

Romuald Rutkowski

Białoruski Uniwersytet Ekonomiczny w Mińsku

MODELE APROKSYMACYJNE I ZARZĄDZANIE ADAPTACYJNE W EKONOMII

1. Uwagi wstępne

Z punktu widzenia efektywności działania systemu zarządzania w ekonomii wiele korzyści uzyskuje się dzięki jego zdolnościom adaptacyjnym do zmieniających się warunków funkcjonowania. Niektóre mechanizmy adaptacyjne dotyczą bieżącej aktualizacji danych w różnych podsystemach, tzn. nadawania mniejszej wagi odległym w czasie obserwacjom podczas estymacji parametrów modeli statystycznych.

Określenie sterowania adaptacyjnego (*adaptive control*) znajdujemy w [Sbornik 1984, s. 20]:

„Управление, при котором управляющие воздействия вырабатываются при заранее неизвестных или изменяющихся в процессе эксплуатации свойствах системы управления. [...] Как правило свойство адаптации достигается посредством формирования в явном или неявном виде математической модели процессов в системе управления”.

W przytoczonych przykładach mechanizmów adaptacji możemy mówić raczej o niejawnym wykorzystaniu jakiegoś modelu, będącego odwzorowaniem obiektu modelowanego. Modele ekonometryczne natomiast w jawnej postaci przedstawiają cele tworzenia, które w najszerszym ujęciu możemy traktować jako instrumenty rozwiązywania różnych problemów sterowania ekonomią. W pracy [Chow 1995, s. 16] podane zostało określenie modelu ekonometrycznego jako wyniku nieformalnej i precyzyjnej analizy związków zachodzących pomiędzy zmiennymi modelu, po odfiltrowaniu wpływu składnika losowego na wartości modelowanej zmiennej. Na przykład dla regresji liniowej [Chow 1995, s. 17]:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

podawana jest dość obszerna lista założeń, takich jak normalność rozkładu błędu losowego, niezależność zmiennych objaśniających i inne. Dopiero wtedy można oceniać jakość estymatorów parametrów modelu.

Nie podważając słuszności tych rozważań, zauważmy, że niezależnie od tego, czy dokonamy, czy nie weryfikacji rozkładów prawdopodobieństw założonych dla konkretnego modelu, możemy mówić o istnieniu modelu statystycznego od momentu wysunięcia hipotez dotyczących wzoru typu (1). Z tego powodu zamiast terminu „model ekonometryczny” autor używa terminu „model aproksymacyjny”, nie rezygnując zresztą z konieczności badania wierności odtwarzania modelowanych procesów.

2. Aproksymacyjne modele szeregów czasowych

Niech wielowymiarowy szereg czasowy przedstawia macierz obserwacji $X = (x_{ij})_{n \times k}$. Zakładamy, że liczba obserwacji n jest wystarczająca do estymacji parametrów modelu o k wskaźnikach stanu obserwowanego obiektu. Możemy rozważać wiele modeli aproksymacyjnych, takich jak

$$x_m = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x, z), \quad (2)$$

$$f_0(x, z) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x, z), \quad (3)$$

$$\Phi(a, x, z) = 0, \quad (4)$$

gdzie: $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ – wektor stanu obserwowanego obiektu;

z – opóźnione wartości wektor stanu x obserwowanego obiektu;

$a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ – wektor parametrów;

$f^T = (f_1(x, z), f_2(x, z), \dots, f_n(x, z))$ – baza modeli (2), (3) jako niezdegenerowany wektor funkcji na macierzy obserwacji.

3. Metody poszukiwania jednowymiarowych modeli aproksymacyjnych

Do konstruowania algorytmu poszukiwania bazy modeli (2), (3) wystarczy:

- mieć zbiór baz;
- zdefiniować kryterium poszukiwania.

Algorytm poszukiwania polega na kolejnym testowaniu modeli typu (2), (3).

