PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
Nr 1123 — 2006
Ekonometria 17

Krystyna Skoczylas

ZASTOSOWANIE WYKŁADNIKA HURSTA W ANALIZIE SPRZEDAŻY TOWARÓW W PRZEDSIĘBIORSTWIE

1. Wstęp

Zarządzanie przedsiębiorstwem opiera się na konieczności dokonywania w sposób ciągły wyboru postępowania, zadań, celów, a także zapewnienia środków na ich późniejszą realizację. Główną trudnością w podejmowaniu decyzji jest to, że przedsiębiorstwo funkcjonuje w warunkach ryzyka i niepewności, w związku z czym trudno jest określić, które decyzje przyniosą najwięcej korzyści. Oznacza to konieczność prognozowania, gdyż w przeciwnym wypadku działa się w sposób przypadkowy, a każdy uzyskany wynik trzeba traktować jako zadowalający. Obecnie, w dobie wzmożonej konkurencji na rynku, funkcja prognozowania jest niezmiernie istotnym zagadnieniem w działalności przedsiębiorstw. Prognozowanie bowiem zmniejsza element ryzyka w procesie podejmowania decyzji. Wśród wszystkich przygotowywanych prognoz w przedsiębiorstwie szczególną rolę odgrywa prognoza sprzedaży. Jej ustalenie pozwala na sporządzenie innych prognoz, a tym samym jest podstawą podejmowania istotnych decyzji. Ponadto do finansowania zarówno bieżącej, jak i przyszłej działalności operacyjnej niezbędne są zasoby pieniężne (uzyskiwane głównie ze sprzedaży) jest więc ona wielkością wyjściową do wyznaczenia przyszłych wartości pozostałych zmiennych w przedsiębiorstwie.

Prace w obszarze prognozowania jednak mają sens wtedy, gdy badany proces nie ma charakteru losowego. W pierwszym etapie prac prognostycznych należy więc stwierdzić, czy pomiędzy kolejnymi danymi oraz danymi wejściowymi i wartością wyjściową występuje zależność, czy też są one całkiem przypadkowe. Do przeprowadzenia takiej analizy można wykorzystać wykładnik Hursta [8, s. 536]. Analiza przeprowadzona za pomocą wykładnika Hursta pozwala na wykrycie nie tylko zależności zarówno liniowych, jak i nieliniowych pomiędzy kolejnymi danymi w szeregu, ale również na identyfikację wahań cyklicznych.

Podstawy analizy R/S (wykładnika Hursta) bazują na pracy Einsteina z roku 1905 wyjaśniającej podłoże ruchów Browna. Robert Brown, angielski botanik, w roku 1827 zaobserwował pod mikroskopem nieustające, chaotyczne ruchy granulek – maleńkich cząsteczek zawieszonych w cieczy. Brown uważał, że ruch ten jest objawem życia. Jedna z hipotez zakładała, że nieregularne ruchy granulek powodują zderzenia z molekułami cieczy. Każdy taki ruch jest fluktuacją, czyli wyjątkowym zdarzeniem polegającym na tym, że wiele molekuł przekazało granulce pęd o takim samym kierunku i zwrocie. Zazwyczaj kolejne zderzenia dają wzajemnie kompensujące się efekty, co jakiś czas może jednak zdarzyć się fluktuacja. To właśnie fluktuacje są odpowiedzialne za ruchy Browna. Ruchy Browna mają charakter błądzenia przypadkowego. Błądzenie przypadkowe polega na generowaniu kolejnych danych będących sumą wartości poprzedniej i pewnej wartości losowej.

Hurst opracował całkiem nową metodologię wyznaczania zależności danych w szeregach czasowych [13, s. 454-459], dla których zwykłe statystyczne metody nie wykazywały żadnych istotnych korelacji, a oczywiste było, że nie są to dane niezależne. Opracował analizę przeskalowanego zakresu, w skrócie określaną analizą R/S (*rescaled range* – R/S). Pozwala ona na obliczenie wykładnika Hursta, składnika rozszerzonego modelu ruchu cząsteczki poruszającej się ruchem Browna.

2. Algorytm oraz interpretacja wykładnika Hursta

Model do stwierdzenia zależności pomiędzy danymi, podany przez Hursta dla dowolnych szeregów czasowych, przedstawia się następująco:

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = cn^H, \tag{1}$$

gdzie: R – zasięg skumulowanego szeregu czasowego,
S – odchylenie standardowe,
n – liczba obserwacji,
c – dodatnia stała,
H – wykładnik Hursta.

