

Małgorzata Markowska

PROBLEM DYNAMIZACJI W PROCESIE USTALANIA BENCHMARKU

1. Wstęp

Zmieniająca się rzeczywistość stawia przed badaczami nowe wyzwania. Sformułowane prawa ekonomiczne i zasady postępowania nie są stałe w czasie. Podstawowe założenie o niezmienniczości praw ekonomicznych jest zastępowane paradygmatem o nieuchronności zmian w czasie.

W analizach ekonometrycznych tzw. ekonometrii tradycyjnej wyłącza się możliwość ciągłej kontroli poprawności wyznaczonych relacji oraz dokonywanie ewentualnych zmian. Wprowadzenie elementów uczenia się w trakcie weryfikacji empirycznej, kontrolowania, czy formułowane relacje są wciąż zgodne z ustaleniami, gdy do badania dołączane są nowe obserwacje bądź kiedy zmieniają się teorie oraz możliwości dokonania zmian, ingerowania w ustalone wcześniej relacje – pozwoliło rozwinąć się nurtowi ekonometrii dynamicznej [Jakubczyc 1996].

W badaniach ekonometrycznych znaczna część danych statystycznych ma postać szeregów uporządkowanych względem czasu. Proces gromadzenia danych może przebiegać w nieskończoność: codziennie, co miesiąc, co rok dodajemy nowe obserwacje. Mogą one zmienić nasze oceny dotyczące przyszłego kształtowania się analizowanej zależności.

Weryfikacja poglądów może dotyczyć wyników otrzymanych w modelu, jego konstrukcji czy też jego struktury koncepcyjnej. Postępowanie sekwencyjne umożliwia kumulacyjny proces formułowania wniosków dotyczących przyszłego zachowania się obserwacji, z uwzględnieniem nowo zdobytej wiedzy.

Problematyka dynamizacji dotyczy, poza modelowaniem, również innych aspektów badawczych¹, w tym m.in. wyboru wzorca (benchmarku) w badaniach regionalnych [Markowska 2004].

¹ Por. [Hendry 1993; Jakubczyc 1996; Kelm 2000; Michalski 2002; Mucha 2000; *Statystyczne metody...* 1998; Strahl 2002; 2003; Strahl, Markowska 2003; *Taksonomiczna analiza...* 2000; War-chalski 2002; Young 1984].

Według P. Kotlera [1994], na benchmarking składa się ciąg procesów, w tym m.in.: określenie przedmiotu benchmarkingu, najistotniejszych zmiennych, które będą badane, najlepszych w swojej klasie firm, ocena sprawności funkcjonowania tych firm, ocena własnej sprawności funkcjonowania, program i działania w celu zniwelowania luki, wdrażanie i monitorowanie rezultatów.

Prowadząc badania regionalne, można ustalić, co będzie przedmiotem benchmarkingu, wskazać najistotniejsze zmienne, wskaźniki, które staną się podstawą analiz, wytypować najlepsze w danym układzie regiony, dokonać oceny sprawności funkcjonowania tych regionów oraz przeanalizować i ocenić sprawność funkcjonowania regionów zmierzających do wdrażania dobrych praktyk, a w dalszych krokach stworzyć program działań mający na celu zniwelowanie luk między regionami, opracować strategię wdrażania i monitorowania rezultatów prowadzonych działań.

Pierwsze praktyczne zastosowania benchmarkingu w ocenie m.in. konkurencyjności gospodarki wprowadzono na tak szeroką skalę w Holandii [*Benchmarking the Netherlands...* 1995; 1997]. Dały one asumpt do dalszych analiz w innych krajach, a poszukiwanie dobrych praktyk, tak w skali regionalnej, jak i w skali krajowej, stało się powszechnym działaniem.

