

Stefan Wrzosek

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

ZNACZENIE I MOŻLIWOŚCI POPRAWY PRECYZJI RACHUNKU WARTOŚCI BIEŻĄCEJ I PRZYSZŁEJ STRUMIENIA DOCHODÓW PRZEDSIĘBIORSTWA

1. Wstęp

Typowe przypadki długoterminowego rachunku ekonomicznego dotyczącego przedsiębiorstw wymagają poznania bieżącej lub przyszłej wartości strumienia mniej lub bardziej regularnie napływających lub ponoszonych płatności. Dotyczy to zwłaszcza wycen przedsiębiorstw metodami zdyskontowanych strumieni pieniężnych i rachunku efektywności inwestycji. Jest jednak zasadnicza różnica pomiędzy wymienionymi przykładami zastosowań rachunków. W razie oceny efektywności inwestycji ważne jest tylko, czy wynik jest większy od zera i od wyniku dotyczącego innego wariantu, mniej nas natomiast interesuje kwota tego wyniku. W razie wyceny ważna jest kwota. W związku z tym powszechnie stosowane założenia o płatnościach z góry lub z dołu stosowane przy obliczaniu wartości bieżących lub przyszłych są niegroźne dla poprawności oceny efektywności, ale powodują niedokładność wyceny. Z tej przyczyny powszechnie znane rozwiązania, jeśli mają służyć wycenom, wymagają modyfikacji. Zaproponowanie takich modyfikacji jest celem tej wypowiedzi.

2. Przypomnienie i krytyka rachunków powszechnie praktykowanych

Jak już wspomniano, w rachunkach bieżącej i przyszłej wartości strumieni płatności rocznych odróżnia się płatności z wyprzedzeniem, czyli z góry, od płatności bez wyprzedzenia, czyli z dołu. Te pierwsze odpowiadają sytuacji, gdy na pierwszą płatność nie czekamy. Może to oznaczać założenie, że cały roczny dochód przedsiębiorstwa powstaje 1 stycznia. Drugie, bez wyprzedzenia, odpowiadają sytuacji, gdy na pierwszą płatność czekamy pełen okres, np. rok, czyli mogą oznaczać, że cały rocz-

ny dochód powstaje 31 grudnia. Do obliczania takich wartości przyszłych i bieżących przy zmiennej wartości płatności okresowych służą następujące formuły:

- przy płatnościach z dołu:

$$K0 = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{-t} = \sum_{t=0}^{n-1} A_t (1+p)^{-(t+1)},$$

$$Kn = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{n-t} = \sum_{t=0}^{n-1} A_t (1+p)^{n-t-1};$$

- przy płatnościach z góry:

$$K0 = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{-(t-1)} = \sum_{t=0}^{n-1} A_t (1+p)^{-t},$$

$$Kn = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{n-t+1} = \sum_{t=0}^{n-1} A_t (1+p)^{n-t},$$

gdzie: A_t – płatność w okresie t ,
 Kn – wartość przyszła strumienia płatności z n okresów (na koniec okresu n),
 $K0$ – wartość bieżąca strumienia płatności,
 $t = 0, 1, \dots, n$ – numery kolejne okresów, najczęściej lat,
 p – okresowa (zwykle roczna) stopa procentowa (dyskontowa).

Gdyby prognozowane płatności w poszczególnych okresach były identyczne (każda wynosi A), można by wykorzystać wiadomości dotyczące ciągu geometrycznego (o sumie jego wyrazów) i formuły uprościć. Mamy tu do czynienia z ciągami geometrycznymi, gdyż przy stałej wartości A wartość przyszłą obliczamy jako sumę ciągu składników, z których każdy następny to poprzedni pomnożony przez $(1+p)$, a przy wartości bieżącej każdy następny składnik to poprzedni pomnożony przez $1/(1+p)$. Formuły są następujące:

- wartość przyszła przy płatnościach z dołu:

$$Kn = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{n-t} = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{t-1} = A \frac{(1+p)^n - 1}{p},$$

- wartość przyszła przy płatnościach z góry:

$$Kn = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{n-t+1} = A \sum_{t=1}^n (1+p)^t = A \frac{(1+p)^{n+1} - (1+p)}{p},$$

