

Włodzimierz Rudny

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

DWUMIANOWY MODEL WYCENY RZECZOWEJ OPCJI ZŁOŻONEJ

1. Opcje rzeczowe – definicja i geneza

Klasyczne metody oceny projektów inwestycyjnych w zbyt słabym stopniu uwzględniają ryzyko i niepewność towarzyszącą wielu procesom inwestycyjnym. Od połowy lat dziewięćdziesiątych zyskuje na znaczeniu metoda opcji rzeczowych (realnych, rzeczywistych), która – przenosząc na obszar inwestycji rzeczowych instrumentarium wyceny instrumentów finansowych – zmierza do uwzględnienia w procesie wyborów strategicznych firmy i w kwantyfikacji wartości wybieranych projektów swoistej „wartości dodanej” wynikającej z elastyczności decyzyjnej.

Opcje rzeczowe można zdefiniować jako systemowe i zintegrowane podejście – wykorzystujące dorobek teorii finansów, nauk zarządzania, teorii podejmowania decyzji, statystyki i modelowania ekonometrycznego – do wyceny aktywów rzeczowych (w odróżnieniu od finansowych), w dynamicznym i charakteryzującym się wysokim stopniem niepewności otoczeniu [Mun 2002, s. 24].

Opcje rzeczowe znajdują zastosowanie w sytuacjach decyzyjnych stwarzających możliwość wyboru kierunku, rodzaju i momentu podjęcia decyzji i dotyczących głównie obszarów oceny projektów inwestycyjnych, wyceny przedsiębiorstw, projektowania strategii przedsiębiorstw [Mun 2002, s. 24].

Dwa podstawowe podejścia do modelowania opcji rzeczowych to modelowanie w czasie dyskretnym oraz modelowanie w czasie ciągłym. W ramach modelowania w czasie dyskretnym szczególną popularność zyskał model dwumianowy wyceny opcji.

2. Model dwumianowy wyceny opcji złożonej

Wiele projektów inwestycyjnych ma charakter etapowy, sekwencyjny, co wynika m.in. ze stopnia złożoności tych projektów, wykorzystywanej technologii, wysokiego stopnia niepewności o charakterze rynkowym, uzasadniającej rozłożenie inwe-

stycji w czasie. Ocena efektywności takich projektów za pomocą tradycyjnego dyskontowania generowanych przez nie przepływów pieniężnych nie uwzględnia w wystarczającym stopniu elastyczności decyzyjnej, przejawiającej się m.in. w:

- możliwości zaprzestania kontynuacji projektu (np. w przypadku słabych perspektyw rozwoju rynku produktu/usługi, braku satysfakcjonującego wyniku prac badawczo-wdrożeniowych, zmiany akceptowanego przez rynek standardu technologicznego),
- możliwości zwiększenia/zmniejszenia pierwotnie zakładanej skali przedsięwzięcia (np. w wyniku zmiany pozycji konkurencyjnej przedsiębiorstwa na rynku),
- zmianie modelu biznesowego na bazie już zrealizowanych inwestycji.

W pewnym zakresie konsekwencje zmiany „wyjściowych” założeń przedsięwzięcia inwestycyjnego są uwzględniane poprzez analizę wrażliwości, analizę scenariuszową, czy symulację Monte Carlo. Techniki te koncentrują się jednakże w większym stopniu na uwzględnieniu – przy ocenie opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego – wpływu niepewności i ryzyka związanego z realizacją projektu na jego oczekiwaną wartość bieżącą netto lub wewnętrzną stopę zwrotu.