Etapem rozpoczynającym postępowanie mające na celu wskazanie grupy wzorcowej może być ustalenie zbiorowości obiektów, które, ze względu na poziom wszystkich wybranych charakterystyk, w każdym z badanych okresów zaliczane są do grupy „ponadprzeciętnych”. Takim zamierzeniom sprzyja wykorzystanie własności średniej arytmetycznej, zwłaszcza gdy dodajemy nowe obiekty lub okresy, jej formuły rekurencyjnej. Inną ścieżką postępowania jest wybór procedur klasyfikacyjnych pozwalających uwzględnić w podziałach aspekt dynamiczny.

Wykorzystanie miar podobieństwa pozwala ustalić dystans dzielący badane obiekty od wzorca wybranego ze względu na wskazaną charakterystykę, zarówno w jednym, jak i w wielu momentach czasowych.

Celem artykułu jest prezentacja możliwości wykorzystania metod klasyfikacji oraz miar odległości do wyboru wzorca średniej arytmetycznej, wraz z jej rekurencyjną „modyfikacją”. Zaproponowane ujęcia mogą stanowić odrębne procedury badawcze, można także zastosować sekwencję postępowania: najpierw ustalenie średniej i wydzielenie zbioru o walorach ponadprzeciętnych, zastosowanie klasyfikacji na tak określonej grupie oraz – po wyborze grupy najlepszej – ustalenie odległości od wzorca. Wszystkie zaproponowane „algorytmy” uwzględniają dynamiczny charakter większości zjawisk.

2. Sposoby obliczania średniej w badaniach dynamicznych

Procedurę badań w ujęciu dynamicznym powinna rozpoczynać konstrukcja macierzy danych przekrojowo-czasowych o postaci (1):

$$\mathbf{X} = \left[x_{kj}^t \right]_{K \times m \times T}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

gdzie: x_{kj}^t – realizacja j -tej cechy w k -tym obiekcie badania w t -tym momencie.

Jedną z pierwszych charakterystyk analizowanych w trakcie badań wielowymiarowych jest średnia arytmetyczna definiowana jako suma wartości cechy mierzalnej, podzielona przez liczbę jednostek (cech) w zbiorowości.

Postępowanie zmierzające do wyboru wzorca z wykorzystaniem średniej i uwzględnieniem czasu można przeprowadzić kilkoma sposobami.

- I. Wyznaczenie – dla każdego obiektu i każdej z wybranych do badania charakterystyk – średnich dla wszystkich badanych momentów razem. Grupą benchmarków będą obiekty, charakteryzujące się dla największej liczby średnich ich maksymalnym poziomem (optymalnie m średnich = max). Upływ czasu wymusza obliczanie, co okres, nowych średnich dla wszystkich obiektów i zmieniających diagnostycznych opisujących obiekty, ponowne grupowanie i ustalanie, czy wyznaczony wcześniej benchmark (grupa) jest nadal taki sam. Wyznaczenie średnich opieramy na formule (2):

$$\bar{x}_{kj} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{kj}^t, \quad (2)$$

gdzie: $\bar{x}_{kj}$ – średnia arytmetyczna j -tej cechy w k -tym obiekcie badania w całym badanym przedziale czasowym od $t = 1$ do $t = T$.

- II. Ustalenie kolejno – dla każdego okresu, ze względu na każdą z wybranych do badania charakterystyk – średniej dla wszystkich obiektów badania razem. Grupowanie dokonujemy corocznie, przy tym do grupy ponadprzeciętnej wchodziły obiekty, dla których wszystkie realizacje cech w danym momencie czasu przewyższały ustalone średnie. Oznacza to obliczanie, wraz z upływem czasu, co okres, nowych średnich dla wszystkich obiektów, ponowne grupowanie i poszukiwanie odpowiedzi na pytanie, czy uzyskany wcześniej benchmark (grupa) uległ modyfikacji. Przy ustaleniu średnich wykorzystujemy zapis (3)

$$\bar{x}_{kj}^t = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_{kj}^t, \quad (3)$$

gdzie: $\bar{x}_{kj}^t$ – średnia arytmetyczna j -tej cechy w całym zbiorze obiektów w momencie t .

