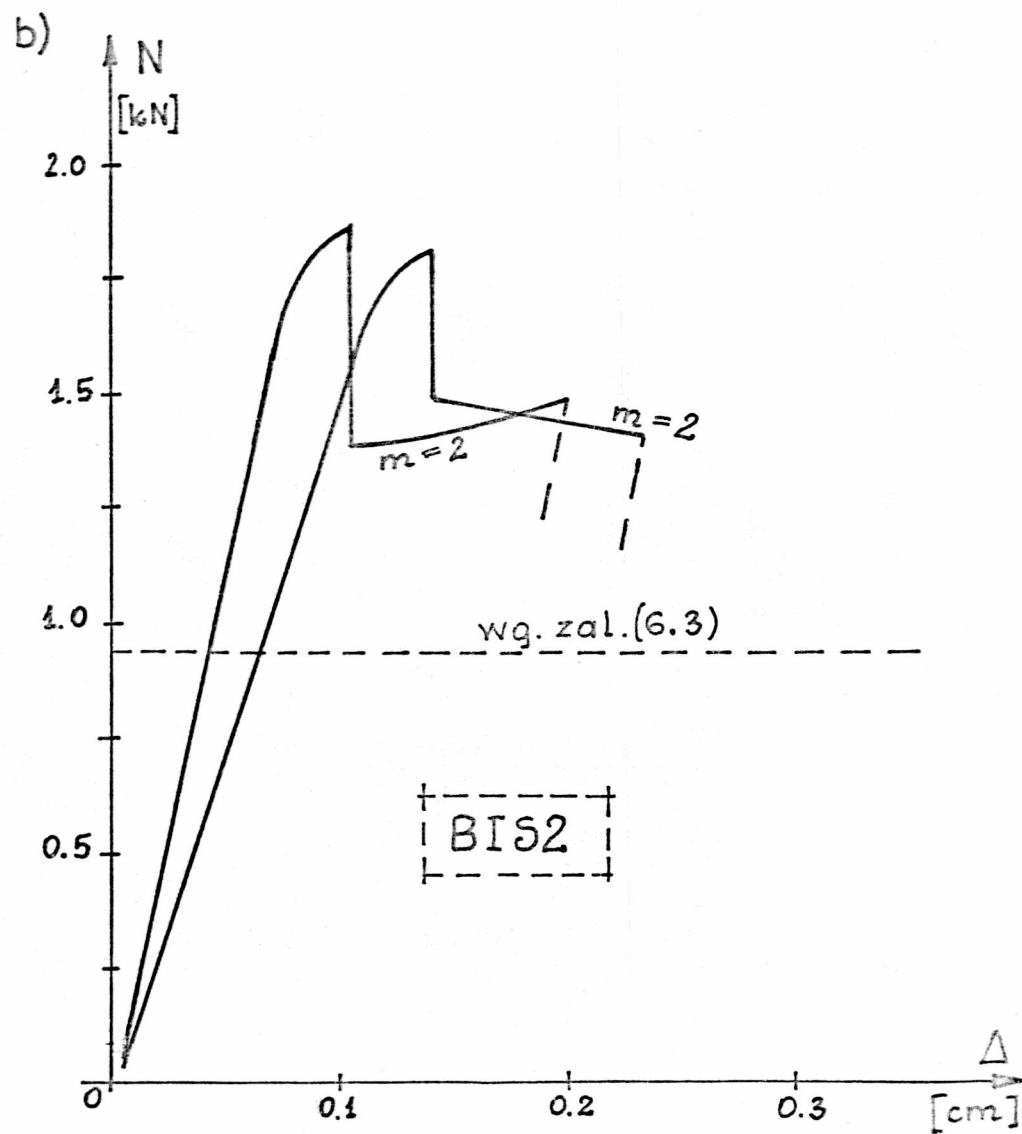
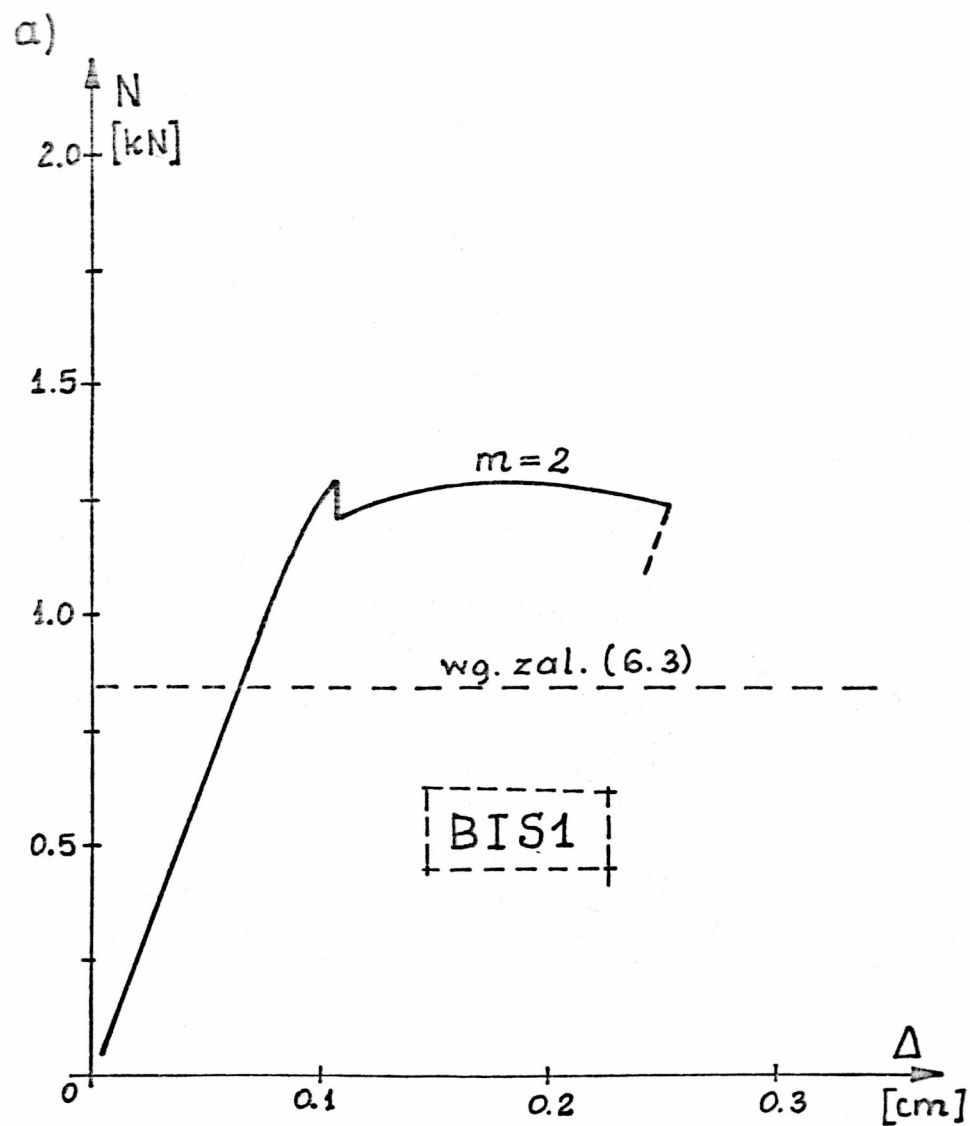


Rys. 6.7. Ścieżki krytyczne dla powłok typu AI,

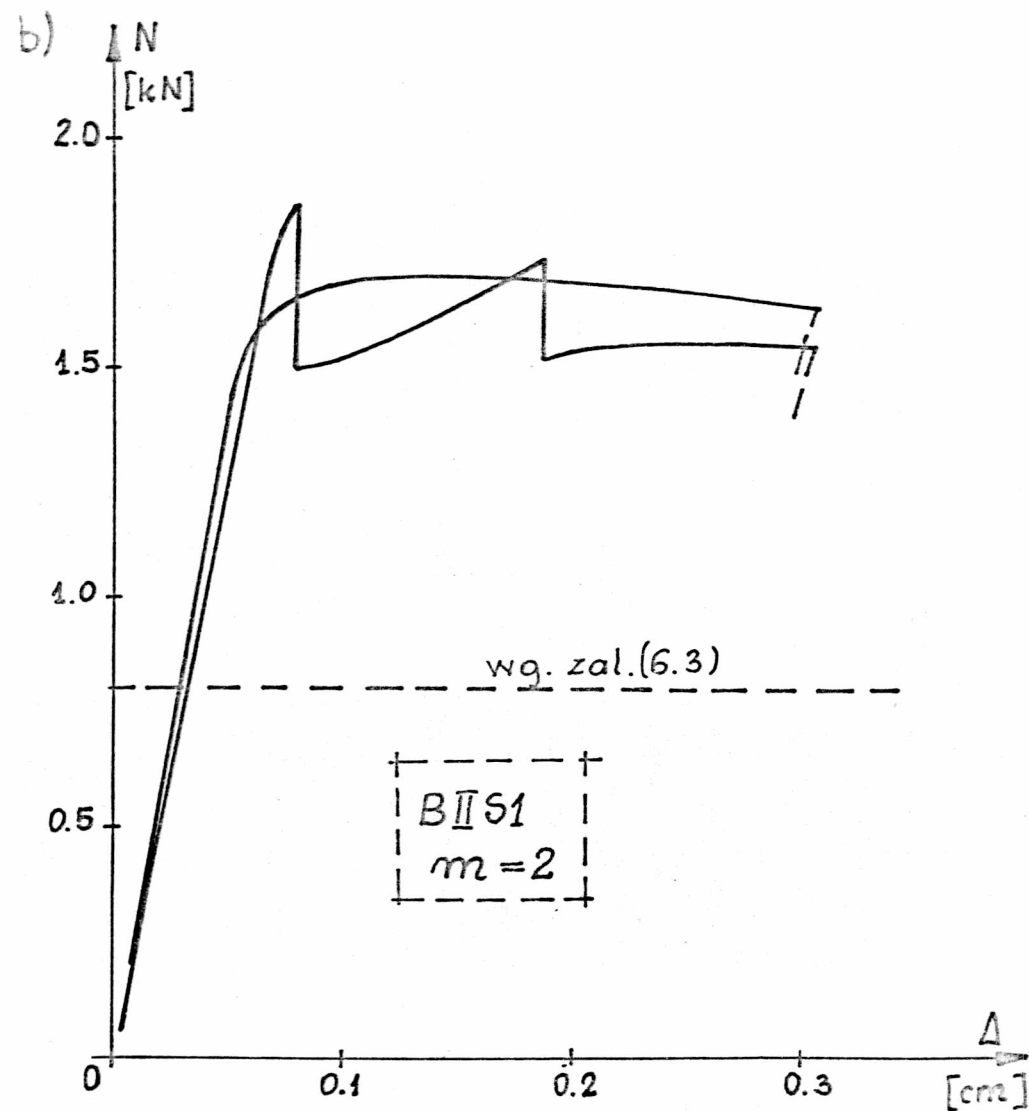
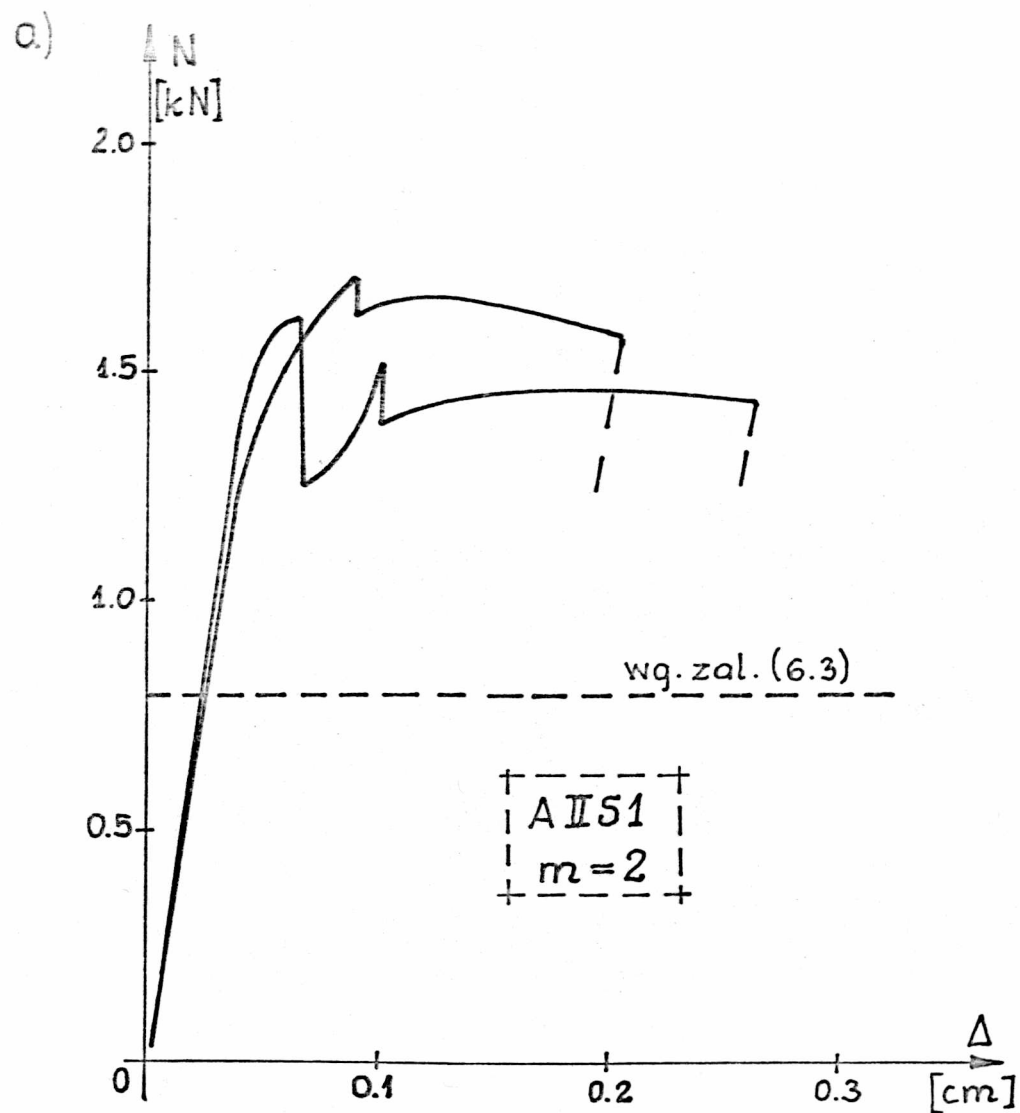
a) podpora swobodna $s_1 = 17,5 \text{ mm}$
b) podpora swobodna $s_2 = 35,0 \text{ mm}$



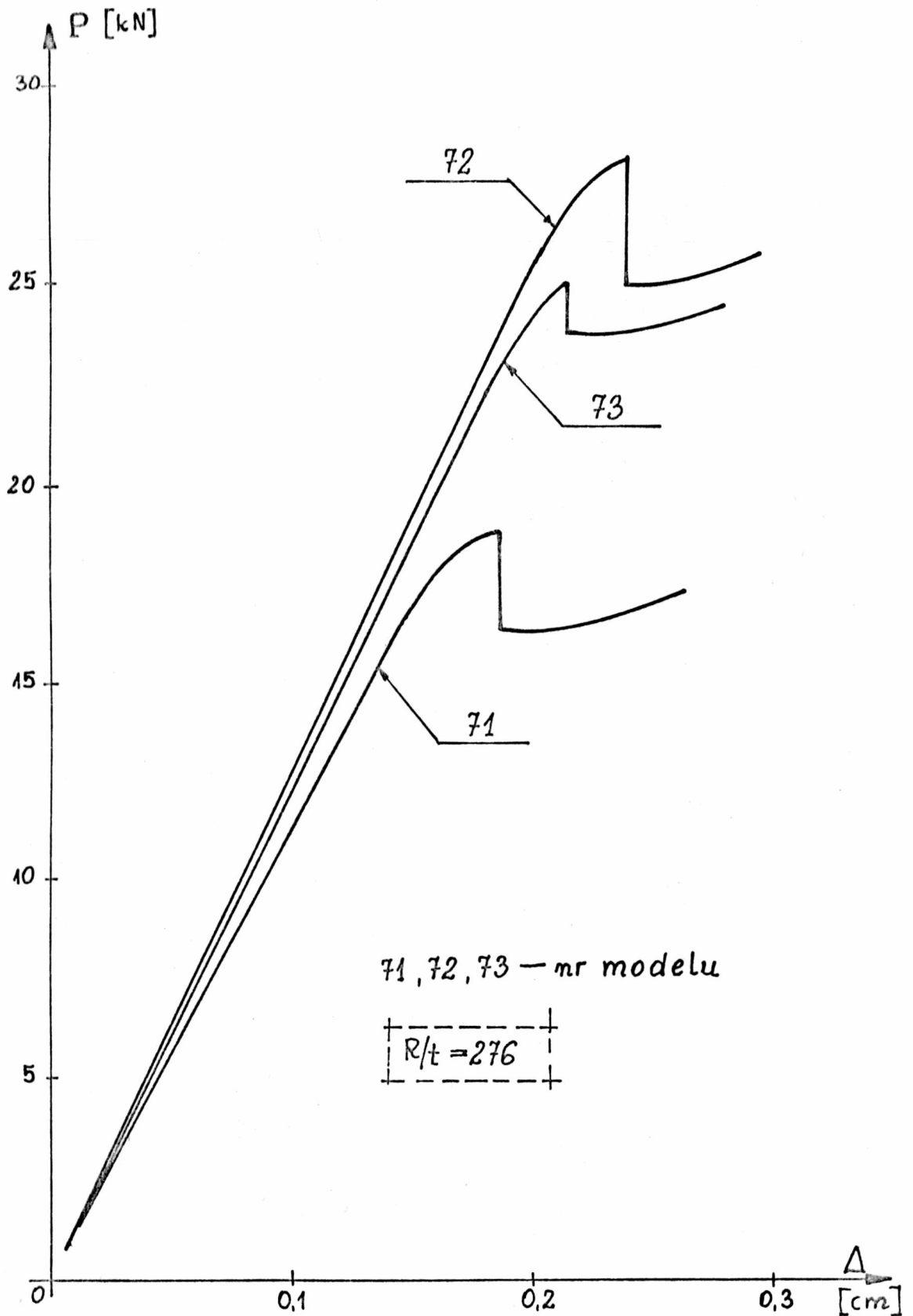
Rys. 6.8. Ścieżki krytyczne dla modeli powłok z pierścieniem typu I
a) swobodne oparcie na podporze, b) nieswobodne oparcie



Rys. 6.9. Ścieżki krytyczne modeli nieswobodnie opartych na podporach



Rys. 6.10. Ścieżki krytyczne modeli z pierścieniem typu II i podporą $s = 1,75$ cm
 a) oparcie swobodne, b) oparcie nieswobodne



Rys. 6.11. Ścieżki krytyczne osiowo-ściskanych modeli powłok opartych na całym obwodzie

TABELA 6.3

Lp.	Symbol powłó- ki	Nr mode- lu	N_g	N_d	$\bar{l}_x/\bar{R}$	$s(\bar{l}_x)$	$\bar{l}_y^*$	$s(\bar{l}_y^*)$	$\bar{n}^*$
—	—	—	kN	kN	—	cm	cm	cm	—
1.	AIS1	01	1,60	1,45	0,197	0,18	2,92	0,30	14,0
2.		11	1,50	—					
3.		21	1,52	1,40					
4.		61	1,30	—					
5.	AIS2	02	1,84	1,69	0,200	0,21	2,85	0,26	14,3
6.		12	1,70	1,30					
7.		22	2,08	2,01					
8.		41	1,55	1,48					
9.		42	1,40	1,10					
10.		63	1,50	1,38					
11.		03	2,16	1,94	0,196	0,19	2,84	0,25	14,4
12.		13	1,85	1,42					
13.		23	2,30	2,17					
14.		53	1,90	1,72					
15.		54	1,85	1,45					
16.		65	1,80	1,70					
17.	BIS1	62	1,32	1,25	0,200	—	2,8	—	14,6
18.	BIS2	43	1,85	1,35	0,195	0,12	2,93	0,20	13,9
19.		44	1,80	1,45					
20.		64	1,65	1,60					
21.	BIS3	51	2,30	1,90	0,192	0,16	2,96	0,23	13,8
22.		52	2,35	1,80					
23.		66	2,10	1,80					
24.	AIIS1	31	1,60	1,20	0,190	—	2,80	—	14,6
25.		32	1,70	1,65					
26.	BIIS1	33	1,70	—	0,195	—	2,85	—	14,3
27.		34	1,85	1,40					

$\bar{l}_x$, $\bar{R}$, $\bar{l}_y^*$, $\bar{n}^*$ - wartości średnie

W tabeli 6.4. przedstawiono wyniki badań modeli powłok opartych równomiernie z dodatkowym pierścieniem środkowym. Wartości parametrów η_g i η_d odpowiadają górnym i dolnym wartościom osiowym sił krytycznych uzyskanym w czasie badań. W tabeli przedstawiono również liczbę fal "n" uzyskaną w badanych modelach.

TABELA 6.4

Lp.	Nr modelu	L/R	L_1/R	Pierścień środkowy J_2 cm^4	η_g	η_d	n
1.	71	0,70	-	0	0,176	0,154	7
2.	72	0,70	0,35	0,0177	0,261	0,236	10
3.	73	0,70	0,35	0,0000833	0,242	0,228	8

W tabeli 6.5 przedstawiono średnie wartości charakterystyk: $\bar{l}_x$, $\bar{l}_y^*$, $\gamma^* = \bar{l}_y^*/\bar{l}_x$ oraz $\bar{n}^*$ zamieszczonych w tabeli 6.3. Oprócz tych wielkości zamieszczono również wartości n_g obliczone z zal. (5.29) oraz n_L odpowiadające liczbie fal z rozwiązania liniowego przeprowadzonego przez Donnella i Wana [12]:

$$n_L = 0,87 \sqrt{\frac{R}{t}} \quad \dots (6.4)$$

TABELA 6.5

$\bar{l}_x/\bar{R}$	$\bar{l}_y^*$	γ^*	γ_0	$\bar{n}^*$	n_g	n_L	$\zeta^* = \frac{n^*}{n_g}$
-	cm	-	-	-	-	-	-
0,195	2,87	1,13	0,92	14,2	16,6	14,4	0,855

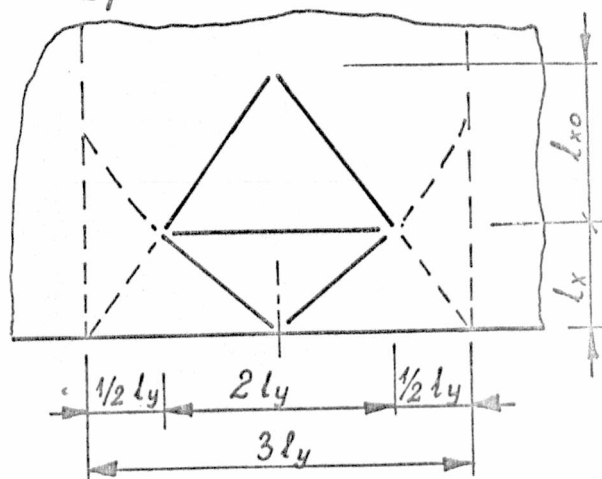
Badając geometrię powłoki po lokalnej utracie stateczności zaobserwowano, że zasięg deformacji obwodowych nie przekracza

szerokości $3 \times l_y$ (por. rys. 6.12).

a)



b)



Rys. 6.12. Zasięg deformacji powłoki po lokalnej utracie stateczności

Po pojawieniu się pierwszej fali wyboczeniowej nad podporą, dalszy wzrost skrócenia Δ powodował powiększanie się szerokości fali $2l_y$, przy zachowaniu stałej wartości l_x . Geometria górnej półfali również ulegała ciągłej zmianie, lecz parametr ν zachowywał praktycznie stałą wartość:

$$\nu = \frac{l_y}{l_{x0}} \approx 0,90 \approx \nu_0 = 0,92.$$

6.7. Wnioski

Szczegółową analizę wyników badań modelowych zamieszczono w rozdz. 7 i 8, przy okazji dyskusji nad rozwiązaniami teoretycznymi omawianej problematyki.

Spostrzeżenia i wyniki przeprowadzonych badań pozwalają jednak na sformułowanie następujących wniosków o charakterze ogólnym:

1. Jakościowy przebieg procesu lokalnej utraty stateczności osiowo-ściskanych, jak powłok cylindrycznych opartych na kilku podporach o małej szerokości jest inny od znanego procesu, obserwowanego podczas wyboczenia powłok cylindrycznych o ciągłych warunkach brzegowych.
2. Proces lokalnej utraty stateczności badanych powłok rozpoczął się od powstania pojedynczej fali wyboczeniowej nad jedną z podpór. Geometria takiej fali odpowiada w pewnym przybliżeniu geometrii uzyskanej przez Donnella i Wana [12] z rozwiązania liniowego oraz geometrii wynikającej z przyjęcia górnej liczby fal obwodowych n_g , określonej przez Sierowa [29].
3. Po rozpoczęciu procesu lokalnej utraty stateczności powłoki, pozioma przekątna fali ($2.l_y$) nie zmieniała swego położenia. Wzrost skrócenia powłoki Δ powodował wzrost szerokości fali $2.l_y$ oraz ogólnego zasięgu deformacji (rys.6.12). Procesowi temu towarzyszył pewien wzrost siły osiowej P .
4. W przypadku oparcia powłoki na kilku podporach wpływ szerokości pojedynczej podpory na wartość krytycznej reakcji podpory N_{kr} jest widoczny. Zwiększenie szerokości podpory s_i powoduje wzrost N_{kr} .
5. Ciągłe połączenie powłoki z lokalną podporą pozwalało na uzyskanie większych wartości N_{kr} w stosunku do powłoki swobodnie opartej na takich podporach. Efekt ten był widoczny szczególnie w przypadku znacznej szerokości podpory.
6. Zwiększenie sztywności giętno-skrętnej pierścienia podporowego powodowało pewien wzrost reakcji krytycznej podpory N_{kr} .

7. Oparcie powłoki na 4 podporach powodowało na ogół zwiększenie wartości krytycznej reakcji pojedynczej podpory N_{kr} w stosunku do oparcia na 2 podporach.
8. W powłokach o małej długości zastosowanie dodatkowego pierścienia środkowego w połowie długości powłoki powodowało wzrost wartości osiowej siły krytycznej. Przy określonej sztywności pierścienia środkowego obie połowy powłoki traciły stateczność niezależnie od siebie, a pierścień środkowy nie ulegał widocznej deformacji.

7. STATECZNOŚĆ OSIOWO-ŚCISKANEJ POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ Z PIERŚCIENIAMI OBWODOWYMI

7.1. Założenia

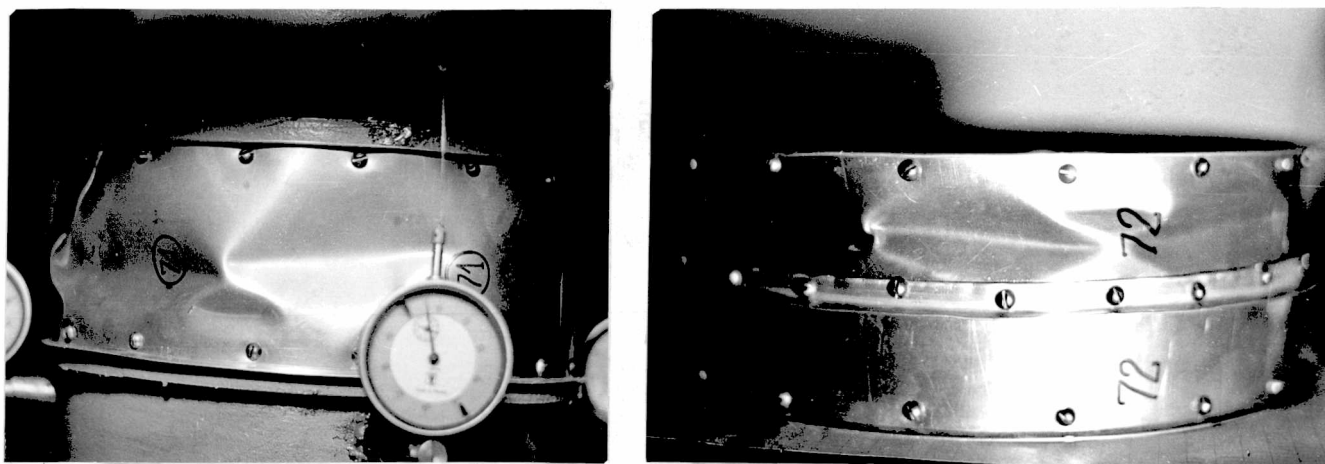
Zgodnie z przedstawionym w rozdz. 2 celem pracy rozpatruje się ściskane osiowo cylindryczne powłoki metalowe, oparte w sposób ciągły na całym obwodzie.