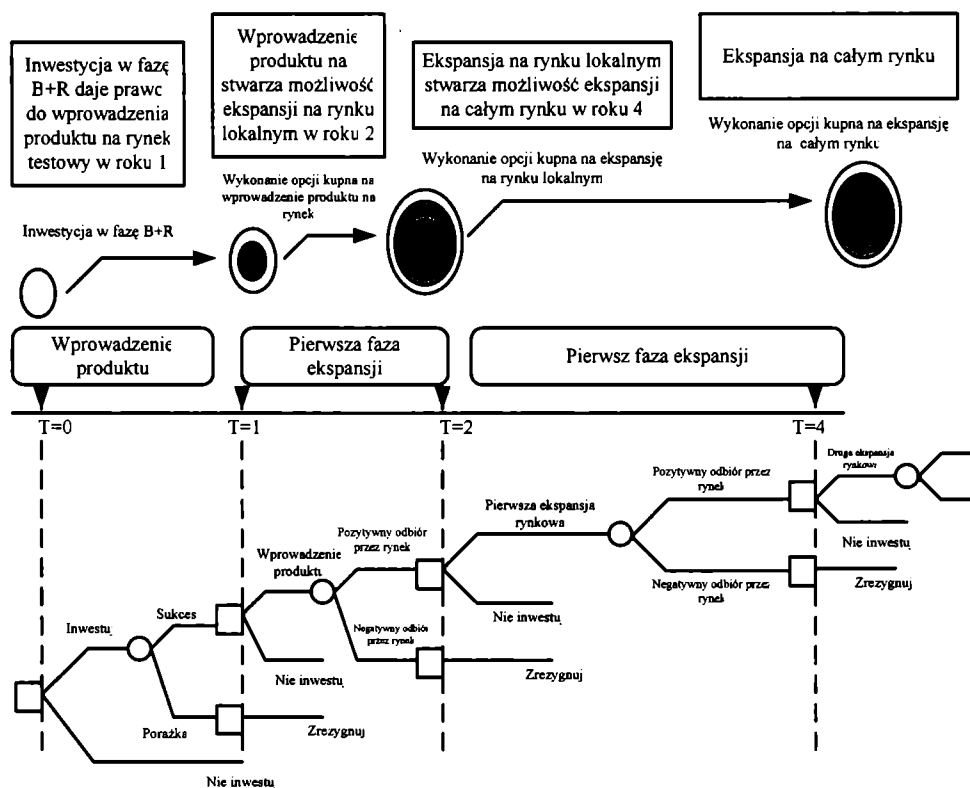
Problematykę modelowania projektów inwestycyjnych jako złożonych opcji rzeczowych podejmują m.in. Cortazar i Schwartz [1993], Geske [1979], Copeland i Keenan [1988], Copeland i Antikarov [2003], Harath i Park [2002], Miller i Park [2004(a); 2004(b)].

Ocena przedsięwzięcia inwestycyjnego za pomocą metody opcji rzeczowych pozwala na odmienne postrzeganie ryzyka związanego z projektem, zmierzając do uwzględnienia – w procesie wyznaczenia wartości opcji decyzyjnych wbudowanych w projekt – potencjalnego braku symetrii funkcji wypłaty z projektu.

Prezentowany dwumianowy model wyceny dotyczy wirtualnego projektu inwestycyjnego, składającego się z kilku faz. Proces decyzyjny rozpoczyna się fazą badawczo-rozwojową, od wyniku której uzależniona jest realizacja kolejnych etapów inwestycji. Zakładamy, że pomyślny wynik prac badawczo-rozwojowych umożliwia wprowadzenie na rynek nowego produktu. W związku z koniecznością weryfikacji stopnia akceptacji produktu przez rynek zostaje on wstępnie wprowadzony w małym, „testowym” segmencie rynku. Akceptacja produktu przez rynek uzasadnia kolejne inwestycje i ekspansję w skali rynku lokalnego. Pozytywne przyjęcie produktu na rynku lokalnym stworzy przesłanki do dalszych inwestycji, których celem będzie wprowadzenie produktu do sprzedaży na całym rynku. Kategorie „rynku lokalnego” i „całego rynku” należy traktować umownie jako kategorie określające kolejne, uwarunkowane niezbędnymi inwestycjami, stadia wzrostu skali działania przedsiębiorstwa.

W tak zdefiniowanym projekcie możemy wyróżnić cztery, występujące jako sekwencja, szanse inwestycyjne: faza badawczo-rozwojowa, wprowadzenie produktu na rynek testowy, ekspansja na rynku lokalnym oraz ekspansja na całym rynku. Pozytywny wynik inwestycji na etapie poprzednim stwarza przesłanki do inwestycji w etapie kolejnym. I odwrotnie, wynik negatywny oznacza zaprzestanie kontynuacji

projektu. Inwestycja w fazę „wcześniejszą” stwarza, w terminologii budżetowania kapitałowego, możliwość zrealizowania inwestycji w fazę „późniejszą”. W terminologii rynków finansowych owa „możliwość” może zostać zdefiniowana jako **opcja rzeczowa**. Konceptualizację projektu o tak zdefiniowanej strukturze prezentuje rys. 1.