III. Obliczenie – dla wszystkich okresów, ze względu na każdą z wybranych do badania charakterystyk – średniej dla wszystkich obiektów badania razem. Po nadejściu kolejnego momentu badawczego konieczne jest jednak ustalenie – dla wydłużonego szeregu i wszystkich obiektów oraz cech – nowych średnich, grupowanie i ocena zmian w grupach. Wówczas wektor średnich (zapisany w formule tradycyjnej, dla układu złożonego, zawierającego zbiór K obiektów opisywanych ze względu na wybrane m cech charakteryzujących każdy obiekt pod względem różnych właściwości, w wielu okresach T), przyjmuje postać (4):

$$\bar{x}_{kj}^t = \frac{1}{K \cdot T} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K x_{kj}^t, \quad (4)$$

gdzie: $\bar{x}_{kj}^t$ – średnia arytmetyczna j -tej cechy w całym zbiorze obiektów K we wszystkich momentach $t = 1, 2, \dots, T$.

Zakładając, że T nie jest liczbą z góry ustaloną, można przyjąć, że dla zapisu (2):

$$\bar{x}_{kj}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{kj}^t, \quad (5)$$

co oznacza, że $\bar{x}_{kj}^{15}$ jest wektorem średnich arytmetycznych obliczonym z wykorzystaniem 15 kolejnych obserwacji na obiekcie k ($k = 1, 2, \dots, K$) i cesze j ($j = 1, 2, \dots, m$).

Jako jedną z prostszych metod ustalania wzorca można zatem wskazać tworzenie grupy regionów spełniających pewne zadane z góry kryterium, którym może być np. średni poziom wszystkich badanych charakterystyk, w każdym z analizowanych okresów. Jednak ustalenie tych poziomów dla T okresów pozwala na wnioskowanie jedynie do ostatniego z badanych momentów, opublikowanie zaś czy zebranie kolejnych danych ($T = 16$) wymusza, w celu ustalenia $\bar{x}_{kj}^{16}$, ponowne odwołanie się do przeszłych danych i, po uzupełnieniu szeregu, powtórne obliczenie wektora średnich. W praktyce oznacza to, że zawsze musimy dysponować zbiorem wsadowym (bazą danych), aby możliwe było obliczenie następnych średnich.

Problem pojawia się w chwili, kiedy badacz dysponuje jedynie informacją na temat przeciętnego kształtowania się analizowanych charakterystyk, ustaloną na podstawie nieznanego zbioru wejściowego, oraz danymi o ich realizacji w kolejnym okresie, nie ma natomiast zbioru, na podstawie którego dokonano obliczeń.

W literaturze (por. [Jakubczyc 1996; Young 1984]) pojawia się propozycja wykorzystania w takim przypadku obliczonego już wektora średnich oraz jego modyfikacji z tytułu uwzględnienia dodatkowej obserwacji. Formuła (6) umożliwia ustalenie średniej arytmetycznej w sposób rekurencyjny:

$$\bar{x}_{kj}^T = \bar{x}_{kj}^{T-1} + \frac{1}{T}(x_{kj}^T - \bar{x}_{kj}^{T-1}). \quad (6)$$

Z przedstawionej formuły wynika, że obliczenie wektora średnich w momencie T jest możliwe z uwzględnieniem wektora wartości średnich z okresu $T-1$, po skorygowaniu go o wielkość współczynnika $\frac{1}{T}(x_{kj}^T - \bar{x}_{kj}^{T-1})$, bez konieczności wglądu do danych wcześniejszych.