Badania dotyczą określenia wpływu wzajemnej odległości obwodowych pierścieni usztywniających powłokę na wartość krytycznych naprężeń południkowych. Rozpatruje się ponadto wpływ obwodowego usztywnienia brzegów powłoki na przebieg procesu utraty stateczności i wartości naprężeń krytycznych.

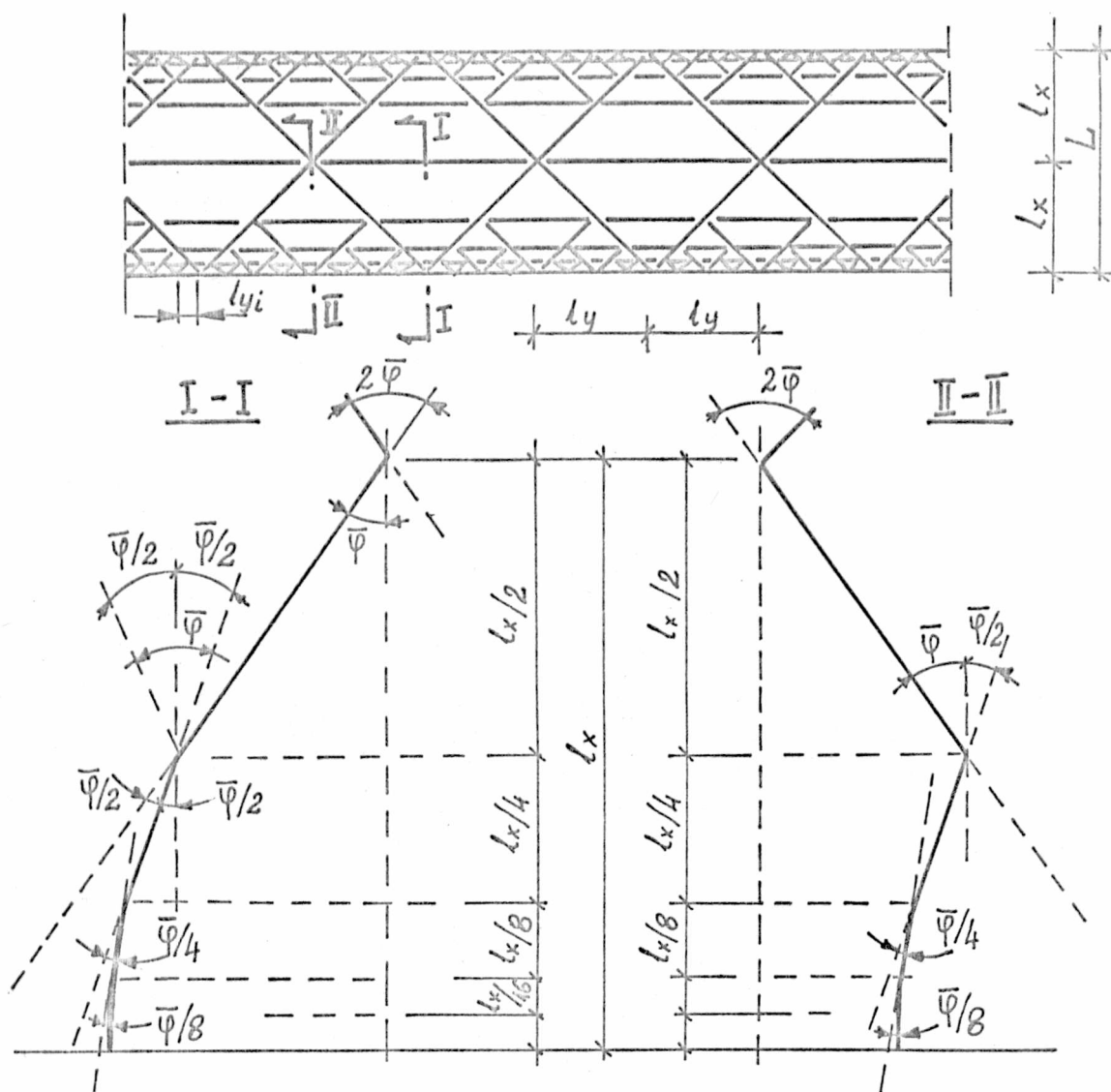
Podjęto również próbę wyznaczenia takiej sztywności pierścienia obwodowego, aby można było traktować go jako płaską przeponę podczas utraty stateczności powłoki.

W rozwiązaniu zagadnienia wykorzystano metodę wariacyjną Lagrange'a, omówioną w rozdz. 5.2. Przyjęty model geometrii wyboczonej powłoki o małej długości wynika z własnych badań i obserwacji, przeprowadzonych na modelach papierowych i celuloidowych oraz aluminiowych (PA2).

Uzyskany podczas tych badań obraz odkształceń (rys. 7.1) odpowiada w pewnym przybliżeniu modelowi teoretycznemu (rys. 7.2). Model teoretyczny jest opisany przez izometryczne przekształcenie powierzchni środkowej, analogiczne do przekształcenia w modelu Yoshimury, różniące się od niego zagęszczoną siatką żeber w pobliżu pierścienia (przepony). Zagęszczenie to ma zapewnić niezmienność pierwotnego cylindrycznego kształtu powłoki w przekroju odpowiadającym płaszczyźnie przepony.



Rys. 7.1. Forma geometryczna utraty stateczności powłoki krótkiej



Rys. 7.2. Teoretyczny model geometryczny utraty stateczności powłoki krótkiej o jednej fali podłużnej

W analizie stateczności powłok krótkich przyjęto ponadto następujące założenia:

- w zagęszczonej siatce żeber geometrycznych stopień rozmycia ostrych załamów jest jednakowy dla wszystkich żeber,
- liczba fal obwodowych w powłoce krótkiej jest determinowana graniczną wartością kąta załomu żeber $\bar{\psi}_0$. Graniczna wartość tego kąta odpowiada wartości uzyskanej dla powłok długich.

Drugie założenie wynika z przyjętego przebiegu procesu utraty stateczności, opisanego w rozdz. 4.1. Proces szybkich przeskoków i zmniejszenia się liczby fal obwodowych zostaje zablokowany z chwilą osiągnięcia naprężeń plastycznych na liniach żeber. Tej końcowej liczbie fal n odpowiada pewna wartość kąta załomu $\bar{\psi}_0$. W zastosowanej metodzie analizy zagadnienia można przyjąć, że miarodajną liczbą fal jest jej obliczeniowa wartość n_0 , zaproponowana przez Sierowa [29]. Wartość kąta załomu na liniach żeber ukośnych jest zawsze większa niż na liniach żeber obwodowych. Stąd też liczba fal obwodowych w powłoce krótkiej wyznaczana będzie z równania:

$$\bar{\psi}_u = \bar{\psi}_0 ,$$

co prowadzi do związku:

$$\frac{\pi}{2n}(1+j^2)^{1/2} = \frac{\pi}{2n_0}(1+j_0^2)^{1/2} \quad \dots(7.1)$$

Przez określenie "powłoka krótka" rozumieć się będzie ogólnie taką powłokę, w której wpływ płaskich przepon brzegowych lub pośrednich na wartość południkowych naprężeń krytycznych jest istotny. Do powłok krótkich można z reguły zaliczyć powłoki o długości L mniejszej od długości jednej fali podłużnej $2l_x$, gdzie l_x odpowiada długości półfali wynikającej z klasycznych rozwią-

zań dla powłok długich.

Jest oczywiste, że granica między powłoką długą a krótką nie może być określona tak arbitralnie, jak to jest przyjęte w klasycznej teorii. Stąd też, przyjęta definicja ma bardzo ogólny charakter i umożliwia traktowanie w taki sam sposób powłok długich i krótkich przy badaniu stateczności. Dla dowolnej długości powłoki możliwe jest powstanie jednego pasa fal obwodowych (1 fali podłużnej). Wraz ze wzrostem długości powłoki możliwe jest powstanie: 3,4,5,... półfal podłużnych, a zagęszczona siatka żeber występuje tylko w bezpośrednim sąsiedztwie przepon. Wpływ tych przepon na wartość parametru naprężeń krytycznych η_0 maleje bardzo szybko wraz ze wzrostem liczby fal podłużnych, wynikającym ze wzrostu długości powłoki.

7.2. Parametr naprężeń krytycznych dla powłok krótkich

7.2.1. Powłoka krótka o jednej podłużnej fali wyboczeniowej

W analizie uwzględniono formę geometryczną wyboczonej powłoki przedstawioną na rys. 7.2. Wstępnie przyjęto stałą wartość $\psi^r=1$, aby ustalić wzajemne proporcje pomiędzy poszczególnymi składnikami ogólnej energii potencjalnej układu w badanej powłoce krótkiej, a tymi samymi wielkościami występującymi w powłoce długiej. Składowe energie sprężyste U_1 oraz prace sił zewnętrznych L_z , występujące w zal. (5.7), wyznaczano dla obszaru powłoki $l_x \cdot l_y$.

Energię sprężystą zginania żeber w badanym przypadku można zapisać:

$$U_z = C_1 \cdot E \cdot t^3 \frac{1}{\xi_{\max} b} \cdot l_y \cdot \left[\frac{1}{2} \bar{\psi}^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{\psi}}{2} \right)^2 \cdot 2 + \frac{1}{8} \left(\frac{\bar{\psi}}{4} \right)^2 \cdot 4 + \frac{1}{16} \left(\frac{\bar{\psi}}{8} \right)^2 \cdot 8 + \right. \\ \left. + \frac{1}{32} \left(\frac{\bar{\psi}}{16} \right)^2 \cdot 16 + \dots \right]$$

Znajdując granicę powyższego szeregu otrzymuje się:

$$U_z = \frac{2}{3} \cdot C_1 \cdot E \cdot t^3 \cdot \frac{l_y}{\xi \cdot \max b} \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.2)$$

Uwzględniając podstawową zależność (5.13) oraz przyjętą siatkę geometryczną żeber można zapisać następującą zależność na energię sprężystą odkształcenia powierzchni środkowej powłoki:

$$U_s = C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} \cdot (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \left[\frac{1}{2} \cdot \bar{\varphi}^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right)^2 \cdot 2 + \frac{1}{8} \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right)^2 \cdot 4 + \right. \\ \left. + \frac{1}{16} \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right)^2 \cdot 8 + \dots \right]$$

Ostatecznie otrzymuje się:

$$U_s = \frac{2}{3} \cdot C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.3)$$

Energia sprężysta zginania związana z likwidacją krzywizny początkowej jest taka sama jak dla powłok długich i wynosi:

$$U_R = \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{1}{R} \right)^2 \cdot l_x \cdot l_y \quad \dots (7.4)$$

Sumaryczną pracę sił zewnętrznych w badanym obszarze $l_x \cdot l_y$ można zapisać następująco:

$$L_z = G_0 \cdot t \cdot l_y \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot l_x \cdot \bar{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \frac{l_x}{2} \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_x}{4} \left(\frac{\bar{\varphi}}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_x}{8} \left(\frac{\bar{\varphi}}{8} \right)^2 + \dots \right]$$

Po wykonaniu odpowiednich działań otrzymuje się ostatecznie:

$$L_z = 0,57143 \cdot G_0 \cdot t \cdot l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.5)$$

Uwzględniając powyższe zależności oraz podstawowe równanie bilansu energii potencjalnej (5.7) można napisać:

$$U_z + U_s + U_R - L_z = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \cdot C_1 \cdot E \cdot t^3 \cdot \frac{1}{\xi \cdot \max b} \cdot \bar{\varphi}^2 + \frac{2}{3} \cdot C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 + \\ & + \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,57143 \cdot \bar{\sigma}_0 \cdot t \cdot l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 = 0 \end{aligned}$$

...(7.6)

Uwzględniając, że:

$$\bar{\sigma}_0 = \eta_0 \cdot E \cdot \frac{t}{R} \text{ oraz zal. (5.5) i (5.15),}$$

otrzymuje się z równania (7.6) następującą zależność na bezwymiarowy parametr obliczeniowych (średnich) naprężeń krytycznych:

$$\begin{aligned} \eta_0 = & 1,1666 \dots \cdot C_3 \cdot \frac{1}{\xi} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} + 1,1666 \cdot C_4 \cdot \xi^3 \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{R}{t} + \frac{0,05910}{1-\nu^2} \cdot \\ & \cdot \frac{1}{\nu^2} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \end{aligned}$$

...(7.7)

Przyjmując jako zmienną parametr ξ , określający stopień rozmycia ostrych załamów żeber, poszukiwano minimalnej wartości η_0 . Parametr ξ wyznaczono z równania:

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} = 0,$$

otrzymując w rezultacie równanie:

$$-1,1666 \cdot C_3 \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \cdot \frac{1}{\xi^2} + 3,50 \cdot C_4 \cdot \xi^2 \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{R}{t} = 0$$

Rozwiązując powyższe równanie otrzymano:

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{C_3}{3C_4}} \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}}$$

...(7.8)

Tak więc dla $\nu = 0,3$ zależność (7.7) przyjmuje postać:

$$\eta_0 = 1,1666 C_5 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \frac{1}{3} \cdot 1,1666 \cdot C_5 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \frac{0,05910}{1 - \sqrt[3]{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot n^2 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (7.9)$$

gdzie:

$$C_5 = (3 C_3^3 \cdot C_4)^{1/4}.$$

Otrzymana zależność (7.9) ma analogiczną budowę jak zależność (5.20) dotycząca powłok długich. Współczynnik C_5 w obu zależnościach ma tę samą wartość.

Uwzględniając ogólną zależność (5.32), określającą parametr naprężeń krytycznych dla powłok długich przy dowolnej wartości $\mathcal{V}$, oraz wykorzystując wzajemne proporcje pomiędzy liczbowymi współczynnikami w zal. (7.9) i (5.30), otrzymano:

$$\eta_{01} = 0,1375 (2\mathcal{V} + \frac{1}{\mathcal{V}} \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,0649 \frac{n^2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{t}{R}) \quad \dots (7.10)$$

gdzie: η_{01} jest parametrem południkowych naprężeń krytycznych dla powłok krótkich o 1 fali podłużnej.

Wprowadzając wzajemne związki:

$$\mathcal{V} = \frac{l_y}{l_x}; \quad l_y = \frac{\pi \cdot R}{n}; \quad L = 2l_x,$$

otrzymuje się ostatecznie:

$$\eta_{01} = 1,728 \frac{R}{L} \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,0219 \frac{L}{R} \cdot n^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,00164 \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (7.11)$$

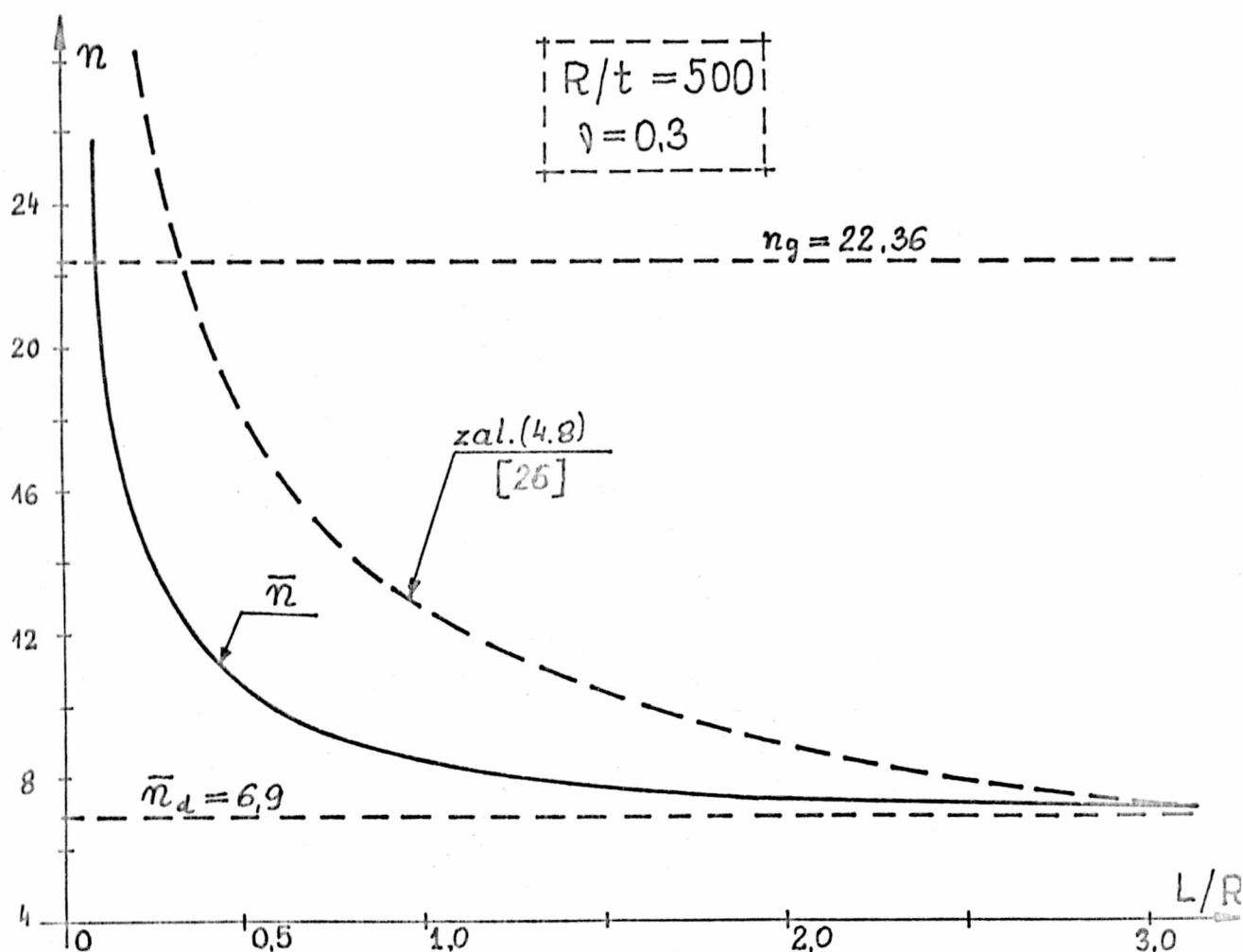
Liczbę fal obwodowych ustalono z równania (7.1) wprowadzając $\mathcal{V}_0 = 0,92$. Rozwiązanie tego równania prowadzi do uzyskania następującej zależności na obliczeniową (średnią) liczbę fal obwodowych $\bar{n}$ ($\bar{n} = n$) dla powłok krótkich o 1 fali podłużnej:

$$\bar{n} = 0,520 \sqrt{n_0^2 + n_0 [n_0^2 + 291,57 \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^2]^{1/2}} \quad \dots (7.12)$$

Dolna liczba fal $\bar{n}$ przy $\frac{L}{R} \rightarrow \infty$ wynosi:

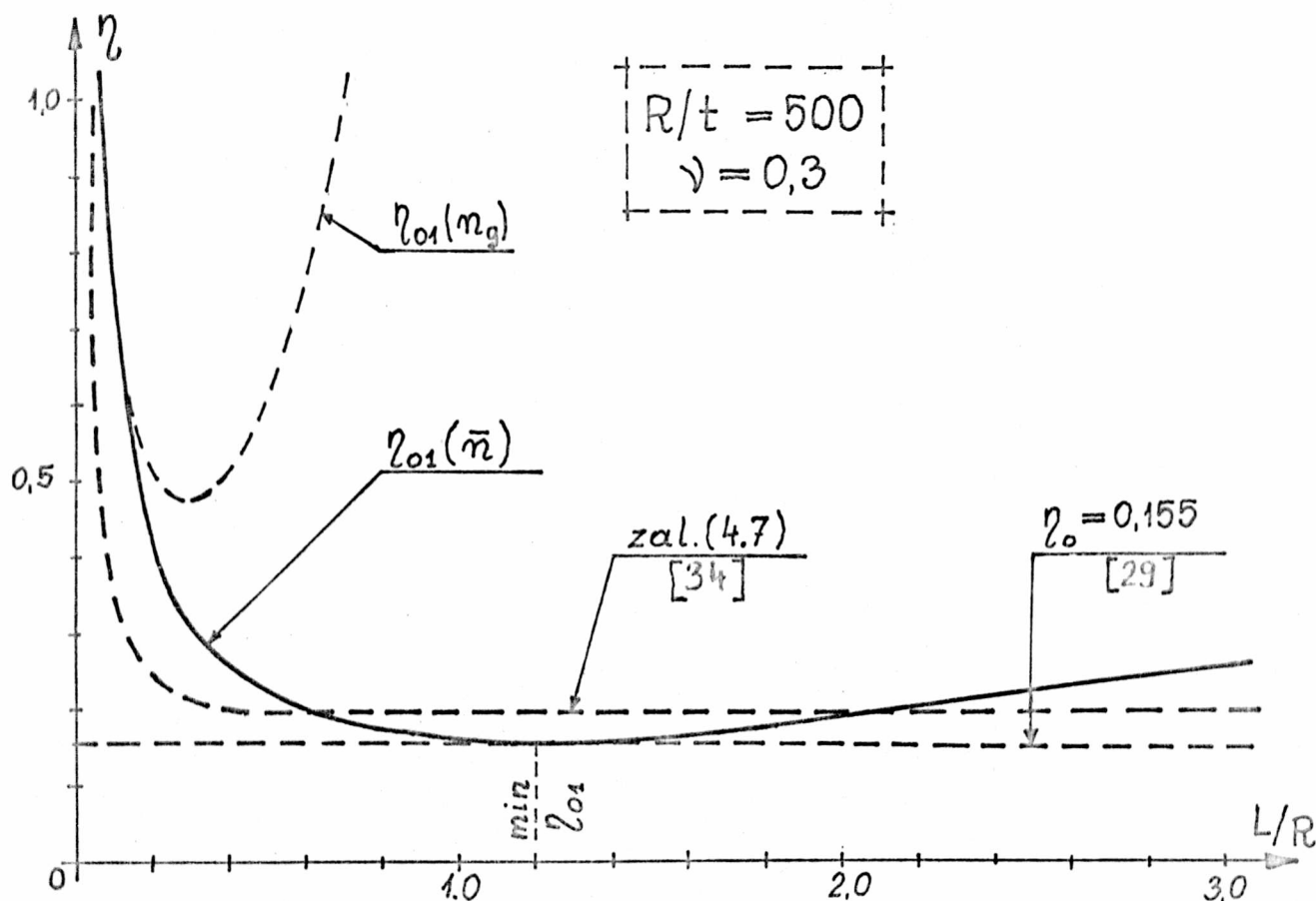
$$\bar{n}_d = 0,735 n_0$$

Na rys. 7.3. przedstawiono zależność (7.12) oraz odpowiednie wartości n dotyczące powłok długich. Górną teoretyczną obliczeniową liczbę fal n_g ustalono wg zał. (5.29). Dla porównania zamieszczono również wykres zależności (4.8) ustalonej przez Neufville i Connora [26].



Rys. 7.3. Wpływ długości powłoki na liczbę fal obwodowych

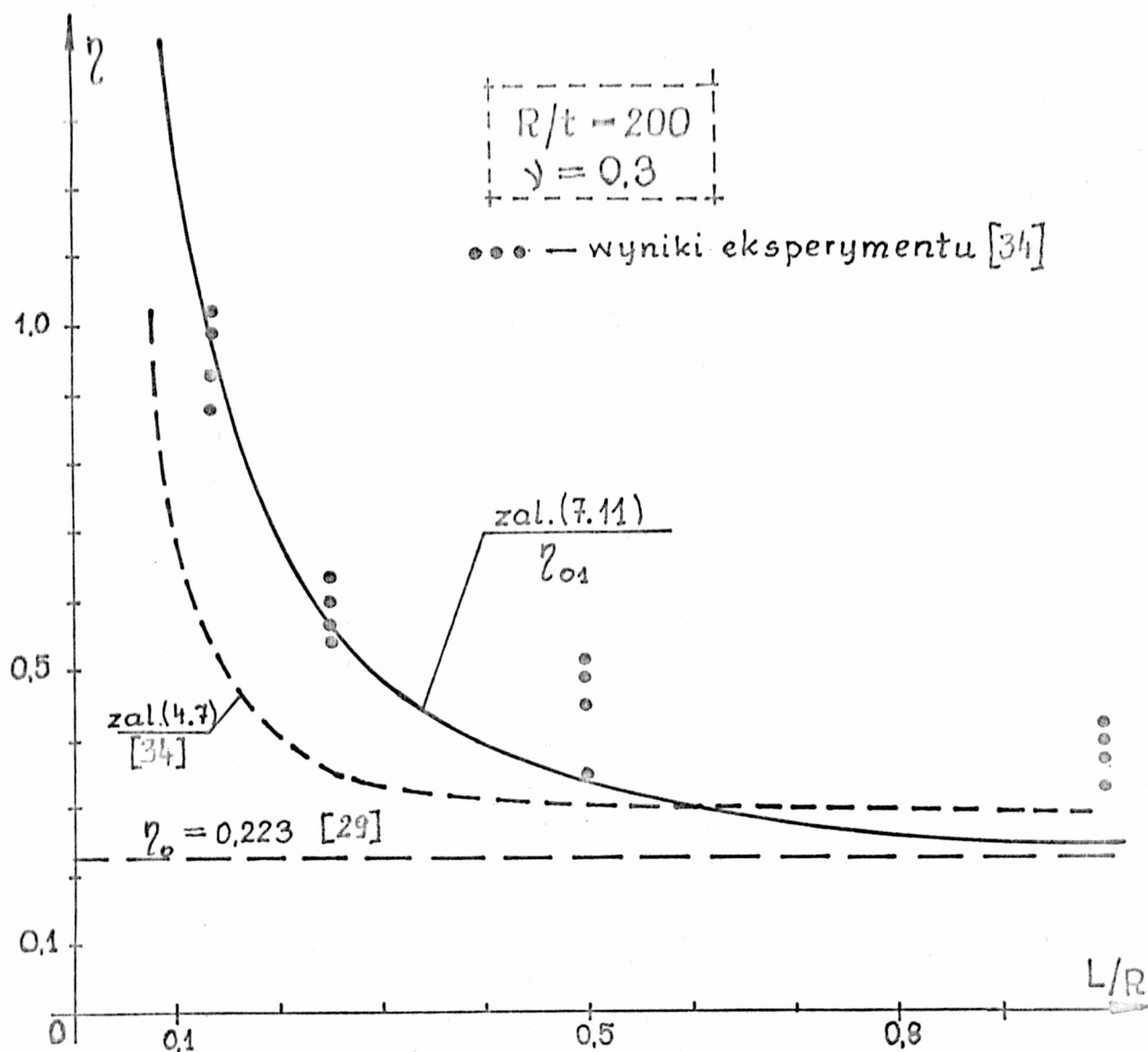
Na rys. 7.4. przedstawiono natomiast wykresy zależności (7.11) dla powłoki o geometrii $R/t = 500$, $\nu = 0,3$, przyjmując $n = \bar{n}$ oraz $n = n_g$. Na rysunku tym zamieszczono również wykres empirycznej wartości η wg zal. (4.7) ustalonej przez Weingartena, Seidego i Morgana [34].



Rys. 7.4. Parametr naprężeń krytycznych η_{01} dla powłoki krótkiej

Na rysunku 7.5. przedstawiono porównanie pomiędzy wartościami η uzyskanymi z badań eksperymentalnych Weingertena ... [34], a wartościami uzyskanymi z zal. (7.11).