Rys. 1. Wieloetapowa struktura przedsięwzięcia inwestycyjnego

Źródło: [Herath, Park 2002, s. 5].

Inwestycja w fazę badawczo-rozwojową (I_0) w czasie t_0 daje przedsiębiorstwu, w przypadku pozytywnego wyniku prac B+R (rozumianego tutaj jako opracowanie prototypu produktu lub technologii stwarzającego(-ej), potencjalnie możliwość udanej komercjalizacji) zrealizowania w czasie t_1 kolejnej inwestycji (I_1), której celem jest wprowadzenie produktu na rynek testowy. Możliwość zrealizowania drugiej fazy projektu może więc być traktowana jako rzeczowa opcja kupna (C_1) (*real call option*), dla której walorem bazowym jest wartość przepływów brutto¹ generowanych w tej

¹ Przepływ pieniężny brutto definiujemy jako wartość przepływów operacyjnych bez uwzględnienia wartości nakładów inwestycyjnych.

fazie projektu (V_1). Premią płaconą za tę opcję jest wartość nakładów inwestycyjnych, I_0 , za fazę B+R zaś ceną wykonania jest wartość nakładów inwestycyjnych niezbędnych w kolejnej fazie, tj. I_1 . Akceptując powszechnie przyjmowaną w analizie projektów inwestycyjnych konwencję skumulowania wszystkich nakładów inwestycyjnych w jednym momencie czasu, zakładamy, iż opcja zostanie wykonana w określonym momencie w czasie (w analizowanym przykładzie – po roku od inwestycji w fazę B+R)². Opcja wprowadzenia produktu jest opcją europejską o terminie wykonania 1 rok (założono, iż taki czas będzie konieczny do przeprowadzenia niezbędnych prac badawczo-rozwojowych). Parametr zmienności (σ_1) wyznaczany jest na podstawie zmienności stóp zwrotu generowanych przez przepływy pieniężne z projektu³.

RODZAJ OPCJI/ PARAMETR	Opcja B+R (C_1)	Opcja na wprowadzenie produktu (C_1)	Opcja na ekspansję na rynek lokalny (C_1)	Opcja na ekspansję na całym ryнку (C_1)
Typ - Europejska	Zagnieżdżona rzeczowa opcja kupna	Zagnieżdżona rzeczowa opcja kupna	Zagnieżdżona rzeczowa opcja kupna	Standardowa rzeczowa opcja kupna
Walor bazowy	-	Przepływy pieniężne brutto (V_1)	Przepływy pieniężne brutto (V_2)	Przepływy pieniężne brutto (V_3)
Cena wykonania	Inwestycja (I_0)	Inwestycja (I_1)	Inwestycja (I_2)	Inwestycja (I_3)
Termin wykonania	-	Rok od czasu $T=0$	Rok od czasu $T=1$	Dwa lata od czasu $T=2$
Zmienność	-	Zmienność przepływów pieniężnych (σ_1)	Zmienność przepływów pieniężnych (σ_2)	Zmienność przepływów pieniężnych (σ_3)
Stopa wolna od ryzyka	-	r_f	r_f	r_f

Rys. 2. Opcje rzeczowe w projekcie inwestycyjnym i ich parametry

Źródło: [Herath, Park 2002, s. 5].

² Założenie to budzi wiele zastrzeżeń za strony krytyków metody opcji realnych. O ile bowiem wykonanie opcji finansowej następuje w określonym momencie w czasie, o tyle wykonanie opcji realnej (tj. zrealizowanie inwestycji) jest w praktyce rozciągnięte w czasie.

³ Wyznaczanie parametru niepewności jest jednym z najtrudniejszych elementów procedury wyceny opcji rzeczowej. W niniejszym opracowaniu wykorzystana została metoda wyznaczania zmienności proponowana m.in. przez Heratha i Parka [2002], Copelanda i Antikarova [2003].

