

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
Instytut Inżynierii Lądowej
Zakład Mostów

Na prawach rękopisu
Do użytku służbowego

Raport z serii PRE-7/2003

**OCENA
ZJAWISK NIELINIOWYCH
W STALOWYCH MOSTACH
PODWIESZONYCH**

Przemysław Jakiel

ROZPRAWA DOKTORSKA

Promotor: dr hab. inż. Zbigniew Mańko, prof. PWr.

Słowa kluczowe:

*most podwieszony, nieliniowość geometryczna,
nieliniowość fizyczna, dźwigar główny (pomost), pylon,
ciągno, MES, modelowanie komputerowe, analiza
numeryczna, statyka, dynamika (analiza modalna),
stateczność, badania doświadczalne, weryfikacja wyników*

Wrocław, czerwiec 2003 r.

Podziękowania

*Panu Profesorowi Zbigniewowi Mańko
za cenne i wnikliwe uwagi oraz szczególne
zaangażowanie i trud włożony w przygotowanie
niniejszej rozprawy, a także za serdeczność,
wrozumiałość i opiekę w całym okresie moich studiów*

*Pragnę podziękować także wszystkim pracownikom
Zakładu Mostów oraz pracownikom Instytutu Inżynierii
Lądowej Politechniki Wrocławskiej za cenne uwagi i
okazaną mi pomoc w trakcie realizacji tej pracy*

Przemysław Jakiel

Mgr inż. Przemysław Jakiel
Instytut Inżynierii Lądowej
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego nr 27
50-370 Wrocław

Zakład Konstrukcji Mostowych
Wydział Budownictwa
Politechniki Opolskiej
ul. Ozimska nr 75a
45-368 Opole

Adres domowy:
ul. Gubińska 8/28
54-434 Wrocław
tel. 071 / 781 28 27

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictw I-14 w czerwcu 2003 roku.

ODBIORCY RAPORTU:

1.	Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej	- 1 egz.
2.	Dyrektor Instytutu Inżynierii Lądowej (I-14) PW.	- 1 egz.
3.	Biblioteka i OINT Instytutu Inżynierii Lądowej (I-14) PW.	- 1 egz.
4.	Promotor	- 1 egz.
5.	Recenzenci	- 2 egz.
6.	Autor	- 1 egz.
Razem:		- 7 egz.

SPIS TREŚCI

Podziękowania.....	ii
Spis treści	iv
Wykaz ważniejszych oznaczeń stosowanych w pracy.....	viii
ROZDZIAŁ 1. PRZEDMIOT STUDIÓW	1
1.1. Wprowadzenie.....	1
1.2. Przedmiot pracy.....	4
1.3. Zasadnicze cele pracy.....	5
1.4. Zakres pracy	6
1.5. Tezy pracy doktorskiej	8
ROZDZIAŁ 2. ANALIZA I MODELOWANIE MOSTÓW WANTOWYCH W ZAKRESIE NIELINIOWYM W UJĘCIU MES	9
2.1. Wstęp.....	9
2.2. Analiza obliczeniowa mostów wantowych.....	10
2.2.1. Klasyczne metody obliczania mostów wantowych.....	10
2.2.2. Metoda elementów skończonych.....	13
2.2.3. Zagadnienia statyki liniowej.....	13
2.2.4. Zagadnienia statyki nieliniowej.....	13
2.2.5. Zagadnienia analizy dynamicznej.....	19
2.2.6. Zagadnienia analizy stateczności.....	21
2.3. Podstawy statyki układów cięgowych.....	23
2.3.1. Statyka ciągła.....	23
2.3.2. Statyka pomostu i pylonów	27
2.4. Komputerowe modelowanie mostów wantowych	30
2.4.1. Uwagi ogólne	30
2.4.2. Modelowanie want	30
2.4.3. Modelowanie pomostu i pylonów	31
2.4.4. Modelowanie całego mostu.....	32
2.4.5. Modelowanie w analizie dynamicznej.....	32
2.4.6. Uwagi i spostrzeżenia.....	32
2.5. Dobór systemu numerycznego do analizy konstrukcji mostów wantowych	33
2.5.1. Uwagi ogólne	33
2.5.2. Charakterystyka oprogramowania	33
2.5.3. Porównanie przyjętych systemów numerycznych w aspekcie analizy wybranej konstrukcji mostu wantowego.....	36
2.5.4. Wybór programu optymalnego do celów analizy nieliniowej układów mostów wantowych.....	42
2.6. Weryfikacja systemu <i>Cosmos/M</i> w aspekcie nieliniowości geometrycznej.....	44
2.6.1. Uwagi ogólne	44
2.6.2. Skończone ugięcie belki wspornikowej.....	44
2.6.3. Analiza statyczna ciągła poziomego.....	46
2.6.4. Uwagi końcowe.....	48
2.7. Zakończenie.....	49
ROZDZIAŁ 3. SPOSOBY ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIEŃ NIELINIOWYCH W MES ORAZ ICH WERYFIKACJA W ANALIZIE STATYCZNEJ WYBRANEGO MOSTU WANTOWEGO	50
3.1. Wprowadzenie.....	50
3.2. Metody rozwiązywania nieliniowych równań w ujęciu MES.....	51
3.2.1. Uwagi ogólne	51
3.2.2. Metody przyrostowe.....	52
3.2.3. Metody iteracyjne.....	56
3.2.4. Metody mieszane.....	61
3.3. Metody przyrostowo-iteracyjne a systemy numeryczne	63
3.3.1. Uwagi ogólne	63
3.3.2. Zagadnienie poszukiwania ścieżki równowagi dla rozwiązań.....	64
3.3.3. Kryteria przerwania lub zakończenia obliczeń.....	65
3.4. Weryfikacja metod przyrostowo-iteracyjnych w modelach układów cięgowych.....	65
3.4.1. Założenia wstępne	65
3.4.2. Wyniki obliczeń i ich analiza	67
3.5. Podsumowanie.....	74

ROZDZIAŁ 4. ANALIZA STUDIALNA WPŁYWÓW NIELINIOWYCH W ZAKRESIE OBCIĄŻEŃ STATYCZNYCH W STAŁOWYCH MOSTACH WANTOWYCH	77
4.1. Wprowadzenie.....	77
4.2. Charakterystyka wykonanych analiz.....	79
4.2.1. Uwagi ogólne	79
4.2.2. Charakterystyka analiz dwupylonowych mostów wantowych.....	79
4.2.3. Dobór i charakterystyka parametrów w analizie dwupylonowego mostu wantowego.....	80
4.2.4. Charakterystyka analiz wielopylonowych mostów wantowych.....	80
4.3. Przyjęte modele mostów i ich dyskretyzacja.....	81
4.3.1. Uwagi ogólne	81
4.3.2. Modele mostów dwupylonowych.....	81
4.3.3. Modele wykorzystane w analizie parametrycznej.....	85
4.3.4. Modele mostów wielopylonowych.....	87
4.4. Przyjęte obciążenia i procedura rozwiązania.....	90
4.4.1. Uwagi ogólne	90
4.4.2. Dwupylonowe (trójprzęsłowe) mosty wantowe.....	90
4.4.3. Parametryczna analiza trójprzęsłowego mostu wantowego.....	93
4.4.4. Wielomodułowe mosty wantowe.....	94
4.5. Wyniki obliczeń.....	94
4.5.1. Modele mostów trójprzęsłowych.....	94
4.5.2. Wyniki obliczeń parametrycznych dla dwupylonowego mostu wantowego.....	106
4.5.3. Modele mostów wielomodułowych.....	110
4.6. Analiza wyników.....	121
4.6.1. Modele mostów trójprzęsłowych.....	121
4.6.2. Analiza wyników obliczeń parametrycznych mostu trójprzęsłowego	132
4.6.3. Mosty wielomodułowe.....	136
4.6.4. Podsumowanie	146
ROZDZIAŁ 5. ANALIZA NUMERYCZNA SZCZEGÓLNEGO PRZYPADKU STAŁOWEGO MOSTU WANTOWEGO Z POMOSTEM SKŁADANYM	147
5.1. Wstęp.....	147
5.2. Opis konstrukcji mostu.....	147
5.3. Zakres przeprowadzonych analiz.....	148
5.4. Ocena wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych.....	149
5.4.1. Założenia wstępne, cel i charakterystyka analizy nieliniowej.....	149
5.4.2. Dyskretyzacja modelu mostu.....	150
5.4.3. Procedura rozwiązania	150
5.4.4. Wyniki obliczeń i ich analiza	151
5.5. Analiza modalna.....	153
5.5.1. Uwagi ogólne	153
5.5.2. Dyskretyzacja modeli mostu.....	154
5.5.3. Procedura rozwiązania	155
5.5.4. Wyniki obliczeń oraz i ich analiza.....	155
5.6. Analiza stateczności	164
5.6.1. Uwagi ogólne	164
5.6.2. Przyjęte założenia w modelu obliczeniowym.....	164
5.6.3. Geometria i obciążenie modelu mostu.....	165
5.6.4. Wyniki obliczeń i ich analiza	166
5.7. Zakończenie.....	168
ROZDZIAŁ 6. WERYFIKACJA TEORETYCZNA STAŁOWEGO MOSTU WANTOWEGO Z WYKORZYSTANIEM PARAMETRÓW UZYSKANYCH Z BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH	169
6.1. Wstęp.....	169
6.2. Zakres przeprowadzonych analiz.....	169
6.3. Analiza mostu w zakresie statycznym	170
6.3.1. Założenia wstępne	170
6.3.2. Dyskretyzacja modeli mostu.....	170
6.3.3. Wstępna analiza mostu w zakresie statycznym.....	174
6.3.4. Obliczenia statyczne want z zastosowaniem krzywej łańcuchowej.....	176
6.3.5. Ocena wyłączenia want metodą pomiaru ich drgań własnych.....	182
6.3.6. Wyniki obliczeń numerycznych modeli mostu w zakresie obciążeń statycznych.....	188
6.3.7. Analiza wyników obliczeń	197

6.4. Analiza modalna mostu wantowego	222
6.4.1. Uwagi ogólne	222
6.4.2. Dyskretyzacja przyjętych modeli	222
6.4.3. Procedura rozwiązania	223
6.4.4. Wyniki obliczeń	223
6.4.5. Analiza wyników	226
6.5. Podsumowanie	232
ROZDZIAŁ 7. WERYFIKACJA WYNIKÓW OTRZYMANYCH Z BADAŃ I OBLICZEŃ	233
7.1. Uwagi wstępne	233
7.2. Analiza porównawcza w zakresie obciążeń statycznych	233
7.2.1. Uwagi ogólne	233
7.2.2. Przemieszczenia dźwigarów głównych i pylonów	233
7.2.3. Siły osiowe w wantach	237
7.2.4. Naprężenia w dźwigarach głównych i pylonie	241
7.2.5. Siły osiowe w wahaczach	243
7.3. Analiza porównawcza w zakresie obciążeń dynamicznych	245
7.3.1. Uwagi ogólne	245
7.3.2. Częstości drgań własnych ciągów w przeszle P2 (W1–W3)	245
7.3.3. Częstości drgań własnych przęseł mostu	247
7.3.4. Częstości drgań pylonu	249
7.4. Ocena weryfikacji wyników uzyskanych z badań i obliczeń	250
ROZDZIAŁ 8. WNIOSKI KOŃCOWE	253
ROZDZIAŁ 9. LITERATURA	263
Streszczenie	269
Summary	270
ZAŁĄCZNIK NR 1. OCENA ZACHOWANIA SIĘ STALOWEGO MOSTU WANTOWEGO PODCZAS BADAŃ W ZAKRESIE OBCIĄŻEŃ STATYCZNYCH	1
z1.1. Wprowadzenie	1
z1.2. Pomiar przemieszczeń w mostach wantowych	2
z1.2.1. Deformacje geometryczne	2
z1.2.2. Metody pomiaru przemieszczeń w mostach wantowych	2
z1.3. Opis konstrukcji badanego mostu wantowego	3
z1.4. Cel i program badań mostu w zakresie obciążeń statycznych	4
z1.5. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań mostu w zakresie statycznym	6
z1.6. Zakres, organizacja oraz technika przeprowadzania badań	8
z1.6.1. Charakterystyka pojazdów obciążających	8
z1.6.2. Zakres i kolejność wykonywanych pomiarów	8
z1.7. Dokładność wyników pomiarów	11
z1.7.1. Błędy pomiaru	11
z1.7.2. Sposób obliczania wielkości mierzonych	12
z1.8. Postulowana konwencja badań	13
z1.9. Wyniki z badań doświadczalnych mostu	14
z1.9.1. Zarejestrowane imperfekcje geometryczne mostu	14
z1.9.2. Ugięcia dźwigarów głównych i poprzecznic	17
z1.9.3. Przemieszczenia poziome pylonu	19
z1.9.4. Strzałka ugięcia (zwis) want	21
z1.10. Odształcenia jednostkowe w elementach konstrukcyjnych badanego mostu	22
z1.10.1. Uwagi ogólne	22
z1.10.2. Odształcenia jednostkowe w wahaczach	22
z1.10.3. Odształcenia jednostkowe w dźwigarach głównych	23
z1.10.4. Odształcenia jednostkowe w pylonie	26
z1.10.5. Odształcenia jednostkowe w wantach	26
z1.11. Analiza wyników otrzymanych z badań doświadczalnych	27
z1.11.1. Uwagi ogólne	27
z1.11.2. Analiza imperfekcji geometrycznych	28
z1.11.3. Analiza przemieszczeń	32
z1.11.4. Analiza odształceń jednostkowych w wybranych elementach mostu	34
z1.12. Wnioski szczegółowe z badań mostu w zakresie obciążeń statycznych	38

ZAŁĄCZNIK NR 2. OCENA CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH STALOWEGO MOSTU WANTOWEGO NA PODSTAWIE BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH	40
z2.1. Wprowadzenie	40
z2.2. Cel i program badań mostu w zakresie dynamicznym.....	40
z2.3. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań dynamicznych mostu.....	41
z2.3.1. Uwagi ogólne.....	41
z2.3.2. Metoda konwencjonalna.....	42
z2.3.3. Metoda wizyjno-komputerowa	43
z2.4. Ocena dokładności pomiarów podczas badań dynamicznych.....	45
z2.4.1. Drgania rejestrowane metodą tradycyjną.....	45
z2.4.2. Drgania rejestrowane metodą wizyjno-komputerową.....	46
z2.5. Wyniki badań doświadczalnych.....	46
z2.5.1. Postulowana konwencja badań dynamicznych.....	46
z2.5.2. Sposób przygotowania wyników	46
z2.5.3. Drgania pomostu.....	48
z2.5.4. Drgania want.....	55
z2.5.5. Drgania układu pomost–wanta	58
z2.5.6. Drgania pylonu	65
z2.6. Analiza wyników otrzymanych z badań pod obciążeniem dynamicznym.....	73
z2.6.1. Współczynnik przeciążenia dynamicznego.....	73
z2.6.2. Charakter drgań mostu.....	77
z2.6.3. Częstotliwości drgań własnych mostu.....	81
z2.6.4. Tłumienie drgań.....	86
z2.6.5. Analiza wiarygodności metody wizyjno-komputerowej	89
z2.7. Uwagi końcowe	89

Wykaz ważniejszych oznaczeń stosowanych w pracy

0	– macierz zerowa
C	– macierz tłumienia układu
I	– macierz tożsamościowa
k, K	– macierz sztywności elementu i globalna macierz sztywności układu
k_E, K_E	– macierz sztywności sprężystej dla elementu i układu (konstrukcji)
k_G, K_G	– macierz sztywności geometrycznej dla elementu i dla układu
k_S, K_S	– sieczna macierz sztywności dla elementu i dla układu
K_U	– macierz sztywności początkowych obrotów dla układu
$K_{t+\Delta t}^{(i)}$	– modyfikowana globalna macierz sztywności stycznej układu w przedziale czasu $(t, t+\Delta t)$ dla i -tej iteracji
M	– macierz mas układu
Φ	– macierz modalna układu
k_0	– zlinearyzowana macierz sztywności k dla elementu
k_T	– styczna macierz sztywności dla elementu
k^{NL}	– macierz zmiany sztywności wywołanej nieliniowością układu dla elementu
P	– wektor sił węzłowych wywołanych odkształceniami początkowymi
$P_{t+\Delta t}^{(i-1)}$	– wektor wewnętrznie generowanych sił węzłowych w przedziale $(t, t+\Delta t)$ dla iteracji $i-1$
R	– wektor obciążeń zewnętrznych (wektor prawej strony równań)
$R_{t+\Delta t}^{(i)}$	– wektor obciążeń zewnętrznych w przedziale czasu $(t, t+\Delta t)$ dla iteracji i
Δr	– wektor obciążenia niezerównoważonego
$\Delta r_{t+\Delta t}^{(i-1)}$	– wektor obciążenia residualnego (niezerównoważonego) w czasie $(t, t+\Delta t)$ dla iteracji $i-1$
X_0^n	– początkowe współrzędne układu
u	– wektor uogólnionych przemieszczeń węzłowych
$u_{t+\Delta t}^{(i)}$	– wektor uogólnionych przemieszczeń węzłowych w przedziale czasu $(t, t+\Delta t)$ dla i -tej iteracji
$\Delta u_{t+\Delta t}^{(i)}$	– wektor przyrostu przemieszczeń węzłowych w przedziale czasu $(t, t+\Delta t)$ dla i -tej iteracji
$\dot{u}$	– wektor prędkości w węzłach
$\ddot{u}$	– wektor przyspieszenia w węzłach
$\tilde{u}$	– wektor amplitud drgań własnych
ϕ_i	– i -ty wektor postaci modalnej
ϕ_i^T	– transponowany wektor ϕ_i
ω^2	– macierz diagonalna oparta na wartościach ω^2
A	– pole powierzchni przekroju poprzecznego elementu
A_n	– amplituda drgań
C_{ij}	– przestrzenny gradient odkształcenia
E	– moduł sprężystości podłużnej (moduł Younga)
E_t	– styczny moduł sprężystości podłużnej
E_s	– sieczny moduł sprężystości podłużnej
E_f	– pozorny moduł sprężystości ciągną
E_r	– równoważny moduł sprężystości ciągną
F	– obciążenie skupione
F_{kr}	– obciążenie krytyczne
G_{ij}	– materialny gradient odkształcenia
J	– moment bezwładności przekroju
L, L_1	– wymiary liniowe konstrukcji, rzut poziomy cięciwy ciągną (OX)
L_{ij}	– współrzędne tensora odkształceń skończonych Greena–Lagrange’a
ΔL	– przyrost długości ciągną pod działaniem siły rozciągającej
M	– moment zginający
N	– siła osiowa w elementach pracujących na zginanie (np. dźwigar główny, pylon itp.)
R_n	– wytrzymałość nominalna ciągną na rozciąganie
T	– rozciągająca siła osiowa w ciągnie
	– okres drgań własnych
T_C	– okres tłumienia drgań
T_f	– siła rozciągająca w ciągnie ze zwisem

T_{gr}	– nominalna siła obliczeniowa zrywająca linę
T_p	– siła rozciągająca w ciągnie prostym
ΔT	– przyrost siły rozciągającej w ciągnie
$\mathcal{G}_l$	– postać utraty stateczności konstrukcji
Θ	– kąt fazowy
f	– strzałka pionowa ugięcia (zwisu) cięgna
f'	– strzałka ugięcia (zwisu) cięgna prostopadła do jego cięciwy
f_n	– częstotliwość drgań
g	– przyspieszenie ziemskie
g_c	– ciężar jednostkowy cięgna
g_o	– ciężar własny konstrukcji
k	– współczynnik charakteryzujący sztywność konstrukcji (dla układu z jednym stopniem swobody), – zastępcza sztywność cięgna
k_c^i	– sztywność cięgna w kierunku cięciwy dla i -tej iteracji
l	– rzeczywista długość cięgna
m_s	– parametr określający kształt krzywej materiałowej stali w relacji naprężenie-odkształcenie po rozpoczęciu płynięcia materiału
$q, q(x)$	– obciążenie o intensywności q
s^m	– parametr ścieżki dla metody kontroli długości łuku
t	– umowny czas dla analizy nieliniowej
Δt	– umowny przyrost czasu w zagadnieniach analizy nieliniowej
x, y, z	– współrzędne długości w ortogonalnym układzie kartezjańskim $OXYZ$
Γ_o	– bezwymiarowy współczynnik będący funkcją długości, zwisu, ciężaru, sztywności na rozciąganie i kąta nachylenia cięgna do poziomu
Δ	– logarytmiczny dekrement tłumienia
α	– kąt nachylenia cięciwy cięgna ukośnego do poziomu – parametr wielkości kroku (przyrostu) dla analizy nieliniowej
β	– liczba stopni swobody układu
γ	– ciężar właściwy materiału
δ_i	– prawdopodobne błędy pomiaru wielkości geometryczno-fizycznych
$\delta_{x, y, z}$	– przemieszczenia węzłów układu, odpowiednio poziome (OX), pionowe (OY) i poprzeczne (OZ) w kartezjańskim układzie współrzędnych $OXYZ$
ε	– odkształcenie jednostkowe
ε_o	– odkształcenie początkowe cięgna
ε_f	– względne (całkowite) wydłużenie cięgna
ε_p	– odkształcenia trwałe przy pełnym odciążeniu
ε_s	– odkształcenie stali
ε_{sy}	– odkształcenie w stali na początku płynięcia materiału
ε_D	– tolerancja zbieżności dla normy przemieszczeń
ε_E	– tolerancja zbieżności dla normy energii układu
ε_T	– tolerancja zbieżności dla normy obciążenia nierównoważonego
φ	– współczynnik przeciążenia dynamicznego (współczynnik dynamiczny)
η	– stosunek ekstremalnych naprężeń w ciągnie
λ	– współczynnik intensywności obciążenia (parametr wzrostu obciążenia)
λ_{kr}	– najmniejsza wartość parametru obciążenia, przy której konstrukcja traci stateczność
ν	– współczynnik Poissona, – prędkość ruchu obciążenia
ξ	– bezwymiarowy parametr służący do oceny wyężenia cięgna na podstawie jego częstości drgań własnych
σ	– naprężenie normalne lub zredukowane
$\sigma_{ds}(\sigma_g)$	– dolna i górna wartość granicznego naprężenia rozciągającego w ciągnie
σ_s	– średnia wartość naprężenia rozciągającego dla stali
σ_{sy}	– naprężenie w stali na początku płynięcia materiału
$\sigma_z(\sigma_r)$	– naprężenie od zginania (rozciągania) w ciągnie
ω	– częstość kątowa
(a, b)	– przedział otwarty między a i b
<i>wpływ nieliniowy</i>	– zdefiniowano jako procentowy udział wielkości analizowanej z zastosowaniem teorii II-rzędu (NL) w stosunku do rozwiązania liniowego (L) wg zależności $[(NL-L) / L] \times 100$ (wyznaczona wartość ze znakiem „+” lub „-” cechuje, odpowiednio konstrukcję o tendencji do sztywności malejącej lub rosnącej)

ROZDZIAŁ 1

Przedmiot studiów

1.1. Wprowadzenie

Niniejsza wersja pracy została skorygowana o uwagi recenzentów wskazujące głównie na potrzebę usunięcia części poświęconej rozpoznaniu literatury związanej z poruszanymi zagadnieniami. Została ona w pełni ujęta w pracy [55].¹

Koncepcja konstrukcji podwieszonych znana jest już od dawna, jednak jej rozpowszechnienie w budownictwie nowoczesnych mostów wantung zapoczątkowane zostało w RFN w latach 50. Od tego czasu wzrasta zainteresowanie tymi konstrukcjami inżynierów mostowych na całym świecie [83]. Zasadniczymi przyczynami wcześniejszego wstrzymania rozwoju mostów wantung były braki w asortymencie stali o podwyższonej wytrzymałości służącej do wytwarzania ciągów podwieszających, a także niedostatki w wiedzy projektantów dotyczącej zrozumienia skomplikowanego zachowania się tych, w dużym stopniu statycznie niewyznaczalnych, konstrukcji inżynierskich. Osiągnięcia naukowo-techniczne drugiej połowy XX wieku, dotyczące technologii materiałowej, jak również narzędzi służących do analizy takich układów, pozwoliły na przezwycięzenie trudności, z którymi borykali się wcześniej projektanci i budowniczowie tych mostów. Estetyka, łatwość montażu, zwiększenie niezabudowanej przestrzeni pod mostem, mała wysokość konstrukcyjna pomostu oraz konkurencyjność ekonomiczna to tylko wybrane cechy, które sprawiły, że liczba mostów na całym świecie gwałtownie wzrosła. Zaczęto je chętnie stosować dla różnego rodzaju przepraw, kiedy nie było możliwości lub występowały poważne trudności z posadowieniem filarów pod tradycyjne przęsła mostowe. Ukończona w roku 1994 budowa mostu *Normandie* we Francji oraz mostu *Tatara* w Japonii (1999 r.) z rekordowymi jak dotąd rozpiętościami przęseł głównych, odpowiednio 856 i 890 m, stanowią wystarczający dowód dużego sukcesu konstruktorów tej klasy obiektów. Leonhardt i Zellner [84] przewidzieli wielką przyszłość dla mostów wantung, których przęsła główne będą mogły przekraczać nawet 1800 m.

Tradycyjna konstrukcja mostu wantung składa się zazwyczaj z dwóch pylonów, z jednego przęsła centralnego (głównego) oraz dwóch skrajnych, lub z jednego pylonu i dwóch przęseł asymetrycznych. To właśnie wzrostowi popularności tych konstrukcji badacze (naukowcy) na całym świecie „zawdzięczają” możliwości dalszych analitycznych rozważań nad ich zachowaniem. Wieloprzęsłowe mosty wantung, z liczbą przęseł większą od trzech, są logicznym rozwinięciem klasycznej konstrukcji tego typu. Projektanci zaproponowali dotychczas wiele koncepcji mostów o długościach przekraczających nawet 10 kilometrów, jednak tylko nieliczne z nich doczekały się realizacji.

Konstrukcja mostu wantung różni się od klasycznie pojmowanego mostu wiszącego, w którym dźwigar główny podwieszony jest za pomocą niezależnych pionowych wieszaków z jedną liną nośną (główną), rozpiętą między pylonami. Ustrój mostu wantung oceniany jest jako wysoce nieliniowy, w którym dźwigar główny podwieszony jest sprężysto w punktach rozłożonych na jego długości poprzez umiejscowione ukośnie ciąga, przy czym istnieje duża różnorodność rozwiązań w aspekcie ich geometrycznych konfiguracji, co przedstawiono szczegółowo np. w pracach [40], [55], [122], [148].

Nie w pełni jeszcze poznane zachowanie się tego typu konstrukcji jest dodatkowo utrudnione potrzebą uwzględnienia czynników nieliniowych wpływających na ich pracę w zakresie obciążeń sta-

¹ Praca wykonana w okresie 1996–2002 w ramach grantu KBN nr 7 T07E 034 10.

tycznych i dynamicznych.

Analiza teoretyczna konstrukcji jest jednocześnie jednym z podstawowych etapów projektowania, a zatem jej właściwe przeprowadzenie staje się niezbędnym warunkiem do zrozumienia i przewidzenia zachowania się tych obiektów. Są to problemy złożone i wymagają zastosowania zaawansowanego aparatu matematycznego. Szczególnie niebezpieczna wydaje się być odpowiedź dynamiczna konstrukcji, spowodowana oddziaływaniami wiatru, obciążeń sejsmicznych, czy użytkowych, co potwierdziły liczne awarie i katastrofy spotykane w mostach podwieszonych [2], [4], [33]. Również przepisy normowe różnych krajów nie mają ujednoliconej formy odnośnie wpływu oddziaływań dynamicznych na wielkości statyczne (np. wartość współczynnika przeciążenia dynamicznego).

Pomimo znaczących postępów w analizie i konstruowaniu mostów wantungowych, nabyte doświadczenia w aspekcie pracy tych ustrojów w zakresie nieliniowym są nadal nie do końca poznane. Problem zagadnień II-rzędu w mechanice konstrukcji, w tym także konstrukcji ciągnowych (np. mostów wantungowych), wzbudza od pewnego czasu duże zainteresowanie zarówno w literaturze polskiej [13], [17], [45], [56], [59], [85], [109], [111], [127], [131], [141], jak i zagranicznej [2], [4], [11], [19], [20], [22], [35], [47], [48], [53], [65], [70], [72], [81], [86], [94], [128], [153], [163]. Stosunkowo duża liczba publikacji krajowych dotyczących problemów nieliniowych w układach ciągnowych nie odnosi się jednak bezpośrednio do konstrukcji mostów wantungowych.

Obiekty te, ze względu na swą specyficzną budowę, są bardzo wrażliwe na wszelkiego typu obciążenia. Efekty II-rzędu dotyczą w szczególności sposobu konstrukcji wielkogabarytowych przy małym efektywnym przekroju poprzecznym, a więc również mostów wantungowych. Przyczyną historycznych już awarii mostów podwieszonych było przede wszystkim niekorzystne oddziaływanie wiatru, chociaż wcześnie katastrofy wynikały z niedostatecznej analizy tych konstrukcji, szczególnie w aspekcie elementów łańcuchowych/linowych [55].

Większość autorów, jak Fleming [33], [35], Adeli [4], czy Cheung [22] przeprowadziło analizę wybranych aspektów nieliniowych dla modeli płaskich 2D, przy czym rozpatrywali oni jedynie ustroje dwu- i trójprzęsłowe z zastosowaniem elementów jednowymiarowych typu belkowego lub prętowego. Podkreślali oni wraz z innymi analitykami potrzebę i konieczność prowadzenia wszechstronnych analiz oraz badań nad zachowaniem się mostów wantungowych poddanych obciążeniom własnym i zewnętrznym. Kładli również nacisk na specyfikę badań tego typu konstrukcji ze względu na ich szczególną wrażliwość na wpływy nieliniowe poszczególnych wielkości statycznych i dynamicznych, przy czym w niewielkiej liczbie prac ujmujących weryfikację doświadczalną [21], [149] stwierdzali jednocześnie, że prawidłowo wykonane analizy teoretyczne mogą wiarygodnie odwzorować zachowanie się tych obiektów mostowych pod obciążeniem projektowym.

Zazwyczaj analiza nieliniowa w zakresie statycznym i dynamicznym tych układów wymaga dużych nakładów obliczeniowych i jest bardzo czasochłonna – nawet z zastosowaniem komputera w trakcie interpretacji otrzymanych wyników, czy przy rozbudowanym rozmiarze zadania. Poza tym, należy zawsze mieć na uwadze, że szczegółowe obliczenia w zakresie teorii II-rzędu nieliniowym, czy nawet liniowym w zakresie obciążeń dynamicznych, często jest niemożliwa do realizacji z uwzględnieniem detali i subtelności konstrukcyjnych w odniesieniu do rzeczywistego mostu (por. rozdz. 2). Zasadniczo, tak rozbudowany zakres analizy ustroju stosowany jest wyłącznie dla konstrukcji prestiżowych (ważnych ze względu na nowatorskie rozwiązania) i o skomplikowanej budowie.

Krajowe ośrodki naukowo-badawcze specjalizujące się w zagadnieniach statyki i dynamiki budowli, zajmują się przede wszystkim konstrukcjami budownictwa przemysłowego i ogólnego, tj. np. wysokimi budynkami, chłodniami kominowymi, kominami, masztami, czy problemami związanymi z konwencjonalnymi przęsłami mostów, o schemacie belki swobodnie podpartej lub ciągłej, czy łuku, itp. (np. [41], [77]). Do tej pory nie podjęto natomiast jeszcze analiz w zakresie nieliniowym dotyczących konstrukcji mostów wantungowych. Jednocześnie, pomimo, że problemy związane z zagadnieniami nieliniowymi w mechanice konstrukcji od dawna nie są obce polskiemu środowisku naukowemu, to

jednak w odniesieniu do układów mostów podwieszonych są one często niedoceniane. Do tej pory nie wykonano żadnego kompleksowego opracowania dotyczącego tego typu obiektów mostowych, a w szczególności analiz nieliniowych. Taki stan mógł do niedawna wynikać z faktu, że w krajowym środowisku naukowym i inżynierskim (w tym także decydenckim), panowało przekonanie, iż nie można wybudować w Polsce mostu wantowego – nie wspominając o wiszącym – a poważne braki w krajowych normach dotyczących stanów granicznych użytkowania i oddziaływań dynamicznych tych konstrukcji mostowych są wystarczającym na to dowodem.

W nawiązaniu do rozpoczętego programu wdrażania sieci autostrad w Polsce, pojawiło się w ostatnim okresie czasu lobby przemawiające za potrzebą budowy przynajmniej kilku dużych przepraw mostowych, głównie nad ciekami wodnymi, ale również w dużych aglomeracjach miejskich, w postaci konstrukcji nowoczesnych. Należy więc oczekiwać zainteresowania tego typu konstrukcjami mostowymi o znacznych rozpiętościach teoretycznych prześel. Należą do nich niewątpliwie mosty wantowe i wiszące (tym ostatnim – z wyjątkiem kilkudziesięciu istniejących obiektów w charakterze kładek pieszo-jezdných – warunki geograficzne naszego kraju, nie rokują jednak przyszłości). Rozpoczęte jeszcze niedawno budowy pierwszych tego typu obiektów w Polsce zostały stosunkowo szybko zakończone, np. w Gdańsku (jeden most wantowy im. Jana Pawła II na trasie Sucharskiego przez Martwą Wisłę), czy w Warszawie (dwie takie konstrukcje, tj. most Świętokrzyski i most Siekierski przez Wisłę), a rozpoczęte zostały następne budowy w Płocku oraz we Wrocławiu. Tak więc pojawiła się już realna konieczność analiz w zakresie statycznym i dynamicznym tych konstrukcji, aczkolwiek nie zawsze jest ona realizowana przez rodzime zespoły projektantów. Według autora należy dążyć do rozwoju polskiej myśli technicznej oraz stosowanego zaplecza naukowego po to, aby podołać problemom, jakie stawiają przed projektantami i badaczami tego typu konstrukcji.

Badania doświadczalne mostów wantowych pomagają na ogół zrozumieć prawa, którym podlegają te obiekty oraz uzasadniają konieczność stosowania ich szczegółowej analizy przy jednoczesnym określeniu tzw. ścieżki krytycznej fazy projektowania. Obecnie dostępnych jest wiele systemów numerycznych umożliwiających analizę modeli mostów podwieszonych, jednak nie zawsze są one adekwatne dla danego zagadnienia. Dotyczy to choćby możliwości deklaracji charakterystyk właściwych elementom cięgnowym, czy separacji efektów nieliniowych dla poszczególnych makroelementów przyjętego modelu obliczeniowego. Poza tym, niektóre z programów (w wersjach edukacyjnych) charakteryzują się dużymi wymaganiami narzuconymi przez moduł przygotowania danych i jądro obliczeniowe (tzw. preprocesor i solver), a dotyczącymi przede wszystkim dużej pamięci komputera oraz znacznego zapotrzebowania na wolne miejsce na twardym dysku. Stąd też, zrealizowane obliczenia dla założonych w pracy modeli konstrukcji mostów wantowych poprzedzono wnikliwą analizą kilku wybranych systemów numerycznych (rozdz. 2). Szczegółowy przegląd literatury związanej z przedmiotem dysertacji podano w pracy [55].

Przedstawiony w dysertacji materiał dotyczy zasadniczo oceny wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych w trójprzęsłowych mostach wantowych z odmiennym typem olinowania na przykładzie konstrukcji mostu *Luling Bridge* (USA). Analizy teoretyczne tego typu zagadnień, poruszane przez wielu naukowców, jak Tang [146], Seif [137], Lazar [82], czy Abdel-Ghaffar [2] i innych, uwzględniały głównie wpływ nieliniowości geometrycznej na wielkości statyczne w układach dwupylonowych, przy czym zwis cięgien przyjmowano na ogół w postaci uproszczonego równoważnego modułu sprężystości. Stąd też, w niniejszej dysertacji rozważania nad tym zagadnieniem poszerzono nie tylko o udział poszczególnych współczynników nieliniowości geometrycznej, ale również fizycznej dla materiału cięgien, zarówno w układach trój-, jak i wieloprzęsłowych (wielomodułowych). Innym aspektem, na który zwracał szczególną uwagę Ermopoulos (list prywatny otrzymany z Uniwersytetu w Atenach, z dnia 24 czerwca 1996 r.), jest ocena nieliniowości w tych obiektach z uwzględnieniem układów przestrzennych, co było tematem nieznacznej liczby publikacji (m.in. Abdel-Ghaffar i Nazmy [2]), dotyczących głównie oddziaływań dynamicznych.

Ocenę udziału poszczególnych parametrów decydujących w sposób znaczący na wielkości statyczne w mostach wantungich analizowali m.in. Podolny [122], Hegab [47], czy Agrawal [5], jednak nie uwzględniali oni wpływu nieliniowości geometrycznej pochodzącej od zwisu cięgien, dlatego też niniejszą pracę wzbogacono również o ten aspekt, parametryzując liczbę want oraz sztywności giętkie pylonu i pomostu osobno dla udziału ciężaru własnego konstrukcji, jak i obciążeń użytkowych w rozważanych zagadnieniach.

W pracy zamieszczono również wszechstronną analizę szczególnego przypadku stalowego mostu wantungiego z pomostem składanym, dotyczącą zagadnień nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych, analizy modalnej dla układów płaskich i przestrzennych oraz stateczności ze szczególnym uwzględnieniem parametru sztywności przegubów pomostu na otrzymane wielkości.

Stwierdzony na podstawie analizy dostępnej literatury duży niedostatek prac związanych bezpośrednio z badaniami tych obiektów w skali naturalnej [21], [105], [166] – spowodowany m.in. czynnikami ekonomicznymi – stanowił podstawę do podjęcia się przez Zakład Mostów Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej prowadzenia badań doświadczalnych w celu oceny zachowania się wybranego typu krajowego jednopylonowego mostu wantungiego z harfowym (równoległym) układem cięgien [60], [62]. Nieco później wykonano również badania pod próbnym obciążeniem nowowypudowanego mostu Świętokrzyskiego w Warszawie z wachlarzowym olinowaniem [15]. Dotyczyły one przede wszystkim elementów konstrukcyjnych jego przęseł, pylonu i cięgien, przy czym zakres i metodologię ich prowadzenia dostosowano do potrzeb wykonanej dwuetapowo szczegółowej analizy teoretycznej ustroju, co zamieszczono w niniejszej pracy. Dotyczyła ona nie tylko oceny wpływów nieliniowych na wielkości statyczne, ale również uwzględnienia pomierzonych imperfekcji geometrycznych, czy weryfikacji trzech wybranych metod pozwalających na określenie stopnia wyężenia elementów cięgnowych. Ustalono również podstawowe charakterystyki dynamiczne tej konstrukcji z uwzględnieniem wpływu dodatkowego obciążenia oraz wielkości sił statycznych w zakresie nieliniowości geometrycznej na otrzymane częstości drgań własnych układu. W trakcie wykonanych badań – w myśl wcześniejszych spostrzeżeń – niezbędne okazało się zastosowanie po raz pierwszy na tego typu obiektach metody wizyjno-komputerowej, pozwalającej na ocenę pracy konstrukcji w jej trudnodostępnych punktach.

Wymienione analizy teoretyczne w zakresie teorii II-rzędu zostały poprzedzone studiami weryfikacyjnymi dotyczącymi wybranych metod pozwalających na rozwiązywanie nieliniowych równań równowagi przyjętych układów. Dokonano przy tym doboru najbardziej efektywnego algorytmu iteracyjnego dla wybranych zagadnień nieliniowych w zakresie statycznym dla modeli dyskretnych mostów wantungich (redukcja czasu obliczeń oraz uzyskanie wyników o zadowalającej dokładności).

W trakcie prowadzonych analiz teoretycznych stalowych mostów wantungich o różnych konfiguracjach geometryczno-materiałowych, oraz organizacji badań, oparto się zarówno na literaturze krajowej, jak i zagranicznej, co zaplanowano w kilku podstawowych etapach opisanych poniżej [55].

1.2. Przedmiot pracy

Przedmiotem rozprawy jest analiza teoretyczna dotycząca oceny wpływów nieliniowych w układach cięgnowych. Ustalono relacje wpływu poszczególnych współczynników nieliniowych dla nieliniowości geometrycznej i fizycznej na wielkości statyczne. Niekonwencjonalną konstrukcję mostu wantungiego poddano również ocenie teoretycznej z uwagi na zagadnienia dynamiki (analiza modalna) i stateczności, natomiast dla wybranego jednopylonowego mostu wantungiego z harfowym układem cięgien, w celach weryfikacyjnych zrealizowano badania doświadczalne w zakresach statycznym i dynamicznym.

Obiektem analiz są w ogólności układy dyskretnie przyjętych rzeczywistych konstrukcji stalowych mostów wantungich o odmiennych układach olinowania, rozpiętościach i liczbie przęseł.

1.3. Zasadnicze cele pracy

Pracy przyświecały następujące zasadnicze cele, tj.:

- Pogłębienie wiedzy o zagadnieniach nieliniowych dotyczących w szczególności konstrukcji mostów wantowych, poprzez pełną i wszechstronną analizę wyników otrzymanych z analiz własnych, a także na podstawie omówienia literatury związanej z tym tematem [55].
- Omówienie i rozważania na temat sposobów modelowania numerycznego różnych typów konstrukcji mostów wantowych, stanowiących podstawę ich dalszej analizy wg teorii I- i II-rzędu [55].
- Adaptacja oraz porównanie wybranych systemów numerycznych do celów analizy obliczeniowej konstrukcji mostów wantowych z uwzględnieniem aspektów nieliniowości w zakresie obciążeń statycznych.
- Dobór stosownego algorytmu pozwalającego na rozwiązanie zagadnień nieliniowych w odniesieniu do rozważanych układów konstrukcji mostów wantowych.
- Studia porównawcze wpływu nieliniowości geometrycznej i fizycznej na wielkości statyczne w dwupylonowych mostach wantowych o różnych systemach olinowania oraz w układach wielomodułowych (wieloprzęślowych) pod obciążeniem własnym i użytkowym w zakresie modelowania płaskiego i przestrzennego.
- Analiza parametryczna wybranego mostu wantowego z wachlarzowym układem cięgien z uwzględnieniem złożonej nieliniowości geometrycznej w zakresie statycznym dla obciążeń ciężarem własnym i użytkowym.
- Wszechstronna analiza niekonwencjonalnej konstrukcji mostu wantowego z pomostem składanym w zakresie oceny wpływów nieliniowości geometrycznej i fizycznej na wielkości statyczne oraz parametrycznych analiz modalnej i stateczności dla układów płaskich i przestrzennych.
- Analiza teoretyczna (m.in. za pomocą MES) badanej doświadczalnie konstrukcji mostu wantowego dla zakresu obciążeń statycznych i dynamicznych, ze szczególnym uwzględnieniem oceny wyężenia elementów ciągowych.
- Ocena zachowania się (pracy) rzeczywistej konstrukcji jednopylonowego mostu wantowego pod znanym obciążeniem statycznym i dynamicznym.
- Analiza porównawcza wyników otrzymanych z badań i obliczeń dla tego obiektu.
- Analiza przydatności metody wizyjno-komputerowej w aspekcie badań mostów o konstrukcji podwieszanej.
- Stworzenie naukowych uściśleń dotyczących wybranych parametrów i metod wyznaczania podstawowych wielkości statycznych i dynamicznych w oparciu o pełną korelację uzyskanych wyników teoretycznych z doświadczalnymi w konstrukcjach mostów wantowych.
- Przybliżenie polskiemu środowisku inżynierskiemu i naukowemu metod analiz nowoczesnych konstrukcji mostowych stosowanych w fazie projektowej ze szczególnym uwzględnieniem wpływów nieliniowych [55].

Cenną informacją otrzymaną na podstawie szczegółowych analiz teoretycznych tego typu obiektów może być ocena wpływów nieliniowych na wielkości przemieszczeń i sił wewnętrznych w poszczególnych elementach konstrukcyjnych mostów wantowych. Aby przedstawić wpływ poszczególnych przyjętych parametrów na pracę tych układów w zakresie obciążeń statycznych wykonano analizy porównawcze wielkości statycznych w pomoście i pylonach oraz w cięgnach. Tego typu zestawienia pozwalają na wychwycenie zróżnicowania zachowania się tych mostów w warunkach określonych obciążeń statycznych. Jednocześnie wyniki wielkości ekstremalnych będą mogły być przydatne również dla projektantów takich konstrukcji.

1.4. Zakres rozprawy doktorskiej

Poniżej zestawiono krótki opis zakresu pracy przedstawionej w poszczególnych rozdziałach:

- Rozdział 2: Podano w nim ściśle podstawy teoretyczne w zakresie statyki dla zagadnień liniowych i związanych z teorią II-rzędu dla poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostów wantowych. Przedstawiono podstawowe równania w zakresie MES wykorzystane w dalszej części pracy, wykazując jednocześnie różne sposoby modelowania mostów wantowych oraz przeprowadzając analizę porównawczą dla wybranych systemów numerycznych w celu wyboru optymalnego programu dla prowadzenia dalszych analiz teoretycznych tych układów.
- Rozdział 3: Metody analizy nieliniowej stanowią bardzo złożone zagadnienie, wymagające niejednokrotnie czasochłonnych obliczeń. W związku z tym uznano za stosowne wykonanie analizy porównawczej metod numerycznych stosowanych do rozwiązań nieliniowych równań równowagi układów w zakresie statyki. W tym przypadku omówiono, i porównano ze sobą podstawowe algorytmy przyrostowo-iteracyjne, podając ich wady i zalety w aspekcie analiz układów mostów wantowych.
- Rozdział 4: W rozdziale tym wykonano szczegółową analizę mającą na celu określenie wpływów nieliniowości geometrycznej i fizycznej na wielkości statyczne w wybranych układach trój- i wieloprzęsłowych (wielomodułowych) mostów wantowych. W oparciu o płaskie 2D i przestrzenne 3D modele dyskretne dokonano porównania udziału poszczególnych współczynników nieliniowych na wielkości przemieszczeń, momentów zginających i sił osiowych w wybranych przekrojach założonych układów obliczeniowych, zestawiając je z rozwiązaniami otrzymanymi wg klasycznej teorii sprężystości. Dodatkowo wykonano analizę parametryczną dwupylonowej (trójprzęsłowej) konstrukcji mostu wantowego z wachlarzowym układem ciągów, z uwzględnieniem złożonej nieliniowości geometrycznej (w tym efektu zwisu want) pod obciążeniem własnym i użytkowym.
- Rozdział 5: Analiza teoretyczna niekonwencjonalnych konstrukcji mostów wantowych zasługuje na szczególne zainteresowanie z wielu względów (m.in. nowatorskie rozwiązania konstrukcyjne i/lub materiałowe, bezpieczeństwo użytkowania takiego obiektu itp.). W rozdziale tym wykonano kompleksową analizę dla takiej właśnie konstrukcji stalowego dwupylonowego mostu wantowego z uwagi na sposób rozwiązania jego pomostu (wprowadzone na długości przęsła przeguby). Przedstawiono wyniki obliczeń w zakresie obciążeń statycznych dla nieliniowości geometrycznej i materiałowej, oraz parametrycznych analiz modalnej i stateczności, które pozwoliły na sformułowanie uwag dotyczących aspektów poprawności przyjętego rozwiązania konstrukcyjnego.
- Rozdział 6: Dla celów porównawczych zrealizowano szczegółową analizę teoretyczną w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych (analiza modalna) wybranej konstrukcji jednopylonowego mostu poddanego badaniom doświadczalnym. W trakcie obliczeń posłużono się już częściowo wynikami uzyskanymi z badań (np. uwzględnienie konstrukcyjnych imperfekcji geometrycznych, rzeczywistego wyężenia ciągów itp.), co miało na celu uściślenie modelu obliczeniowego. Zwrócono przy tym szczególną uwagę na ocenę wyężenia elementów ciągowych, stosując do tego celu trzy metody oparte na zależnościach zwisu want w odniesieniu do krzywej łańcuchowej, uwzględniając wpływ ich zwisu na otrzymane częstości drgań własnych oraz przy użyciu MES. Z kolei w ramach analizy modalnej przyjęto kilka modeli obliczeniowych, parametryzując je z uwagi na udział drgań ciągów, wielkości statyczne oraz dodatkową masę pojazdu.
- Rozdział 7: W celach weryfikacyjnych wykonano szczegółową analizę porównawczą wyników otrzymanych z obliczeń wg teorii I- i II-rzędu z wartościami rzeczywistymi otrzymanymi

z badań na obiekcie w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych. Uwzględnienie w obliczeniach wybranych wyników empirycznych w konstrukcji tego obiektu (np. imperfekcji geometrycznych, wielkości fizycznych i geometrycznych cięgien) wpłynęło na dokładniejsze rozpoznanie jego pracy w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych, stanowiąc o istotnej współzależności analizy teoretycznej i doświadczalnej konstrukcji mostów wantungowych.

Rozdział 8: Zawiera podsumowanie dla każdego z przedstawionych wyżej rozdziałów, oraz precyzuje szczegółowe wnioski końcowe z wykonanych analiz i badań doświadczalnych.

Rozdział 9: Zestawiono w nim wykaz pozycji prac autorów krajowych i zagranicznych dotyczących tej rozprawy.

Załącznik nr 1: W celu sprawdzenia zachowania się rzeczywistej konstrukcji mostu wantungowego przeprowadzono badania doświadczalne wybranego obiektu podając szczegółowo sposób ich wykonania z uwagi na zastosowaną metodologię analiz teoretycznych. W załączniku tym podano wyniki z badań w zakresie znanych obciążeń statycznych, przedstawiając otrzymane wielkości przemieszczeń i odkształceń jednostkowych w wybranych elementach konstrukcyjnych obiektu.