Do przeprowadzenia analizy R/S oraz określenia wykładnika Hursta w literaturze [2, s. 527-530; 12, s. 325] podawany jest następujący algorytm:

1. Ciąg zwrotów o długości N należy podzielić na d podciągów o długości n, tak, aby $d \cdot n = N$.
2. Dla każdego podciągu $m = 1, 2, \ldots, d$ należy:
   a) wyznaczyć średnie (arytmetyczne) wartości zwrotów (E_m) oraz empiryczne odchylenia standardowe (S_m);
   b) przeskalować wartości $Z_{i,m}$ przez odjęcie średniej wartości zwrotów w tym podciągu:

$$X_{i,m} = Z_{i,m} - E_m, \text{ dla } i = 1, 2, \ldots, n;$$

c) utworzyć skumulowany ciąg przeskalowanych zwrotów:

$$Y_{i,m} = \sum_{j=1}^{i} X_{j,m} \text{ dla } i = 1, 2, \ldots, n;$$

d) obliczyć zasięg: $R_m = \max\{Y_{1,m}, Y2_{i,m}, \ldots, Y_{n,m}\} - \min\{Y_{1,m}, Y2_{i,m}, \ldots, Y_{n,m}\}$;

e) obliczyć wartość R_m/S_m dla każdego analizowanego podciągu.

3. Obliczyć średnią wartość przeskalowanego zasięgu dla podciągów o długości n:

$$(R/S)_n = \frac{1}{d} \sum_{m=1}^{d} \frac{R_m}{S_m}.$$

W literaturze [14, s. 371-384] można spotkać jeszcze inne podejście do obliczenia wykładnika Hursta. W ujęciu tym nie są obliczane wartości średnie przeskalowanego zasięgu dla podciągów, lecz przeskalowany zasięg obliczany jest dla jednej wartości rozpoczynającej się od początku szeregu czasowego i na tej podstawie oblicza się wykładnik Hursta.

Wykładnik Hursta określony jest przez nachylenie krzywej regresji liniowej punktów log(R/S) względem log(n) i może przyjmować wartości z przedziału od 0 do 1. W przypadku oryginalnych ruchów Browna $H = 0{,}5$ [9, s. 1333]. Wielkość H różna od 0,5 oznacza, że obserwacje nie są niezależne. Każda obserwacja zachowuje pamięć o wcześniejszych zdarzeniach. To, co dzieje się obecnie, przesyła informację w przyszłość z coraz mniejszą intensywnością, aż do całkowitego zaniku. Im większe H, tym mniejszy poziom ryzyka, ma więc miejsce zależność odwrotnie proporcjonalna.

Sam Hurst przebadał wiele zjawisk naturalnych. Prawie wszystkie badane zjawiska miały H istotnie większe od 0,5. W odniesieniu do tego typu szeregów czasowych Hurst przyjął termin „obciążone błądzenie przypadkowe", co oznacza trend połączony z szumem [1, s. 63]. Badając dalej te zjawiska, sławny matematyk B. Mandelbrot nazwał je „ułamkowymi ruchami Browna". Kontynuując te badania, naukowcy nazywają dziś takie szeregi czasowe fraktalnymi.

Szereg danych w zależności od wartości H może być interpretowany następująco:

1. Jeżeli $H = 0{,}5$, to oznacza, że badany szereg odzwierciedla proces stochastyczny (ruchy Browna). Układ zachowuje się losowo, ma charakter błądzenia przypadkowego, zdarzenia są nieskolerowane. Przypadek taki określany jest mianem białego szumu.
2. Dla $0 < H < 0{,}5$ układ pokonuje krótszą drogę niż w przypadku błądzenia losowego i dokonuje częstszych zwrotów kierunku przemieszczenia. Oznacza to, że jeżeli w danym okresie zmiany idą w górę, to jest prawdopodobne, że w na-

stępnym przedziale pójdą w dół i na odwrót. Występuje ujemna korelacja, czyli dla $H = 0{,}3$ istnieje 70% szansy, że trend zmieni kierunek w przyszłości wobec trendu obecnie obserwowanego. Występowanie więc trendów spadkowych (wzrostowych) implikuje nadchodzącą zmianę kierunku trendu w przyszłości. Tendencja ta jest tym bardziej wyraźna, im wartość H jest bliższa 0.

3. W przypadku $0{,}5 < H < 1$ szereg ma własności wzmacniające trend. Takie szeregi czasowe pokonują większy dystans niż w przypadku błądzenia losowego. W tym obszarze obserwuje się fraktalne własności szeregu. Charakteryzuje się on efektem długotrwałej pamięci, czyli dużym stopniem korelacji dodatniej. Teoretycznie to, co się stanie dzisiaj, na zawsze wpływa na przyszłość, czyli istnieje subtelna wrażliwość na warunki początkowe. Jeżeli w przeszłości występował trend wzrostowy, to istnieje szansa, że ten trend utrzyma się również w przyszłości. Konsekwentnie: malejący trend w przeszłości implikuje średnio trend spadkowy w przyszłości, czyli np. dla $H = 0{,}7$ istnieje 70% szansy, że ten trend utrzyma się również w przyszłości. Im wyższa wartość H, tym mniejsze zaszumienie szeregu, i jest trend silniej widoczny. W tym przedziale badany szereg określany jest również mianem uporczywego.