Wykonanie opcji C_1 następuje poprzez zrealizowanie inwestycji I_1 . Wartość tej inwestycji odpowiada zarazem wartości premii, jaką przedsiębiorstwo płaci za kolejną opcję (C_2) dającą możliwość ekspansji na rynku lokalnym. Interpretacja taka jest możliwa w sytuacji, kiedy warunkiem ekspansji na większym rynku jest pozytywna weryfikacja produktu na rynku testowym. W podobny sposób wykonanie kolejnych opcji oznacza zarazem nabycie następnych opcji odpowiadających kolejnym fazom projektu. W efekcie otrzymujemy sekwencję opcji rzeczowych, z których każda wcześniejsza jest „zagnieżdżona” (*nested*) w następnej. Dla każdej z wyróżnionych opcji konieczne jest ustalenie wartości parametrów niezbędnych do ich wyceny. Charakterystykę kolejnych opcji rzeczowych przedstawia rys. 2.

Zgodnie z założeniami modelu dwumianowego zmianę wartości waloru bazowego (w tym przypadku jest to wartość przepływów pieniężnych brutto) można opisać jako błądzenie losowe (*random walk*). Po upływie jednego przedziału czasu⁴ walor bazowy V przyjmuje jedną z dwóch wartości V^+ (uV) lub V^- (dV) z prawdopodobieństwem odpowiednio q i $(1 - q)$. W celu wyznaczenia siatek dwumianowych umożliwiających wycenę opcji rzeczowej wykorzystujemy znane z modelu CRR⁵ formuły:

$$\begin{aligned} u &= e^{\sigma\sqrt{\Delta T}}, \\ d &= e^{-\sigma\sqrt{\Delta T}}, \\ p &= \frac{r - d}{u - d}, \end{aligned}$$

gdzie: $r = 1 + r_f$ – miara zmienności waloru bazowego,

σ – miara zmienności waloru bazowego,

ΔT – długość przedziału czasu, dla którego wyznaczamy zakres zmiany waloru bazowego.

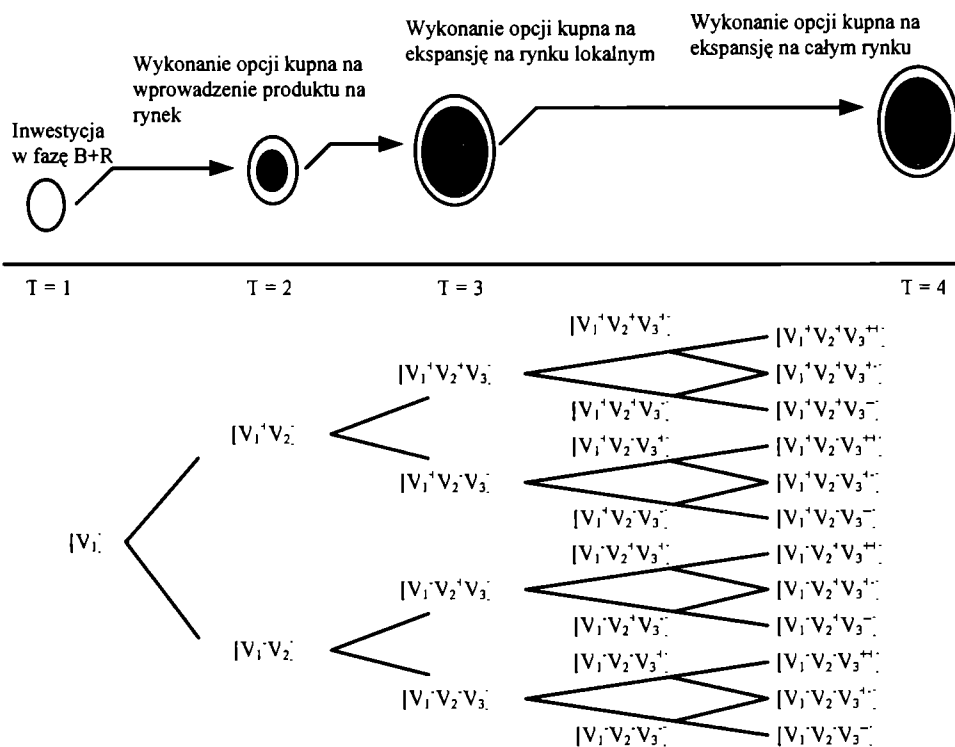
Na rys. 3 przedstawiona jest siatka dwumianowa (*binominal lattice*) dla waloru bazowego, uwzględniająca czas trwania opcji rzeczowych „zagnieżdżonych” w projekcie. Ponieważ opcja C_1 ma czas trwania równy jeden rok, walor bazowy przyjmuje na końcu okresu jedną z dwóch wartości: V_1^+ (równe $u_1 V_1$) lub V_1^- (równe $d_1 V_1$). W podobny sposób wyznaczamy wartości waloru bazowego, uwzględniając fakt, że okres trwania ostatniej opcji C_3 wynosi dwa lata. Należy zauważyć, że wartości waloru bazowego V_1^+ oraz V_1^- pozostają niezmiennione po okresie $T = 1$, gdyż w kolejnym okresie zmienną stochastyczną jest V_2 . Podobnie w następnym okresie, tj. w