Minimalną wartość η_{01} dla $R/t = 500$ uzyskano dla $L/R \approx 1,2$ (por. rys. 7.4). Zestawienie minimalnych wartości η_{01} oraz odpowiadających im L/R i $\bar{n}$, dla różnych geometrii powłoki, przedstawiono w tabeli 7.1.



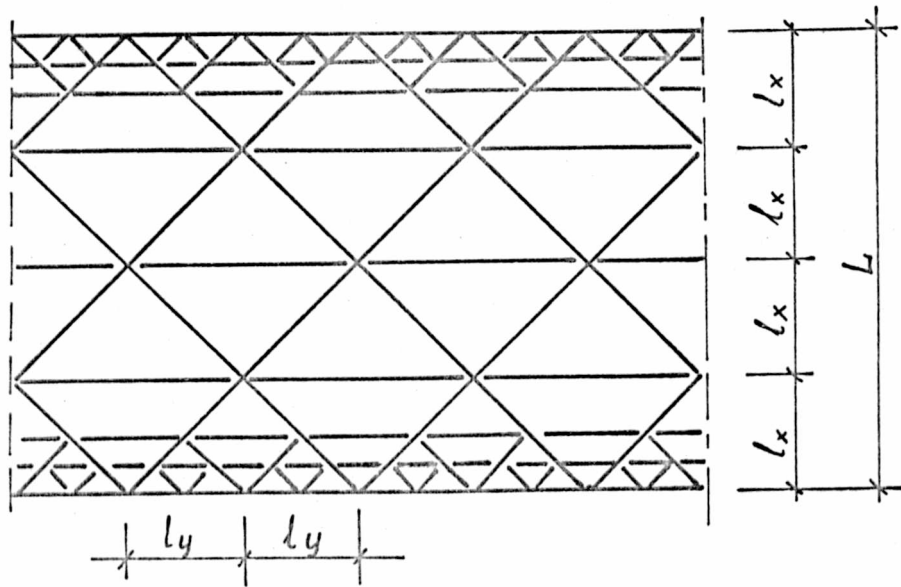
Rys. 7.5. Porównanie wartości η_{01} z wynikami eksperymentalnymi [34]

TABELA 7.1

R/t	200	250	500	750
$(\eta_{01})_{\min}$	0,245	0,222	0,165	0,138
L/R	1,25	1,23	1,20	1,17
$\bar{n}$ zal. (7.12)	7,45	7,64	8,20	8,55
n_o wg [29]	8,40	8,65	9,40	9,85
η_o wg [29]	0,223	0,205	0,155	0,132

7.2.2. Powłoka krótka o dwóch podłużnych falach wyboczeniowych

W rozważaniach przyjęto geometrię przedstawioną na rys. 7.6. Założono, że kąty załomów $\bar{\varphi}$ są jednakowe w obu falach podłużnych. Przy wyznaczaniu poszczególnych składników bilansu energii potencjalnej rozpatrywano obszar $l_y \cdot 2l_x$. W obszarze o niezagęszczonej siatce żeber poszczególne składowe energie wyznaczono tak jak dla powłok długich, a w obszarze brzegowym tak jak w rozdz. 7.2.1.



Rys. 7.6. Układ żeber w powłoce o 2 falach podłużnych

Uwzględniając powyższe, otrzymano następujące zależności:

$$U_z = \frac{5}{3} C_1 \cdot E \cdot t^3 \cdot \frac{l_y}{\xi \cdot \max b} \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.13)$$

$$U_s = \frac{5}{3} C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.14)$$

$$U_R = 2 \cdot \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{R^2} \cdot l_x \cdot l_y \quad \dots (7.15)$$

$$L_z = 1,57143 \cdot \bar{b}_0 \cdot t \cdot l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.16)$$

Wprowadzając powyższe zależności do równania (5.7) oraz określając minimum η_0 z uwagi na zmienny parametr ξ , otrzymano następującą zależność na parametr naprężeń krytycznych η_{02} dla powłoki krótkiej o 2 falach podłużnych ($\nu = 0,3$):

$$\eta_{02} = 0,1250(2\nu + \frac{1}{\nu}) \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,0472 \frac{n^2}{\nu^2} \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(7.17)$$

Uwzględniając, że:

$$l_y = \frac{\pi \cdot R}{n}; \quad L = 4 \cdot l_x; \quad \nu = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4\pi R}{n \cdot L},$$

otrzymano ostatecznie:

$$\begin{aligned} \eta_{02} = & 3,142 \frac{R}{L} \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,00995 \cdot \frac{L}{R} \cdot n^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \\ & + 0,000300 \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(7.18) \end{aligned}$$

Obliczeniową wartość liczby fal obwodowych przedstawia zależność:

$$\bar{n} = 0,520 \sqrt{n_0^2 + n_0 [\ln^2 + 1166,2 \left(\frac{R}{L}\right)^2]^{1/2}} \quad \dots(7.19)$$

$$\bar{n}_d = 0,735 n_0$$

Minimalne wartości η_{02} wraz z odpowiadającymi im wielkościami L/R oraz $\bar{n}$ zestawiono w tabeli 7.2.

TABELA 7.2

R/t	200	250	500	750
$(\eta_{02})_{\min}$	0,215	0,196	0,146	0,123
L/R	2,56	2,52	2,49	2,43
$\bar{n}$ zal. (7.19)	7,40	7,60	8,13	8,48
n_0 wg [29]	8,70	8,65	9,40	9,85
η_0 wg [29]	0,223	0,205	0,155	0,132

7.2.3. Powłoka krótka o trzech falach podłużnych

Badania dotyczą podobnego układu żeber geometrycznych do przedstawionego na rys. 7.6, z tą różnicą, że $L = 6 \cdot l_x$, i że analiza dotyczy obszaru $3l_x \cdot l_y$.

Stosując identyczną procedurę jak w rozdz. 7.2.2 otrzymano następujące zależności (dla $\nu = 0,3$):

$$U_z = \frac{8}{3} C_1 \cdot E \cdot t^3 \cdot \frac{l_y}{\xi \cdot \max b} \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.20)$$

$$U_s = \frac{8}{3} C_2 \cdot E \cdot t \cdot \frac{1}{R^2} (\xi \cdot \max b)^3 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.21)$$

$$U_R = 3 \cdot \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu)^2} \cdot \frac{1}{R^2} \cdot l_x \cdot l_y \quad \dots (7.22)$$

$$L_z = 2,57143 \cdot \xi_0 \cdot t \cdot l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.23)$$

$$\eta_{03} = 4,607 \frac{R}{L} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,00648 \cdot \frac{L}{R} \cdot n^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,000122 \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (7.24)$$

$$\bar{n} = 0,520 \sqrt{n_0^2 + n_0 [n_0^2 + 2624,1 \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^2]^{1/2}} \quad \dots (7.25)$$

Minimalne wartości η_{03} wraz z odpowiadającymi im wartościami L/R i $\bar{n}$, zestawiono w tabeli 7.3.

TABELA 7.3.

R/t	200	250	500	750
$(\eta_{03})_{\min}$	0,208	0,190	0,141	0,119
L/R	3,92	3,87	3,78	3,54
$\bar{n}$ zal. (7.25)	7,37	7,56	8,11	8,53
n_0 wg [29]	8,40	8,65	9,40	9,85
η_0 wg [29]	0,223	0,205	0,155	0,132

7.2.4. Ogólne własności parametru η_0 dla powłok krótkich.

Z przedstawionych w p. 7.2.1÷7.2.3 rozważań wynika wniosek, że dla powłok o długości $L < (1,17 \div 1,25) \cdot R$ rośnie dość szybko parametr naprężeń krytycznych η_0 w miarę zmniejszania się L . Wpływ nieodkształcalnych przepon brzegowych jest zauważalny również dla $L > 1,25 R$. Wraz ze wzrostem długości powłoki, umożliwiającym powstanie 2,3,4,5... fal podłużnych, wpływ tych przepon na wartość η_0 jest coraz mniejszy. Graniczną wartość η_0 przy $L \rightarrow \infty$ uzyskuje się z zależności (5.32) dotyczącej powłok długich. Rozpatrując obszar o 1 fali podłużnej i wprowadzając do zal. (5.32) związki: $L = 2 \cdot l_x$, $\nu = \frac{2\pi \cdot R}{n \cdot L}$ otrzymano następującą zależność:

$$\eta_0 = 1,4828 \frac{R}{L} \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,01878 \frac{L}{R} \cdot n^2 \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,000937 \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R} \dots (7.26)$$

Wartość $n = \bar{n}$ należy wyznaczyć z zal. (7.12). Minimum wyrażenia (7.26) określa granicę, do której dąży parametr η_0 przy liczbie fal podłużnych dążącej do nieskończoności. Granicę tę oznaczono jako η_∞ , a jej wartości zestawiono w tabeli 7.4.

TABELA 7.4.

R/t	200	250	500	750
η_∞ zal. (7.26)	0,198	0,181	0,135	0,114
η_0 wg [29]	0,223	0,205	0,155	0,132
$\bar{\eta}$ wg [38]	0,180	0,180	0,140	0,120
$(\eta_{01})_{\min} : \eta_\infty$	1,237	1,227	1,222	1,210
$(\eta_{02})_{\min} : \eta_\infty$	1,086	1,083	1,081	1,079
$(\eta_{03})_{\min} : \eta_\infty$	1,050	1,050	1,044	1,044

W tabeli tej zamieszczono również wartości parametru η_0 dla powłok długich wyznaczone przez Sierowa [29] oraz wartości parametru

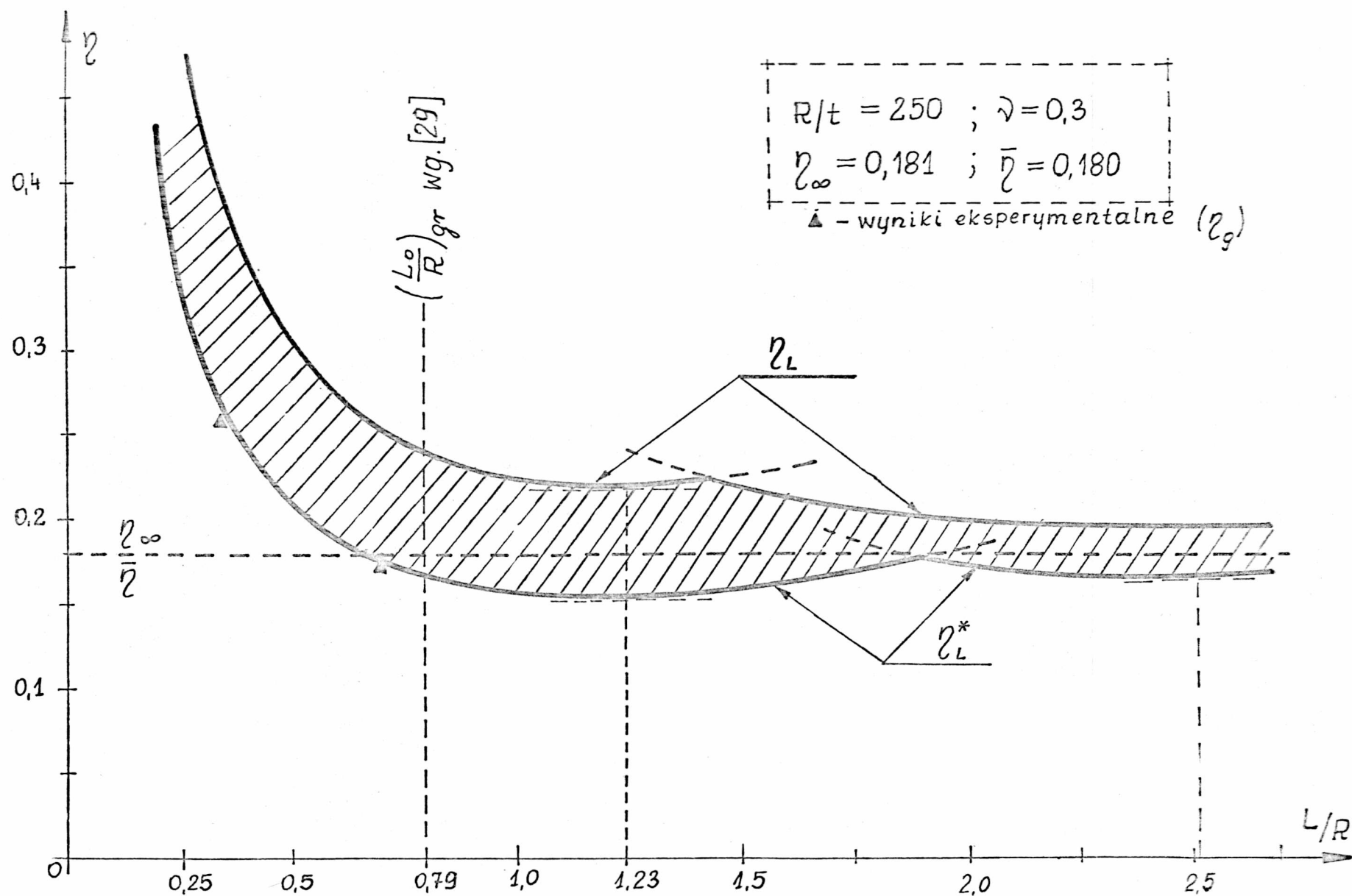
$\bar{\eta}$ określone wg teorii statystycznej [38].

Wartość parametru naprężeń krytycznych dla powłok z przepo-
nami brzegowymi, w całym zakresie długości $0 < L/R < \infty$ określa
dolna granica z wartości: $\eta_{01}, \eta_{02}, \eta_{03}, \dots, \eta_{\infty}$. Parametr ten
oznaczono jako η_L i ma on obliczeniowe (średnie) znaczenie, tak
jak i parametr η_0 . Wykresy zależności η_L przedstawiono na rys.
7.7 oraz 7.8, a dotyczą one tylko przypadku 2, 4 i 6 półfal po-
dłużnych. Wartości η_L dla 3, 5, 7... półfal podłużnych mają podob-
ne wartości do przedstawionych na wykresach (rys. 7.7, 7.8).
Minima lokalne w tym przypadku leżą między minimami przedstawi-
onymi dla 2, 4, 6 półfal. Na rysunkach 7.7 oraz 7.8 zamieszczono
również wykresy zależności wyznaczonych w p. 7.3.1.

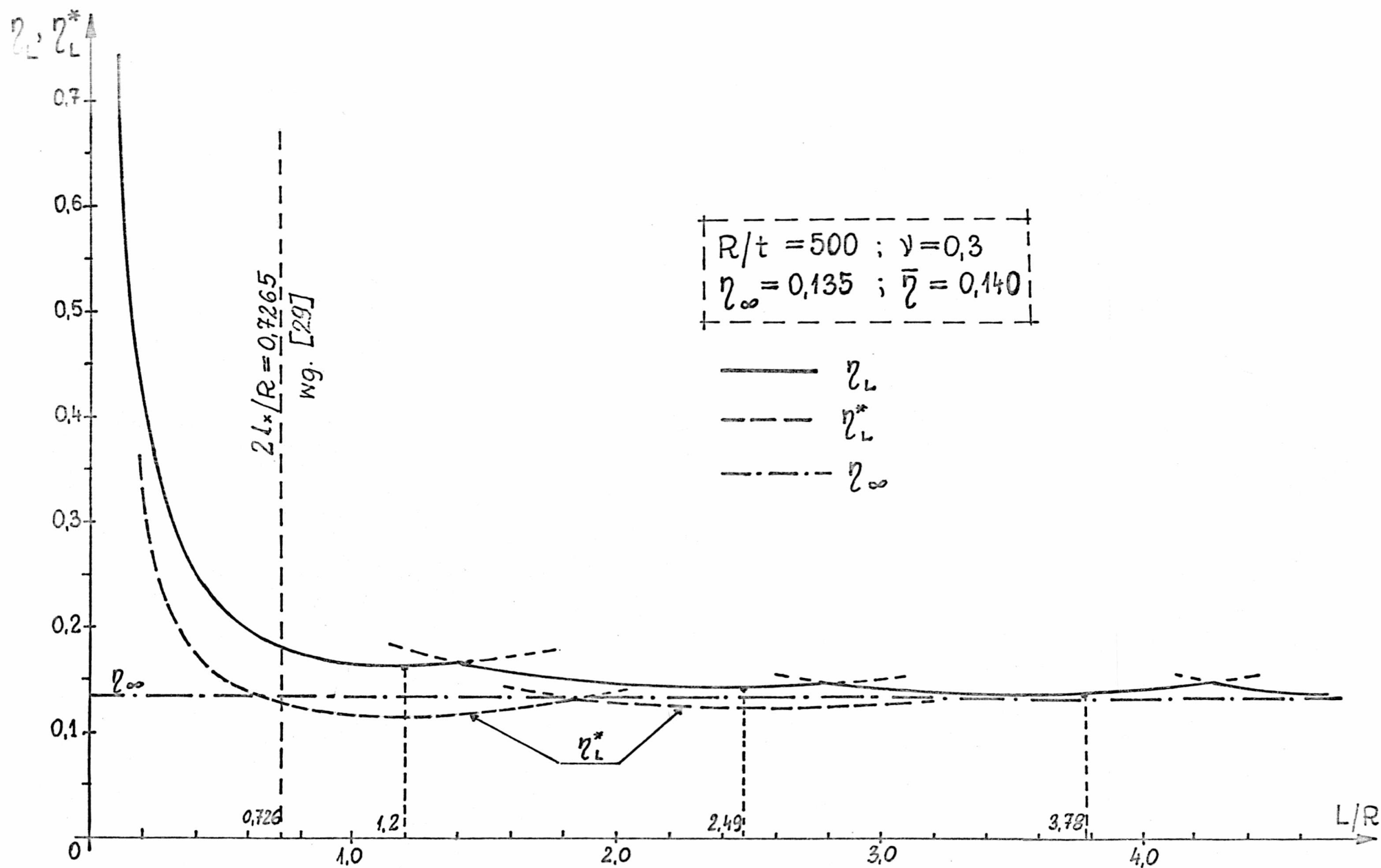
7.3. Wpływ skończonej sztywności pierścieni

7.3.1. Powłoka bez pierścieni obwodowych

W rozdz. 7.2. analizowano graniczny przypadek, w którym
sztywność pierścieni obwodowych była na tyle duża, że pierścienie
te można było traktować jako płaskie nieodkształcalne przepony.
Drugim granicznym przypadkiem jest brak pierścieni obwodowych, co
można traktować jako przypadek zerowej ich sztywności. W takiej
sytuacji pierwotnie kołowy przekrój na obu końcach powłoki zosta-
je przekształcony w wielokąt podczas utraty stateczności, a geo-
metrię wyboczonej powłoki można opisać modelem Youshimury. Jeśli
taka powłoka ma małą długość, pozwalającą na powstanie tylko 1 fa-
li podłużnej (por. rys. 7.9), to w bilansie energii potencjalnej
układu należy uwzględnić brak poziomych żeber geometrycznych na
brzegach powłoki. W sytuacji gdy mogą powstać 2, 3... fale podłuż-
ne, brak tych poziomych żeber ma coraz mniejsze znaczenie.

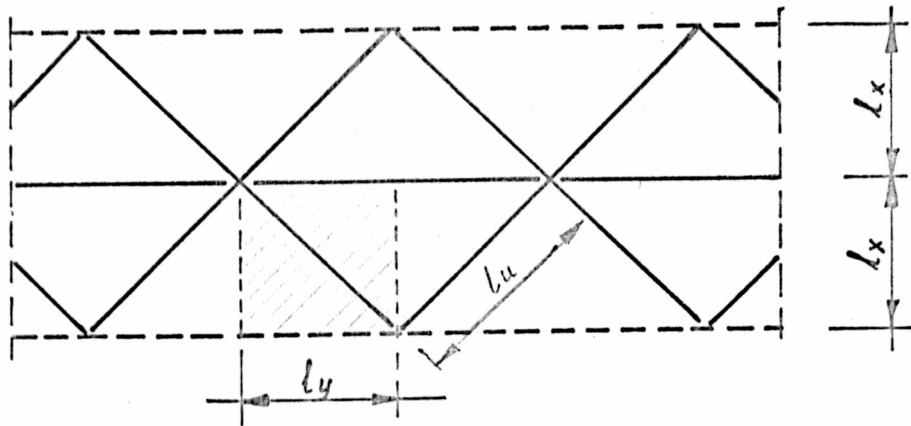


Rys.7.7. Parametr naprężeń krytycznych dla powłok z przeponami brzegowymi (η_L) oraz dla powłok bez przepon brzegowych (η_L^*)



Rys. 7.8. Zależność parametrów naprężeń krytycznych η_L, η_L^* od długości powłoki L .

Parametr naprężeń krytycznych η_L^* dla powłok bez pierścieni obwodowych określono jako dolną granicę parametrów $\eta_{01}^*, \eta_{02}^*, \eta_{03}^*, \dots$ wyznaczonych dla powłoki o 1, 2, 3, ... falach podłużnych. Parametry $\eta_{01}^*, \eta_{02}^*, \dots$ wyznaczono wprost z zależności (5.32), uwzględniając przy tym współczynnik k_1 , zmniejszający dwa pierwsze składniki tej zależności. Składniki te odnoszą się do wartości energii sprężystej żeber ($U_z + U_s$).



Rys. 7.9. Geometria wyboczeniowa powłoki bez pierścieni brzegowych

W przypadku geometrii przedstawionej na rys. 7.9 rozpatrzono obszar $l_x \cdot l_y$, a współczynnik zmniejszający k_1 ustalono w postaci:

$$k_1 = \frac{l_y \cdot \bar{\varphi} + l_u \cdot 2 \cdot \bar{\varphi}_u}{2 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi} + l_u \cdot 2 \cdot \bar{\varphi}_u}.$$

Wprowadzając związki:

$$l_u = l_y \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{j^2}}, \quad \bar{\varphi}_u = \bar{\varphi} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{j^2}}, \quad L = 2l_x, \quad j = \frac{2\pi R}{n \cdot L}$$

otrzymano:

$$k_1 = \frac{3 + \frac{n^2}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2}{4 + \frac{n^2}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2} \quad \dots (7.27)$$

Tak więc parametr naprężeń krytycznych η_{01}^* przyjmuje postać:

$$\eta_{01}^* = 1,4828 \cdot k_1 \cdot \frac{R}{L} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,01878 \cdot k_1 \cdot \frac{L}{R} \cdot n^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + \\ + 0,000937 \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (7.28)$$

Obliczeniową liczbę fal obwodowych n należy określać z zal. (7.12). W przypadku powstania dwóch fal podłużnych na długości powłoki, współczynnik zmniejszający k_2 wynosi:

$$k_2 = \frac{7 + \frac{n^2}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2}{8 + \frac{n^2}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2}, \quad \dots (7.29)$$

W bilansie energetycznym rozpatrzono obszar $2l_x \cdot l_y$.

Parametr naprężeń krytycznych dla dwóch fal podłużnych wynosi więc:

$$\eta_{02}^* = 2,966 \cdot k_2 \cdot \frac{R}{L} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,00939 \cdot k_2 \cdot \frac{L}{R} \cdot n^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,000234 \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2 \cdot \\ \cdot n^4 \cdot \frac{t}{R}, \quad \dots (7.30)$$

a wartość n należy określać jako $\bar{n}$ wg zal. (7.19).

Przy dalszym wzroście długości powłoki współczynnik $k_1 \rightarrow 1$, a wartość parametru naprężeń krytycznych η_L^* dąży do wartości η_{∞} zestawionych w tab. 7.4. Parametr naprężeń krytycznych η_L^* przedstawiony jest również na rys. 7.7 i 7.8. Zakreskowany obszar dotyczy pośrednich sztywności pierścieni brzegowych.

Na rys. 7.7 zamieszczono wartości uzyskane z własnych badań modelowych powłok krótkich z nieodkształcalnymi przeponami brzegowymi. Wartości współczynnika η_L uzyskane z badań są mniejsze o około 30% od wartości teoretycznych.

Powyższa rozbieżność wynika stąd, że podstawowe zależności dla powłok długich (5.32), które stanowiły podstawę dla rozwiązań powłok krótkich, dotyczą geometrii powłoki spełniającej warunek $f_0 \ll t$ ($f_0 \approx 0$). Zależności te wyprowadzono ponadto przy założeniu, że materiał powłoki jest idealnie sprężysty.

W badanych modelach nr 71, 72, 73 wartość średnia lokalnych błędów kształtu wynosiła:

$$f_0/t = \frac{0,205}{0,470} = 0,436$$

Wyznaczona doświadczalnie granica plastyczności materiału powłoki wynosiła:

$$E(R_e) = 163,1 \text{ MPa}, \quad S(R_e) = 9,7 \text{ MPa}.$$

Wykorzystując sposób Sierowa [29] do określenia wartości parametru η_0 dla powłok z błędami kształtu otrzymano dla badanych modeli:

$$\frac{R_e}{E} = 21,2 \cdot 10^{-4}, \quad f_0/t = 0,436, \quad R/t = 260,$$

oraz następującą wartość parametru naprężeń krytycznych:

$$\eta_{ok} = 0,155$$

Dla takiej samej powłoki długiej bez błędów kształtu $\eta_0 = 0,202$.

W rezultacie:

$$\frac{\eta_{ok}}{\eta_0} = \frac{0,155}{0,202} = 0,76.$$

Jak widać z powyższych analiz wpływ błędów w badanych powłokach był dość znaczny.

7.3.2. Powłoka z pierścieniami pośrednimi

Obwodowe pierścienie pobocznicy silosu mają z reguły na celu zabezpieczenie powłoki przed owalizującym działaniem obciążeń poziomych. Powstaje jednak pytanie, jaki wpływ mają te pierścienie na zwiększenie krytycznego obciążenia południkowego pobocznicy silosu. Dwa graniczne przypadki sztywności pierścieni obwodowych rozpatrzono w poprzednich rozdziałach. Uwzględniając różne sztywności pierścieni EJ_2 , podjęto próbę określenia granicznej wartości tej sztywności, przy której pierścień można traktować jako płaską przeponę cylindrycznej powłoki pobocznicy.

W analizie zagadnienia rozważano szczególny przypadek powłoki z nieodkształcalnymi przeponami brzegowymi, w której na jej długości L zastosowano $i = 1, 2, 3, \dots$ pierścienie obwodowe o jednakowej sztywności EJ_2 i jednakowym rozstawie L_1 . Przyjęto założenie o jednakowych współczynnikach: E, ν dla materiału powłoki i pierścienia.

Z dowolną długością gładkiej (bez pierścienia) powłoki związana jest określona liczba fal podłużnych "j", podporządkowana minimalnej wartości η_L (por. rys. 7.7 i 7.8). Tak więc ogólne badania wpływu sztywności i ilości pierścieni będą prowadzone niezależnie dla każdej wartości $j = 1, 2, 3, \dots$.

Ogólną zależność określającą parametr naprężeń krytycznych dla powłoki o długości L , usztywnionej pierścieniami obwodowymi ($i = 1, 2, \dots$), można zapisać w postaci:

$$\eta_{ij} = (1 + \beta_{ij}) \cdot \eta_{ZL} + (1 + \gamma_{ij}) \cdot \eta_{RL}, \quad \dots (7.31)$$

przy czym:

$$\eta_{ij} \leq \eta_{L_1}, \quad \dots (7.32)$$

gdzie:

η_{ZL} - składowa parametru η_L , odpowiadająca energii sprężystej żeber ($U_z + U_s$),

η_{RL} - składowa j.w., lecz odpowiada energii U_R ,

γ_{ij}, β_{ij} - współczynniki określające wpływ sztywności i-pierścieni w powłoce o j-falach podłużnych.

Warunek (7.32) oznacza, że wpływ sztywności pierścienia na wartość η nie może przewyższać skuteczności przepony.

Na wstępie analizowano wyizolowaną środkową falę podłużną, o niezagęszczonej siatce żeber, z jednym pierścieniem w środku fali.