Zbiór baz otrzymuje się na podstawie:

- definicji kilku elementów zbioru baz;
- generatora baz – algorytmu tworzącego kolejny element bazy podczas każdorazowego uruchomienia.

W sytuacji testowania olbrzymiej ilości baz generowanych przez generator baz można się spodziewać, że znajdziemy właściwą bazę dla modelowania konkretnej kolumny danych w macierzy obserwacji. Takie podejście daje możliwość uniknięcia żmudnych badań modeli.

Adaptacja systemu zarządzania polega na stałej aktualizacji baz modeli aproksymacyjnych.

4. Szeregi czasowe i układy równań różniczkowych

Obiekty ekonomiczne (firmy, przedsiębiorstwa itp.) opisuje się za pomocą wielu cech, co zwykle prowadzi do dużej złożoności problemów zarządzania. Warto wymienić kilka z nich:

- do opisu stanu sterowanego obiektu musimy dysponować dużą ilością cech;
- dynamika obiektu wymaga stałej aktualizacji modelu matematycznego;
- na stan sterowanego obiektu oddziałują zakłócenia losowe lub czynniki nie znane z góry.

Z tego wynika złożoność problemu sterowania obiektami ekonomii.

Dla przykładu rozpatrzmy trzy zmienne wektora stanu: x_1 – środki finansowe; x_2 – środki produkcji; x_3 – wytwarzanie produkcji (towarów, usług). Zauważmy, że często wymiary obiektu są znacznie większe, a do tego wymienione składowe mogą być wektorami. Korzystanie z prostszego przykładu umożliwi pogładowe przedstawienie procesu tworzenia modelu matematycznego.

Istotna jest wzajemna zależność składowych wektora stanu sterowanego obiektu. Nie ulega wątpliwości, że prędkość zmian (pochodna) wektora x zależy od stanu obiektu, czyli od bieżących wartości współrzędnych i ich pochodnych. Możemy to przedstawić jako układ równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu

$$\dot{x}(t) = \frac{dx_i(t)}{dt} = f_i(x, \dot{x}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Na przykład dobra kondycja finansowa sprzyja wzrostowi produkcji i możliwości poszerzenia środków głównych, poziom produkcji wpływa zaś na stan finansowy, jak i na główne środki produkcyjne.

Do znajdowania prawych stron f_i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$, równań (5) możemy skorzystać z różnych podejść:

1) na podstawie profesjonalnej wiedzy teoretycznej mogą być wysunięte mniej lub więcej dokładne hipotezy co do konkretnych wzorów poszukiwanych funkcji,

całkowicie sprecyzowanych lub ewentualnie podanych z dokładnością do nieznanych wartości parametrów; w ostatnim przypadku wartości parametrów oblicza się według pewnego kryterium zgodności z rzeczywistym obiektem;

2) zastosować gotowe wzory znane z literatury, np. równań Kołmogorowa w modelowaniu obiektu stochastycznego;

3) użyć aproksymacji do odtworzenia praw obiektywnych rządzących dynamiką obiektu.

Niezależnie od wykorzystanych metod poszukiwania modelu matematycznego dalsze działania po podjęciu adekwatnych decyzji co do modelu polega na wykorzystaniu wiedzy w nim zawartej. W poniższych obliczeniach użyto oprogramowania opartego na pracy [Rutkowski 1990].

Konkretnie postępowanie, dotyczące badanego obiektu, jest zależne od informacji wstępnej.

Stosowanie pierwszego i drugiego z wymienionych podejść wiąże się z istotnym udziałem specjalistów, co pociąga dodatkowe koszty, odsuwa czas budowy modelu i sprzyja zachowaniu konserwatywnemu, spowalniając automatyczne mechanizmy adaptacji systemu sterowania.

Z punktu widzenia nadanych systemowi zarządzania właściwości adaptacyjnych najbardziej atrakcyjne wydaje się podejście 3, zapewniające wiele korzyści pozytywnie wpływających na sprawność działania systemu sterowania, takich jak:

- automatyczne poszukiwanie równań;
- stała aktualizacja modelu;
- adaptacyjność sterowania do zmian zachodzących w warunkach działania sterowanego obiektu.