Załącznik nr 2: Załącznik ten zawiera opis metod zastosowanych do badań dynamicznych tego samego mostu. Na szczególną uwagę zasługuje wykorzystana po raz pierwszy dla tego typu konstrukcji metoda wizyjno-komputerowa, służąca do pomiaru przebiegów przemieszczeń w trudnodostępnych punktach konstrukcji. Otrzymane wyniki stanowią rzeczywisty obraz dynamicznej odpowiedzi mostu pod znanym obciążeniem typu stacjonarnego.

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia dotyczące różnych analiz teoretycznych układów mostów wantungowych, uwzględniając przy tym następujące aspekty w zakresie:

- obciążeń statycznych:
 - efektywność algorytmów pozwalających na obliczanie nieliniowych układów,
 - wpływ nieliniowości geometrycznych i fizycznej na wielkości statyczne,
 - ocena wyężenia cięgien dla znanych wartości ich zwisu w interpretacji:
 - krzywej łańcuchowej,
 - dla znanych częstotliwości drgań własnych oraz
 - MES,
 - parametryzacja z uwagi na liczbę want oraz sztywności giętych pomostu i pylonu,
- obciążeń dynamicznych:
 - klasyczna analiza modalna,
 - analiza modalna z uwzględnieniem:
 - drgań cięgien,
 - sił statycznych (nieliniowość geometryczna),
 - dodatkowej masy pojazdu,
 - parametryzacja z uwagi na stopień usztywnienia przegubowego pomostu,
- stateczności:
 - parametryzacja z uwagi na sztywności gięte pylonu i pomostu, kąt nachylenia want oraz stopień usztywnienia przegubowego pomostu złożonego z elementów składanych,
- analizy porównawczej wyników teoretycznych i empirycznych pochodzących z badań na rzeczywistym obiekcie.

Powyższe zagadnienia wykorzystano selektywnie w odniesieniu do układów 2D i 3D jedno-, dwu- oraz wielopylonowych mostów wantungowych z radialnym, wachlarzowym i harfowym systemem olinowania.

W poszczególnych tematycznych rozdziałach pracy przyjęto konwencję polegającą na zestawieniu wszystkich uwag i spostrzeżeń we wnioskach końcowych (rozdział 8).

1.5. Tezy pracy doktorskiej

Główne tezy rozprawy doktorskiej to:

1. Określenie poziomu wielkości wpływów nieliniowych w mostach wantowych stanowi integralną część analizy obliczeniowej tych obiektów, co pozwala na bardziej racjonalną ocenę stanu przemieszczeń i wyężenia poszczęólnych elementów konstrukcyjnych, i tym samym na właściwe i bezpieczne ich projektowanie.

2. Zaproponowane płaskie i przestrzenne modele obliczeniowe mostów wantowych oparte na MES z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i fizycznej pozwalają na uzyskanie dokładniejszych wyników niż stosowane dotychczas inne znane metody analityczne związane z obliczeniami tego typu ustrojów. Metoda przyrostowo-iteracyjna z zastosowaniem algorytmu Newtona–Raphsona jest najbardziej efektywna z rozpatrywanych w pracy do właściwej oceny wpływów nieliniowych w tych ustrojach. Zastosowanie modelowania przestrzennego w szczególnych przypadkach pozwala na dokładniejszą ocenę stopnia nieliniowości układu.

3. Szczęółowe analizy przeprowadzone w zakresie obciążeń statycznych, dynamicznych oraz stateczności stwarzają możliwość adaptacji niekonwencjonalnych rozwiązań konstrukcji mostów wantowych z pomostem składanym na mosty stałe.

4. Badania doświadczalne mostów wantowych właściwe ukierunkowane w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych pozwalają skutecznie i w wystarczającym stopniu ocenić zachowanie się wybranych elementów ich konstrukcji, przez co uzyskuje się bardziej zbliżone wyniki obliczeń i badań. Właściwą ocenę pracy tych ustrojów umożliwia ścisła korelacja wyników otrzymanych z analiz teoretycznych i empirycznych.

5. Metoda wizyjno-komputerowa jako jedyna z dotychczas opracowanych metod pozwala na sprawne określenie i z wystarczającą dokładnością podstawowych charakterystyk dynamicznych mostów wantowych w trudnodostępnych punktach konstrukcji, stanowiąc tym samym podstawę do lepszej jakościowo weryfikacji wybranych wielkości obliczeniowych.

ROZDZIAŁ 2

Analiza i modelowanie mostów wantung w zakresie nieliniowym w ujęciu MES

2.1. Wstęp

Układy obliczeniowe mostów wantung należą do wielokrotnie wewnętrznie statycznie niewyznaczalnych, w których usztywniony dźwigar główny można aproksymować belką ciągłą na podporach sprężystych umieszczonych w punktach zaczepienia ciągów. Analizy teoretyczne wykonywane dla konstrukcji stalowych mostów wantung obejmują zagadnienia statyki, dynamiki (w tym analizę sejsmiczną) oraz stateczności, a w kompleksowych analizach tych konstrukcji należy uwzględnić m.in.:

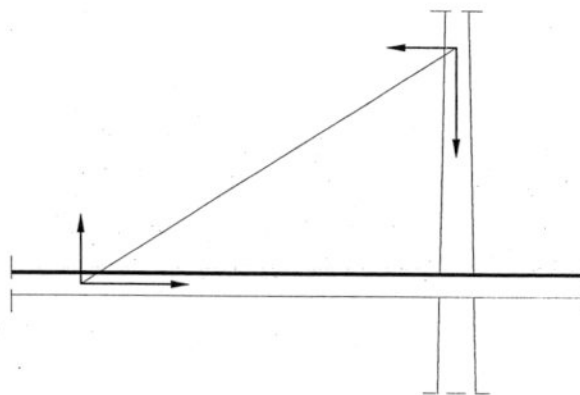
- schemat mostu wraz z warunkami brzegowymi:
 - model dwuwymiarowy (płaski) 2D,
 - model trójwymiarowy (przestrzenny) 3D,
- stopień statycznej niewyznaczalności układu,
- wpływ usztywnionego dźwigara głównego na wielkości statyczne w całym modelu dla dwóch faz – montażowej z ciężarem własnym oraz użytkowej (obciążenie taborem),
- kąt nachylenia want do poziomu pomostu,
- wysokość pylonów i liczbę podziałów pomostu w funkcji rozstawy want na jego długości,
- relację pomiędzy rozpiętościami przęseł skrajnych i głównego,
- liczbę i rozstaw want na długości przęsła,
- układ want,
- ciężar własny ciągu (wanty), czy
- wspornikowe ustroje wieloprzęsłowe dla przekraczanych dużych przeszkód.

Do uzasadnionych praktyk we wstępnych fazach projektowania tych obiektów z przęsłami o dużych rozpiętościach, bądź dla rozwiązań niekonwencjonalnych, należy prowadzenie szczegółowych analiz parametrycznych z uwzględnieniem wzajemnych relacji geometrycznych, czy wielkości fizycznych. Oprócz wyżej wymienionych czynników, bardzo istotne jest, aby przed dokonaniem weryfikacji analitycznej założonego układu mostu wantung, dobrać stosowną metodę rozwiązania postawionego problemu oraz określić dopuszczalne wielkości statyczne.

Analizę konstrukcji mostów wantung przeprowadza się z reguły w kilku podstawowych etapach. Są one uzależnione od wielu czynników, jak np. stopień złożoności konstrukcji (odpowiedni dobór stopnia uszczegółowienia konstrukcji), rodzaj przyjętego materiału, obciążenia, warunków posadowienia, czy doboru stosownego modelu. Innym jeszcze powodem postępowania wieloetapowego, poprzez uwzględnienie wpływów, jakim one podlegają w procesie analizowania tych konstrukcji, jest zmniejszenie ryzyka otrzymania błędnych wyników.

Jak zauważono w pracy [55], wielu naukowców wykorzystywało w analizach obliczeniowych układów mostów wantung klasyczną teorię sprężystości, jednak przyczynia się to do nieuwzględnienia dodatkowych czynników wpływających zasadniczo na rozkład i wielkość sił wewnętrznych i przemieszczeń całego układu. Dotyczy to przede wszystkim zachowania się samych ciągów ulegających zwisowi pod ciężarem własnym, oraz wykazujących cechy materiału sprężysto-plastycznego, a także

układu pylon–dźwigar główny (pomost), w których – dzięki połączeniu za pomocą ukośnego cięgna – pojawiają się dodatkowe osiowe siły ściskające (rys. 2.1). To z kolei stanowi podstawę do wprowadzenia do analiz takich konstrukcji teorii II-rzędu w zakresie zarówno geometrycznym jak i materiałowym [122], [146], [148], [154].



Rys. 2.1. Siły przekazywane przez wantę na pomost i pylon

Przedstawione powyżej czynniki przemawiają za potrzebą implementacji komputerowej zagadnień związanych z analizami teoretycznymi mostów wantowych. Ze względu na ich złożoną budowę i spotykane w praktyce różne układy konstrukcyjne, oraz z uwagi szeroki zakres zagadnień z nimi związanych, należy kierować się określonymi zasadami w fazie doboru metod i programów obliczeniowych, co ma znaczenie również w trakcie modelowania (opisu matematycznego) problemu. Pewien wyjątek mogą stanowić jedynie ustroje o uproszczonej budowie, dla których wystarczającymi mogą być rozwiązania w zakresie liniowym.

W niniejszym rozdziale określono podstawową problematykę, stanowiącą główny przedmiot pracy doktorskiej. Podano ogólny zarys podstaw teoretycznych związanych z konstrukcjami mostów wantowych w zakresie stosowanych dotychczas metod obliczeniowych. W szczególności przedstawiono zwięzły opis metody elementów skończonych, wybranej jako podstawowe narzędzie do analiz tych układów w dalszej części dysertacji w zakresie teorii I- i II-rzędu dla obciążeń statycznych oraz zagadnień dynamiki i stateczności. Przedstawiono równocześnie sposoby modelowania konstrukcji mostów wantowych, natomiast w ramach podanej problematyki wykonano analizę porównawczą wybranych systemów numerycznych opartych na MES.

2.2. Analiza obliczeniowa mostów wantowych

2.2.1. Klasyczne metody obliczania mostów wantowych

Wprowadzenie. Spośród pięciu faz realizacji ustrojów cięgowych, tj. kształtowanie architektoniczne formy przestrzennej, obliczanie w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych, wykonawstwo i sprawdzenie doświadczalne konstrukcji wybudowanej, analiza statyczno-wytrzymałościowa zajmuje jedno z najważniejszych miejsc. Dobranie poprawnej metody służącej do obliczeń tego typu ustrojów decyduje o tym, czy w końcowym efekcie konstrukcja cięgnowa będzie spełniała stawiane jej zadania. Pod tym względem układ cięgnowy nie różni się od innych konstrukcji inżynierskich, jednak dodatkowe ujęcie aspektów związanych np. z właściwościami elementów lin stwarza dodatkowe trudności.

Konstrukcje cięgnowe – zwłaszcza w budownictwie lądowym – jeszcze do niedawna nie znajdowały zbyt szerokiego zastosowania pomimo ich potwierdzonych walorów ekonomicznych i architektonicznych. Podstawową przeszkodę stanowił brak dostatecznie opracowanych i przygotowanych do inżynierskiego użytku metod obliczeniowych dla tych konstrukcji.

Rozważając sztywność mostu wiszącego pod obciążeniem zewnętrznym możliwe jest odrębne określenie sztywności dla systemu olinowania, definiowanego w postaci wyraźnie wyodrębnionego elementu konstrukcyjnego złożonego z liny głównej (nośnej) i wieszaków. W mostach wantowych podobna definicja nie ma większego sensu, gdyż układ linowy złożony jedynie z prostoliniowych cięgien nie jest zdolny *przeciwstawić* się obciążeniu pionowemu. Stąd też sztywność układu want powinna ściśle korespondować z częścią usztywnionego dźwigara głównego oraz z pylonem – wówczas dopiero możliwe jest pełne przekazanie obciążeń z pomostu na pylon.

Zasadniczo, analizę mostu wantowego można podzielić na dwie części. W części pierwszej zazwyczaj określa się wartości momentów zginających, sił osiowych i tnących oraz przemieszczeń pod znanym obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym. Dopiero w części drugiej możliwe jest wykonanie dodatkowych obliczeń w celu zdeterminowania wielkości naciągu want, niezbędnego do zredukowania określonych wcześniej (w etapie I) wielkości naprężeń i przemieszczeń. Rozróżnia się przy tym możliwość wykonania analiz.

Klasyczne metody analizy mostów wantowych, pozwalające na wykonanie analizy bez wydatnej pomocy komputera, wymagają stworzenia konwencjonalnego układu równań. Podstawową trudność w metodach klasycznych stanowi rozwiązanie takiego układu równań, stąd należy uprościć obliczenia, wdrażając jedną z kilku znanych metod, opisanych szczegółowo w pracach [148], [55], tj.:

- a) Wielkości nadliczbowe w postaci grupy momentów zginających,
- b) Wprowadzenie przegubów do dźwigara głównego,
- c) Przyjęcie dźwigara głównego jako belki ciągłej na sprężystych podporach i
- d) Wykorzystanie symetrii i asymetrii układu.

Klasyfikacja zagadnień nieliniowych w mostach wantowych. Ze względu na źródła i naturę nieliniowości, można rozróżnić dwie zasadnicze grupy obejmujące nieliniowość geometryczną i nieliniowość materiałową. Z kolei w obrębie nieliniowości geometrycznej wyróżnić można przypadki dużych przemieszczeń (przy małych odkształceniach) i dużych odkształceń [26], [75], [167].

Mosty wantowe należą do konstrukcji, których deformacje pod przyłożonym obciążeniem wywołują w nich dodatkowe naprężenia. Równania równowagi dla węzłów tych układów, zawierające elementy teorii II-rzędu, formułowane są z uwzględnieniem niektórych istotnych efektów pomijanych w analizie liniowej. Z tej przyczyny stosowanie choćby zasady superpozycji sił jest w znacznym stopniu ograniczone. Tak więc analiza teoretyczna mostów wantowych według klasycznej teorii sprężystości w większości przypadków obarczona jest błędem, tj. wówczas, gdy na przykład zmiany w geometrii układu są znaczące. Problem ten ujmuje teoria dużych przemieszczeń lub inaczej – teoria II-rzędu uwzględniająca efekt wpływu deformacji układu na stan naprężeń i sił wewnętrznych [4], [130], [167].

W teorii II-rzędu uwzględniane są zmiany geometryczne dla założonych warunków równowagi układu, zatem współczynniki równań równowagi zależą od stanu przemieszczeń, a tym samym od sił wewnętrznych, co sprawia, że równania te wówczas nie są liniowe. Dlatego też wzrost parametru obciążenia λ wywołuje zmiany w wielkościach statycznych o wartość różną od λ [27], [75], [130].

W przypadku dźwigara głównego należy uwzględnić w obliczeniach działanie dużych ściskających sił osiowych na rodzaj sprężystej dźwigni, jaką stanowi dźwigar główny i pylon (rys. 2.1). Uwzględnienie tego efektu w analizach konstrukcji mostów wantowych, nazywanego też nieliniowością geometrycznej sztywności, czy efektem $P-\Delta$, wiąże się również z zapewnieniem im wymaganego bezpieczeństwa z uwagi na stateczność.

Jest jeszcze inna przyczyna przemawiająca za wprowadzeniem analizy II-rzędu dla konstrukcji mostów wantowych – jest nią uwzględnienie nieliniowego zachowania się lin. Ciężno nieobciążone i nienapięte może przyjmować bardzo różne kształty – znajduje się ono bowiem w stanie równowagi obojętnej. Dopiero przyłożenie obciążeń do ciężna wpływa na jego jednoznacznie określony kształt – warunki równowagi muszą być wówczas tworzone przy uwzględnieniu odnośnego kształtu ciężna (zostało to szerzej omówione w p. 2.3) [70].

Z przedstawionych wyżej argumentów wynika, że dla mostów wantowych konieczne jest prowadzenie analiz w zakresie nieliniowym. Rozróżnia się przy tym następujące podstawowe zagadnienia związane z nieliniowością w stalowych mostach wantowych:

- a) nieliniowość w zakresie obciążeń statycznych:

- nieliniowość geometryczna:
 - efekt dużych przemieszczeń,
 - efekt $P-\Delta$,

- nieliniowość pochodząca od zwisu cięgien,
 - nieliniowość fizyczna,
- b) nieliniowość w zakresie obciążeń dynamicznych:
- nieliniowość swobodnych drgań pionowych, podłużnych i skrętnych,
 - aerodynamiczna utrata stateczności pomostu i systemu podwieszeń w mostach o długich przęsłach z podziałem na:
 - drgania poziome (boczne) pomostu, tzw. efekt wahadła,
 - drgania pionowe pomostu (tzw. zagadnienia wiotkiego pomostu),
 - nieliniowość związana z zagadnieniami sejsmicznymi,
- c) nieliniowa stateczność.

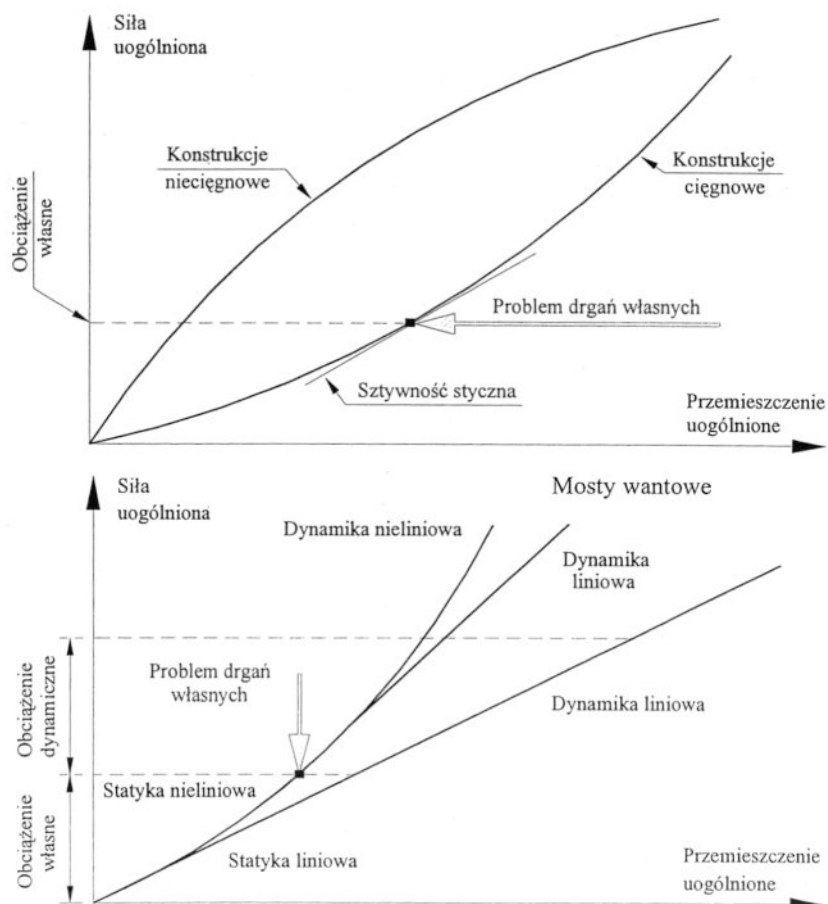
Oczywiście zagadnienia nieliniowej dynamiki (NLD) powiązane są z wielkościami otrzymanymi dla obciążeń statycznych w zakresach liniowym bądź nieliniowym (LS i NLS) w postaci kombinacji: LS-NLD, NLS-NLD (rys. 2.2). Również nieliniowość fizyczną można uwzględniać w analizach związanych z oddziaływaniami dynamicznymi (np. w przypadku łożysk elastomerowych, itp.).

Oprócz ścisłego rozwiązywania zagadnienia analizy statycznej według teorii II-rzędu stosowane są metody uproszczone, wykorzystujące zmodyfikowane procedury analizy liniowej. Można w ten sposób rozpatrywać efekty z grupy nieliniowości geometrycznych, głównie jednak wpływ dodatkowych sił wewnętrznych na wytrzymałość i stateczność konstrukcji ($P-\Delta$) [16]. Uwzględnienie działania, np. obciążeń pionowych na poziomych przemieszczeniach słupów układu ramowego, wywołujących powstanie dodatkowych wtórnych sił poprzecznych i momentów zginających, umożliwia racjonalne zaprojektowanie konstrukcji. Według Wooda i innych [162], metoda ta jest skuteczna głównie w przypadku wielokondygnacyjnych konstrukcji ramowych obciążonych dużymi siłami pionowymi i poziomymi, jednak jak wskazuje Tang [146], czy Troitsky [148], poprzednia uwaga odnosi się również do smukłych konstrukcji mostów wantowych.

Dokładny opis zmodyfikowanej procedury analizy I-rzędu, uwzględniającej w obliczeniach wpływ efektu $P-\Delta$ przedstawiono, np. w pracy [162].

Dotychczas nie opracowano jeszcze dokładnej i uniwersalnej metody służącej do analizy konstrukcji mostów wantowych, uwzględniającej ich nieliniowy charakter pracy [40], [148].

Do jednej z bardziej odpowiednich metod obliczeniowych dla tego typu obiektów należy zaliczyć zaproponowaną przez Tanga metodę redukcji zwaną również metodą przenoszenia macierzy [146]. Jej zastosowanie pozwala na uwzględnienie nieliniowości geometrycznej układu poprzez zastąpienie wyrażen nieliniowych zewnętrznymi siłami zastępczymi,



Rys. 2.2. Poglądowe zależności dla sztywności stycznej dla konstrukcji ciągnowych zdeformowanych pod obciążeniem własnym i dynamicznym [1]

rozwiązywanymi wg klasycznej teorii. Stąd też, jedynie macierz jednokolumnowa obciążeń zewnętrznych ulega zmianom w każdym cyklu iteracyjnym (nie dotyczy to globalnej macierzy sztywności układu) [146].

Dosyć często projektant konstrukcji mostów wantung może spotkać się z przypadkami, w których większe znaczenie na rozkład i wielkości sił wewnętrznych i przemieszczeń mogą mieć poszczególne fazy montażu obiektu. Wówczas wyężenie want jest relatywnie niskie w porównaniu z obciążeniem użytkowym oddziałującym na cały układ, co szczególnie uzasadnia konieczność stosowania analizy nieliniowej [148].

Na przestrzeni ostatnich kilkunastu lat największą popularność w odniesieniu do analiz teoretycznych konstrukcji siatek ciągnowych i mostów wantung zyskała metoda elementów skończonych, pozwalająca m.in. na uwzględnienie z dużą dokładnością rozważanych zagadnień nieliniowych w odniesieniu do tych układów [1], [4], [10], [19], [56], [69], [110]. Stąd też, wykonane w dalszej części pracy analizy konstrukcji mostów wantung oparto na MES.

2.2.2. Metoda elementów skończonych

Generalnie, analiza konstrukcji przy użyciu danej metody polega na zastosowaniu dwóch odmiennych i zarazem istotnych faz, tj. równań formułujących problem i metod prowadzących do ich rozwiązania. Fundamentalne założenia, stanowiące podwaliny metody elementów skończonych, zapoczątkowano dzięki rozwojowi metod obliczania zasadniczych równań w latach 50. XX wieku [115].

Metoda elementów skończonych została rozwinięta m.in. przez Zienkiewicza [167], który usystematyzował całokształt zagadnienia, podając szereg jej zalet i wad [75], [130]. Należy ona obecnie do bardzo pomocnych narzędzi, dominujących w analizie wszelkiego rodzaju konstrukcji. W niniejszej pracy – przez wzgląd na duże rozpowszechnienie MES – ograniczono się do przedstawienia wybranych podstawowych równań w zakresie statyki (teoria I- i II-rzędu), dynamiki i stateczności.

2.2.3. Zagadnienia statyki liniowej

W liniowych zagadnieniach mechaniki konstrukcji o własnościach sprężystych, między wielkościami typu statycznego i geometrycznego zachodzi relacja proporcjonalności. W klasycznej teorii sprężystości, równowagę układu o skończonej liczbie węzłów dla ogólnej zależności między wektorem obciążeń zewnętrznych (wektor prawej strony układu równań w MES) R i wektorem nieznanych przemieszczeń węzłowych (wektor parametrów węzłowych) u w zagadnieniu liniowym dla modelu obliczeniowego opisuje znane równanie macierzowe [167] w postaci:

$$Ku = R. \quad (2.1)$$

Powyższe równanie można również uogólnić na macierzowy zapis pozwalający określić napężenia w każdym wybranym punkcie elementu od przemieszczeń węzłów przy uwzględnieniu zamiany macierzy sztywności konstrukcji na macierz napężań [167].

Szczegóły dotyczące tego zagadnienia (w tym agregacji macierzy sztywności dla poszczególnych elementów skończonych układu) były tematem wielu opracowań, m.in. [7], [12], [130]. W przedmiotowej pracy większą uwagę skupiono na zagadnieniach związanych ze statyką nieliniową.

2.2.4. Zagadnienia statyki nieliniowej

Nieliniowość geometryczna. Przy braku proporcjonalności pomiędzy obciążeniem zewnętrznym R i przemieszczeniem u , zależności między nimi przebiegają jak na rys. 2.3a dla konstrukcji (materiału) o

szywności rosnącej, oraz jak na rys. 2.3b przy sztywności malejącej. Można wyznaczyć zatem pewną krzywą o równaniu $R = f(u)$, do której styczna wyznaczająca miarę sztywności k dla danego elementu jest różna dla poszczególnych punktów, a można ją przedstawić w formie następującej zależności:

$$k = k_0 + k^{NL}, \quad (2.2)$$

gdzie

k_0 – zlinearyzowana macierz sztywności k dla elementu (tzw. stała macierz sztywności)

k^{NL} – macierz zmiany sztywności elementu wywołanej nieliniowością układu.

Obydwie macierze k_0 i k^{NL} tworzone są w identyczny sposób jak macierz sztywności k_E w klasycznej liniowej teorii sprężystości.

Dla układu globalnego, macierz sztywności K można zapisać w postaci sumy składników jako:

$$K = K_E + K_G + K_U, \quad (2.3)$$

przy czym szczegóły dotyczące budowy każdej z sumowanych macierzy sztywności można znaleźć w pracach [4], czy [75]. Macierze te nazywane są odpowiednio macierzą sztywności konstytutywnej (sprężystej), geometrycznej oraz początkowych przemieszczeń dla rozpatrywanego układu złożonego z elementów skończonych. Macierze K_G i K_U nazywane są również, odpowiednio macierzą początkowych naprężeń i początkowych obrotów.

Powyższe równanie stosowane jest najczęściej w postaci zlinearyzowanej względem niewiadomego wektora przemieszczeń u , tj. jako:

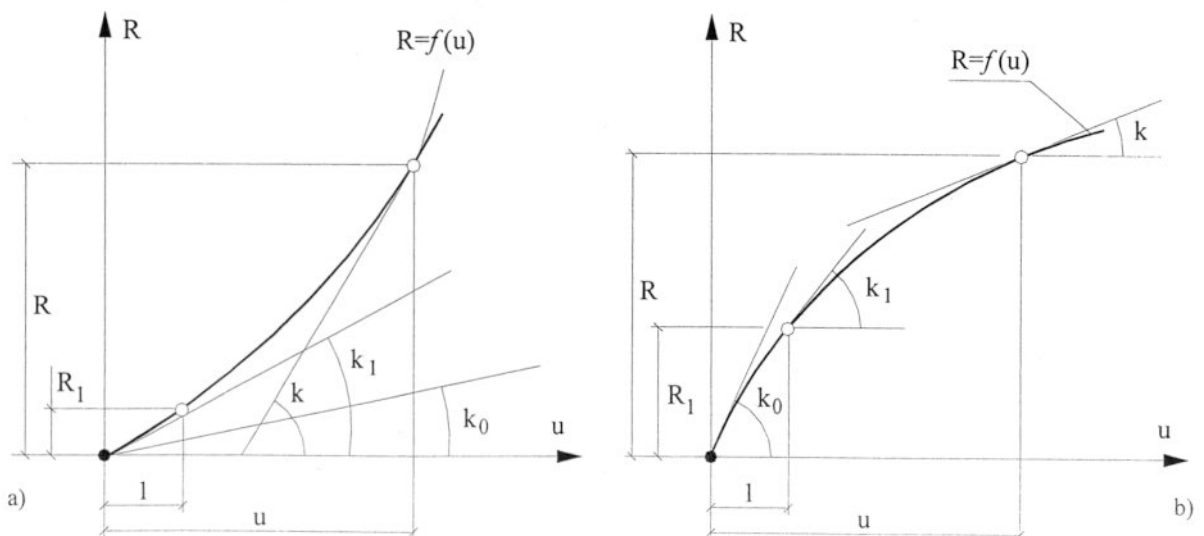
$$[\bar{K}_E + \bar{K}_G + \bar{K}_U] u = R, \quad (2.4)$$

lub krócej

$$\bar{K}(u) u = R. \quad (2.5)$$

Zastosowany przy symbolach macierzy symbol ($\bar{}$) wskazuje na różnice w interpretacji macierzy sztywności charakteryzujących zagadnienia sformułowane przyrostowo i nieprzyrostowo. W opisie nieprzyrostowym całkowita macierz sztywności układu ma charakter macierzy siecznej K_S , a w opisie przyrostowym – macierzy stycznej K_T [75].

Zlinearyzowana postać k_0 macierzy sztywności dla elementu często nazywana jest sztywnością styczną elementu [11] i składa się z dwóch części w postaci (2.6):



Rys. 2.3. Nieliniowa zależność obciążenia R od przemieszczenia u przy sztywności: a) rosnącej oraz b) malejącej [130]

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G. \quad (2.6)$$

Globalna macierz sztywności układu $\mathbf{K}_E$ związana jest z jego deformacjami, natomiast macierz $\mathbf{K}_G$ stanowi o zmianach w geometrii układu dla ciała sztywnego. Na podstawie znajomości budowy macierzy sztywności dla elementów belkowych (podanych w wielu pracach, np. [12], [98], [113], czy [130]) można w analogiczny sposób stworzyć macierz sztywności dla elementu ciągnowego, jednak z odmiennymi charakterystycznymi dla niego cechami. Sztywność takiego elementu zależy w dużym stopniu od jego sztywności na rozciąganie, tj. od osiowej sztywności sprężyste, a szczegóły dotyczące budowy macierzy sztywności dla pręta pracującego jedynie na rozciąganie osiowe $\mathbf{k}$ można znaleźć np. w pracy Pałkowskiego [113].

Macierz sztywności geometrycznej odgrywa ważną rolę w teorii ustrojów ciągnowych. Z uwagi na geometryczną zmienność układu mostu wantowego (siatek ciągnowych), globalna macierz sztywności zbudowana wyłącznie z macierzy sztywności sprężystej elementów jest macierzą osobliwą. Osobliwość globalnej macierzy sztywności można usunąć dopiero po uwzględnieniu macierzy sztywności geometrycznej elementów (wraz z warunkami brzegowymi), tj. dopiero po przyjęciu rozciągających sił osiowych w elementach [113].

Aby bliżej określić źródło nieliniowości geometrycznej należy zauważyć, że macierz sztywności układu zależy w zagadnieniu brzegowym od związków geometrycznych. Dla problemu liniowego zakłada się małe wielkości przemieszczeń i nieskończenie małe odkształcenia – wówczas składniki macierzy sztywności układu są stałe, a stan odkształceń nie wpływa na postać równowagi.

Rozpatrując konfigurację ciała w stanach 1 i 2 w układach X_i i x_i , opis punktów kontinuum w układzie nieruchomym dla konfiguracji 2 w chwili t_1 wyrażonym współrzędnymi przestrzennymi x_i przez współrzędne materialne X_i w konfiguracji 1 w chwili t_0 , współrzędne wektora dX_i w układzie współrzędnych kartezjańskich wynoszą:

$$dX_i = \frac{\partial X_i}{\partial x_j} dx_j, \quad (2.7)$$

a po przekształceniach [37], [129], deformację określić można za pomocą przestrzennego gradientu odkształcenia w postaci:

$$\frac{\partial X_k}{\partial x_j} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} = C_{ij}, \quad (2.8)$$

znanej pod nazwą tensora odkształceń Cauchy'ego.

W podobny sposób można określić kwadrat modułu wektora dx_i dla wzajemnego położenia dwóch punktów ciała w stanie 2:

$$\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} = G_{ij}. \quad (2.9)$$

Wyrażenie (2.8) określa tensor odkształceń wyznaczony przez materialny gradient odkształcenia wprowadzony przez Greena i St-Venanta, i znany pod nazwą tensora odkształceń Greena. Natomiast w wyniku określenia różnicy kwadratów modułów wektorów dx i dX można otrzymać współrzędne tensora odkształceń skończonych Greena–Lagrange'a w postaci:

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_j} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} \right). \quad (2.10)$$

W analogiczny sposób można określić zmianę odległości dwóch punktów kontinuum przy zmianie konfiguracji ciała ze stanu 1 do 2 według opisu Eulera, dla którego odpowiednik tensora Greena nosi nazwę tensora odkształcenia Almansiego [37].

Składowe tensora (2.10) wyrażone przez gradient odkształceń można wyrazić przez gradient przemieszczeń w postaci [129]:

$$L_{ij} = 1/2 (U_{ij} + U_{ji} + U_{k,i} U_{k,j}), \quad (2.11)$$

gdzie U są składowymi wektorów przemieszczeń. Istnieje zatem możliwość zastosowania ogólnej definicji odkształcenia ważnego niezależnie od tego, czy przemieszczenia są duże czy małe.

W zastosowaniach praktycznych wygodnie jest rozłożyć tensor określający składowe tensora Greena-Lagrange'a na część liniową i nieliniową w postaci (2.12):

$$L_{ij} = l_{ij} + n_{ij}, \quad (2.12)$$

gdzie symetryczna macierz l_{ij} , wyrażająca część liniową, ma postać:

$$l_{ij} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_{1,1} + u_{1,1} & u_{1,2} + u_{2,1} & u_{1,3} + u_{3,1} \\ & u_{2,2} + u_{2,2} & u_{2,3} + u_{3,2} \\ & & u_{3,3} + u_{3,3} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Część nieliniowa wyrażenia (2.12) ma postać następującą:

$$n_{ij} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_{1,1}^2 + u_{2,1}^2 + u_{3,1}^2, & u_{1,1}u_{1,2} + u_{2,1}u_{2,2} + u_{3,1}u_{3,2}, \\ & u_{1,2}^2 + u_{2,2}^2 + u_{3,2}^2, \\ & & u_{1,1}u_{1,3} + u_{2,1}u_{2,3} + u_{3,1}u_{3,3} \\ & & u_{1,2}u_{1,3} + u_{2,2}u_{2,3} + u_{3,2}u_{3,3} \\ & & & u_{1,3}^2 + u_{2,3}^2 + u_{3,3}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

W zagadnieniach nieliniowych z dużymi przemieszczeniami, ale małymi odkształceniami, można przyjąć, że:

$$u_{k,i} u_{k,j} \cong 0, \quad (2.15)$$

co oznacza pominięcie w (2.12) i (2.14) tych części nieliniowych. Z kolei w wyniku całkowitej eliminacji członu nieliniowego z równania (2.12) można otrzymać znany powszechnie, standardowy liniowy tensor dla małych gradientów przemieszczeń [37], [76], [167].

W notacji inżynierskiej dla powyższych zależności, w odniesieniu do nieruchomego kartezjańskiego układu współrzędnych x, y, z , przemieszczenia u, v, w określają odkształcenie [27], [37] odpowiednio dla liniowej i kątowej funkcji przemieszczeń w postaciach (2.16) i (2.17):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2.16)$$

oraz

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right], \quad (2.17)$$

a dalsze składowe otrzymać można przez cykliczne przestawienie.

Gdy przemieszczenia są małe, otrzymuje się znane liniowe przybliżenie przez pominięcie wyrazów drugiego stopnia (pochodne cząstkowe). Interpretacja geometryczna powyższej definicji odkształceń nie jest w ogólnym przypadku oczywista; należy pamiętać, że oznaczają one miarę wydłużenia i odkształcenia postaciowego pierwotnie prostokątnego elementu. Gdy aktualne wartości odkształceń są małe, łatwo zauważyć, że ε_x określa zmianę długości jednostkowej *pierwotnie skierowanej wzdłuż osi x*, zaś γ_{xy} daje zmianę kąta między dwiema liniami, *pierwotnie równoległymi do osi x i y*. Jest to słuszne w powyższej definicji także w przypadku, gdy zaszły duże ruchy, przemieszczające lub obracające wektor o duże wartości [167].

Nieliniowość geometryczną związaną z dużymi przemieszczeniami, należy uwzględnić przy budowaniu równań równowagi, tj. równań statycznych, geometrycznych i fizycznych.

Niekiedy nawet przy małych przemieszczeniach, należy uwzględniać pochodne cząstkowe wyrażeń (2.16) i (2.17), aby w ogóle można było napisać warunki równowagi, np. dla układu cięgien leżących w danej płaszczyźnie [8], [113], [130].

W większości rozważanych w pracy układów mostów wantowych uwzględniono udział trzech rodzajów (*współczynników*) nieliniowości geometrycznej, tj.:

- Teorię dużych przemieszczeń, wg której układ *rozwiązywany* jest na drodze ciągłego uaktualniania geometrii przy jednoczesnym zachowaniu warunku równowagi dla nowej jego konfiguracji. Oznaczając przez X_0^n oraz $u_{t+\Delta t}^n$ odpowiednio początkowe współrzędne oraz przemieszczenia węzła n , współrzędne tego węzła $X_{t+\Delta t}^n$ w czasie $t+\Delta t$ mają postać (2.18):

$$X_{t+\Delta t}^n = X_0^n + u_{t+\Delta t}^n. \quad (2.18)$$

Innymi słowy, równania równowagi muszą uwzględniać zdeformowaną geometrię układu, która nie jest z góry znana.

- Efekt $P-\Delta$ (dla elementów pylonu i pomostu), uwzględniony poprzez geometryczną macierz sztywności układu K_G wg zależności (2.6). Przykłady zastosowania tej macierzy dla płaskich i przestrzennych układów ramowych podał np. McMinn [96].
- Efekt zwisu want, który można uwzględniać za pomocą kilku znanych metod [55] omówiono szczegółowo w dalszej części tego rozdziału. Przyjęcie skończonego podziału na prostoliniowe ES makroelementu cięgna umożliwia wprowadzenie zmiennej geometrycznej macierzy sztywności dla ich węzłów. Na tej podstawie, zwis cięgien uwzględniony jest w efekcie zmiennej geometrycznej sztywności oraz w zmianie geometrii całego układu.

Nieliniowość fizyczna jest innym rodzajem nieliniowości wynikającym z charakterystyki materiału, a dokładniej w braku proporcjonalności między naprężeniem σ i odkształceniem ε (nazywana również nieliniowością fizykalną lub materiałową). Może ona występować także przy odkształceniach liniowo zależnych od przemieszczeń, co ma miejsce, np. w zagadnieniach plastyczności [75], [130].

Pewna klasa materiałów (materiały plastyczne) przy obciążeniu zachowuje się jak materiał nieliniowo-sprężysty, jednak przy odciążeniu, zależność $\sigma-\varepsilon$ przyjmuje nową postać (rys. 2.4) – pozostają trwałe odkształcenia ε_p . Taką charakterystykę ma, np. nowa lina, która wykazuje tendencje do

tw. wyciągania się, z czym związane są duże odkształcenia trwałe. Uproszczony opis takiego tworzywa to materiał idealnie plastyczny [75], [113].

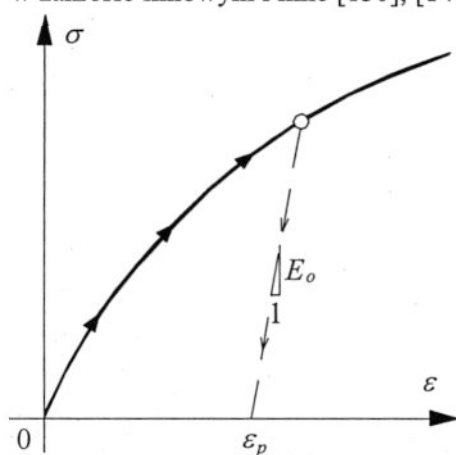
W materiałach nieliniowych moduł Younga E jest zmienny (rys. 2.5), a jego wartość jest zależna od σ lub ε . Zazwyczaj wprowadzane są dwie definicje modułu Younga E : styczny E_t i sieczny E_s . Moduł styczny można wyznaczyć z zależności (2.19):

$$E_t^n = \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_n \cong \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \right)_n, \quad (2.19)$$

natomiast moduł sieczny wyraża się wzorem (2.20):

$$E_s^n = \frac{\sigma_n}{\varepsilon_n} = \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \right)_n. \quad (2.20)$$

Nieliniowość może mieć charakter łączny, tzn. może jednocześnie występować nieliniowość fizyczna i geometryczna, jednak mogą występować jeszcze inne jej źródła leżące w budowie układu konstrukcyjnego, np. jednostronne podpory, jednostronne podłoże, konstrukcje prętowo-ciężnowe nawet w zakresie liniowym i inne [130], [146].

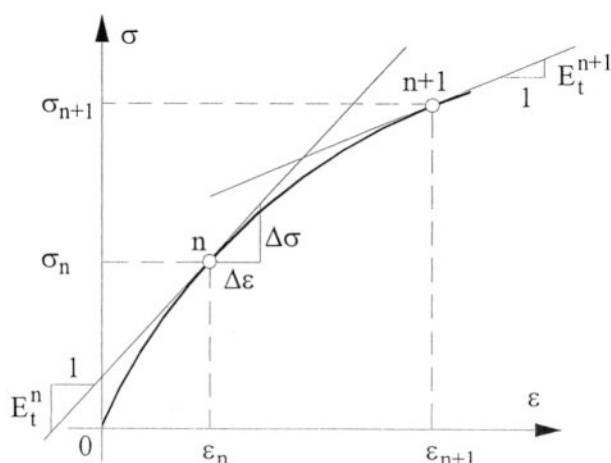


Rys. 2.4. Zależność σ - ε dla materiału z trwałym odkształceniem ε_p

Istotnym elementem poprawnego sformułowania problemu jest wspomniane zastosowanie właściwego opisu (Lagrange'a – dla układu nieruchomego, lub Eulera – dla układu konwekcyjnego, związanego z deformowanym elementem). Wybór konfiguracji odniesienia rzutuje zasadniczo na sposób wyznaczania na danym kroku przyrostów odkształceń, naprężeń lub przemieszczeń. Dla zagadnień skończonych deformacji sprężysto-plastycznych problem ten jest szczególnie dyskutowany np. w pracach Kleibera [73], Kleibera i Woźniaka [74], natomiast wybrane zagadnienia związane z formułowaniem zadań mechaniki nieliniowej są także przedmiotem prac Gutkowskiego, Osieckiego i Sawczuka [42].

Strategia rozwiązań zagadnień nieliniowych. Przy rozwiązywaniu zagadnień nieliniowych stosowane na ogół algorytmy często zawodzą; skuteczne w jednym przypadku, mogą okazać się całkowicie nieprzydatne w innym, nawet niewiele się różniącym. Jak wykazała jednak praktyka, znane metody numeryczne zastosowane do rozwiązywania problemów umiarkowanie nieliniowych, dają wiarygodne wyniki [73], [74].

Równanie równowagi układu nieliniowego podane w postaci (2.5) w zasadzie nie różni się od równania (2.1) zapisanego dla zagadnienia liniowego, jednak globalna macierz sztywności konstrukcji $K(u)$ zależy od niewiadomych przemieszczeń u przy przejściu układu ze stanu 1 do 2. W ten sposób otrzymywany jest układ równań nieliniowych, których rozwiązanie jest skomplikowane. Potwierdzają to w rozwiązywaniu zagadnień nieliniowych częste przypadki, w których macierz sztywności może być osobliwa, co w zagadnieniach



Rys. 2.5. Zależność σ - ε w materiale nieliniowym przy zastosowaniu modułu stycznego E_t

liniowych generalnie nie ma miejsca.

Zasadniczym problemem jest więc ustalenie zależności typu $R = f(u)$, natomiast wyznaczenie wartości obciążenia R przy danym przemieszczeniu u , lub odwrotnie, jest praktycznie niewykonalne metodami bezpośrednimi. W klasycznym ujęciu, rozwiązanie dla układu ciągnowego można otrzymać przez całkowanie nieliniowych równań różniczkowych opisujących równowagę takiego układu w stanie odkształconym (przyjęcie modelu kontynualnego siatki ciągnowej). Możliwe jest jednak uzyskanie rozwiązań przybliżonych przez linearyzację zagadnienia i stosowanie specjalnych algorytmów obliczeniowych. W zadaniach nieliniowych mechaniki, sformułowanych w MES dla problemów złożonych numerycznie, efektywne okazały się np. metody przyrostowe lub iteracyjne, a także algorytmy wiążące je ze sobą.

W celu opisanego stanu ustroju geometrycznie nieliniowego, dla problemu rozwiązywanego, np. na drodze przyrostowo-iteracyjnej zakłada się, że związki między siłami a przemieszczeniami są dla każdej iteracji liniowe (układ dla bieżącej konfiguracji – nie znanej *a priori* – musi uzyskać równowagę). W takim podejściu, dla każdego przyrostu obciążenia, zmianom ulega globalna macierz sztywności ustroju K . Jest ona obliczana w każdej iteracji z uwzględnieniem stanu sił i przemieszczeń uzyskanych w iteracjach poprzednich. W każdym kroku operuje się więc przyrostową (najczęściej styczną) macierzą sztywności [8].

Wybrane metody rozwiązywania nieliniowych równań równowagi w zakresie doboru efektywnych algorytmów dla rozważanego typu konstrukcji są przedmiotem rozważań przedstawionych w rozdziale 3.

2.2.5. Wybrane zagadnienia analizy dynamicznej

Dynamiczne równanie równowagi. Dla ustrojów o wielu stopniach swobody i właściwościach liniowych, postać macierzową równania ruchu układu dyskretnego dla stanu przejściowego (dynamiczne równania różniczkowe) w metodzie przemieszczeń MES dla danej konstrukcji można wyrazić w postaci (2.21) [24], [167]:

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = R(t), \quad (2.21)$$

gdzie

M – macierz mas układu,

C – macierz tłumienia układu,

K – globalna macierz sztywności układu,

u – wektor uogólnionych przemieszczeń węzłowych,

$\dot{u}$ – wektor prędkości w węzłach,

$\ddot{u}$ – wektor przyspieszenia w węzłach,

R – wektor sił.

Dla układów liniowych zakłada się, że macierze M , C i K są stałe w czasie. Dla układów nieliniowych, macierze te zależne są także od czasu t , a równanie (2.21) zapisać można wówczas w znanej postaci (2.22):

$$M_t \ddot{u}_t + C_t \dot{u}_t + (K_S)_t u_t = R_t. \quad (2.22)$$

W powyższym równaniu K_S oznacza globalną sieczną macierz sztywności układu. W większości nieliniowych zagadnień zakłada się, że macierz mas jest stała, stąd M_t oznaczane jest zazwyczaj jako M .

Analiza modalna

• **Podstawowe równania.** Podstawowym praktycznym problemem stawianym w dynamice konstrukcji mostów wawtowych, który powinien być rozwiązany w pierwszej fazie analizy jest ustalenie rodzaju i kolejności następujących po sobie drgań własnych. Jest to niezbędne dla wyeliminowania lub

ograniczenia niepożądanych i nieprzewidzianych wcześniej częstości drgań [80], [161].

Częstości drgań własnych oraz odpowiadające im formy własne (*mody*) są najważniejszymi własnościami dynamicznymi konstrukcji. Parametry te są niezbędne w celu wyznaczenia odpowiedzi konstrukcji pod obciążeniem dynamicznym, a szczególnie w metodzie odpowiedzi spektralnej. W celu wyeliminowania lub ograniczenia niepożądanych i nieprzewidzianych częstości własnych należy ustalić rodzaj i kolejność następujących po sobie drgań własnych [24].

Postać macierzową dynamicznych równań różniczkowych w MES dla danego układu można zapisać równaniem (3.36), które dla drgań własnych układu przybiera postać (2.23):

$$\mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}. \quad (2.23)$$

W przypadku, gdy nie uwzględnia się tłumienia w konstrukcji sprężystej i nie poddaje się jej obciążeniu zewnętrznemu, będzie drgała swobodnie w postaci harmoniczej zdefiniowanej przez zredukowanie równania (2.23) do postaci (2.24):

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} \sin(\omega t + \Theta), \quad (2.24)$$

z którego

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\omega^2 \tilde{\mathbf{u}} \sin(\omega t + \Theta), \quad (2.25)$$

gdzie ω jest częstością kątową, Θ – kątem fazowym, natomiast $\tilde{\mathbf{u}}$ – wektorem amplitud drgań własnych, ulegających zmianom w zakresie niezmienniej formy odkształconej [25].

Dynamiczne równania różniczkowe opisujące drgania rzeczywistych ustrojów cięgnowych są nieliniowe. W praktyce inżynierskiej rozpatruje się jednak przeważnie drgania liniowe o małych amplitudach zachodzące wokół położenia równowagi ustalonego na podstawie nieliniowej analizy w zakresie statycznym [25], [113]. Przy tym sposobie analizy, zagadnienie obliczania drgań własnych można sprowadzić do typowego problemu wartości własnych globalnej macierzy sztywności. Przy powyższych założeniach oraz podstawiając równanie (2.24) do wyrażenia (2.23) otrzymuje się problem standardowych wartości własnych lub tzw. problem wartości charakterystycznych, który w ujęciu MES przyjmuje postać (2.26):

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}. \quad (2.26)$$

Rozwiązanie powyższego równania jest możliwe tylko dla pewnych określonych wartości ω , dla których wyznacznik macierzy staje się zerem. Ponieważ wyznacznik ten jest rzędu n (przy wymiarze macierzy $n \times n$), stąd istnieje na ogół n pierwiastków będących rzeczywistymi wartościami ω^2 – określają one drgania własne układu. Zagadnienie wyznaczania wartości własnych ω polega na rozwiązaniu równania (2.27):

$$\det[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] = 0. \quad (2.27)$$

W dziedzinie drgań mechanicznych pierwiastki rozwiązania powyższego równania są rzeczywiste. Każda wartość własna (częstość) spełniająca równanie (2.27) określa wektor ϕ_n , którego składowe zachowują stały wzajemny stosunek, lecz wartości każdej z nich mogą być dowolne. Określają one tzw. postacie drgań układu [25].