Dla takiego przypadku średnia ważona wartość kąta załomu dla żeber geometrycznych (ukośnych i poziomych) wynosi:

$$\bar{\varphi}_0 = \frac{2 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})^{1/2}}, \quad \dots(7.33)$$

a sumaryczna długość żeber w obszarze $l_x \cdot l_y$:

$$\sum l_z = [1 + (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})] \cdot l_y \quad \dots(7.34)$$

Przyjęto założenie, że powłoka z podatnym pierścieniem przekształca się podczas utraty stateczności tak samo jak gładka powierzchnia powłoki bez pierścieni, a więc zgodnie z izometrycznym modelem Youshimury. Wobec powyższego kąt załomu pierścienia w obszarze żebra geometrycznego powłoki wynosi (por. rys. 5.2):

$$\bar{\varphi}_z = \frac{\alpha}{2} = \frac{\bar{\varphi}}{\sqrt{2}} \quad \dots(7.35)$$

Uwzględniając przyjętą wcześniej ogólną budowę składowych energii sprężystych, zapisano następująco energię zginania żeber analizowanego fragmentu powłoki $l_x \cdot l_y$:

$$\begin{aligned}
 U_{\dot{z}} &= C_1 \cdot E \cdot \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\xi \cdot \max b} \cdot \bar{\varphi}_0^2 \cdot \sum 1_z = \\
 &= C_1 \cdot E \cdot \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\xi \cdot \max b} \cdot \frac{(2 + \frac{1}{\nu^2})^2}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\nu^2}}} \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot 1_y \quad \dots (7.36)
 \end{aligned}$$

Energia zginania pierścienia na żebrach powłoki wynosi:

$$U_{\dot{z}1} = \frac{1}{2} C_1 \cdot E \cdot J_2 \cdot \frac{1}{\xi \cdot \max b} \cdot \left(\frac{\bar{\varphi}}{\nu}\right)^2 \quad \dots (7.37)$$

Oznaczając:

$$\begin{aligned}
 \beta_0 &= \frac{U_{\dot{z}1}}{U_{\dot{z}}}, \text{ otrzymuje się:} \\
 \beta_0 &= 1,91(1-\nu^2) \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\nu^2}}}{\nu^2 \cdot (2 + \frac{1}{\nu^2})^2} \cdot \frac{J_2}{t^4} \cdot n \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (7.38)
 \end{aligned}$$

Wzajemny stosunek energii U_s pierścienia i powłoki jest taki sam jak wyżej (zal. 7.38), bowiem w pktcie 5.2.2 wykazano, że w powłokach $U_s = \frac{1}{3} U_{\dot{z}}$, a więc:

$$\frac{U_{s1}}{U_s} = \beta_0 \quad \dots (7.39)$$

Wyznaczając energię sprężystą zginania U_R otrzymano:

- dla powłoki:

$$U_R = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)^2} \cdot \left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot 1_x \cdot 1_y \quad \dots (7.40)$$

- dla pierścienia:

$$U_{R1} = E \cdot J_2 \cdot \frac{1}{R^2} \cdot 1_y \quad \dots (7.41)$$

Oznaczając $\gamma_o = \frac{U_{R1}}{U_R}$, otrzymano:

$$\gamma_o = 1,91(1 - \nu^2) \cdot \frac{J_2}{t^4} \cdot n \cdot \nu \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(7.42)$$

Można zauważyć, że dla $L/R > 0,7$; $R/t = 200 \div 750$ spełnione są warunki:

$$\nu < 1,0, \quad \frac{\gamma_o}{\beta_o} < 3,7.$$

Jeśli uwzględni się, że:

$U_R \approx 0,04(U_z + U_s + U_R)$, to z pewnym przybliżeniem, dającym błąd ok. 12-17%, można zapisać:

$$\gamma_o \approx \beta_o, \text{ przy czym } \beta_o \text{ określone jest zal. (7.38)}$$

Wartości współczynników β_{ij} będą proporcjonalne do wartości β_o , a więc dolne oszacowanie parametru η_{ij} można zapisać:

$$\eta_{ij} = (1 + \beta_{ij}) \cdot \eta_L, \quad \dots(7.43)$$

przy czym

$$\eta_{ij} \leq \eta_{L1} \quad \dots(7.44)$$

Dokładna analiza wartości parametru η_{ij} wymaga stosowania zal. (7.31), jednak dla potrzeb praktycznych można z powodzeniem wykorzystywać prostą zal. (7.43).

Przy określaniu wartości współczynników β_{ij} analizowano rzeczywistą energię sprężystą "i"-pierścieni oraz energię sprężystą żeber powłoki w obszarze $j \cdot l_x \cdot l_y$.

Tak więc zapisano:

$$\beta_{ij} = \frac{i \cdot (U_{z1} + U_{s1})}{U_{ZL}} \quad \dots (7.45)$$

Energię $U_{ZL} = (U_z + U_s)$ dla różnych wartości "j" można wyznaczyć z zal. (7.2), (7.3), (7.13), (7.14), (7.20), (7.21), a więc dla:

$$j = 1 ; \quad U_{ZL} = \frac{2}{3}(U_z + U_s) ; \quad \gamma = \frac{2\pi \cdot R}{n \cdot L} ,$$

$$j = 2 ; \quad U_{ZL} = \frac{5}{3}(U_z + U_s) ; \quad \gamma = \frac{4\pi \cdot R}{n \cdot L} .$$

Wartości "n" w zal. (7.38) należy ustalać odpowiednio ze wzorów: (7.12), (7.19), (7.25).

Poniżej zestawiono wartości parametrów β_{ij} określone wg zal. (7.45)

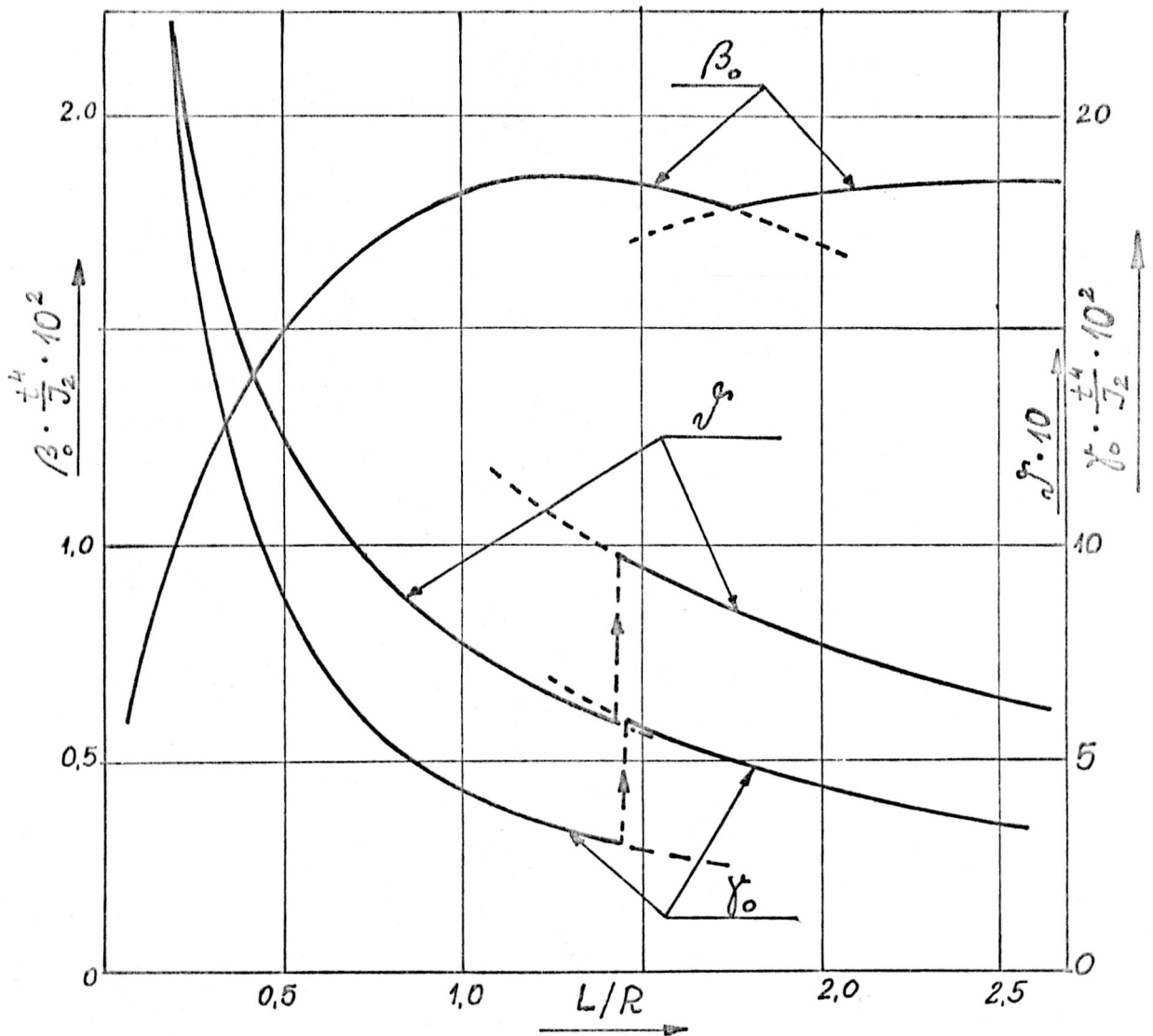
$$\left[\beta_{ij} \right] = \beta_o \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{5} & \frac{3}{8} & \frac{3}{11} & \frac{3}{14} \\ \frac{6}{2} & \frac{6}{5} & \frac{6}{8} & \frac{6}{11} & \frac{6}{14} \\ \frac{9}{2} & \frac{9}{5} & \frac{9}{8} & \frac{9}{11} & \frac{9}{14} \\ \frac{12}{2} & \frac{12}{5} & \frac{12}{8} & \frac{12}{11} & \frac{12}{14} \\ \frac{15}{2} & \frac{15}{5} & \frac{15}{8} & \frac{15}{11} & \frac{15}{14} \end{bmatrix} \quad \dots (7.46)$$

Przy korzystaniu z zależności (7.31) wartości γ_{ij} określone są zależnością:

$$\gamma_{ij} = \frac{i}{j} \cdot \gamma_o \quad \dots (7.47)$$

Jak widać z rys. 7.10 stosunek $\gamma_{ij} : \beta_{ij}$ maleje wraz ze wzrostem L/R , co oznacza, że błąd przybliżenia w zal. (7.43) maleje.

Wartości parametrów β_o i γ_o przedstawiono na rys. 7.10.



Rys. 7.10. Wartości współczynników ν , β_0 oraz γ_0 dla powłoki:
 $R/t = 250$, $\nu = 0,3$.

Graniczną wartość sztywności pierścieni, która odpowiada sztywnym przeponom, określić można z następującego warunku:

$$\beta_{ij} \cdot \eta_L > \eta_{L1} - \eta_L \quad \dots (7.48)$$

Wartości η_{L1} oraz η_L należy określać z wykresów przedstawionych na rys. 7.7 i 7.8.

Przykład 1

Określić graniczną sztywność pierścienia w powłoce o następujących danych: $R/t = 250$, $L/R = 2$, $t = 6$ mm, $i = 1$ (zastosowano 1 pierścień). Wg rys. 7.7 dla $L/R = 2$; $j = 2$; $\varrho_L = 0,201$ wg. zal. (7.18); $\bar{n} = 8,06$ wg. zal. (7.19); $\nu = 0,78$ wg. rys. 7.10.

$$\varrho_{L1} = \varrho_{\frac{L}{2}} = 0,227, \text{ (wg zal. 7.11)}$$

Z zal. (7.38) wyznaczono:

$$\beta_0 = 0,140 \cdot J_2 \cdot \text{cm}^{-4}, \quad \beta_{12} = \frac{3}{5} \cdot \beta_0 = 0,085 \cdot J_2 \cdot \text{cm}^{-4}$$

Wykorzystując warunek (7.48) otrzymano:

$$J_2 > \frac{0,227 - 0,201}{0,085 \cdot 0,201} = 1,54 \text{ cm}^4$$

Takiej sztywności odpowiadają już profile: L30x30x4, 130x30x4.

Przykład 2

Dane jak w przykładzie 1, lecz zastosowano 2 pierścienie ($i = 2$)

$$\varrho_{L1} = \varrho_{\frac{L}{2}} = 0,262, \quad \beta_{22} = \frac{6}{5} \cdot \beta_0 = 0,168 \cdot J_2 \cdot \text{cm}^4,$$

$$J_2 > \frac{0,262 - 0,201}{0,168 \cdot 0,201} = 1,81 \text{ cm}^4 \text{ (dla każdego pierścienia).}$$

Tak więc zmniejszanie rozstawu pierścieni L_1 powoduje, że muszą one mieć większą sztywność, aby można je było traktować jako płaskie przepony.

7.4. Wpływ południkowego obciążenia powierzchniowego

7.4.1. Wprowadzenie

W cylindrycznej powłoce pobocznicy silosu południkowa siła wewnętrzna N_x narasta wraz ze zwiększaniem się współrzędnej h (por. rys. 5.1). Maksymalna wartość tej siły ($\max N_x = N_0$) osiągnięta jest w przekroju $x = 0$. Naprężenia południkowe $\bar{\sigma}_q$, odpowiadające sile N_0 , powinny spełniać następujący warunek stateczności:

$$\bar{\sigma}_q < \bar{\sigma}_{qkr} = \eta_q \cdot E \cdot \frac{t}{R} \quad \dots(7.49)$$

gdzie:

η_q - parametr naprężeń krytycznych dla powłoki cylindrycznej z osiowo-symetrycznym południkowym obciążeniem powierzchniowym q i innymi obciążeniami osiowymi (por. rys. 5.1).

W praktycznej analizie zagadnienia stosuje się z reguły bezpieczne oszacowanie parametru η_q , przyjmując:

$$\eta_q = \eta,$$

gdzie: η - parametr południkowych naprężeń krytycznych dla powłok długich (np. $\eta_0, \bar{\eta}, \eta_\infty$).

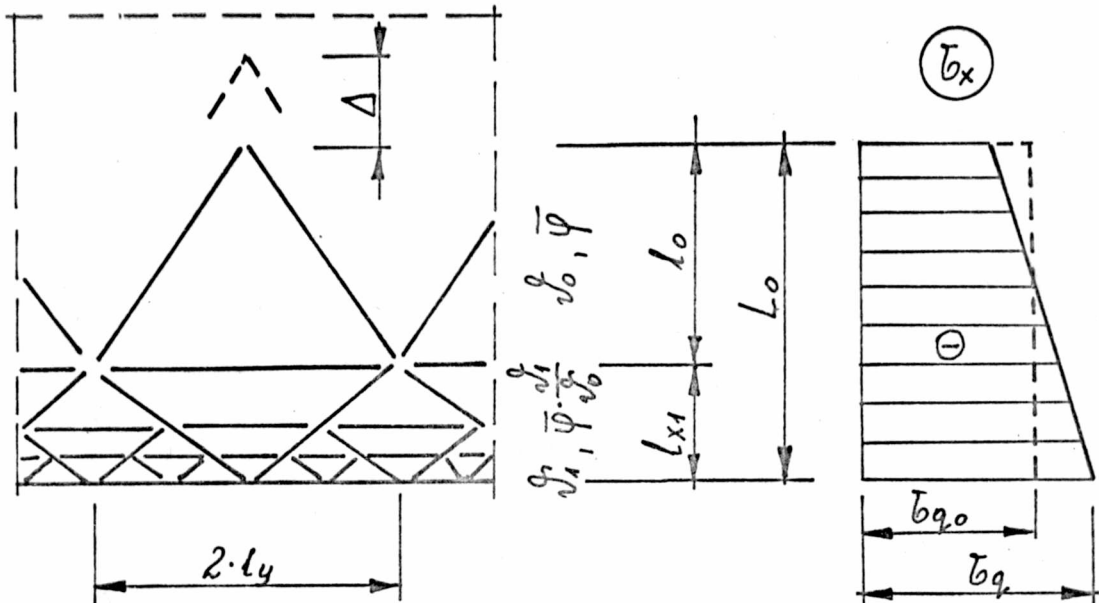
Specyficzny charakter południkowego obciążenia pobocznicy silosu ma dwójaki wpływ na wartość η_q :

- wymusza powstanie fal wyboczeniowych w bezpośrednim sąsiedztwie pierścienia podporowego, a przez to powoduje pewien wzrost parametru η_q w stosunku do parametru η . Wzrost ten wynika z zagęszczenia siatki żeber geometrycznych dolnej półfali wybo-

zeniowej.

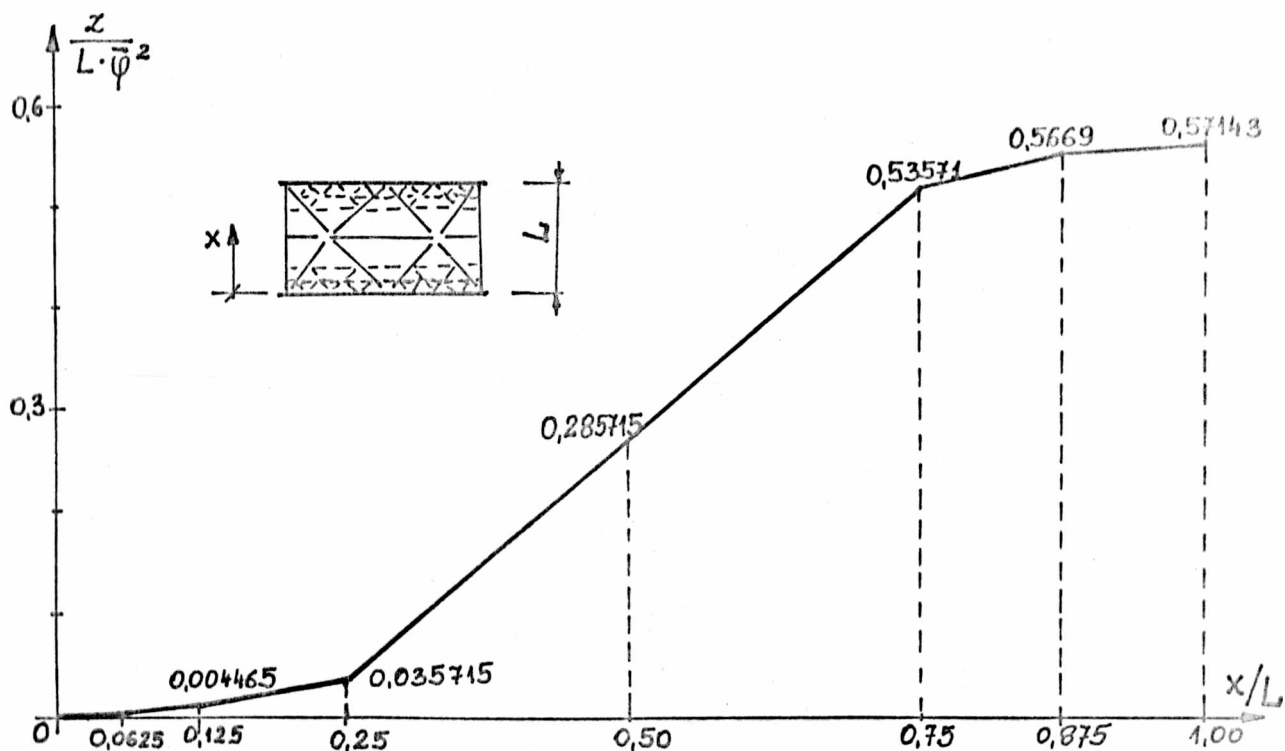
- zmniejsza wartość pracy sił zewnętrznych (q) w równaniu (5.7) w stosunku do pracy zastępczej siły osiowej (P), wywołującej na dolnej krawędzi $x = 0$ naprężenia $\bar{\sigma}_q$. Powoduje to wzrost wartości η_q w porównaniu do wartości η .

W analizie tych zagadnień rozważano model geometryczny przedstawiony na rys. 7.11.



Rys. 7.11. Charakterystyka przyjętego modelu geometrycznego

Do wyznaczenia pionowych przemieszczeń "z" punktów powłoki o współrzędnych "x" oraz do określenia skrócenia powłoki wykorzystano wykres pionowych przemieszczeń "z" dla powłoki ze sztywnymi przeponami brzegowymi, z zagęszczoną siatką żeber (por. rys. 7.12).



Rys. 7.12. Pionowe przemieszczenia "z" punktów powłoki o współrzędnej "x" przy jednej fali podłużnej i dwóch przeponach brzegowych

W analizie przyjęto, że w wyniku utraty stateczności powłoki z obciążeniem q , powstaje tylko jedna fala podłużna w pobliżu pierścienia podporowego. Założenie powyższe jest zgodne z zaobserwowanymi przypadkami awarii metalowych silosów [3,7].

Na podstawie rys. 7.11 oraz 7.12 ustalono następujące związki:

$$\bar{\Delta} = \bar{\Delta}_1 + \bar{\Delta}_0, \quad \dots (7.50)$$

$$\bar{\Delta}_1 = 0,57143 \cdot l_{x1} \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{j_1}{j_0}\right)^2 \quad \dots (7.51)$$

$$\bar{\Delta}_0 = l_0 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.52)$$

$$\frac{\bar{\varphi}}{\bar{\varphi}_1} = \frac{j_0}{j_1}, \quad \frac{l_1}{l_0} = \frac{j_0}{j_1} \quad \dots (7.52a)$$

$$\bar{\Delta}_1 = 0,57143 \cdot \frac{j_1}{j_0} \cdot \bar{\Delta}_0, \quad \dots (7.53)$$

gdzie:

$$\bar{\Delta} = \Delta \cdot l_y$$

$\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_0$ - umowne skrócenie powłoki odnoszące się odpowiednio do dolnej i górnej półfali, odpowiadające układowi fal przedstawionych na rys. 7.11

7.4.2. Wpływ bezpośredniego sąsiedztwa pierścienia

W analizie tego wpływu przyjęto, że powłoka, o geometrii jak na rys. 7.11, jest obciążona zastępczą siłą osiową P_0 wywołującą naprężenia $\bar{\sigma}_{q0}$ w przekroju $x=0$. Naprężenia $\bar{\sigma}_{q0}$ i $\bar{\sigma}_q$ w przekroju $x=0$ nie są równe ($\bar{\sigma}_{q0} \leq \bar{\sigma}_q$), lecz wywołują ten sam skutek - utratę stateczności powłoki, tak jak to pokazano na rys. 7.11. Wykorzystując zależności (5.9) i (5.17) parametr naprężeń krytycznych η_{q0} , służący do określenia $(\bar{\sigma}_{q0})_{kr}$, można wyrazić w następującej postaci:

$$\eta_{q0} = \frac{U_1 + U_0}{t \cdot \bar{\Delta}} \cdot \frac{R}{E \cdot t}, \quad \dots (7.54)$$

gdzie:

U_1, U_0 - sumaryczne energie sprężyste dla dolnej i górnej półfali na szerokości l_y .

Uwzględniając związki (7.50), (7.51), (7.52), (7.53) oraz to, że:

$$\eta_0 = \frac{U_0}{t \cdot \bar{\Delta}_0} \cdot \frac{R}{Et} ; \quad \eta_{01} = \frac{U_1}{t \cdot \bar{\Delta}_1} \cdot \frac{R}{Et}, \quad \dots (7.55)$$

otrzymano:

$$\eta_{q0} = \frac{1}{1 + 0,57143 \cdot \frac{\eta_1}{\eta_0}} \cdot \eta_0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{0,57143 \cdot \frac{\eta_0}{\eta_1}}} \cdot \eta_{01} \quad \dots (7.56)$$

Minimalną wartość η_{01} , dla $R/t = 200 \div 750$, otrzymuje się dla $l_{x1} \approx 0,6R$. Przyjmując tę wartość l_{x1} oraz $n = \bar{n}$ wg zal. (7.12)

otrzymano na podstawie rys. 7.10:

$$\frac{\eta_1}{\eta_0} \approx \frac{0,65}{0,92} = 0,7 ,$$

a zal. (7.56) przyjęła formę:

$$\eta_{q0} = 0,714 \cdot \eta_0 + 0,286 \cdot \eta_{01} \quad \dots(7.57)$$

Określając parametr η_0 dla powłok długich jako $\eta_0 = \eta_\infty$ odczytano z tab. 7.4 wartość: $\eta_{01} : \eta_\infty = 1,22$.

Tak więc w świetle powyższych wartości:

$$\eta_{q0} \cong 1,06 \eta_\infty \quad \dots(7.58)$$

Z zależności (7.58) wynika wniosek, że wpływ płaskiej przepony brzegowej, może objawiać się 6% wzrostem parametru naprężeń krytycznych η_{q0} w stosunku do parametru η_∞ dotyczącego powłok długich. Nie jest to więc duży wpływ, lecz w pewnych przypadkach (por. p. 8.2) może być znacznie większy.