Przedstawiona formuła posiada zalety dynamiczne, ponieważ:

- istnieje możliwość gromadzenia ciągu wyników oraz oceny dynamiki kształtowania się w czasie wartości średnich, co pozwala na wychwycenie obserwacji nietypowych i osąd zmian w rozwoju badanych charakterystyk,
- współczynnik $\frac{1}{T}$ nie jest wielkością stałą, ale zmniejsza się w miarę wzrostu liczebności zbioru obserwacji T (gdy próba jest mała, rola współczynnika jest względnie znaczna, w miarę wzrostu T wpływ zmniejsza się w postępie harmonicznym), dla dużego T wpływ dodatkowej obserwacji jest nieznaczny – nie wnosi ona nowej informacji dla średniej wyznaczonej w okresie poprzednim,
- formuła rekurencyjna posiada własność „uczenia się” – w początkowych etapach nauki wnioski ulegają często znacznym zmianom, podczas gdy w miarę gromadzenia doświadczeń, które są przechowywane w „pamięci”, ich wcześniejsze ewolucje stabilizują się – mamy do czynienia z „ekspertem”, którego niemal żadne zdarzenie nie jest w stanie zaskoczyć, a jeśli, to są to dane nietypowe,
- składnik $\bar{x}_{kj}^{T-1}$ pełni funkcję „pamięci”,
- w procesie „uczenia się” istotną rolę odgrywa wyrażenie $\frac{1}{T}(x_{kj}^T - \bar{x}_{kj}^{T-1})$, a właściwie jego struktura i dynamika,
- podstawienie w miejsce współczynnika $\frac{1}{T}$ innej wielkości (przykładowo 1 lub $\frac{1}{T^2}$) może zmienić szybkość i reguły uczenia się – reguły te mogą zmieniać się w czasie,
- w funkcji ekspertów, dla odpowiednio dużego T , realizują się różnice $(x_{kj}^T - \bar{x}_{kj}^{T-1})$,
- możliwe jest wprowadzenie w miejsce składnika $\bar{x}_{kj}^{T-1}$ lub powyższej różnicy innych, sensownych wielkości [Hendry 1993].

Jest to jedna z propozycji, która może znaleźć zastosowanie we wskazaniu wzorca bez odwoływania się do wcześniejszych danych na temat charakterystyk.

3. Procedury klasyfikacyjne w wyborze benchmarku

Również w procedurach klasyfikacyjnych, znajdujących zastosowanie w analizach zmierzających do wskazania wzorca, pojawia się problem badań dynamicznych, mogący dotyczyć podziału zbioru wybranych obiektów²:

- a) na klasy, w każdym momencie obserwacji $t = 1, 2, \dots, T$,
- b) w zadanych momentach czasowych $t = t^*$ ($t^* = 2, 3, \dots, T$),
- c) w zadanym przedziale czasowym od $t = 1$ do $t = T$.

W dwóch pierwszych przypadkach, przy zadanym kryterium podobieństwa obiektów klasyfikacja zmierza do podziału zbioru obiektów na grupy jednorodne, w każdym momencie obserwacji lub w wybranych momentach obserwacji. W ostatnim przypadku otrzymujemy podział zbioru na grupy homogeniczne, a podobieństwo powinno być określone przez tendencje zachowania się obiektu w całym badanym okresie. Tendencje są wyznaczone przez wartości cech charakteryzujących badane obiekty. Opisane przypadki określają ramy klasyfikacji dynamicznej, która powinna prowadzić do ostatecznego podziału na zbiory obiektów podobnych z uwzględnieniem czynnika czasu. Z otrzymanych grup wybierany jest wzorzec charakteryzujący się zadanymi własnościami. Istnieje wiele sposobów osiągnięcia tego celu. Interesujące propozycje zawarte są w pracy pod red. A. Zeliassia [*Taksonomiczna analiza...* 2000], której autorzy zwracają uwagę m.in. na następujące problemy:

- sprowadzenie wartości zmiennych diagnostycznych do porównywalności poprzez standaryzację, w której i średnią wartość, i odchylenie standardowe oblicza się dla całego okresu badania, czyli

$$s_j = \left[\frac{1}{k \cdot T} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K (x_{kj}^t - \bar{x}_j)^2 \right]^{0,5}, \quad (7)$$

gdzie

$$\bar{x}_j = \frac{1}{k \cdot T} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K x_{kj}^t, \quad (8)$$

do oceny zaś zmian w poziomie odległości między obiektami liczonymi dla każdego okresu $t = T$ autorzy proponują wykorzystanie tzw. indywidualnego wskaźnika natężenia zmian odległości (opracowanego przez E. Nowaka) według wzoru (por. [*Taksonomiczna analiza...* 2000]):

² Opracowano z wykorzystaniem [Strahl, Markowska 2003].

$$w_{kk'} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |d_{kk'}^t - d_{kk'}^{t-1}|, \quad (9)$$

gdzie:

$$d_{kk'}^t = \frac{1}{m} \left[\sum_{j=1}^m (z_{kj}^t - z_{k'j}^t)^2 \right]^{0.5}, \quad (10)$$

z_{kj}^t – wartość miary syntetycznej por. np. [Cieślak 1976; Hellwig 1968; *Statystyczne metody...* 1998],

- klasyfikację obiektów metodą k -średnich lub Warda w kolejnych latach i ocenę zgodności otrzymanych wyników klasyfikacji według współczynnika zgodności Cramera (bliższe określenie wzoru Cramera i statystyki χ^2 można znaleźć w *Taksonomicznej analizie...* [2000]),
- wykorzystanie miar syntetycznych, podobieństwa taksonomicznego, metod porządkowania liniowego ze stałym i zmiennym obiektem-wzorcem,
- kolejną możliwość w realizacji klasyfikacji dynamicznej dają miary odległości między populacjami, jak np. odległość Penrose'a [*Statystyczne metody...* 1998], Mahalanobisa [Bartkowiak 1979] lub Walesiaka [Walesiak 2002].

Odległość Penrose'a (wygodna dla małych prób) mierzy dystans między momentami obserwacji określonych zmiennych w przyjętych do badania obiektach; ma postać:

$$d_{tt'} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{(\mu_{jt} - \mu_{jt'})^2}{\sigma_j^2}, \quad (11)$$

gdzie: μ_{jt} – wartość oczekiwana j -tej zmiennej w momencie t ,

$\mu_{jt'}$ – wartość oczekiwana j -tej zmiennej w momencie t' ,

σ_j – wariancja zmiennej X_j .

Odległość Penrose'a ma swoje wady i ograniczenia (por. [Mucha 2000]). Odległość ta określa, jakie jest podobieństwo między momentami obserwacji w zakresie badanego zjawiska. Przyjęcie do ustalania odległości z wykorzystaniem miary Mahalanobisa (ujętej wzorami (12) lub (13)) macierzy kowariancji zbioru obserwacji ujednolica zbiór wartości zmiennych pod względem jednostki miary i rzędu wielkości [Michalski 2002]:

$$d_{ik} = \left[(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k) \right]^{0.5}, \quad (12)$$

gdzie: $\mathbf{S}^{-1}$ – macierz odwrotna do macierzy wariancji i kowariancji zmiennych diagnostycznych,

lub w zapisie skalarnym:

$$d_{ik} = \left[\sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m s_{jl} (x_{ij} - x_{kj})(x_{il} - x_{kl}) \right]^{0.5}, \quad (13)$$

gdzie: s_{jl} – element macierzy odwrotnej do macierzy kowariancji.

Aby w grupach obiektów podobnych wybrać benchmark, należy wskazać zbiór o największej liczbie „parametrów” uznawanych za korzystne. Grupa ta tworzy wzorzec dla reszty klasyfikowanych obiektów. Kolejnym etapem może być ustalenie odległości poszczególnych obiektów lub grup od grupy benchmarkowej.