⁴ W literaturze anglojęzycznej do określenia tego przedziału czasu używa się zazwyczaj terminu „krok” (*step*).

⁵ Model dwumianowy wyceny opcji opracowany przez Coksa, Rubinsteina i Rossa.

czasie trwania opcji C_3 , zmianie nie ulegają wartości V_1^+ oraz V_1^- ani V_2^+ oraz V_2^- , a procesowi stochastycznemu podlega jedynie walor bazowy V_3 .

Zgodnie z modelem CRR do wyceny opcji rzeczowych wykorzystuje się koncepcję prawdopodobieństwa neutralnego względem ryzyka (*risk neutral probability*), a proces wyceny będącej przedmiotem analizy opcji złożonej rozpoczyna się od występującej jako ostatnia opcji C_3 . Opcja ta jest opcją standardową w rozumieniu takim, że jej wykonanie nie jest tożsame (jak miało to miejsce w przypadku opcji C_1 oraz C_2) z nabyciem kolejnej opcji.



Rys. 3. Siatka dwumianowa dla waloru bazowego

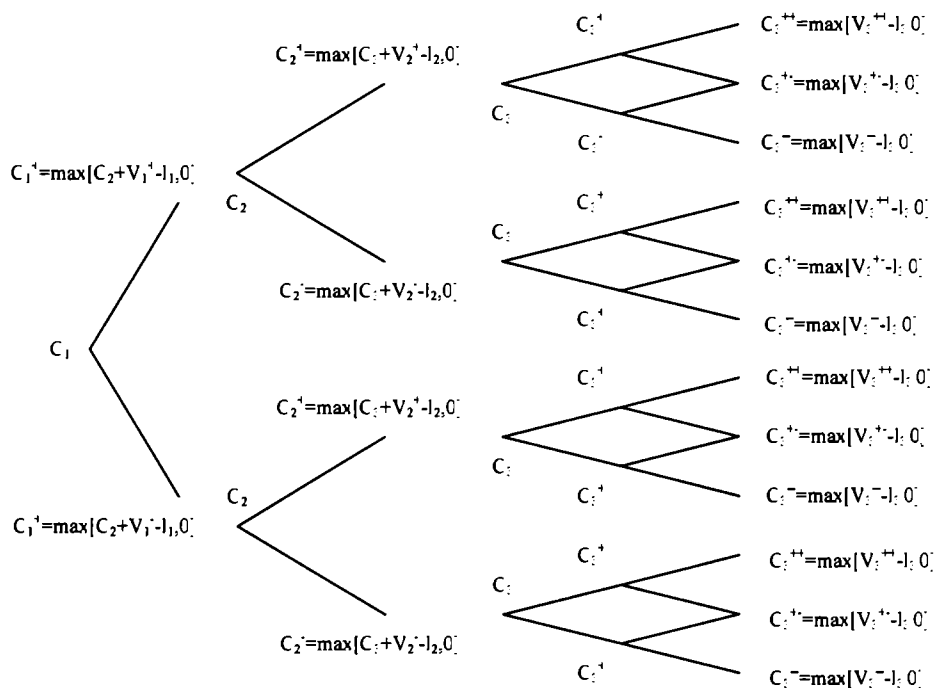
Źródło: [Herath, Park 2002, s. 9].