7.4.3. Uwzględnienie pracy obciążenia q na przemieszczeniu Δ .

Rzeczywiste obciążenie południkowe pobocznic silosu (por. rys. 5.1), składające się m.in. z obciążenia powierzchniowego $q = q_1 + q_2$, wywołuje w dolnej strefie cylindrycznej pobocznic naprężenia σ_x przedstawione na rys. 7.11. Uwzględniając przedstawiony na tym rysunku układ żeber geometrycznych wyboczonej powłoki oraz pionowe przemieszczenia dolnej półfali (określone wg rys. 7.12) zapisano następująco pracę całkowitego obciążenia południkowego na przemieszczeniu Δ :

$$\begin{aligned}
 L_q = & (\bar{b}_q - \frac{q}{t} \cdot L_o) \bar{\Delta} \cdot t + 0,25 l_{x1} \cdot q \cdot 0,5 \cdot 0,004465 \cdot (2 l_{x1} \cdot \bar{\varphi}^2) \left(\frac{v_1}{v_o}\right)^2 \cdot \\
 & \cdot l_y + 0,25 l_{x1} \cdot q \cdot 0,5 \cdot (0,004465 + 0,035715) \cdot 2 l_{x1} \cdot (\bar{\varphi} \cdot \frac{v_1}{v_o})^2 \cdot l_y + \\
 & + 0,5 l_{x1} \cdot q \cdot 0,5 \cdot (0,035715 + 0,285715) \cdot 2 l_{x1} \cdot (\bar{\varphi} \cdot \frac{v_1}{v_o})^2 \cdot l_y + l_o \cdot q \cdot \\
 & \cdot 0,57143 \cdot l_{x1} \cdot l_y \cdot (\bar{\varphi} \cdot \frac{v_1}{v_o})^2 + l_o \cdot q \cdot 0,5 \cdot l_o \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 = (\bar{b}_q - \frac{q}{t} \cdot L_o) \cdot \bar{\Delta} \cdot t + \\
 & + 0,17188 \cdot q \cdot l_{x1}^2 \cdot l_y \cdot (\bar{\varphi} \cdot \frac{v_1}{v_o})^2 + 0,57143 \cdot q \cdot l_{x1} \cdot l_o \cdot l_y \cdot (\bar{\varphi} \cdot \frac{v_1}{v_o})^2 + \\
 & + 0,5 \cdot l_o^2 \cdot q \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \quad \dots (7.59)
 \end{aligned}$$

Uwzględniając zależności:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Delta} = \bar{\Delta}_1 + \bar{\Delta}_o = l_{x1} \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \frac{v_1}{v_o} (1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_o}), \\
 L_o = l_{x1} \cdot \frac{v_1}{v_o}, \quad L_o = l_o + l_{x1}, \quad \text{oraz zal. (7.51) i (7.52) otrzyma-} \\
 \text{no:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_q = & \bar{b}_q \cdot t \cdot l_{x1} \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \frac{v_1}{v_o} (1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_o}) - q \cdot l_{x1}^2 \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \\
 & \cdot \frac{v_1}{v_o} [1 + 0,90 \frac{v_1}{v_o}] \quad \dots (7.60)
 \end{aligned}$$

Pracę zastępczej siły osiowej P_o na przemieszczeniu Δ określono jako:

$$L_{Po} = \bar{b}_{qo} \cdot t \cdot \bar{\Delta} = \eta_{qo} \cdot \bar{\Delta} \cdot E \cdot \frac{t^2}{R} \quad \dots (7.61)$$

Uwzględniając zal. określające $\bar{\Delta}$ otrzymano:

$$L_{Po} = \bar{b}_{qo} \cdot t \cdot l_{x1} \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \frac{v_1}{v_o} (1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_o}) \quad \dots (7.61a)$$

Z uwagi na to, że przyjęto jednakowy układ żeber wyboczonej powłoki, dla obciążenia całkowitego i zastępczego, można napisać:

$$L_q = L_{Po}, \quad \dots (7.62)$$

a więc:

$$\tau_q \cdot (1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_0}) - \frac{q}{t} \cdot l_{x1} (1 + 0,90 \frac{v_1}{v_0}) = \tau_{q0} (1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_0}),$$

czyli:

$$\tau_q = \tau_{q0} + \frac{q}{t} \cdot l_{x1} \cdot \frac{1 + 0,90 \frac{v_1}{v_0}}{1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_0}} \quad \dots (7.63)$$

Oznaczając:

$$a_q = \frac{1 + 0,90 \frac{v_1}{v_0}}{1 + 0,57143 \frac{v_1}{v_0}}, \quad \dots (7.64)$$

oraz wprowadzając do zał. (7.63) związki:

$$\eta_q = \tau_q \cdot \frac{R}{E \cdot t}, \quad \eta_{q0} = \tau_{q0} \cdot \frac{R}{E \cdot t}, \quad \text{otrzymano}$$

$$\eta_q = \eta_{q0} + a_q \cdot \frac{q}{E} \cdot \frac{l_{x1}}{R} \cdot \left(\frac{R}{t}\right)^2 \quad \dots (7.65)$$

Oznaczając:

$$\Delta \eta_q = a_q \cdot \frac{q}{E} \cdot \frac{l_{x1}}{R} \cdot \left(\frac{R}{t}\right)^2 \quad \dots (7.66)$$

zapisano:

$$\eta_q = \eta_{q0} + \eta_q \quad \dots (7.67)$$

Przyjmując jako poprzednio, że dla silosów:

$$R/t = 200 \div 750$$

$$l_{x1} \cong 0,6R, \quad \frac{v_1}{v_0} \cong 0,7, \quad \eta_{q0} \cong 1,06 \eta_{\infty}, \quad \text{otrzymano:}$$

$$\eta_q = 1,06 \eta_{\infty} + 1,16 \cdot \frac{q}{E} \cdot \left(\frac{R}{t}\right)^2 \quad \dots (7.68)$$

Powierzchniowe południkowe obciążenie q w silosach przybiera wartości:

$$q \leq \gamma \cdot \frac{R}{2}, \quad \dots(7.69)$$

przy czym wartość maksymalna q może wystąpić tylko w przypadku całkowitego przesklepienia materiału wypełniającego nad lejem. W takim skrajnym przypadku, maksymalna wartość tego obciążenia, dla powszechnie magazynowanych materiałów (zboże, cement, kruszywa), wynosi dla $R < 3,5$ m:

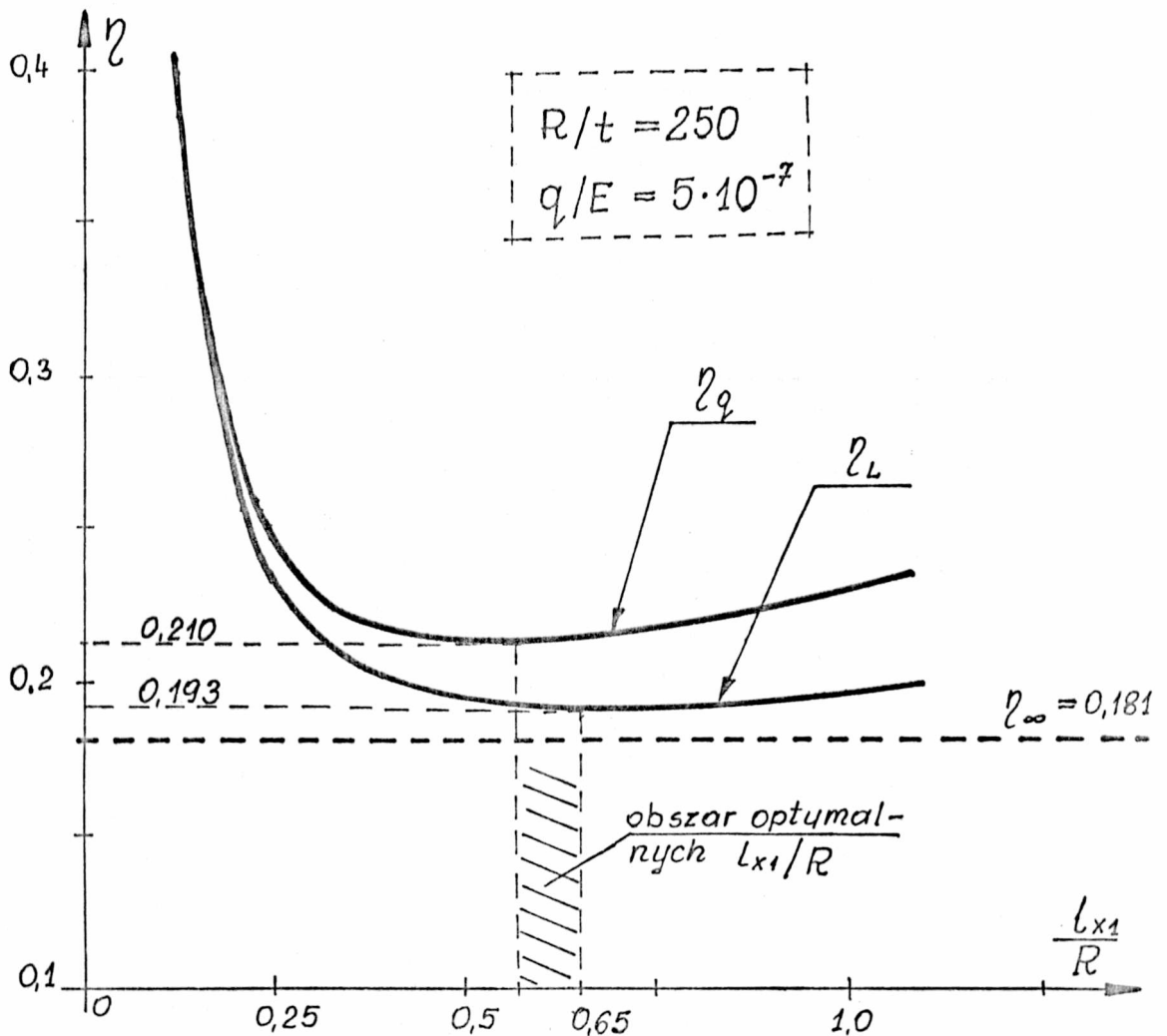
$$q_{\max} \approx 0,1 \text{ MPa}$$

Wobec powyższego dla $E = 205$ GPa otrzymano:

$$\max \Delta \eta_q = 0,015 \div 0,32 \quad ; \quad \frac{\max \Delta \eta_q}{\eta_\infty} = 0,086 \div 2,80$$

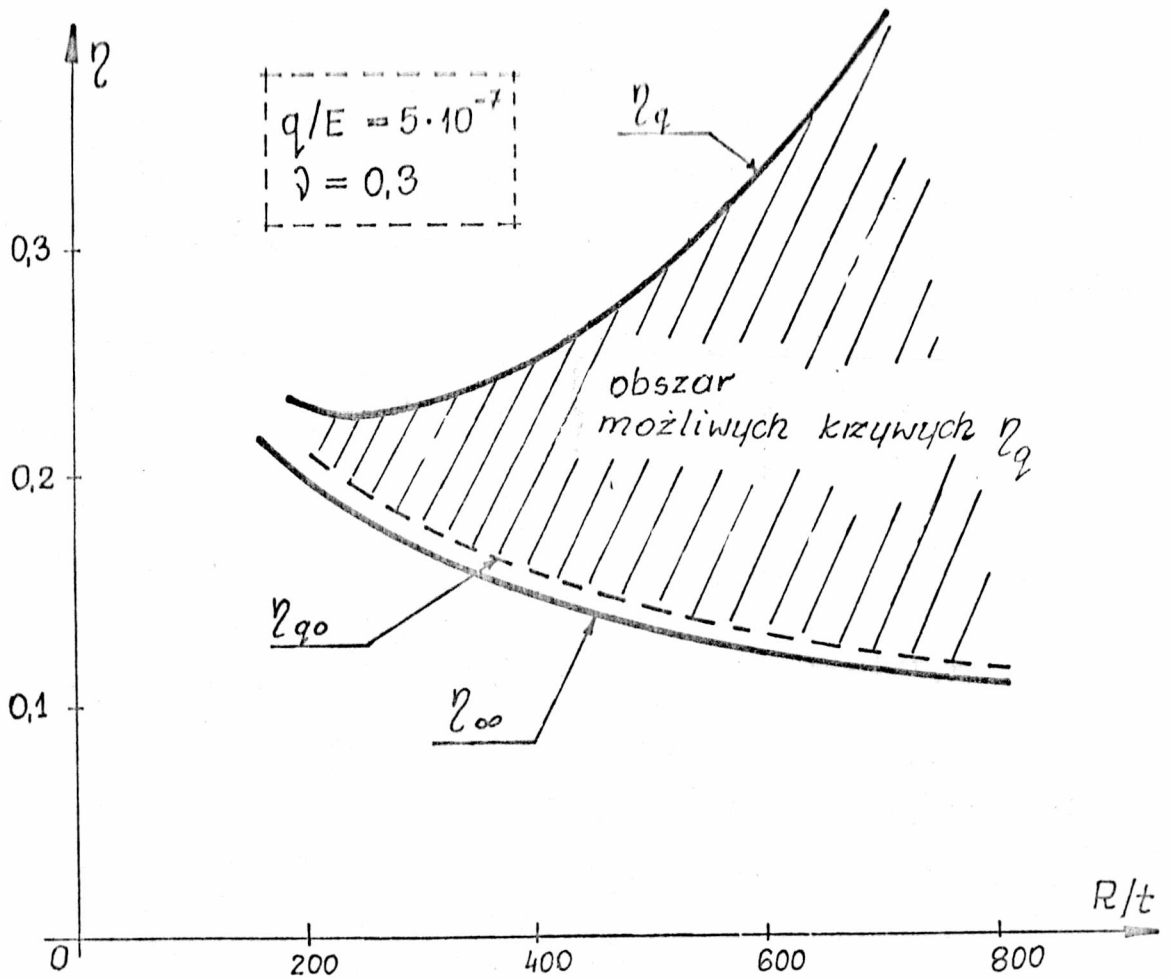
Tak więc wartość parametru η_q może być w niektórych przypadkach prawie 3-krotnie większa niż wartość parametru η_∞ , dotycząca równomiernie ściskanych powłok długich. Wartość obciążenia q wynosi na ogół: $q \approx 0,01 \div 0,03$ MPa, a wzrost parametru η_q w stosunku do η_∞ nie przekracza 80%.

Na rys. 7.13 przedstawiono wykresy parametrów η_q i η_L . Dla $E = 205$ GPa przyjęta wartość q/E jest dla silosów wartością maksymalną. Rys. 7.13 potwierdza przyjęte wcześniej założenie, że $l_{x1} \approx 0,6 R$. Dla takiej wartości l_{x1} otrzymuje się bowiem minimalne wartości η_q , praktycznie dla całego zakresu obciążenia silosów (q). W przedstawionym przykładzie $\eta_q = 1,18 \eta_\infty$, lecz dla większej wartości R/t parametr η_q jest znacznie większy - odwrotnie niż w przypadku równomiernie ściskanych powłok długich.



Rys. 7.13. Parametr naprężeń krytycznych η_q dla powłoki z podłużnym obciążeniem q

Efekt ten przedstawiono na rys. 7.14. Parametr naprężeń krytycznych η_q jest funkcją $\left(\frac{R}{t}\right)^2$, lecz naprężenia krytyczne $\bar{\sigma}_{q_{kr}}$ są prawie liniową funkcją R/t . Dla innych wartości q , mniejszych od $q = 5 \cdot 10^{-7} \cdot E$ (rys. 7.14), wykresy $\eta_q = \eta_q\left(\frac{R}{t}\right)$ zawarte będą w obszarze ograniczonym krzywymi η_q oraz η_{q_0} .



Rys. 7.14. Zależność parametrów η_q oraz η_∞ od geometrii powłoki R/t .

7.5. Wnioski

W przeprowadzonej analizie uwzględniono różnorodne zjawiska i efekty, związane z usztywnieniem pobocznic silosu pierścieniami obwodowymi i specyfiką obciążenia. Wyniki tych analiz, przeprowadzonych dla przypadku równomiernego oparcia pobocznic na całym obwodzie, pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- 7.5.1. W powłoce krótkiej, parametr krytycznych naprężeń południkowych η_L rośnie szybko wraz ze zmniejszaniem się długości powłoki L lub rozstawu pierścieni obwodowych L_1 .

Przedstawiona metoda analizy parametru η_L jest uniwersalna w tym sensie, że pozwala traktować jednakowo powłoki o dowolnej długości L .

- 7.5.2. W przypadku braku przepon brzegowych wartość parametru η_L^* jest wyraźnie mniejsza od wartości parametru η_L dla powłok z przeponami brzegowymi. Efekt zastosowania lub braku przepon brzegowych jest niewielki dla powłok o długościach $L \gg 4 R$.
- 7.5.3. Zastosowanie pośrednich pierścieni obwodowych w cylindrycznej poboczniczy silosu zawsze prowadzi do wzrostu parametru η_L . Wzrost ten uzależniony jest od sztywności pierścieni EJ_2 i ich wzajemnego rozstawu L_1 .
- 7.5.4. Przy określonej sztywności EJ_2 pierścieni można traktować jako płaską niedokształcalną przeponę z uwagi na stateczność powłoki przy ściskaniu południkowym. Minimalna wartość sztywności przepony, nazywana sztywnością graniczną, rośnie wraz ze zmniejszaniem się rozstawu pierścieni L_1 .
- 7.5.5. Sztywność graniczna pierścieni, określona w wyżej opisany sposób dotyczy powłok obciążonych osiowo. W przypadku obciążeń bocznych sztywność tę należy określać w inny sposób.
- 7.5.6. Uwzględnienie południkowych obciążeń powierzchniowych q , działających na pobocznice silosu, wyraża się wzrostem parametru naprężeń krytycznych η_q w stosunku do parametru η_∞ dotyczącego równomiernie ściskanych powłok długich. Parametr η_q odnosi się do maksymalnych naprężeń południkowych w przekroju podporowym $x=0$. Efekt powyższy jest proporcjonalny do wartości q i kwadratu R/t .

7.5.7. Dla powszechnie magazynowanych materiałów (zboże, cement, kruszywa), w normalnych warunkach eksploatacyjnych, wzrost parametru η_q w stosunku do parametru η_∞ (dotyczącego powłok długich) wynosi ok. 5-40%. Jeśli jednak uwzględni się skrajną sytuację - przesklepienia materiału wypełniającego komorę nad lejem - to wzrost ten może sięgać 80-250%. W tym przypadku należy mieć jednak na uwadze to, że rosną również naprężenia południkowe na brzegu pobocznic, a więc efekt sumaryczny nie będzie tak duży. Naprężenia krytyczne σ_{qkr} są bowiem funkcją R/t , a parametr η_q - funkcją $(R/t)^2$.

8. STATECZNOŚĆ OSIOWO-ŚCISKANEJ POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ OPARTEJ NA KILKU PODPORACH O SKOŃCZONEJ SZEROKOŚCI

8.1. Wprowadzenie

Cylindryczne silosy metalowe opierane są często za pośrednictwem pierścienia na konstrukcji skupowej lub skupowo-rusztowej. Rozwiązania takie są korzystne ze względów eksploatacyjnych, lecz powodują wiele komplikacji przy ocenie nośności cylindrycznej pobocznic silosu.

Sztywność giętno-skrętna praktycznie stosowanych pierścieni podporowych nie zapewnia równomiernej reakcji obwodowej od konstrukcji wsporczej, a powstałe spiętrzenia naprężeń przekraczają nawet 10-krotnie wartości występujące przy oparciu silosu na sztywnym obwodowym fundamencie. Na rys. 8.1 i 8.2 przedstawiono wartości południkowych sił wewnętrznych N_x w kilku przekrojach pobocznic. Wartości te obliczono przy pomocy programu MES systemu WAT-KM, omówionego w rozdz. 5.4.

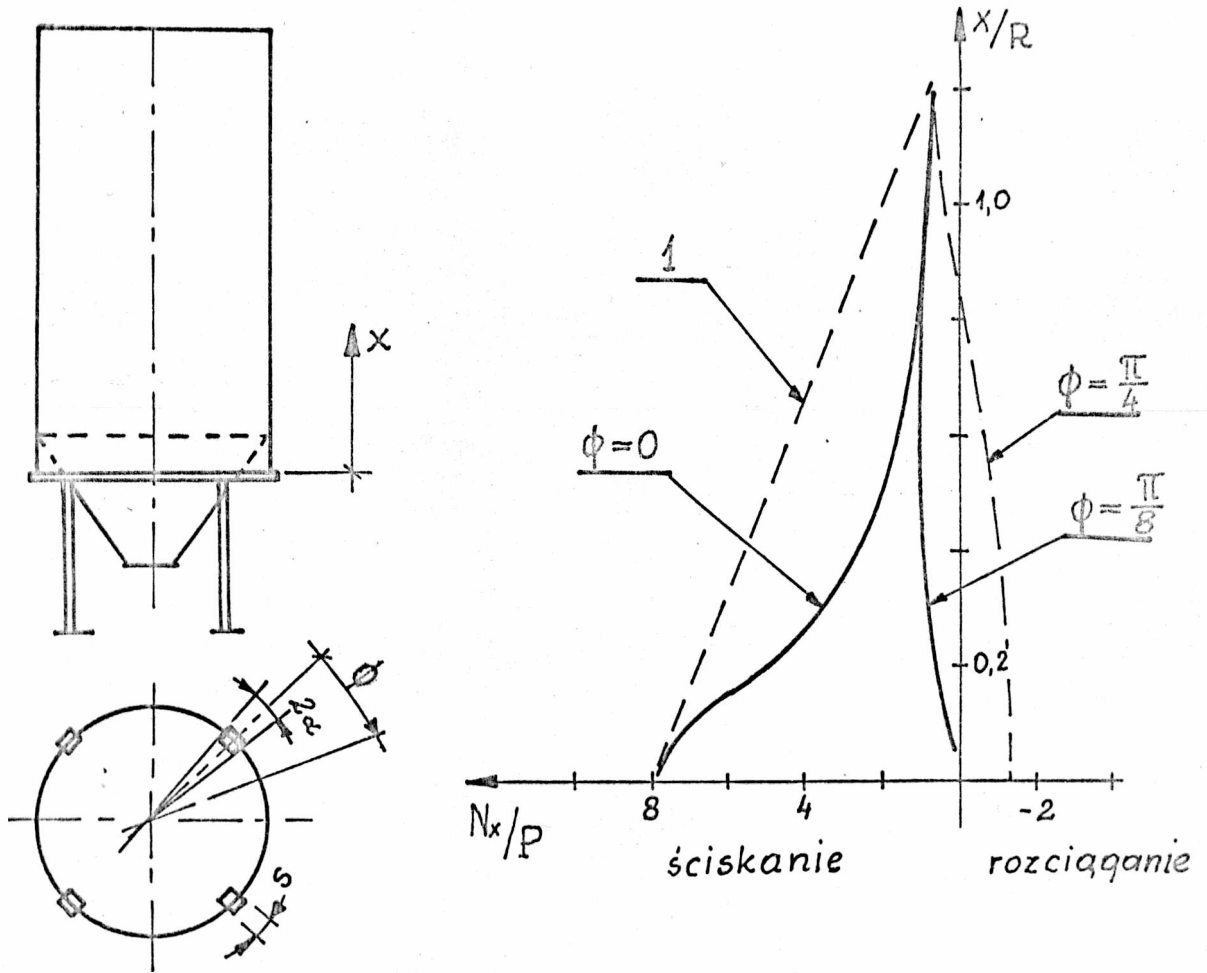
Wykresy na rys. 8.1 i 8.2 dotyczą silosu o następującej charakterystyce:

- powłoka: $R/t = 200$, $R = 3,00$ m
- pierścień: $A = 0,0053$ m², $J_1 = 4,454 \cdot 10^{-5}$ m⁴
 $J_2 = 9,27 \cdot 10^{-6}$ m⁴, $J_s = 3,0 \cdot 10^{-8}$ m⁴
- podpora: 4 podpory o szerokości $s = 0,20$ m.

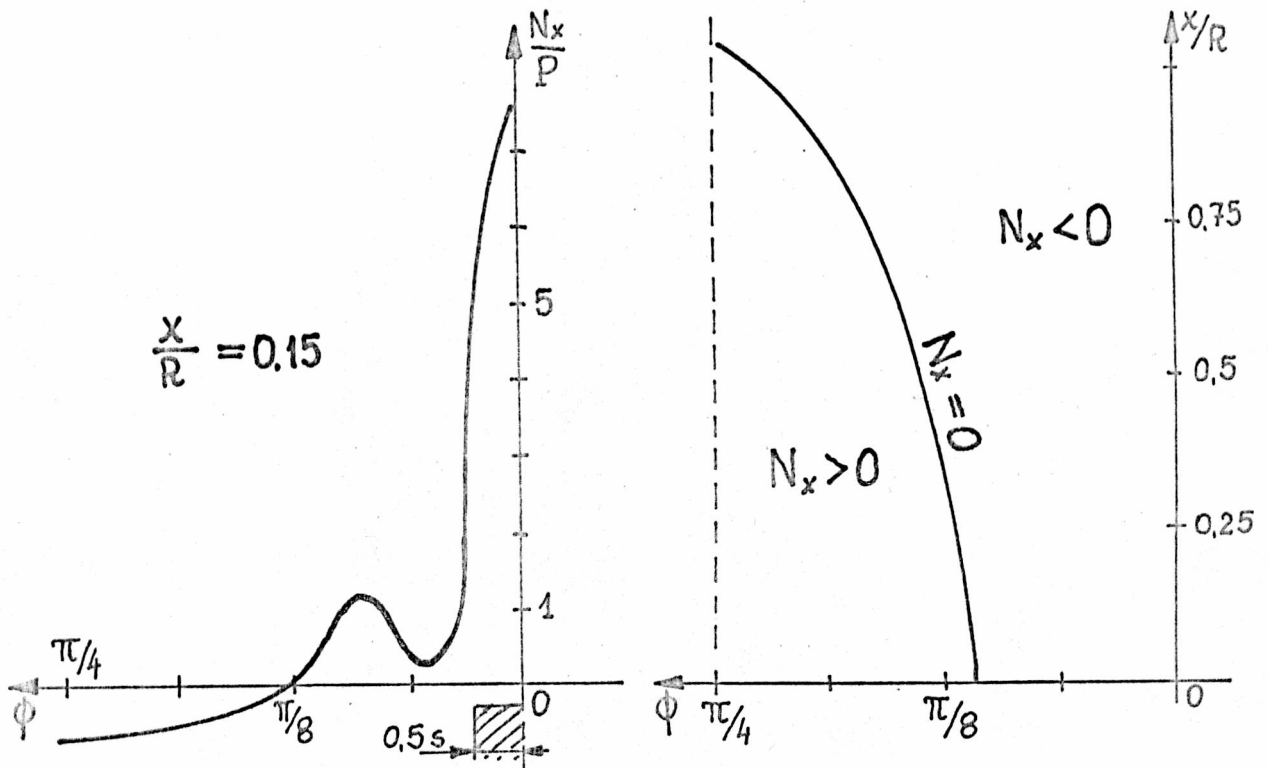
Wartość obwodowej siły P określono z zależności:

$$P = \frac{G}{2\pi R} \quad \dots (8.1)$$

gdzie: G - całkowity ciężar silosu wraz z wypełnieniem.



Rys. 8.1. Wartości wewnętrznych sił połużnikowych N_x w poboczniczy silosu opartego na 4 słupach



Rys. 8.2. Strefy ściskających i rozciągających sił połużnikowych N_x w poboczniczy silosu opartego na 4 słupach

Z przedstawionych na rys. 8.1 i 8.2 wykresów wynika wniosek, że siła N_x i towarzyszące jej naprężenia południkowe $\bar{\sigma}_x$ rosną bardzo szybko w miarę zbliżania się do przekroju o współrzędnej $x=0$. Spiętrzenia naprężeń $\bar{\sigma}_x$ stopniowo zanikają powyżej przekroju $x = 0,7 R$. Można zauważyć, że obszar ekstremalnych wartości $\bar{\sigma}_x$ odpowiada w pewnym przybliżeniu powierzchni jednej fali wybożeniowej $2l_x \cdot 2l_y$, określonej dla powłok długich w rozdz. 7.

Zachodzi więc pytanie, w jaki sposób należy formułować warunek stateczności dla cylindrycznej powłoki o przebiegu naprężeń przedstawionym na rys. 8.1 i 8.2. Porównywanie maksymalnych naprężeń $\bar{\sigma}_x$ w przekroju $x=0$ z naprężeniami krytycznymi, odnoszącymi się do równomiernie ściskanych powłok długich, prowadzi do znacznego zaniżenia ^{w oszacowaniu} nośności powłoki. O stateczności takiej powłoki decyduje przecież ogólny bilans energii potencjalnej układu, a nie jedynie lokalne wartości naprężeń. Zasadę tę potwierdza przeprowadzona w rozdz. 7.4 analiza stateczności powłoki z obciążeniem powierzchniowym q .

W analizowanym przypadku można by skorzystać z klasycznych warunków stateczności dla powłok długich, stosując przy tym metodę określania parametru naprężeń krytycznych ϱ_q , przedstawioną w rozdz. 7.4. Zastępcze obciążenie powierzchniowe q należałoby określić na podstawie kąta nachylenia prostej 1 na rys. 8.1. Prosta ta powinna obejmować pełną falę podłużną.

Ocena stateczności powłoki wg takiej metody zaniża również nośność powłoki, a potrzeba żmudnego określania wartości naprężeń $\bar{\sigma}_x$ w strefie podporowej czyni tę metodę mało przydatną, nadając jej charakter przybliżony.

Wydaje się więc, że korzystne byłoby sformułowanie warunku stateczności, określającego krytyczną reakcję południkową słupa

(podpory) w miejsce obliczanego dotychczas naprężenia krytycznego dla powłoki. ^{*)} Zależność taka powinna uwzględniać wpływ szerokości podpory, sztywności pierścienia podporowego i sposobu połączenia pierścienia z podporą na wartość krytycznej reakcji podpory N_{kr} .