Dla macierzy $\mathbf{K}$ i $\mathbf{M}$ n -tego rzędu można otrzymać n postaci własnych, których zbiór w postaci macierzowej (zwanej również macierzą modalną układu) przyjmuje postać (2.28):

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]. \quad (2.28)$$

Stosując prawo Bettiego, Clough i Penzien [25] otrzymali dwie istotne własności ortogonalne postaci własnych, tj.:

$$\phi_i^T M \phi_j = 0; \quad \phi_i^T K \phi_j = 0 \quad \text{dla } i \neq j. \quad (2.29)$$

Postacie własne mogą zostać znormalizowane z uwzględnieniem macierzy mas w taki sposób, że $\phi_i^T M \phi_j = 1$. W takim przypadku zwykle się mówi, że postacie własne są ortonormalne do macierzy mas. Dla znormalizowanej w ten sposób macierzy modalnej zachodzą następujące związki (2.30) i (2.31):

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (2.30)$$

i

$$\Phi^T K \Phi = \omega^2, \quad (2.31)$$

gdzie I jest macierzą tożsamościową, a ω^2 macierzą diagonalną zbudowaną z wartości ω^2 . Istnieją różne metody prowadzące do rozwiązania równania (2.27) i otrzymania macierzy modalnej Φ .

Dodatkowy aspekt, mający wpływ na podstawowe charakterystyki dynamiczne mostów wantowych są siły statyczne przyłożone do konstrukcji [44], [161], co często jest pomijane w stosowanej powszechnie analizie modalnej. Obliczenia drgań własnych konstrukcji z uwzględnieniem działania sił statycznych przeprowadzane są w dwóch etapach:

- liniowej lub nieliniowej analizie statycznego związku naprężenie–odkształcenie pod wpływem zadanego obciążenia statycznego oraz
- analizie drgań własnych według zależności (2.32):

$$[(K + K_G) - \omega^2 M] \tilde{u} = 0, \quad (2.32)$$

gdzie K_G wywołana jest naprężeniami ze stanu statycznego.

Jeżeli macierz $(K + K_G)$ przestaje być dodatnio określona, oznacza to, iż obciążenie statyczne jest bliskie (przystaje do) wartości krytycznej (wyboczeniowej) i w trakcie analizy nieliniowego problemu statycznego zbieżność nie zostaje osiągnięta [25].

W celu przeprowadzenia analizy modalnej wybranych konstrukcji mostów wantowych, w pracy wykorzystano dwie metody obliczeniowe (metodę iteracji podprzestrzennej i metodę iteracji odwrotnej) przy założonej optymalnej wartości dla tolerancji zbieżności rozwiązania układu, których algorytmy podane zostały w pracach [55], [103].

2.2.6. Zagadnienia analizy stateczności

Zasadniczo, modele konstrukcji ciągnowych składają się zarówno z elementów belkowych (przenoszących momenty zginające i siły ściskające), jak również z elementów ciągnowych. Elementy ściskane konstrukcji mostów podwieszonych muszą być projektowane z uwzględnieniem możliwości utraty stateczności, ponieważ decydują one o nośności całej konstrukcji ciągnowej.

Istnieje wiele metod analizy utraty stateczności konstrukcji, jednak obecnie najbardziej rozpowszechnioną jest metoda elementów skończonych. Podstawową statecznością jest stateczność liniowa lub początkowa (pierwotna). Zachowując wcześniejsze oznaczenia, można ją zapisać w postaci równania (2.33):

$$[\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G] \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \quad (2.33)$$

gdzie λ jest parametrem wzrostu obciążenia. Macierze sztywności $\mathbf{K}$ i $\mathbf{K}_G$ są generowane w typowy sposób z lokalnych macierzy sztywności sprężystej i geometrycznej elementów. Macierz sztywności sprężystej nie zależy od sił normalnych w elementach, druga zaś – macierz sztywności geometrycznej – liniowo zależy od ściskającej siły normalnej występującej w elemencie. Stąd obydwie macierze zależą w sposób wyraźny od podatności elementu na ścinanie, określonej odpowiednim parametrem κ [113].

Rozwiązanie równania (2.33) jest możliwe dla pewnych określonych wartości λ (wartości własnych), dla których wyznacznik macierzy staje się zerem, tj.:

$$\det |\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G| = 0. \quad (2.34)$$

Oczywiście istnieje pełna analogia między sposobem wyznaczania częstości drgań własnych (równanie 2.27), a równaniem (2.34), z którego można wyznaczyć β wartości λ , gdzie β jest liczbą stopni swobody ustroju. Obydwa zagadnienia sprowadzają się zatem do rozwiązania problemu wartości własnych i można je rozwiązać za pomocą tych samych metod numerycznych. Po wyznaczeniu λ i wartości własnych można następnie z równania (2.33) znaleźć $\tilde{\mathbf{u}}_i$ wektorów własnych przedstawiających postacie utraty stateczności konstrukcji $\mathcal{Q}_i$.

Pomimo pełnej analogii matematycznej między obu zagadnieniami, występują jednak dość istotne różnice fizyczne. Wyższe częstości drgań własnych konstrukcji są realne, gdy tymczasem wyższe wartości współczynnika obciążenia λ takie nie są, ponieważ konstrukcja traci stateczność już pod wpływem obciążenia określonego przez najmniejszą wartość λ_{kr} [30], [151].

W analizie stateczności, skalarne współczynniki wartości własnych (lub intensywności obciążenia) λ_i przemnaża się przez obciążenie przyłożone do konstrukcji w celu ustalenia wartości obciążenia krytycznego F_{kr} . Przy założeniu proporcjonalnego przyrostu obciążenia, przyłożona siła F może być zastąpiona początkowym obciążeniem w postaci równania [29]:

$$F_{kr} = F_0 \times \lambda_{kr}. \quad (2.35)$$

Problem stateczności początkowej, opierającej się na dwóch założeniach, tj. przyjęciu proporcjonalności między obciążeniem zewnętrznym a siłami wewnętrznymi, oraz przyjęciu, że sztywność konstrukcji liniowo zależy od obciążenia zewnętrznego, można dość łatwo usunąć i uzyskać poprawne rozwiązanie dla konstrukcji ciągnowych poprzez wprowadzenie dodatkowych węzłów wewnątrz elementów. Prowadzi to do zmniejszenia ich długości, a więc do redukcji parametru występującego w podmacierzach sztywności elementu [98]. Sposób ten, chociaż skuteczny, jest trochę niedogodny, gdyż prowadzi do znacznego wzrostu liczby stopni swobody ustroju β . Bardziej szczegółową analizę tego zagadnienia przeprowadzono, np. w pracach [113] i [156].

W przypadku konstrukcji ciągnowych występuje typowy problem stateczności nieliniowej. Poprawne określenie sił wewnętrznych w stanie przedbifurkacyjnym wymaga więc analizy przyrostowej. Do wyznaczenia zaś obciążenia krytycznego konstrukcji można posługiwać się stosunkowo prostym kryterium zerowania się wyznacznika stycznej macierzy sztywności ustroju, uaktualnianej na drodze przyrostowej. Kryterium to ma postać $\det \mathbf{K}_T = 0$, gdzie $\mathbf{K}_T$ jest styczną globalną macierzą sztywności ustroju, budowaną z uwzględnieniem ścisłych macierzy sztywności elementu [156].

Powyższe kryterium ma ogólny charakter i pozwala na wyznaczenie zarówno bifurkacyjnego obciążenia w układach idealnych, jak i obciążenia granicznego w układach z imperfekcjami. Stosowanie tego kryterium w praktyce jest stosunkowo proste i polega na utworzeniu globalnej macierzy sztywności dla pewnego obciążenia zewnętrznego, zgodnie z ogólnymi regułami MES, oraz na obliczeniu wyznacznika utworzonej w ten sposób macierzy sztywności.

Jeśli dla przyjętego obciążenia zewnętrznego wyznacznik macierzy jest większy od zera, to powyższy sposób jest powtarzany, lecz z uwzględnieniem pewnego przyrostu obciążenia zewnętrznego. Po kilku cyklach takich obliczeń wyznacznik macierzy przyjmuje na ogół wartość ujemną. Znajomość dwóch ostatnich wartości obciążeń, i dwóch ostatnich wartości wyznacznika, pozwala obliczyć (np. metodą interpolacji) obciążenie krytyczne odpowiadające zerowej wartości wyznacznika.

Metody nieliniowej analizy stateczności konstrukcji przedstawiono, np. w pracach [134], [156], czy [144], natomiast omówiony pierwszy sposób wyznaczania obciążenia krytycznego w ustrojach prętowych liniowo odkształcalnych zastosowano do rozwiązania przyjętego modelu obliczeniowego dla niekonwencjonalnego rozwiązania konstrukcji mostu wawowego z pomostem składanym, co przedstawiono w rozdziale 5 [57].

2.3. Podstawy statyki układów cięgowych

2.3.1. Statyka cięgna

Uwagi ogólne. W przeciwieństwie do stali konstrukcyjnej, liny (ciąga) są elementami sprężysto-plastycznymi, stąd nie odpowiadają powszechnej zasadzie stosowanej dla pozostałych sztywnych elementów konstrukcyjnych mostu. Fundamentalnym zagadnieniem spotykanym w naturze wszystkich rodzajów cięgien jest ich nieliniowa charakterystyka. Rezultatem tego są zmiany w zwisie i w odpowiednich osiowych stanach naprężeń.

W konfiguracjach mostów wawowych ciąga stanowi rodzaj biernego elementu napiętego jedynie do wartości siły wywołującej w nim naprężenie nieco większe od wywołanego obciążeniem pomostu. Siła napinająca wawę nie powoduje deformacji, które odpowiadają przekroczeniu wytrzymałości materiału, z jakiego wykonany jest pomost.

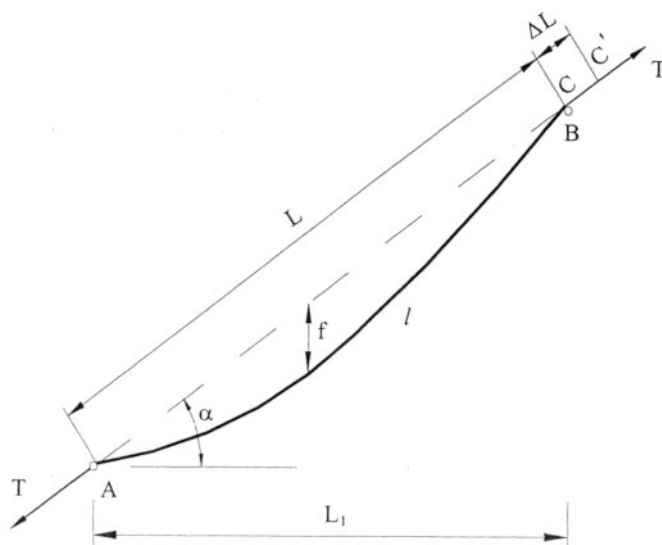
W rozważaniach teoretycznych na ogół zakłada się, że ciąga są idealnie wiotkie, co oznacza, że nie mogą przenosić momentów zginających oraz sił tnących, a jedyną siłą wewnętrzną, na które są projektowane, jest normalna siła rozciągająca. Ta właściwość cięgien sprawia, że dla każdego przypadku obciążenia przyjmują one kształt zgodny z tzw. *osią racjonalną*.

W rzeczywistości, każda wawa ma sztywność poprzeczną (tzn. $EJ \neq 0$), która ujawnia się tym wyraźniej, im większy jest stosunek wymiaru poprzecznego cięgna do jego całkowitej długości. Szczegóły dotyczące pracy cięgna wiotkiego i niewiotkiego (sztywnego) podane zostały np. w monografii Hajduka i Osieckiego [44].

Założenie dotyczące wiotkości cięgien jest w teorii ustrojów cięgowych bardzo ważne. Pozwala ono bowiem na przyjęcie, że moment zginający w dowolnym punkcie osi cięgna, od dowolnych działających na nie obciążeń, ma wartość zerową.

Moduł sprężystości waw.

• **Pozorny moduł sprężystości.** Sztywność całej konstrukcji mostu wawowego w znacznym stopniu zależy od sztywności na rozciąganie, jaką charakteryzują się ciąga. Uwzględnienie ich ciężaru powoduje, że mają one pewien zwis (rys. 2.6). Siła rozciągająca wawę, wywołana obciążeniem własnym



Rys. 2.6. Schemat swobodnie zawieszonego ukośnego cięgna [148]

pomostu oraz obciążeniem użytkowym, zmienia wielkość strzałki zwisu. W rezultacie, moduł sprężystości podłużnej cięgna jest inny niż materiału, z którego je wykonano. Stąd też sprężystość cięgna nazywana jest również sprężystością pozorną [148].

Przemieszczenie końca swobodnie zawieszonego cięgna pod działaniem siły osiowej zależy nie tylko od powierzchni przekroju poprzecznego i modułu sprężystości, ale także od określonego wydłużenia wywołanego jej zwisem, co zostało udowodnione przez Ernsta [31].

Przyjmując ukośne cięgno podparte przegubowo na dolnym końcu A, oraz przesuwne na górnym B, pod działaniem siły osiowej T lina przyjmie kształt krzywej łańcuchowej (rys. 2.6).

Zakładając, że l jest długością tej krzywej pomiędzy punktami podparć, oczywistą jest relacja $L < l$ dla L równego jego cięciwie. W momencie, gdy T dąży do nieskończoności, lina przybiera kształt prostej (wyprostowuje się). Tak więc koniec C przemieszcza się do punktu C', a jej wydłużenie opisane jest relacją (2.36):

$$\Delta L = l - L. \quad (2.36)$$

Zwiększając siłę osiową w cięgni do wartości $T' = T + \Delta T$, koniec C przemieszcza się o wartość (2.37):

$$\Delta \Delta L = L' - L, \quad (2.37)$$

a całkowite wydłużenie wynosi wówczas (2.38):

$$\varepsilon_f = \Delta \Delta L / L. \quad (2.38)$$

Dlatego też, pozorny moduł sprężystości podłużnej E_f można wyrazić relacją:

$$E_f = \sigma / \varepsilon_f. \quad (2.39)$$

• **Równoważny moduł sprężystości.** Cięgno obciążone osiowo ulega sprężystemu rozciąganiu (2.40):

$$\varepsilon = \sigma / E, \quad (2.40)$$

gdzie E oznacza moduł sprężystości podłużnej cięgna na długości jego cięciwy.

Równoważny moduł sprężystości cięgna E_r zdefiniowany jest jako zależność modułu E_f – odpowiedzialnego za zwis wanty oraz E – przedstawiającego jej sztywność na długości cięciwy, co można zapisać w postaci (2.41):

$$E_r = \frac{\sigma}{\varepsilon_f + \varepsilon}, \quad (2.41)$$

gdzie ε i ε_f zdefiniowane są zależnościami (2.39) i (2.40).

Z powyższego wyrażenia wynika, że przy zachowaniu stałego na długości wyłączenia cięgna (σ), równoważny moduł sprężystości można opisać wzorem (2.42):

$$E_r = \frac{E_f E}{E_f + E}. \quad (2.42)$$

W celu określenia wartości współczynnika E_r cięgna, należy znaleźć przyrost jego długości ΔL . Po przekształceniu równań na strzałkę zwisu cięgna, oraz równań równowagi sił zewnętrznych działających

na taki element, można otrzymać wyrażenie określające równoważny (lub idealny) moduł sprężystości dla cięgna E_r wyrażony wzorem (2.43):

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{(\gamma L_1)^2}{12\sigma^3} E}, \quad (2.43)$$

gdzie

E_r – moduł Younga dla cięgna ze zwisem,

E – pierwotny moduł sprężystości dla materiału cięgna prostego (moduł styczny),

γ – ciężar właściwy materiału cięgna,

L_1 – długość rzutu poziomego cięciwy cięgna L ,

σ – jednostkowe naprężenie rozciągające w cięgnię,

lub w postaci wyrażenia uwzględniającego zmienny stan jego napięcia w formie (2.44):

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{AE(g_c L_1)^2 (T_p + T_f)}{24T_p^2 T_f^2}}, \quad (2.44)$$

gdzie

A – pole przekroju metalicznego cięgna,

g_c – ciężar 1 mb cięgna,

T_p – siła rozciągająca w cięgnię prostym,

T_f – siła rozciągająca w cięgnię ze zwisem [40].

Należy przy tym dodać, że E_r i T_f w równaniu (2.44) są współzależne i dlatego celowe jest jego rozwiązanie na drodze iteracyjnej.

Zastosowanie równoważnego modułu sprężystości (lub inaczej tzw. modułu Ernsta) zakłada, że początkowe odkształcenie cięgna jest wyrównane, więc początkowa wartość osiowej siły rozciągającej linię $\varepsilon_0 EA$ pozostaje stała. Wyrażenie na σ w równaniu na równoważny moduł sprężystości (2.43) zostało dokładniej sprecyzowane w roku 1988 przez Walthera i innych [154] w postaci równania (2.45):

$$\sigma = \sigma_{sr} \sqrt[3]{\frac{16\eta^2}{(1+\eta)^4}}, \quad (2.45)$$

w którym

$$\eta = \sigma_d / \sigma_g \quad \text{ i } \quad \sigma_{sr} = (\sigma_d + \sigma_g) / 2, \quad (2.46)$$

przy czym przez σ_d i σ_g oznaczono dolną i górną granicę naprężenia rozciągającego w linii.

Podstawowym założeniem dla modułu Ernsta jest przyjęcie prostego, zastępczego elementu (leżącego na jego cięciwie) z równoważnym modułem sprężystości, który odpowiada modułowi dla cięgna zakrzywionego (według krzywej łańcuchowej wyrażonej w uproszczeniu równaniem parabolicznym drugiego stopnia).

Zależności statyczne dla cięgna o cięciwie ukośnej. Równowaga systemu cięgowego jest zachowana przez układ sił pochodzących od zakotwień na obu jego końcach (rys. 2.7). Są nimi siła rozciągająca w cięgnię T wraz z jej poziomą H i pionową składową V . Podczas gdy siła pionowa V_A równoważy całkowity ciężar liny, siły poziome H mają kierunki przeciwne i są sobie równe. Stabilność takiego układu zapewniona jest przez ogólną statyczną równowagę wszystkich sił.

Dotychczas opracowano kilka metod pozwalających na wyznaczenie zależności geometrycznych w

takim układzie, np. metoda energetyczna, metoda sił poprzecznych itp. [44].

Rozważając obciążoną równomiernie q linę zawieszoną w dwóch punktach na różnych wysokościach A i B można wyznaczyć końcową jej długość l z równania (2.47):

$$l = \int_0^L \sqrt{1 + y'^2} dx, \quad (2.47)$$

gdzie pochodna y' linii zwisu cięgna dla metody sił poprzecznych wyraża się zależnością (2.48):

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{M}{T \cos \alpha}, \quad (2.48)$$

stąd

$$y' = \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{T \cos \alpha} \frac{dM}{dx} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{Q}{T \cos \alpha}. \quad (2.49)$$

W równaniach (2.48 i 2.49) M i Q są odpowiednio momentem zginającym i siłą poprzną wyznaczonymi jak dla belki swobodnie podpartej o rozpiętości L . Podstawiając (2.49) do (2.47) otrzymuje się zależność (2.50):

$$l = \int_0^L \sqrt{1 + \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{Q}{T \cos \alpha} \right)^2} dx, \quad (2.50)$$

natomiast wydłużenie sprężyste cięgna wynosi (2.51):

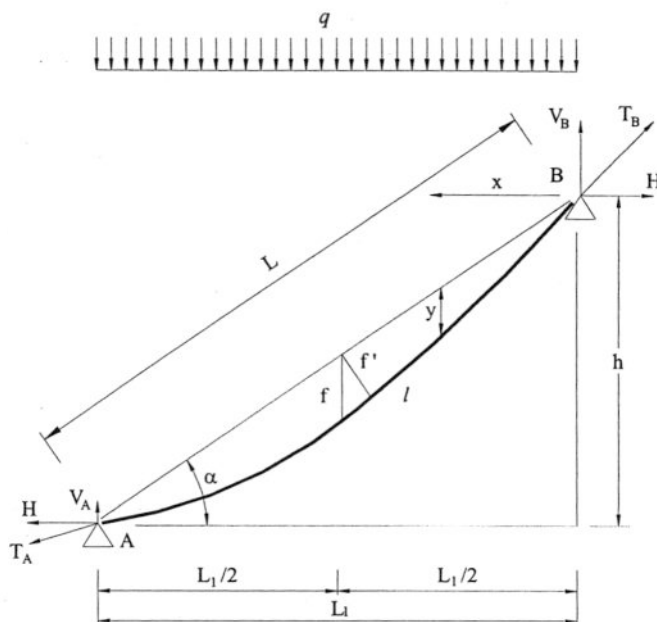
$$\Delta l = \frac{T \cos \alpha}{EA} \int_0^L \left[1 + \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{Q}{T \cos \alpha} \right)^2 \right] dx. \quad (2.51)$$

Po uwzględnieniu powyższych zależności oraz skutków zmian gradientu temperatury ΔT_α można otrzymać ściśle równanie cięgna (2.52):

$$\int_0^L \sqrt{1 + \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{Q}{T \cos \alpha} \right)^2} dx = l_0 (1 + \alpha_t \Delta T_\alpha) + \frac{T \cos \alpha}{EA} \int_0^L \left[1 + \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{Q}{T \cos \alpha} \right)^2 \right] dx. \quad (2.52)$$

Równanie to jest ważne dla dowolnego obciążenia równomiernie rozłożonego q , jak i dowolnie dużych zwisów cięgna [44], [113].

Właściwości mechaniczne cięgien. Druty stosowane na cięgna mostów wawowych mają bardzo wysoką wytrzymałość na rozciąganie, co zapewnia specyficzny skład chemiczny stali i specjalna obróbka w trakcie jego wytwarzania (technologia ciągnięcia drutu na zimno). Zabieg ten zmniejsza również odkształcalność plastyczną drutu i tym samym rozszerza zakres jego sprężystości niemal do granic wytrzymałości na zerwanie. Porównanie relacji σ – ε dla typowych stali budowlanych i drutu stosowanego na wawy daje obraz różnic w wytrzymałościach na rozciąganie, ale również sposobu przebiegu granicy



Rys. 2.7. Schemat ugięcia (zwisu) cięgna ukośnego pod obciążeniem równomiernie rozłożonym wraz z układem sił działających na jego podporach

plastyczności (rys. 2.8). Istotna jest przy tym informacja, że wytrzymałość drutu rośnie wraz ze zmniejszaniem się jego średnicy. Dotychczas udało się uzyskać jego wytrzymałość przekraczającą nawet $\sigma = 3000$ MPa [40], [113], [148].

Wytrzymałość i charakterystyka lin znacznie różni się od pojedynczych drutów, na co ma wpływ budowa lin, np. skręcanie ich w splotki i zwijanie splotek na linę. Z tych przyczyn nowo wyprodukowana lina ma tendencje do tzw. *wyciągania się*, a więc powstają znaczne trwałe jej odkształcenia (wzrost współczynnika sprężystości nawet o 30%). Na rysunku 2.9 zestawiono przykładowe zależności σ - ϵ dla badań eksperymentalnych liny spiralnej, odpowiednio dla wartości rzeczywistych i przybliżonych (wygładzonych). Krzywa 0abcd (rys. 2.9b) obowiązuje jedynie podczas pierwszego obciążenia liny [113].

Z wykresów tych wyraźnie wynika, że moduł sprężystości dla liny jest w znacznym stopniu pojęciem umownym i zależy on od wielu czynników, jak rodzaj liny, zakres stosowanego obciążenia, czy proces wstępnego przeciągania liny. W zasadzie normowe wartości modułu sprężystości – podane umownie – oscylują w granicach 120–200 GPa.

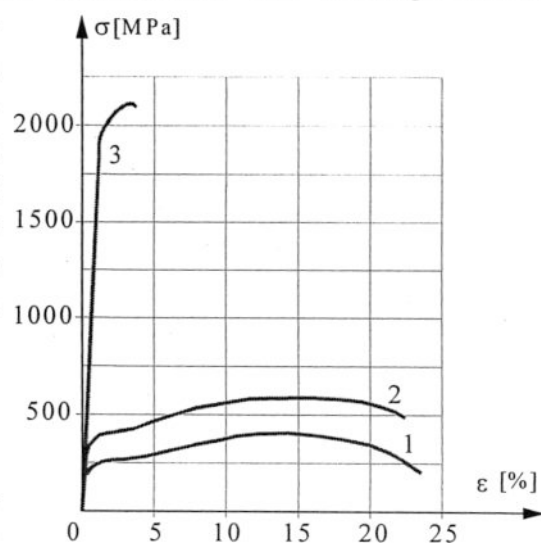
Niewłaściwe przyjęcie współczynnika sprężystości dla ciągu może spowodować znaczne różnice między stanem sił i przemieszczeń obliczonych i rzeczywistych w konstrukcji mostu, dlatego też należy dążyć do wyznaczania E_i na drodze empirycznej, co często jest nierealne zważywszy na przeważnie dużą liczbę lin stosowanych w danej konstrukcji.

W zasadzie dobre rezultaty można uzyskać przy wykorzystaniu tzw. siecznego modułu sprężystości, którego wartość określa się na podstawie znajomości stanu naprężeń rozciągających w ciągu i znajomości doświadczalnej zależności σ - ϵ . Przyjęcie do obliczeń tak ustalonego siecznego modułu sprężystości daje dobrą zgodność wyników analitycznych z doświadczalnymi, przy czym często wymagane jest narzucenie dodatkowego założenia dotyczącego stosowania procedury przyrostowej z uwzględnieniem zmiennego E_i na każdym kroku przyrostu obciążenia [95].

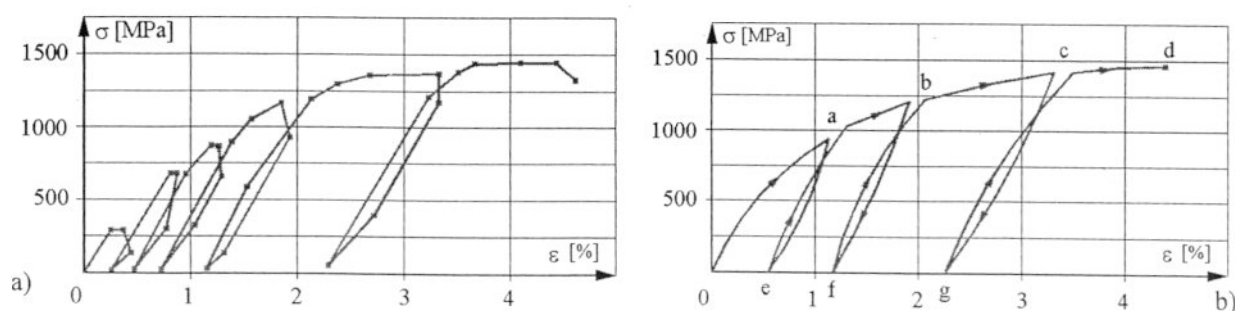
2.3.2. Statyka pomostu i pylonów

**Charakterystyka deformacji układu pomost-wanta-
pylon.** W mostach wawtowych ze smukłym dźwigarem usztywniającym, wielkości przemieszczeń (w tym ugięcie dźwigara) całego układu są bardzo duże, zarówno dla pomostu jak i dla pylonów. Jest to spowodowane przede wszystkim wydłużaniem się ciągów, a więc całkowite ugięcie dźwigara głównego może być traktowane jako pochodna wydłużania się want.

Na rysunku 2.10 przedstawiono schemat podwieszenia radialnego o wysokości h i długości L . Założenie połączenia punktu górnego wanty z pylonem doprowadza do następującej zależności pionowego



Rys. 2.8. Zależność σ - ϵ dla stali: 1 – niskowęglowej St3M, 2 – niskostopowej 18G2 oraz 3 – dla drutu stalowego na wanty [113]



Rys. 2.9. Zależność σ - ϵ dla liny spiralnej: a) rzeczywista oraz b) przybliżona [113]

przesunięcia punktu dolnego jej zakotwienia w pomoście $\delta_y(x)$, w postaci równania (2.53) [40]:

$$\delta_y(x) = h \left(1 + \frac{x^2}{h^2} \right) \varepsilon_L. \quad (2.53)$$

Dla stałego odkształcenia ε_L w każdej z want przęsłowych krzywa ugięcia pomostu jest parabolą wypukłą drugiego stopnia (rys. 2.10), przy długości ciągu $L(x)$.

Ugięcie przęsła zapisane równaniem (2.53) jest właściwe tylko dla przypadku, gdy wydłużają się ciąga. Dodatkowe wydłużenie want kotwiących powoduje z kolei poziome przesunięcie wierzchołka pylonu, i również przyczynia się do powstania dodatkowych ugięć pionowych pomostu (rys. 2.11).

Wydłużenie ciągu kotwiącego przyczynia się do obrotu całego układu pomost–ciągna–pylon (rys. 2.11) o kąt ϕ równy (2.54):

$$\phi = \frac{\delta_{xk}}{h} = \frac{h^2 + L_2^2}{hL_2} \varepsilon_k. \quad (2.54)$$

Całkowite ugięcie usztywnionego dźwigara spowodowane wydłużeniem ciągu można więc wyrazić za pomocą równania (2.55):

$$\delta_y(x) = h \left(1 + \frac{x^2}{h^2} \right) \varepsilon_L + \frac{h^2 + L_2^2}{hL_2} \varepsilon_k \quad (2.55)$$

Zakładając identyczne maksymalne naprężenie rozciągające we wszystkich wantach, oraz zaniedbując sztywność giętną usztywnionego dźwigara, odkształcenia w ciągach pod działaniem obciążenia zmiennego można wyrazić równaniami (2.56) i (2.57):

$$\varepsilon_L = \frac{q}{g + q} \times \frac{\sigma_L}{E}, \quad (2.56)$$

$$\varepsilon_k = \frac{q}{g \left(1 - \left(\frac{L_2}{L_s} \right)^2 \right) + q} \times \frac{\sigma_L}{E}, \quad (2.57)$$

gdzie

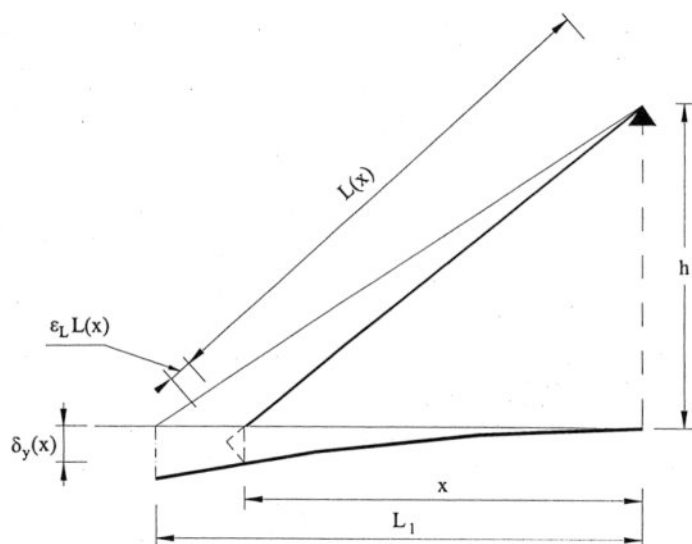
L_s – połowa rozpiętości teoretycznej przęsła środkowego – $L_s = 0,5L_c$,

g – ciężar własny konstrukcji,

q – obciążenie użytkowe,

σ_L – naprężenie projektowe.

Podstawiając w równaniu (2.55) za x połowę długości przęsła głównego L_c oraz wykorzystując zależności (2.56) i (2.57), ugięcie środkowego przęsła $\delta_y(L_s)$ można zatem przedstawić w postaci



Rys. 2.10. Pionowe przesunięcie (ugięcie) pomostu wywołane wydłużeniem się ciągu przęsłowego [40]

równania (2.58):

$$\delta_y(L_c) = \left\{ \frac{p}{g+p} h \left[1 + \left(\frac{L_s}{h} \right)^2 \right] + \frac{p}{g \left[1 - \left(\frac{L_2}{L_s} \right)^2 \right] p} L_s \left(\frac{h}{L_2} + \frac{L_2}{h} \right) \right\} \frac{\sigma_L}{E}. \quad (2.58)$$

Graficzna interpretacja zależności ugięcia dźwigara od wydłużenia want ma postać podaną na rys. 2.12. Można zauważyć, że o ile wpływ wydłużenia cięgien przęsła środkowego na jego ugięcie jest stały, to wpływ pochodzący od wydłużenia się cięgna kotwiącego jest zależny od długości przęsła skrajnego. W rozważaniach tych nie uwzględniono jednak wpływu zwisu cięgien.

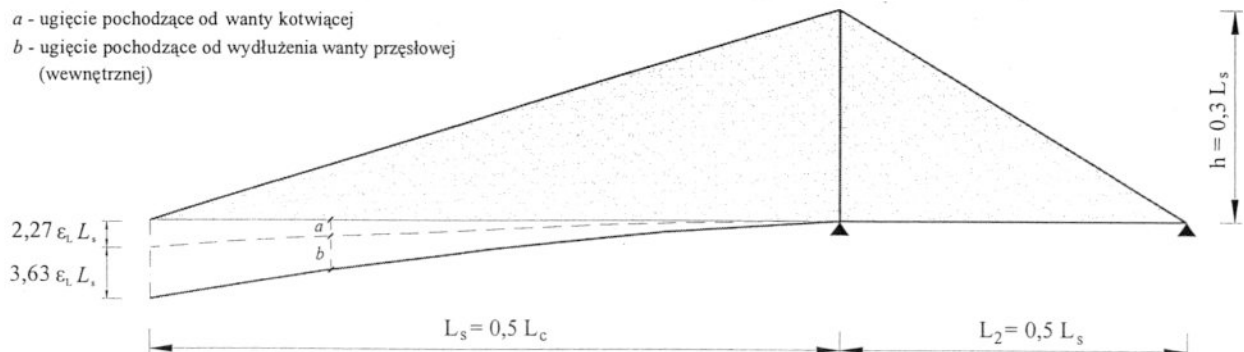
Obliczanie wielkości statycznych elementów dźwigara

głównego i pylonu wykonuje się przy wykorzystaniu zazwyczaj założenia o niezmienności wymiarów poprzecznych i materiału belki na jej długości. Stąd otrzymać można równanie różniczkowe w znanej postaci (2.59):

$$EJ \frac{d^4 w}{dx^4} = q + S \frac{d^2 w}{dx^2}. \quad (2.59)$$

Można je rozwiązać na drodze iteracyjnej poprzez założenie, że ostatnie wyrażenie jest przyłożonym tzw. obciążeniem zastępczym, które obliczane jest w każdej iteracji z rezultatów otrzymanych z iteracji poprzedniej, i wówczas dopiero zsumowane z obciążeniem zewnętrznym q [146].

Rozważając element cięgowy poddany działaniu dużych sił rozciągających T – większych od sił skierowanych prostopadle do jego osi – przemieszczenia poprzeczne są bardzo małe, a zmiana siły naciągu T nieistotna. Można wówczas siłę T traktować jako niezależną od obciążeń poprzecznych. Jest to



Rys. 2.12. Ugięcie przęsła głównego spowodowane wydłużeniem cięgien kotwiącego i przęsłowego (wewnętrznej) [40]

model ciągu znany pod nazwą struny. Można go traktować jako szczególny przypadek omawianego wyżej schematu pręta zginanego i obciążonego dużą siłą rozciągającą. Równanie różniczkowe takiego pręta o postaci (2.59) przechodzi w równanie struny:

$$-T \frac{d^2 w}{dx^2} = q. \quad (2.60)$$

Jest to najprostsze z równań różniczkowych, które może stanowić punkt wyjścia do obliczeń statycznych ciągu napiętego dużą siłą osiową i obciążonego poprzecznie siłami nie wywołującymi dużych przemieszczeń.

2.4. Komputerowe modelowanie mostów wantung

2.4.1. Uwagi ogólne

Koncepcje i realizacje niemal każdej z konstrukcji mostu wantung wyróżniają się specyficznym charakterem – niejednokrotnie pozbawione są ekonomicznej racjonalności (rys. 2.13) – i oryginalnymi rozwiązaniami; możliwość kombinacji w obrębie układu pomost, pylon(-y) i systemu olinowania jest praktycznie nieograniczona [40], [122], [148].

W przypadku, gdy decydujące znaczenie mają rozwiązania ekonomiczne i funkcjonalne, niezbędnym staje się analizowanie tych konstrukcji w zakresie statycznym i dynamicznym pod założonym obciążeniem projektowym po to, aby spełnić kryteria wytrzymałościowe i eksploatacyjne [164]. Zastosowanie komputerów stało się wygodnym narzędziem do analiz tych konstrukcji, i dlatego niezwykle istotne jest przeprowadzenie w sposób najbardziej efektywny i skuteczny procesu przygotowywania danych, obliczeń oraz interpretacji otrzymanych wyników. Należy zatem wygenerować model matematyczny, który będzie odzwierciedlał zachowanie się mostu rzeczywistego przy spełnieniu narzuconej dokładności w dostosowaniu do wymagań komputerowych.

Warunki te spełnia również metoda elementów skończonych, dla której modelowanie może być przeprowadzone na różnych, najczęściej trzech, etapach dokładności:

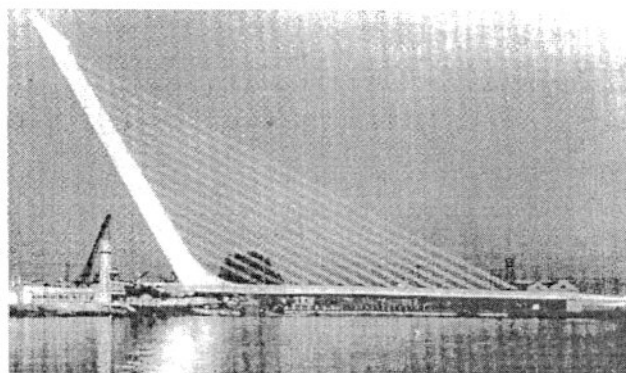
1. Poziom pierwszy obejmuje modele umożliwiające odwzorowanie zachowania się całej konstrukcji mostu, tj. przęsła i podpór wraz z fundamentami.
2. Poziom drugi obejmuje poszczególne modele głównych elementów składowych całego mostu, jak np. pomost i pylony, które mają kształt zbliżony do rzeczywistego, np. płyta ortotropowa pomostu lub pylonu w przypadku konstrukcji stalowych.
3. Poziom trzeci odpowiada analizie naprężeń w złożonych detalach konstrukcyjnych lub ich częściach, np. specjalne gniazda zakotwień want, itp.

Szczegóły związane ze sposobami komputerowego modelowania konstrukcji mostów wantung przedstawiono w pracy [55].

2.4.2. Modelowanie want

Wyróżnia się trzy zasadnicze modele ciągu dla mostów wantung (stosowanych także dla innych konstrukcji ciągowych), są nimi:

– metoda równoważnego modułu sprężystości (wprowadzona w roku 1944 przez Pipparda i



Rys. 2.13. Most Alamillo w Sewilli (Gimsing [40])

Chitty'ego [116]),

- metoda połączeń odcinków prostych (dwuwęzłowych elementów prostoliniowych), oparta na teorii sprężystości wprowadzonej dla konstrukcji mostów wiszących przez Pugsley'a w 1957 r. [126], oraz
- metoda elementów krzywoliniowych zakładająca aproksymację rzeczywistego ciągu izoparametrycznymi elementami wyższego rzędu.

Dla elementu ciągłego stosowane są zazwyczaj następujące założenia, dotyczące powstawania jedynie naprężeń o kierunku prostopadłym do przekroju poprzecznego, niezmienności rozkładu naprężeń normalnych na całej powierzchni przekroju poprzecznego, oraz niezmienności powierzchni przekroju poprzecznego w procesie deformacji.

W celu uwzględnienia efektu zwisu want, ze względu na dużą dokładność obliczeń, w przedstawionych analizach mostów wantowych tej dysertacji zastosowano drugą z podanych metod, polegającą na dyskretyzacji makroelementów ciągłych większą liczbą liniowych ES [1], [59].

2.4.3. Modelowanie pomostu i pylonów

Konstrukcja mostu wantowego modelowana jest zazwyczaj w formie ramy płaskiej lub przestrzennej z zastosowaniem analizy nieliniowej. Przyjmuje się wówczas, że pomost i pylony idealizowane są w formie układów szkieletowych złożonych z jednorodnych elementów zdolnych do przeniesienia zginania, ścinania, skręcania i sił osiowych [55]. Mogą być nimi krótkie, wahaczowe lub wspornikowe elementy o dużej sztywności, co umożliwia modelowanie pomostu o skończonej szerokości w przypadkach, kiedy miejsca połączeń z ciągami usytuowane są na krawędziach tych elementów lub w ich pobliżu. Możliwe jest również umieszczenie ich mimośrodowo z uwzględnieniem osi środka ciężkości pomostu na jego długości.

Wzrost efektywności obliczeń spowodował, że proces modelowania pomostu i pylonu stał się ostatnio dokładniejszy w zastosowaniu do modelowania całego mostu poprzez stosowne połączenie poziomów modelowania 1° i 2° (p. 2.4.1).

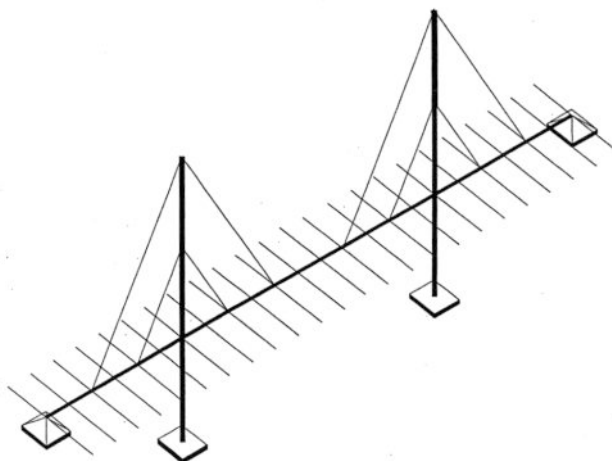
Detale w modelowaniu pomostu. Pomosty stosowane w konstrukcjach mostów wantowych składają się przeważnie z elementów cienkościennych wykonanych ze stali lub z żelbetu. W odniesieniu do obciążenia wywołującego zginanie, mosty wantowe są w znacznym stopniu podatne na skręcanie, a pod wpływem dużych sił osiowych (od wyboczenia) płaskie przekroje mogą podlegać deformacjom. Model pomostu złożony z elementów skończonych, będąc zasadniczą częścią modelu, musi odzwierciedlać wszystkie pierwszorzędne deformacje wynikające z kombinacji zginania, skręcania i siły osiowej. Dla niektórych elementów o przekroju bardzo cienkim, niezbędne jest uwzględnienie efektów drugiego rzędu, jak np. deplanacji przekroju, lokalnej utraty stateczności, niestateczności na skręcanie czy opóźnione ścinanie [71].

Teoretycznie, cienkościenne przekroje poprzeczne pomostu w tych konstrukcjach, w celu wychwycenia rzeczywistego ich zachowania się w przestrzeni, mogą być modelowane za pomocą płytowych, powłokowych lub trójwymiarowych bryłowych ES. Modele takie zwiększają jednak znacznie czas obliczeń i są mało praktyczne ze względu na wzrost stopni swobody układu. Z drugiej strony, postępowanie polegające na przyjęciu całego pomostu w formie jednowymiarowego liniowego elementu może być w pewnych przypadkach niewystarczające. Formą kompromisu jest kilka zaproponowanych specjalnie do tego celu jednowymiarowych elementów o różnych cienkościennych przekrojach poprzecznych. W takim przypadku, w celu uwzględnienia efektów zwiczenia (wyboczenia) i zniekształcenia takiego przekroju, liczone się z wprowadzeniem w nich dodatkowych stopni swobody, przy czym w odróżnieniu od standardowego elementu belkowego nie mają one 6 stopni swobody w węźle [55]. Taki sposób modelowania dźwigara głównego ma duże zalety, jednak z powodu specyficznego rozkładu stopni swobody zmodyfikowanego elementu cienkościennego w węzłach przekrojowych i pomocniczych, problematyczne jest wykonanie połączenia między elementem ciągu i dźwigara (pomostu).

2.4.4. Modelowanie całego mostu

Najczęściej elementy pomostu i pylonu przedstawiane są w formie konstrukcji szkieletowych. Na rysunku 2.14 pokazano pojedynczą pionową płaszczyznę (środkową) want w układzie harfowym. Wprowadzono przy tym elementy wspornikowe o dużej sztywności, umożliwiając tym samym zastosowanie obciążeń mimośrodowych [165].

Na rysunku 2.15a przedstawiono pionową, podwójną płaszczyznę want mostu wawtowego (analogia do rys. 2.14). Przypadek pomostu złożonego z dwóch połączonych ze sobą dźwigarów, każdy skojarzony z jedną odrębną płaszczyzną want przedstawiono na rys. 2.15b. W podobny sposób można modelować inne układy tych konstrukcji. Pewne zalety wynikające z zastosowania zmodyfikowanych ES np. w pomoście podane zostały w pracy [235].

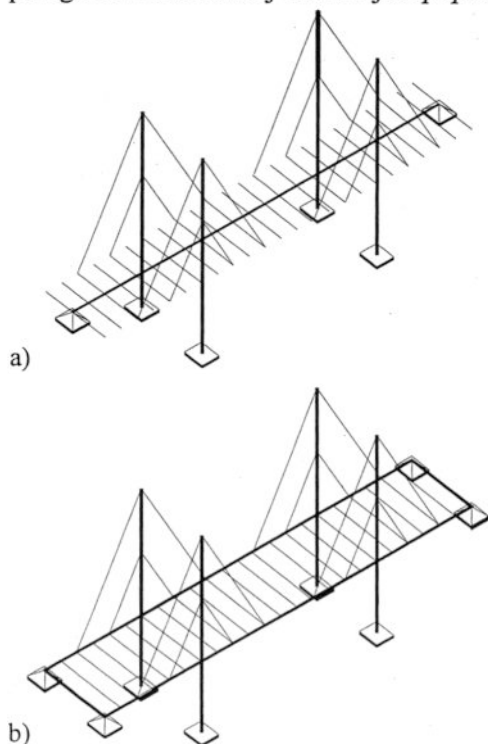


Rys. 2.14. Model szkieletowy mostu wawtowego z jedną płaszczyzną want

2.4.5. Modelowanie w analizie dynamicznej

W modelu matematycznym służącym do oceny dynamicznego zachowania się mostu wawtowego, obok niezbędnych wymagań ze względu na modelowanie dla zagadnień statyki, istotne jest spełnienie warunków dotyczących rozkładu masy i charakterystyk tłumienia. Niezbędne jest, aby rozkład masy i charakterystyki tłumienia były zgodne z założeniami modelowymi charakterystyk sztywności. Równie istotne jest poprawne modelowanie głównych połączeń czy przegubów w konstrukcji, gdyż wpływa to na odpowiedź dynamiczną konstrukcji, np. postać własna układu zależna jest od wyboru zastosowanych przegubów. Nie mniej istotne jest *poprawne* dynamiczne wzbudzenie konstrukcji wraz z odpowiednimi

charakterystykami materiału i podłoża [148]. W większości analizowanych przypadków zarówno dla analizy statycznej, jak i dynamicznej, niezbędne jest uwzględnienie geometrycznej i materiałowej analizy nieliniowej.



Rys. 2.15. Modele mostów wawtowych z dwiema płaszczyznami want i: a) z jednym środkowym dźwigarem głównym oraz b) z dźwigarami zewnętrznymi

2.4.6. Uwagi i spostrzeżenia

Wykorzystanie uproszczeń w modelowaniu mostów wawtowych uzależnione jest w dużej mierze od oprogramowania, które nie zawsze jest dostosowane do postawionego zadania – niejednokrotnie niezbędna jest jego modyfikacja. Szczególną uwagę należy niewątpliwie poświęcać analizom wstępnym takich układów, a przede wszystkim właściwej interpretacji wyników. W przypadku, gdy *software* nie jest tworzony samodzielnie z przeznaczeniem dla analiz konstrukcji mostów wawtowych, dostosowanie istniejącego oprogramowania może okazać się wręcz niemożliwe ze względu na brak dostępu do jego kodu źródłowego (kompilatora). Dobre rezultaty można jednak osiągnąć w przypadkach niektórych systemów numerycznych z wykorzystaniem bardzo pomocnych pre- i postprocesorów.

Właściwie wykorzystanie modelu (np. szkieletowego) z

zastosowaniem metody równoważnego modułu sprężystości dla cięgien w analizie liniowej pozwalała na uzyskanie przybliżonych rozwiązań. Przyjęcie takiego modelu jest w pewnych warunkach bardziej ekonomiczne ze względu na przetwarzanie danych, a stosowanie procedury uproszczonego modelowania pozwala na redukcję czasu obliczeń nawet z uwzględnieniem analizy nieliniowej dla układów 3D.

Zgodnie z takim założeniem, wszystkie elementy są proste, pryzmatyczne, bezmasowe o stałym przekroju poprzecznym, z elementami łączonymi w węzłach, a więc w miejscach, gdzie skupione są masy i obciążenia zewnętrzne.

Zgodnie z przedstawionymi wcześniej rozważaniami, w przedmiotowej pracy – w celu oszacowania wpływów nieliniowych w konstrukcjach mostów wantowych – rozważano w większości analizowanych przypadków układy szkieletowe tych konstrukcji oparte na pryzmatycznych liniowych elementach belkowych dla pomostu i pylonów. W szczególnych przypadkach zdecydowano się na modelowanie stalowego pomostu za pomocą elementów powłokowych.