W tabeli 1 przedstawione są wygładzone dane 90 obserwacji stanu obiektu.

Podstawą przedstawionej metody jest trud wydobywania wiedzy zawartej w bazie danych, wyrażonej w postaci modelu matematycznego opartego na pewnym zbiorze wartości zmiennych D mających wpływ na podjęcie decyzji. Identyfikacja modelu jest możliwa, gdy dysponuje się reprezentatywnym zbiorem obserwacji wektora stanu x zawartym w D . Dla przykładu skorzystamy ze zbioru przedstawionego w tab. 1. Przez t oznaczamy numer obserwacji (miesiąca). Wygładzanie danych odfiltrowuje losową składową z modelu.

Do poszukiwania modeli statystycznych prawych stron równań różniczkowych (5) skorzystamy z TSM (*time series modeling*), który jest późniejszą wersją oprogramowania SYLA [Rutkowski 1990]. W wyniku tego otrzymuje się układ równań różniczkowych zwyczajnych

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= dx_2 + ex_3, \\ \dot{x}_2 &= lx_3 + g\dot{x}_1, \\ \dot{x}_3 &= ax_1 + bx_2 + cx_1t.\end{aligned}\tag{6}$$

Tabela 1. Wyglądzone wartości wektora stanu obiektu

t	x_1	x_2	x_3	t	x_1	x_2	x_3	t	x_1	x_2	x_3
1	1005,6	5000,9	300,0	31	1175,1	5027,9	353,5	61	1352,2	5062,8	528,8
2	1011,2	5001,7	300,2	32	1180,8	5028,9	357,2	62	1358,3	5064,2	537,2
3	1016,8	5002,6	300,4	33	1186,6	5029,9	361,0	63	1364,5	5065,7	545,7
4	1022,4	5003,4	300,8	34	1192,3	5030,9	365,0	64	1370,6	5067,1	554,3
5	1028,0	5004,3	301,3	35	1198,1	5031,9	369,1	65	1376,8	5068,6	563,2
6	1033,6	5005,2	301,8	36	1203,9	5032,9	373,4	66	1383,0	5070,1	572,2
7	1039,2	5006,0	302,5	37	1209,7	5034,0	377,8	67	1389,2	5071,6	581,4
8	1044,8	5006,9	303,3	38	1215,5	5035,0	382,3	68	1395,5	5073,1	590,8
9	1050,5	5007,8	304,1	39	1221,3	5036,1	387,0	69	1401,7	5074,7	600,4
10	1056,1	5008,6	305,1	40	1227,1	5037,1	391,8	70	1408,0	5076,2	610,2
11	1061,7	5009,5	306,2	41	1232,9	5038,2	396,8	71	1414,3	5077,8	620,1
12	1067,3	5010,4	307,5	42	1238,7	5039,3	401,9	72	1420,7	5079,5	630,2
13	1072,9	5011,2	308,8	43	1244,6	5040,4	407,2	73	1427,0	5081,1	640,5
14	1078,6	5012,1	310,2	44	1250,4	5041,5	412,6	74	1433,4	5082,8	651,0
15	1084,2	5013,0	311,8	45	1256,3	5042,7	418,2	75	1439,8	5084,5	661,7
16	1089,9	5013,9	313,5	46	1262,2	5043,8	423,9	76	1446,2	5086,2	672,6
17	1095,5	5014,8	315,3	47	1268,1	5045,0	429,8	77	1452,6	5088,0	683,7
18	1101,1	5015,7	317,2	48	1274,0	5046,1	435,8	78	1459,1	5089,8	695,0
19	1106,8	5016,6	319,2	49	1279,9	5047,3	442,0	79	1465,6	5091,6	706,4
20	1112,5	5017,5	321,4	50	1285,9	5048,5	448,3	80	1472,1	5093,4	718,1
21	1118,1	5018,4	323,7	51	1291,8	5049,7	454,8	81	1478,7	5095,3	730,0
22	1123,8	5019,3	326,1	52	1297,8	5051,0	461,5	82	1485,2	5097,1	742,0
23	1129,5	5020,2	328,6	53	1303,8	5052,2	468,3	83	1491,8	5099,1	754,3
24	1135,1	5021,2	331,3	54	1309,8	5053,5	475,3	84	1498,4	5101,0	766,8
25	1140,8	5022,1	334,1	55	1315,8	5054,8	482,5	85	1505,1	5103,0	779,5
26	1146,5	5023,1	337,0	56	1321,8	5056,1	489,8	86	1511,8	5105,0	792,4
27	1152,2	5024,0	340,0	57	1327,8	5057,4	497,2	87	1518,5	5107,0	805,4
28	1157,9	5025,0	343,2	58	1333,9	5058,7	504,9	88	1525,2	5109,1	818,8
29	1163,6	5025,9	346,5	59	1340,0	5060,1	512,7	89	1531,9	5111,2	832,3
30	1169,4	5026,9	349,9	60	1346,1	5061,4	520,7	90	1538,7	5113,3	846,0