Hurst swój model oparł na wynikach pochodzących z badań poziomu Nilu dotyczących kilkusetletniego okresu, mógł więc przeprowadzić analizę z dużą dokładnością dla dużych n. Często występuje jednak brak dużej liczby danych i analizę prowadzi się na mniejszej próbie. W przypadku małych n literatura [3, s. 42; 12, s. 326] podaje, że występowanie długoterminowej pamięci ma miejsce wówczas, gdy wyznaczona empirycznie wartość H jest większa przynajmniej o $\sqrt{1/N}$ od teoretycznej wartości H. Jeśli zatem do wyznaczenia H zostały użyte małe wartości n, to fakt, że wartość H jest różna od 0,5 wcale nie implikuje niezależności badanego procesu. W roku 1976 Anis i Lloyd zaproponowali wzór (2), który modyfikował model Hursta dla małych n:

$$E(R/S)_n = \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}}, & \text{dla } n \le 340, \\ \sqrt{\dfrac{2n}{\pi(n-1)^2}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}}, & \text{dla } n > 340. \end{cases} \tag{2}$$

W roku 1994 Peters wprowadził poprawkę do przedstawionego wzoru, ponieważ na podstawie przeprowadzonej przez siebie symulacji komputerowej stwierdził, że dla $n < 20$ wzór Anisa i Lloyda powoduje zawyżenie wartości [6, s. 13]. Zaproponowany przez niego wzór zapewnił dowolnemu n możliwość wyliczenia H teoretycznego:

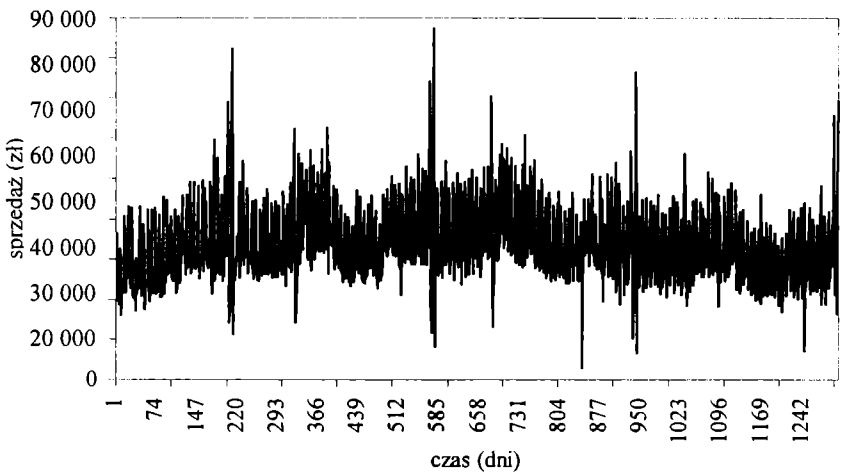
$$E(R/S)_n = \begin{cases} \dfrac{n-0{,}5}{n} \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\dfrac{n-i}{i}}, & \text{dla } n \leq 340, \\ \dfrac{n-0{,}5}{n} \sqrt{\dfrac{2n}{\pi(n-1)^2}} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\dfrac{n-i}{i}}, & \text{dla } n > 340. \end{cases} \tag{3}$$

3. Wykorzystanie wykładnika Hursta w analizie sprzedaży towarów

Metoda R/S jest jedną z bardziej czasochłonnych analiz długozasięgowych. W związku z tym do niniejszego opracowania przygotowano program komputerowy, za pomocą którego przeprowadzono obliczenia.

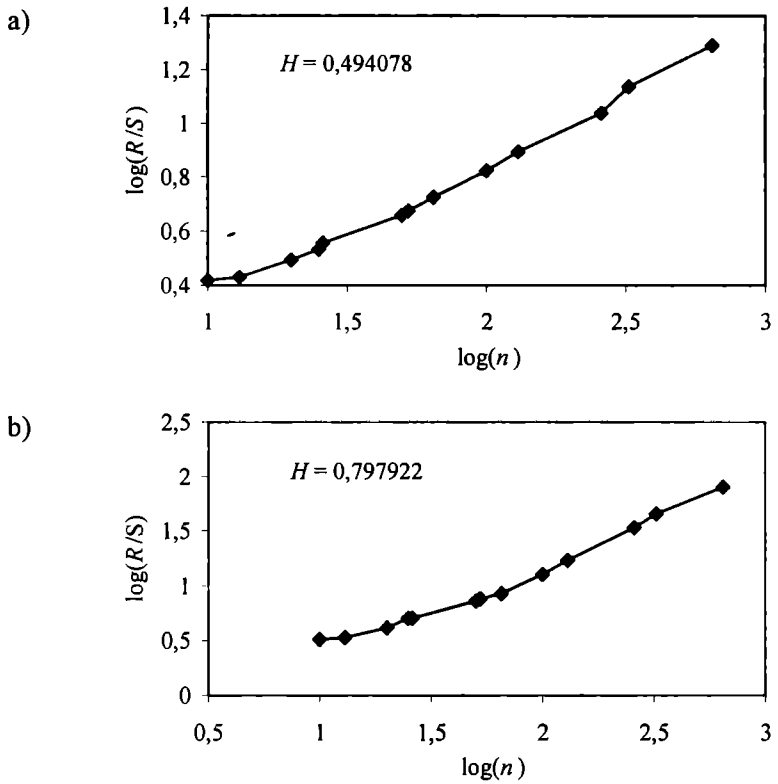
Z założeń metody wynika, że im większa liczba obserwacji poddawana jest badaniu, tym bardziej dokładne otrzymuje się wyniki. Do analizy sprzedaży towarów w badanym przedsiębiorstwie przyjęto dane historyczne za okres 3,5 roku. Badania z wykorzystaniem wykładnika Hursta przeprowadzono w odniesieniu do sprzedaży ogółem. Przebieg wartości sprzedaży ogółem dla badanego przedsiębiorstwa przedstawiono na rys. 1.