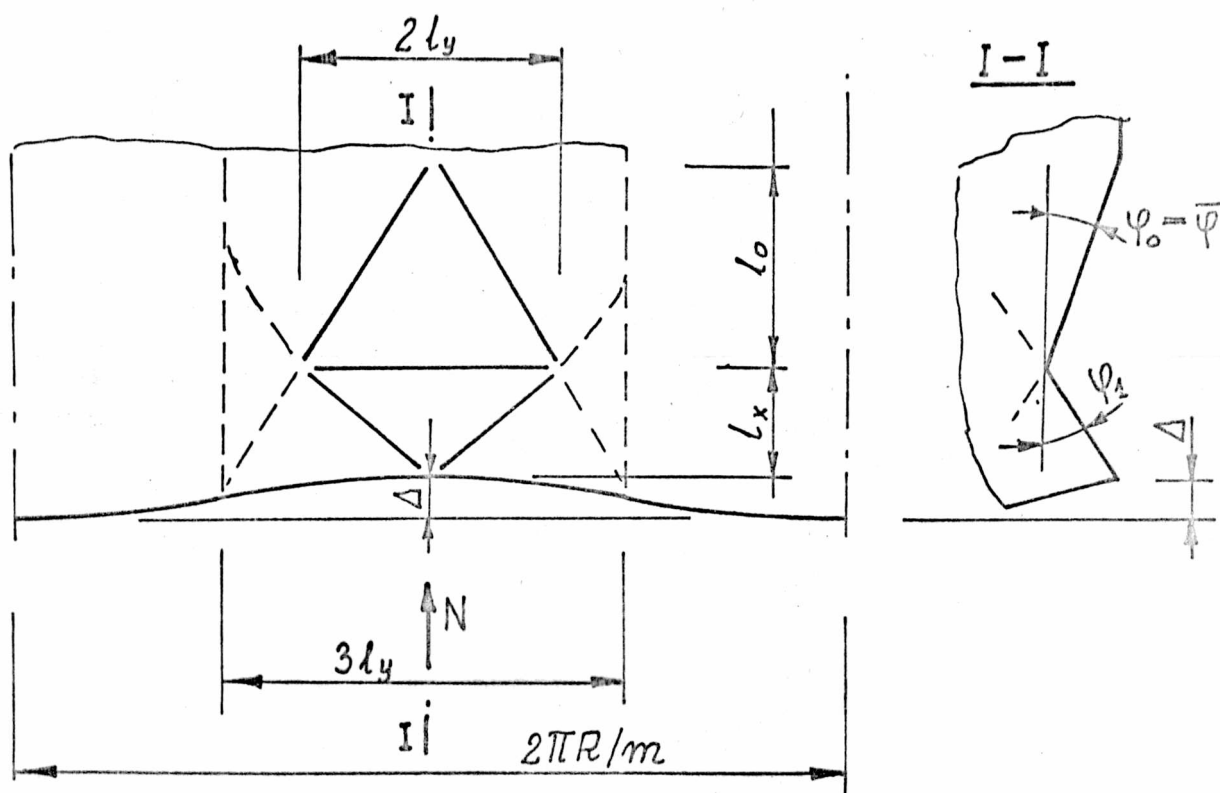
8.2. Krytyczna reakcja południkowa podpory o małej szerokości

8.2.1. Założenia

Wykorzystując wnioski z przeprowadzonych badań eksperymentalnych (por. rozdz. 6.7), przyjęto do analizy lokalnej utraty stateczności model geometryczny, przedstawiony na rys. 8.3 i 6.12. W modelu tym założono prawie izometryczne przekształcenie powierzchni środkowej powłoki, pomijając lekko zarysowane żebra geometryczne, oznaczone linią przerywaną. Kąty załomu na tych żebrach są wielkościami małymi, a energie sprężyste w nich zgromadzone - wielkościami drugiego rzędu. W przyjętym modelu nie zagęszczano siatki żeber w dolnej półfali, gdyż taka konieczność nie wynika ze względów geometrycznych i warunku izometryczności przekształcenia. Przyjęto zatem, że powierzchnie obu półfal są płaskie, a sumaryczne wartości kątów załomów na żebrach ukośnych - graniczących z powierzchniami cylindrycznymi - stanowią połowę wartości tych samych kątów, występujących w powłoce o pełnych falach obwodowych.

Analiza na wstępie dotyczy powłok o małej szerokości podpory i pomijalnie małych sztywnościach pierścienia EJ_1 oraz GJ_s .

^{*)} Przez krytyczną reakcję południkową podpory rozumie się przy tym taką wartość siły, przy której powłoka w strefie przypodporowej osiąga stan krytyczny z uwagi na stateczność lokalną.



Rys. 8.3. Model geometryczny lokalnej utraty stateczności powłoki cylindrycznej

Pierścień podporowy stanowi jedynie płaską nieodkształcalną przeponę w swojej płaszczyźnie. Obszar analizy obejmuje powierzchnię powłoki o szerokości l_y i wysokości $L_0 = l_0 + l_x$. Przyjęto, że powierzchnie cylindryczne w tym obszarze nie ulegają deformacjom, a więc nie biorą udziału w ogólnym bilansie energii potencjalnej układu. Powyższe założenie prowadzi do bezpiecznej oceny wartości N_{kr} .

8.2.2. Warunek stateczności lokalnej

W zaproponowanym modelu geometrycznym utraty stateczności powłoki, obciążonej lokalną południkową siłą N , obowiązują wszystkie ogólne związki geometryczne, dotyczące przyjętego przekształcenia izometrycznego zgodnie z modelem Yoshimury. Analizowany obszar $L_0 \cdot l_y$ można traktować jako obszar wydzielony z równomiernie ściskanej powłoki cylindrycznej o naprężeniach $\bar{\epsilon}_N$, gdzie:

$$\tau_N = \frac{N}{2 \cdot l_y \cdot t} = n \cdot \frac{N}{2 \pi \cdot R \cdot t} \quad \dots (8.2)$$

Zależność (8.2) wynika z założenia o pominięciu obszarów cylindrycznych w bilansie energetycznym. Zatem praca siły N na przemieszczeniu Δ , będzie równa pracy zastępczego południkowego, równomiernego na całym obwodzie obciążenia, wywołującego naprężenia τ_N na tym samym przemieszczeniu Δ . W związku z tym można zapisać ogólny warunek stateczności:

$$\tau_{Nkr} = \eta_N \cdot E \cdot \frac{t}{R}, \quad \dots (8.3)$$

i wynikającą stąd zależność:

$$\tau_{Nkr} = n \cdot \frac{N_{kr}}{2 \pi \cdot R \cdot t}, \quad \dots (8.4)$$

oraz

$$N_{kr} = \eta_N \cdot \frac{2 \pi}{n} \cdot E \cdot t^2 \quad \dots (8.5)$$

Parametr naprężeń krytycznych η_N może być wyznaczony analogicznie jak parametr η_{q_0} w zal. (7.56), z uwzględnieniem mniejszych energii sprężystych na żebrach ukośnych i innych różnic występujących w obu modelach geometrycznych odkształconej powłoki. Mając na uwadze sposób wyznaczenia zal. (7.56) oraz następujące związki geometryczne:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_1}{\bar{\varphi}} &= \frac{v_1}{v_0}; \quad \frac{l_x}{l_0} = \frac{v_0}{v_1}; \quad \bar{\Delta}_1 = l_y \cdot l_x \cdot \left(\frac{v_1}{v_0} \cdot \bar{\varphi} \right)^2, \\ \bar{\Delta}_0 &= l_y \cdot l_0 \cdot \bar{\varphi}^2; \quad \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_0 \cdot \frac{v_1}{v_0}; \quad \bar{\Delta}_0 = \bar{\Delta}_1 \cdot \frac{v_0}{v_1}; \\ \bar{\Delta} &= l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \frac{v_1}{v_0} \left(1 + \frac{v_1}{v_0} \right), \end{aligned}$$

otrzymuje się następującą zależność określającą parametr η_N dla przyjętego modelu geometrycznego:

$$\eta_N = \frac{1}{1 + \frac{\eta_1^2}{\eta_0^2}} \cdot \eta_0 + \frac{1}{1 + \frac{\eta_0^2}{\eta_1^2}} \cdot \eta_1, \quad \dots(8.6)$$

gdzie:

η_0 - parametr naprężeń krytycznych dla powłok długich o współczynniku geometrii fali η_0 ,

η_1 - parametr jak wyżej, lecz odnoszący się do geometrii o współczynniku η_1 .

8.2.3. Minimalna (dolna) siła krytyczna

Można zauważyć, że w analizowanym modelu geometrycznym wszystkie występujące składowe energii sprężystej (U_z , U_s , U_R) stanowią połowę tych samych energii, występujących w powłoce o pełnej fali obwodowej w rozpatrywanym obszarze $l_y \cdot L_0$. Do określenia parametrów η_0 oraz η_1 można więc wykorzystać zal. (5.32). Tak więc dla $\nu = 0,3$ parametry te określono następująco:

$$\eta_{0=0,5} = \left[0,118 \left(2 \eta_0 + \frac{1}{\eta_0} \right) \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \frac{n^2}{\eta_0^2} \cdot \frac{t}{R} \right] \quad \dots(8.7)$$

$$\eta_{1=0,5} = \left[0,118 \left(2 \eta_1 + \frac{1}{\eta_1} \right) \cdot n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} + 0,037 \frac{n^2}{\eta_1^2} \cdot \frac{t}{R} \right] \quad \dots(8.8)$$

Przyjmując konsekwentnie $\eta_0 = 0,92$, oraz $n_g = R/t$, por. zal. (5.29) i oznaczając:

$$\zeta = \frac{n}{n_g} = n \cdot \sqrt{\frac{t}{R}}, \quad \dots(8.9)$$

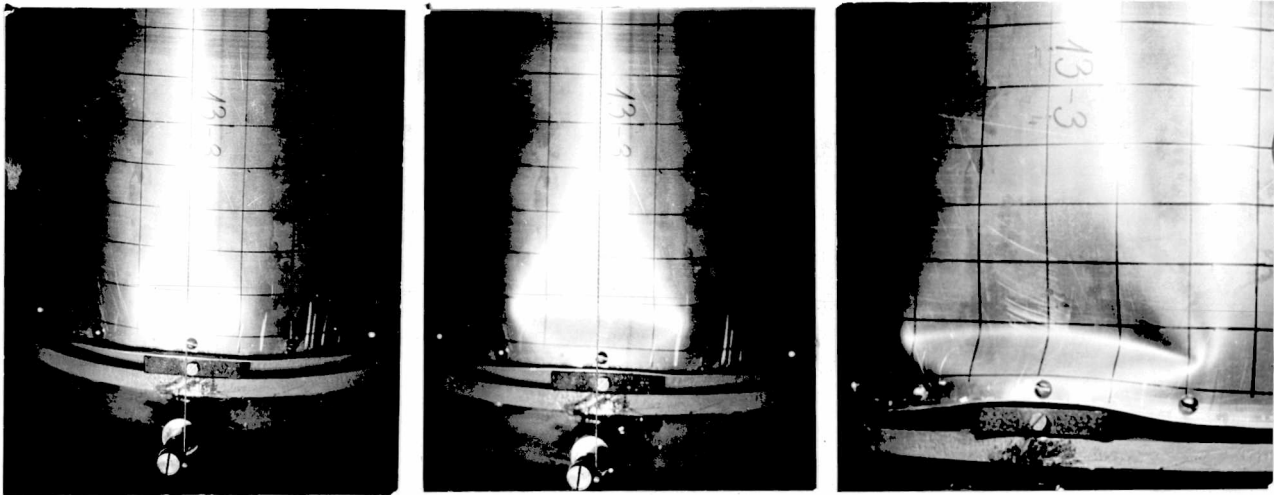
otrzymuje się:

$$\eta_0 = 0,1727 \cdot \zeta + 0,0218 \cdot \zeta^2 \quad \dots(8.10)$$

W badanym modelu geometrycznym największy kąt załomu występuje na żebrze poziomym ($\varphi_1 + \bar{\varphi}$), a więc inaczej niż w przypadku pełnej fali pojawiającej się w powłoce długiej. Fakt ten ma zasadniczy wpływ na przebieg procesu przekształcenia się powłoki podczas procesu lokalnej utraty stateczności. Proces ten można opisać następująco. Po osiągnięciu przez siłę N górnej wartości siły krytycznej N_{gkr} powstaje lekka fala wyboczeniowa o parametrach $n=n_g$ i $\psi = \psi_0$, odpowiadających wartościom uzyskiwanym z liniowej teorii stateczności równomiernie ściskanych powłok długich. W powłoce idealnej nagle przeskoki powodujące stopniowe zmniejszanie się liczby fal obwodowych n , są związane ze skokowym wzrostem rozstawu żeber poziomych l_x . Jest to wariant przeskoków o najmniejszych barierach energetycznych przeciwstawiających się temu procesowi.

W badanym przypadku takie pośrednie przeskoki nie występują, bowiem już po pierwszym ^(prze)skoku odpowiadającemu liczbie fal $n=n_g$, położenie poziomego żebra nie ulega zmianie, a rośnie jedynie szerokość fali l_y . Wzrost l_y można przy tym traktować jako zmniejszanie się liczby fal obwodowych n . Opisany przebieg procesu został potwierdzony w badaniach eksperymentalnych (por. rys. 8.4 i rozdz. 6.6).

Przedstawiony przebieg procesu wynika z faktu, że przemieszczanie się żebra poziomego jest związane z przekroczeniem wyższych barier energetycznych niż to ma miejsce w przypadku zmiany położenia żeber ukośnych (mniejsze kąty załomu żeber ukośnych).



Rys. 8.4. Przebieg procesu lokalnej utraty stateczności

Wobec powyższego można przyjąć, że wartość $l_x = \text{const.}$ Uwzględniając, że na początku procesu $v_1 = v_0$, $n = n_g$ można zapisać:

$$l_x = \frac{l_y}{v_1} = \frac{\pi \cdot R}{n_g \cdot v_0} = \frac{\pi \cdot R}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.11)$$

oraz dla $n \leq n_g$

$$v_1 = \frac{l_y}{l_x} = \frac{\pi \cdot R}{n} \cdot \frac{v_0}{\pi \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{R}{t}} = \frac{v_0}{\zeta} \quad \dots (8.12)$$

Wprowadzając do zal. (8.8) powyższą zależność, otrzymano dla $v_0 = 0,92$ następującą zależność:

$$\eta_1 = 0,1085 + 0,0641 \cdot \zeta^2 + 0,0218 \zeta^4 \quad \dots (8.13)$$

Uwzględniając, że $\frac{v_0}{v_1} = \zeta$, $n = \zeta \cdot \sqrt{\frac{R}{t}}$

i wprowadzając zależności (8.10) oraz (8.13) do zal. (8.6), a następnie do zal. (8.5), otrzymano:

$$N_{kr} = \gamma \cdot E \cdot t^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.14)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2\pi}{1+\zeta} (0,1727\zeta + 0,0218\zeta^2) + \frac{2\pi}{\zeta + \zeta^2} (0,1085 + 0,0641\zeta^2 + 0,0218\zeta^4) = \\ &= \frac{2\pi}{\zeta(1+\zeta)} (0,1085 + 0,2368\zeta^2 + 0,0218\zeta^3 + 0,0218\zeta^4) \quad \dots (8.15) \end{aligned}$$

Dla początkowej fazy procesu lokalnej utraty stateczności $n=n_g$, $\zeta = 1$, a więc: $\gamma = 1,221$, a górna wartość reakcji krytycznej wynosi:

$$N_{gkr} = 1,221 \cdot E \cdot t^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.16)$$

Wartość ζ , przy której otrzymuje się minimalną reakcję krytyczną N_{kr} , uzyskano z rozwiązania równania:

$$\frac{\partial N_{kr}}{\partial \zeta} = 0 \quad .$$

W rezultacie otrzymano: $\zeta = 0,90$, $\gamma = 1,214$.

Zależność, określającą minimalną reakcję krytyczną słupa na cylindryczną powłokę silosu przybiera zatem następującą postać:

$$N_{kr} = 1,214 \cdot E \cdot t^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.17)$$

Sile tej towarzyszą wartości:

$$\begin{aligned} n &= 0,90 \cdot \sqrt{R/t} \\ \gamma_1 &= \frac{\gamma_0}{0,90} \approx 1,0 \end{aligned}$$

$$\frac{l_x}{R} = \frac{\pi}{\gamma_0} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} = 3,41 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.18)$$

W tabeli 8.1 zestawiono wartości teoretyczne wielkości: l_x , v_1 , n , ζ odpowiadające geometrii badanych modeli oraz wartości uzyskane z tych badań (por. tab. 6.5). Pomiary geometrii powłoki podczas badań były wykonywane po pojawieniu się fali, a więc wiązało się to z uzyskiwaniem nieco za dużych wartości v_1 i nieco za małych n .

TABELA 8.1

R/t	n_g	Wyniki	l_x/R	v_1^y	n	ζ
276	16,6	a) teoretyczne	0,205	1,02	14,9	0,90
		b) eksperymentalne	0,195	1,13	14,2	0,855
Stosunek a:b			1,051	0,902	1,049	1,052

W tabeli 8.2 zestawiono wartości l_x/R dla różnych charakterystyk geometrycznych cylindrycznej poboczniczy silosu.

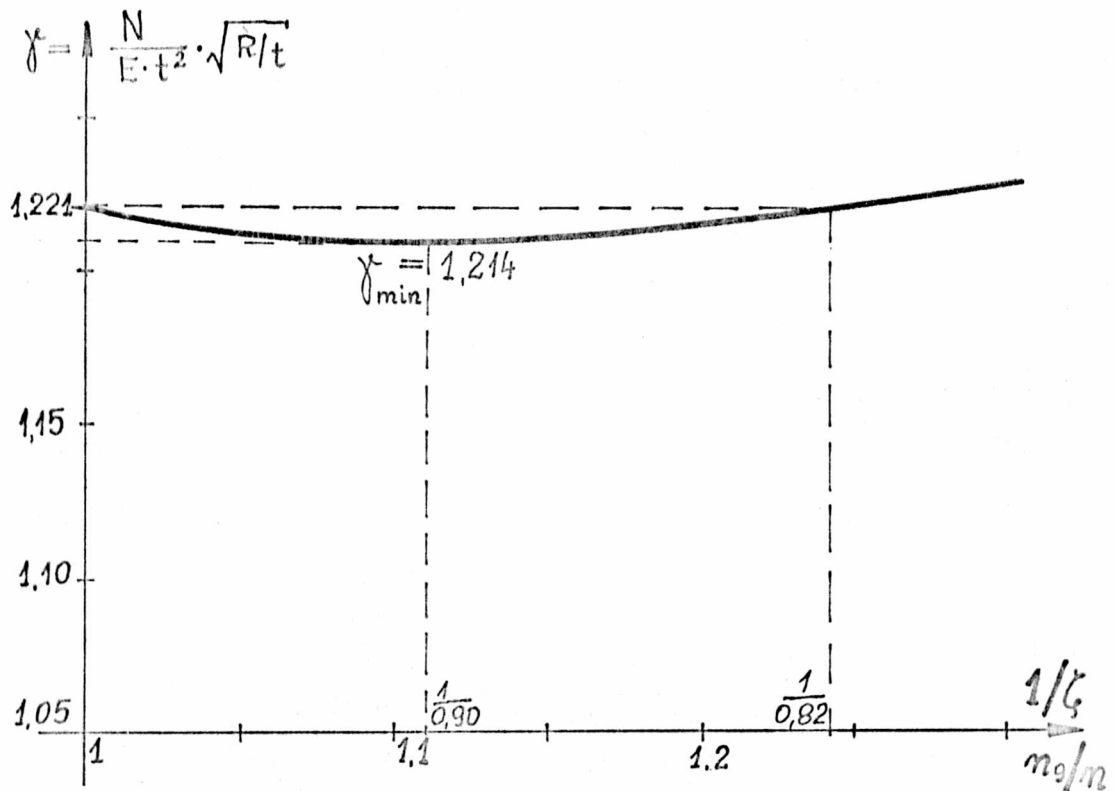
TABELA 8.2

R/t	200	250	400	500	750	1000	2000
l_x/R	0,24	0,21	0,17	0,15	0,12	0,108	0,076

Z zestawienia tego wynika wniosek, że poziome żebro fali jest położone bliżej pierścienia podporowego dla cienkich powłok niż dla powłok grubych. W powłokach ze znacznymi imperfekcjami geometrycznymi f_0 lub technologicznymi (np. spoiny poziome) wartości l_x/R mogą być mniejsze od zestawionych w tab. 8.2.

Na rys. 8.5 przedstawiono zmienność parametru γ wg zal. (8.15) w początkowej fazie procesu utraty stateczności, co odpo-

wiada zmienności siły N w obszarze zakrytycznym. Takie zachowanie się siły N w zakresie zakrytycznym, jak to przedstawiono pośrednio na rys. 8.5, obserwowano również podczas badań modelowych (por. rys. 6.7). Wzrost siły osiowej po pierwszym przeskoku związany był ze stosunkowo dużym wzrostem skrócenia Δ i ze wzrostem l_y ; odpowiadało to również zmniejszaniu się n i ζ .



Rys. 8.5. Wartość parametru χ po rozpoczęciu procesu lokalnej utraty stateczności powłoki

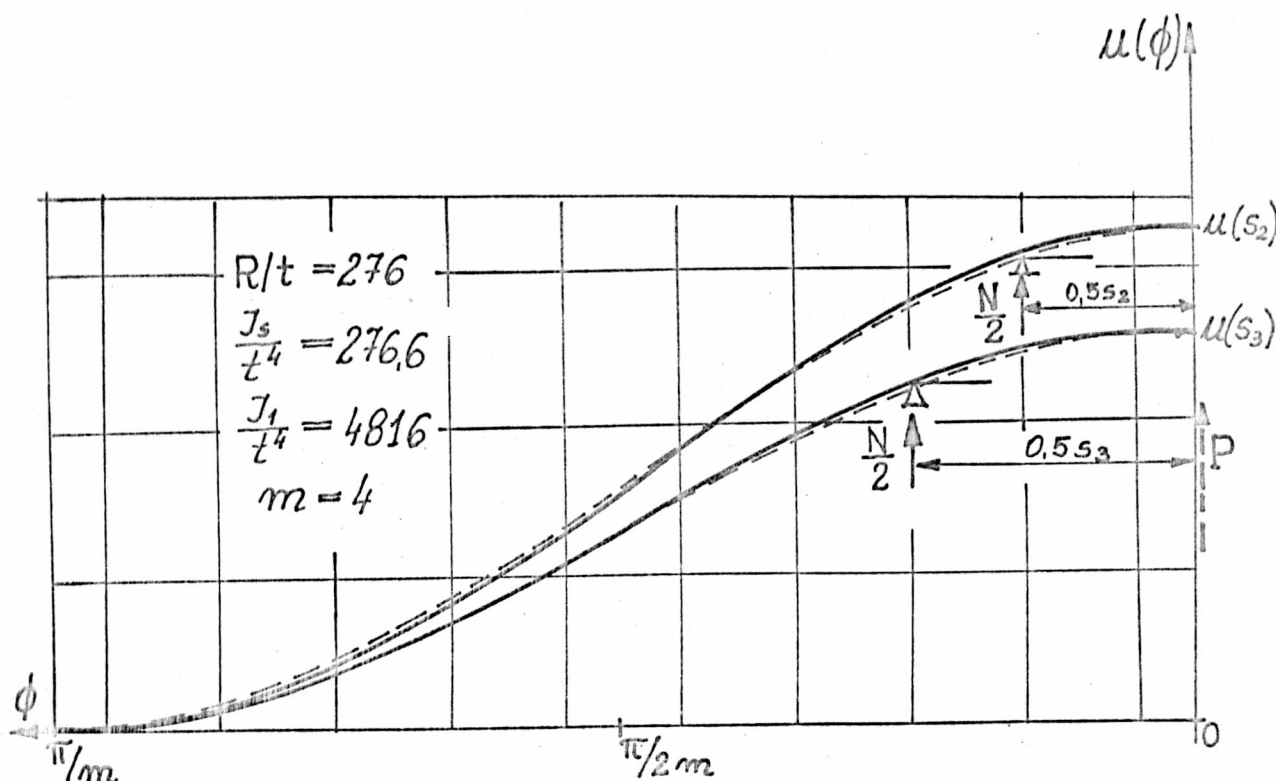
Wartość reakcji krytycznej N_{kr} zależy wyraźnie od losowych odchyłek grubości powłoki. Jeśli przez t oznaczy się nominalną grubość powłoki, a przez t' jej grubość rzeczywistą, to odpowiednie wartości N_{kr} i N'_{kr} związane są zależnością:

$$\frac{N'_{kr}}{N_{kr}} = \left(\frac{t'}{t}\right)^{5/2} \quad \dots (8.19)$$

8.3. Wpływ sztywności pierścienia podporowego na wartość krytycznej reakcji podpory

8.3.1. Wpływ sztywności skrętnej GJ_s

Dolna krawędź powłoki cylindrycznej, opartej na "m" podporach (słupach) i obciążonej reakcjami podporowymi N , doznaje - wraz z pierścieniem podporowym - pionowych przemieszczeń $u(\phi)$. Kąt (ϕ) oznaczono na rys. 8.1, a na rys. 8.6 przedstawiono przemieszczenia $u(\phi)$ dla dwóch przypadków szerokości podpory. Szerokość s_2 i s_3 oraz charakterystyka geometryczna powłoki odpowiadają badanym modelom powłok (por. rozdz. 6.3). Przedstawione wykresy $u(\phi)$ sporządzono na podstawie analiz numerycznych, wykorzystując program MES (WAT-KM).



Rys. 8.6. Wykres przemieszczeń pionowych pierścienia $u(\phi)$ dla różnych szerokości podpory (s_i).

----- przemieszczenia belki obustronnie utwardzonej

Można zauważyć, że przemieszczenia te odpowiadają dość dokładnie przemieszczeniom obustronnie utwierdzonej belki o rozpiętości $l=2\pi R/m$, obciążonej w środku rozpiętości siłą skupioną, wywołującą przemieszczenie $u(0) = u(s_i)$. Wykresy ugięć dla takiej belki przedstawiono na rys. 8.6 linią przerywaną.

Przyjęto zatem, że funkcja określająca przemieszczenia pionowe pierścienia $u(\phi)$, jest dla powłoki obciążonej reakcją N_{kr} , taka jak dla obustronnie utwierdzonej belki o rozpiętości $l = 2\pi R/m$ (por. rys. 8.7).

Jeśli pierścień poddany jest działaniu pionowego samozrównoważonego obciążenia określonego funkcją:

$$p = p_m \cdot \cos(m \cdot \phi) \quad \dots(8.20)$$

to ugięcie pionowe określa wzór:

$$u(\phi) = \frac{p_m \cdot R^4}{(m^2 - 1)^2} \cdot \left[\frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{m^2 \cdot G \cdot J_s} \right] \cdot \cos(m \cdot \phi), \quad \dots(8.21)$$

a kąt skręcenia φ :

$$\varphi = \frac{p_m \cdot R^3}{(m^2 - 1)^2} \left[\frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{GJ_s} \right] \cdot \cos(m \cdot \phi) \quad \dots(8.22)$$

Każde południkowe obciążenie pierścienia może być przedstawione w postaci odpowiedniego szeregu trygonometrycznego o składnikach określonych zależnością (8.20), przy czym sumowanie następuje dla $i = m, 2m, 3m \dots$. Można zauważyć, że ugięcie pierścienia jest odwrotnie proporcjonalne do sumy sztywności giętnej i skrętnej tego pierścienia.

Oznaczając:

$$S_p = \frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{m^2 \cdot G \cdot J_s} \quad \dots(8.23)$$

można zapisać ugięcie pierścienia Δ_1 , związane z jego zginaniem, w następującej postaci:

$$\Delta_1 = \frac{1}{EJ_1} \cdot \frac{1}{S_p} \cdot \Delta = \alpha_1 \cdot \Delta \quad \dots(8.24)$$

Ugięcie pierścienia Δ_2 , związane z jego skręcaniem, wyrazić można zależnością:

$$\Delta_2 = \frac{1}{m^2 G \cdot J_s} \cdot \frac{1}{S_p} \cdot \Delta = \alpha_2 \cdot \Delta \quad \dots(8.25)$$

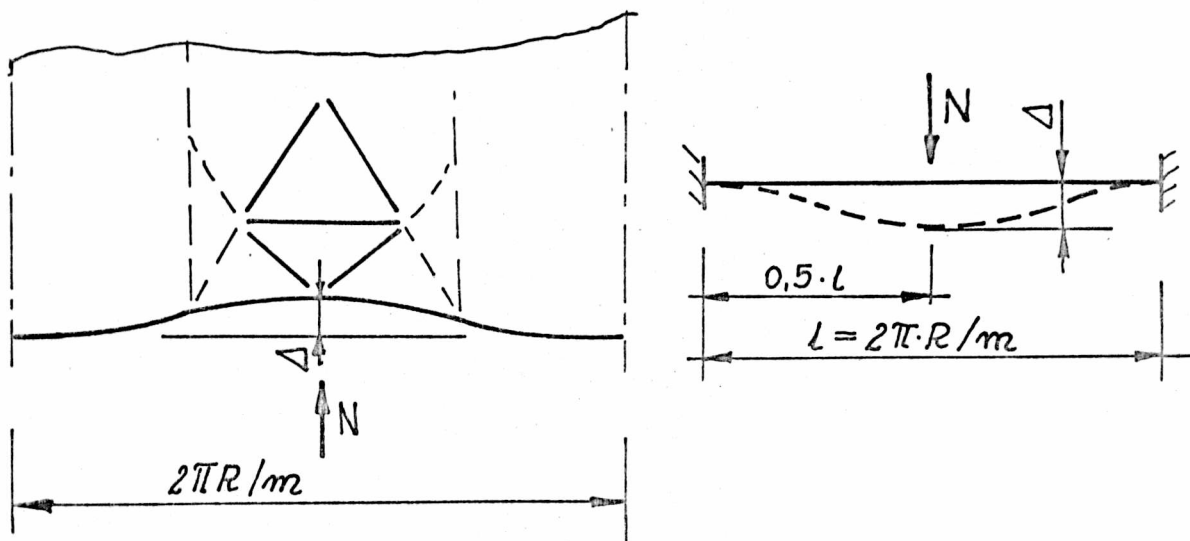
Wykorzystując zal. (8.21) i (8.22) można napisać:

$$\frac{\varphi_2}{\Delta_2} = \frac{m^2}{R}, \quad \dots(8.26)$$

a więc:

$$\varphi_2 = \Delta_2 \cdot \frac{m^2}{R} = \alpha_2 \cdot \frac{m^2}{R} \cdot \Delta \quad \dots(8.27)$$

φ_2 - oznacza kąt skręcenia pierścienia wywołany przemieszczeniem Δ (por. rys. 8.7.).