Źródło: opracowanie własne.

Wskaźnikami modelowanymi są tu pierwsze różnice składowych wektora x . Wartości parametrów układu obliczone metodą najmniejszych kwadratów przedstawione są w tab. 2.

Tabela 2

a	b	c	d	e	l	g
0,02115	-0,01305	0,00009	0,01016	-0,07238	0,0027	0,0314

Źródło: opracowanie własne.

Do weryfikacji modelu (6) użyjemy metody Eulera ilościowego rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego z warunkami początkowymi $x_1 = 1000$, $x_2 = 5000$, $x_3 = 300$.

Badania metodą prób wskazały, że całkowanie układu różniczkowego z $\Delta t = 0,01$ na przedziale czasu od zera do 90 daje wystarczającą dokładność wyników całko-

wania. W tabeli 3 przedstawione są wyniki całkowania dla momentów t identycznych jak w tab. 1.

Porównywanie danych tabeli 1 i 3 wskazuje na znaczną rozbieżność ich wartości, sięgająca 30%, co nie jest dopuszczalne. Jedną z przyczyn jest lokalność metody najmniejszych kwadratów. Z tego powodu parametry modelu poddane zostały dalszej estymacji za pomocą algorytmu relaksacyjnego z uwzględnieniem warunków brzegowych. W wyniku po pierwszej iteracji zostały otrzymane dokładniejsze wartości parametrów przedstawione w tab. 4. Wartość kryterium jest równa 542,3, a zgodność wartości trajektorii całkowych z wartościami obserwacji jest znacznie lepsza.