2.5. Dobór systemu numerycznego do analizy konstrukcji mostów wantowych

2.5.1. Uwagi ogólne

Wykonana wcześniej analiza podstaw teoretycznych obliczania i modelowania różnorodnych konfiguracji geometrycznych mostów wantowych w pełni uzasadnia wykorzystanie do celów dalszej ich analizy w zakresie teorii I- i II-rzędu dla obciążeń statycznych (i tym bardziej dla dynamicznych) implementacji komputerowej. Istnieją dwa sposoby rozwiązania tego problemu, polegające na zastosowaniu stworzonego specjalnie do tego celu programu, bądź skorzystania z systemów ogólnie dostępnych. Pierwsza opcja daje, co prawda, możliwość kompilacji własnego algorytmu obliczeniowego i wychwycenia pewnych subtelności związanych z zachowaniem się tych konstrukcji, jednak stworzenie dobrej jakości pre- i postprocesora przysparza już większych problemów [34], [35].

Dostępnych jest wiele systemów numerycznych pozwalających na wykonanie wszechstronnych analiz różnych typów konstrukcji inżynierskich. Większość z nich, oparta na metodzie elementów skończonych, przystosowana jest do pracy w środowiskach Windows (2000 lub NT), Unix czy – coraz rzadziej – DOS, lub na systemy stacji roboczych np. Sun Solaris. Do bardziej rozpowszechnionych można zaliczyć takie programy, jak: *Abaqus*, *Adina*, *Ansys*, *Catia*, *Cosmos/M*, *Diana*, *Lusas*, *Msc/Nastran*, *Robot*, *Staad*, *Strudl*, itp. Pomimo, że większość z nich umożliwia wykonanie zaawansowanych analiz w zakresie statyki i dynamiki, to jednak często są one dedykowane zagadnieniom związanym z dziedzina mechaniki (np. modelowanie silników, nadwozi dla tzw. crash-testów, itp.), a więc mające rozbudowane biblioteki powłokowych i bryłowych elementów skończonych (np. PLANE, SHELL, TETRA, czy SOLID).

Analiza nieliniowa konstrukcji mostów wantowych wymaga stosowania bardziej uproszczonych modeli (por. p. 2.4), opartych w większości przypadków na pryzmatycznych elementach liniowych. Takie systemy jak np. *Ansys*, *Cosmos/M*, *Diana*, *Lusas*, *Msc/Nastran*, czy *Robot*, umożliwiają wykonanie analiz konstrukcji mostów wantowych, gdyż mają odpowiednie do tego celu biblioteki elementów skończonych, oraz są wyposażone w stosowne algorytmy, uwzględniające nieliniowości dla zagadnień z zakresu statyki i dynamiki konstrukcji.

2.5.2. Charakterystyka oprogramowania

Statyka liniowa. Do analizy tej przyjmuje się następujące założenia dotyczące: liniowych związków pomiędzy naprężeniami i odkształceniami, małych przemieszczeń i ich gradientów oraz liniowych równań fizycznych i geometrycznych.

W modelowaniu want bardzo istotne jest umożliwienie wprowadzenia wstępnego naciągu, co pozwala nie tylko na odwzorowanie rzeczywistej pracy konstrukcji ciągnowej, ale również zabezpiecza taki układ przed wystąpieniem ewentualnych niestabilności w procesie obliczeń. W większości dostępnych systemów jest to niemożliwe przy stosowaniu klasycznej teorii sprężystości, a możliwość taką daje wprowadzenie np. termicznego *skrócenia* makroelementu ciągnowego.

W komputerowych programach algorytmy dla obliczeń statycznych konstrukcji wykorzystują przeważnie metodę przemieszczeń, natomiast w wynikach uzyskiwane są wielkości węzłowych przemieszczeń, sił wewnętrznych w ES oraz reakcje podporowe.

Statyka nieliniowa. Niektóre systemy komputerowe umożliwiają uwzględnienie nieliniowości geometrycznej wywołanej m.in. efektem dużych przemieszczeń, czy wpływem sił osiowych na sztywność elementów ściskanych ($P-\Delta$).

Zagadnienia te mogą być rozwiązane przez wyrażenie zależności uogólnionych obciążeń i przemieszczeń, lub też dzięki założeniu zrównoważenia obciążeń zewnętrznych siłami wewnętrznymi. Dodatkowo, przy znanym położeniu dwóch skrajnych węzłów każdego z modeli ciągów pod przyłożonym obciążeniem, możliwe jest wyznaczenie występujących w nich osiowych sił rozciągających. Innym, równie istotnym efektem nieliniowym geometrycznie, możliwym do analizy za pomocą dostępnego oprogramowania jest uwzględnienie zwisu elementu ciągnowego oraz zmiany kąta jego nachylenia. Pod wpływem ciężaru własnego, stan odkształceń cięgna nie jest równoważny jego wytrzymałości obliczonej na podstawie analizy liniowej (por. p. 2.1). Z kolei obecność sił niezrównoważonych (residualnych) układu dyskretnego wywołuje dodatkowe zmiany w globalnej geometrii konstrukcji.

Możliwość wprowadzenia wstępnego naciągu want w analizie nieliniowej układu pozwala nie tylko na odzwierciedlenie rzeczywistej pracy konstrukcji ciągnowej, ale również zabezpiecza taki układ przed wystąpieniem ewentualnych niestabilności w trakcie obliczeń.

Zaletą niektórych, wymienionych wcześniej, systemów numerycznych jest również możliwość uwzględnienia nieliniowości fizycznej, np. stali (relaksacja), czy betonu (pełzanie, skurcz) przy znajomości ich materiałowych charakterystyk.

W istniejących systemach komputerowych stosowane są zamiennie dwa sposoby przykładania obciążeń do modelu dyskretnego w analizie nieliniowej, tj. bezpośrednio (jak dla analizy liniowej) oraz pośrednio z wykorzystaniem tzw. *krzywej czasowej* stowarzyszonej z rodzajem i wielkością obciążenia. Druga opcja uzasadniona jest podziałem obciążeń na skończoną liczbę przyrostów, regulowanych wielkością kroku.

Rodzaj otrzymywanych wyników w analizie nieliniowej jest analogiczny jak dla analizy wg klasycznej teorii, z tym, że dysponuje się możliwością śledzenia danej wielkości statycznej krok po kroku, aż do osiągnięcia żadanego poziomu obciążeń zewnętrznych przyłożonych do modelu. Dodatkowymi wielkościami w aspekcie analizy II-rzędu jest możliwość uzyskania wartości sił reszkowych (residualnych) w kierunkach, którym nie odebrano stopni swobody.

Przyjęte oprogramowanie

• **Uwagi ogólne.** Do celów analizy porównawczej posłużono się trzema systemami o nazwach *Robot Millennium* (wersja 15.0.0, oraz zamiennie *Robot V6* – wersja 3.50.206), *Cosmos/M* (wersje 1.70 i 2.50) i *Msc/Nastran* (wersja 2.1.1), pracującymi w środowiskach DOS i/lub Windows. Poniżej omówiono wspólne cechy każdego z wymienionych systemów, a następnie podano charakterystyki wyróżniające każdy z nich. Ze względu jednak na ograniczony zasób danych zawartych w dokumentacjach programów oraz brak dostępu do źródłowego kodu, część podanych spostrzeżeń ma ścisły związek ze spostrzeżeniami autora pracy lub z danymi pochodzącymi z dostępnej literatury fachowej, bądź też od osób trzecich, korzystających zawodowo z podanych systemów.

Przyjęte do analizy porównawczej programy obliczeniowe zawierają bardzo zbliżone do siebie biblioteki liniowych ES (belkowych oraz ciągnowych 2D i 3D). Podstawowe charakterystyki materiałowe i przekrojowe opisywane są za pomocą następujących współczynników: E – moduł Younga, G –

moduł Kirchhoffa, ν – współczynnik Poissona, A – pole powierzchni przekroju, J_x i J_y – momenty bezwładności przy zginaniu w jednej lub w obu płaszczyznach przekroju (2D/3D), J_{xy} – moment bezwładności przy skręcaniu, k – współczynniki poprawkowe dla sztywności na ścinanie w obu kierunkach.

Przy jednolitym sformułowaniu, analizowane elementy mają jedynie standardowe stopnie swobody w 2 węzłach skrajnych, przy czym dla elementów belkowych możliwa jest analiza geometrycznej i fizycznej nieliniowości. W zależności od algorytmu systemu, elementy cięgnowe można analizować z zastosowaniem nieliniowości geometrycznej oraz materiałowej.

Każdy z przedstawianych systemów ma możliwość dyskretyzacji modeli szkieletowych mostów wawtowych oraz implementacji analizy nieliniowej w zakresie geometrycznym. Do takich rozwiązań służy kilka metod iteracyjnych, do których można zaliczyć metodę Newtona–Raphsona, jej zmodyfikowaną wersję, czy metodę quasi-Newtona (w wersji BFGS). Pewne różnice w szczegółach przełączników tych algorytmów zestawiono odrębnie dla każdego z programów.

Poniżej podano charakterystykę przyjętych systemów z uwagi na nieliniową analizę układów mostów wawtowych w zakresie statycznym.

Każdy z trzech wymienionych systemów korzysta m.in. z solverów bezpośrednich typu *sparse*. Należą one do jednych z najbardziej efektywnych technik obliczeniowych opartych na rozkładzie globalnej macierzy sztywności danego modelu ze znacznie mniejszą liczbą elementów macierzy różnych od zera niż w przypadku zwykłych metod: *frontalnej* lub *skyline*. Solvery *sparse* są stosowane w przypadku rozwiązywania problemów wartości własnych, jak również liniowego lub poddanego linearyzacji układu równań nieliniowych. Rozkład macierzy jest dokonywany przy wykorzystaniu pewnej postaci metody eliminacji Gaussa zapewniającej znacznie mniejszą liczbę elementów macierzy różnych od zera niż klasyczne metody, np. *frontalna* lub *skyline* [26], [133].

Zazwyczaj rozmiar górnej macierzy trójkątnej S (liczba niezerowych elementów macierzy) otrzymanych metodą *sparse* jest 2–15 razy mniejszy w porównaniu z rozmiarem macierzy otrzymanym za pomocą metody *frontalnej* lub *skyline*. Stąd, faktoryzacja macierzy będzie również 2–15 razy szybsza. Efektywność tej metody jest nadal szczególnie wysoka w przypadku problemów nieliniowych, które wymagają wielokrotnego stosowania procedury faktoryzacji [133].

Wydajność metody *sparse* przy rozwiązywaniu np. problemów wartości własnych wynika przede wszystkim z szybkiej faktoryzacji macierzy i szybkiej procedury obliczania iloczynu macierz–wektor. Technika maksymalnie skompresowanego formatu jest stosowana do szybkiego obliczania iloczynu macierz $\times$ wektor, przy czym macierz ta jest przechowywana w pamięci RAM w taki sposób, że pamiętane są jedynie niezerowe jej elementy. Istotne jest tu również odpowiednie przetworzenie samej struktury danych, co zapewnia olbrzymie przyspieszenie obliczeń w porównaniu z metodą *skyline* dla dużych i złożonych problemów.

Należy też dodać, że bezpośrednie solverzy *sparse* są dobrą alternatywą dla metod iteracyjnych, gdy są one niewłaściwie uwarunkowane. Cechami charakterystycznymi metody *sparse* jest duże wykorzystanie pamięci komputera RAM przy jednoczesnym średnim wykorzystaniu dysku twardego, co stawia ją w grupie metod średnio-szybkich (w zależności od skuteczności metod renumeracji). Metoda ta znalazła ostatnio szerokie zastosowanie dla wszystkich typów analiz (z wyjątkiem analizy modalnej uwzględniającej siły statyczne), dla układów złożonych z 10000–200 000 równań.

Porównując systemy numeryczne, odrębną kwestię stanowią pre- i postprocesory, pozwalające na wprowadzanie danych źródłowych oraz umożliwiające plotowanie otrzymywanych wyników.

• **Robot V6 i Robot Millennium.** Program Robot V6 (DOS) oraz jego wersja pod Windows – Robot Millennium (stworzone w latach 90. przez francuską firmę RoboBat), umożliwiają wykonanie wszechstronnych analiz konstrukcji w zakresie statycznym i dynamicznym.

W systemach tych, dla charakterystyk materiałowych, możliwe jest określenie dodatkowo wartości granicy sprężystości, przy czym w ramach analizy nieliniowej dopuszczalne jest dla elementów belkowych wykorzystanie wpływu ścinania (dla modelu Timoshenki), zmiennego przekroju (tylko dla

nieliniowości geometrycznej), określenie parametrów dla podłoża Winklera, czy uwzględnienie narzuconych wcześniej imperfekcji geometrycznych dla elementu.

Dopuszczalne są wszystkie rodzaje obciążeń elementowych (tak jak dla standardowych elementów), jednak siły węzłowe działające na konstrukcję są wyznaczane na początku procesu (tzn. nie są uwzględniane zmiany w przekazywaniu się obciążeń elementowych do węzłów wywołane nieliniowością geometryczną).

Programy te nie są na obecnym etapie wyposażone w algorytm umożliwiający uwzględnienie nieliniowości materiałowej dla ciągów. Obowiązujące jest również założenie stosowania dla ciągu pojedynczego elementu skończonego typu *kabel*. Zwolnienia i przeguby o charakterystyce nieliniowej mogą być realizowane jedynie jako elementy typu DSC (dla nieciągłości modelu konstrukcji).

Program *Robot* umożliwia zastosowanie nieliniowości geometrycznej przy podejściu przyrostowym z aktualizacją geometrii układu (wykorzystanie uaktualnionego opisu Lagrange'a). Można przy tym wykorzystać jedną z trzech możliwych metod rozwiązywania układu równań nieliniowych: metodę iteracji bezpośredniej, metodę przyrostowo-iteracyjną lub metodę kontroli długości łuku [133].

- **Cosmos/M.** System ten został stworzony w roku 1982 przez firmę Structural Research and Analysis Corporation (USA). W odróżnieniu od programu *Robot*, umożliwia – w ramach poszczególnych modułów (np. STAR, DSTAR, FSTAR, NSTAR) – realizację zagadnień interdyscyplinarnych (m.in. zagadnienia mechaniki ciała stałego i mechaniki płynów, optymalizacji konstrukcji itp.).

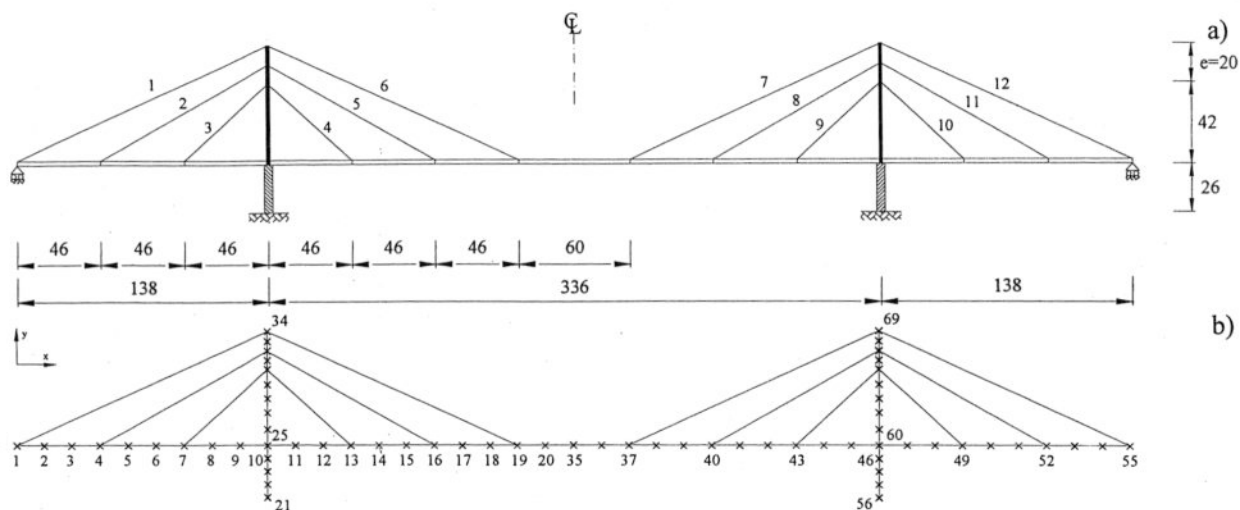
Oprócz standardowych, wymienionych wcześniej atrybutów analiz dla systemu *Robot*, *Cosmos/M* umożliwia dyskretyzację want w postaci wieloodcinkowych prostoliniowych elementów, co zapewnia uwzględnienie ich zwisu w fazie analizy nieliniowej (geometrycznej i materiałowej). Sposób uaktualnienia układu dla rozwiązań problemu nieliniowego (moduł NSTAR) może być wykonany z zastosowaniem uaktualnionego (UL) lub absolutnego (TL) opisu Lagrange'a (dla ES wyższego rzędu).

Możliwość wprowadzenia rozdzielnych obciążeń powiązanych z niezależnymi *krzywymi czasowymi*, a przede wszystkim śledzenie ścieżki równowagi układu dla rozwiązań nieliniowych jest w przypadku tego programu bardzo istotną zaletą. Umożliwia także dokonanie wyboru stosownej procedury numerycznej w zakresie metod przyrostowych (sterowanie obciążeniowe i przemieszczeniowe), a także trzech wspomnianych metod iteracyjnych z zastosowaniem jednego z dwóch solverów, tj. *sparse* oraz *skyline* (wersja 2.5) [136].

- **Msc/Nastran.** Program *Msc/Nastran* jest jednym z wielu systemów firmy MacNeal-Schwendler Corporation (USA) z ponad 30-letnim doświadczeniem, są to m.in. *Msc/Patran*, *Msc/Dytran*, *Msc/Marc* i inne. Pod wieloma względami *Msc/Nastran* wykazuje większe podobieństwo do systemu *Cosmos/M* niż *Robot*. Interfejs tego programu jest bardziej przyjazny niż dla pozostałych dwóch, przy czym istnieje łatwa możliwość przejścia z analizy nieliniowej w zakresie statycznym do liniowej i na odwrót (cecha podobna do systemu *Robot*). Jedną z cennych zalet tego programu jest możliwość wyboru jednej z pięciu metod tworzenia macierzy sztywności konstrukcji w trakcie wykonywania analizy nieliniowej problemu. W ramach algorytmu kontroli długości łuku (arc-length) istnieje możliwość zastosowania w obliczeniach iteracyjnych algorytmu Riksa, jego zmodyfikowanej postaci oraz Crisfielda [97]. Zastosowany do analizy porównawczej program wyposażony był w solver *sparse* w wersji 68.1.0.1 (2000).

2.5.3. Porównanie przyjętych systemów numerycznych w aspekcie analizy wybranej konstrukcji mostu wantowego

Przygotowanie modelu mostu. W celu porównania przedstawionych systemów obliczeniowych (*Msc/Nastran*, *Cosmos/M* i *Robot Millennium*) przyjęto do analizy nieliniowej w zakresie statycznym konwencjonalny typ mostu wantowego, zbliżony swą konstrukcją do mostu *Luling Bridge* przez rzekę Mississippi w USA o rozpiętości przęsła głównego 336,00 m z wachlarzowym układem ciągów – w stosunku do oryginału zredukowano nieznacznie rozpiętości przęseł i wysokości pylonów (rys. 2.16a). Pomost i dźwigary



Rys. 2.16. Schemat statyczny wantung mostu dwupylonowego z wachlarzowym układem want:
a) geometria mostu oraz b) jego model dyskretny A1

główne oraz górna część pylonu wykonane są ze stali (w rzeczywistości pylony są żelbetowe), natomiast dolna część pylonów (poniżej poziomu dźwigara głównego) jest betonowa. Podstawowe charakterystyki geometryczne elementów konstrukcyjnych modelu mostu oznaczonego przez A1 zestawiono w tabelicy 2.1, natomiast w tabelicy 2.2 podano charakterystyki geometryczne dla wszystkich want.

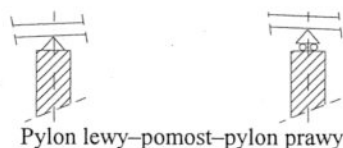
Tabelica 2.1. Charakterystyki przyjętego modelu dyskretnego mostu 2D dla elementów belkowych

Element konstrukcyjny	Pole powierzchni [m ²]	Moment bezwładności [m ⁴ ×10 ⁻⁴]	Moduł Younga [GPa]	Gęstość materiału [Mg/m ³]	ES
1	2	3	4	5	6
Dźwigar główny i pomost	1,40	2,72	205,00	9,00	40
Pylon – część górna	0,46	0,80	205,05	9,00	10
Pylon – część dolna	39,00	41,00	31,60	2,50	4

Tabelica 2.2. Charakterystyki przekrojowe dla want modelu 2D mostu A1 (dla $E_w = 175$ GPa, $\gamma_w = 90,50$ kN/m³)

Charakterystyki	Numer wanty					
	1, 12	2, 11	3, 10	4, 9	5, 8	6, 7
1	2	3	4	5	6	7
Pole powierzchni A [m ²]	0,065	0,045	0,029	0,029	0,045	0,055

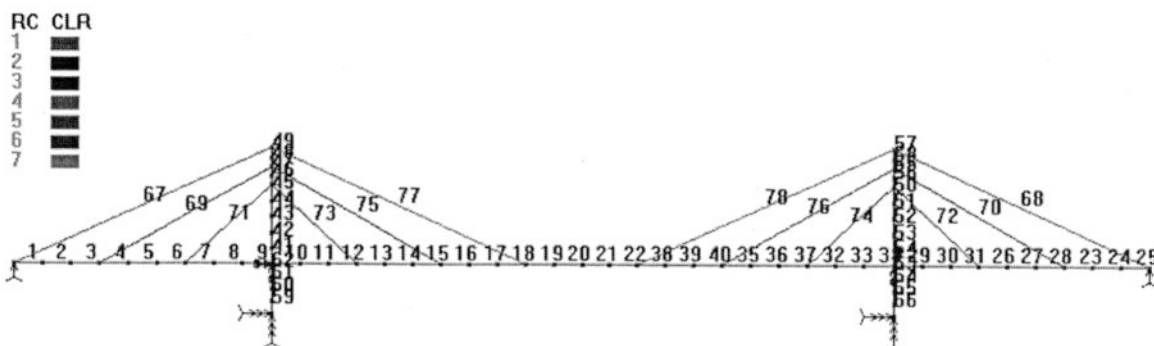
Do analizy nieliniowej zastosowano szkieletowy płaski model mostu 2D (rys. 2.16b). Na rysunku 2.17 przedstawiono warunki brzegowe dla połączenia pylonów z dźwigarem głównym.



Rys. 2.17. Szczegóły warunków brzegowych dla połączenia dźwigara głównego z pylonami

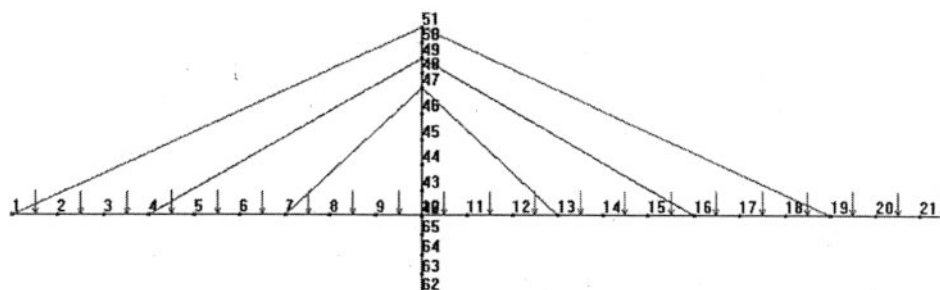
Obciążenie modelu dyskretnego A1 zrealizowano w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego na całej długości dźwigara głównego o intensywności $q = 30,00$ kN/m.

Na rysunkach 2.18 i 2.19 przedstawiono odpowiednio dyskretyzację modelu mostu wantung M1 wraz z warunkami brzegowymi i z

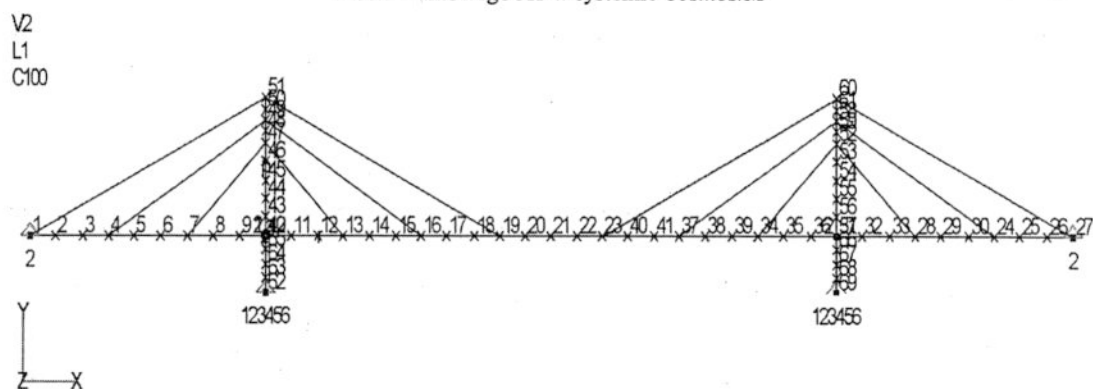


Rys. 2.18. Dyskretyzacja modelu mostu wantung A1 wraz z warunkami brzegowymi z zastosowaniem systemu Cosmos/M z numeracją elementów przyporządkowanych odpowiednim charakterystykom geometrycznym RC1-RC7

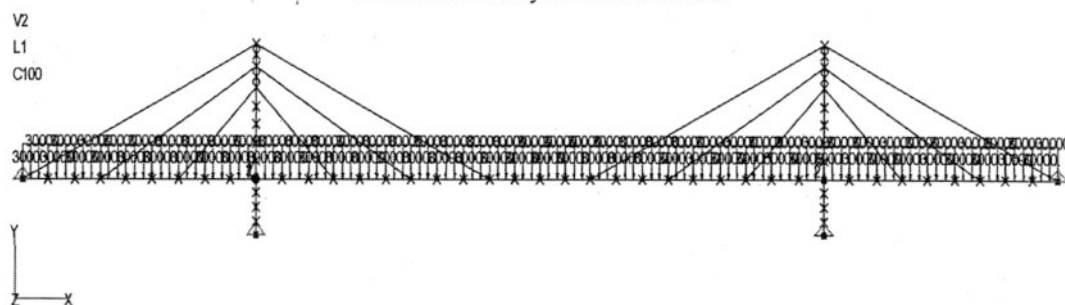
podaniem numeracji elementów skończonych przyporządkowanych odpowiednim charakterystykom geometrycznym RC1–RC7 oraz numerację węzłów i przyłożone obciążenie do symetrycznej połowy modelu dyskretnego A1 w systemie *Cosmos/M*.



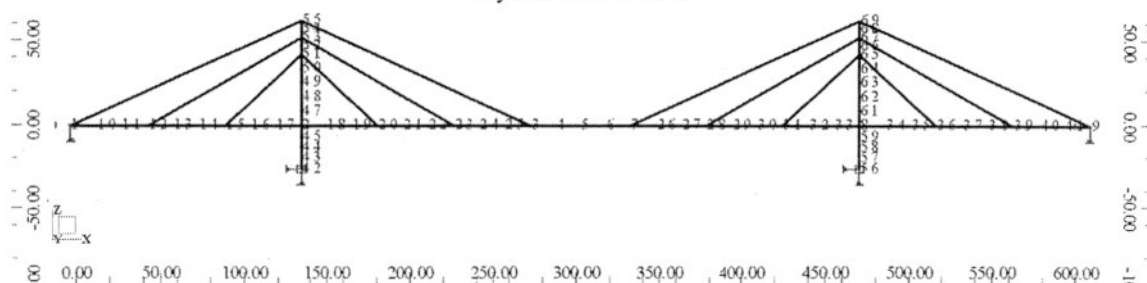
Rys. 2.19. Numeracja węzłów oraz przyłożone obciążenie do symetrycznej pierwszej połowy modelu dyskretnego mostu wantung A1 w systemie *Cosmos/M*



Rys. 2.20. Dyskretyzacja modelu mostu wantung A1 wraz z warunkami brzegowymi i numeracją węzłów z zastosowaniem systemu *Msc/Nastran*



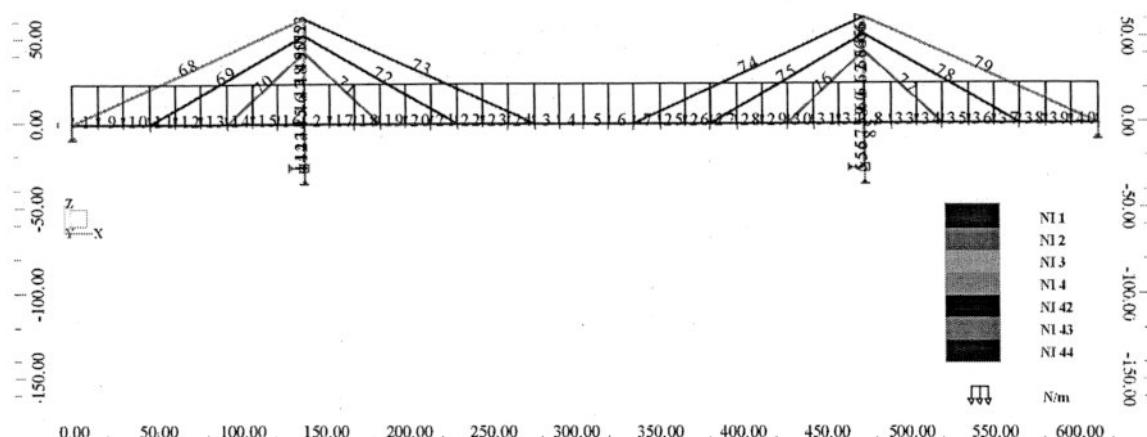
Rys. 2.21. Oznaczenie węzłów oraz przyłożone obciążenie do modelu dyskretnego mostu wantung A1 w systemie *Msc/Nastran*



Rys. 2.22. Dyskretyzacja modelu mostu wantung A1 wraz z warunkami brzegowymi i numeracją węzłów z zastosowaniem systemu *Robot Millennium*

Na rysunkach 2.20 i 2.21 pokazano odpowiednio dyskretyzację modelu mostu wantung A1 wraz z warunkami brzegowymi i numeracją węzłów oraz przyłożonym obciążeniem do modelu w systemie *Msc/Nastran*.

Na rysunkach 2.22 i 2.23 przedstawiono z kolei dyskretyzację modelu mostu wantung A1 wraz z warunkami brzegowymi i z numeracją węzłów oraz numeracją elementów przyporządkowanych odpowiednim charakterystykom geometrycznym NI1–NI44 z zastosowaniem systemu *Robot Millennium*.



Rys. 2.23. Dyskretyzacja modelu mostu wawtowego z zastosowaniem systemu *Robot Millennium* z numeracją ES przyporządkowanych odpowiednim charakterystykom geometrycznym NI1-NI44 oraz przyłożonym obciążeniem

W systemie *Cosmos/M* przyjęto dla A1 dwa rodzaje ES, tj. BEAM2D i TRUSS2D, w *Msc/Nastran* – BEAM i ROD, natomiast w *Robot Millennium* – PRET (wykorzystując moduł RAMA PRZESTRZENNA). W trzech modelach zastosowano narzucone przemieszczenia na wybrane węzły w punktach oparcia dźwigara głównego na pylonach, natomiast w systemie *Robot*, dodatkowo wykorzystano zwolnienia dla węzłów ES want wspólnych z dźwigarem głównym i pylonami. Każdy z modeli dyskretnych składał się z 78 elementów skończonych i 69 węzłów, tworząc układ o 204 stopniach swobody.

Dane sterujące rozwiązaniem zagadnienia nieliniowego. W każdym z wymienionych systemów numerycznych zastosowano ten sam algorytm dla rozwiązania postawionego zagadnienia nieliniowego (nieliniowość geometryczna), tj. metodę przyrostowo-iteracyjną z wykorzystaniem zmodyfikowanej metody Newtona–Raphsona MNR. Ustalono przy tym następujące parametry dla analizy nieliniowej:

- aktualizacja globalnej macierzy sztywności konstrukcji K po każdym przyroście obciążenia,
- nieaktualizowanie globalnej macierzy sztywności konstrukcji K po każdej iteracji,
- założona tolerancja względnej normy dla przemieszczeń (zbieżność rozwiązania): $\varepsilon_T = 1,0 \times 10^{-3}$,
- 20 kroków (przyrostów) obciążenia bez stosowania opcjonalnej procedury automatycznych kroków.

W przypadku systemu *Cosmos/M*, obciążenie równomiernie rozłożone q przyłożono do modelu dyskretnego z zastosowaniem krzywej czasowej. W pozostałych dwóch programach (*Robot Millennium* i *Msc/Nastran*) sterowanie liczbą przyrostów obciążenia odbywało się na etapie końcowego ustawiania parametrów analizy nieliniowej.

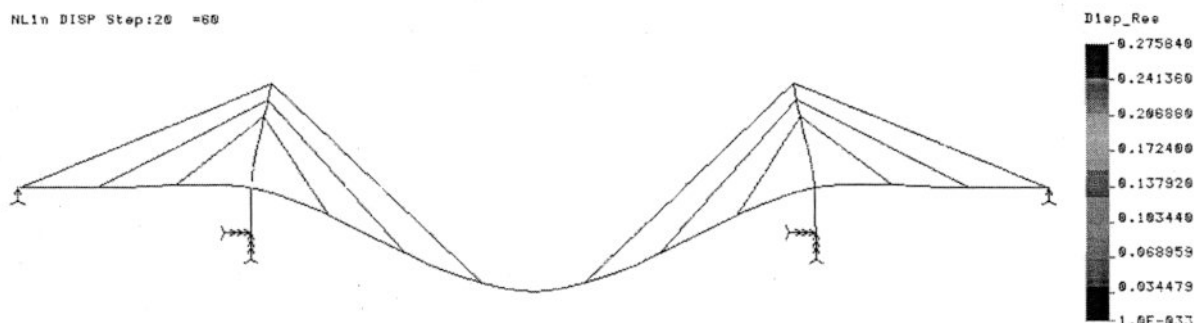
Po wykonaniu wstępnych testów okazało się, że sposób realizowania wstępnego naciągu want i obciążenia grawitacyjnego (ciężaru własnego) różni się dla każdego z rozważanych systemów. Tak więc, w celu uniknięcia błędnej interpretacji wstępnie otrzymanych wyników, zdecydowano się na wyeliminowanie tych dwóch czynników z przeprowadzonej analizy.

Wyniki obliczeń i ich analiza. Po wykonaniu obliczeń za pomocą trzech wybranych pakietów uzyskano zbieżne procesy dla rozwiązań nieliniowych. Całkowita liczba wykonanych przez nie iteracji wynosiła 24, 23 i 25, przy maksymalnym czasie obliczeń dla procesora Pentium 160 MHz i pamięci RAM 64 MB: 19, 32 i 28 sekund, odpowiednio dla systemów *Cosmos/M*, *Msc/Nastran* i *Robot Millennium*.

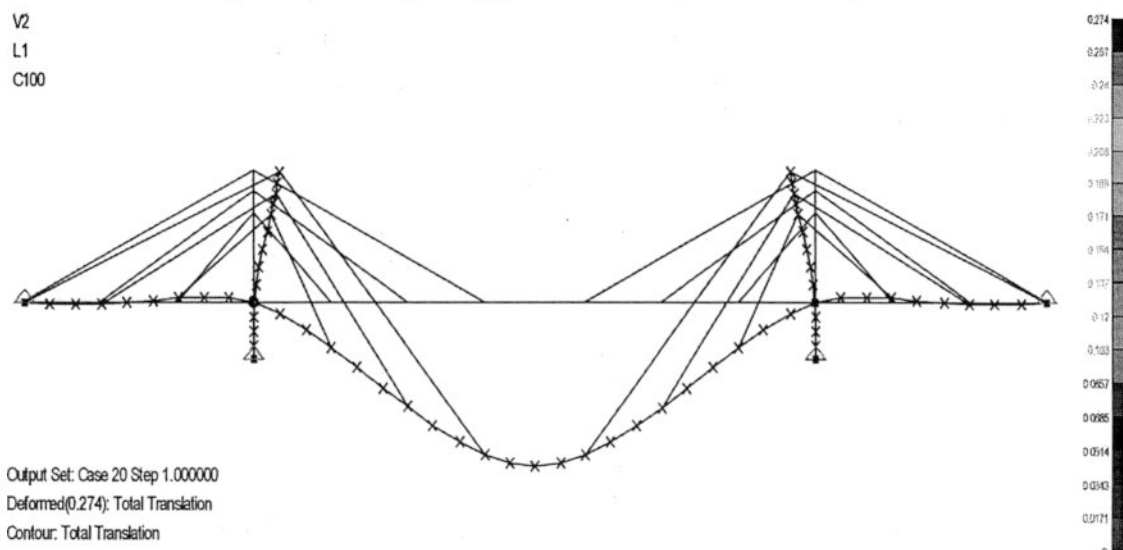
W wyniku przeprowadzenia analizy nieliniowej (dla nieliniowości geometrycznej) dla przyjętego modelu dyskretnego mostu wawtowego A1, porównano otrzymane wyniki w zakresie przemieszczeń wybranych węzłów, sił wewnętrznych w wybranych elementach skończonych (ES) oraz reakcji podporowych. Ze względu na brak symetrii modelu dyskretnego z uwagi na warunki brzegowe oparcia pomostu na pylonach (rys. 2.17), wyniki podano dla całego modelu A1.

Na rysunkach 2.24–2.26 przedstawiono deformację wszystkich trzech modeli dyskretnych mostu A1 dla każdego z zastosowanych systemów numerycznych.

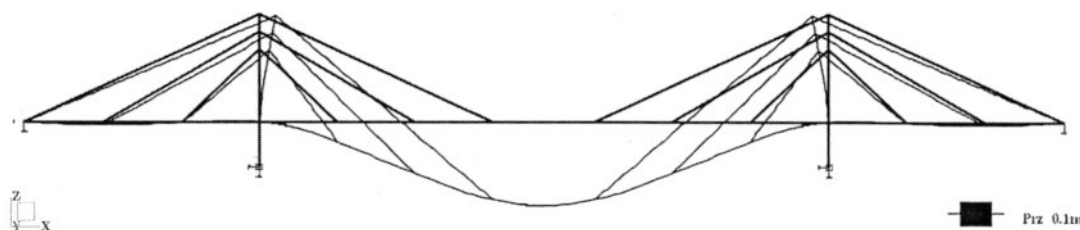
W tablicy 2.4 zestawiono odpowiednio wartości przemieszczeń pionowych i poziomych w układzie globalnym dla wybranych węzłów modelu dyskretnego mostu wawtowego A1 według oznaczeń



Rys. 2.24. Przemieszczenia całkowite w modelu dyskretnym mostu A1 uzyskane w wyniku analizy nieliniowej geometrycznej za pomocą systemu *Cosmos/M* po 20 kroku obciążenia



Rys. 2.25. Uogólnione przemieszczenia w modelu dyskretnym mostu A1 uzyskane z analizy nieliniowej geometrycznej za pomocą systemu *Msc/Nastran* w 20 kroku obciążenia



Rys. 2.26. Przemieszczenia całkowite w modelu dyskretnym mostu A1 uzyskane w wyniku analizy nieliniowej geometrycznej za pomocą systemu *Robot Millennium* po 20 przyroście obciążenia

podanych na rys. 2.16. W tabelicy 2.5 porównano wielkości rozciągających sił osiowych we wszystkich ES cięgien modelu dyskretnego mostu wantung A1 według oznaczeń z rys. 2.18. W tabelicy 2.6 zestawiono wartości momentów zginających w wybranych ES modelu dyskretnego mostu wantung A1 według oznaczeń z rys. 2.18. W tabelicy 2.7 zestawiono wszystkie wartości reakcji podporowych dla modelu dyskretnego mostu wantung A1 (oznaczeń z rys. 2.16).

Do obliczeń wybrano iteracyjną metodę zmodyfikowaną Newtona–Raphsona, która dla przyjętego modelu obliczeń okazała się wystarczająca dla uzyskania rozwiązań z założoną zbieżnością.

W zakresie większych wartości ugięć dźwigara głównego zauważono dużą zgodność otrzymanych wyników – z różnicą nie przekraczającą 1% – dla każdego z systemów (tablica 2.4). Dla przemieszczeń o mniejszych wartościach (węzły pylonów), największe różnice zarejestrowano między wynikami uzyskanymi z systemów *Cosmos/M* i *Msc/Nastran* – rzędu 50,8%, natomiast nieduże rozbieżności (tylko 3,2%) – między wynikami z programów *Cosmos/M* i *Robot Millennium*.

Największą różnicę w przemieszczeniach poziomych dźwigara głównego zauważono dla węzła 40, które było największe dla systemu *Msc/Nastran* (o 86% w stosunku do najmniejszego dla *Cosmos/M* i o

58% w stosunku do systemu *Robot*). Dla większych wartości przemieszczeń wszystkie wyniki mieściły się w granicach 1–2% rozbieżności.

Większą zgodnością wyników przemieszczeń pionowych cechowały się węzły pylonów tak dla małych, jak i dużych wartości. W przypadku tych ostatnich, największa różnica między programami *Cosmos/M* i *Msc/Nastran* (C/N) oraz między *Cosmos/M* i *Robot* (C/R) wynosiła dla węzła 34 odpowiednio do 1% i poniżej 0,5%. Podobną zależność zauważono dla większych wartości poziomych przemieszczeń węzłów pylonów, rejestrując, np. dla węzła 65 różnicę 2% (C/N) i 0,7% dla C/R.

Największa zgodność spośród wszystkich wyników wystąpiła dla sił osiowych w ES want, a maksymalna różnica dla ES 74 wynosiła odpowiednio 0,4% (dla relacji C/N) i 0,2% (C/R).

Analizując wartości momentów zginających M_C , M_N i M_R (odpowiednio dla programów *Cosmos/M*, *Msc/Nastran* i *Robot*), wszystkie wyniki uzyskane z programu *Robot* były nieco większe w stosunku do uzyskanych z *Cosmosa* (np. dla ES 59 pylonu, różnica ta wynosiła około 0,4%). Największą wartość momentu zginającego dla pomostu zauważono dla *Msc/Nastran*, większą o 2% w stosunku do wyniku z systemu *Cosmos/M*, natomiast dla pylonu zaistniała sytuacja odwrotna, tj. $M_C - M_N = 0,7\%$.

W kwestii wielkości sił podporowych, reakcje poziome R_x uzyskane z programów *Cosmos* i *Robot* były ze sobą niemal w 100% zgodności, chociaż nieco większe wartości odnotowano dla pierwszego z nich. Najmniejsze wartości wystąpiły w analizie według *Msc/Nastran*, tj.

Tabela 2.6. Porównanie wartości momentów zginających w wybranych ES dźwigara głównego i pylonu modelu 2D mostu A1 pod wpływem przyjętego całkowitego obciążenia q z uwzględnieniem analizy nieliniowości geometrycznej

Element	Moment zginający [kNm]		
	<i>Cosmos/M</i>	<i>Msc/Nastran</i>	<i>Robot Millennium</i>
1	2	3	4
5–dźwigar gł.	3404,000	4084,239	3410,922
21–dźwigar gł.	26580,000	27032,858	26584,986
27–dźwigar gł.	3312,000	3887,947	3313,540
42–pylon góra	–6301,000	–6233,515	–6312,863
53–pylon góra	6155,000	6030,179	6156,918
59–pylon dół	–14120,000	–14025,011	–14169,644
66–pylon dół	13920,000	13829,329	13960,470

$R_{xC} - R_{xN} = 1,6\%$. Wartości reakcyjnych sił pionowych R_y były najmniejsze dla systemu *Cosmos/M*, np. dla węzła podporowego 56, $R_{yR} - R_{yC} = 0,3\%$, chociaż zauważalna jest duża zgodność dla wszystkich wartości.

Podporowe momenty zginające M_z miały z kolei największe wartości według

Tabela 2.4. Porównanie wartości przemieszczeń [$\times 10^{-3}$ m] dla wybranych węzłów modelu 2D mostu A1 pod wpływem przyjętego całkowitego obciążenia q z uwzględnieniem analizy nieliniowości geometrycznej

Węzeł	Przemieszczenia pionowe / poziome		
	<i>Cosmos/M</i>	<i>Msc/Nastran</i>	<i>Robot Millennium</i>
1	2	3	4
4–pomost	–1,218 / 5,069	–1,525 / 5,034	–1,242 / 5,103
5–pomost	0,906 / 4,778	0,551 / 4,746	0,877 / 4,812
7–pomost	8,058 / 4,196	7,743 / 4,166	8,031 / 4,230
10–pomost	–0,209 / 3,152	–0,208 / 3,128	–0,210 / 3,186
13–pomost	–75,560 / 2,045	–75,042 / 2,088	–75,531 / 2,080
16–pomost	–175,480 / 1,090	–174,280 / 1,244	–175,448 / 1,126
19–pomost	–256,130 / 0,597	–254,480 / 0,826	–256,110 / 0,634
35–pomost	–275,840 / 0,613	–274,130 / 0,849	–275,825 / 0,650
40–pomost	–175,820 / 0,136	–174,75 / 0,253	–175,806 / 0,174
51–pomost	1,256 / –3,555	0,983 / –3,056	1,249 / –3,515
34–pylon	–4,494 / 58,476	–4,454 / 58,136	–4,486 / 58,508
32–pylon	–4,206 / 49,524	–4,172 / 49,175	–4,199 / 49,541
30–pylon	–3,617 / 39,408	–3,590 / 39,087	–3,610 / 39,409
27–pylon	–1,568 / 12,934	–1,558 / 12,790	–1,566 / 12,967
24–pylon	–0,157 / 1,844	–0,156 / 1,831	–0,157 / 1,864
69–pylon	–4,494 / –57,251	–4,456 / –56,440	–4,487 / –57,209
65–pylon	–3,617 / –38,580	–3,591 / –37,939	–3,610 / –38,532

Tabela 2.5. Porównanie wartości sił osiowych w [kN] we wszystkich wantach modelu 2D mostu A1 pod wpływem przyjętego całkowitego obciążenia q z uwzględnieniem analizy nieliniowości geometrycznej

Element	Siła osiowa w wantach		
	<i>Cosmos/M</i>	<i>Msc/Nastran</i>	<i>Robot Millennium</i>
1	2	3	4
67	3390,797	3371,839	3390,252
68	3390,717	3371,742	3390,174
69	2695,304	2687,682	2694,912
70	2696,477	2689,353	2696,160
71	1435,700	1436,954	1435,395
72	1441,250	1444,702	1441,290
73	1659,381	1654,433	1659,969
74	1653,861	1646,720	1654,107
75	3058,557	3048,676	3058,430
76	3058,660	3048,787	3058,539
77	3123,469	3114,657	3123,051
78	3127,009	3119,504	3126,808

analizy dla systemu *Robot*, a najmniejsze dla *Msc/Nastran*, przy czym maksymalna różnica $M_{zR} - M_{zN} = 1,5\%$ dla węzła 56.

Reasumując, największe podobieństwo stwierdzono w wynikach między systemami *Cosmos/M* i *Robot Millennium*, przy czym największe rozbieżności wystąpiły dla poziomych przemieszczeń węzłów dźwigara głównego, a najmniejsze dla sił osiowych w wantach. Również niewielkie różnice odnotowano dla momentów zginających w dźwigarze głównym i pylonach oraz dla reakcyjnych sił podporowych.

Wykonana analiza przykładowego modelu mostu wantowego A1 wykazała też, że dokładność wyników (liczba miejsc dziesiętnych po przecinku) dla sił wewnętrznych w systemie *Cosmos/M* jest nieco mniejsza w porównaniu z dwoma pozostałymi. Należy jednocześnie dodać, że wada ta nie ma dużego wpływu dla jakości wykonywanych analiz z zastosowaniem tego pakietu, a uzyskany poziom dokładności rozwiązań okazał się wystarczający dla stwierdzenia różnic w wynikach przeprowadzonych analiz (w zadaniu tym przyjęto jednostki w układzie SI).

Podsumowując, można wnioskować, że praktycznie każdy z zastosowanych programów jest dobrym narzędziem służącym do oceny wpływów nieliniowości geometrycznej w konstrukcjach mostów wantowych, na poziomie stopnia złożoności rozważanego modelu dyskretnego mostu A1. Należy jednak mieć na uwadze, że nie uwzględniono w tej analizie zwisu cięgien, a pewne subtelności różniące te systemy przedstawiono w dalszej części tego rozdziału.

2.5.4. Wybór programu optymalnego do celów analizy nieliniowej układów mostów wantowych

W trakcie wykonywania obliczeń dla przykładowego modelu dyskretnego mostu wantowego (model A1) wszystkie zastosowane do analiz programy wykazały się dobrą zbieżnością rozwiązań. Jednak ze względu na odmienny sposób deklaracji wstępnego naciągu dla elementów cięgowych w każdym z zastosowanych pakietów (deklaracja względnego odkształcenia, tzw. *dylatacji*, dla systemu *Robot*, naciągu w postaci siły dla systemu *Msc/Nastran* oraz bezwzględnego odkształcenia lub siły naciągu dla *Cosmos/M*), nie zdecydowano się na jego uwzględnienie w analizie przedmiotowego przykładu.

Należy też dodać, że wybrane do analizy systemy numeryczne mają także możliwość automatycznej kontroli zbieżności procesu, a iteracje przerywane są w momencie, gdy zostanie osiągnięty stan równowagi układu. Przyrosty przemieszczeń i niezerównoważone siły są wówczas równe zeru. Proces iteracyjny jest również przerywany, gdy rozwiązanie rozbiega się od założonej dokładności. Brak zbieżności danego problemu można zinterpretować jako numeryczny efekt spowodowany przeciążeniem konstrukcji. Może on być również spowodowany niestabilnością procesu numerycznego, np. gdy przyłożone obciążenie zostało podzielone na niewielką liczbę przedziałów. W takim przypadku liczba przyrostów obciążenia może zostać zwiększona w programie, co zazwyczaj pomaga w uzyskaniu zbieżności metody (w przypadku systemu *Robot*, użytkownik nie ma wpływu na kontrolę automatycznej procedury zmniejszania wielkości przyrostu obciążenia). Powyższe uwagi przyczyniają się nieraz do żmudnych analiz przebiegu obliczeń dla zagadnień nieliniowych.