Analizę sprzedaży w badanym przedsiębiorstwie przeprowadzono dla zarówno stóp zwrotu, jak i rzeczywistych wartości sprzedaży. Wyniki analizy R/S dotyczące obu przypadków przedstawiono na rys. 2.



Rys. 1. Sprzedaż towarów ogółem w badanym przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Analiza R/S a) dla dziennych stóp zwrotu sprzedaży w przedsiębiorstwie, b) dla wartości dziennej sprzedaży w przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

Do badań przyjęto 1300 obserwacji (3,5 roku), które podzielono na 13 podciągów o różnej długości, a mianowicie: 10, 13, 20, 25, 26, 50, 52, 65, 100, 130, 260, 325, 650. Wykładnik Hursta charakteryzujący nachylenie prostej regresji liniowej dla dziennych stóp zwrotu całego badanego okresu (rys. 2a) wynosi $H = 0{,}494078$. Wartość ta oscyluje wokół 0,5, dlatego można od razu stwierdzić, że brak jest pamięci w szeregu. Na rysunku 2b, gdzie analizie poddano rzeczywiste wartości sprzedaży, wartość wykładnika Hursta wyniosła $H = 0{,}797922$, co znacznie przekracza 0,5. Wskazuje to na występowanie pamięci w analizowanym szeregu.

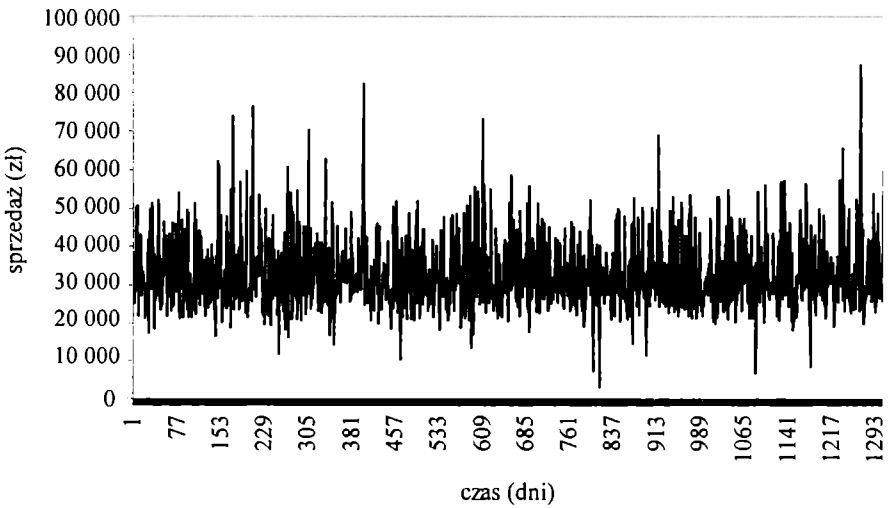
W literaturze przyjmuje się jednak, że występowanie długoterminowej pamięci ma miejsce wówczas, gdy wyznaczona empirycznie wartość H jest większa przynajmniej o $\sqrt{1/N}$ od teoretycznej wartości H. Obliczona na potrzeby niniejszej analizy teoretyczna wartość wykładnika Hursta wyniosła $H = 0{,}568$, natomiast

$\sqrt{1/N} = 0{,}027$. Porównując wartość empiryczną z teoretyczną, można zauważyć, że w przypadku rzeczywistych wartości sprzedaży występuje efekt długotrwałej pamięci. Oznacza to, że jedynie zastosowanie do analizy rzeczywistych wartości sprzedaży wskazuje na występowanie długookresowej pamięci w badanym szeregu. Zatem wydarzenia z przeszłości mają wpływ na to, co dzieje się obecnie w procesie sprzedaży. Takie zjawisko sugeruje występowanie trendów. Istnieje zatem prawdopodobieństwo (ok. 80% szansy), że obecnie istniejący trend utrzyma się również w przyszłości. Wartość H nie wskazuje jednak na rodzaj trendu.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że w przypadku badanej sprzedaży towarów przeszłość wpływa na teraźniejszość, a teraźniejszość będzie mieć wpływ na przyszłość. Występuje zatem powiązanie pomiędzy kolejnością i czasem występujących zdarzeń. W celu dokładniejszego wykazania znaczenia czasu i kolejności zdarzeń branych pod uwagę przy analizie R/S wymieszano zebrane wartości rzeczywistej sprzedaży. Szereg z wymieszanymi danymi przedstawia rys. 3.