Tabela 3. Wyniki całkowania dla momentów t^*

t	x_1	x_2	x_3	t	x_1	x_2	x_3	t	x_1	x_2	x_3
1	1029,1	5001,7	299,7	31	1875,5	5053,9	358,4	61	2400,1	5108,6	627,3
2	1058,2	5003,4	299,5	32	1900,8	5055,7	363,4	62	2406,2	5110,5	640,5
3	1087,4	5005,2	299,4	33	1925,7	5057,4	368,7	63	2411,3	5112,4	654,0
4	1116,6	5006,9	299,4	34	1950,2	5059,2	374,3	64	2415,5	5114,3	667,8
5	1145,8	5008,6	299,5	35	1974,3	5061,0	380,1	65	2418,7	5116,2	681,8
6	1175,0	5010,3	299,7	36	1998,0	5062,8	386,1	66	2420,8	5118,1	696,1
7	1204,2	5012,1	300,1	37	2021,3	5064,5	392,5	67	2422,0	5120,1	710,6
8	1233,4	5013,8	300,5	38	2044,2	5066,3	399,0	68	2422,1	5122,0	725,3
9	1262,6	5015,5	301,1	39	2066,6	5068,1	405,9	69	2421,2	5123,9	740,3
10	1291,8	5017,3	301,9	40	2088,4	5069,9	413,0	70	2419,2	5125,9	755,5
11	1320,9	5019,0	302,8	41	2109,8	5071,7	420,4	71	2416,1	5127,9	770,9
12	1349,9	5020,7	303,8	42	2130,7	5073,5	428,1	72	2411,9	5129,8	786,5
13	1378,9	5022,5	305,0	43	2151,0	5075,3	436,0	73	2406,6	5131,8	802,3
14	1407,8	5024,2	306,3	44	2170,8	5077,1	444,3	74	2400,1	5133,8	818,4
15	1436,7	5025,9	307,8	45	2189,9	5078,9	452,8	75	2392,5	5135,8	834,6
16	1465,4	5027,7	309,5	46	2208,5	5080,7	461,6	76	2383,8	5137,8	850,9
17	1494,0	5029,4	311,4	47	2226,4	5082,6	470,6	77	2373,9	5139,8	867,5
18	1522,5	5031,1	313,4	48	2243,7	5084,4	480,0	78	2362,8	5141,8	884,2
19	1550,9	5032,9	315,6	49	2260,3	5086,2	489,6	79	2350,5	5143,8	901,0
20	1579,1	5034,6	318,0	50	2276,2	5088,0	499,5	80	2337,0	5145,9	918,0
21	1607,2	5036,4	320,6	51	2291,4	5089,9	509,8	81	2322,3	5147,9	935,1
22	1635,1	5038,1	323,4	52	2305,9	5091,7	520,2	82	2306,3	5149,9	952,3
23	1662,8	5039,8	326,4	53	2319,6	5093,6	531,0	83	2289,2	5152,0	969,7
24	1690,2	5041,6	329,6	54	2332,6	5095,4	542,1	84	2270,8	5154,1	987,1
25	1717,5	5043,3	333,1	55	2344,8	5097,3	553,4	85	2251,1	5156,1	1004,6
26	1744,5	5045,1	336,7	56	2356,1	5099,1	565,0	86	2230,2	5158,2	1022,1
27	1771,3	5046,8	340,6	57	2366,7	5101,0	576,9	87	2208,1	5160,3	1039,7
28	1797,8	5048,6	344,7	58	2376,4	5102,9	589,1	88	2184,7	5162,4	1057,4
29	1824,0	5050,4	349,0	59	2385,2	5104,8	601,6	89	2160,1	5164,5	1075,1
30	1849,9	5052,1	353,6	60	2393,1	5106,7	614,3	90	2134,1	5166,6	1092,7

* por. tab. 1.

Źródło: opracowanie własne.

Wartości parametrów układu (6) po pierwszej iteracji przedstawiono w tab. 4.

Tabela 4

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>g</i>
0,0275	-0,01109	0,00008	0,00864	-0,07781	0,0023	0,02669

Źródło: opracowanie własne.

W wyniku piątej iteracji osiągamy prawie dokładną zgodność wartości trajektorii z obserwacjami, zwłaszcza dla współrzędnej dotyczącej wytwarzania produkcji, a wartość kryterium spadła do 12. Wartości parametrów podane są w tab. 5.

Tabela 5. Wartości parametrów układu (6) po piątej iteracji

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>g</i>
0,04235	-0,00766	0,00008	0,00847	-0,07779	0,0023	0,027

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzony eksperyment liczbowy wykazuje poprawność działania użytej metody do znalezienia z bazy danych modelu matematycznego w postaci równań różniczkowych. Warto podkreślić właściwe odtwarzanie dynamiki za pomocą zagadnienia Cauchy'ego. Niemniej jednak powstają pewne wątpliwości dotyczące odtwarzanego modelu w postaci równań różniczkowych.