- wartość bieżąca przy płatnościach z dołu:

$$K0 = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t} = A \frac{1 - (1+p)^{-n}}{p},$$

- wartość bieżąca przy płatnościach z góry:

$$K0 = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t+1} = A \frac{(1+p) - (1+p)^{-n+1}}{p}.$$

Zależnie od potrzeb i od posiadanych danych formuły te i poprzednie (ze zmienną wartością płatności) mogą służyć nie tylko do obliczania wartości przyszłej lub bieżącej strumienia płatności, ale (po odpowiednich przekształceniach lub metodą prób i kolejnych przybliżeń) także do wyznaczania różnych wielkości: powtarzalnej płatności okresowej A , okresu gromadzenia strumienia płatności n przy założonej ich wartości bieżącej lub przyszłej, a nawet stopy zwrotu p , jaka wynika z określonego strumienia korzyści i wydatków, czy stopy procentowej, jaka równoważy cenność pewnej kwoty (początkowej lub końcowej) z określonym strumieniem płatności. Jest to przyczyną ich przydatności w różnych zastosowaniach z zakresu zarządzania finansami.

Z wzorów na wartość bieżącą przy stałej wartości płatności okresowych, przy założeniu $n \rightarrow \infty$ (liczba podokresów dąży do nieskończoności), a więc przy bardzo długich przedziałach czasu, w których następują płatności okresowe, można wyprowadzić znacznie prostsze formuły.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t} = \frac{1}{p}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t+1} = \frac{1+p}{p},$$

a zatem przy $n \rightarrow \infty$ i płatnościach z dołu (jest to tzw. model wieczystej renty):

$$K0 = \frac{A}{p},$$

natomiast przy płatnościach z góry:

$$K0 = \frac{A}{p} + A.$$

Założenie o $n \rightarrow \infty$ powoduje błąd, który zwykle jest pomijalnie mały, gdyż mamy tu do czynienia z malejącym ciągiem geometrycznym. Jeśli w praktyce płatności będzie np. 30, a my założymy, że będzie ich nieskończenie wiele, to zwiększenie wartości bieżącej z tytułu dopisania płatności 31 i następnych, które przy płatnościach z dołu będą mnożone przez $(1+p)^{-31}$ i mniejsze mnożniki korygujące zwane współczynnikami dyskonta, spowoduje błąd rzędu ułamka procenta – większy przy mniejszej wartości stopy procentowej.

Żadne z tych założeń nie odpowiada większości rozkładów dochodu osiąganego przez przedsiębiorstwo i wielu innych płatności spotykanych w przedsiębiorstwach. Przedsiębiorstwo nie zarabia na początku lub na końcu roku, lecz wielokrotnie w

roku, przy każdej transakcji, jeśli jest udana. Do takiej rzeczywistości można się przybliżyć, dokonując rachunków w okresach krótszych niż rok (w kwartałach, miesiącach lub nawet dniach) z płatnościami z góry lub z dołu. Można się przy tym posłużyć powyższymi wzorami z odpowiednio większą liczbą krótszych podokresów i odpowiednio mniejszą stopą podokresową. Im krótsze podokresy, tym niedokładność wyznaczenia wartości bieżącej lub przyszłej będzie mniejsza. Można jednak także umieścić płatności w połowie roku lub nawet w innym miejscu, gdyby na to wskazywała sezonowość działalności przedsiębiorstwa. Nazwijmy to płatnością pośrednią. Przy jej zastosowaniu błędy wynikające ze schematycznego ulokowania terminu płatności powinny się znieść, gdyż ok. połowa płatności zostanie ulokowana za wcześniej, a druga połowa za późno.

Zabieganie o poprawę precyzji rachunku ma jednak sens tylko wówczas, gdy rachunek jest prowadzony po to, by poznać w miarę dokładnie wartość przyszłą lub bieżącą, jak to bywa np. przy wycenie dochodowej przedsiębiorstwa. Przy pozostałych czynnikach niezmiennych wynik wyceny z założeniem płatności z góry jest równy wynikowi wyceny przy założeniu płatności z dołu pomnożonemu przez $(1+p)$. To zwykle różnica kilkunastoprocentowa, a więc niebagatelna. Żaden z tych wyników nie jest zresztą przekonujący.