Stosunkowo duży poziom zbieżności uzyskanych wyników dla trzech pakietów nie może być jedynym wyznacznikiem w doborze systemu właściwego dla analizy konstrukcji mostów wantowych. Dla przeprowadzonych analiz przedmiotowego zagadnienia w zakresie nieliniowości geometrycznej, czas obliczeń dla wszystkich programów był w zasadzie porównywalny, chociaż najkrótszy (19 s)

Tablica 2.7. Porównanie wartości reakcji dla wszystkich podpór modelu 2D mostu A1 pod przyjętym całkowitym obciążeniem q z uwzględnieniem analizy nieliniowości geometrycznej

Numer węzła	<i>Cosmos/M</i>	<i>Msc/Nastran</i>	<i>Robot Millennium</i>
1	2	3	4
Reakcja pionowa RY [kN]			
1	-744,880	-734,805	-744,514
21	9924,800	9914,685	9924,519
56	9926,600	9917,146	9926,403
55	-746,460	-737,026	-746,199
Reakcja pozioma RX [kN]			
21	-224,670	-224,987	-225,207
56	224,670	224,987	225,207
Moment podporowy MZ [kNm]			
21	-14119,000	-14025,011	-14169,644
56	13922,000	13751,747	13960,470

zarejestrowano dla programu *Cosmos/M*.

Podstawowym kryterium w doborze odpowiedniego systemu jest przede wszystkim możliwość uwzględnienia w miarę największej liczby efektów wpływających na nieliniowe zachowanie się konstrukcji mostów wantung. Taką możliwość dają pakiety *Cosmos/M* i *Robot*, w których istnieje możliwość zdefiniowania cięgien ulegających zwisowi pod obciążeniem ciężarem własnym. *Cosmos/M* pozwala na podział wanty na kilka elementów skończonych, zaś *Robot V6* i *Millennium* zawiera wbudowany algorytm uwzględniający zwis cięgna bez potrzeby jego podziału na mniejsze odcinki (ES). Wadą ostatniego rozwiązania są m.in. trudności w precyzyjnym uzyskaniu wektorów przemieszczeń w dowolnym punkcie na długości makroelementu cięgna. Co prawda producent oprogramowania zapewnia możliwość podziału tego makroelementu na mniejsze odcinki, jednak pomimo wielokrotnych prób wdrożenia tej metody, nie uzyskano zadowalających wyników.

Alternatywą dla takiego rozwiązania może być zastosowanie dla ciągów elementów typu BAR lub BEAM (*Msc/Nastran*) z jednoczesnym wprowadzeniem bardzo małych sztywności giętnych, jednak wówczas nie ma możliwości programowego nadania im wstępnego naciągu.

W systemie *Robot* deklaracja elementu ciągną typu KABEL związana jest równocześnie z programowym wprowadzeniem dla analizy nieliniowej tzw. obciążeniowego przypadku montażowego, co w dużej mierze przyczynia się do utrudnień w interpretacji jego wpływu na otrzymane wielkości statyczne.

Innym czynnikiem przemawiającym z kolei na korzyść systemów *Cosmos/M* i *Msc/Nastran* jest możliwość wprowadzenia materiału o nieliniowej charakterystyce (nieliniowość fizyczna), wynikającej z określonych cech materiałowych dla poszczególnych elementów mostu (w tym przede wszystkim dla wian). Systemy te mają poza tym inną cenną zaletę, polegającą na możliwości śledzenia ścieżki rozwiązania danego zagadnienia i określania stopnia nieliniowości układu.

Pewną zaletą systemu *Robot Millennium* jest łatwość w modelowaniu, głównie dzięki większej kompatybilności z systemami CAD, chociaż zarówno *Cosmos* jak i *Nastran* wyposażone są w konwertery plików DXF czy IGES. Również pod względem większych możliwości w prezentacji (plotowaniu) wyników otrzymanych z obliczeń mają *Nastran* i *Robot*.

Program *Cosmos/M* ma jednak inną bardzo istotną zaletę, polegającą na możliwości prowadzenia

Tablica 2.8. Zestawienie wybranych charakterystyk zastosowanych do analizy systemów numerycznych

Lp.	Cechy charakterystyczne	Cosmos/M		Msc/Nastran	Robot	
		(1.70)	(2.50)	(2.1.1)	V6	Millennium
1	2	3	4	5	6	7
1.	Liniowe i powierzchniowe (powłokowe) ES	•	•	•	•	•
2.	Moduł analizy dla nieliniowości geometrycznej	•	•	•	•	•
3.	Analiza nieliniowości geometrycznej wybranych ES modelu dyskretnego	•	•	○	○	○
4.	Moduł analizy dla nieliniowości materiałowej	•	•	•	○	○
5.	Algorytmy przyrostowo-iteracyjne: NR, MNR, BFGS	•	•	•	•	•
6.	Rozdzielność obciążeń dla analizy nieliniowej (dowolność sterowania obciążeniem)	•	•	○	○	○
7.	Możliwość modelowania zwisu elementów ciągnowych	•	•	○/±	•	•
8.	Możliwość śledzenia ścieżki rozwiązania dla zagadnień nieliniowych	•	•	•	○	○
9.	Możliwość rejestru wielkości sił residualnych	○	○	○	○	•
10.	Łatwość przełączania analizy LIN/NL	±	•	•	•	•
11.	Precyzja uzyskiwanych wyników	±	±	±/•	•	•
12.	Jakość pre- / postprocesora	±/±	•/±	•/•	•/•	•/•

• – wynik pozytywny (tak, zawiera), ○ – wynik negatywny (nie, nie zawiera), ± – wynik średni (istnieje możliwość, rozwiązanie pośrednie).

analizy nieliniowej w zakresie geometrycznym i fizycznym wyłącznie dla wybranych ES modelu.

Na podstawie spostrzeżeń, w tablicy 2.8 porównano cechy charakterystyczne dla systemów numerycznych zastosowanych w przedmiotowej analizie z uwagi na konstrukcje mostów wantowych. Pod uwagę wzięto te z nich, które odnoszą się przede wszystkim do analiz konstrukcji w zakresie nieliniowym.

Na podstawie wykonanej analizy porównawczej oprogramowania zastosowanego do obliczeń przykładowej konstrukcji mostu wantowego, oraz mając na względzie przedstawioną jego charakterystykę, uznano za celowe przyjęcie do dalszych analiz tego typu konstrukcji w aspekcie nieliniowości geometrycznej lub/i fizycznej systemu *Cosmos/M*.

2.6. Weryfikacja systemu *Cosmos/M* w aspekcie nieliniowości geometrycznej

2.6.1. Uwagi ogólne

W celu dalszego zweryfikowania systemu przyjętego do analiz teoretycznych konstrukcji mostów wantowych wykonanych w dalszej części pracy, zrealizowano obliczenia dla dwóch przykładów zaczerpniętych z literatury. Dotyczyły one zagadnień nieliniowości geometrycznej dla prostego, klasycznego układu belkowego (model A2) i cięgnowego (model A3).

2.6.2. Skończone ugięcie belki wspornikowej

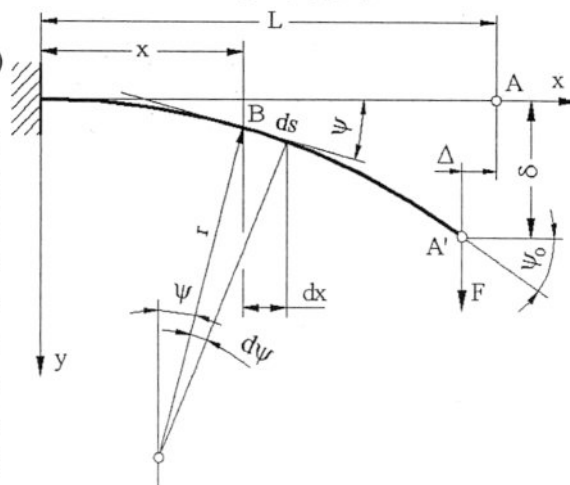
Opis analizowanego przykładu (A2). W zadaniu tym przyjęto do analizy skończone ugięcie sprężystej belki wspornikowej. Założono, że odkształcenia są nieskończenie małe przy zachowaniu prawa Hooke'a, natomiast duże przemieszczenia uwzględniono poprzez przyjęcie do rozważań teorii dużych przemieszczeń. W analitycznym rozwiązaniu problemu zaproponowanym przez Gutkowskiego, Osieckiego i Sawczuka [42] przyjęto nieuproszczone równanie dla zginania belek sprężystych, tzn. zależności między momentem zginającym M , sztywnością na zginanie EJ i promieniem krzywizny r odkształconej osi belki w postaci:

$$M = \frac{EJ}{r} = EJ \frac{d\psi}{ds}. \quad (2.61)$$

Wielkości geometryczne występujące w równaniu (2.61) określono na rys. 2.27. Fakt, że przemieszczenia są skończone uwidoczniony jest w wyrażeniu na moment zginający, tj.:

$$M = P(L - x - \Delta). \quad (2.62)$$

Wprowadzając następnie równanie (2.62) do (2.61), różniczkując stronami aby dojść do równania z jedną zmienną, oraz po jednokrotnym scałkowaniu i wykorzystaniu warunku brzegowego $d\psi/ds = 0$ dla $\psi = \psi_0$, można otrzymać nieliniowe równanie różniczkowe, którego rozwiązanie nie wyraża się przez całki elementarne. Szczegóły rozwiązania tego równania można znaleźć w pracy [36], natomiast wyrażenie na ugięcie końca wspornika ma postać (2.63):



Rys. 2.27. Duże przemieszczenia końca wspornika

$$\delta_{NL} = \sqrt{\frac{EJ}{F}} \int_{\Phi_1}^{\pi/2} \frac{(2c^2 \sin^2 \Phi - 1)}{\sqrt{1 + c^2 \sin^2 \Phi}} d\Phi, \quad (2.63)$$

gdzie Φ jest nową zmienną związaną z Ψ zależnością $1 - \sin \Phi = (1 + \sin \Psi_0) \sin^2 \Psi$, natomiast $c^2 = (1 + \sin \Psi)/2$, a $\Phi_1 = \arcsin(1/c\sqrt{2})$.

Zgodnie z klasyczną liniową teorią, przemieszczenie pionowe końca wspornika można wyznaczyć z zależności (2.64):

$$\delta_{LIN} = \frac{FL^3}{3EJ}. \quad (2.64)$$

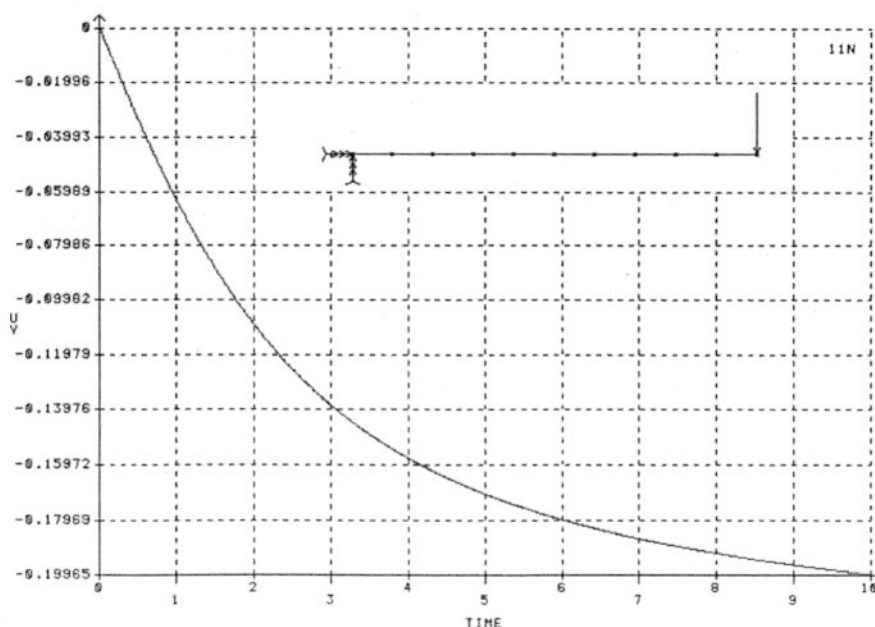
Obliczenia i porównanie wyników. Analizę komputerową dla powyższego przypadku przeprowadzono z zastosowaniem teorii I-rzędu i nieliniowości geometrycznej. Przyjęto krótki wspornik o długości całkowitej $L = 0,254$ m, o przekroju $b \times h = 0,0414 \times 0,001$ m, wykonany z materiału o module Younga $E = 20,00$ GPa. Zastosowano przy tym jego podział na 10 ES (BEAM2D), obciążając siłą skupioną o maksymalnej wartości, zgodnej z zależnością: $FL^2/EJ = 8,0$.

W wyniku przeprowadzonej analizy liniowej problemu uzyskano przemieszczenie pionowe na końcu wspornika o wartości $\delta_{LIN} = 0,169333$ m (co odpowiada wartości bezwymiarowego parametru $\delta_{LIN}/L = 0,66667$) dla parametru obciążenia $FL^2/EJ = 2,00$.

W przypadku zastosowania procedury nieliniowej dla tak zdyskretyzowanego modelu wspornika (model A2) stwierdzono, że przy podziale obciążenia na 10 przyrostów, rozwiązanie dla iteracji NR nie uzyskuje zbieżności już w pierwszym kroku (zarejestrowano obroty większe od 10°). W związku z powyższym zwiększono liczbę przedziałów obciążenia do 40, uzyskując tym samym zbieżność rozwiązania na założonym poziomie dokładności.

Na rysunku 2.28 przedstawiono model dyskretny i przebieg przemieszczeń (ugięć) końca wspornika (węzeł 11) w zależności od przyrostu obciążenia dla analizy nieliniowej. Podany przykład jest typowy dla konstrukcji o sztywności rosnącej.

Na rysunku 2.29 podano porównanie strzałek ugięcia wyznaczonych na podstawie teorii małych ugięć charakteryzującej się liniowym równaniem różniczkowym i przytoczonego wyżej rozwiązania uwzględniającego duże ugięcia przy małych odkształceniach (równanie 2.63).



Rys. 2.28. Przebieg przemieszczeń pionowych δ_y dla węzła 11 modelu dyskretnego wspornika (model A2)

Dla teorii liniowej uzyskano pełną zbieżność z rozwiązaniem teoretycznym (równanie 2.64).

Analizując uzyskane wyniki według teorii I- i II-rzędu w zakresie nieliniowości geometrycznej (na rys. 2.29, obok wykresów przyjętych z pracy [42], naniesiono rozwiązania uzyskane z obliczeń w postaci punktów), największe rozbieżności zarejestrowano dla przedziału parametru obciążenia $FL^2/EJ = 2,0-4,0$.

Przemieszczenia końca wspornika były wówczas większe w rozwiązaniu z wykorzystaniem systemu *Cosmos/M*, nie przekraczające jednak wartości 5,7%. Z kolei powyżej wartości parametru obciążenia na poziomie $FL^2/EJ = 6,5$, zauważono zmniejszenie wartości ugięć do wartości 3,5% w stosunku do rozwiązania według równania (2.63).

2.6.3. Analiza statyczna ciągna poziomego

Uwagi ogólne. Ciężna są elementami, które niezależnie od konfiguracji – osiowo obciążone – ulegają zwisowi pod obciążeniem ciężarem własnym, a jedynym odstępstwem jest przypadek układu pionowego ciężna, np. wieszak

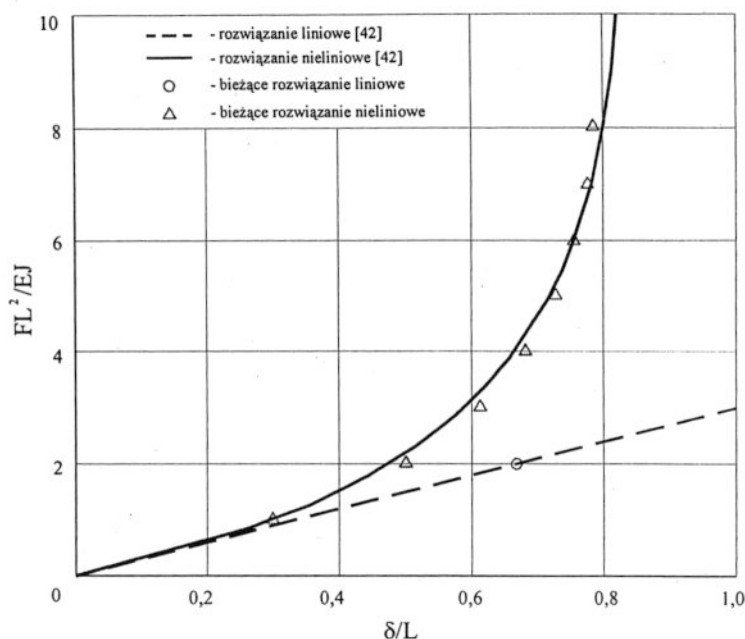
w moście wiszącym. Zmniejszenie wielkości ugięcia (zwisu) liny związane jest ze zmianą jego przekroju poprzecznego oraz często z nieuzasadnionym zastosowaniem dużych sił osiowych, tak więc wynika stąd, że istnienie zwisu takiego elementu jest zawsze obecne. Jest on przy tym wprost proporcjonalny do ciężaru właściwego materiału, z jakiego jest ona wykonana oraz odwrotnie proporcjonalny do granicznej wytrzymałości na rozciąganie.

Opis analizowanego przykładu A3. Dla liny o danym przekroju poprzecznym A i przyłożonej do jej końców sile osiowej T , pod ciężarem własnym zwis jest wprost proporcjonalny do L^2 (gdzie L jest długością ciężny ciężna), zaś współczynnik f/L jest proporcjonalny do długości ciężna. Wiadomym jest również, że wszystkie oddziaływania związane ze zwisem liny będą bardziej dominujące dla jej wzrastającej długości L . Jest to szczególnie uwidocznione dla współczynnika proporcjonalności n dla relacji wzrostu odpowiednio długości ciężna w postaci $n \times L$ w stosunku do strzałki jego zwisu (ugięcia) – $n^2 \times f$ (rys. 2.30) [40], tj.:

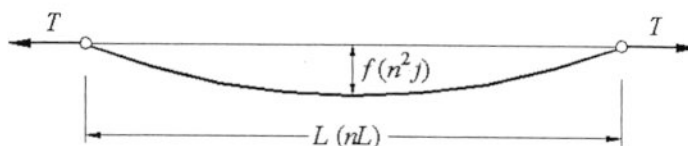
$$n \times L \Leftrightarrow n^2 \times f. \quad (2.65)$$

W modelu A3 rozważono ciężno w układzie poziomym o stałym przekroju poprzecznym $A = 1,635 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, trzech różnych długościach, odpowiednio $L = 10,00, 50,00$ i $100,00 \text{ m}$, stałej wartości granicznej wytrzymałości na rozciąganie T_{gr} oraz zmiennych siłach przyłożonych do ciężna T na poziomach $T/T_{gr} = 0,001, 0,01, 0,05, 0,1, 0,5$ i $1,0$. Na materiał ciężien wybrano stal o wysokiej wytrzymałości rzędu $\sigma = 1000 \text{ MPa}$ i sile zrywającej linę na poziomie $T_{gr} = 1,900 \text{ MN}$, ciężarze $g_c = 14,00 \text{ kg/m}$ oraz module Younga $E = 1,75 \times 10^2 \text{ GPa}$.

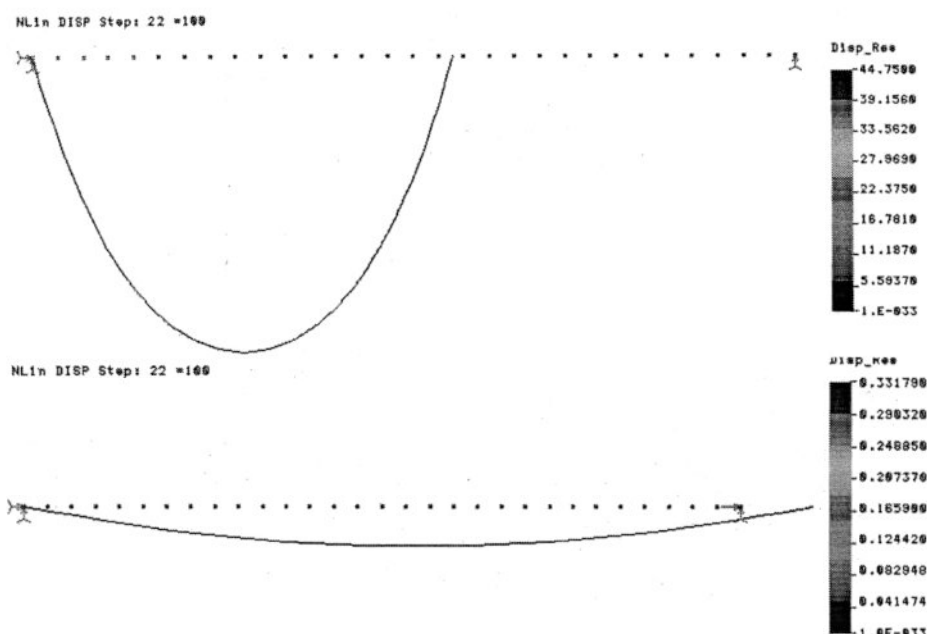
Ze względu na nieliniowy charakter pracy elementu ciężnowego, do rozwiązania danego zagadnienia wykorzystano również metodę przyrostowo-iteracyjną (iteracje NR). Każdy z modeli ciężien, ze względu na ich długość (A3-1, A3-2 i A3-3), dyskretyzowano 30 elementami typu TRUSS2D. W celu uniknięcia niestabilności układu (osobliwości



Rys. 2.29. Porównanie przemieszczeń pionowych (ugięć) końca wspornika dla rozwiązania według [42] i za pomocą systemu *Cosmos/M* z zastosowaniem teorii liniowej (małe ugięcia) i dużych przemieszczeń



Rys. 2.30. Układ modelu ciężna A3 z podstawowymi zależnościami geometrycznymi



Rys. 2.31. Przeszaczkowania uogólnione (zwis) modelu dyskretnego A3-1 cięćna o cięćwie $L = 100$ m dla obciężenia cięćczarem własnym oraz rozciężajającą siłą osiową: a) $T/T_{gr} = 0,001$ i b) $T/T_{gr} = 0,5$ w relatywnych skalach odpowiednio 1 : 1 i 1 : 30 (przeszaczkowania podano w [m])

globalnej macierzy sztywności), elementom skończonym nadano wstępne odkształcenia o bardzo małej wartości w porównaniu do przykładanych osiowych obciężen do modelu.

Obliczenia i analiza wyników. W celu dobrania optymalnej wielkości kroku, oraz sposobu przyłożenia obciężen (zastosowano odrębny opis dla obciężenia grawitacyjnego TC1 oraz dla obciężenia siłą osiową wzdłuż cięćwy cięćna TC2), wykonano kilkanaście wstępnych testów do tak przedstawionego zagadnienia. Okazało się, że nagłe wprowadzenie cięćczaru (z jednoczesnym przyłożeniem siły osiowej rozciężającej) spowodowało rozbieżność procesu iteracyjnego już w pierwszym kroku. Zmniejszanie przyrostu obciężenia nawet do wartości 1×10^{-19} wielkości początkowej kroku nie wpływało na poprawę zbieżności rozwiązania.

W celu zwiększenia początkowej sztywności układu, postanowiono, że – bez wpływu na wyniki końcowe – w pierwszej fazie analizy wprowadzone zostanie 10% wartości danej siły osiowej (nacięgu) T , a następnie stopniowo przyłożone zostanie obciężenie cięćczarem własnym cięćna. Równie istotne było sterowanie wielkością kroku, stąd ustalono dla przedziału obciężenia 1–100 automatyczną procedurę doboru wielkości kroku z maksymalnym przeskokiem co 5 lub 10 przyrostów w zależności od stopnia wrażliwości układu.

W wyniku przeprowadzonej analizy dla trzech modeli liny w układzie poziomym uzyskano wielkości przeszaczkowań dla węzłów i sił osiowych w elementach cięćcnowych dla każdego przyrostu

Tablica 2.9. Porównanie wartości zwisu f i długości końcowej cięćwy cięćna L_k pod obciężeniem cięćczarem własnym i siłą nacięgu T/T_{gr} dla analizy nieliniowej w [m]

Wartość T/T_{gr}	Zwis cięćna f w $L/2$ dla $L =$				Długość cięćwy cięćna w stanie końcowym L_k dla długości początkowej $L =$			
	100*	100	50	10	100*	100	50	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,001	33,53	38,08	14,750	0,8759	66,43	55,25	37,46	9,794
0,010	14,33	8,759	2,241	0,0903	99,03	97,95	49,74	9,999
0,050	2,86	1,805	0,452	0,0181	100,00	99,95	50,01	10,003
0,100	1,45	0,904	0,226	0,0090	100,07	100,05	50,03	10,007
0,500	0,29	0,180	0,045	0,0018	100,38	100,33	50,17	10,033
1,000	(0,15)	(0,091)	(0,023)	(0,0009)	(100,76)	(100,67)	(50,47)	(10,094)

*) rozwiązanie zaproponowane przez Gimsinga [40].

obciążenia. Na rysunku 3.31 przedstawiono przykładowe przemieszczenia węzłów modelu A3-1 ($L = 100$ m) pod obciążeniem siłą rozciągającą $T = 1,90$ kN (dla $T/T_{gr} = 0,001$).

W tabelicy 2.9 zestawiono porównanie otrzymanych wartości strzałek ugięcia (zwisu) i długości końcowej cięciwy cięga obok danych zamieszczonych w pracy [40].

W tabelicy 2.10 podano relacje współczynnika proporcjonalności n dla obliczonych wartości strzałek zwisu cięgien f o dwóch różnych długościach, $L = 50$ i 10 m w porównaniu ze strzałkami ugięcia f_{100} dla cięga o długości cięciwy $L = 100$ m.

Z tabelicy 2.9 wynika, że uzyskane wartości zarówno strzałek zwisu i końcowej długości cięga dla długości pierwotnej $L = 100$ m znacznie odbiegają od wartości zamieszczonych w kolumnie 2 wg Gimsinga [40] dla małych wielkości naciągu takiego elementu T/T_{gr} w zakresie (0,001–0,05). Relatywne zwiększanie tej siły powoduje również zwiększenie zbieżności uzyskanych wyników z wartościami cytowanymi. Z drugiej jednak strony Gimsing nie podaje w swej pracy charakterystyk materiałowych i geometrycznych przekroju analizowanej wanty w układzie poziomym, jak również sposobu, w jaki uzyskane zostały wyniki końcowe dla zwisu i długości końcowej cięciwy odkształconego cięga o długości początkowej $L = 100$ m. Mogły być one otrzymane na drodze teoretycznej, bądź doświadczalnej.

Bardziej istotną informację odnośnie pracy swobodnie podpartego cięga w układzie poziomym zawiera tabela 2.10, w której zawarto wyliczone w oparciu o podane przez tego samego autora relacje proporcjonalności, jaka zachodzi między przyrostem długości analizowanego cięga $n \times L$ do wielkości strzałki jego zwisu $n^2 \times f$. W tabelicy tej przyjęto dwa współczynniki proporcjonalności $n = 2$ i 10 (kolumny 3 i 5) dla cięgien o długości początkowej równej odpowiednio $L = 50$ i 10 m w relacji do długości $L = 100$ m.

Analizując uzyskane wyniki stwierdzono, że dużą zgodność wyników uzyskano dla naciągu T/T_{gr} w przedziale 0,01–1,00, natomiast znaczne rozbieżności zarejestrowano dla małych wartości naciągu, tj. $T/T_{gr} = 0,001$. Można przy tym mieć pewne wątpliwości czy współczynnik n obowiązuje również dla bardzo małych wartości T/T_{gr} . – Gimsing bowiem nie precyzuje zakresu ważności podanej w pracy [40] relacji $nL \Leftrightarrow n^2f$.

2.6.4. Uwagi końcowe

Wykonana analiza dla dwóch wybranych przykładów w zakresie nieliniowości geometrycznej dla obciążeń statycznych za pomocą systemu *Cosmos/M* dała podstawę do porównania uzyskanych wyników z wielkościami teoretycznymi zamieszczonymi w pracach [40] i [42]. Dla obu zrealizowanych przykładów (modele A2 i A3) zarejestrowano stosunkowo dużą zgodność uzyskanych wyników (dotyczących wielkości przemieszczeń). Pewne rozbieżności zauważono jedynie w zadaniu A3 dla małych wartości naciągu cięga niezależnie od jego długości początkowej, jednak porównawcze dane źródłowe nie precyzują w wystarczający sposób warunków pracy takiego elementu.

Reasumując – na podstawie spostrzeżeń zawartych w p. 2.5.4 oraz p. 2.6.2 i 2.6.3 – przyjęto, że do dalszych rozważań dotyczących oceny wpływów nieliniowych w modelach konstrukcji mostów wantowych, pakiet numeryczny *Cosmos/M* spełnił postawione wymagania.

Tabela 2.10. Porównanie obliczonych wartości zwisu cięga f z zastosowaniem współczynnika proporcjonalności n w [m]

Lp.	Wartości T/T_{gr}	f_{100}	Wartości strzałek zwisu f w zależności od współczynnika proporcjonalności n dla			
			$L = 50$		$L = 10$	
			$n^2 \times f_{50}$		$n^2 \times f_{10}$	
1	2	3	4	5	6	7
1.	0,001	38,08	$n_{(50/100)} = 2$	59,00	$n_{(10/100)} = 10$	87,59
2.	0,010	8,759		8,96		9,03
3.	0,050	1,805		1,808		1,81
4.	0,100	0,904		0,904		0,90
5.	0,500	0,180		0,180		0,180
6.	1,000	(0,091)		(0,092)		0,092

2.7. Zakończenie

W rozdziale 2 przedstawiono teoretyczne podstawy analizy konstrukcji mostów wantowych w zakresie obciążeń statycznych, z uwzględnieniem aspektów ich komputerowego modelowania dla poszczególnych składowych elementów konstrukcyjnych oraz dla układów globalnych. Podano również przykłady zastosowań klasycznej teorii sprężystości, jak również przyczyny konieczności uwzględnienia teorii II-rzędu. W dalszej części dysertacji przytoczono równania macierzowe MES w zakresie poruszanych zagadnień, tj. statyki, dynamiki i stateczności.

Wykonano także analizę porównawczą dla wybranych systemów numerycznych, pozwalających na wykonanie obliczeń w zakresie nieliniowej statyki tych konstrukcji. Implementację komputerową dla części z przedstawionych zagadnień wykonano dla wybranego modelu stalowej konstrukcji mostu wantowego A1 z podaniem stosownych wyników obliczeń wykonanych z wykorzystaniem systemów *Cosmos/M*, *Msc/Nastran* i *Robot*. W rozważanych analizach nieliniowych, głównym źródłem nieliniowości był efekt dużych przemieszczeń.

W każdym z analizowanych systemów, dzięki możliwości wyboru i kontroli procesu iteracyjnego, zastosowano identyczną metodę iteracyjną (MNR), pozwalającą na wykonanie założonych obliczeń z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej. Należy jednak dodać, że ze względu na znaczne różnice w przyjmowanych w dalszej części rozprawy modelach dyskretnych mostów wantowych, istnieją przypadki, dla których uzyskanie zbieżności rozwiązania przysparza większych problemów. Zachodzi tu bowiem ścisła korelacja między zastosowanym modelem dyskretnym a rodzajem i kolejnością wykonywanych obliczeń dla tych konstrukcji – muszą być one uściślane w dalszych fazach modelowania w zależności od potrzeb (zostało to szerzej wyjaśnione w aspekcie doboru stosownego algorytmu dla rozwiązania tego typu układów nieliniowych w rozdziale 3).

Na podstawie wykonanej analizy porównawczej trzech systemów numerycznych, oraz na podstawie ogólnych spostrzeżeń dotyczących tych pakietów, dokonano wyboru najbardziej właściwego w odniesieniu do oceny wpływów nieliniowych w układach mostów wantowych. Zasadność jego wyboru (system *Cosmos/M*) poparto dodatkowo analizą weryfikacyjną – zawartą w końcowej części tego rozdziału – dla dwóch wybranych modeli, tj. rozpatrując duże ugięcia wspornika oraz swobodnie podparte wyizolowane ciągnio w układzie poziomym o zróżnicowanych długościach, obciążonych odpowiednio pionową siłą skupioną oraz rozciągającą siłą osiową z naciągami o zmiennych wartościach. Uzyskane wyniki porównano z rozwiązaniami teoretycznymi, uzyskując zbieżność na zadowalającym poziomie, odpowiednio w zakresie 3–6%, 37,7% oraz 0,0%. Dwie ostatnie wartości podano dla strzałki zwisu i długości cięciwy ciągnia w stanie końcowym pod obciążeniem $T/T_{gr.} = 0,1$.

ROZDZIAŁ 3

Sposoby rozwiązywania zagadnień nieliniowych w MES oraz ich weryfikacja w analizie statycznej wybranego mostu wantowego

3.1. Wprowadzenie

W większości spotykanych przypadków bezpośrednie rozwiązanie układu nieliniowych równań różniczkowych dla danego zagadnienia nie jest możliwe, stąd realizowane to jest za pomocą metod pośrednich (iteracyjnych bądź przyrostowych). W szczególnych przypadkach metody te są niezwykle przydatne – wręcz nieodzowne. Analiza nieliniowa w zakresie obciążeń statycznych, bądź dynamicznych dla obciążeń nieustalonych, wywołanych na przykład trzęsieniami ziemi jest jednym z takich uzasadnionych przykładów.

Dla zagadnień związanych z uwzględnieniem nieliniowości, najbardziej adekwatne jest zastosowanie jednej z metod przyrostowych w połączeniu z wybranymi algorytmami iteracyjnymi. W celu uwzględnienia nieliniowości układu o różnych źródłach jej pochodzenia, globalna macierz sztywności modelu dyskretnego konstrukcji w metodzie elementów skończonych nie tylko musi być aktualizowana po każdym przyroście obciążenia (kroku), ale często – dodatkowo – powinna być ponownie modyfikowana w założonym *interwale* dla uzyskania przez układ równowagi na ścieżce rozwiązania. Dobór odpowiednich metod rozwiązania jest ściśle związane z uzyskaniem wyników o założonej dokładności, ale również ze znacznym skróceniem czasu obliczeń.

W analizie nieliniowej z reguły zakłada się małe kroki obciążenia przykładanego do danego układu, przez co wstępne oszacowanie rozwiązania (np. na początku procesu iteracyjnego) może być zbliżone do właściwego wyniku (przy uzyskaniu zbieżności nawet po kilku iteracjach).

Jedną z najwcześniejszych prac dotyczących zastosowań nieliniowości w MES przedstawił Turner i inni w roku 1960, implementując ją dla potrzeb przemysłu lotniczego [152].

Większość wcześniejszych analiz związanych z zagadnieniami nieliniowości geometrycznej podjęło wielu naukowców, jak Holand [49], czy Gallagher i inni [38] – dotyczyły one głównie problemów liniowej utraty stateczności. Zagadnienia nieliniowości geometrycznej i procedur przyrostowych w praktyce zostały wdrożone przez Turnera [152] i Argyrisa [7], którzy wykorzystali geometryczną macierz sztywności w połączeniu z aktualizacją współrzędnych i możliwością wykorzystania początkowej macierzy przemieszczeń [92]. Podobne podejście przyjął dla oceny wpływów nieliniowości materiałowej np. Zienkiewicz [167]. W szczególności, w celu uwzględnienia efektów plastyczności, styczna macierz sztywności konstrukcji (wprowadzona zależność przyrostu obciążeń od przyrostu przemieszczeń) zawierała tzw. styczną macierz modułową [123], [167], [168], która wiązała przyrost naprężeń z przyrostem odkształceń.

Jednak do częstych należały przypadki niekontrolowanego przyrostu błędu przy stosowaniu podejścia przyrostowego dla założonego konwekcyjnego układu związanego z deformowanym elementem (wg opisu Eulera). W celu rozwiązania tego problemu, m.in. Oden [106] zaczęli stosować w obliczeniach iteracje oparte na metodzie Newtona–Raphsona. Mallet i Schmidt [88] wdrożyli do analiz konstrukcji metody poszukiwania bezpośredniej ścieżki energii.

Na etapie początkowym dotyczącym rozważań teoretycznych nad zagadnieniami nieliniowymi, długi czas realizacji obliczeń stanowił bardzo poważny problem. Aby temu częściowo zapobiec, Haisler i inni [43], czy Zienkiewicz [167] zaproponowali zastosowanie zmodyfikowanej procedury przyrostowej

Newtona–Raphsona. W przeciwieństwie do jej pierwotnej wersji, macierz sztywności nie musiała być aktualizowana dla każdego przyrostu obciążenia.

Rozważając zagadnienia związane przede wszystkim z analizą nieliniowości materiałowej, Zienkiewicz zaproponował tzw. metodę *początkowych naprężeń*, wykorzystującą specjalnie w tym celu stworzoną formułę opartą na początkowej sprężystej macierzy sztywności [168].

Metody znacznego przyśpieszenia rozwiązań dla zadań nieliniowych wprowadził m.in. Nayak w pracy [101], z kolei Brebbia i Connor [18] zastosowali algorytm polegający na kombinacji metody przyrostowej jako pierwszego przybliżenia (predyktora) i następnych przybliżeń w postaci metody iteracyjnej (korektora), tworząc tym samym tzw. *metodę kontynuacji* (lub *przedłużenia*).

Autorzy wczesnych prac dotyczących analizy nieliniowości fizycznej płyt i powłok, jak Ang i Lopez bazowali na uproszczonych metodach zakładających nagłe uplastycznienie [6]. Armen i inni [9] stworzyli z kolei interfejs dla analizy w zakresie sprężysto-plastycznym, natomiast tzw. warstwowe lub zintegrowane procedury numeryczne wdrożył np. Whang [160], przy czym uwzględniały one kombinację nieliniowości materiałowej i geometrycznej w zastosowaniu do płyt ulegających wstępnym wyboczeniom idealnie sprężysto-plastycznym [46]. Jedną z najwcześniejszych metod (kombinacji), polegającą na przyjęciu rozwiązania aproksymacyjnego zaproponowali Murray i Wilson [99], przy czym bardziej ściśle rozwiązania dla warstwowych płyt i powłok podali Marcal [92] i Striklin [142]. Dotychczas, dla potrzeb całkowania po grubości elementu, wykorzystywano różne procedury numeryczne, począwszy od podejścia *od środka ciężkości figury płaskiej* o warstwach z określoną grubością [124] do trapezowego [93], i z wykorzystaniem metody Simpsona [142]. W celu zwiększenia dokładności uzyskiwanych rozwiązań dla analizy plastycznej, Nayak i Zienkiewicz wprowadzili tzw. *podprzyrost* [100]. Do podstawowych prac ujmujących problemy związane z *punktami granicznymi* i tzw. *punktami przeskoku* (*snap-through*) na ścieżce równowagi rozwiązania układu należy zaliczyć np. dokonania Sharifi’ego i Popova [138].

3.2. Metody rozwiązywania nieliniowych równań MES

3.2.1. Uwagi ogólne

Dotychczas opracowano wiele metod służących do rozwiązywania układów nieliniowych równań algebraicznych w obrębie zastosowań MES. Są one ściśle uzależnione od specyfiki analizowanych ustrojów i stosowanych aproksymacji, stąd też rozróżnia się podejścia ogólne oraz specjalne, a można je podzielić najogólniej na:

- przyrostowe, łączone także z różnymi algorytmami iteracyjnymi (mieszane),
- iteracyjne nieprzyrostowe,
- różne metody przybliżone, oparte zasadniczo na analizie uproszczonych modeli dyskretnych,
- asymptotyczne, oparte na metodzie perturbacji, czy
- metody specjalne, dostosowane do analizy ograniczonych klas zagadnień nieliniowych.

Najbardziej rozpowszechnione są metody przyrostowe, które można traktować jako dyskretne metody kontynuacji. W powszechnie stosowanych algorytmach, w ramach każdego kroku przyrostowego, zerowanie się residuów jest uzyskiwane w drodze iteracyjnej [75].

Metody nieprzyrostowe mają w zasadzie ograniczony zakres zastosowań ze względu na trudności opracowania efektywnych algorytmów iteracyjnych. Poza tym, metody te nie mogą być bezkrytycznie stosowane, gdy rozwiązanie zależy od historii procesu deformacji, a więc m.in. do analizy zagadnień sprężysto-plastycznych.

Wśród metod przybliżonych wyróżnia się metody bazy zredukowanej, które polegają na poszukiwaniu rozwiązań w przestrzeniach n -wymiarowych ($n \ll \beta$), związanych z posługiwaniem się uogólnionymi, globalnymi stopniami swobody (β oznacza liczbę stopni swobody układu) [104].

Metody asymptotyczne (perturbacyjne) należą raczej do grupy metod analitycznych, a ich stosowanie jest ograniczone do otoczenia rozwiązań podstawowych, bądź początku rozwinięć szeregów potęgowych małych parametrów. Metody te wymagają poza tym posługiwania się macierzami wielowymiarowymi, co może istotnie skomplikować algorytmy i obniżyć ich ogólność, pomimo pewnych prób łączenia ich z MES [75].

Do metod specjalnych należy np. metoda sztucznych sprężyn, która najogólniej polega na dodaniu fikcyjnych elementów do macierzy sztywności [138], czy też metoda fikcyjnych sił tłumienia wiskotycznego [79].

W niniejszym rozdziale skupiono się na rozważaniach dotyczących grupy metod przyrostowych łączonych z algorytmami iteracyjnymi (metody mieszane), uznawanych za jedno z najbardziej skutecznych w odniesieniu do zagadnień związanych z analizą konstrukcji mostów wantungowych. W większości stosowanych algorytmów równania MES rozwiązuje się oddzielnie, korzystając z równania więzów do obliczania parametru obciążenia $\lambda(u, t)$, które jest dostosowywane do schematu iteracyjnego *predyktor–korektor* (gdzie: u – wektor przemieszczeń, t – umowny czas).

W przypadku tzw. sterowania obciążeniowego, rozwiązania równań przyrostowych MES można podzielić na cztery zasadnicze grupy [155]:

1. Metody newtonowskie nazywane też metodami Newtona–Raphsona (NR).
2. Metody quasi-newtonowskie (QN).
3. Metody sieczno-newtonowskie (SN) i
4. Metody kierunków sprzężonych (KS).

W algorytmach MES dla zagadnień analizy nieliniowej powszechne zastosowanie znalazły metody newtonowskie (NR) i quasi-newtonowskie (QN) [75].

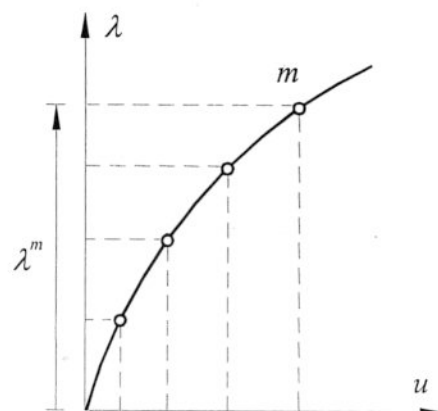
3.2.2. Metody przyrostowe

Dla zagadnień nieliniowych w MES stosuje się różne metody przyrostowe ze względu na sterowanie rozwiązaniem, do których należy zaliczyć sterowanie obciążeniowe ($t \equiv \lambda$), sterowanie przemieszczeniowe ($t \equiv u$) lub sterowanie tzw. parametrem ścieżki s .

Analiza przyrostowa polega na dyskretnej kontynuacji procesu obliczeniowego, gdy znane rozwiązanie $u^m = u(t^m)$ jest przedłużane do $u^{m+1} = u(t^{m+1})$ dla wartości parametru sterującego $t^{m+1} = t^m + \Delta t^m$. Dobór odpowiedniego parametru sterowania t (umowny czas) ma wpływ na efektywność obliczenia przyrostów Δu^m .

Sterowanie obciążeniowe. W przypadku sterowania obciążeniowego zmienną jest obciążenie przykładane do modelu dyskretnego ustroju. Każdy jego stan (punkt) na ścieżce równowagi rozwiązania określony jest przez przecięcie się powierzchni lub prostej ($\lambda^m = \text{const}$) ze ścieżką w celu określenia wielkości deformacji, co przedstawiono schematycznie na rysunku 3.1 [12], [75].

W trakcie stosowania tego podejścia w MES, obciążenia (np. zadane przemieszczenia, obciążenia termiczne, grawitacja, ruchy podłoża, itp.) są przykładane do konstrukcji w sposób przyrostowy, zgodnie z przyjętymi dla nich wcześniej wielkościami przyrostu.



Rys. 3.1. Jednowymiarowa interpretacja geometryczna sterowania obciążeniowego w MES

Sterowanie obciążeniowe jest odmianą metody przyrostowej, zatem rozpatrując zależność $\lambda = f(u)$ w zakresie obciążenia $(0, \lambda)$, dla danego obciążenia poszukiwane jest rozwiązanie w postaci przemieszczenia u .

Przyrostowy opis wymaga pewnych założeń, a mianowicie:

1. Przyjęcie obciążenia jako wielkości narastającej od zera do swej wartości końcowej w funkcji czasu (pomimo, że zagadnienie wcale nie musi być zagadnieniem dynamicznym, zaś czas oznacza, że wartości obciążenia i przemieszczeń są różne w kolejnych iteracjach i). Podobnie też przemieszczenia są traktowane jako funkcje czasu. W ten sposób poszukiwanie stanu równowagi w przedziale czasu $[0, t]$ sprowadza się do określenia tych stanów w kolejnych chwilach czasowych, określonych jako $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, t$.
2. Przy znajomości rozwiązania w chwili t należy poszukiwać rozwiązania dla czasu $t + \Delta t$ (a więc założenie to dotyczy metody rozwiązania), zgodnie z równaniem macierzowym (3.1):

$$R_t - P_t = 0, \quad (3.1)$$

gdzie R_t – dany wektor zewnętrznych obciążeń węzłowych w chwili t , P_t – wektor sił oddziaływania elementów na węzły, odpowiadające stanowi przemieszczeń i naprężeń opisanych w konfiguracji istniejącej w chwili t .

Warunkiem niezbędnym precyzyjnego rozwiązania nieliniowego problemu jest spełnienie kolejnych równań analogicznych do wyrażenia (3.1) z założeniem kolejnych przyrostów czasowych w postaci (3.2):

$$R_{t+\Delta t} - P_{t+\Delta t} = 0. \quad (3.2)$$

Dysponując zatem macierzą P_t , na podstawie równania (3.1) można zapisać zależność (3.3):

$$P_{t+\Delta t} = P_t + \Delta P(u_t, u_{t+\Delta t}), \quad (3.3)$$

gdzie ΔP – przyrost sił oddziaływania elementów na węzły, odpowiadający przyrostowi przemieszczeń i odkształceń w czasie od chwili t do $t + \Delta t$.

Liniowy przyrost ΔP można określić wykorzystując np. styczną macierz sztywności konstrukcji K_T , odpowiadającą chwili t , zgodnie z zależnością (3.4):

$$\Delta P = (K_T)_t \Delta u, \quad (3.4)$$

gdzie Δu – przyrost przemieszczeń w czasie w przedziale $(t, t + \Delta t)$.

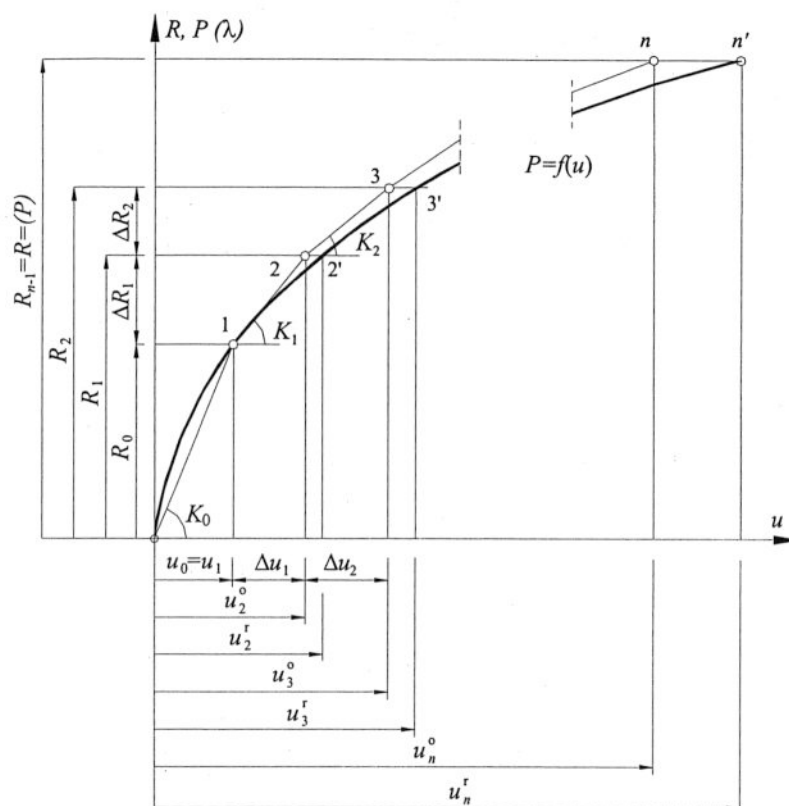
Wstawiając wyrażenie (3.4) do równania (3.2) otrzymuje się równanie przyrostowe, liniowe ze względu na Δu w postaci (3.5):

$$(K_T)_t \Delta u = R_{t+\Delta t} - P_t. \quad (3.5)$$

Rozwiązując powyższe równanie (3.5) względem Δu można określić przemieszczenia dla $t + \Delta t$ w formie wyrażenia (3.6):

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta u. \quad (3.6)$$

W rzeczywistości, przyrost przemieszczeń Δu nie jest wartością dokładną, ponieważ obliczony został za pomocą przybliżonej macierzy $(K_T)_t$ (będącej styczną zamiast siecznej), zatem wektor



Rys. 3.2. Interpretacja rozwiązania układu nieliniowego o 1 stopniu swobody (obciążenie w funkcji przemieszczenia) dla metody przyrostowej [130]

przemieszczeń $u_{t+\Delta t}$ nie odpowiada ściśle wartości obciążenia zewnętrznego $R_{t+\Delta t}$, co przedstawiono na poniższym przykładzie.