Oto niektóre z pytań:

- zagadnienie Cauchy'ego zostało rozwiązane z uwzględnieniem warunków początkowych dla $t = 0$, gdy tymczasem możliwe są inne wartości warunków początkowych całkowania zarówno po $t = 0$, jak i przed, a dla estymacji parametrów modelu nie jest obojętne, gdy wartość kryterium dla przypadku optymalnego nie równa się zeru;

- w przypadku niestacjonarnej dynamiki obiektu można zastosować wagi dla poszczególnych obserwacji.

Zbudowany model (6) stwarza możliwość odtwarzania dynamiki funkcjonowania obiektu przy niezmiennych warunkach otoczenia, lecz zarządzanie obiektem polega na celowym zakłóceniu naturalnych trendów przy oddziaływaniu otoczenia ekonomicznego, wobec czego niezbędna jest stała aktualizacja modelu.

Dynamika obiektu (przedsiębiorstwa lub innego elementu gospodarki) zależy od wielu czynników, takich jak:

- prawa obiektywne, działające obecnie w pewnym obszarze ekonomicznym, rozpatrywane jako niezmiennie na przestrzeni dłuższego odcinka czasu;

- kontrolowane (sterowane) parametry modelu zarządzania, oznaczane poniżej jako wektor u ;

- niekontrolowane parametry, oznaczane przez wektor w , z góry nieznane (działania konkurentów, ustawy makroekonomiczne rządu, inflacja, światowe ceny ropy naftowej, koniunktura rynku itp.).

Zakładając, iż wymienione czynniki wpływają na dynamikę zmian współrzędnych wektora x , możemy sformułować następujący układ równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego

$$\dot{x}_i(t) = f_i(t, x, \dot{x}, u(t), w(t)), \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Przedstawiona wyżej metoda może być zastosowana również do poszukiwania prawych stron równań (6), tyle że w tym przypadku równolegle z wektorem x w bazie danych musimy rejestrować również wartości wektorów u i w .

Skorzystanie ze znanych metod matematycznej optymalizacji, takich jak programowanie dynamiczne (Bellmann, Pontriagin), umożliwia znalezienie efektywnych decyzji w zarządzaniu gospodarczym.

Warto zaznaczyć, że model w postaci (7) ułatwia uwzględnienie scenariuszy wynikających z dynamiki wektora otoczenia w . Scenariusze te mogą być otrzymane drogą wywiadów eksperckich, gier gospodarczych itp. Dla przykładu możemy rozpatrywać liniowy spadek cen ropy naftowej (jako wynik wojny w Iraku) w jakimś określonym odcinku czasu, a potem obliczać optymalne sterowanie w warunkach ograniczeń ekonomicznych metodą zasady maksimum Pontriagina. Zauważmy, że w tym przypadku mamy do czynienia z wysoce wyrafinowanymi i efektywnymi środkami optymalizacji matematycznej, od dawna znanymi w sterowaniu złożonymi systemami technicznymi. Olbrzymia moc zawarta w tych narzędziach powinna być skierowana na zwiększenie precyzji sterowania w tak złożonej dziedzinie, jaką jest gospodarka. Umożliwiają to układy równań różniczkowych, których teoria została stworzona do badania dynamiki wszelkich obiektów.

5. Współczesny system zarządzania zasobami

System zarządzania zasobami jest podstawą każdego przedsiębiorstwa, ponieważ zachowanie ciągłości produkcji oraz usług wymaga wytwarzania i dostarczania partiami odpowiedniej ilości zasobów. Problem w wyznaczaniu terminów dostaw oraz ich wielkości stwarza właśnie rozbieżność pomiędzy cyklicznością dostaw a ciągłością w zapotrzebowaniu na konkretny produkt.

Z jednej strony zasobów musi być na tyle dużo, aby nie dopuścić do ich wyczerpania, z drugiej zaś konieczne jest utrzymanie jak najniższego ich poziomu w celu obniżenia wydatków związanych z magazynowaniem. Według H. Wagnera system zarządzania zasobami produkcji musi dawać odpowiedź na pytania „kiedy?” i „ile?”. To od trafności odpowiedzi na te dwa pytania zależy wysokość wydatków na utrzymanie zasobów.