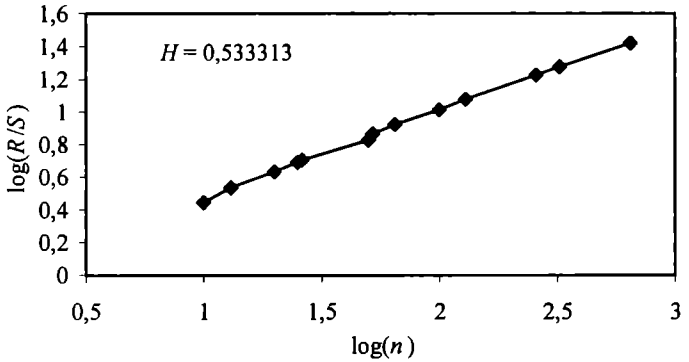
Szereg reprezentujący wymieszaną kolejność dziennej sprzedaży liczy również 1300 obserwacji. W celu zachowania tych samych warunków obliczeń zakres danych podzielono na tyle samo podciągów o takiej samej długości, co poprzednio. Analizę R/S dla takiego szeregu (rys. 3) przedstawiono na rys. 4.

Dla szeregu reprezentującego wymieszaną kolejność rzeczywistej sprzedaży dziennej w przedsiębiorstwie wykładnik Hursta osiągnął wartość $H = 0{,}533313$



Rys. 3. Przebieg wymieszanej kolejności dla rzeczywistej sprzedaży towarów w badanym przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Analiza R/S dla wymieszanej kolejności sprzedaży w badanym przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

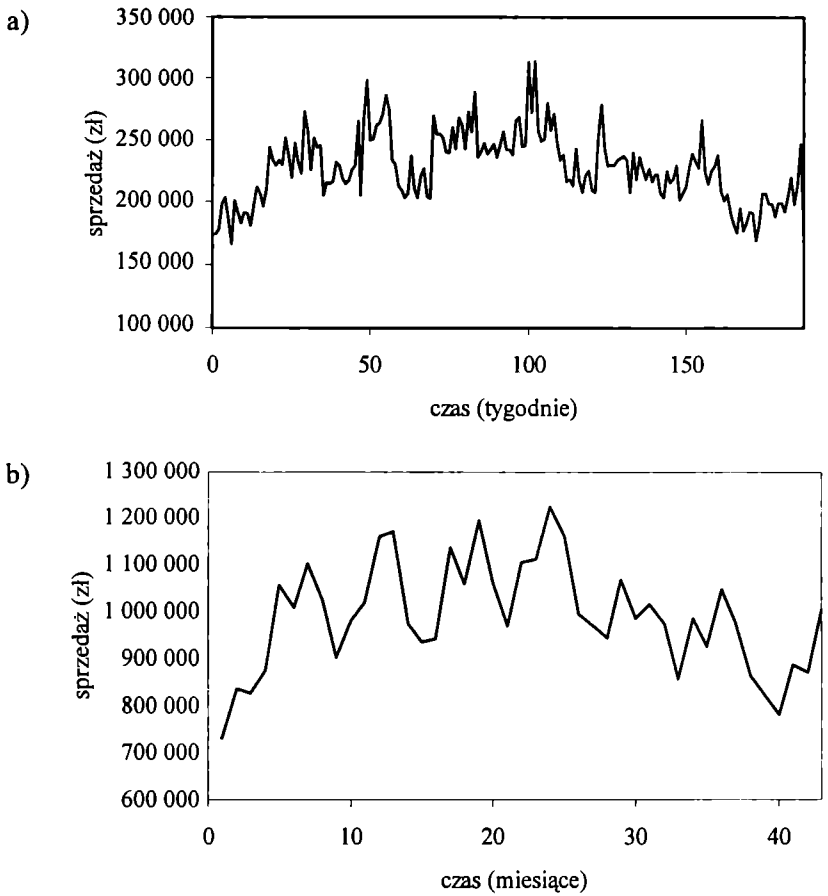
(rys. 4). Jest to wartość niższa od H teoretycznego ($H = 0{,}568$), stąd wniosek, że badany szereg charakteryzuje się losowością. Wymieszanie danych spowodowało zerwanie wewnętrznych zależności i pozostał tylko szum. Wnioskować można że chronologia w przypadku analizy finansowych szeregów czasowych jest ważna.

Analizie R/S poddano również szeregi reprezentujące tygodniową oraz miesięczną wartość rzeczywistej sprzedaży towarów. Przebieg sprzedaży tygodniowej i miesięcznej obrazuje rys. 5, natomiast wyniki analizy R/S przedstawiono na rys. 6 i 7.

Dla tygodniowych wartości sprzedaży przyjęto 180 obserwacji, które podzielono na 11 podciągów: 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90. Wykładnik wyniósł $H = 0{,}972762$ (rys. 6). Jest to wartość wyższa od H wyliczonego dla sprzedaży dziennej. Obliczono również H teoretyczne, którego wartość równa jest $H = 0{,}6$, a $\sqrt{1/N} = 0{,}0745$.

Przeprowadzone obliczenia niewątpliwie świadczą o występowaniu wysokiej zależności pomiędzy kolejnymi danymi.