Rys. 8.7. Zastępczy model odkształcenia pierścienia

Wartość kąta skrećenia φ_2 można określić również z innej zależności:

$$\varphi_2 = \frac{\pi \cdot M_s \cdot R}{G \cdot J_s \cdot m}, \quad \dots(8.28)$$

gdzie:

M_s - moment skrećający wywołany przemieszczeniem Δ .

Można zatem zapisać:

$$M_s = \varphi_2 \cdot G \cdot J_s \cdot \frac{m}{\pi \cdot R} \quad \dots(8.29)$$

Energię sprężystą skrećania pierścienia określa w przybliżeniu zależność:

$$U_s = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot M_s \cdot \varphi_2 = G \cdot J_s \cdot \frac{m}{\pi \cdot R} \cdot \varphi_2^2 = \alpha_2^2 \cdot \frac{m^5}{\pi \cdot R^3} \cdot \Delta^2 \cdot G \cdot J_s \quad \dots(8.30)$$

Tę dodatkową energię sprężystą skrećania pierścienia podporowego wprowadzono do ogólnego bilansu energii potencjalnej, wyrażonego zal. (5.7). W rezultacie uzyskano wzrost parametru naprężeń krytycznych η_N określonego zal. (8.5) o wartość :

$$\Delta \eta_s = \frac{0,5 \cdot U_s}{t \cdot \Delta \cdot l_y} \cdot \frac{R}{E \cdot t} \quad \dots(8.31)$$

Wykorzystując zal. (8.30) otrzymano:

$$\Delta \eta_s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2^2 \cdot \frac{m^5}{\pi \cdot R^2} \cdot \frac{G \cdot J_s}{E} \cdot \frac{\Delta}{t^2 \cdot l_y} \quad \dots(8.32)$$

Uwzględniając zal. (8.5) określono następująco przyrost siły krytycznej, wynikający z uwzględnienia sztywności skrećnej pierścienia podporowego:

$$\Delta N_s = \Delta \eta_s \cdot \frac{2\pi}{n} \cdot E \cdot t^2 = \alpha_2^2 \cdot \frac{m^5}{R^2} \cdot G \cdot J_s \cdot \frac{\Delta}{n \cdot l_y},$$

a uwzględniając, że:

$$l_y = \frac{\pi R}{n}, \text{ otrzymano:}$$

$$\Delta N_s = \frac{m^5 \cdot \alpha_2^2}{\pi} \cdot \frac{1}{R^3} \cdot G \cdot J_s \cdot \Delta \quad \dots (8.33)$$

Dla następujących wielkości obliczonych w rozdz. 8.2.2:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta} &= l_x \cdot l_y \cdot \bar{\varphi}^2 \cdot \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_0} \left(1 + \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_0}\right), \quad \Delta = \frac{\bar{\Delta}}{l_y}, \quad l_x = \frac{\pi \cdot R}{\mathcal{V}_0} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad (\text{zal. 8.11}) \\ \mathcal{V}_1 &= \frac{\mathcal{V}_0}{\zeta}, \quad (\text{zal. 8.12}), \quad \bar{\varphi} = \mathcal{V}_0 \frac{\pi}{2n}, \quad (\text{zal. 5.5}). \\ l_y &= \frac{\pi \cdot R}{n}, \quad \mathcal{V}_0 = 0,92, \quad n = \zeta \cdot \sqrt{R/t}, \end{aligned}$$

otrzymano:

$$\Delta = 7,13 \cdot R \cdot \sqrt{\left(\frac{t}{R}\right)^3} \cdot \frac{1}{\zeta^3} \left(1 + \frac{1}{\zeta}\right) \quad \dots (8.34)$$

Wobec powyższego można napisać:

$$\Delta N_s = 2,269 \cdot \alpha_2^2 \cdot m^5 \cdot \frac{1}{\zeta^3} \left(1 + \frac{1}{\zeta}\right) \cdot G \cdot \frac{J_s}{t^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{t}{R}\right)^7}$$

Dla wyznaczonej uprzednio wartości $\zeta = 0,90$ (rozdz. 8.2.3),
otrzymano:

$$\Delta N_s = 6,57 \cdot \alpha_2^2 \cdot m^5 \cdot G \cdot \frac{J_s}{t^2} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^3 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.35)$$

Uwzględniając zal. (8.17) oraz przyjmując, dla $\nu = 0,3$

$$\frac{G}{E} = \frac{1}{2(1+\nu)} = 0,3846, \text{ otrzymano:}$$

$$\delta_s = \frac{\Delta_{N_s}}{N_{kr}} = 2,08 \alpha_2^2 \cdot m^5 \cdot \frac{J_s}{t^4} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^3 \quad \dots(8.36)$$

W tabeli 8.3. zestawiono wartości δ_s dla różnych charakterystyk geometrycznych ściskanej powłoki, opartej na 2, 4 i 8 podporach. Z przedstawionych w tabeli 8.3 wartości widać wyraźnie, że udział sztywności giętej pierścienia w zwiększeniu krytycznej reakcji podpory rośnie szybko przy zwiększaniu liczby podpór m.

8.3.2. Wpływ sztywności giętej EJ_1

Mając na uwadze przyjęty model odkształcenia pierścienia (por. rys.8.7) można zapisać:

$$\Delta_1 = \frac{Pl^3}{192} \cdot \frac{1}{EJ_1} \quad \dots(8.37)$$

Zastępczą siłę P, wywołującą ugięcie pierścienia o wartości Δ_1 , można więc wyrazić w następującej postaci:

$$P = \Delta_1 \cdot 192 \cdot E \cdot J_1 \cdot \frac{1}{l^3} \quad \dots(8.38)$$

Energię sprężystą odkształcenia pierścienia związaną z ugięciem Δ_1 wyrażono zatem następująco:

$$U_1 = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \Delta_1 = 96 \cdot EJ_1 \cdot \frac{1}{l^3} \cdot \Delta_1^2,$$

a uwzględniając, że $\Delta_1 = \alpha_1 \cdot \Delta$; $l = 2\pi R/m$, otrzymano:

$$U_1 = 0,387 \cdot m^3 \cdot \alpha_1^2 \cdot \frac{1}{R^3} \cdot EJ_1 \cdot \Delta^2 \quad \dots(8.39)$$

Ta dodatkowa energia związana ze zginaniem pierścienia wpływa na wzrost parametru naprężeń krytycznych η_N występującego w zal. (8.5). Można więc zapisać:

$$\Delta \eta_1 = \frac{0,5 \cdot U_1}{t \cdot \Delta \cdot l_y} \cdot \frac{R}{E \cdot t} \quad \dots (8.40)$$

Uwzględniając zal. (8.39) oraz następujące związki:

$$\zeta = 0,90 ; \quad \Delta = 20,65 \sqrt{\left(\frac{t}{R}\right)^3} \quad (\text{wg zal. (8.34)})$$

$$l_y = \frac{\pi \cdot R}{n} ; \quad n = \zeta \cdot \sqrt{R/t} = 0,9 \sqrt{R/t},$$

otrzymano:

$$\Delta \eta_1 = 1,139 \cdot \alpha_1^2 \cdot m^3 \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \frac{J_1}{t^2} \cdot \frac{t}{R} \quad \dots (8.41)$$

Wykorzystując zal. (8.5) określono następująco przyrost reakcji krytycznej, wynikający z uwzględnienia sztywności giętnej pierścienia EJ_1 :

$$\Delta N_1 = \Delta \eta_1 \cdot \frac{2\pi}{n} \cdot E \cdot t^2 \quad \dots (8.42)$$

Podstawiając zal. (8.41) do zal. (8.42) i uwzględniając, że $n = 0,90 \sqrt{R/t}$ otrzymano:

$$\Delta N_1 = 7,952 \cdot \alpha_1^2 \cdot m^3 \cdot E \cdot \frac{J_1}{t^2} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^3 \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots (8.43)$$

Dla $\nu = 0,3$ i $G/E = 0,3846$, otrzymuje się:

$$\delta_1 = \frac{\Delta N_1}{N_{kr}} = 6,55 \alpha_1^2 \cdot m^3 \cdot \frac{J_1}{t^4} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^3 \quad \dots (8.44)$$

W tabeli 8.3. zestawiono wartości δ_1 dla różnych charakterystyk geometrycznych powłoki i różnej liczby podpór. Jak widać z przedstawionych wartości δ_1 i δ_s , wpływ sztywności pierścienia na wartość krytycznej reakcji podpory jest istotny. W analizowanych przypadkach wpływ ten zaznacza się wyraźnie dopiero przy zastosowaniu 8 podpór na obwodzie powłoki. Można również zauważyć, że

TABELA 8.3.

Geometria powłoki i pierścienia						$\mathcal{L}_1$	$\mathcal{L}_2$	$\bar{\delta}_1 = \frac{\Delta N_1}{N_{kr}}$	$\bar{\delta}_s = \frac{\Delta N_s}{N_{kr}}$
Obiekt	R/t	t	J_1/t^4	J_s/t^4	m				
-	-	cm	-	-	szt.	-	-	%	%
Modele typu A I (PA2)	276	0,047	4816	276,6	≡ 2	0,081	0,919	0,00	0,07
					≡ 4	0,261	0,739	0,64	1,53
					≡ 8	0,586	0,414	26,4	15,3
Modele typu A II (PA2)	276	0,047	6660	1029	≡ 2	0,192	0,808	0,06	0,21
					≡ 4	0,487	0,513	3,15	2,75
					≡ 8	0,792	0,208	66,6	14,3
Silos I St3S	200	1,5	880	0,59	≡ 4	0,004	0,996	0,00	0,01
					8	0,016	0,984	0,01	0,48
Silos II St3S	375	0,6	31636	231,5	≡ 4	0,043	0,957	0,05	0,85
					8	0,153	0,847	4,7	21,4

≡ - liczba podpór w obiekcie

o efektywności pierścienia w zwiększeniu reakcji krytycznej podpory, decydują obie sztywności: giętna i skrętna. W przypadku, gdy jedna z nich jest relatywnie mała, wpływ drugiej (nawet o dużej wartości) w zwiększeniu N_{kr} jest niewielki. Dzieje się tak dlatego, że udział ugięcia wywołanego skręcaniem pierścienia może praktycznie stanowić 100% całkowitego ugięcia Δ , jeśli EJ_s jest małe. Wtedy ΔN_s jest niewielkie z uwagi na małą wartość EJ_s , a ΔN_1 jest również małe z uwagi na to, że $\alpha_1 \approx 0$. Uwzględniając wpływ sztywności giętno-skrętnej pierścienia podporowego, wartość całkowitej reakcji krytycznej podpory można zapisać następująco:

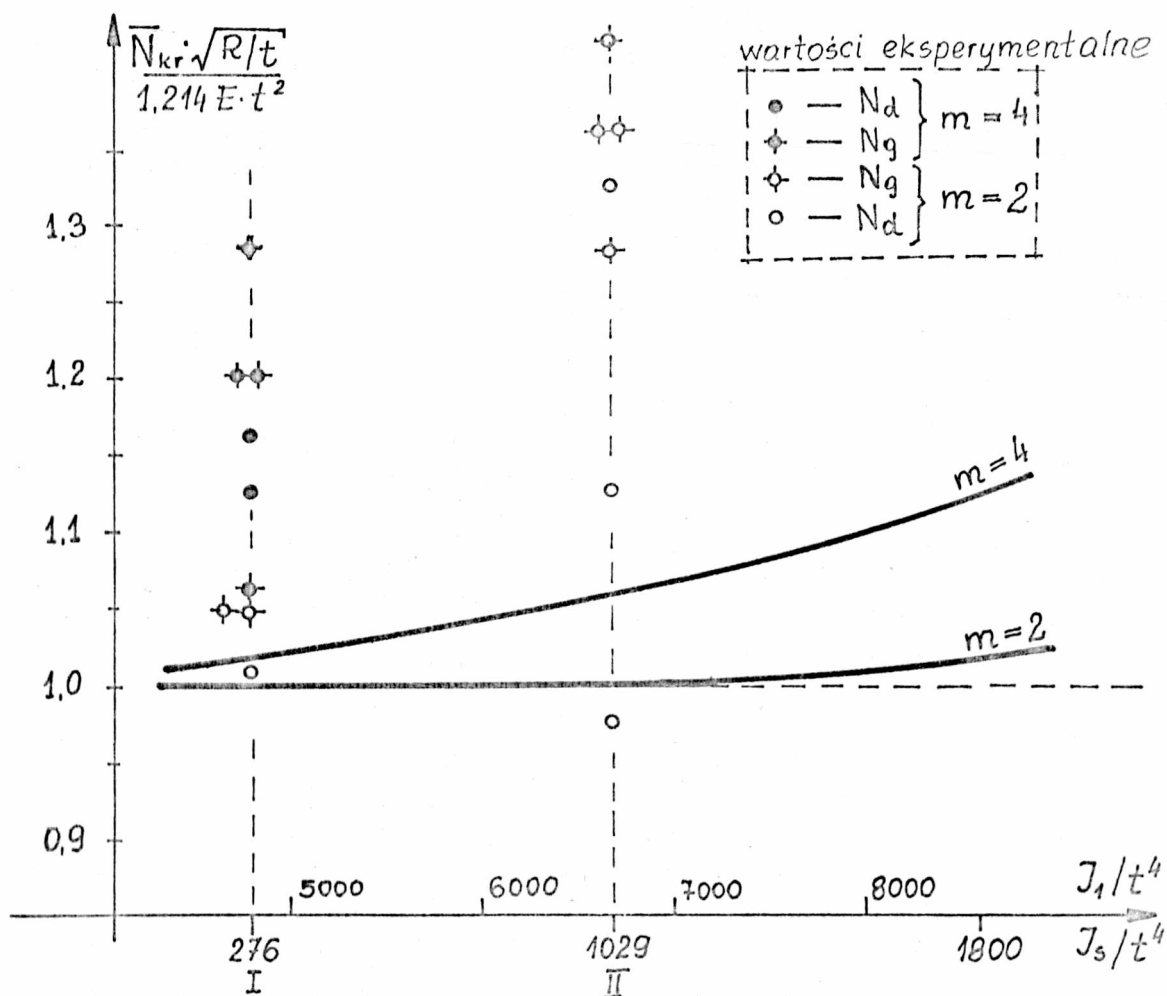
$$\bar{N}_{kr} = 1,214 \cdot E \cdot t^2 (1 + \delta_1 + \delta_s) \cdot \sqrt{\frac{t}{R}}, \quad \dots (8.45)$$

gdzie: δ_1 i δ_s określone są wg zależności (8.36) i (8.44).

W badanych modelach, w których zastosowano podpory o szerokości $S_1 = 17,5$ mm, można było przyjąć, że reakcja podpory N była siłą skupioną, działającą w osi podpory. Dla powłoki o charakterystyce geometrycznej, odpowiadającej tym modelom, sporządzono wykres wartości $\bar{N}_{kr}$ w zależności od stosunków: J_1/t^4 oraz J_s/t^4 (por. rys. 8.8). Na wykresie tym naniesiono również wartości górnej i dolnej siły krytycznej (N_d, N_g), uzyskane podczas badań eksperymentalnych, zestawione w tabeli 6.3. Z wykresu widać, że wyniki z badań eksperymentalnych są na ogół wyższe o około 5-25% od wyników uzyskanych z przedstawionych analiz teoretycznych. Na rys. 8.9 przedstawiono wpływ liczby podpór na wzrost reakcji krytycznej podpory $\bar{N}_{kr}$ dla modeli typu AIS1 ($s_1=17,5$ mm).

Analizując przedstawione na rys. 8.9 wyniki eksperymentalne (łącznie z rys. 6.7 i 6.8) można stwierdzić, że również badania

eksperymentalne potwierdziły pewien wzrost reakcji krytycznej $\bar{N}_{kr}$, związany ze zwiększeniem liczby podpór na obwodzie powłoki.

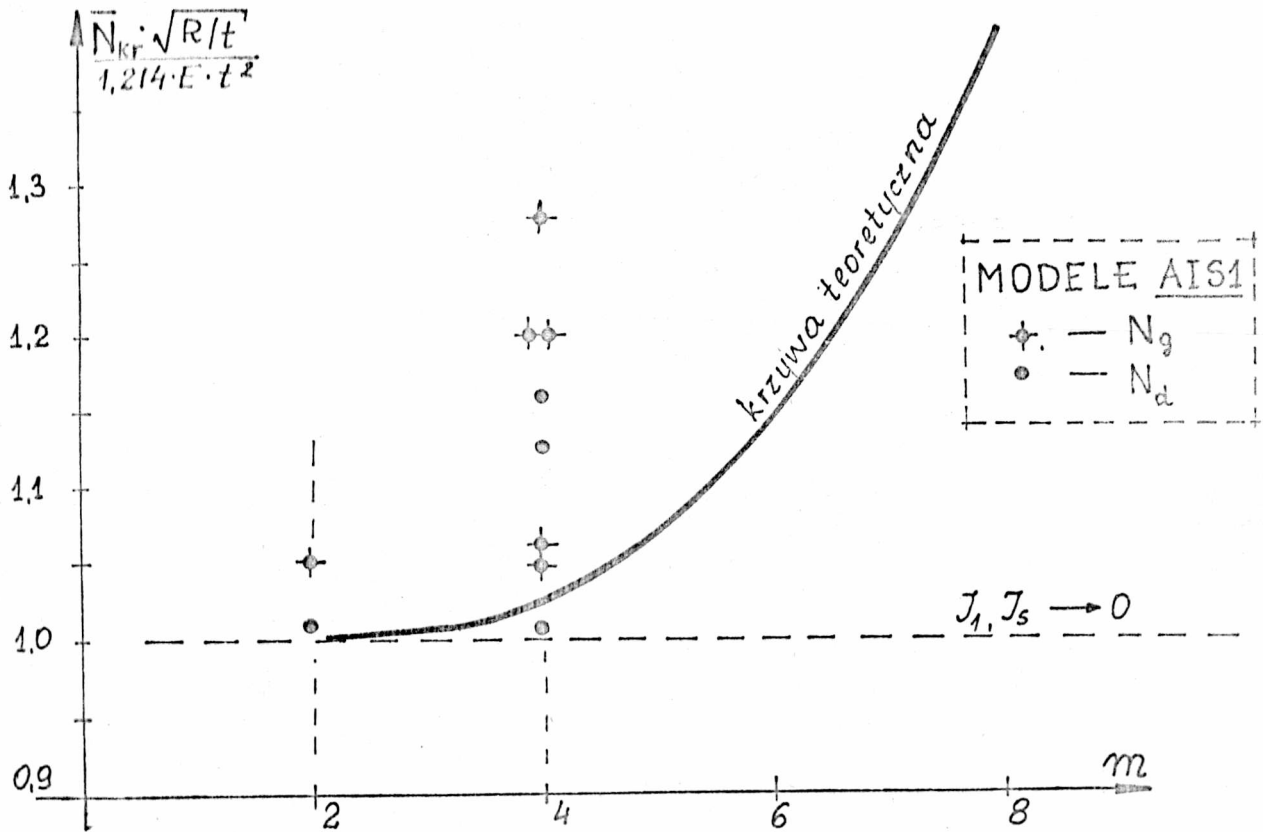


Rys. 8.8. Teoretyczne i eksperymentalne wartości $\bar{N}_{kr}$ dla modeli opartych na podporach o szerokości $s = 17,5$ mm

8.4. Wpływ szerokości podpory i rozwiązań konstrukcyjnych oparcia powłoki na wartość reakcji krytycznej

8.4.1. Wprowadzenie

Zwiększenie szerokości podpory (głowicy słupa) nie prowadzi - jak można by oczekiwać - do wprost proporcjonalnego zmniejszenia ekstremalnych naprężeń południkowych w powłoce cylindrycznej. Efekt taki byłby możliwy tylko w przypadku nieskończonej sztywności



Rys. 8.9. Wpływ liczby podpór "m" na wartość N_{kr}

ności giętno-skrętnej pierścienia podporowego. Dla realnych sztywności EJ_1 i EJ_s pierścien opiera się praktycznie na krawędziach podpory, a w osi słupa występuje pewien Prześwit między podporą a pierścieniem (por. rys. 8.6). Sytuacja taka dotyczy oczywiście tylko przypadku swobodnego oparcia powłoki na podporach. Za takie oparcie należy uznać większość przypadków konstrukcyjnych ze śrubowymi połączeniami silosu z głowicą słupa. Śruby są bowiem z reguły znacznie oddalone od osi słupa, a więc wystąpienie prześwitu między głowicą słupa, a powłoką silosu jest możliwe.

W połączeniu spawanym prześwit taki nie może wystąpić. Mimo to oddziaływanie głowicy słupa na pierścień powłoki nie jest równomierne. Na krawędziach głowicy słupa (podpory) pojawi się dodatkowa siła związana niejako z "likwidacją naturalnego prze-

świtu".

W przypadku znacznego zwiększenia szerokości podpory możliwe jest powstanie niezależnych fal wyboczeniowych nad każdą krawędzią takiej podpory. Krawędzie podpór działają bowiem wtedy jak niezależne podpory skupione.

W analizie ograniczono się do przypadków podpór o szerokości $s_1 < 2 \cdot l_y$ (rys. 8.10), tj. do takich szerokości, przy których może powstać tylko 1 fala wyboczeniowa nad podporą.

Zjawiska zachodzące przy zwiększeniu szerokości podpory, powodują pewne zmiany w dotychczasowym bilansie energii potencjalnej układu. Mniejsza jest praca sił zewnętrznych L_2 , a ponadto pojawia się dodatkowa energia sprężysta związana z likwidacją "prześwitu" w przypadku nieswobodnego oparcia powłoki na podporze (spawanie).

8.4.2. Wpływ szerokości podpory w przypadku swobodnego oparcia powłoki

W analizie tego zagadnienia przyjęto, że przemieszczenie podpory $\Delta(s_1)$ wynika z przyjętych wcześniej założeń (rozdz. 8.3.1) dotyczących ugięcia pierścienia (por. rys. 8.6).

Schemat do wyznaczania wartości $\Delta(s_1)$ przedstawiony jest na rys. 8.10.

Z równania linii ugięcia belki obustronnie utwierdzonej wynika związek:

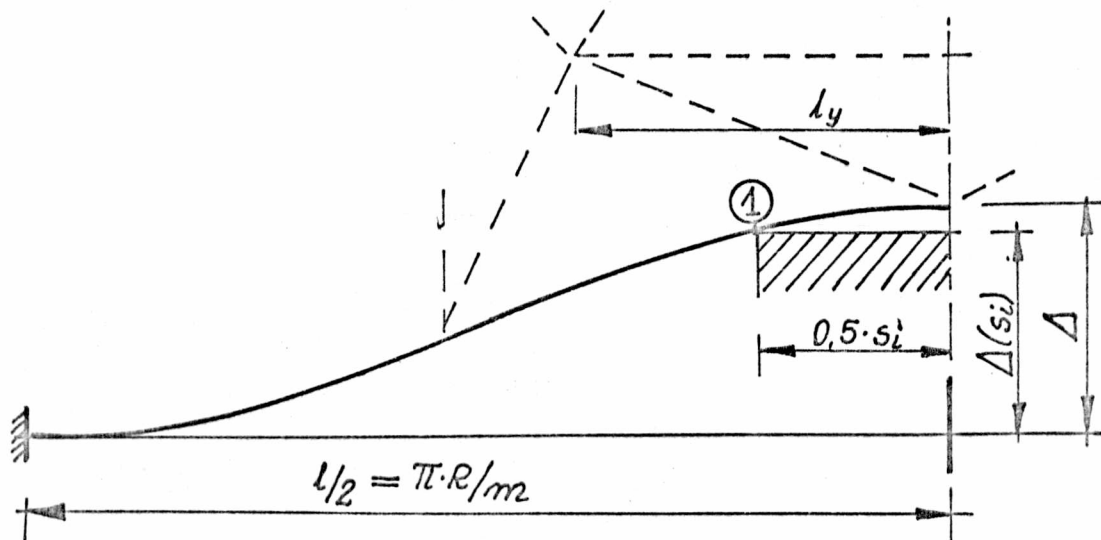
$$\Delta = P \cdot S_p \cdot \frac{1^3}{192} \quad \dots (8.46)$$

gdzie:

S_p - sztywność określona wg zal. (8.23)

P - zastępcza siła w środku rozpiętości belki wywołująca takie

samo przemieszczenie Δ jak reakcja podpory N.



Rys. 8.10. Schemat do wyznaczenia wartości przemieszczeń podpory $\Delta(s_1)$

Jeśli oznaczymy szerokość podpory jako:

$$s_1 = \mu_1 \cdot l \quad \dots(8.47)$$

to przemieszczenie podpory o szerokości s_1 można wyrazić w postaci:

$$\Delta(s_1) = P \cdot S_p \cdot l^3 \cdot \frac{3(1-\mu_1)^2 - 2(1-\mu_1)^3}{192} \quad \dots(8.48)$$

Można zatem zapisać, że:

$$\frac{1}{\alpha_s} = \frac{\Delta(s_1)}{\Delta} = 3(1-\mu_1)^2 - 2(1-\mu_1)^3 \quad \dots(8.49)$$

Wobec powyższego praca reakcji podpory N na przemieszczeniu $\Delta(s_1)$ może być wyrażona następująco:

$$L_z(\Delta s_1) = \frac{1}{\alpha_s} \cdot L_z(\Delta) \quad \dots(8.50)$$

gdzie:

$L_z(\Delta)$ - praca reakcji podporowej na przemieszczeniu Δ w przy-

padku gdy $s \rightarrow 0$.