W badaniach operacyjnych istnieje wiele opracowań związanych ze sterowaniem zasobami. Są one oparte na różnego rodzaju modelach i algorytmach działania. W modelach klasycznych zakłada się dążenie do jak najprostszego algorytmu zarządzania w celu zapobiegania problemom organizacyjnym.

Obecny poziom rozwoju systemów komputerowych otwiera nowe możliwości w dziedzinie projektowania systemów zarządzania zasobami oraz umożliwia nadanie im takich właściwości, jak:

- adaptacja do zmieniających się warunków funkcjonowania;
- stała efektywność działania;
- minimalne koszty obsługi systemu.

Lista produktów gromadzonych w zasobach może sięgać wielu tysięcy pozycji. Oczywiście, że nie sposób poprawiać modele aproksymacyjne stosowane w systemie. Chyba jedynym podejściem do nadania systemowi cech adaptacyjnych jest regularne (stałe) automatyczne poszukiwanie modeli aproksymacyjnych przedstawione w niniejszym opracowaniu.

Szczegółowe rozważania dotyczące omawianego zagadnienia konstrukcji modeli adaptacyjnych w zarządzaniu ekonomią można znaleźć w innych opracowaniach autora [Rutkowski 1986; 1990; 2000; 2001a; 2001b; 2001c; 2003a; 2003b; Rutkowski, Edinovič 1984].

Literatura

- [1] Chow G.C., *Ekonometria*, PWN, Warszawa 1995.
- [2] [Rutkowski 1986] Рутковский Р.А., *Экономико-математические методы в торговле. Учебное пособие*, „Высшая школа” 1986.
- [3] [Rutkowski 2003a] Рутковский Р.А., *Генератор статистических моделей и адаптивное управление*, материалы I Международной научной конференции „Математическое моделирование экономических процессов переходного периода”, БГЭУ, Минск 2003.
- [4] [Rutkowski 2001a] Рутковский Р.А., *Моделирование экономики в форме системы дифференциальных уравнений с применением технологий искусственного интеллекта. „Механизм функционирования национальной экономики и проблемы экономического роста”*. Итоги НИР БГЭУ 2000 года, ч. III, Минск 2001a.
- [5] [Rutkowski 2001b] Рутковский Р.А., *Новый подход к формированию системы управления запасами с элементами искусственного интеллекта. „Механизм функционирования национальной экономики и проблемы экономического роста”*. Итоги НИР БГЭУ 2000 года, ч. III, Минск 2001b.
- [6] [Rutkowski 2003b] Рутковский Р.А., *О тождественности статистических моделей*. Материалы I Международной научной конференции „Математическое моделирование экономических процессов переходного периода”, БГЭУ, Минск 2003b.
- [7] [Rutkowski 2001c] Рутковский Р.А., *Принцип адаптации в системе управления экономикой и искусственный интеллект*, материалы научно-практической конференции „Механизм функционирования национальной экономики и проблемы экономического роста”. Итоги НИР БГЭУ 2000 года, ч. III, Минск 2001c.
- [8] Rutkowski R., *The System of Lag Forecasting*, materiały konferencyjne międzynarodowego seminarium pt. „Bazy danych i tendencje rozwojowe informatyki”, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 516, Wrocław 1990.

- [9] [Rutkowski, Edinovič 1984] Рутковский Р.А., Единович А.А., *Диалоговая система прогнозирования по задаваемым моделям процесса*. Сборник трудов ЦНИИТУ г., Минск 1984.
- [10] [Sbornik... 1988] *Сборник рекомендуемых терминов*. Выпуск 107. Теория управления. Терминология. (109) „Наука”, 1988, стр. 20.

APPROXIMATE MODELS AND THE ADAPTAVE MANAGEMENT IN THE ECONOMY

Summary

This article refers the problem of the control some economic processes. The use techniques connected with the description of the dynamic system by using differential equations are proposed. The problem of estimation such models described by means of ordinary first-order differential equation is illustrated by an example.