4. Wybór benchmarku w podobieństwie struktur z wykorzystaniem miar odległości

Wyboru wzorca do naśladowania, pożądaney struktury, poziomu zjawiska, pozwalającego „dojść” do etapu osiągniętego przez wzorzec można dokonać poprzez wykorzystanie miar odległości i podobieństwa, umożliwiających przedstawienie dystansu dzielącego hipotetyczny kraj K , o niskim poziomie badanej cechy (cech) od kraju B , o znacznie wyższym (najwyższym) notowaniu w uszeregowaniu pod względem badanej charakterystyki. Możliwe jest ustalenie odległości między obiektami badania, pod względem kompatybilności (zgodności dopasowania) do analizowanych struktur [Markowska 2004].

Większość miar pozwala na pomiar podobieństwa między obiektami w ujęciu statycznym, co, przy następujących w czasie zmianach, nie pozwala na wnioskowanie na temat podobieństwa między obiektami w kolejnych okresach. Miary, które pozwalają na pomiar dynamiczny, wymagają macierzowego opisu liczbowego; należą do nich m.in. miara Mahalanobisa [Bartkowiak 1979], a także miara α -podobieństwa struktur Strahl [1990; 2002; 2003] oraz podejście przedstawione przez Michalskiego [2002].

Procedura badawcza zmierzająca do poszukiwania wzorca dla kraju (regionu) w podobieństwie struktur innych krajów (regionów) polega na realizacji poniższych zadań.

1. Wybór obiektów badania (bazy porównawczej) – np. kraje Unii Europejskiej, kraje włączanej „dziesiątki” $k = 1, 2, \dots, K$ – oraz wskazanie obiektu p , dla którego poszukujemy wzorca.
2. Zebranie i analiza danych – np. struktury zatrudnienia, wydatków, nakładów, dochodów, tworzenia PKB i in. Na przykład obraz liczbowy struktury zatrudnienia według sektorów gospodarki w obiekcie k z bazy porównawczej będzie miał postać wektora:

$$\left[a_{1k}^t, a_{2k}^t, a_{3k}^t \right], \quad (14)$$

gdzie: a_{1k}^t – udział zatrudnionych w sektorze I gospodarki w momencie t (lata), w k -tym obiekcie, $k = 1, 2, \dots, K$,

a_{2k}^t – udział zatrudnionych w sektorze II gospodarki w momencie t , w k -tym obiekcie, $k = 1, 2, \dots, K$,

a_{3k}^t – udział zatrudnionych w sektorze III gospodarki w momencie t , w k -tym obiekcie, $k = 1, 2, \dots, K$,

którego to wektora elementy spełniają zależność:

$$\sum_{i=1}^3 a_{ik}^t = 1, a_{ik}^t \geq 0. \quad (15)$$

Podobnie obraz liczbowy struktury zatrudnienia według sektorów gospodarki w obiekcie p ma postać wektora:

$$\left[a_{1p}^t, a_{2p}^t, a_{3p}^t \right], \quad (16)$$

gdzie: a_{1p}^t – udział zatrudnionych w sektorze I gospodarki w momencie t (lata), w obiekcie p ,

a_{2p}^t – udział zatrudnionych w sektorze II gospodarki w momencie t , w obiekcie p ,

a_{3p}^t – udział zatrudnionych w sektorze III gospodarki w momencie t , w obiekcie p .

- Wybór miary podobieństwa przydatnej do danych opartych na strukturach – miara zbudowana na podstawie wielkości kąta, jaki tworzą między sobą wektory będące obrazami liczbowymi struktur – formuły (16) i (17):

$$\mu(k; p) = \frac{\mathbf{z}_k \circ \mathbf{z}_p}{|\mathbf{z}_k| |\mathbf{z}_p|}, \quad (17)$$

gdzie: $\mathbf{z}_k$ – k -ty wiersz macierzy $\mathbf{Z}$ (k -ty obiekt),

$\mathbf{z}_p$ – p -ty wiersz macierzy $\mathbf{Z}$ (p -ty obiekt),

$\mathbf{z}_k \circ \mathbf{z}_p$ – iloczyn skalarny wektorów $\mathbf{z}_k$ i $\mathbf{z}_p$,

$|\mathbf{z}_k|$ – długość wektora $\mathbf{z}_k$,

$|\mathbf{z}_p|$ – długość wektora $\mathbf{z}_p$.