Procedurę wyceny tej opcji rozpoczynamy w ostatnim węźle ($T = 4$) wyznaczając wartości C_3^{++} , C_3^{+-} oraz C_3^{--} z następujących zależności:

$$C_3^{++} = \max[V_3^{++} - I_3, 0],$$

$$C_3^{+-} = \max[V_3^{+-} - I_3, 0],$$

$$C_3^{--} = \max[V_3^{--} - I_3, 0].$$



Rys. 4. Siatka dwumianowa wyceny złożonej opcji rzeczowej

Źródło: [Herath, Park 2002, s. 9].

Następnie, w procedurze rekursywnej, „cofamy się” do wcześniejszych węzłów siatki wyceny opcji (rys. 4) tak aby w ostatnim kroku wyznaczyć wartość opcji C_1 . Wartość opcji w węzłach pośrednich C_3^+ oraz C_3^- wyznaczamy, wykorzystując prawdopodobieństwo neutralne względem ryzyka p w następujący sposób:

$$C_3^+ = \frac{p_3 \cdot C_3^{++} + (1 - p_3) \cdot C_3^{+-}}{1 + r_f},$$

$$C_3^- = \frac{p_3 \cdot C_3^{+-} + (1 - p_3) \cdot C_3^{--}}{1 + r_f},$$

wartość zaś opcji C_3 wyznaczamy z równania:

$$C_3 = \frac{p_3 \cdot C_3^+ + (1 - p_3) \cdot C_3^-}{1 + r_f}.$$

Po wyznaczeniu wartości opcji C_3 można przystąpić do wyznaczenia wartości kolejnej opcji, tj. C_2 , biorąc pod uwagę to, że w wartości waloru bazowego tej opcji trzeba uwzględnić wartość opcji C_3 . Całą procedurę wyceny złożonej opcji rzeczowej ilustruje rys. 4. Wartość złożonej opcji rzeczowej C_1 wyznaczamy, wykorzystując, podobnie jak we wcześniejszych węzłach siatki, formułę dyskonta na bazie stopy wolnej od ryzyka i prawdopodobieństwa neutralnego względem ryzyka.

Po odjęciu nakładów inwestycyjnych I_0 od wartości opcji C_1 otrzymujemy miarę oceny opłacalności projektu inwestycyjnego uwzględniającą wartość opcji rzeczowych wbudowanych w ten projekt, innymi słowy – miarę opłacalności uwzględniającą wartość elastyczności decyzyjnej.

3. Modele wyceny opcji a praktyka biznesu

Bogata teoria opcji rzeczowych, wsparta stwierdzeniami o jej „wyższości” nad klasycznymi metodami dyskontowymi, nie znajduje jednak przełożenia na wzrost popularności tej metody w zastosowaniach praktycznych. Wśród najważniejszych przyczyn takiego stanu rzeczy należy wymienić: problemy z adekwatnym określeniem parametrów wyceny opcji, wątpliwości dotyczące spełnienia na rynku rzeczywistym założeń leżących u podstaw teorii wyceny na rynku finansowym oraz złożoność matematyczną większości modeli wyceny.

W literaturze przedmiotu pojawia się wiele, często wzajemnie sprzecznych, podejść do problematyki opcji realnych, a leżące u podłoża tych podejść założenia często są niemożliwe do spełnienia w praktyce, co zdaniem wielu autorów stanowi wystarczającą przesłankę do odrzucenia metody opcji rzeczowych. Trzeba jednak zauważyć, że niektóre powszechnie stosowane metody (np. NPV) w „warstwie teoretycznej” mają założenia, których spełnienia na ogół nie weryfikuje się w zastosowaniach praktycznych. Bardziej wnikliwa analiza tych założeń prowadzi do wniosku, iż są one zbieżne z wieloma założeniami modeli wyceny opcji.

Brak oczekiwanej przez wielu teoretyków powszechnej akceptacji metody opcji rzeczowych jako metody uzupełniającej czy wręcz zastępującej „tradycyjne” metody dyskontowe oceny projektów inwestycyjnych nie powinien oznaczać rezygnacji zainteresowania tą metodą. Warto zwrócić uwagę m.in. na poszukiwanie „inspiracji” metodą opcji rzeczowych w opracowaniach i aplikacjach z obszaru zarządzania strategicznego.