W wieloetapowym postępowaniu dla metody przyrostowej, zwiększanie wektora obciążenia na każdym etapie o pewien przyrost ΔR_i , towarzyszy znajdowanie odpowiadającego mu przyrostu wektora przemieszczeń Δu_i (rys. 3.2).

W początkowej fazie obliczeń przyjmowana jest zazwyczaj mała wartość obciążenia R_0 po to, aby zlinearyzować problem, tj. dla przedziału $(0, R_0)$ macierz sztywności K_0 jest stała.

Na podstawie zależności (3.7) można wyznaczyć przemieszczenie dla dowolnego węzła [74]:

$$u_0 = K_0^{-1} R_0. \quad (3.7)$$

Korzystając z założenia $u_0 = u_1$, można określić przyrost sztywności konstrukcji pochodzącej od nieliniowości układu (K_0^{NL}). Zapis macierzowy zmiany sztywności dla pierwszego cyklu obciążeniowego przedstawiają równania (3.8) i (3.9) odpowiednio dla:

- zmiany sztywności w I kroku:

$$K_1 = K_0 + K_0^{NL}, \quad (3.8)$$

- przyrostu obciążenia:

$$\Delta R_1 = R_1 - R_0. \quad (3.9)$$

Zgodnie z równaniem (3.7) można uzyskać:

$$\Delta u_1 = K_1^{-1} \Delta R_1, \quad (3.10)$$

oraz przy uwzględnieniu (3.6):

$$\mathbf{u}_2^o = \mathbf{u}_1^o + \Delta \mathbf{u}_1. \quad (3.11)$$

Otrzymany w ten sposób wektor przemieszczeń $\mathbf{u}_2^o$ (punkt 2) jest rozwiązaniem przybliżonym (indeksy „o” i „r” oznaczają odpowiednio wartość obliczoną i rzeczywistą), gdyż nie pokrywa się on z wektorem przemieszczeń rzeczywistych $\mathbf{u}_2^r$ (punkt 2' na rys. 3.2). Na podstawie znanego $\mathbf{u}_2^o$ można określić $\mathbf{K}_1^{NL}$.

W drugim cyklu obliczeniowym należy posłużyć się macierzami (3.12) i (3.13):

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_1^{NL}, \quad (3.12)$$

$$\Delta \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1, \quad (3.13)$$

a korzystając z zależności (3.7) i (3.6) można ponownie wyznaczyć $\Delta \mathbf{u}_2$ i $\mathbf{u}_3^o$:

$$\Delta \mathbf{u}_2 = \mathbf{K}_2^{-1} \Delta \mathbf{R}_2, \quad (3.14)$$

oraz

$$\mathbf{u}_3^o = \mathbf{u}_2^o + \Delta \mathbf{u}_2. \quad (3.15)$$

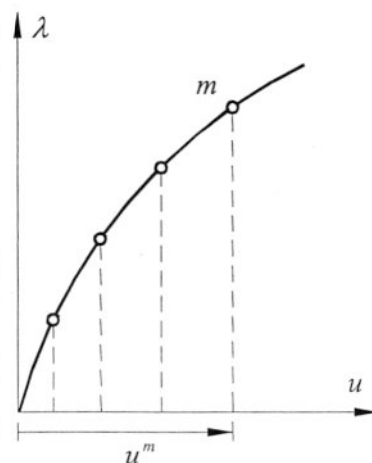
Wykonując powtórnie obliczenia według założonego cyklicznego algorytmu, w końcowej fazie można otrzymać wartość przemieszczenia $\mathbf{u}_n^o$ z pewnym błędem w stosunku do rzeczywistego wektora przemieszczeń $\mathbf{u}_n^r$, co odpowiada położeniu punktów na ścieżce równowagi, odpowiednio n i n' (rys. 3.2). Przedstawiona na tym rysunku otrzymana krzywa łamana nie pokrywa się z rzeczywistym przebiegiem funkcji $P=f(u)$, zatem można stwierdzić, że w celu spełnienia równania (3.2) z żadaną dokładnością należy, np. zmniejszyć długość kroku, lub zastosować w obrębie danego przyrostu obciążenia dodatkową metodę zapewniającą większą precyzję rozwiązania (np. metodę punktu pośredniego Rungego–Kutty, albo algorytm iteracyjny) [130].

Sterowanie przemieszczeniowe. W metodzie tej – analogicznej pod pewnymi względami do poprzedniej – punkt znajdujący się na ścieżce równowagi układu określony jest przez przecięcie się powierzchni lub prostej (zdefiniowanej parametrem stałej deformacji $u^m = \text{const.}$) z krzywą rozwiązania (rys. 3.3).

Stosując sterowanie przemieszczeniowe w MES dla $t \equiv u$, grupa przyłożonych do układu sił proporcjonalnie przyrasta (z użyciem pojedynczego mnożnika obciążenia) w celu uzyskania równowagi z jednoczesną kontrolą określonego stopnia swobody dla danego węzła. Kontrolowany stopień swobody rośnie, zgodnie z założoną wielkością przyrostu [75].

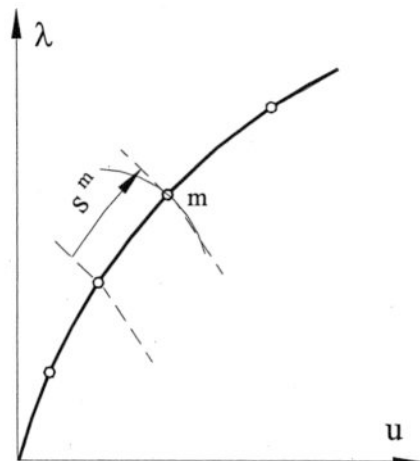
Sterowanie parametrem ścieżki. Jeśli stosowane jest sterowanie parametrem ścieżki s ($t \equiv s$), wówczas przyłożone do zdyskretyzowanego modelu wektory obciążeń stopniowo i proporcjonalnie wzrastają (zgodnie z zastosowaną wielkością początkowego i końcowego parametru obciążenia) aż do chwili uzyskania przez układ równowagi z równoczesną kontrolą długości ścieżki na łuku (rys. 3.4). Należy równocześnie dodać, że metoda ta nie ma praktycznego zastosowania, jeśli nie zostanie powiązana z algorytmami iteracyjnymi [12], [75].

W zasadzie każda z trzech wspomnianych metod przyrostowego sterowania dla rozwiązywania zagadnień nieliniowych charakteryzuje



Rys. 3.3. Jednowymiarowa interpretacja geometryczna sterowania przemieszczeniowego w MES

się odmiennymi własnościami. Pewne ich wady, bądź zalety szczególnie uwypuklają zagadnienia dotyczące stateczności konstrukcji. Wówczas istotne jest wyznaczenie tzw. punktu granicznego (oznaczającego lokalne lub globalne wyczerpanie nośności układu), na co nie pozwala w obliczeniach zastosowanie, np. sterowania obciążeniowego. Z kolei wykorzystanie algorytmu dla sterowania przemieszczeniowego uniemożliwia wyznaczenie punktu zwrotnego dla ścieżki równowagi, co zostało podane w dalszej części tego rozdziału.



Rys. 3.4. Jednowymiarowa interpretacja geometryczna sterowania parametrem ścieżki w MES

3.2.3. Metody iteracyjne

Metody iteracyjne należą do najbardziej popularnych (głównie ze względu na ich dużą efektywność w połączeniu z metodami przyrostowymi), przy czym w każdym cyklu iteracyjnym operuje się pełnym obciążeniem λ (R). Interpretacje geometryczne kilku wybranych metod iteracyjnych służących do rozwiązywania zagadnień nieliniowych podano w pracy [55].

Poniżej opisano trzy wybrane algorytmy iteracyjne, uważane za skuteczne w analizach nieliniowych, tj. metodę Newtona–Raphsona, jej zmodyfikowaną wersję oraz algorytm quasi-newtonowski.

Metoda Newtona–Raphsona (NR). W metodzie tej (podobnej do metody *stycznej sztywności*), w każdym cyklu iteracyjnym operuje się pełnym obciążeniem R , przy czym dla poszczególnych cykli przyjmowane są stałe, przybliżone styczne macierze sztywności. W efekcie końcowym niespełnione są warunki równowagi, dlatego po każdym cyklu obliczane jest obciążenie niezrównoważone Δr w danej konfiguracji odkształcenia całego układu. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie dodatkowych przemieszczeń (zmian w konfiguracji) zmierzających do zapewnienia równowagi układu (powrotu na ścieżkę równowagi rozwiązania właściwego). Cały cykl obliczeniowy kończy się wraz z osiągnięciem przez układ równowagi z wcześniej założoną dokładnością [75], [130].

Przy rozwiązywaniu zagadnienia nieliniowego za pomocą iteracji NR, obowiązują dla danego cyklu warunki początkowe, określone zależnościami (3.16) i (3.17):

$$u_{t+\Delta t}^{(0)} = u_t \quad (3.16)$$

oraz

$$P_{t+\Delta t}^{(0)} = P_t. \quad (3.17)$$

Dla przyjętych założeń, w przedziale czasu $(t, t + \Delta t)$ cała wartość obciążenia $R_{t+\Delta t}$ przykładana jest do układu o określonej macierzy sztywności $K = K_{t+\Delta t}^{(0)}$, będącej odpowiednikiem – podobnie jak w poprzednim przypadku – globalnej macierzy sztywności dla zagadnienia liniowego (rys. 3.5). Dla takiego stanu obciążenia i sztywności układu można wyznaczyć przyrost przemieszczeń $\Delta u^{(1)}$ z zależności (3.18), oraz całkowite przemieszczenie $u^{(1)}$ iteracji 1 dla podprzedziału 1 (3.19):

$$\Delta u^{(1)} = K^{-1} R_{t+\Delta t}, \quad (3.18)$$

zatem

$$u_{t+\Delta t}^{(1)} = u_t + \Delta u^{(1)}. \quad (3.19)$$

W następnej kolejności wyznaczany jest przyrost sztywności K_0^{NL} odpowiadający przemieszczeniom $u_{t+\Delta t}^{(1)}$, a sumaryczna macierz sztywności układu będzie miała wówczas postać (3.20):

$$K = K^L + K_0^{NL} = K_{t+\Delta t}^{(1)}. \quad (3.20)$$

Siły oddziaływania elementów na węzły wyznacza się z zależności (3.21):

$$P_{t+\Delta t}^{(1)} = K_{t+\Delta t}^{(1)} u_{t+\Delta t}^{(1)}. \quad (3.21)$$

Otrzymany w ten sposób stan deformacji odpowiadający przemieszczeniom $u_{t+\Delta t}^{(1)}$ nie jest rzeczywisty, a więc również siły wewnętrzne $P_{t+\Delta t}^{(1)}$ nie są w równowadze z obciążeniem – powstaje nie zrównoważona jego część – $\Delta r_{t+\Delta t}^{(1)}$, którą określa równanie (3.22):

$$\Delta r_{t+\Delta t}^{(1)} = R - P_{t+\Delta t}^{(1)}. \quad (3.22)$$

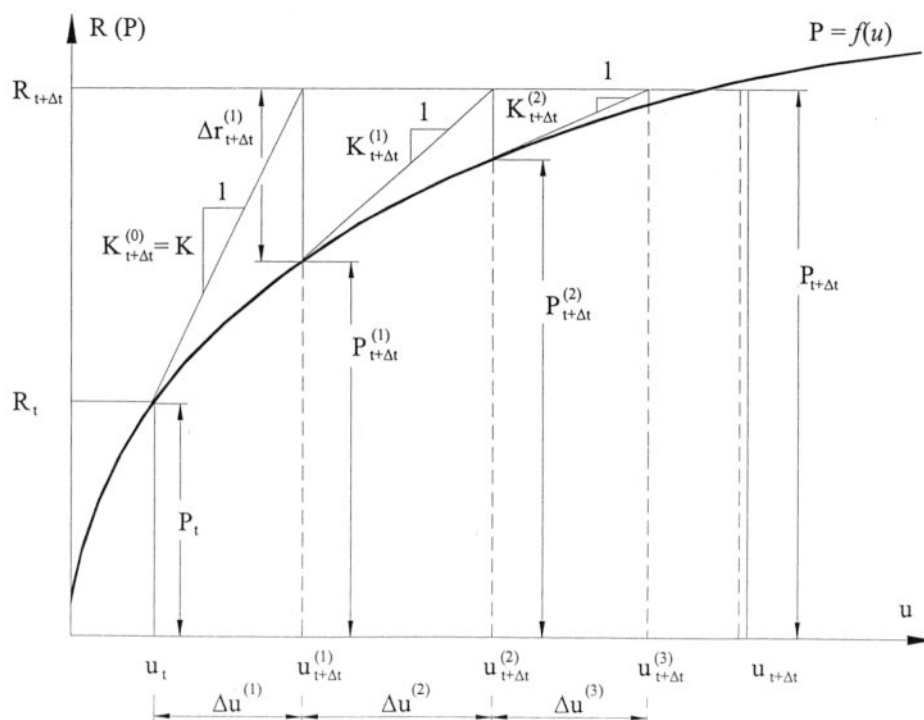
Z kolei niezrównoważone siły $\Delta r_{t+\Delta t}^{(1)}$ wywołują przyrosty przemieszczeń równe:

$$\Delta u^{(2)} = (K_{t+\Delta t}^{(1)})^{-1} \Delta r_{t+\Delta t}^{(1)}, \quad (3.23)$$

co zmienia tym samym stan deformacji na postać (3.24):

$$u_{t+\Delta t}^{(2)} = u_{t+\Delta t}^{(1)} + \Delta u^{(2)}. \quad (3.24)$$

Również powyższy stan jest nie rzeczywisty, a więc ponownie część obciążenia nie jest zrównoważona, wywołując kolejny przyrost przemieszczenia i zmieniając konfigurację konstrukcji na bardziej rzeczywistą, a dla $\Delta r_{t+\Delta t}^{(i)} \geq \varepsilon_T$ (gdzie ε_T jest przyjętą normą zbieżności rozwiązania), należy



Rys. 3.5. Interpretacja geometryczna metody Newtona-Raphsona (NR) dla układu z jednym stopniem swobody [12]

przejsć do obliczenia następnego cyklu iteracyjnego.

Uogólniając powyższe rozważania, przy zachowaniu warunków początkowych, dla i cykli iteracji oraz dla jednego przyrostu obciążenia, można przedstawić je w postaci równań (3.25) i (3.26):

$$\mathbf{K}^{(i)} \Delta \mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{R} - \mathbf{P}^{(i-1)} \quad (3.25)$$

i

$$\mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{u}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{u}^{(i)}, \quad (3.26)$$

bądź w postaci ogólnej (3.27):

$$\Delta \mathbf{r}^{(i-1)} = \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}^{(i)}. \quad (3.27)$$

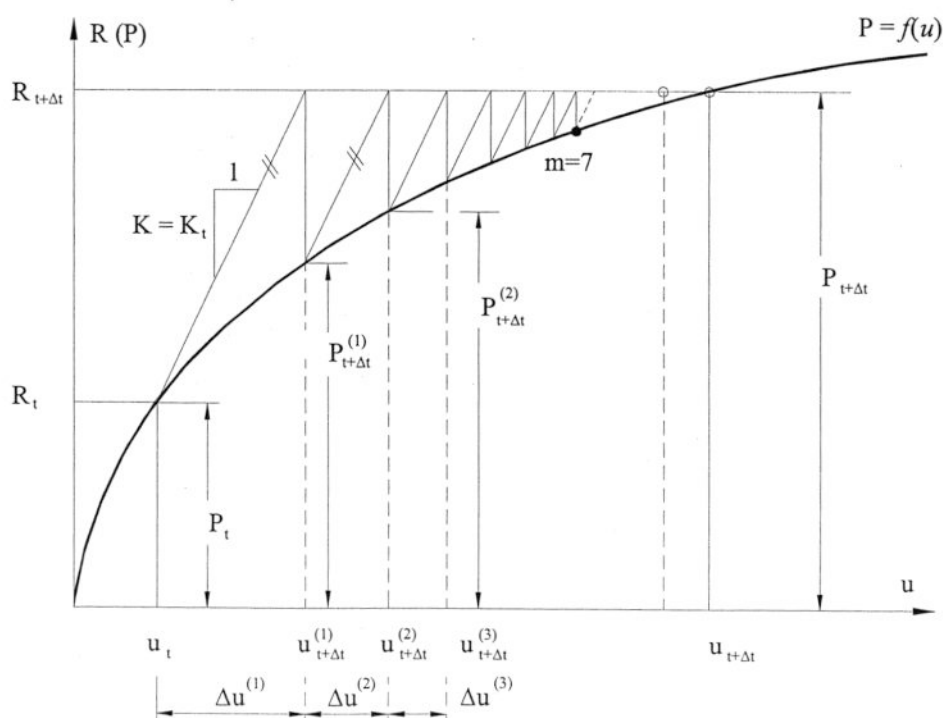
Metoda zmodyfikowana Newtona–Raphsona (MNR). Metoda ta jest bardzo podobna do algorytmu Newtona–Raphsona – należy również do grupy metod newtonowskich. Jedyną zasadniczą różnicą jest sposób podejścia do formowania macierzy sztywności konstrukcji $\mathbf{K}$, która w odróżnieniu od metody NR, jest w każdym cyklu identyczna.

Taka budowa algorytmu przyczynia się do wzrostu liczby niezbędnych iteracji, jednak unika się każdorazowego odwracania modyfikowanej macierzy sztywności dla kolejnych cykli obliczeniowych. Korzystając z zapisu (3.27), ogólne równanie macierzowe dla iteracji MNR można przedstawić w formie (3.28):

$$\Delta \mathbf{r}^{(i-1, j-1)} = \mathbf{K}^{(1, j-1)} \Delta \mathbf{u}^{(i, j)}, \quad (3.28)$$

gdzie: i – liczba całkowita zawierająca się w przedziale od 1 do m dla każdej całkowitej wartości iteracji j . Na rysunku 3.6 przedstawiono przykładowy schemat iteracyjny dla $m = 7$. Należy też zauważyć, że wektory obciążeń $\Delta \mathbf{r}^{(i-1, j-1)}$ i $\mathbf{P}^{(i-1, j-1)}$ w równaniu (3.29):

$$\Delta \mathbf{r}^{(i-1, j-1)} = \mathbf{R} - \mathbf{P}^{(i-1, j-1)}, \quad (3.29)$$



Rys. 3.6. Geometryczna interpretacja zmodyfikowanej metody Newtona–Raphsona (MNR) dla układu z jednym stopniem swobody [12]

obliczane są tylko na początku każdego kroku j oraz na końcu każdej iteracji i kroku j [11].

Metoda quasi-Newtona (QN). W odróżnieniu od metod iteracyjnych NR i MNR, rodzina schematów quasi-newtonowskich polega na budowie macierzy niższego rzędu, aktualizacji macierzy sztywności (lub jej odwrotnej postaci) w celu aproksymacji siecznej od iteracji $(i-1)$ do i . Definiując przyrost przemieszczeń w postaci wektorowego równania (3.30):

$$\delta^i = u_{t+\Delta t}^i - u_{t+\Delta t}^{i-1}, \quad (3.30)$$

oraz przyrost obciążenia niezrównoważonego dla układu w postaci (3.31):

$$\gamma^i = \Delta r^{i-1} - \Delta r^i. \quad (3.31)$$

Uaktualniona iterowana macierz powinna spełniać równanie (3.32):

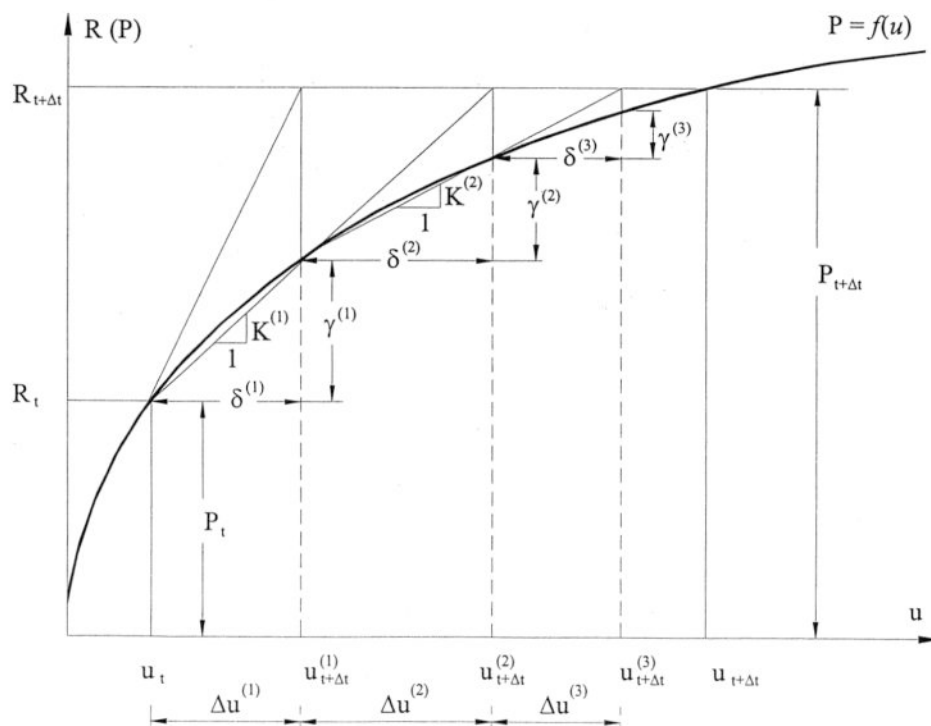
$$K_{t+\Delta t}^i \delta^i = \gamma^i. \quad (3.32)$$

Typowym algorytmem z grupy metod quasi-newtonowskich, znajdującym ostatnio duże zastosowanie, jest tzw. metoda aktualizacji BFGS (Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno) [12], [75]. Nie wnikając w szczegóły dotyczące teorii modyfikacji równań metody BFGS, podstawowe kroki dla tego algorytmu przy zadanym poziomie obciążen w odniesieniu do interpretacji geometrycznej przedstawionej na rysunku 3.7 podano w postaci równań (3.33–3.41):

– rozwiązanie równań w postaci (3.33):

$$K_{t+\Delta t}^{(0)} \Delta u^{(1)} = \Delta r^{(0)}, \quad K_{t+\Delta t}^{(0)} = K_t, \quad \Delta r^{(0)} = R_{t+\Delta t} - P_t, \quad (3.33)$$

– obliczenie wektora sił wewnętrznych $P_{t+\Delta t}^{(1)}$ odpowiadającego wektorowi przemieszczeń w postaci



Rys. 3.7. Interpretacja geometryczna metody iteracyjnej z użyciem algorytmu quasi-Newtona dla układu z 1 stopniem swobody [12]

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(1)} = \mathbf{u}_t + \Delta \mathbf{u}^{(1)},$$

– stworzenie wektora pomocniczego (zastępczego) obciążeń rzeczywistych w postaci wyrażenia (3.34):

$$\Delta \mathbf{P}^{(1)} = \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(1)} - \mathbf{P}_t, \quad (3.34)$$

– obliczenie wektora niezrównoważonych sił węzłowych (3.35):

$$\Delta \mathbf{r}^{(1)} = \mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(1)}, \quad (3.35)$$

– stworzenie przybliżonej postaci odwrotności macierzy siecznej sztywności w postaci (3.36):

$$(\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(1)})^{-1} = \left[\mathbf{I} - \frac{\Delta \mathbf{u}^{(1)} \Delta \mathbf{P}^{(1)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(1)T} \Delta \mathbf{P}^{(1)}} \right] \mathbf{K}_t^{-1} \left[\mathbf{I} - \frac{\Delta \mathbf{P}^{(1)} \Delta \mathbf{u}^{(1)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(1)T} \Delta \mathbf{P}^{(1)}} \right] + \frac{\Delta \mathbf{u}^{(1)} \Delta \mathbf{u}^{(1)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(1)T} \Delta \mathbf{P}^{(1)}}, \quad (3.36)$$

gdzie $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową, zawierająca zera na wszystkich pozycjach z wyjątkiem przekątnej głównej, na której znajdują się jedynki,

– znalezienie kolejnego przyrostu przemieszczenia, wykorzystując do tego celu znaną już wartość odwrotnej macierzy sztywności $(\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(1)})^{-1}$, zgodnie z równaniem (3.37):

$$\Delta \mathbf{u}^{(2)} = (\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(1)})^{-1} \Delta \mathbf{r}^{(1)}, \quad (3.37)$$

– obliczenie wektora sił wewnętrznych $\mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(2)}$ korespondującego z wektorem przemieszczeń $\mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(2)} = \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(1)} + \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(2)}$ w postaci (3.38):

$$\Delta \mathbf{P}^{(2)} = \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(2)} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(1)}, \quad (3.38)$$

– obliczenie wektora niezrównoważonych sił węzłowych w formie wyrażenia (3.39):

$$\Delta \mathbf{r}^{(2)} = \mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(2)}, \quad (3.39)$$

– formowanie aproksymowanej odwrotności macierzy siecznej sztywności w postaci (3.40):

$$(\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(2)})^{-1} = \left[\mathbf{I} - \frac{\Delta \mathbf{u}^{(2)} \Delta \mathbf{P}^{(2)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(2)T} \Delta \mathbf{P}^{(2)}} \right] (\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(1)})^{-1} \left[\mathbf{I} - \frac{\Delta \mathbf{P}^{(2)} \Delta \mathbf{u}^{(2)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(2)T} \Delta \mathbf{P}^{(2)}} \right] + \frac{\Delta \mathbf{u}^{(2)} \Delta \mathbf{u}^{(2)T}}{\Delta \mathbf{u}^{(2)T} \Delta \mathbf{P}^{(2)}}, \quad (3.40)$$

– znalezienie następnego przybliżenia przemieszczenia, itd., w postaci wyrażenia (3.41):

$$\Delta \mathbf{u}^{(3)} = (\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(2)})^{-1} \Delta \mathbf{r}^{(2)}. \quad (3.41)$$

Kolejne iteracje przebiegają w sposób podobny. Należy dodać, że pomimo dużych zalet stosowania metody BFGS, w praktyce obliczeniowej realizacja nieznacznie różniącego się jej algorytmu może okazać się jeszcze bardziej użyteczna [123].

Przedstawione w tej części algorytmy wybranych metod iteracyjnych mają oczywiście sens przy założeniu, że globalne macierze sztywności układu są nieosobliwe.

$$\mathbf{u}^{(1)} = \lambda^{(1)} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^*, \quad (3.47)$$

gdzie

$$\lambda_{t+\Delta t}^{(i)} = \lambda_t + \Delta \lambda^{(i)}. \quad (3.48)$$

Niekiedy, pierwotna forma metody kontroli długości łuku w zagadnieniach nieliniowych odnosi się do algorytmu brzegowego, który wymaga, aby skalarne iloczyny wektora stycznego $\mathbf{t}^{(1)}$ oraz wektorów $\Delta \mathbf{t}^{(i)}$, dla $i = 1, 2, 3, \dots$, przybrały określoną wartość s_0^2 (rys. 3.6):

$$\mathbf{t}^{(1)T} \Delta \mathbf{t}^{(i)} = s_0^2. \quad (3.49)$$

Rozważając budowę tego algorytmu, skalarna wielkość s_0 , odnosząca się do długości łuku, stosowana jest do kontroli procesu rozwiązania poprzez odpowiednie dostosowanie swej wartości (w przypadku, jeśli jest to rzeczywiście niezbędne), zgodnie z obserwowanym na zasadzie eksperymentu zachowaniem zbieżności rozwiązania. Z geometrycznego punktu widzenia, metoda ta może być postrzegana jako iteracja na płaszczyznach hiperbolicznych prostopadłych do linii stycznej obejmującej wektor $\mathbf{t}^{(1)}$ (równanie 3.49) [74].

W kontekście obliczeniowym, korzystne jest wprowadzenie zawężenia w postaci zależności (3.51) podczas następującej dwukrokowej procedury [74]:

– narzucenie wymuszenia (równanie 3.50) dla $i = 1$, tj.:

$$\mathbf{t}^{(1)T} \mathbf{t}^{(1)} = s_0^2, \quad (3.50)$$

co jest spełnione przez następującą zależność (4.51):

$$\lambda^{(1)2} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{*T} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* + \lambda^{(1)2} = s_0^2, \quad (3.51)$$

gdzie $\mathbf{u}_{t+\Delta t}^*$ wyznaczone jest przez rozwiązanie równania $\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* = \mathbf{R}^*$. Dlatego przyrost obciążenia w pierwszym kroku ma postać (3.52):

$$\Delta \lambda^{(1)} = \left[\frac{s_0^2}{(\mathbf{u}_{t+\Delta t}^*)^T \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* + 1} \right]^{1/2}, \quad (3.52)$$

– dla warunku $i = 2, 3, \dots$ narzuca się więź prostopadłą do płaszczyzny hiperbolicznej zdefiniowaną w postaci równania (3.53):

$$\mathbf{t}^{(1)T} \mathbf{t}^{(i)} = 0, \quad i = 2, 3, \dots, \quad (3.53)$$

a wykorzystując równanie (3.51) można otrzymać równość (3.54):

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(1)T} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(i)} + \lambda^{(1)} \lambda^{(i)} = 0, \quad \text{dla } i = 2, 3, \dots \quad (3.54)$$

Zastosowanie wprost do pierwotnego układu równań więzi w postaci (3.51) powoduje powstanie niesymetrycznej macierzy współczynników [74]. Aby uporać się z tą wadą, układ równań ze współczynnikami macierzy sztywności $\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)}$ powinien być rozwiązywany podwójnie w sposób następujący:

– równanie wyjściowe (3.42) można ponownie zapisać w postaci (3.55):

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)} \mathbf{u}^{(i)} = \lambda^{(i)} \mathbf{R}^* + (\lambda_t + \Delta \lambda^{(i-1)}) \mathbf{R}^* - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(i-1)}, \quad (3.55)$$

przy założeniu, że $\lambda_{t+\Delta t}^{(i)} = \lambda_t + \Delta \lambda^{(i-1)} + \lambda^{(i)} = \lambda_t + \Delta \lambda^{(i)}$ można rozwiązać następujący układ równań z macierzą współczynników $\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)}$ w postaciach (3.56) i (3.57):

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* = \mathbf{R}^* \quad (3.56)$$

oraz

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{(j)} \hat{\mathbf{u}}^{(i)} = (\lambda_t + \Delta \lambda^{(i-1)}) \mathbf{R}^* - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(i-1)}. \quad (3.57)$$

Zapisując wektor $\mathbf{u}^{(i)}$ w postaci (3.58):

$$\mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* \lambda^{(i)} + \hat{\mathbf{u}}^{(i)}, \quad (3.58)$$

oraz podstawiając równanie (3.58) do wyrażenia (3.57) można otrzymać równanie (3.59):

$$\lambda^{(i)} = - \frac{\mathbf{u}^{(1)T} \hat{\mathbf{u}}^{(i)}}{\mathbf{u}^{(1)T} \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* + \lambda^{(1)}}. \quad (3.59)$$

Możliwe są różne sposoby zmodyfikowania więzi prostopadłej do powierzchni hiperbolicznej, a jedną z alternatywnych metod jest, np. zamiana wektora stycznego $\mathbf{t}^{(1)}$ w kroku 2.

Dotychczas stosowanych jest kilka algorytmów iteracyjnych usprawniających metodę kontroli długości łuku, do których można zaliczyć iteracje Crisfielda, czy Riksa-Wempnera [12], [75].

W dalszej części pracy rozważono rozwiązania układów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych w oparciu o algorytmy przyrostowo-iteracyjne dla sterowania obciążeniowego i dla metody kontroli długości łuku z wykorzystaniem iteracji NR, MNR i BFGS.

3.3. Metody przyrostowo-iteracyjne a systemy numeryczne

3.3.1. Uwagi ogólne

Fakt istnienia dużej liczby systemów obliczeniowych nie oznacza, że każdy z nich może być brany pod uwagę w zastosowaniu do konstrukcji cięgnowych z przyczyn choćby braku implementacji ES, uwzględniających własności takiego makroelementu. Innym kryterium jest potrzeba wykonania podziału takiego elementu konstrukcyjnego w modelu dyskretnym na mniejsze odcinki w celu uwzględnienia jego zwisu. Istotne są również możliwości obliczeniowe danego pakietu, pozwalające na dobór stosownego algorytmu przyrostowo-iteracyjnego w zakresie analizy nieliniowej postawionego zadania.

W trakcie wykonywania analiz nieliniowych konstrukcji mostów wariantowych istnieje niebezpieczeństwo pojawienia się pewnych niestabilności rozwiązań tych układów. Dotyczy to w równej mierze metody kontroli obciążeniowej, jak i przemieszczeniowej w obrębie zastosowanych algorytmów przyrostowych.

W pracy [55] podano przykłady niestabilności układów nieliniowych dla sterowania obciążeniem i przemieszczeniem. Aby tego uniknąć należy mieć na uwadze przede wszystkim odpowiedni dobór metody przyrostowo-iteracyjnej, czy długości przyrostu obciążenia wraz założoną tolerancją zbieżności rozwiązania, co jest uzależnione przede wszystkim od wstępnych testów i doświadczenia.

3.3.2. Zagadnienie poszukiwania ścieżki równowagi dla rozwiązań

Dobór wielkości przyrostu parametru sterującego. Źle postawiony problem brzegowy może nie mieć rozwiązania, co nie oznacza, że sformułowany *ad hoc* problem aproksymacyjny również go nie ma. Wręcz przeciwnie, komputer obliczy *jakiś* liczby (które nawet można próbować interpretować), a problem pojawi się dopiero wówczas, gdy próbując zagęszczać siatkę, otrzyma się kolejne rozwiązania, które będą zachowywać się w sposób rozbieżny z tej prostej przyczyny, że nie mają do czego się zbiegać!

W przypadku procedur numerycznych dostosowanych do rozwiązywania zagadnień nieliniowych, istotny wpływ na zbieżność algorytmu iteracyjnego może mieć dobór długości kroku Δt^m (tzw. kierunek poszukiwania ścieżki *line search* łączony najczęściej z algorytmem BFGS). Ustalenie optymalnych wartości Δt^m nie jest łatwe, gdyż zależą one od parametrów konstrukcji, materiału, typu sterowania i metody przyrostowej, jak też od rozwijania się nieliniowości.

Oszacowanie takiego kroku może być obliczone poprzez jedną z wcześniej omówionych metod iteracyjnych poprzez spełnienie narzuconych wymogów odnośnie rzutowania residualnego wektora obciążeń w tym kierunku, aż do jego redukcji, co można wyrazić równaniem (3.60):

$$\Delta \bar{\mathbf{u}}^T (\mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(i)}) = 0, \quad (3.60)$$

natomiast rozwiązanie można wyrazić wówczas w postaci zależności (3.61):

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(i)} = \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \Delta t^m \Delta \bar{\mathbf{u}}. \quad (3.61)$$

Zamiast stosowania ścisłego kryterium zanikających residuów, sugerowane jest dla metody BFGS na ogół spełnienie następującego kryterium (3.62):

$$\Delta \bar{\mathbf{u}}^T (\mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(i)}) \leq \alpha \Delta \bar{\mathbf{u}}^T (\mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^{(i-1)}). \quad (3.62)$$

Powszechnie stosowany jest wzór na optymalny dobór wielkości kolejnego kroku w postaci (3.63):

$$\Delta t_{m+1} = \left(\frac{I_z}{I_m} \right)^\alpha \Delta t^m, \quad (3.63)$$

gdzie I_z jest założoną liczbą iteracji, I_m – liczbą iteracji z poprzedniego kroku Δt^m , a parametr $\alpha \in [0, 1]$ ustalany jest na podstawie numerycznych eksperymentów przyjmując, za pracą [75], najczęściej wartość $\alpha = 0,5$.

Optymalizacja rozmiaru kroku. Adaptacyjny algorytm doboru automatycznego rozmiaru kroków polega na dostosowaniu wielkości przyrostu parametru obciążenia w taki sposób, że mniejsze kroki są stosowane w obszarach objętych ostrą nieliniowością, a większe, gdy odpowiedź układu *wchodzi* w obszar liniowy. W celu uniknięcia nadmiernego *rozrzedzenia problemu* w przypadkach obciążeń granicznych lub wyboczenia, definiuje się zazwyczaj minimalną wartość długości kroku Δt_{min}^m . W celu osiągnięcia w procesie obliczeń zbieżności rozwiązania ze ścieżką równowagi równań wyższego rzędu, a szczególnie gdy występują zależne od niej charakterystyki materiałowe lub obciążenia, stosuje się krok maksymalny Δt_{max}^m . Dla złożonych problemów zalecane jest jednak, pomimo możliwości zastosowania wartości domyślnych, określenie wartości kroku Δt_{min}^m lub Δt_{max}^m .

Zabezpieczenie przed nieefektywnością (błędem) iteracji dla stanu równowagi. W wielu dostępnych systemach numerycznych zabezpieczenie to polega na przyspieszaniu zbieżności i umożliwieniu regulacji adaptacyjnej wielkości kroku w celu uniknięcia zatrzymania obliczeń w zależności od:

- przekroczenia liczby dopuszczalnych iteracji z powodu braku zbieżności rozwiązania,
- rozbieżności przyrostowego obciążenia residualnego i/lub energii układu,
- nie uzyskania zbieżności w procesie iteracyjnym dla problemów związanych ze zjawiskami kontaktu,
- możliwości pojawienia się wyrażenia o ujemnej wartości na przekątnej macierzy sztywności w trakcie iteracji (w zależności od przyrostu dużej wartości obciążenia) przy zastosowaniu sterowania obciążeniem, oraz
- możliwości pojawienia się wyrażenia ujemnego na przekątnej macierzy sztywności na początku nowego kroku, w zależności od lokalnej osłabiwości w metodzie sterowania obciążeniowego [26].

Zagadnienie związane z zabezpieczeniem przed zbieżnością rozwiązań niewłaściwych podano w pracy [55].

3.3.3. Kryteria przerywania lub zakończenia obliczeń

Dla każdej procedury przyrostowej opartej na metodach przyrostowo-iteracyjnych, zazwyczaj stosowane są schematy kończące lub przerywające dalsze obliczenia. Nieodpowiednie (niedokładne) sprawdzenie rozbieżności danego rozwiązania z rzeczywistą ścieżką równowagi układu może być przyczyną zakończenia procesu iteracyjnego, kiedy rozwiązanie nie jest jeszcze zbieżne lub zezwala na kontynuację procesu poszukiwania rozwiązania nierealnego.

Dotychczas wprowadzono wiele procedur określających kryteria zbieżności rozwiązań w celu zatrzymania i zakończenia procesu iteracyjnego [12], [26]. W pracy [55] opisano kryteria zbieżności przemieszczeń i energetyczne, a poniżej rozważono kryterium zbieżności obciążeń, zastosowane w dalszej części pracy.

Polega ono na uwzględnieniu obciążeń residualnych znajdujących się poza ścieżką równowagi w obrębie danej iteracji. Założenie to wymaga, aby normowa wartość resztkowego wektora obciążenia była określona z tolerancją ε_T przyłożonego przyrostu obciążenia w formie wyrażenia zasadniczo podobnego do (3.62), tj. (3.64):

$$\left| \mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_{t+\Delta t}^i \right| \leq \varepsilon_T \left| \mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{P}_t \right|, \quad (3.64)$$

lub w skróconej postaci (3.65):

$$\frac{|\Delta \mathbf{r}^i|}{|\delta \mathbf{r}|} \leq \varepsilon_T, \quad (3.65)$$

gdzie ε_T jest założoną tolerancją zbieżności obciążenia niezerównoważonego.

3.4. Weryfikacja metod przyrostowo-iteracyjnych w modelach układów cięgowych

3.4.1. Założenia wstępne

Wymienione metody pozwalające na rozwiązywanie zagadnień nieliniowych mają pewne zalety, ale nie są też pozbawione wad – w zależności od rozwiązywanego problemu [12], [129], [130], [167], a przede wszystkim od stopnia nieliniowości układu. Dlatego też, przed przystąpieniem do szczegółowej

analizy wpływów nieliniowych w konstrukcjach stalowych mostów wawantowych należy dokonać oceny aparatu weryfikacyjnego, m.in. po to, aby wyeliminować te z metod, które nie zapewniają zbieżnych rozwiązań, bądź niepotrzebnie zwiększają czas obliczeń.

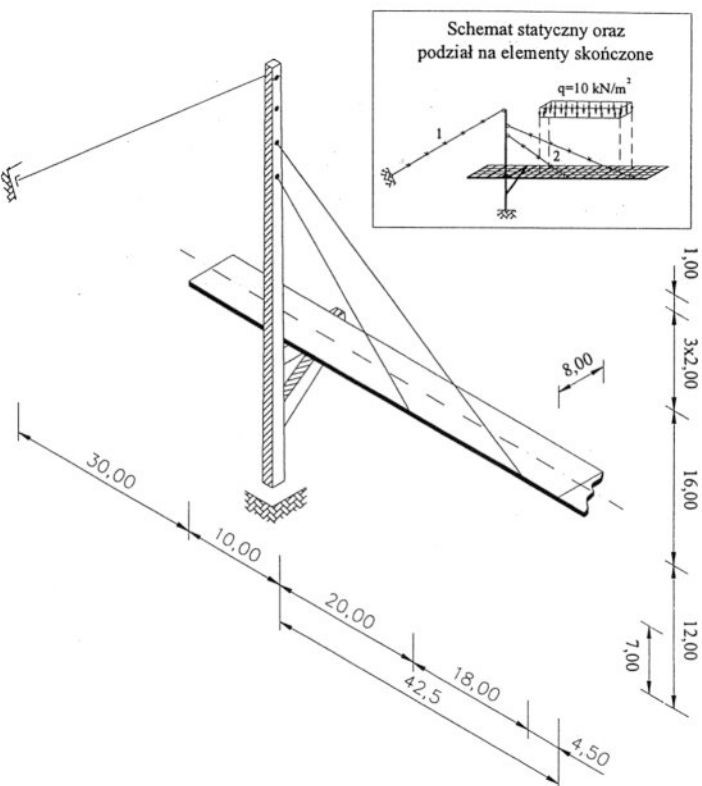
W celu porównania skuteczności wyżej wymienionych metod przyrostowo-iteracyjnych wykonano obliczenia dla założonych przestrzennych modeli dyskretnych przykładowego mostu wawantowego w fazie montażowej. Porównano przy tym całkowity czas trwania obliczeń, liczby potrzebnych iteracji wraz ze sprawdzeniem zbieżności rozwiązań dla założonej wcześniej dokładności (tolerancji).

Konstrukcja mostu składa się z pomostu płytowego (o szerokości 8,00 m) opartego za pośrednictwem poprzecznic na dwóch dźwigarach głównych, oraz z pylonu (całkowitej wysokości 34,00 m). Dźwigary główne oparte są na wsporniku pylonu oraz podwieszone są – w swej dłuższej części – za pomocą dwóch want do tego makroelementu. W przedstawionej konstrukcji wprowadzono również – w celu zapewnienia stateczności – tzw. wantę kotwiącą (odciąg lub wanta zewnętrzna). Zasadnicze wymiary analizowanego mostu w fazie wykonawczej podano na rys. 3.9.

Analizę porównawczą wykonano dla dwóch modeli dyskretnych mostu A i B, różniących się między sobą sposobem zamodelowania cięgien.

W tablicach 3.1 i 3.2 zestawiono charakterystyki geometryczne dla poszczególnych makroelementów mostu, tj. odpowiednio dla dźwigarów głównych, poprzecznic, płyty pomostu, wspornika i pylonu oraz dla want podając wartości ich wstępnego naciągu.

Dla wszystkich elementów konstrukcyjnych zawartych w tablicach 3.1 i 3.2 zastosowano ES odpowiednio typu belkowego BEAM z wyjątkiem płyty pomostu, którą modelowano elementami typu SHELL4, oraz na cięgna TRUSS. Dla stali przyjęto współczynnik Poissona o wartości $\nu_{st} = 0,3$, natomiast niezbędne



Rys. 3.9. Schemat statyczny konstrukcji jednopylonowego wawantowego mostu w fazie montażowej oraz jego model dyskretny

Tablica 3.1. Charakterystyki geometryczne i materiałowe modelu dyskretnego konstrukcji dla pomostu i elementów pylonu ($E_{st} = 205 \text{ GPa}$, $\gamma_{st} = 80,0 \text{ kN/m}^3$)

Części składowe mostu	Pole powierzchni przekroju A_i	Moment bezwładności J_i	Liczba ES
	[m ²]	[m ⁴]	–
1	2	3	4
Dźwigary główne	0,40	0,94 / 0,09	42
Poprzecznice	0,16	0,20 / 0,04	48
Płyta pomostu	0,40	–	84
Pylon (część górna)	0,30	0,59 / 0,32	12
Pylon (część dolna)	0,36	0,66	5
Wspornik podporowy	0,25	0,36 / 0,04	9

Tablica 3.2. Charakterystyki geometryczne i materiałowe want oraz ich wstępne odkształcenie ($E_w = 175 \text{ GPa}$, $\gamma_w = 80,50 \text{ kN/m}^3$) w modelu dyskretnym konstrukcji mostu

Charakterystyki dla want:	zewnętrzna (1)	wewnętrzne (2)
1	2	3
Pole powierzchni A_j [m ²]:	0,010	0,008
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$]:	250	300
Liczba elementów skończonych:	1 (6)	1+1 (6+4)
W nawiasach podano liczbę ES dla modelu B.		

charakterystyki materiałowe zestawiono w tablicach 3.1 i 3.2.

Obliczenia wykonano na komputerze z procesorem Pentium 180 MHz z pamięcią operacyjną RAM 64 MB. W modelu A nie uwzględniono wpływu efektu zwisu want na nieliniowość geometryczną, podczas gdy w drugim (B) została ona uwzględniona. Nieliniowość geometryczną zaimplementowano wyłącznie w ES typu BEAM oraz TRUSS. Odpowiednie modele dyskretne z 203 i 216 ES połączonymi 149 i 162 węzłami odpowiednio dla układów A i B przedstawiono na rys. 3.10.

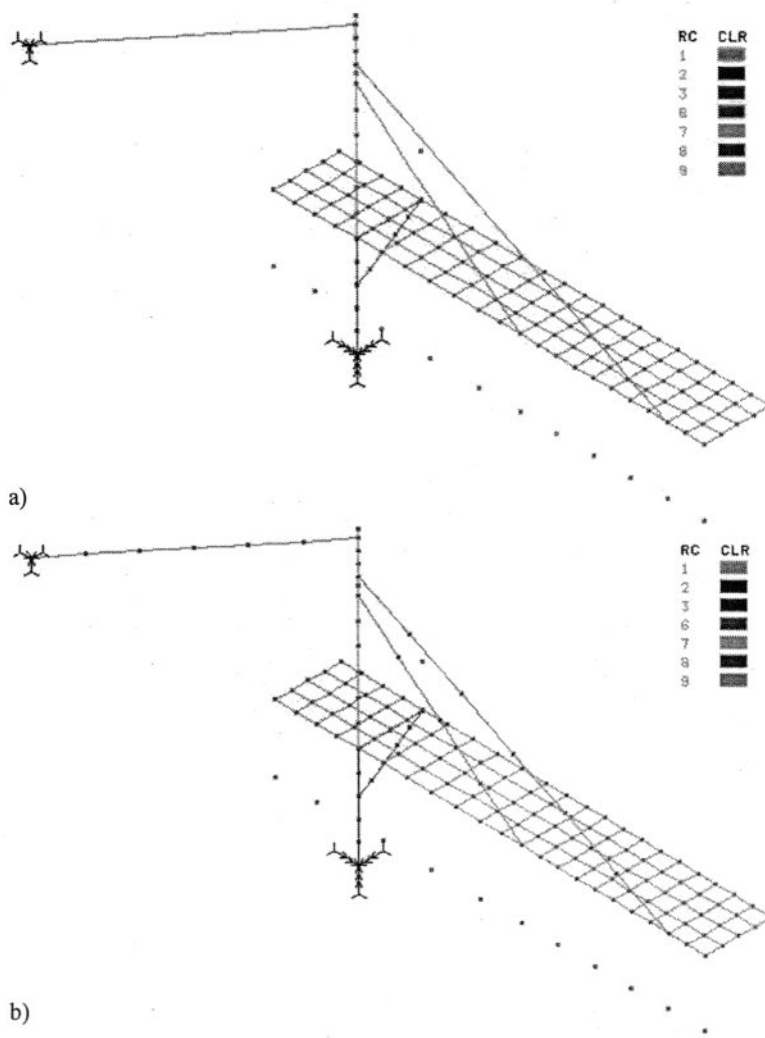
Obliczenia dla obu modeli wykonano dwukrotnie, tj. dla założonych tolerancjach zbieżności rozwiązań na poziomach odpowiednio: $\varepsilon_T^I = 1,00 \times 10^{-3}$ oraz $\varepsilon_T^{II} = 1,00 \times 10^{-5}$. Założona tolerancja obliczeń jest w tym przypadku wartością normy dla wektorów przemieszczeń i przyrostów obciążenia, która była traktowana w b) fazie obliczeń jako zero numeryczne.