Miara ta spełnia podstawowe własności postulowane dla miar podobieństwa, czyli dowolny obiekt badany jest maksymalnie podobny do siebie, obiekt k -ty

jest tak samo podobny do obiektu p -tego, jak obiekt p -ty jest podobny do obiektu k -tego, i jest unormowana w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$. Ograniczenie unormowania w przedziale dodatnim osiągnięto, stosując wzór:

$$\mu^*(k; p) = \frac{1 + \mu(k; p)}{2}. \quad (18)$$

4. Wybór benchmarku:

a) **Podejście pierwsze (wzorzec idealny)**, wskazujące jako benchmark obiekt (kraj) o najwyższym, w każdym z badanych momentów, udziale zatrudnionych w usługach, tj.:

$$a'_{3k} = \max \Rightarrow b, \quad (19)$$

$$a'_{1k} + a'_{2k} + b = 1, \quad (20)$$

a w konsekwencji ustalenie miar podobieństwa (21) i (22) obiektu p z krajem wzorcem (obiekt b):

$$\mu(p; b) = \frac{\mathbf{z}_p \circ \mathbf{z}_b}{|\mathbf{z}_p| |\mathbf{z}_b|}, \quad (21)$$

gdzie: $\mathbf{z}_p$ – p -ty wiersz macierzy $\mathbf{Z}$ (p -ty obiekt),

$\mathbf{z}_b$ – b -ty wiersz macierzy $\mathbf{Z}$ (b -ty obiekt, wzorzec),

$\mathbf{z}_p \circ \mathbf{z}_b$ – iloczyn skalarny wektorów $\mathbf{z}_p$ i $\mathbf{z}_b$,

$|\mathbf{z}_p|$ – długość wektora $\mathbf{z}_p$,

$|\mathbf{z}_b|$ – długość wektora $\mathbf{z}_b$,

$$\mu^*(p; b) = \frac{1 + \mu(p; b)}{2} \quad (22)$$

oraz ustalenie, w celach porównawczych, dla każdego z krajów badanej grupy miar podobieństwa (22) i (23) z krajem wzorcem (obiekt b):

$$\mu(k; b) = \frac{\mathbf{z}_k \circ \mathbf{z}_b}{|\mathbf{z}_k| |\mathbf{z}_b|}, \quad (23)$$

gdzie: $\mathbf{z}_k \circ \mathbf{z}_b$ – iloczyn skalarny wektorów $\mathbf{z}_k$ i $\mathbf{z}_b$,

$$\mu^*(k; b) = \frac{1 + \mu(k; b)}{2}. \quad (24)$$

b) **Podejście drugie (benchmark realny)**, preferujące jako wzorzec kraj o zbliżonym poziomie rozwoju, przy czym wybór wzorca może być oparty na badaniach porównawczych struktur wskazanych grup krajów oraz na ustalonych już miarach podobieństwa struktur (18).

5. Podsumowanie

Punktem wyjścia w postępowaniu zmierzającym do ustalenia wzorca może być określenie grupy obiektów, charakteryzujących się ze względu na poziom wszystkich wybranych charakterystyk, w każdym z badanych okresów wartościami „ponadprzeciętnymi”. Wykorzystanie własności średniej arytmetycznej, a zwłaszcza jej formuły rekurencyjnej, gdy dodajemy nowe obiekty lub okresy, pozwala na wstępne wskazania. Inną ścieżką postępowania może być aplikacja procedur klasyfikacyjnych uwzględniających w podziałach aspekt dynamiczny. Miary podobieństwa umożliwiają określenie dystansu dzielącego badane obiekty od wybranego ze względu na wskazaną charakterystykę wzorca, w jednym i w wielu momentach czasowych. Opisane podejścia są odrębnymi procedurami, które można zastosować jako sekwencję postępowania polegającą na ustaleniu średniej, wydzieleniu zbioru o walorach ponadprzeciętnych, zastosowaniu na tak określonej grupie klasyfikacji oraz, w konsekwencji, po wyborze grupy benchmarkowej ustaleniu odległości od wzorca. Każdy z zaproponowanych wariantów uwzględnia aspekt dynamiczny.