Jeśli jednak chodzi tylko o to, by sprawdzić, czy wartość bieżąca jest większa od zera lub w jakiej kolejności układają się warianty działania na podstawie wyników rachunku wartości bieżącej (bądź przyszłej), jak to bywa przy ocenie efektywności inwestycji metodą NPV, to jest to zbędna komplikacja. Jeśli bowiem wartość bieżąca obliczona jednym sposobem, np. przy założeniu płatności z góry, jest większa od zera, to także większa od zera będzie przy innych zasadach płatności (z dołu lub pośrednio). Wynika to z tego, że $(1+p) > 0$, a np. wartość bieżąca obliczona przy założeniu płatności z góry, to wartość bieżąca obliczona przy założeniu płatności z dołu pomnożona przez $(1+p)$. W typowych sytuacjach zmiana zasad płatności nie zmienia też kolejności wariantów inwestycyjnych uszeregowanych według malejącej NPV. Analogicznie jest w przypadku wartości przyszłych.

3. Propozycja modyfikacji

Przy założeniu płatności pośrednich pojawiających się w połowie roku wzory na wartość bieżącą i przyszłą mogą być następujące:

$$K0 = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{-(t-0,5)}, \quad Kn = \sum_{t=1}^n A_t (1+p)^{n-t+0,5}.$$

Jeśli nie zamierzamy umieszczać płatności dokładnie w połowie roku, np. ze względu na sezonowość dochodów, to ułamek w wykładniku potęgi pierwszego z powyższych wzorów powinien być mniejszy niż 0,5 (przy skupieniu dochodów w

drugim półroczu) lub większy niż 0,5 (skupienie w pierwszym półroczu). W drugim wzorze odwrotnie. Odpowiednie przekształcenia wzorów na wartość bieżącą i przyszłą strumienia niezmiennych płatności rocznych (tym razem lokowanych w połowie roku) są następujące:

- wartość przyszła przy płatnościach w połowie każdego okresu:

$$Kn = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{n-t+0,5} = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{t-0,5} = A \frac{(1+p)^{n+0,5} - (1+p)^{0,5}}{p},$$

- wartość bieżąca przy płatnościach w połowie każdego okresu:

$$K0 = A \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t+0,5} = A \frac{(1+p)^{0,5} - (1+p)^{-n+0,5}}{p},$$

- wartość bieżąca przy płatnościach w połowie okresu i przy liczbie podokresów dążącej do nieskończoności:

$$K0 = A \frac{\sqrt{1+p}}{p},$$

gdyż:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (1+p)^{-t+0,5} = \frac{\sqrt{1+p}}{p}.$$

4. Zakończenie

Proponowane tu rozwiązanie z płatnościami pośrednimi zmniejsza błędy rachunku wartości bieżącej i przyszłej strumieni płatności takich, że każda z tych płatności jest punktowo ulokowaną w czasie reprezentacją płatności rozproszonych w podokresie. Różnice wyników obliczeń są oczywiste i nie wymagają prezentacji na przykładzie. Przy płatnościach jednakowych w poszczególnych podokresach wartość bieżąca przy założeniu płatności pośrednich będzie odpowiadać wartości bieżącej przy założeniu płatności z dołu pomnożonej przez $(1+p)^{0,5}$ wartości bieżącej przy założeniu płatności z góry podzielonej przez $(1+p)^{0,5}$. Wartość przyszła przy założeniu płatności pośrednich będzie odpowiadała wartości przyszłej przy założeniu płatności z góry pomnożonej przez $(1+p)^{0,5}$ lub odpowiadającej założeniu o płatnościach z dołu podzielonej przez $(1+p)^{0,5}$. Jeśli przyjąć, że do dochodowych wycen przedsiębiorstw stosuje się stopy dyskontowe z przedziału 10 do 25%, to wyniki wycen powinny się zmienić (poprawić) o 4,88-11,8%.

THE IMPORTANCE AND WAYS TO IMPROVE PRECISION OF PRESENT AND FUTURE VALUES OF STREAM OF ENTERPRISE PROFITS CALCULATION

Summary

The paper shows that using a rule of payments at the beginning or at the end of the periods in some economical calculations (like NPV) is not an error, while in others (like income-based valuation) usually is. It is suggested to reduce this error by using payments in the middle of the periods or in case of seasons in other moments of periods.