W tablicy 3.3 podano zasadnicze parametry sterujące przyjęte w analizie modeli konstrukcji cięgnowej dla rozważanych metod przyrostowo-iteracyjnych, tj. dla sterowania obciążeniem i długością łuku (metoda Riksa) z zastosowaniem metod iteracyjnych Newtona–Raphsona, jej zmodyfikowanej wersji (MNR) oraz odmiany iteracji quasi-Newtona (BFGS).

Dla każdej z powyższych metod zastosowano podział na 30 przyrostów dla przyłożonego obciążenia zewnętrznego.

3.4.2. Wyniki obliczeń i ich analiza

W wyniku przeprowadzonych obliczeń dla przedstawionych modeli A i B mostu otrzymano układy 807 i 846 równań (16779 i 16974 elementów macierzy sztywności) rozwiązywane dla każdego cyklu iteracyjnego.



Rys. 3.10. Przyjęte do analizy mostu wankowego w fazie wykonawczej modele dyskretne z warunkami brzegowymi typu: a) A oraz b) B

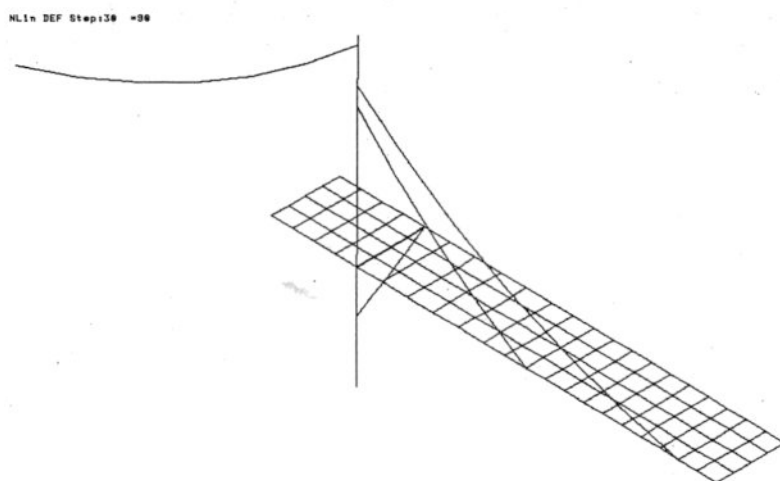
Tablica 3.3. Parametry sterujące przyjęte w analizie modelu dyskretnego wybranej konstrukcji cięgnowej dla rozważanych metod przyrostowo-iteracyjnych

Rodzaj parametru sterującego dla metod:	Wartość
1	2
a) Kontroli przyrostu obciążenia (NR, MNR i BFGS):	
1. Aktualizacja macierzy sztywności po każdym podziale	1
2. Aktualizacja macierzy po podpodziale (liczba podpodziałów)	1/20
3. Maksymalna liczba iteracji dla jednego przyrostu	20
4. Tolerancja względna zbieżności rozwiązania	$1,00 \times 10^{-3/-5}$
5. Parametr kontrolny dla tolerancji <i>line search</i> (BFGS)	0–0,001
b) Kontroli długości łuku (NR i MNR):	
1. Maksymalne obciążenie	$2,00 \times 10^4$
2. Maksymalne dopuszczalne przemieszczenie / obrót	1,00
3. Maksymalna liczba kroków po długości łuku	100
4. Średnia liczba iteracji dla jednego przyrostu	20
5. Początkowy parametr obciążenia	0,001–1
6. Kryterium dla układu w stanie nieobciążonym	0
7. Współczynnik regulujący przyrost długości ścieżki	0,001–0,11
Punkty a1 i a2 dotyczą również metody kontroli długości łuku.	

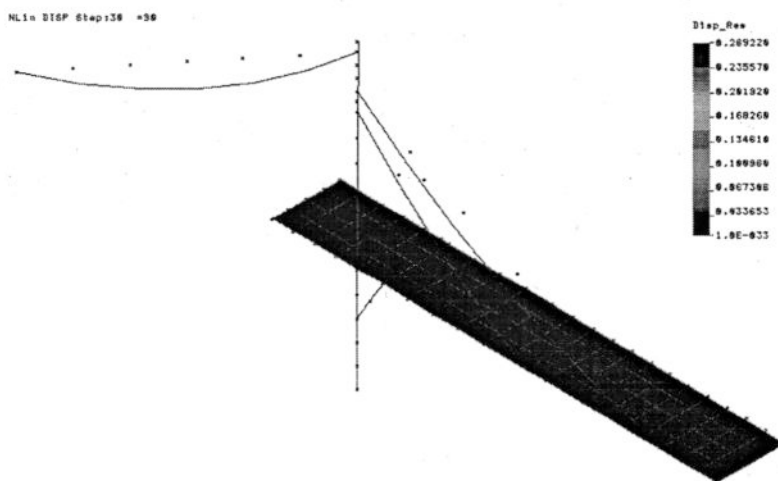
W tablicy 3.4, dla tolerancji odpowiednio $\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$ i $\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$, podano maksymalny czas trwania obliczeń oraz liczbę iteracji w danym przyroście obciążenia dla modelu A. W ostatnich dwóch wierszach wykonano sumowanie wymienionych wartości. W nawiasach I kolumny zestawiono średnie wartości przyrostów obciążenia dla metody kontroli długości łuku, które nie odpowiadają ściśle przyrostom określonym dla sterowania obciążeniowego.

Z kolei na rysunkach 3.11 i 3.12 przedstawiono odpowiednio deformację zdyskretyzowanego modelu B mostu po przyłożeniu całkowitego obciążenia oraz warstwice przemieszczeń dla elementów powłokowych z wykorzystaniem iteracji BFGS (sterowanie obciążeniowe).

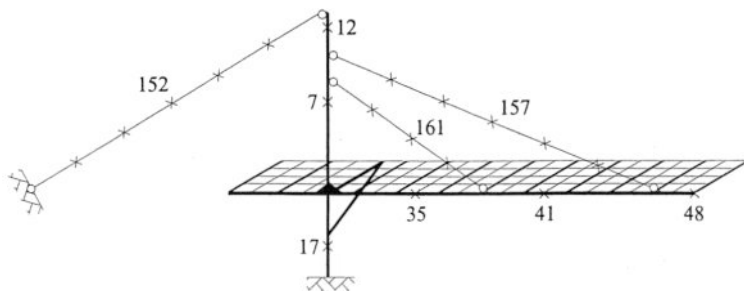
W tablicy 3.5 podano analogiczne wyniki z obliczeń dla modelu B, uwzględniającym zwis want.



Rys. 3.11. Deformacja siatki ES modelu B mostu wantungo dla 30 kroku przyrostu obciążenia w skali 10:1 (metoda BFGS)



Rys. 3.12. Deformacja modelu dyskretnego B mostu wantungo wraz z warstwicami przemieszczeń dla elementów powłokowych dla 30 kroku przyrostu obciążenia w skali 10:1 (metoda BFGS)



Rys. 4.13. Lokalizacja wybranych węzłów modelu dyskretnego mostu wantungo rozważanych w dalszej analizie

Zestawione w niej wielkości dotyczą – podobnie jak w poprzednim przypadku (tablica 3.4) – założonych tolerancji ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$ i $\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$). W I kolumnie podano wartości przyrostów obciążeń odpowiednio dla metody kontroli przyrostu obciążenia i kontroli długości łuku.

Na rysunku 3.13 przedstawiono lokalizację wybranych węzłów, dla których sporządzono wykresy porównania składowych (rys. 4.14–4.18), bądź wypadkowych przemieszczeń, odpowiednio dla cięgien, dźwigara głównego i pylonu w funkcji parametru obciążenia dla wybranych metod przyrostowo-iteracyjnych w modelu B. Na osiach poziomych wykresów naniesiono przyrosty obciążenia (sterowane wartością długości kroku), natomiast na pionowych – przemieszczenia w kierunkach δ_x (UX), δ_y (UY), lub wektor wypadkowy przemieszczeń δ_{xyz} (URES). W górnych prawych narożach wykresów podano numery węzłów, do których odnoszą się odpowiednie krzywe. Ze względu na bardzo zbliżone wyniki uzyskane dla metod NR, MNR i BFGS w obrębie sterowania obciążeniowego, nie przedstawiano dla celów porównawczych wszystkich ścieżek równowagi dla poszczególnych analiz.

Tablica 3.4. Liczby iteracji i czasy obliczeń dla modelu A dla tolerancji $\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$ i $\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$

Przyrost obciążenia w kolejnych krokach [$\times q$]	$\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$					$\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$				
	Metoda kontroli przyrostu obciążenia			Metoda kontroli długości łuku (Riks)		Metoda kontroli przyrostu obciążenia			Metoda kontroli długości łuku (Riks)	
	NR	MNR	BFGS	NR	MNR	NR	MNR	BFGS	NR	MNR
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,033 (0,00066)	2	1	2	2	2	2	3	2	2	2
0,067 (0,00126)	2	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,100 (0,00199)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,133 (0,00288)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,167 (0,00399)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,200 (0,00535)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,233 (0,00702)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,266 (0,00908)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,300 (0,01161)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,333 (0,01472)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,367 (0,01856)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,400 (0,02327)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,433 (0,02907)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,467 (0,03621)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,500 (0,04500)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,533 (0,05581)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,567 (0,06910)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,600 (0,08546)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,633 (0,10559)	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1
0,667 (0,13036)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,700 (0,16084)	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1
0,733 (0,19834)	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1
0,767 (0,24448)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,800 (0,30125)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,833 (0,37110)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,867 (0,45706)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,900 (0,61285)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,933 (0,69300)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
0,966 (0,85315)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
1,000 (1,05030)	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
Suma:	32	30	60	31	31	39	52	60	39	39
Czas obliczeń [s]:	76	64	81	67	56	79	69	81	77	62

Na rysunkach 3.19–4.20 podano natomiast wykresy podanych wyżej wielkości dla metody kontroli długości łuku z wykorzystaniem iteracji MNR ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$).

Przedstawione wyniki obliczeń wygenerowane dla dwóch przyjętych modeli dyskretnych mostu w fazie wykonawczej o charakterystykach geometrycznych i materiałowych zbliżonych do warunków rzeczywistych dotyczą niedużych wartości wstępnych naciągów want (rzędu $250\text{--}300 \times 10^{-6}$ m/m) w porównaniu z oddanym do eksploatacji obiektem rzeczywistym tej klasy rozpiętości przęsła głównego.

Dla sterowania obciążeniowego, przykładane obciążenia do obu modeli mostu w trakcie wykonanych analiz regulowane były za pośrednictwem tzw. krzywej czasowej (w funkcji liniowej). Dotyczy to zarówno ciężaru własnego elementów, jak i obciążenia zewnętrznego, natomiast wstępny naciąg want w modelach dyskretnych wprowadzany był w pierwszym kroku.

Uzyskanie przedstawionych w tym rozdziale wyników weryfikacji przyjętych metod przyrostowo-iteracyjnych dla wybranego zadania problemowego poprzedzone było wieloma wcześniejszymi testami odnośnie wielkości kroku zarówno dla metody przyrostu obciążenia, jak i metody kontroli długości łuku. Największe utrudnienie sprawił dobór wartości maksymalnego obciążenia oraz określenie początkowego parametru obciążenia dla metody kontroli długości łuku. W zasadzie dotyczyło to zarówno obliczeń dla iteracji NR, jak i MNR, oraz poziomu żądanej zbieżności rozwiązania problemu (głównie dla modelu

Tablica 3.5. Liczby iteracji i czasy obliczeń dla modelu B dla tolerancji $\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$ i $\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$

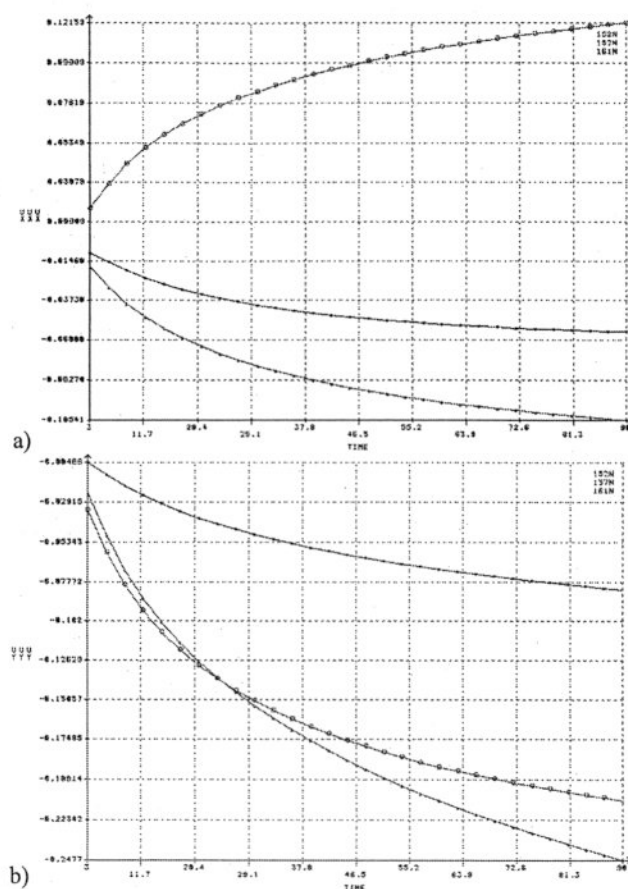
Przyrost obciążenia w kolejnych krokach [$\times q$]	$\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$					$\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$				
	Metoda kontroli przyrostu obciążenia			Metoda kontroli długości łuku (Riks)		Metoda kontroli przyrostu obciążenia			Metoda kontroli długości łuku (Riks)	
	NR	MNR	BFGS	NR	MNR	NR	MNR	BFGS	NR	MNR
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,033 ($3,09 \times 10^{-6}$)	3	9	2	4	4	3	14	2	4	8
0,067 (0,000012)	2	5	2	3	3	3	13	2	3	4
0,100 (0,000033)	2	4	2	2	3	3	19	2	3	5
0,133 (0,000078)	2	3	2	1	3	3	rozbieżne	2	2	7
0,167 (0,000159)	2	3	2	1	4	2		2	2	11
0,200 (0,000297)	2	3	2	1	6	2		2	2	16
0,233 (0,000518)	2	2	2	1	7	2		2	2	18
0,266 (0,000859)	2	2	2	1	7	2		2	2	17
0,300 (0,001369)	2	2	2	1	7	2		2	2	16
0,333 (0,002117)	2	2	2	1	8	2		2	2	15
0,367 (0,003194)	2	2	2	1	8	2		2	2	14
0,400 (0,004728)	2	2	2	1	7	2		2	2	14
0,433 (0,006891)	2	2	2	1	7	2		2	2	14
0,467 (0,009923)	2	2	2	1	7	2		2	2	13
0,500 (0,014162)	1	2	2	1	6	2		2	2	13
0,533 (0,020080)	1	1	2	1	7	2		2	2	13
0,567 (0,028355)	1	1	2	1	6	2		2	2	12
0,600 (0,039967)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,633 (0,056155)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,667 (0,078805)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,700 (0,110580)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,733 (0,155050)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,767 (0,216400)	1	1	2	2	6	2		2	2	12
0,800 (0,298175)	1	1	2	2	6	2		2	2	13
0,833 (0,401415)	1	1	2	2	6	2		2	2	13
0,867 (0,524150)	1	1	2	2	7	2		2	2	15
0,900 (0,663100)	1	1	2	2	5	2		2	2	15
0,933 (0,815450)	1	1	2	2	3	2		2	2	11
0,966 (0,979400)	1	1	2	2	5	2		2	2	7
1,000 (1,154050)	1	1	2	2	4	2		2	2	7
Suma:	45	60	60	49	172	64	–	60	64	363
Czas obliczeń [s]:	84	72	94	89	96	96	–	94	101	143

uwzględniającego zwis cięgien). Dodatkowym mankamentem tej metody mieszanej jest uciążliwość w wyznaczeniu długości ścieżki w nawiązaniu do uzyskania żądanej liczby kroków (przyjęto 30) – w tym przypadku niezbędnej dla celów porównawczych.

Często, w celu doboru optymalnego parametru obciążenia λ – szczególnie w przypadku metody kontroli długości łuku – pomocne było zastosowanie algorytmu automatycznych kroków w zakresie od $1,0 \times 10^{-11}$ do 3,0.

Otrzymane wyniki dla analizowanych wielkości statycznych obu modeli mostu przy wykorzystaniu sterowania obciążeniowego dla iteracji NR, MNR oraz BFGS były niemal identyczne. Nieznaczne różnice (nie większe od 0,1%) zaobserwowano dla sił osiowych w cięgnach między iteracjami NR i MNR a metodą BFGS, co jednak dotyczyło przypadku dla zerowej wartości parametru kontrolnego tolerancji poszukiwania ścieżki rozwiązania. Gdy wprowadzano większe wartości, liczba kroków, a zarazem czas obliczeń, ulegały znacznej redukcji, jednak rozwiązania były mniej dokładne (różniące się nawet o ponad 10% dla trzech pierwszych kroków).

Różnicowanie zbieżności otrzymanych wyników dla sterowania obciążeniowego i metody kontroli długości łuku związane jest przede wszystkim z odmiennym sposobem wprowadzania obciążeń układu i długością kroku.

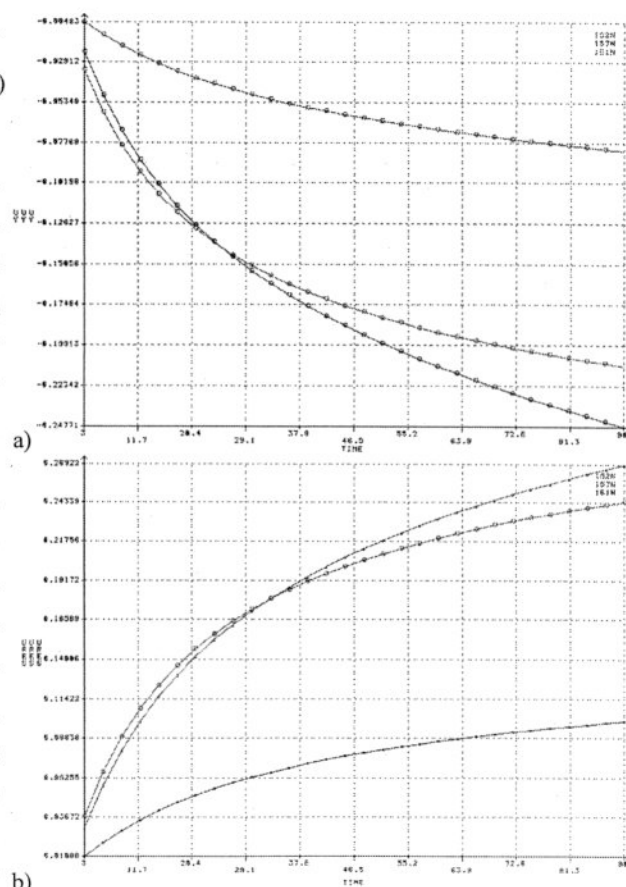


Rys. 3.14. Ścieżki rozwiązania dla węzłów środkowych (152, 157 i 161) wszystkich want modelu dyskretnego B mostu dla sterowania obciążeniowego (iteracje NR) dla przemieszczeń: a) poziomych δ_x i b) pionowych δ_y ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)

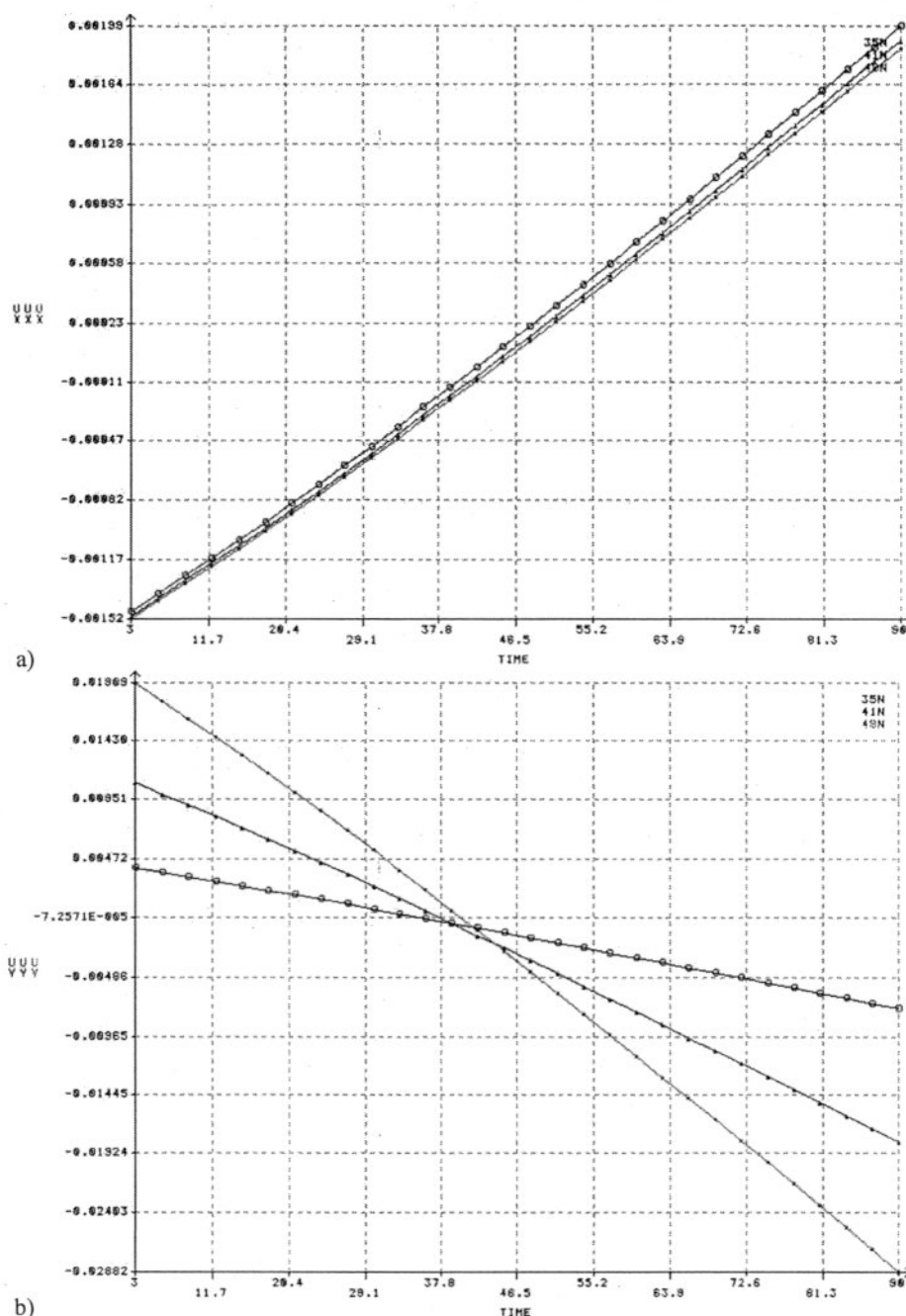
Na uwagę zasługuje również całkowita liczba iteracji oraz ich liczba dla poszczególnych przyrostów obciążeń, niezbędnych do uzyskania poprawnego rozwiązania problemu z założoną dokładnością. Jest to również związane z czasochłonnością obliczeń, co w przypadku rozważanych modeli nie miało zbyt dużego znaczenia. Analizując obliczenia wykonane dla modelu A, całkowita liczba iteracji była porównywalna dla wszystkich algorytmów przy większej wartości tolerancji zbieżności. Wyjątek stanowiła metoda iteracyjna BFGS, dla której ich liczba była dwukrotnie większa, jednak dla ε_T^I nie miało to znaczącego wpływu na zróżnicowanie czasu obliczeń w porównaniu z pozostałymi. Na uwagę może zasługiwać niezmiennosc liczby iteracji w metodzie BFGS niezależnie od przyjętej tolerancji zbieżności rozwiązania. Z kolei zastosowanie w metodzie kontroli długości łuku algorytmów NR i MNR nie wpłynęło na zróżnicowanie liczby iteracji w obrębie tego samego poziomu zbieżności – inaczej niż dla sterowania obciążeniowego, gdzie

Miarodajną informacją przy sprawdzaniu efektywności metod numerycznych w nawiązaniu do rozwiązań problemów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych i dynamicznych w ujęciu MES jest tabelaryczne zestawienie liczby potrzebnych iteracji w obrębie każdego przyrostu obciążenia w celu uzyskania właściwego rozwiązania, znajdującego się na ścieżce równowagi układu.

Na podstawie wykonanego porównania (tablice 3.4 i 3.5) stwierdzono, że o ile dla modelu A uzyskano poprawne rozwiązania dla każdego z pięciu algorytmów, to dla modelu B (układu silnie nieliniowego) rozwiązania według metody sterowania obciążeniowego (iteracje MNR) były rozbieżne ze ścieżką równowagi układu (przy tolerancji ε_T^I). Potwierdza to zależność procesu rozwiązania od długości przedziału obciążenia przykadanego jednorazowo (kroku) do modelu dyskretnego. Większa liczba kroków mogłaby znacznie poprawić zbieżność rozwiązania, co jednak wydłużyłoby znacznie czas obliczeń.



Rys. 3.15. Zależność przemieszczeń w węzłach (152, 157 i 161) położonych w środku długości trzech want modelu dyskretnego B mostu w funkcji parametru obciążenia dla sterowania obciążeniowego (iteracje BFGS) dla: a) pionowych δ_y oraz b) uogólnionych δ_{cyz} ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)



Rys. 3.16. Ścieżki rozwiązania dla węzłów (35, 41 i 48) dźwigara głównego modelu dyskretnego B mostu dla sterowania obciążeniowego (iteracje MNR) dla przemieszczeń: a) poziomych δ_x i b) pionowych δ_y ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)

dla ε_T^I i ε_T^{II} . Podobnie jak dla modelu obliczeniowego A, również w tym przypadku metoda BFGS wykazywała niezmiennosc w zakresie liczby iteracji w poszczególnych przyrostach obciążenia, natomiast wzrost liczby elementów macierzy sztywności przyczynił się do zwiększania czasu obliczeń. Był on jednak o ponad 10% krótszy dla iteracji NR w odniesieniu do BFGS (ε_T^I) oraz porównywalny dla ε_T^{II} (tablica 3.5).

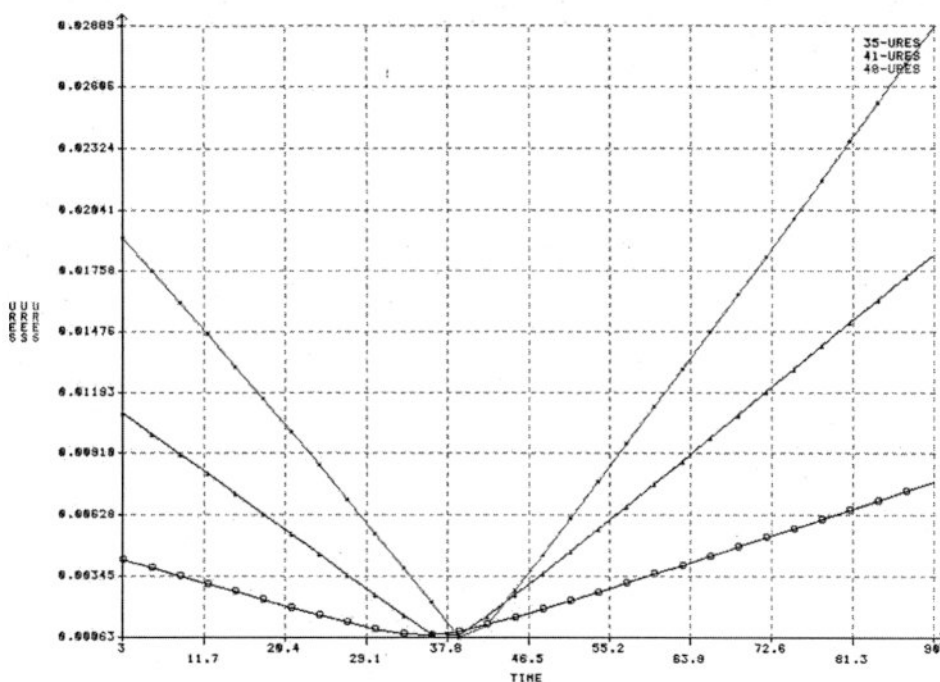
Pomimo braku wyraźnych trendów do znacznego zróżnicowania ścieżki równowagi dla rozwiązania przy sterowaniu obciążeniowym, to zarówno przedstawione wykresy, jak i liczby iteracji, wskazują, że metoda kontroli długości łuku jest w dużej mierze uzależniona od kształtu ścieżki rozwiązania.

Na rysunku 3.21 przedstawiono porównanie ścieżek równowagi dla przemieszczeń pionowych dźwigara głównego w węźle 48 modelu dyskretnego mostu z uwzględnieniem zwisu want dla algorytmów sterowania obciążeniowego NR (kolor czerwony) oraz wg kontroli długości łuku (kolor zielony) dla

dla $\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$ nieco większą wartość odnotowano dla iteracji NR, a dla $\varepsilon_T^{II} = 1,0 \times 10^{-5}$ – dla MNR z różnicą ponad 30%.

Najmniejszy czas obliczeń (nieco większy dla założonej mniejszej tolerancji ε_T) uzyskano dla metody kontroli długości łuku z iteracją MNR, który wynosił odpowiednio 56 i 62 s odpowiednio dla ε_T^I i ε_T^{II} . W odniesieniu do tej kolejności, najdłużej trwały obliczenia z wykorzystaniem iteracji BFGS i NR dla sterowania obciążeniowego, odpowiednio 81 i 76 s oraz 81 i 79 s (tablica 3.4).

Zastosowanie modelu B spowodowało niemal dwukrotny wzrost liczby iteracji dla większości algorytmów sterowania obciążeniowego NR i MNR oraz dla metody kontroli długości łuku (MNR), dla której przy założeniu stałego rozmiaru kroku uległy ponad 5- i 9-krotnemu zwiększeniu odpowiednio

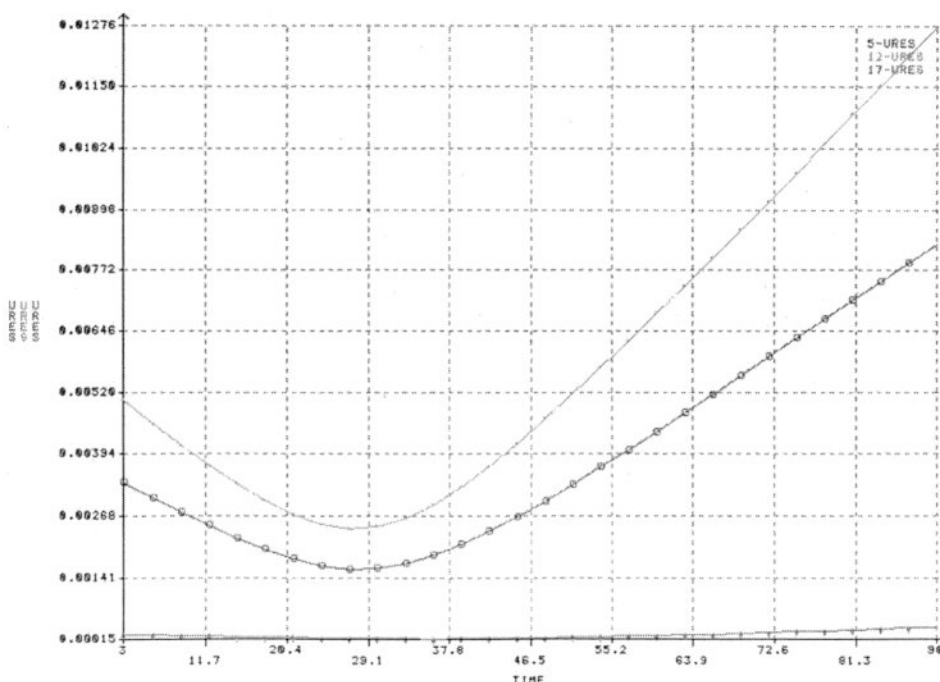


Rys. 3.17. Ścieżki rozwiązania dla przemieszczeń uogólnionych węzłów (δ_{xyz}) makroelementu dźwigara głównego (35, 41 i 48) modelu dyskretnego B mostu dla sterowania obciążeniowego z iteracjami MNR ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)

Wychodząc z węzła nr 48 większą zbieżnością odznacza się sterowanie obciążeniowe, przy czym również liczba iteracji jest w tym przypadku znacznie mniejsza niż ma to miejsce w przypadku metody kontroli długości łuku. Obydwie krzywe nie są zbieżne ze sobą, co spowodowane jest wspomnianym wcześniej zróżnicowaniem definiowania obciążenia w założonych algorytmach. W odniesieniu do krzywej dla metody kontroli długości łuku, linearyzacja tego słabo nieliniowego układu za pomocą stycznej jest praktycznie niemożliwa, natomiast poważnym mankamentem jest brak precyzji w nawiązaniu do ścisłego rozwiązania dla ściśle określonego parametru obciążenia (w tym przypadku $\lambda = 1$). Wyznaczona

iteracji MNR. Krzywe te, obrazujące wpływ nieliniowości geometrycznej na stan ugięcia, uzyskano dla tolerancji zbieżności $\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$. Styczna do wykresu ze stałą długością kroku stanowi jednocześnie rozwiązanie liniowe analizowanego zagadnienia. Dla wybranych przyrostów obciążenia podano maksymalną liczbę iteracji w zależności od przyjętej metody.

Z wykresu tego wynika, że dla wektora przemieszczeń pionowych



Rys. 3.18. Zależność przemieszczeń uogólnionych (δ_x , δ_y i δ_z) w węzłach (5, 12 i 17) położonych na wysokości makroelementu pylonu modelu dyskretnego B mostu w funkcji parametru obciążenia dla sterowania obciążeniowego z iteracjami NR ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)

geometrycznie wartość przemieszczenia

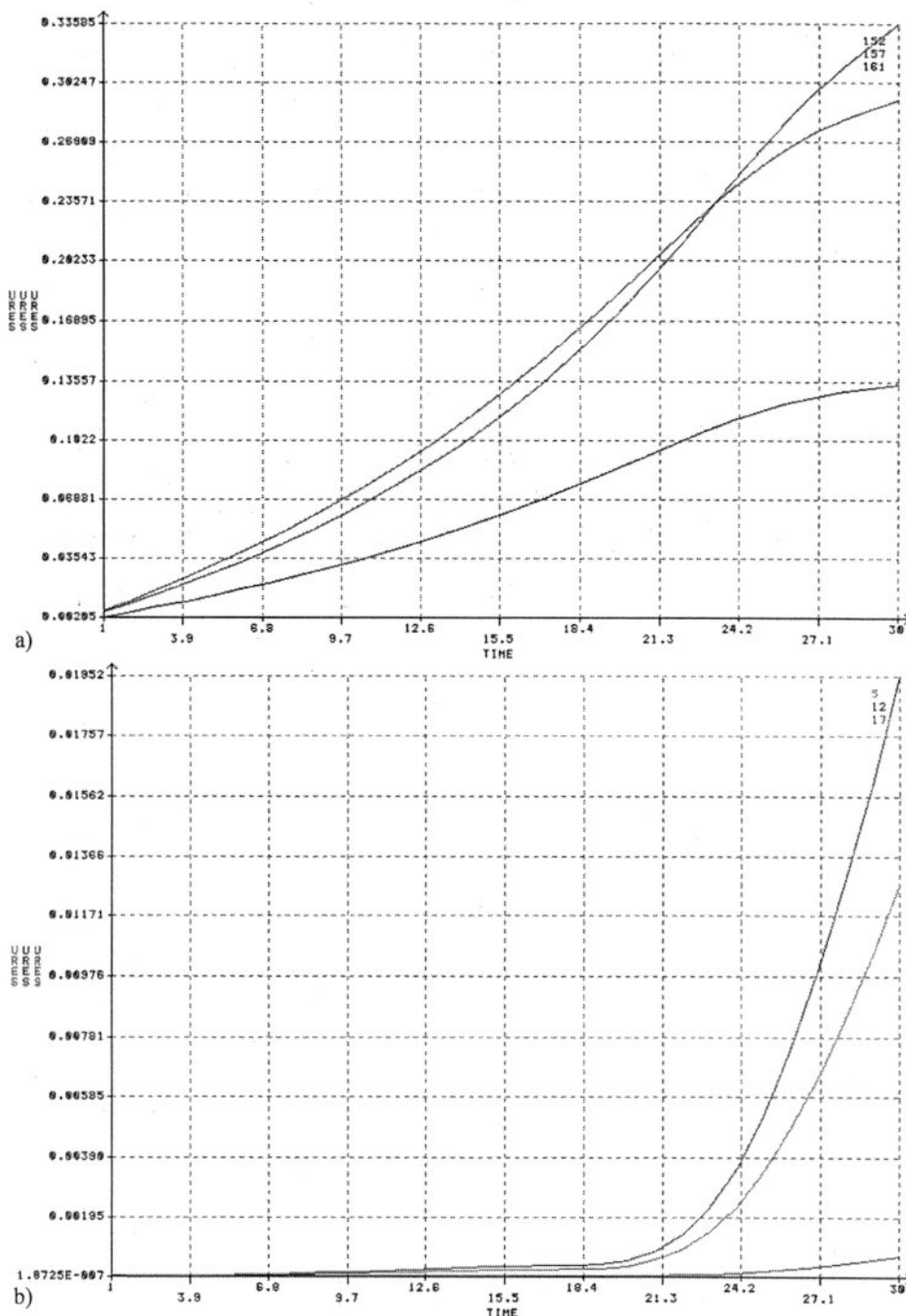
pionowego węzła dla tej metody wynosi $49,31 \times 10^{-3}$ m, a dla ścisłego rozwiązania przy sterowaniu obciążeniowym jest o 2,9% mniejsza i wynosi $47,91 \times 10^{-3}$ m (tablica 4.23).

Reasumując należy stwierdzić, że najkorzystniejszy dla rozważanego zagadnienia był algorytm oparty na sterowaniu obciążeniowym, zapewniający (bądź nie, w przypadku zmiennej długości kroku) stały przyrost

obciążenia. Umożliwia to większą precyzję w śledzeniu ścieżki równowagi układu.

Na podstawie przedstawionej analizy dla przykładowych modeli dyskretnych konstrukcji mostu wawowego w fazie montażowej można zauważyć, że najbardziej efektywnymi algorytmami iteracyjnymi są metoda Newtona–Raphsona oraz metoda BFGS oraz – przy mniejszej założonej tolerancji zbieżności rozwiązania – metoda MNR. Wydawałoby się, że stała liczba iteracji w każdym kroku obciążenia uzyskana praktycznie bez względu na poziom ε_T przy nieznacznie dłuższym czasie obliczeń dla algorytmu BFGS sprawia, że jest on najbardziej efektywny, jednak dodatkowe analizy wykonane dla bardziej złożonych układów płaskich i przestrzennych mostów wawowych (np. większa liczba cięgien, różne poziomy ich naciągów, uwzględ-

nienie nieliniowości fizycznej) przesądzały o braku większych możliwości jej zastosowania dla tego typu zagadnień. Dotyczy to w mniejszym stopniu metody MNR, która pomimo większej ogólnej liczby iteracji przyspiesza obliczenia, ale dosyć często wymaga znacznej redukcji długości kroku, a w przypadku (najczęściej) nierównomiernego rozkładu wstępnych sił naciągu w wantach jest rozbieżna.



Rys. 3.19. Zależność przemieszczeń uogólnionych (δ_x , δ_y i δ_z) w funkcji parametru obciążenia z zastosowaniem metody kontroli długości łuku (iteracja NR) dla węzłów: a) 152, 157 i 161 want w środku ich długości oraz b) 5, 12 i 17 pylonu w modelu B mostu ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-3}$)

3.5. Podsumowanie

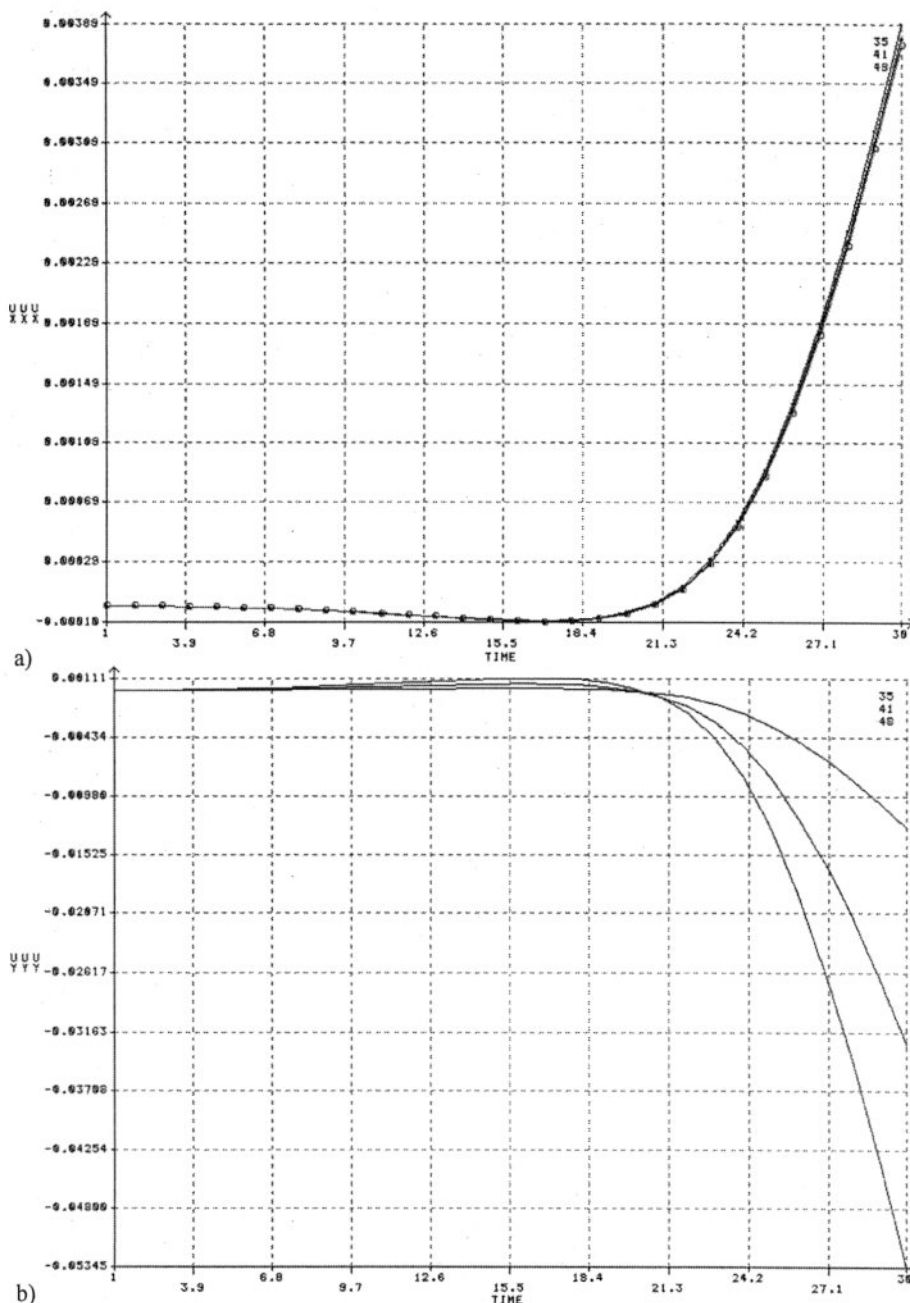
Przeprowadzenie poprawnej analizy nieliniowej zależy od wielu czynników, a przede wszystkim od właściwie dobranego algorytmu, modelu dyskretnego rozpatrywanej konstrukcji, jak również od wy-

dajności samego oprogramowania. O skuteczności danego algorytmu decyduje również całkowita liczba iteracji niezbędna do zrealizowania obliczeń (wskazując na zbieżność przyjętej metody), a także czas ich przebiegu.

Pomimo, że w dostępnej literaturze można spotkać wiele metod pozwalających na rozwiązywanie równań nieliniowych założonego układu, to jednak metody przyrostowo-iteracyjne należą do najbardziej rozpowszechnionych dla zagadnień związanych ze statyką i dynamiką mostów podwieszonych. W celu uzyskania poprawnych rozwiązań rozpatrywanych w tym rozdziale zagadnień wykorzystano metody Newtona–Raphsona, jej zmodyfikowaną wersję MNR, metodę BFGS dla sterowania obciążeniowego, i metodę kontroli długości łuku (iteracje Riksa).

Wykonane analizy, spostrzeżenia własne i studia literaturowe pozwoliły na stwierdzenie, że:

- **Metody przyrostowe** można stosować dla zagadnień związanych z nieliniowością geometryczną (z wyjątkiem przypadku malejącej sztywności). Ponadto pozwalają one na dokonanie pełnego opisu relacji obciążenie–przemieszczenie dla każdego przyrostu. Podstawową ich wadą jest brak możliwości oceny poprawności rozwiązania, jeśli nie zostały one powiązane z algorytmami iteracyjnymi. Poza tym istnieją pewne trudności algebraiczne związane z rozwiązywaniem źle uwarunkowanych układów równań w otoczeniu punktów krytycznych, co ma często miejsce w przypadku analiz konstrukcji ciągnowych. Potwierdzają to m.in. Baron i Venkatesan w pracy [11].
- **Metody iteracyjne** wykazują się większą efektywnością w porównaniu z metodami przyrostowymi, a szczególnie w przypadku kilku wariantów obciążeń, jak np. grawitacja czy obciążenia termiczne [129]. Ponadto, w przypadku rozpatrywania nieliniowości fizycznej możliwe jest uwzględnienie zmian właściwości materiału zależnie od stanu naprężeń. Do pewnych mankamentów metod iteracyjnych (nie powiązanych z algorytmami przyrostowymi) należy zaliczyć brak pewności odnośnie zbieżności do roz-



Rys. 3.20. Ścieżki równowagi dla przemieszczeń węzłów (35, 41 i 48) położonych na długości dźwigara głównego modelu dyskretnego B mostu z zastosowaniem metody kontroli długości łuku (iteracje NR): a) poziomych δ_x i b) pionowych δ_y ($\varepsilon_T^1 = 1,0 \times 10^{-3}$)

wiązania dokładnego – samo spełnienie warunków równowagi jest tylko jednym z warunków. Przy stosowaniu obciążeń o niepełnych wartościach trudno odnieść się do informacji o stanie obciążenie–przemieszczenie (jej brak) [75], [130].

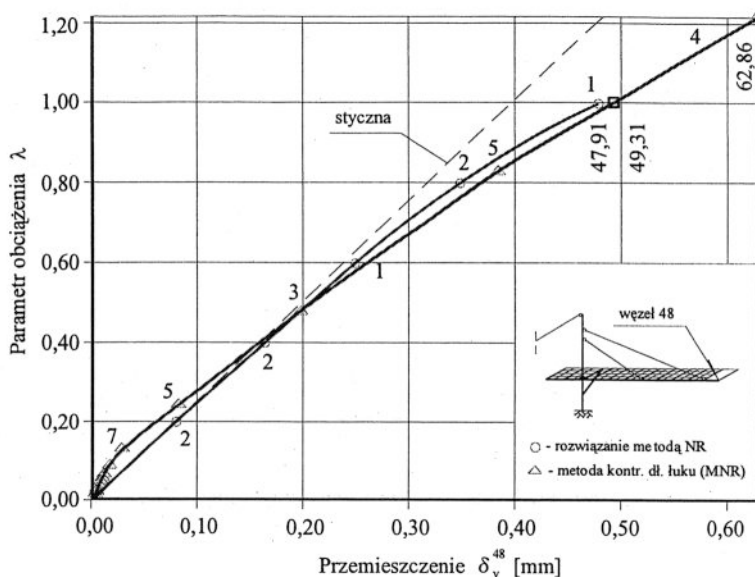
• **Metody mieszane**, będące złożeniem metod przyrostowych i iteracyjnych, łączą w sobie zalety obu wymienionych metod, minimalizując jednocześnie ich wady. Pozwalają one na stosowanie dużych przyrostów obciążenia, nie powodując przy tym znaczących błędów. Metody te analizowano na przykładzie wyników otrzymanych z modeli obciążonych asymetrycznie

(por. p. 3.4). Na tej podstawie sformułowano lub potwierdzono następujące uwagi i spostrzeżenia:

- w analizie metod numerycznych dla zagadnień nieliniowych geometrycznej konstrukcji mostów wantowych algorytm z modyfikowaną macierzą sztywności dla każdej iteracji danego przyrostu obciążenia jest bardziej korzystny,
- największą zbieżnością rozwiązań charakteryzowały się metody iteracyjne NR i BFGS, jednak częste odwracanie macierzy sztywności dla każdej iteracji (w przypadku NR) wydłużało czas obliczeń,
- zmodyfikowana metoda Newtona–Raphsona, dla stycznej macierzy sztywności układu formowanej z mniejszą częstotliwością, czas obliczeń był krótszy w porównaniu z NR, jednak dla mniejszych wartości tolerancji zbieżności rozwiązań, oraz dłuższych kroków obciążenia, nie zapewnia ona rozwiązań zbieżnych,
- specyfika analizy złożonych modeli mostów wantowych z uwzględnieniem zwisu cięgien sprawia, że algorytmy iteracyjne MNR i BFGS mają mniejsze zastosowanie w porównaniu z klasyczną metodą newtonowską NR stosowaną przy nieosobliwych macierzach sztywności,
- metoda kontroli długości łuku przy mniejszym poziomie zbieżności rozwiązania jest znacznie szybsza w porównaniu ze sterowaniem obciążeniowym, jednak charakteryzuje się stosunkowo małą precyzją otrzymanych wyników dla zagadnień statycznych, a brak stałej długości kroku utrudnia śledzenie ścieżki równowagi układu; zmiana parametru sterującego podczas prowadzenia obliczeń komplikuje i narusza ich konsystentność, a brak możliwości stosowania rozdzielnych wielkości obciążeń wpływa na czasochłonność przygotowania danych i na dodatkową redukcję dokładności rozwiązań; metoda kontroli długości łuku (bądź sterowanie przemieszczeniem) powinna być stosowana, gdy przyrostowe algorytmy rozwiązywania równań poprzez sterowanie siłą nie są zbieżne [75].