Literatura

- Bartkowiak A. (1979), *Podstawowe algorytmy statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa.
- Benchmarking the Netherlands – Test of the Dutch Competitiveness* (1995), Ministry of Economy of the Netherlands.
- Benchmarking the Netherlands – Prepared for the Future?* (1997), Ministry of Economy of the Netherlands.
- Cieślak M. (1976), *Taksonomiczna procedura programowania rozwoju gospodarczego i określanie potrzeb na kadry kwalifikowane*, „Przegląd Statystyczny” nr 1.
- Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny” nr 4.
- Hendry D. (1993), *The Roles of Economic Theory and Econometrics in the Analysis of Economic Time Series*, Institute of Economics and Statistics, Oxford (referat na European Meeting of the Econometrics Society, Uppsala).
- Jajuga K. (1993), *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa.
- Jakubczyc J. (1996), *Wprowadzenie do ekonometrii dynamicznej*, PWN, Warszawa.
- Kelm R. (2000), *Teoretyczne przesłanki dynamizacji modeli ekonometrycznych*, „Przegląd Statystyczny” nr 1-2.
- Kotler P. (1994), *Marketing. Analiza, planowanie, wdrażanie i kontrola*, Wyd. Gebethner&Ska, Warszawa.
- Markowska M. (2004), *Poszukiwanie benchmarku w podobieństwie struktur*. *Ekonometria 14, Zastosowanie metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 1021, AE, Wrocław.
- Michalski T. (2002), *Polska w procesie integracji europejskiej. Analiza okresu 1994-1999*, Difin, Warszawa.

- Mucha Z. (2000), *Podobieństwo obiektów w przestrzeni cechy i czas*, „Wiadomości Statystyczne” nr 4.
- Statystyczne metody analizy danych (1998), red. W. Ostasiewicz, AE, Wrocław.
- Strahl D. (1990), *Metody programowania rozwoju społeczno-gospodarczego*, PWE, Warszawa.
- Strahl D. (2003), *Miara podobieństwa struktur w ujęciu dynamicznym*, *Ekonometria* 12, *Zastosowanie metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 1002, AE, Wrocław.
- Strahl D. (2002), *Współczynnik α -podobieństwa struktur w badaniach przestrzenno-czasowych*, *Ekonometria* 9, *Zastosowanie metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 935, AE, Wrocław.
- Strahl D., Markowska M. (2003), *Klasyfikacja obiektów w ujęciu dynamicznym*, referat wygłoszony na konferencji SKAD, Skorzęcin.
- Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym (2000), red. A. Zeliaś, AE, Kraków.
- Walesiak M. (2002), *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, AE, Wrocław.
- Warchalski T. (2002), *O pewnym mierniku dynamiki szeregu czasowego*, „Przegląd Statystyczny” nr 3.
- Young P. (1984), *Recursive Estimation and Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin.

THE PROBLEM OF DYNAMICS IN THE PROCESS OF BENCHMARK SETTING

Summary

The problem of dynamics refers, apart from modelling, also to other research aspects, including among others the choice of benchmark in regional research. The objective of the article is the presentation of possibilities for the use of arithmetic mean for benchmarking, including its recurring „modification”, classification methods and distance measurements. The approaches suggested within the scope of the study take into consideration the dynamic nature of discussed phenomena.

Dr Małgorzata Markowska jest pracownicą Katedry Gospodarki Regionalnej Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.