Ogólny wzór określający parametr η_N w zależności (8.5) dotyczący krytycznej reakcji podpory ma budowę:

$$\eta_N = \frac{\sum U}{t \cdot \Delta \cdot l_y} \cdot \frac{R}{E \cdot t} \quad \dots(8.51)$$

W przypadku wartości $\Delta(s_1) < \Delta$ wystąpi więc wzrost parametru η_N wg zależności:

$$\eta_N(s_1) = \alpha_s \cdot \eta_N \quad \dots(8.52)$$

gdzie: $\alpha_s \geq 1$ jest określone zależnością (8.49). Wartość μ_1 wyznacza się z zal. (8.47) przy czym

$$s_1 = \mu_1 \cdot l < 2 \cdot l_y ; \quad l_y = \frac{\pi \cdot R}{0,9} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}}.$$

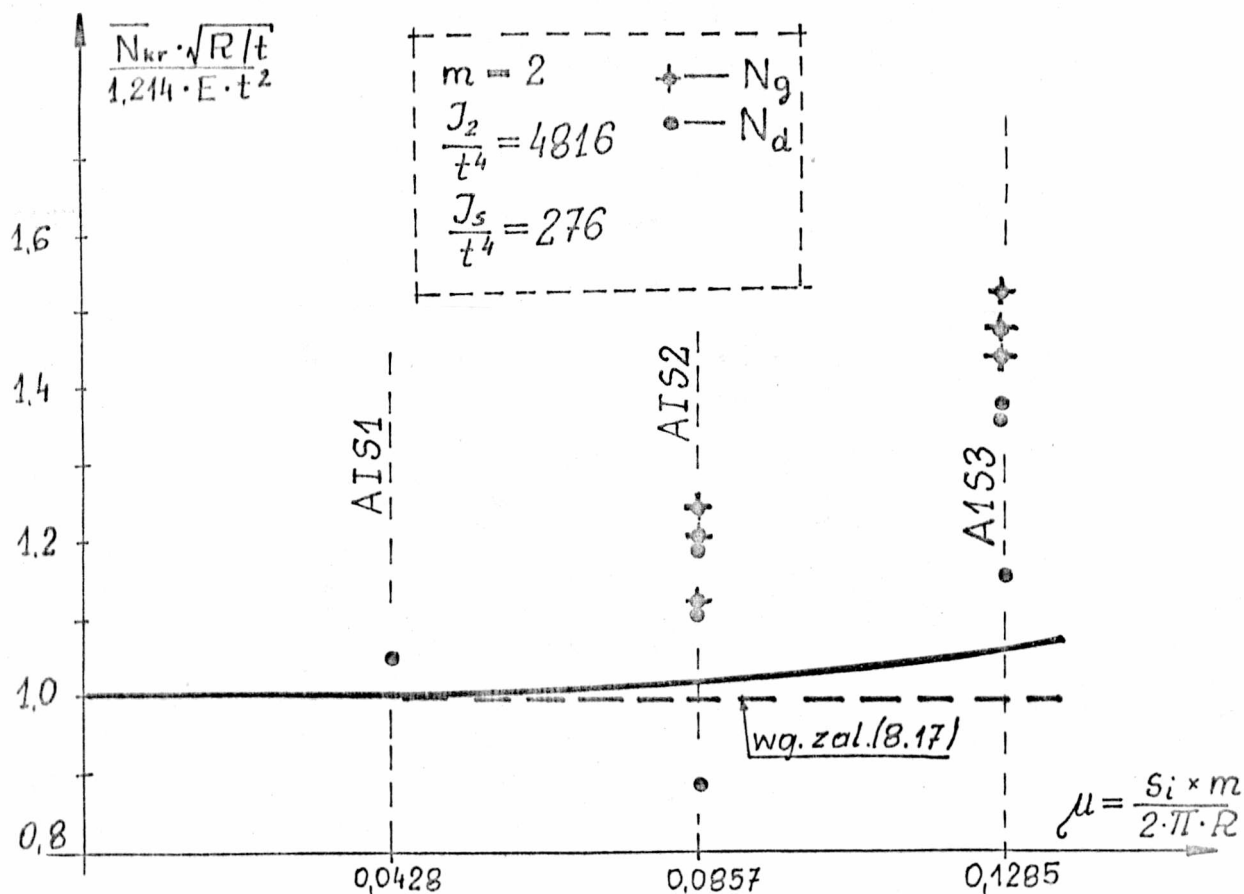
Wykorzystując zal. (8.45) można napisać ostatecznie, że wartość krytycznej reakcji podpory o szerokości "s" określona jest zależnością:

$$\bar{N}_{kr} = 1,214 \cdot E \cdot t^2 (\alpha_s + \delta_1 + \delta_s) \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \quad \dots(8.53)$$

W badaniach modelowych były stosowane trzy szerokości podpór:

$s_1 = 17,5$ mm, $s_2 = 35$ mm, $s_3 = 52,5$ mm. Dla modeli opartych swobodnie na podporze (typ A), zestawiono w tabeli 8.4 wartości współczynników α_s .

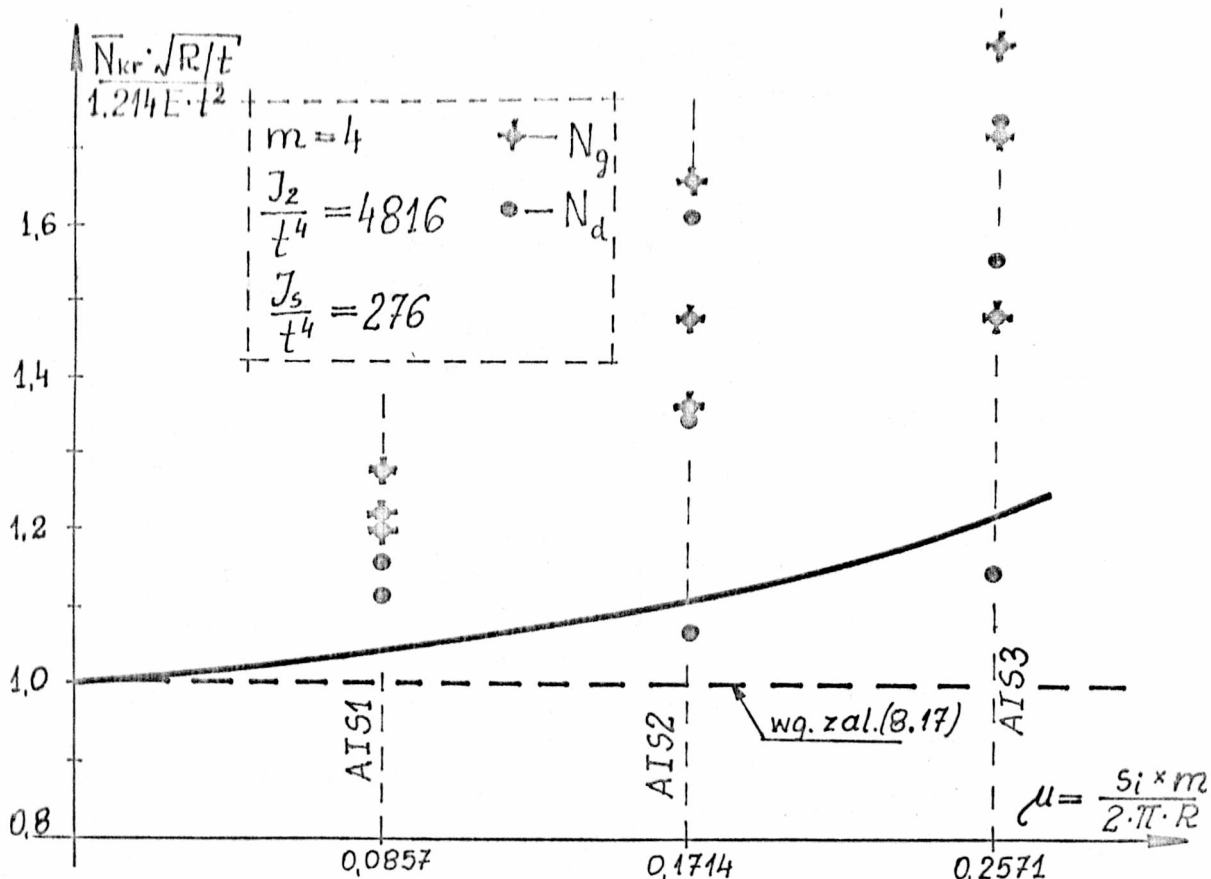
Na rys. 8.11 i 8.12 przedstawiono teoretyczne krzywe przedstawiające wartość $\bar{N}_{kr}$, określone wg zal. (8.53). Na wykresach tych naniesiono również wartości dolnych i górnych sił krytycznych (N_d, N_g) uzyskane z badań eksperymentalnych.



Rys. 8.11. Teoretyczne i eksperymentalne wartości $\bar{N}_{kr}$ w zależności od szerokości podpór (dla $m=2$)

TABELA 8.4

$2 \cdot l_y$	m	$l = \frac{2 \pi R}{m}$	s_i	μ_i	α_s
cm	-	cm	cm	-	-
5,46	2	40,84	1,75	0,0428	1,005
			3,50	0,0857	1,021
			5,25	0,1285	1,047
	4	20,42	1,75	0,0857	1,021
			3,50	0,1714	1,085
			5,25	0,2571	1,197



Rys. 8.12. Teoretyczne i eksperymentalne wartości $\bar{N}_{kr}$ w zależności od szerokości podpór s_1 (dla $m=4$)

Z przedstawionych wykresów widać, że wartość krytycznej reakcji podpory $\bar{N}_{kr}$, dla swobodnie opartej powłoki cylindrycznej, rośnie wraz ze zwiększeniem szerokości podpory s_1 . Wzrost ten nie jest jednak wprost proporcjonalny do wzrostu szerokości podpory – jak można by przypuszczać – i zależy przede wszystkim od liczby podpór na obwodzie.

W przedstawionej analizie nie uwzględniono energii błonowej związanej z południkowymi i obwodowymi odkształceniami powłoki w pobliżu pierścienia. Wpływ ten objawia się również pewnym wzrostem krytycznej reakcji podpory N_{kr} i może zaznaczać się szczególnie w przypadku większej liczby podpór ($m \geq 4$).

8.4.3. Wpływ szerokości podpory w przypadku nieswobodnego oparcia powłoki

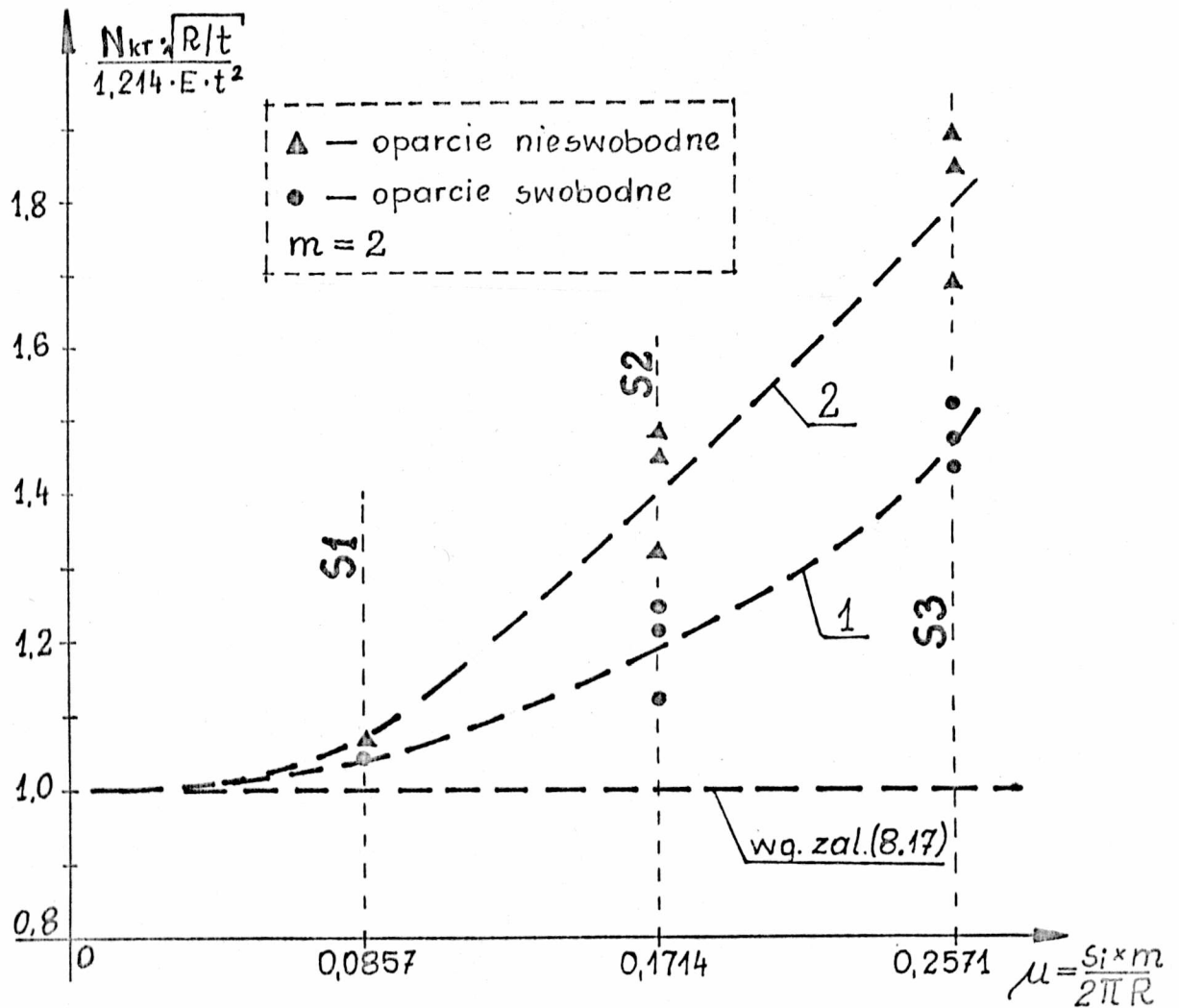
W przypadku nieswobodnego oparcia powłoki na podporach o skończonej szerokości występuje szereg komplikacji energetycznych w analizowanym układzie. Zagadnienie określenia wartości $\bar{N}_{kr}$ jest w tym przypadku bardzo złożone.

W analizie nie można już pomijać znacznych odkształceń powierzchni środkowej powłoki w obszarach cylindrycznych, sąsiadujących z falą wyboczeniową. Całkowite skrócenie w osi podpory $\Delta'(s_1)$ powłoki nieswobodnie opartej jest oczywiście mniejsze niż w przypadku oparcia swobodnego $\Delta(s_1)$. Wzajemne proporcje tych skróceń obliczone przy użyciu programu MES WAT-KM dla niektórych szerokości podpory są następujące:

$$\begin{array}{ll} s_2 = 35 \text{ mm} ; & \frac{\Delta'(s_2)}{\Delta(s_2)} = 0,860 \\ s_3 = 52,5 \text{ mm} ; & \frac{\Delta'(s_3)}{\Delta(s_3)} = 0,678 \end{array}$$

W analizie należy więc uwzględnić przedstawione wyżej zjawiska i rozpatrzyć inny model geometryczny utraty stateczności lokalnej dla powłoki opartej nieswobodnie na podporach. Oczywiście, dolne oszacowanie wartości krytycznej reakcji podpory może stanowić w tym przypadku zał. (8.45).

Na rys. 8.13 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych dotyczące wpływu swobodnego i nieswobodnego oparcia powłok na podporach, na wartość krytycznego oddziaływania podpory.



Rys. 8.13. Eksperymentalne wartości $\bar{N}_{kr} = N_g$ dla swobodnego i nieswobodnego oparcia powłoki
 1 - średnia wyników dla oparcia swobodnego; 2 - średnia przy oparciu nieswobodnym.

8.5. Wnioski

Eksperymentalne badania i teoretyczne analizy dotyczące lokalnej stateczności ściskanej powłoki cylindrycznej, opartej na kilku podporach, pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

8.5.1. Proces lokalnej utraty stateczności powłoki rozpoczyna się od powstania pojedynczej fali wyboczeniowej nad podporą, a parametry geometryczne tej fali odpowiadają wartościom górnym uzyskiwanym z rozwiązań równań liniowych idealnych powłok cylindrycznych. Przebieg procesu nie ma charakteru dynamicznego (tzn. nie następują kolejne przeskoki towarzyszące zmniejszaniu się liczby fal obwodowych n), a powiększanie szerokości fali 2.1_y następuje przy stałym położeniu poziomego żebra fali.

8.5.2. Obiektywną ocenę lokalnej stateczności powłoki może stanowić krytyczna reakcja podpory, której wartość obliczona jest z uwzględnieniem warunków konstrukcyjnych oparcia powłoki. Ocena lokalnej stateczności na podstawie średnich naprężeń południkowych - odwrotnie proporcjonalnych do szerokości podpory - prowadzi do zaniżenia nośności powłoki w przypadku małej szerokości podpory. Przy znacznej szerokości podpory ta przybliżona metoda może prowadzić jednak do zawyżonej oceny nośności, bowiem - jak to wykazano - przyrost wartości krytycznej reakcji podpory N_{kr} nie jest wprost proporcjonalny do wzrostu szerokości podpory.

8.5.3. Wpływ sztywności giętno-skrętnej pierścienia podporowego objawia się pewnym wzrostem krytycznej reakcji podpory $\bar{N}_{kr}$. Wzrost ten jest na ogół istotny przy zastosowaniu 8 i więcej podpór na obwodzie silosu. Wpływ szerokości podpory i sposobu połączenia powłoki z podporą (słupem) jest również wyraźnie widocz-

ny przy liczbie podpór $m > 4$.

8.5.4. Analiza wpływu sztywności pierścienia podporowego na wartość $\bar{N}_{kr}$ wykazała, że o efektywności pierścienia w tym przypadku decydują w jednakowym stopniu obie wielkości: sztywność giętna i sztywność skrętna. Jeśli jedna z tych sztywności jest mała to pomimo znacznej wartości drugiej sztywności efekt sumaryczny jest niewielki. Z tego względu korzystne jest stosowanie pierścieni o przekroju zamkniętym wg schematu pokazanego na rys. 1.1b.

8.5.5. Pewien dodatni wpływ na wartość krytycznej reakcji podpory mogą mieć również - pomijane w analizie - odkształcenia błonowe powierzchni środkowej powłoki w pobliżu pierścienia podporowego. Odkształcenia te są związane ze zginaniem "tarczowym" powłoki. Wpływ ten może być szczególnie widoczny przy dużej liczbie podpór.

8.5.6. Zaproponowany sposób określania krytycznej reakcji podpory $\bar{N}_{kr}$ pozwala na dolne - a więc bezpieczne oszacowanie wartości rzeczywistych. Potwierdziły to również badania eksperymentalne. Z tego też względu przedstawione zależności mogą być przydatne w projektowaniu silosów metalowych opartych na słupach.

9. WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzone badania teoretyczne i eksperymentalne potwierdziły, sformułowane w rozdz. 2, tezy pracy. W szczególności wykazano, że:

9.1. Zagadnienie stateczności ściskanych osiowo powłok cylindrycznych, opartych równomiernie na całym obwodzie, może być analizowane przy zastosowaniu tej samej metody (niezależnej od długości powłoki), bez arbitralnego podziału na powłoki długie i krótkie. Wartość krytycznych naprężeń południkowych w takich powłokach zależy m.in. od długości powłoki i zastosowanych usztywnień obwodowych. W powłokach silosów metalowych krytyczne naprężenia południkowe zależą również od wartości specyficznego południkowego obciążenia powierzchniowego, związanego z oddziaływaniem materiału wypełniającego.

9.2. Obwodowe pierścienie usztywniające cylindryczne powłoki silosów metalowych mają istotny wpływ na wartość krytycznego obciążenia silosu. W przypadku równomiernego oparcia cylindrycznej poboczniczy silosu, pierścienie te mogą być traktowane jako płaskie przepony, zwiększające znacznie wartość południkowych naprężeń krytycznych. Takie efekty uzyskuje się wówczas, jeśli wzajemna odległość pierścieni jest niewielka ($L_1 < 2R$). W przypadku oparcia poboczniczy na słupach, pierścień podporowy może mieć znaczny udział w zwiększeniu krytycznej reakcji podpory, a tym samym także i w podwyższeniu nośności krytycznej komory silosu.

9.3. Obiektywną ocenę stateczności lokalnej cylindrycznej poboczniczy silosu, opartego na słupach, może stanowić krytyczna reakcja podpory, obliczona z uwzględnieniem charakterystyki geo-

metrycznej powłoki, sztywności pierścienia podporowego, warunków konstrukcyjnych oparcia silosu i liczby podpór (słupów). Zwiększenie liczby podpór na obwodzie wpływa na szybki wzrost wartości krytycznej reakcji podpory.

Szczegółowe wnioski z przeprowadzonych badań i analiz zawarte są w rozdz. 6.7 ; 7.5 i 8.5

10. WYKAZ LITERATURY

- [1] Allen H.G., Bulson P.S.: Background to buckling - shells and arches. Mc Graw-Hill, 1980.
- [2] Almroth B.O., Brogan P.: Practical methods for collapse analysis for shell structures. AJAA Journal 1971.
- [3] Bodarski Z., Czapliński K.: On the stability problems in designing process of the steel silos. Prace Naukowe Inst. Bud. Politechniki Wrocławskiej, Nr 39, Konf. Nr 8/1983.
- [4] Bodarski Z., Hotała E.: Miejscowa stateczność cylindrycznych silosów opartych na skupach. Materiały VII Międz.Konf. Nauk.-Techn. "Konstrukcje metalowe", t.4, Gdańsk 1984.
- [5] Bodarski Z., Hotała E.: Nośność stref podporowych cylindrycznych silosów metalowych. Inż.i Bud. 5/1986.
- [6] Bodarski Z., Hotała E.: Stability of inner shells in the battery of cylindrical steel silos. Materiały Regional Colloquium "Stability of steel structures", Budapest, september 1986.
- [7] Bodarski Z., Hotała E., Pasternak H.: Zum Einfluss der Biegedrillsteifigkeit der Fussrings auf den Störungsbereich im Mantel von Metallsilos. Bauingenieur 57 (1982), s. 423-427.
- [8] Bodarski Z., Hotała E., Pasternak H.: Zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Metallsilos. Bauingenieur 60 (1985) s. 49-52.
- [9] Bornscheuer B.F., Bornscheuer F.W.: Zur α -freien Bemessung dünnwandiger Schalen. Der Stahlbau 4/1985, s.112-115.
- [10] Brzoska Z.: Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych, PWN, Warszawa 1965.

- [11] Donnell L.H.: A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. Trans.ASME 1934, 56.
- [12] Donnell L.H., Wan C.C.: Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression. Journ.Appl.Mech. 17 (1950).
- [13] Esslinger M., Geier B.: Gerechnete Nachbeullasten als untere Grenze der experimentellen axialen Beullasten von Kreiszylindern. Der Stahlbau 12/1972, s. 353-360.
- [14] Flügge W.: Stresses in shells. Springer-Verlag, 1967.
- [15] Greiner R.: Aktuelle Probleme des Behälterbaues. Stahlbau - Rundschau 61/1983, s. 22-23.
- [16] Greiner R.: Zur Einteilung grosser Einzelkräfte in stehende zylindrische Behälter aus Stahl. Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke, Heft 3, Graz, 1983.
- [17] Greiner R.: Zur Längskrafteinleitung in stehende, zylindrische Behälter aus Stahl. Der Stahlbau 53 (1984), s. 210-215.
- [18] Hoff N.J., Madsen W.A., Mayers J.: Postbuckling equilibrium of axially compressed circular cylindrical shells. AJAA Journal, 1966, vol. 4, No 1, s. 126-133.
- [19] Jakoniuk J.: Silosy i bunkry stalowe - niektóre problemy projektowania i wykonawstwa. Inż.i Bud. 2/1981.
- [20] Janssen: Versuche über Getreidedruck in Silozellen. VDI - Zeitschrift 1895, s. 1045.
- [21] Kan S.N.: Ustojčivost' izotropnyh i ortotropnyh obolšček s načalnymi nesoversšenstvami. Trudy 6 Wses.Konf.po teorii obolšček i plastin. Nauka, Moskva 1966.
- [22] Kanemitsu S., Nojima N.M.: Axial compression tests of thin circular cylinders. M.S.Thesis, California Inst. of Techno-

logy (1939).

- [23] Karman T.L., Tsien H.S.: The buckling of thin cylindrical shells under axial compression. Journ.Aeron.Sci., 1941, vol. 8, No 8, s. 303-312.
- [24] Lorenz R.: Die nicht achsensymmetrische Knikung dünnwandigen Hohlzylinder. Physik. Zeitschrift 1911, Bd. 12, Nr 7, s. 241-260.
- [25] Narasimhan K.Y., Hoff N.J.: Snapping of imperfect thin - walled circular cylindrical shells of finite length. Journ. Appl.Mech. 38, 162-171 (1971).
- [26] Neufville R.L., Connor J.J.: Postbuckling behaviour of thin cylinders. Journ.Eng.Mech.Divis. (Proc.ASCE) 94EM2, 585-602 (1968).
- [27] Öry H., Reimerdes H.G., Tritsch W.: Beitrag zur Bemessung der Schalen von Metallsilos. Der Stahlbau 53 (1984), s. 243-248.
- [28] Pogorelov A.V.: Geometričeskie metody v nelinejnoj teorii uprugich oboloček. Izd.Nauka, Moskva 1967.
- [29] Serov N.A.: Ustojčivost' oboloček vraščenija pri nekotorych vidach nagruzok. Izd. Leningr.Universiteta, Leningrad 1974.
- [30] Szmelter J. i inni: Analiza statyczna konstrukcji powłoko-wo-prętowych - system WAT-KM. Wydawnictwo WAT, Warszawa 1979.
- [31] Szyszkowski W.: Zagadnienie stateczności powłok obrotowych w ujęciu geometrycznym. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1974.
- [32] Tennyson R.C.: Buckling of circular cylindrical shells in axial compression. AIAA Journal 1964.

- 【33】 Timoshenko S.P.: K voprosu o deformaciach i ustojčivosti cilindričeskoj oboločki. Izv. Elektrotehniceskogo Instituta. Petrograd, 1914, t. 11, s. 267-287.
- 【34】 Weingarten V.I., Morgan E.J., Seide P.: Elastic stability of thin - walled cylindrical and conical shells under axial compression. AJAA Journ., 1965, vol. 3, No 3, s.500-505.
- 【35】 Weingarten V.I., Seide P.: Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined external pressure and axial compression. AJAA Journal, 1965, vol. 3, No 5, s. 913-920.
- 【36】 Vlasov V.Z.: Osnovnyje differencjalnyje uravnenia obščej teorii uprugich oboloček. Prikl.Matem.i Mech. 1944, 8, No 2.
- 【37】 Volmir A.S.: Ustojčivost' deformirujennyh sistem. Nauka, Moskva 1967.
- 【38】 Volmir A.S., Kildibekov I.G.: Ustojčivost' oboloček. Pročnost, ustojčivost' Kolebanija, Spravočnik, t. 3, Mašinstroenie, Moskva 1968.
- 【39】 Yoshimura Y.: On the mechanism of buckling of circular cylindrical shell under axial compression.
- 【40】 Ziółko J.: Zbiorniki metalowe na cieczy i gazy. Arkady, Warszawa 1970.

ROZDZIELNIK

1. Recenzenci pracy 3 egz.
2. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej 1 egz.
3. Biblioteka i OINT Instytutu Budownictwa P.Wr. 1 egz.
4. Promotor pracy 1 egz.
5. Autor pracy 2 egz.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	* N *									
	Rozpocz. pr.	Zakończ. pr.	Opubl. pr.	Instytut	Nr tematu.					
	Nr zlecenia.	Nr archiwalny								
	Symbol UKD.									

Opis bibliograficzny.

Hotała Eugeniusz
 Stateczność cylindrycznych powłok metalo-
 wych silosów z obwodowymi usztywnieniami.

 Raporty Inst. Bud. P.Wr. 1986, ser.PRE
 nr.

 133 s., 46 rys., 13 tabl., bibliogr. 40 poz.
 /maszynopis , powiel. /
 Rozprawa doktorska / /

 Politechnika Wrocławska, Instytut Budow-
 nictwa, Wrocław .

 Promotor: doc. dr inż. Zdzisław Bodarski

 133 , 8

Charakter pracy: stosowana
 Materiały odpłatne:

Rozpowszechnienie:

Analiza dokumentacyjna

<D

Przedmiotem pracy są badania stateczności cylindrycznych powłok cienkościennych metalowych silosów.

Analizuje się pojedyncze silosy metalowe, bez podłużnych żeber, oparte na całym obwodzie lub oparte na słupach.

W pracy wyznaczono zależności określające m.in. wpływ sztywności obwodowych pierścieni silosu i ich wzajemnego rozstawu oraz wpływ warunków konstrukcyjnych oparcia na słupach na ktytyczne południkowe obciążenie silosu.

Teoretyczne zależności zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi modeli powłok cylindrycznych.

Przeprowadzone badania potwierdziły tezy pracy oraz pozwoliły na sformułowanie wielu wniosków o praktycznym znaczeniu.

Imię i Nazwisko autora analizy

Eugeniusz HOTAŁA

Słowa kluczowe

<S

stateczność powłok , silos , Badania modelowe ,
konstrukcje metalowe .

**0480*00* _____

<A _____*B _____*C _____*D _____

*E _____*F _____*G _____*H _____←←

Tylko PRL	CINTE	APW	Podpis red.	Podpis asyst. d/s badań	Potwierdzenie przyjęcia poprawki	Potwierdzenie przyjęcia karty w Oddziale Docu- mentacji
Wpisać TAK lub NIE						