4. Podsumowanie

Koncepcja opcji rzeczowych jest zintegrowanym i systemowym podejściem do wyceny aktywów rzeczywistych opartej na metodologii wyceny opcji finansowych. Metoda opcji rzeczowych postrzegana jest jako alternatywa dla klasycznych metod oceny projektów inwestycyjnych, bazujących na dyskontowaniu strumieni pieniężnych. Dotyczy to zwłaszcza projektów charakteryzujących się wysoką niepewnością, etapowością, dających możliwość podejmowania w przyszłości decyzji dotyczących kontynuacji projektu lub decyzji zmieniających wybrane parametry projektu. Podstawową przewagą metody opcji rzeczowych nad klasycznymi metodami oceny jest to, iż metoda ta uwzględnia w procesie wyceny dodatkową wartość wynikającą z elastyczności menedżerskiej w podejmowaniu decyzji dotyczących projektu.

Główną zaletą tej metody opcji rzeczowych jest to, że proces wyceny eliminuje subiektywizm szacowania parametrów wyceny, stwarzając możliwość zastąpienia go – przynajmniej w teorii – wyceną opartą na obiektywnych cenach rynkowych.

Praktyczne wykorzystanie technik wyceny opcji rzeczowych napotyka jednak szereg problemów. Głównymi ich przyczynami są: 1) brak możliwości spełnienia założeń leżących u podstaw metodologii wyceny opcji oraz 2) trudności szacowania niektórych parametrów wyceny. Należy również zwrócić uwagę na wysoki stopień złożoności matematycznej większości modeli wyceny, co obniża skłonność znacznej części menedżerów do aplikacji tych modeli w praktyce. Ponadto złożoność występujących w praktyce sytuacji decyzyjnych sprawia, że modelowanie decyzji za pomocą opcji rzeczowych wymaga zazwyczaj jednoczesnego uwzględnienia wielu opcji rzeczowych (często wzajemnie na siebie oddziałujących) wbudowanych w analizowany projekt, co z kolei komplikuje proces wyceny.

Analiza opcji rzeczowych nie powinna być traktowana jako metoda zastępująca dotychczas wykorzystywane metody bazujące na dyskontowaniu strumieni pieniężnych. Obie grupy metod powinny mieć charakter komplementarny. Metody dyskontowe są bardziej przydatne w ocenie projektów inwestycyjnych o mniejszym stopniu złożoności, charakteryzujących się mniejszą niepewnością otoczenia biznesowego (a tym samym możliwością bardziej wiarygodnego prognozowania strumieni pieniężnych generowanych przez projekt), jednoetapowych, obejmujących krótszy przedział czasu. Z kolei analiza opcji realnych jest bardziej przydatna do oceny projektów o większej złożoności, wieloetapowych, realizowanych w niepewnym i dynamicznym otoczeniu.

Literatura

- Copeland T., Antikarov V., *Real Options – A Practitioner's Guide*, Texere Publishing Ltd. 2003.
Copeland T., Keenan P., *Making Real Options Real*, „The McKinsey Quarterly” 1988, Issue 3.

- Cortazar G., Schwartz E., *A Compound Option Model of Production and Intermediate Inventories*, „Journal of Business” 1993, vol. 66, no. 4.
- Geske R., *The Value of Compound Option*, „Journal of Financial Economics” 1979, vol. 7, Issue 4.
- Harath S., Park C., *Multi-stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options*, „The Engineering Economist” 2002, vol. 47, no. 1.
- Miller L., Choi S., *Using an Option Approach to Evaluate Korean Information Technology Infrastructure*, „The Engineering Economist” 2004, vol. 49, Issue 3.
- Miller L., Park C., *Economic Analysis in the Maintenance, Repair, and Overhaul Industry: an Options Approach*, „The Engineering Economist” 2004, vol. 49, Issue 1.
- Mun J., *Real Options Analysis*, Wiley&Son, New York 2002.

BINOMINAL MODEL OF VALUATION OF A COMPOUND REAL OPTION

Summary

Real options analysis is considered by numerous researchers as an extension or alternative to discounted cash flow methods of investment project evaluation. As regards the models of real option valuation, binominal model is ranked among the most popular, mainly due to its simplicity, functionality and clarity which allow to visualize the process of option valuation. The article discusses the key issues of compound option valuation using the binominal model based on the data of hypothetical investment project. Real option analysis is compared with DCF based valuation methods. The article also provides some comments concerning the reasons for limited application of real option analysis in practice.