W odniesieniu do miesięcznych wartości sprzedaży przyjęto 42 obserwacje, które podzielono na dwa podciągi o długości 14 i 21. Podciągi mają w tym przypadku większą długość (>10) niż w poprzednich przykładach, ale jeśli podzielimy cały szereg na podciągi o długości 10, 20 byłoby ich również 2 (liczba obserwacji, którą należałoby wtedy przyjąć to 40), a szeregi miałyby krótszą długość. Lepiej jest jednak przyjmować do analizy podciągi o większej długości, co uczyniono w tym przypadku. Wartość wykładnika Hursta wyliczona dla sprzedaży miesięcznej wyniosła $H = 0{,}835227$ (rys. 7). Jest to wartość wyższa od H wyliczonego dla dziennej sprzedaży i nieco niższa od H wyliczonego dla sprzedaży tygodniowej. H teoretyczne obliczone dla liczby obserwacji 42, wyniosło $H = 0{,}608$, a $\sqrt{1/N} = 0{,}1543$. W przypadku sprzedaży miesięcznej występuje bardzo mała liczba obserwacji,

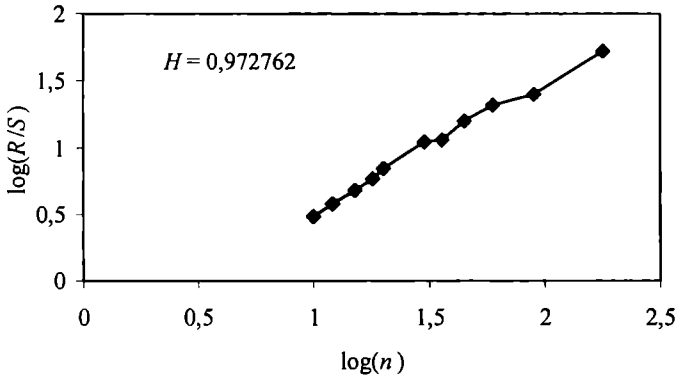


Rys. 5. Przebieg sprzedaży a) tygodniowej, b) miesięcznej w badanym przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

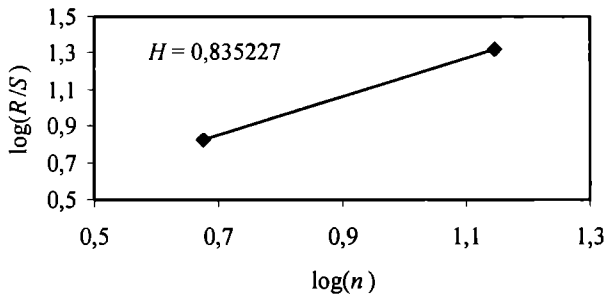
należałoby zatem z pewną ostrożnością traktować wyniki otrzymane z przeprowadzonej analizy, jednak wysoka wartość wykładnika Hursta pozwala wnioskować o występowaniu pamięci w szeregu reprezentującym sprzedaż miesięczną.

Na podstawie przeprowadzonej analizy dotyczącej sprzedaży tygodniowej i miesięcznej można stwierdzić, że większa wartość H dla coraz mniejszej częstości pomiaru może świadczyć o mniejszym zaszumieniu szeregu. Bardzo wysokie H świadczy, że przy takich horyzontach czasowych wpływ zakłóceń losowych ustaje. Można zatem wnioskować, że do analizy zależności długoterminowej jest lepiej przyjmować szeregi wynikające z pomiarów mniej częstych, ale bardziej rozciągniętych w czasie.



Rys. 6. Analiza R/S dla sprzedaży tygodniowej w przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

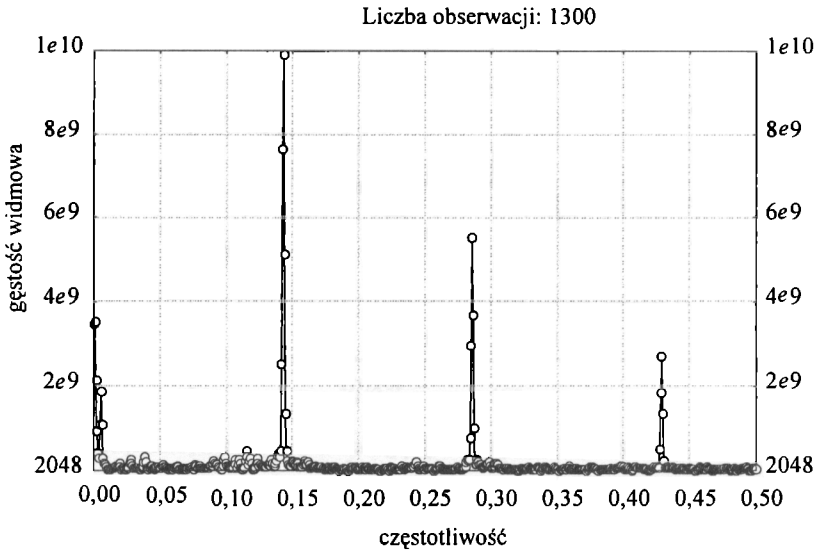


Rys. 7. Analiza R/S dla miesięcznej sprzedaży towarów w przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

Analizując szereg dziennej sprzedaży metodą wzrokową, można łatwo zauważyć 7-dniowy cykl powtarzalności. Cykliczność ta jednak nie została wykryta przez analizę R/S. Wynika to z tego, że do analizy brane są pod uwagę podciągi o liczebności większej niż 10. W związku z tym okres powtarzalności nie był możliwy do wykrycia w dotychczas prowadzony sposób. W celu potwierdzenia cyklu powtarzalności analizie poddano szereg Fouriera. Wyniki analizy Fouriera zastosowanej do dziennej sprzedaży przedstawiono na rys. 8.

Analizując przedstawiony rysunek, można zauważyć, że dla określonych częstotliwości występują duże wartości periodogramu. Największa wartość odpowiada okresowi powtarzalności równemu 7-dniowemu cyklowi sprzedaży, co jest potwierdzeniem wykrytego cyklu powtarzalności metodą wzrokową. Chcąc potwierdzić ten cykl za pomocą analizy R/S, dziesięciokrotnie zwielokrotniono badany



Rys. 8. Analiza Fouriera dla sprzedaży towarów w badanym przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

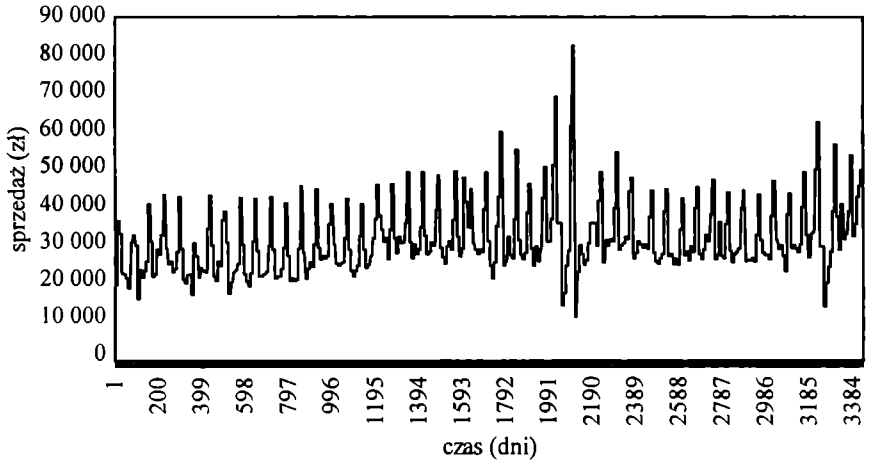
szereg, co zwiększyło długość cyklu do wartości 70. Przebieg sprzedaży zwielokrotnionej 10-krotnie przedstawia rys. 9.

Przeprowadzona analiza R/S na nowym zwielokrotnionym szeregu danych potwierdziła występowanie okresu o wartości 70, całkowicie zgodnego z analizą Fouriera. Analizę tę przedstawiono na rys. 10.

Ze względu na ograniczenia programowe do analizy R/S wykorzystano 3430 obserwacji, które podzielono na 11 podciągów o długości: 10, 14, 35, 49, 70, 98, 245, 343, 490, 686, 1715. Długość cyklu ($n = 70$) wiąże się ściśle z granicą występowania efektów długotrwałej pamięci ($H = 0{,}9346392$). Po tym okresie pamięć w szeregu maleje ($H = 0{,}908782$). Analiza R/S potwierdziła zatem występowanie tygodniowego cyklu sprzedaży w badanym przedsiębiorstwie.

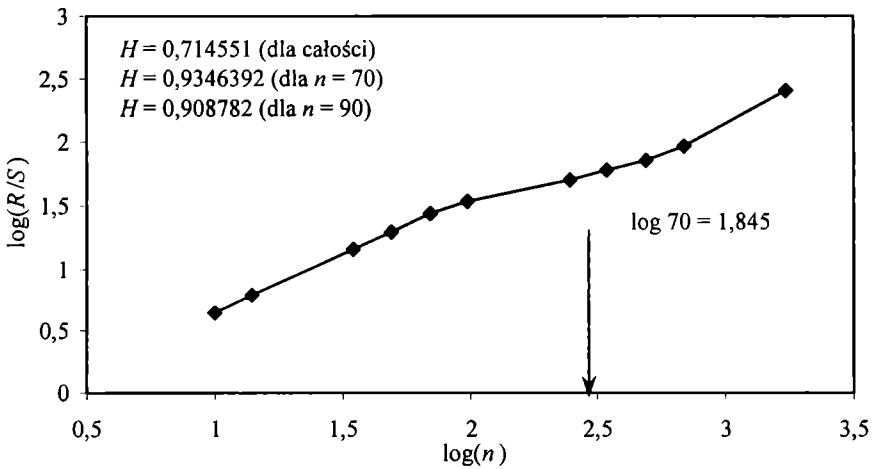
Krótsze cykle powtarzalności widoczne na rys. 8 nie podlegały badaniu ze względu na to, że wchodzą one w skład cyklu 7-dniowego.

Wyliczono także wykładnik Hursta dla całego zwielokrotnionego szeregu. Jego wartość wyniosła $H = 0{,}714551$, co wskazuje na występowanie długookresowej zależności pomiędzy kolejnymi danymi w całym zwielokrotnionym szeregu.



Rys. 9. Przebieg zwielokrotnionego szeregu reprezentującego sprzedaż towarów w przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 10. Analiza R/S dla zwielokrotnionego szeregu sprzedaży towarów w przedsiębiorstwie

Źródło: opracowanie własne.

4. Uwagi końcowe

Podsumowując, można powiedzieć, że wykładnik Hursta jest doskonałą miarą w odniesieniu do szeregów czasowych. Uwzględnia on kolejność obserwacji w szeregu. Własność ta jest jak najbardziej pożądana w analizie finansowych szeregów

czasowych, gdzie jednym z głównych zadań jest wykrywanie zależności między kolejnymi obserwacjami. W analizie mającej na celu ustalenie występowania pamięci długookresowej w szeregu czasowym pożądane jest, aby $H > 0{,}5$. Szereg taki w dalszej kolejności można poddać prognozowaniu.

Warsztat analizy zależności długoterminowej jest wciąż rozwijany i udoskonalany. Od czasów Hursta (1951) i jego analizy R/S powstało wiele nowych metod. Wiele z nich ma dopiero status sposobów pomocniczych. Dzięki nim jednak można spojrzeć na analizowane dane w inny, nowy sposób. Niektóre z nich nie są jeszcze do końca zbadane i sformalizowane, ale stanowią doskonałe narzędzia obróbki szeregów czasowych.

W literaturze polskiej i zagranicznej można znaleźć przykłady stosowania tej metody do analizy giełdy papierów wartościowych [7, s. 35-41; 11, s. 327] kursu walut [4, s. 407-428; 10, s. 599-608] cen energii elektrycznej [11, s. 462-468] oraz analizy zjawisk fizycznych [5, s. 1387-1397].

Literatura

[1] Anis A.A., Lloyd E.H., *The Expected Value of the Adjusted Rescaled Hurst Range of Independent Normal Summands*, „Biometrica" 1976.

[2] Bęben M., Orłowski A., *Correlations in Financial Time Series: Established Versus Emerging Markets*, „The European Physical Journal B" 2001, nr 1.

[3] Jajuga K., Papla D., *Teoria chaosu w analizie finansowych szeregów czasowych – aspekty teoretyczne i badania empiryczne*, V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 1997.

[4] Muniandy S.V., Lim S.C., Murugan R., *Inhomogeneous Scaling Behaviors in Malaysian Foreign Currency Exchange Rates*, „Physica A" 2001, nr 301.

[5] Price C.P., Newman D.E., *Using the R/S Statistic to Analyze AE Data*, „Journal of Atmospheric and Solar – Terrestrial Physics" 2001, nr 63.

[6] Purczyński J., *Chaos a analiza R/S*, materiały konferencyjne Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2000.

[7] Sawicki J., Janiak E.A., Muller-Frączek I., *Różnicowanie fraktalne szeregów czasowych – wykładnik Hursta i wymiar fraktalny*, V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 1997.

[8] Tadeusiewicz R., Lula P., *Neuronowe metody analizy szeregów czasowych i możliwości ich zastosowań w zagadnieniach biomedycznych*, [w:] *Biocybernetyka i inżynieria biomedyczna 2000*, red. M. Nałęcz, t. 6, *Sieci neuronowe*, red. tomu W. Duch, J. Korbicz, L. Rutkowski, R. Tadeusiewicz, PAN Akademicka Oficyna Wydawnicza WXIT, Warszawa 2000.

[9] Tapiero C.S., *Run Length Statistics and the Hurst Exponent in Random and Birth – Death Random Walks*, „Chaos, Solitons and Fractals" 1996, vol. 7, nr. 9.

[10] Wang X.T., Qiu W.Y., Ren F.Y., *Option pricing of Fractional Version of the Black – Scholes Model with Hurst Exponent H Being in (1/3, 1/2)*, „Chaos Solitons & Fractals" 2001, 12.

[11] Weron R., Przybyłowicz B., *Hurst analysis of electricity price dynamics*, „Physica A" 2000, 283.

[12] Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa: wycena instrumentów pochodnych, symulacja komputerowa, statystyka rynku*, WNT, Warszawa 1998.
[13] Vandewalle N., Ausloos M., *Coherent and Random Sequences in Financial Fluctuations*, „Physica A" 1997, 246.
[14] Yamada N., *Nature of Variability in Rhythmical Movement*, „Human Movement Science" 1995, 14.

HURST EXPONENT APPLICATION DURING THE ANALYSIS OF SALE IN AN ENTERPRISE

Summary

The paper presents the algorithm and interpretation of Hurst exponent. It has been used during the analysis of sales in selected enterprise. The Hurst exponent was calculated empirically and theoretically, then the data was compared to verify if the analyzed time series have long memory. Real time series representing day's, week's and month's totality sale were subjected to the analysis. Cycle of sale was detected by the Hurst exponent.

Mgr Krystyna Skoczylas jest pracownikiem Zakładu Finansów Bankowości Politechniki Rzeszowskiej.