Nie omawiany szczegółowo, na uwagę zasługuje jeszcze jeden aspekt, a mianowicie sposób opisu poszczególnych stanów kontinuum w analizie nieliniowej w zależności od przyjętego układu odniesienia. W przypadku przeprowadzonych rozważań skorzystano z opisu w układzie nieruchomym, stosując uaktualniony opis Lagrange’a (UL). Dużą zaletą takiego opisu – szczególnie dla analizowanych przykładów obliczeniowych mostów wantowych – jest dopuszczalność dużych obrotów, natomiast same wyniki analizy są niezależne od wzrostu obciążenia.

Na podstawie szczegółowych uwag dotyczących wykonanych w tym rozdziale analiz, do dalszych rozważań wykorzystano metodę przyrostowo-iteracyjną ze sterowaniem obciążeniowym i z zastosowaniem iteracji Newtona–Raphsona (NR) i/lub MNR.



Rys. 3.21. Ścieżki równowagi dla przemieszczeń pionowych dźwigara głównego w węźle 48 modelu dyskretnego mostu B dla sterowania obciążeniowego NR i metody kontroli długości łuku MNR ($\varepsilon_T^I = 1,0 \times 10^{-5}$)

ROZDZIAŁ 4

Analiza studialna wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych w stalowych mostach wantowych

4.1. Wprowadzenie

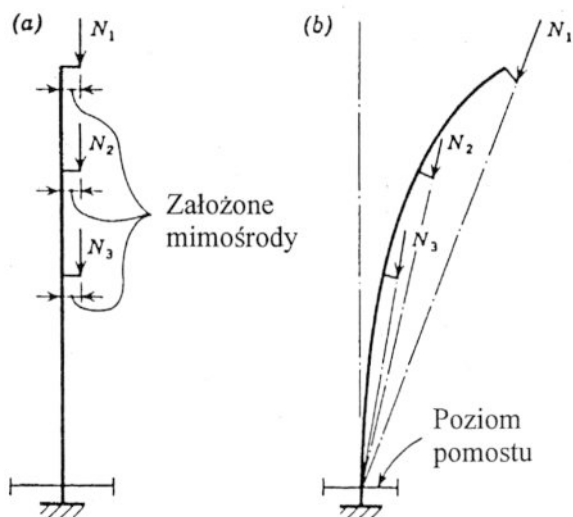
W roku 1971 Tang przedstawił w pracy [146] program komputerowy pozwalający na realizację nieliniowej analizy w zakresie statycznym płaskich modeli mostów wantowych, podając wyniki dla uproszczonego jednopylonowego schematu mostu z dwiema wantami – po raz pierwszy ujęto wówczas w sposób kompleksowy tego typu zagadnienia. Wykorzystał do tego celu metodę redukcji ([55], rozdz. 2), pozwalającą na uwzględnienie tzw. efektu belki–kolumny w zastosowaniu do pomostu i pylonu tego typu obiektów (rys. 4.1). Baron i Lien [10] przedstawili metodę analizy nieliniowej w zakresie statycznym w zastosowaniu do mostu *Bay Toll Crossing Bridge* w San Francisco (USA). Miała ona posłużyć do określenia geometrii elementów składowych, strzałki podniesienia wykonawczego dla niwelety mostu, odpowiedzi konstrukcji na całkowite obciążenia normowe taborem samochodowym, a także ocenić przemieszczenia wybranych węzłów wraz ze wstępnymi siłami wewnętrznymi w fazie montażu tego obiektu. Z kolei Fleming stworzył specjalny program komputerowy pozwalający na wykonywanie obliczeń w zakresie analizy nieliniowej mostów wantowych w układach płaskich 2D dla obciążeń statycznych [33], jednak nie przedstawił rezultatów obliczeń. W 1990 roku Nazmy i Abdel Ghaffar w pracy [102] przedstawili metody analizy statycznej w zakresie nieliniowym dla dwupytonowych modeli przestrzennych 3D, wykazując jej zasadność dla tego typu układów konstrukcji mostowych.

W wymienianych powyżej pracach, zasadniczym przedmiotem rozważań były zagadnienia dotyczące nieliniowości geometrycznej w jedno- lub dwupytonowych – najczęściej płaskich – modelach mostów wantowych.

Dopiero Seif i Dilger [137] oraz Adeli i Zhang [4] przyjęli za jeden z podstawowych celów swoich analiz w zakresie statycznym – oprócz nieliniowości geometrycznej – nieliniowość fizyczną. Pierwsza z prac przedstawiała zagadnienie utraty stateczności w tych konstrukcjach z zastosowaniem sprężonego

podłużnie betonowego dźwigara głównego, natomiast druga – uwzględnienie wpływów nieliniowych przy wykorzystaniu dźwigara zespolonego. W obu przypadkach analizowano płaskie układy mostów dwupytonowych.

Na podstawie powyższych prac nie można ujednolicić zakresu wpływu nieliniowości na wielkości statyczne w mostach wantowych. Jedną z przyczyn jest skromna liczba prezentowanych wyników porównawczych uzyskanych z analiz wg teorii I- i II-rzędu – w latach 70. dominowała tendencja do ich prezentacji w zależności od liczby iteracji w obrębie założonego algorytmu, co było podyktowane możliwie maksymalną jego optymalizacją z uwagi na małą moc obliczeniową dostępnych komputerów. Z drugiej strony, udział



Rys. 4.1. Zginanie pylonu w kierunku prostopadłym do płaszczyzny mostu w konfiguracji: a) początkowej (pierwotnej) i b) po odkształceniu [146]

wpływów nieliniowych w zakresie geometrycznym uzależniony jest od wielu czynników geometrycznych dotyczących rodzaju konstrukcji (m.in. rozpiętość przęsła, wysokość pylonów, liczba i rodzaj przyjętego olinowania, itp.). Przedstawione przyczyny wpływają na poważne utrudnienia przy podejmowaniu prób uściślenia zakresu wpływów nieliniowych w tych obiektach. Ogólnie rzecz biorąc wpływ nieliniowości geometrycznej w zakresie obciążeń statycznych może sięgać 8%, nie można jednak ustalić arbitralnie tej wielkości, gdyż może ona ulec znacznemu zwiększeniu, gdy np. wprowadzony naciąg want jest *niedostateczny* [40], [68], [146].

Najczęściej stosowanymi materiałami konstrukcyjnymi w analizach wykonanych przez autorów przedstawionych prac był beton (żelbet), rzadziej stal, którą modelowano pomosty (dźwigary główne). Należy też dodać, że pierwsze próby komputerowych obliczeń tych ustrojów nie uwzględniały wstępnych naciągów want, a model zwisu want przyjmowany był na ogół w postaci uproszczonego równoważnego modułu sprężystości podłużnej. Miało to istotny wpływ na otrzymywane wyniki określające pracę konstrukcji mostów wantowych zarówno w fazie montażowej, jak i użytkowej.

W niniejszym rozdziale, poświęconym analizie studialnej, wykonano ocenę wpływu nieliniowości geometrycznej i materiałowej na wielkości statyczne w wybranych typach dwupylonowych (P^{II}) (trójprzęsłowych) konstrukcji mostów wantowych. Rozpatrzono m.in. zmienność układu olinowania w płaszczyźnie pionowej, zamienny model cięgien uwzględniający ich zwis oraz pomijający go, czy asymetryczny układ obciążenia w przekrojach poprzecznych.

Kolejnym etapem wykonanych analiz była identyfikacja zachowania się wybranej konstrukcji trójprzęsłowego dwupylonowego P^{II} mostu wantowego dla zmiennych wielkości geometrycznych. Względy ekonomiczne i wytrzymałościowe należą do podstawowych kryteriów w fazie projektowania każdej konstrukcji mostowej, co w szczególności dotyczy tego typu obiektów. Zależą one od wielu parametrów stosowanych w ich analizach, stąd istotne jest określenie wpływu zmian geometrii konstrukcji, rozwiązań szczegółów konstrukcyjnych, właściwości mechanicznych i materiałowych. Wpływem parametrów sztywności cięgien i pylonów, czy długości środkowej nie podpartej przez ciągną część przęsła głównego w mostach wantowych na zachowanie się różnych elementów ich konstrukcji zajmowało się kilku autorów, jak Krishna, Arya i Agrawal [78], Podolny [122], czy Hegab [47]. Prezentowane przez nich wyniki dotyczyły najczęściej mostów z radialnym układem want przy obciążeniach użytkowych bez stosowania wstępnego naciągu cięgien oraz bez uwzględnienia udziału ich zwisu czy nieliniowości materiałowej.

W obecnych rozważaniach, przyjęty podstawowy schemat konstrukcyjny mostu wantowego parametryzowano ze względu na sztywność pylonów i dźwigara głównego oraz liczbę want. Ustalono ich wpływ na pracę konstrukcji obciążonej ciężarem własnym oraz użytkowym z uwzględnieniem wszystkich czynników nieliniowości geometrycznej oraz nieliniowości fizycznej cięgien.

Logicznym rozszerzeniem obiektów trójprzęsłowych są wantowe mosty wieloprzęsłowe (wielopylonowe lub wielomodułowe) z liczbą przęseł głównych większą od jednego. Do dnia dzisiejszego powstało zaledwie kilkanaście takich mostów i żaden jak dotąd nie uległ awarii bądź zniszczeniu na skutek błędów projektowo-wykonawczych, czy obciążeń sejsmicznych. Nie może to jednak świadczyć o braku potrzeby poznawania ich pracy, gdyż wiedza o ich zachowaniu jest nadal ograniczona. Do jednych z nielicznych prac na ten temat należy zaliczyć wykonaną w 1976 roku przez Gimsinga [39], dotyczącą zagadnień statyki różnych systemów wieloprzęsłowych mostów wantowych z pominięciem zagadnień nieliniowych. Tseng i Penzien rozważali odpowiedź konstrukcji konwencjonalnego mostu wieloprzęsłowego na obciążenia sejsmiczne [150], a Parvez i Wieland analizowali zachowanie się wieloprzęsłowego mostu wantowego pod obciążeniem sejsmicznym, stosując analizę spektralną dla 10 pierwszych postaci drgań własnych [114].

W pracy wykonano również analizę oceny wpływów nieliniowych w modelach wantowych mostów wieloprzęsłowych (modułowych) w zakresie obciążeń statycznych. Jest rzeczą oczywistą, że ocena wpływów II-rzędu dla całej długości obiektu nie musi uwzględniać wszystkich przęseł. Pojawiają

się jednak pytania, ile takich modułów należy uwzględnić?, jaka jest ta zależność dla zakresu obciążeń statycznych, a jaka dla obciążeń dynamicznych? Jednym z głównych celów przeprowadzonych w tym rozdziale analiz było odpowiedzenie na pierwsze z nich poprzez zastosowanie zmiennej liczby pręseł (modułów). Innym rozważanym aspektem było określenie wielkości wpływów nieliniowych w układach przestrzennych 3D obciążonych asymetrycznie w przekroju poprzecznym – podobnie jak dla trójprzęsłowych mostów wantowych.

Do celów przedstawionego zakresu analiz wykorzystano trzy modele dyskretne mostów typu szkieletowego, odpowiednio w układach płaskich i przestrzennych, dla mostów dwupylonowych, cztery modele 2D ze zróżnicowaną liczbą want dla celów analizy parametrycznej oraz po trzy modele 2D i 3D odpowiadające układom wieloprzęsłowym.

4.2. Charakterystyka wykonanych analiz

4.2.1. Uwagi ogólne

Obliczenia w zakresie statycznym wykonano zgodnie z klasyczną teorią sprężystości oraz z uwzględnieniem teorii II-rzędu. Analizę nieliniową każdej z wybranych konstrukcji mostów wantowych zrealizowano z zastosowaniem wstępnego sprężenia wszystkich cięgien danego modelu (2D i 3D) mostu, wprowadzając obciążenia pręseł ciężarem własnym i użytkowym.

Generalnym celem wykonanych obliczeń było ustalenie wybranych wielkości, wynikających z uwzględnienia nieliniowości geometrycznej, tj. przemieszczeń w funkcji przyrostu obciążenia dla wybranych węzłów (elementów) pomostu i pylonów, wartości sił osiowych w wantach, a także momentów zginających w pylonie i pomoście.

W kolejności ustalono udział poszczególnych czynników nieliniowych (w określonych kombinacjach i kategoriach) na pracę tych w zakresie statycznym. Podane we wstępie źródła nieliniowości geometrycznej w tego typu konstrukcjach ujęto również kompleksowo z zastosowaniem dodatkowego czynnika – nieliniowości fizycznej dla materiału cięgien.

4.2.2. Charakterystyka analiz dwupylonowych mostów wantowych

Poniżej przedstawiono charakterystykę każdej z wykonanych analiz.

Analiza według teorii I-rzędu (L) – W analizie liniowej wzrost obciążenia powoduje proporcjonalny przyrost odkształceń sprężystych. W tym celu przyjęto modele dyskretne 1, w których cięgna dyskretyzowano pojedynczymi ES typu TRUSS, oraz stały moduł sprężystości podłużnej E dla ich materiału. Analizę tą wykonano w oparciu o ogólne równanie (2.1) podane w rozdziale 2.

Nieliniowość wywołana dużymi przemieszczeniami i wpływem sił osiowych na momenty zginające (NLG-B) – Uwzględnienie w rozważaniach efektu drugiego rzędu pochodzącego od przyrostu sił osiowych w pomoście i w pylonach oraz od dużych przemieszczeń polega na uwzględnieniu zmian geometrycznej sztywności tylko dla ES dźwigara głównego i pylonów. Aby uwzględnić ten efekt zastosowano zmienną ich geometrię w każdej iteracji danego przyrostu obciążenia. Do tej analizy przyjęto modele dyskretne 1 oraz stały moduł sprężystości E dla want. Wykonano dwa odrębne rodzaje analiz, tj. NLG-B1 i NLG-B2, odpowiednio z uwzględnieniem wyżej podanych efektów wyłącznie w dźwigarze głównym oraz w dźwigarze głównym i pylonach.

Nieliniowość want (NLG-W) – Do analizy tej zastosowano modele dyskretne 2. W analizie drugiego rzędu uwzględniającej jedynie zwis cięgien, macierz geometrycznej sztywności jest zmienna wyłącznie dla ES modelujących cięgna, podzielone na większą liczbę ES. Złożenie wpływów sztywności

geometrycznej oraz zmian w geometrii uwzględnia tzw. efekt zwisu cięgien dla rozważanego układu. Zastosowano stały moduł Younga E dla want.

Nieliniowość złożona (NL-A) – W obliczeniach uwzględniono wpływ wszystkich ww. współczynników nieliniowych (NL-A1) wraz z nieliniowością fizyczną odniesioną do materiału want (NL-A2). Analizy te wykonano dla modeli dyskretnych 2.

Powyższe analizy nieliniowe wykonano z wykorzystaniem zależności (2.6) i (2.18) związanych ogólnym równaniem (2.4) podanych w rozdziale 2.

4.2.3. Dobór i charakterystyka parametrów w analizie dwupylonowego mostu wantowego

Kolejnym etapem wykonanych analiz była identyfikacja zachowania się wybranej konstrukcji dwupylonowego mostu wantowego dla zmiennych wielkości geometryczno-przekrojowych.

Uwzględnienie odkształceń pylonu prowadzi do równania podanego przez Podolnego i Scalziego [122], opisującego zależności geometryczne cięgna dla układu pomost–ciągno–pylon w postaci (4.1):

$$T_i = k_{ci} (\delta_{yi} \sin \alpha_i \pm \delta_{xi} \cos \alpha_i), \quad (4.1)$$

gdzie

T_i – siła osiowa w i -tym cięgnię od obciążenia zewnętrznego,

k_{ci} – sztywność osiowa cięgna i ,

δ_{yi} – przemieszczenie pionowe pomostu w punkcie mocowania cięgna i ,

δ_{xi} – przemieszczenie poziome pylonu w punkcie połączenia z cięgniem i ,

α_i – kąt nachylenia cięgna i do poziomu.

Zgodnie z powyższym wyrażeniem siły w wantach od obciążeń zewnętrznych są proporcjonalne do ich sztywności osiowej k_c . Wzrost sztywności tych elementów wpływa jednocześnie na redukcję odkształceń dźwigara głównego [122] oraz na wzrost osiowych sił ściskających w pylonach N_p , momentów zginających w ich podstawach M_{p-p} , a także poziomych przemieszczeń wierzchołków pylonów δ_{xi} .

Znak (+) w równaniu (5.1) znajduje zastosowanie, gdy pylon odkształca się w stronę przeciwną do cięgna i , a znak (–), kiedy przemieszcza się w kierunku przeciwnym. Oznacza to, że przy lokalizacji obciążenia użytkowego wyłącznie w przęśle głównym, główce pylonów powinny przemieścić się w jego kierunku (do siebie), stąd też należy zastosować dla want tego przęsła w równaniu (4.1) znak (–). Przyjmując proporcjonalność zależności δ_{xi} oraz $1/EJ_p$, wzrostowi sztywności giętej pylonu EJ_p towarzyszyć będzie redukcja jego przemieszczeń poziomych. Stąd też, wzrost tego parametru wpływa na zmniejszenie ugięć dźwigara głównego oraz na wzrost siły osiowej N_{p-p} i momentów zginających M_{p-p} w podstawie każdego z pylonów. Przedstawione równanie nie daje jednak pełnego opisu zachowania się konstrukcji mostu wantowego pod obciążeniem ciężarem własnym oraz dodatkowym użytkowym przy uwzględnieniu wstępnego naciągu want.

W prowadzonych rozważaniach przyjęty podstawowy schemat konstrukcyjny mostu wantowego parametryzowano ze względu na trzy wielkości, tj. sztywność giętą pylonów, sztywność giętą dźwigara głównego oraz liczbę cięgien. Ustalono ich wpływ na pracę konstrukcji obciążonej ciężarem własnym oraz użytkowym z uwzględnieniem wszystkich czynników nieliniowości geometrycznej wraz z nieliniowością fizyczną cięgien. W tym celu wykonano złożoną analizę II-rzędu (NL-A2). Do każdego z analizowanych układów wprowadzono jednocześnie wstępne naciągi want.

4.2.4. Charakterystyka analiz wielopylonowych mostów wantowych

W ramach analizy wieloprzęślowych mostów wantowych wykonano ocenę wielkości wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych z uwzględnieniem efektów dużych przemieszczeń i wpływu sił ściskających na momenty zginające w pylonach i dźwigarach głównych dla wszystkich

belkowych ES (NLG-B2), a także wyłącznie zwisu cięgien (NLG-W) oraz złożenia tych czynników (NL-A1). Posłużono się w tym celu dwoma rodzajami modeli dyskretnych, tj. 1 i 2, które poddano dwóm typom obciążeń, tj. własnemu i użytkowemu.

4.3. Przyjęte modele mostów i ich dyskretyzacja

4.3.1. Uwagi ogólne

Wszystkie modele mostów dyskretyzowano elementami belkowymi BEAM2D/3D oraz prętowymi TRUSS2D/3D. Każdemu z nich przypisano izotropowe oraz kinematyczne właściwości. Modelując przęsła oraz pylony za pomocą belkowych ES przyjęto pryzmatyczne, stałe na ich długościach oraz symetryczne przekroje poprzeczne.

4.3.2. Modele mostów dwupylonowych

Do celów analizy wybrano klasyczne obiekty trójprzęsłowe z jednym przęsłem głównym, symetryczne w widoku z boku oraz w przekroju poprzecznym z wyłączeniem warunków brzegowych dla dźwigarów głównych. Wzorcem przyjętych podstawowych charakterystyk geometrycznych i materiałowych dla poszczególnych składowych elementów konstrukcyjnych był most wantowy *Luling Bridge* przez rzekę Mississippi (Luizjana, USA). Rozpiętość teoretyczna jego przęsła głównego wynosi 371,00 m, pylony mają wysokość 70,55 m powyżej poziomu pomostu, a cięgna stanowią układ wachlarzowy. Wyjątkiem w przyjętych modelach obliczeniowych jest liczba cięgien, które zwiększono dwukrotnie w stosunku do pierwowzoru, tj. z 12 do 24. Wyrównano tym samym ich wstępne naciągi oraz przekroje w stosunku do wytwężenia dźwigara głównego (pomostu) pod obciążeniem ciężarem własnym. Przedmiotowy obiekt był wcześniej analizowany przez Wethyavivorna [159] w aspekcie obciążeń sejsmicznych, jednak przyjęta przez niego geometria pylonów, jak i przęsła skrajnych, oraz charakterystyki przekrojów want odbiegały od oryginału.

W rozważaniach teoretycznych układów mostów dwupylonowych przyjęto trzy podstawowe schematy obliczeniowe ze względu na system olinowania, tj. radialny (promienisty), wachlarzowy i harfowy (równoległy), które przedstawiono schematycznie w [55]. W dalszej części tego rozdziału zastosowano następujące oznaczenia w ramach poszczególnych modeli obliczeniowych mostów: P^{II}-2/3D-h/r/w w odniesieniu do układów, odpowiednio harfowego, radialnego i wachlarzowego.

Szczegóły dotyczące podstawowych przyjętych charakterystyk materiałowo-geometrycznych dla każdego modelu obliczeniowego mostu dwupylonowego podano w tablicy 4.1. Równocześnie wprowadzono następujące war-

tości współczynników Poissona dla stali pomostu i cięgien oraz betonu pylonów: $\nu_{st} = 0,3$ i $\nu_b = 1/6$. Charakterystyki geometryczne wraz z wartościami wstępnymi odkształceń want dla wszystkich analizowanych układów zestawiono w odrębnych tablicach.

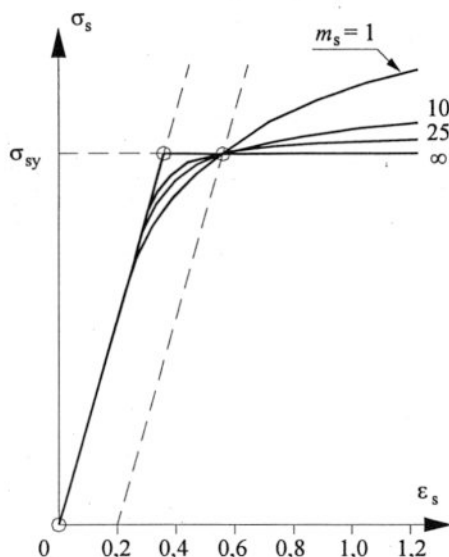
Model teoretyczny materiału want zamodelowano linio-
wą i nieliniową zależnością (za

Tablica 4.1. Charakterystyki geometryczne i materiałowe dla pomostu i pylonów w przyjętych modelach dyskretnych dwupylonowych mostów wantowych 2/3D

Element konstrukcyjny	Pole powierzchni [m ²]	Moment bezwładności [m ⁴]	Moduł Younga [GPa]	Ciężar właściwy [kN/m ³]	ES
1	2	3	4	5	6
Pomost	1,20	2,58	200,00	100,00	52/104
Pylon – część górna	14,20	30,00	31,60	24,00	5/10
Pylon – część dolna	35,80	40,00	31,60	24,00	4/8
Pylon – stężenia	2,77	1,28	31,60	– ¹⁾	3 ²⁾

¹⁾ – w modelach przestrzennych nie uwzględniano ciężaru własnego danego makroelementu ze względu na analizę porównawczą z wynikami otrzymanymi dla modeli płaskich mostów 2D,

²⁾ – dotyczy modeli przestrzennych 3D.



Rys. 4.2. Teoretyczny model charakterystyki materiałowej dla stalowych ciągów w postaci wykresu zależności naprężenie-odkształcenie (σ - ϵ) [137]

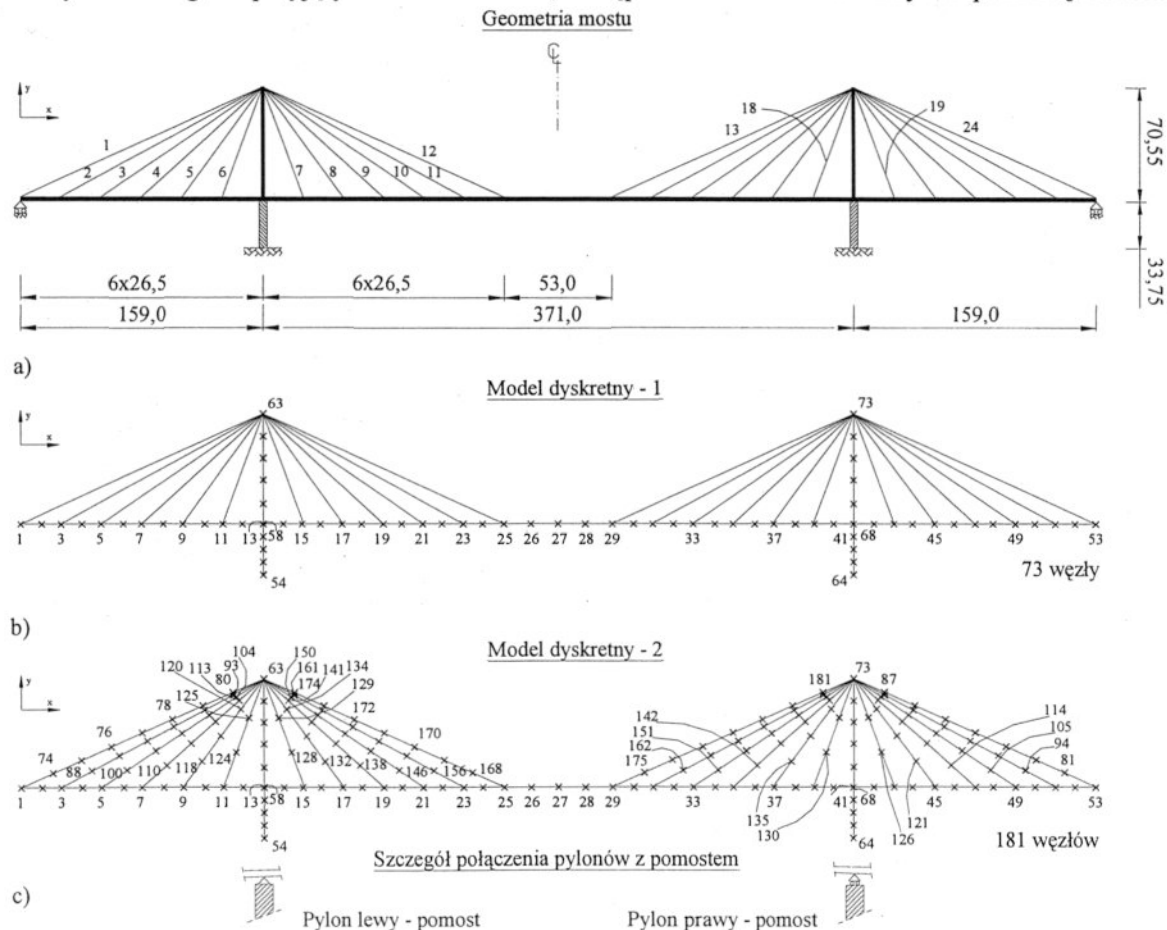
pomocą konstytutywnych zależności podanych przez Rabmerga-Osgooda [132] i zmodyfikowanych dla materiału ciągów przez Dilgera [137]) naprężenie-odkształcenie (σ - ϵ), opisaną w postaci krzywej sprężysto-plastycznej wg zaktualizowanego równania (4.2), przedstawionego graficznie na rys. 4.2:

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,002 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{sy}} \right)^{m_s} \quad (4.2)$$

Szczegółowy opis dla tych zależności podano w pracy [55]. W celu określenia krzywej materiałowej dla stali ciągów przyjęto wytrzymałość graniczną stali na rozciąganie na poziomie $\sigma_{sy} = 1,680$ GPa, moduł Younga $E_w = 165$ GPa oraz parametr $m_s = 2$. Opisaną funkcję naprężenie-odkształcenie (4.2) idealizowano krzywą łamaną, składającą się z 11 punktów w przedziale naprężeń rozciągających $\sigma_w = 0$ –600 MPa.

Na rysunku 4.3 przedstawiono geometrię dwupylonowego mostu o wantach w układzie radialnym (P^{II} -2D-r) wraz z płaskimi (2D) modelami dyskretnymi oraz z podziałem każdego ciągu na 1 ES (model 1) i na kilka ES (model 2) wraz z warunkami brzegowymi. Identyczną zasadę przyjęto dla każdego układu mostu trójprzęsłowego.

Przy niezmiennych charakterystykach geometryczno-materiałowych poszczególnych elementów składowych każdego z przyjętych modeli mostu, wstępne obliczenia wskazały na potrzebę dokonania



Rys. 4.3. Przyjęty trójprzęsłowy most o wantach w układzie radialnym (P^{II} -2D-r): a) geometria oraz płaskie 2D modele dyskretny z podziałem ciągów na b) 1 ES (model 1), c) kilka ES (model 2) i d) szczegół połączenia dźwigara głównego z pylonami

Tablica 4.2. Pole powierzchni przekroju poprzecznego cięgien oraz ich wstępne odkształcenia dla modelu obliczeniowego mostu o układzie radialnym want P^{II}-2D-r ($E_w = 165,00$ GPa, $\gamma_w = 92,50$ kN/m³)

Charakterystyki	Numer wanty					
	1, 24	2, 23	3, 22	4, 21	5, 20	6, 19
1	2	3	4	5	6	7
Pole powierzchni A [m ²]	0,050	0,040	0,030	0,025	0,020	0,020
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	1900	2025	2151	2115	1827	945
–	7, 18	8, 17	9, 16	10, 15	11, 14	12, 13
Pole powierzchni A [m ²]	0,022	0,025	0,027	0,032	0,033	0,040
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	1449	2394	2880	2781	2412	1926

Tablica 4.3. Wstępne odkształcenia cięgien dla modelu obliczeniowego mostu o układzie radialnym want P^{II}-2D-w ($E_w = 165,00$ GPa, $\gamma_w = 92,50$ kN/m³)

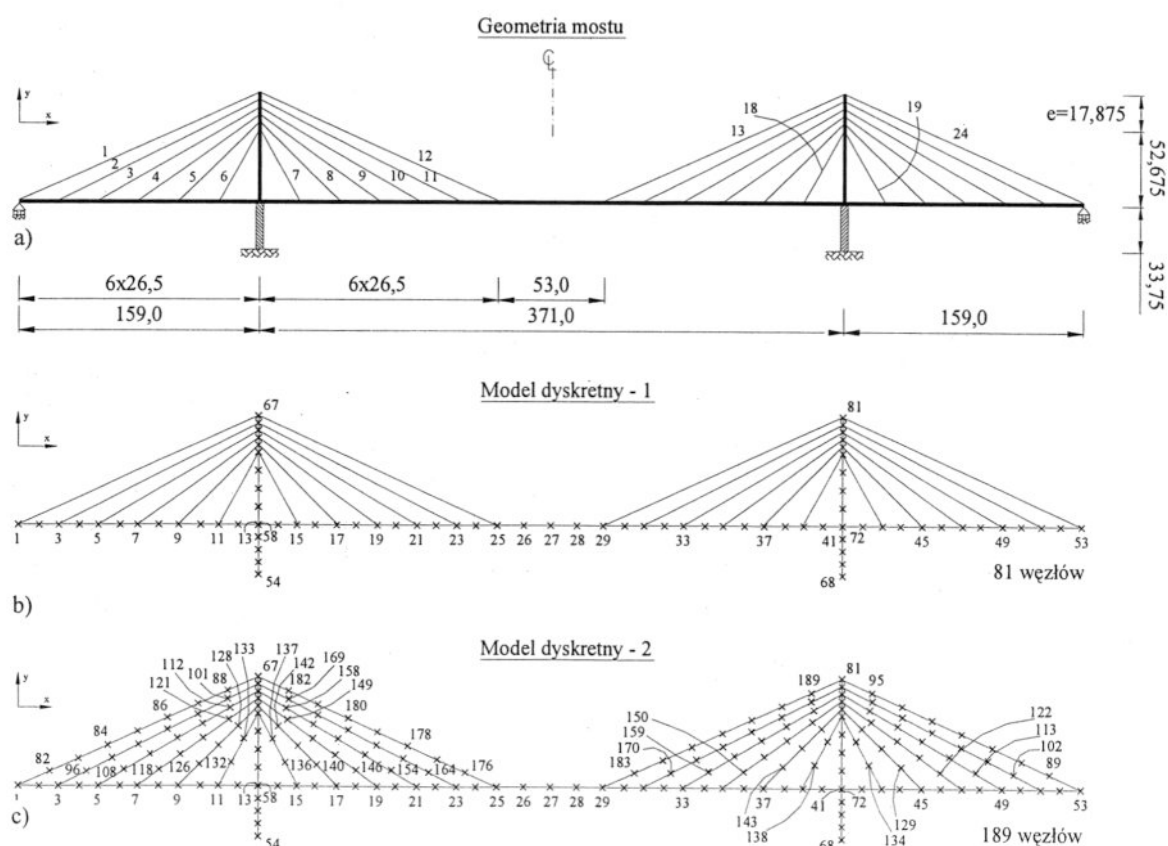
Charakterystyki	Numer wanty					
	1, 24	2, 23	3, 22	4, 21	5, 20	6, 19
1	2	3	4	5	6	7
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	2100	2350	2754	2783	2790	2146
–	7, 18	8, 17	9, 16	10, 15	11, 14	12, 13
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	1762	1913	2242	2286	2411	2210

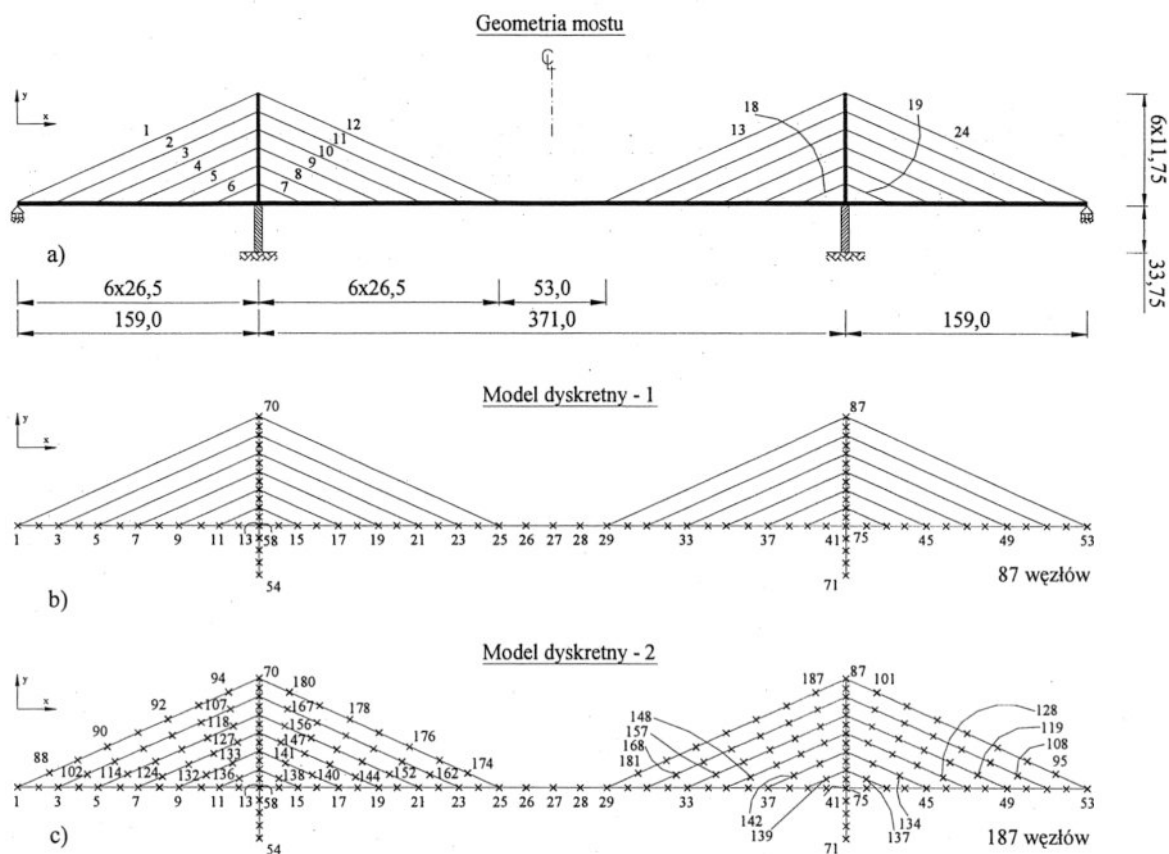
pewnych zmian regulacji początkowych sił naciągu want.

W tablicach 4.2, 4.3 i 4.4 podano podstawowe charakterystyki geometrii przekroju każdego z 24 cięgien wraz z wprowadzonymi wstępnymi wartościami naciągów w postaci odkształceń ε_0 dla obu modeli (1 i 2) układów 2D i 3D, odpowiednio dla modeli P^{II}-2/3D-r, P^{II}-2/3D-w i P^{II}-2/3D-h.

Na rysunkach 4.4 i 4.5 przedstawiono geometrie trójprzęsłowych mostów o wantach w układach wachlarzowym i harfowym (P^{II}-2D-w i P^{II}-2D-h) wraz z płaskimi (2D) modelami dyskretnymi 1 i 2.

Na rysunkach 4.6–4.8 zestawiono rodzaje przyjętych do dalszych analiz przestrzennych modeli

**Rys. 4.4.** Trójprzęsłowy model mostu o wantach w układzie wachlarzowym (P^{II}-2D-w): a) geometria i płaskie 2D modele dyskretny z podziałem cięgien na b) 1 ES (model 1) oraz c) na kilka ES (model 2)



Rys. 4.5. Trójpřesłowy model mostu o wantach w układzie harfowym (P^{II} -2D-h): a) geometria i płaskie (2D) modele dyskretny z podziałem cięgien na b) 1 ES (model 1) oraz c) na kilka ES (model 2)

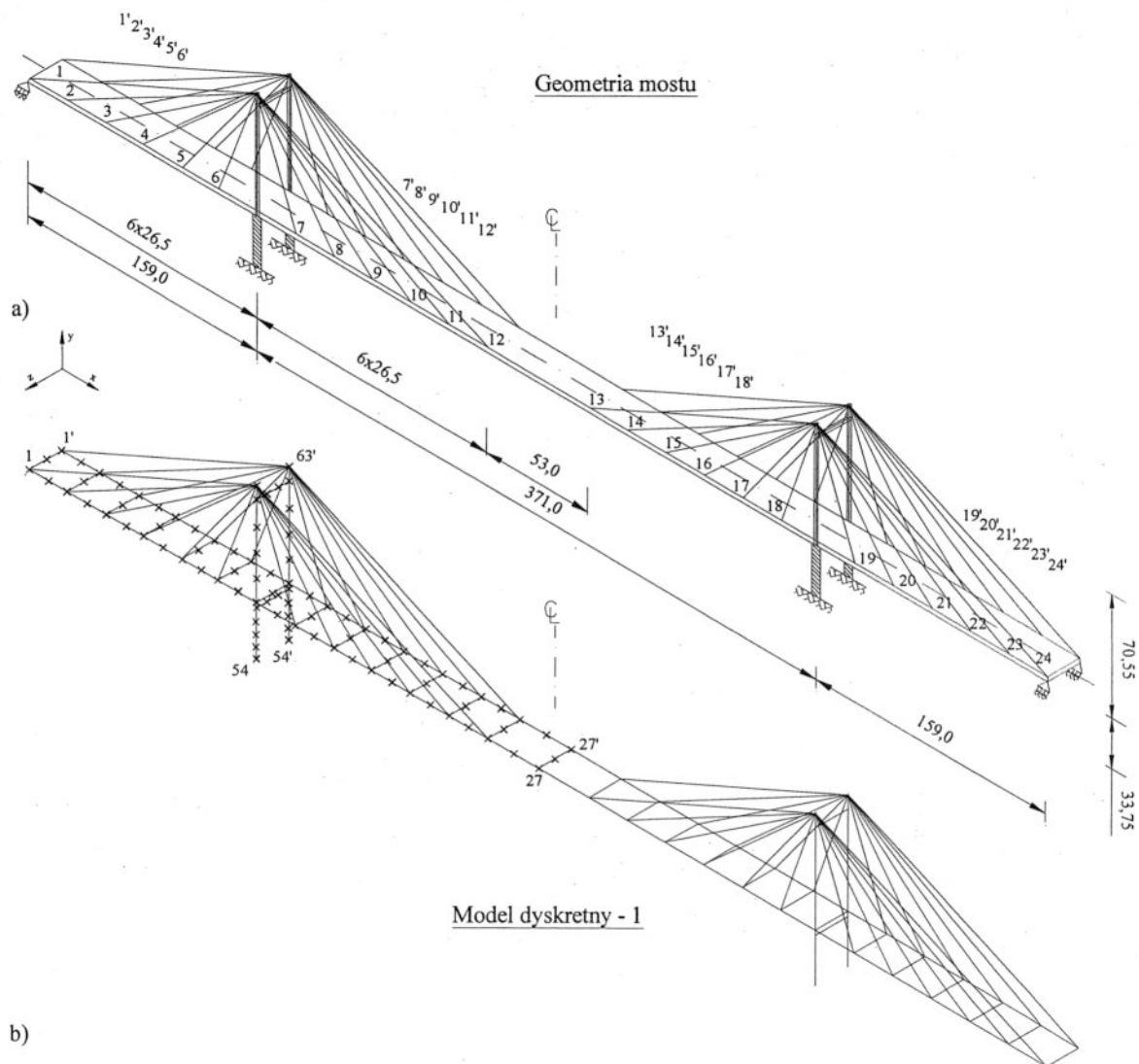
trójpřesłowych mostów wantowych z dwiema płaszczyznami want. Charakterystyki geometryczno-materiałowe zastosowanych przekrojów podano w tablicach 4.1 i 4.2–4.4. Dla każdego modelu wprowadzono jednocześnie po dwa równoległe dźwigary główne (w rozstawie osiowym 16,00 m) połączone ze sobą poprzecznikami o dużej sztywności. Słupy każdego z pylonów stężono poprzecznie w częściach dolnej (poniżej poziomu pomostu) oraz górnej, tworząc układy ramowe. Wykonane modele przestrzenne były osiowo symetryczne względem dwóch prostopadłych pionowych płaszczyzn środkowych, a wyjątek stanowią asymetryczne warunki brzegowe dla dźwigarów głównych względem osi podłużnej mostu i prostopadłej do niej w płaszczyźnie pomostu.

Podobnie jak w przypadku modeli płaskich, zastosowano po dwa modele dyskretny (1 i 2) dla każdego z układów, różniące się sposobem podziału makroelementów cięgowych na ES. Dla ułatwienia interpretacji wyników, wszystkie węzły i ES położone w II płaszczyźnie każdego z modeli oznaczono identyczną numeracją do tych, zlokalizowanych w I płaszczyźnie, wprowadzając indeks „'”. Dyskretyzacja poszczególnych makroelementów każdego modelu 3D odpowiada podziałowi zastosowanemu dla modeli 2D.

W tablicy 4.5 zestawiono liczby węzłów, elementów skończonych i stopni swobody zastosowanych w dyskretyzacji wszystkich przyjętych modeli obliczeniowych dwupylonowych mostów wantowych.

Tablica 4.4. Wstępne odkształcenia cięgien dla modelu obliczeniowego mostu o układzie radialnym want P^{II} -2D-h ($E_w = 165,00$ GPa, $\gamma_w = 92,50$ kN/m³)

Charakterystyki	Numer wanty					
	1, 24	2, 23	3, 22	4, 21	5, 20	6, 19
1	2	3	4	5	6	7
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	2210	2211	2301	2301	2048	2006
–	7, 18	8, 17	9, 16	10, 15	11, 14	12, 13
Wstępne odkształcenie ε_0 [$\times 10^{-6}$ m/m]	2653	2969	2863	2583	2433	2210



Rys. 4.6. Trójpřesłowy przestrzenny most o wantung w układzie radialnym (P^{II}-3D-r): a) geometria i b) przykładowy model dyskretny 3D z podziałem każdego cięćna na 1 ES (model 1)

4.3.3. Modele wykorzystane w analizie parametrycznej

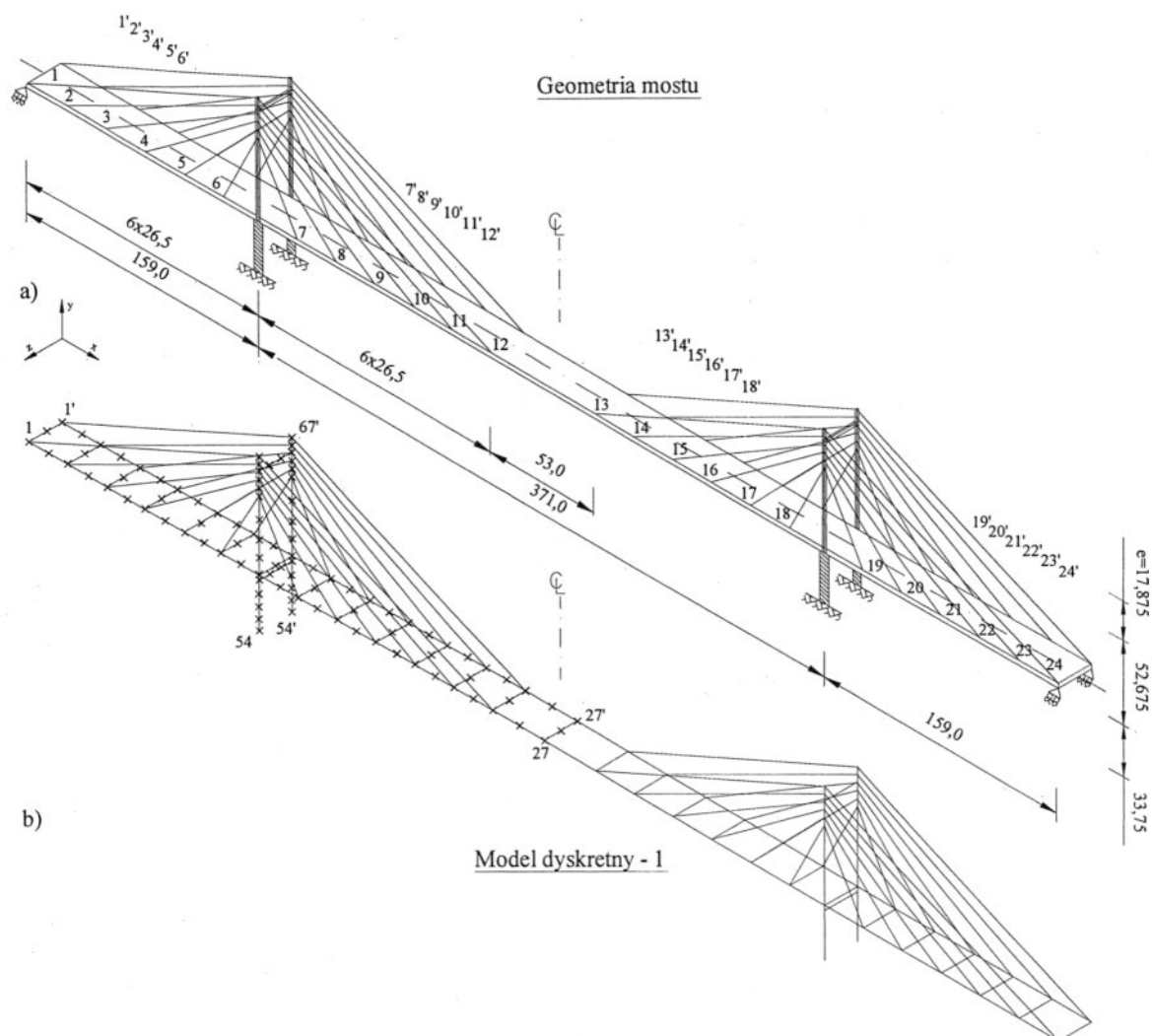
Do celów analizy parametrycznej zastosowano cztery płaskie 2D modele trójpřesłowych mostów wantung z wachlarzowym układem olinowania i zmienną liczbą cięćien w symetrycznej części přesłs głównego w zakresie od $i = 1$ do $i = 6$ (rys. 4.9). Podstawę odniesienia stanowił model P^{II}-2D-w wykorzystany do oceny wpływu nieliniowości w zakresie statycznym (rys. 4.4a). W obliczeniach parametrycznych uwzględniono złożoną nieliniowość (geometryczną i fizyczną), przyjmując podział makroelementów cięćnowych na kilka ES (rys. 4.4c).

Dla czterech zastosowanych układów wprowadzono zmienne wstępne naciągi want, kierując się wielkościami pionowych sił reakcyjnych w miejscach połączeń pomostu z cięćnami, uzyskanymi z liniowej analizy

Tablica 4.5. Zestawienie liczby węzłów i ES zastosowanych w dyskretyzacjach poszczególnych modeli płaskich i przestrzennych dwupylonowych mostów wantung

Lp.	Model		Liczba węzłów / ES dla modelu	
			2D	3D
1	2		3	4
1.	P ^{II} -2D/3D-w	1	81 / 102 (240)	228 / 270 (1174)
		2	189 / 210 (456)	444 / 486 (1822)
2.	P ^{II} -2D/3D-r	1	73 / 94 (216)	216 / 258 (1102)
		2	181 / 202 (432)	432 / 474 (1750)
3.	P ^{II} -2D/3D-h	1	87 / 108 (258)	240 / 282 (1246)
		2	187 / 208 (458)	440 / 482 (1846)
W nawiasach podano liczbę stopni swobody dla przyjętych modeli obliczeniowych.				

W nawiasach podano liczbę stopni swobody dla przyjętych modeli obliczeniowych.



Rys. 4.7. Trójpierściowy przestrzenny most o wantach w układzie wachlarzowym ($P^{\text{II}}\text{-3D-w}$):
a) geometria i b) przykładowy model dyskretny 3D z podziałem każdego cięgna na 1 ES (model 1)

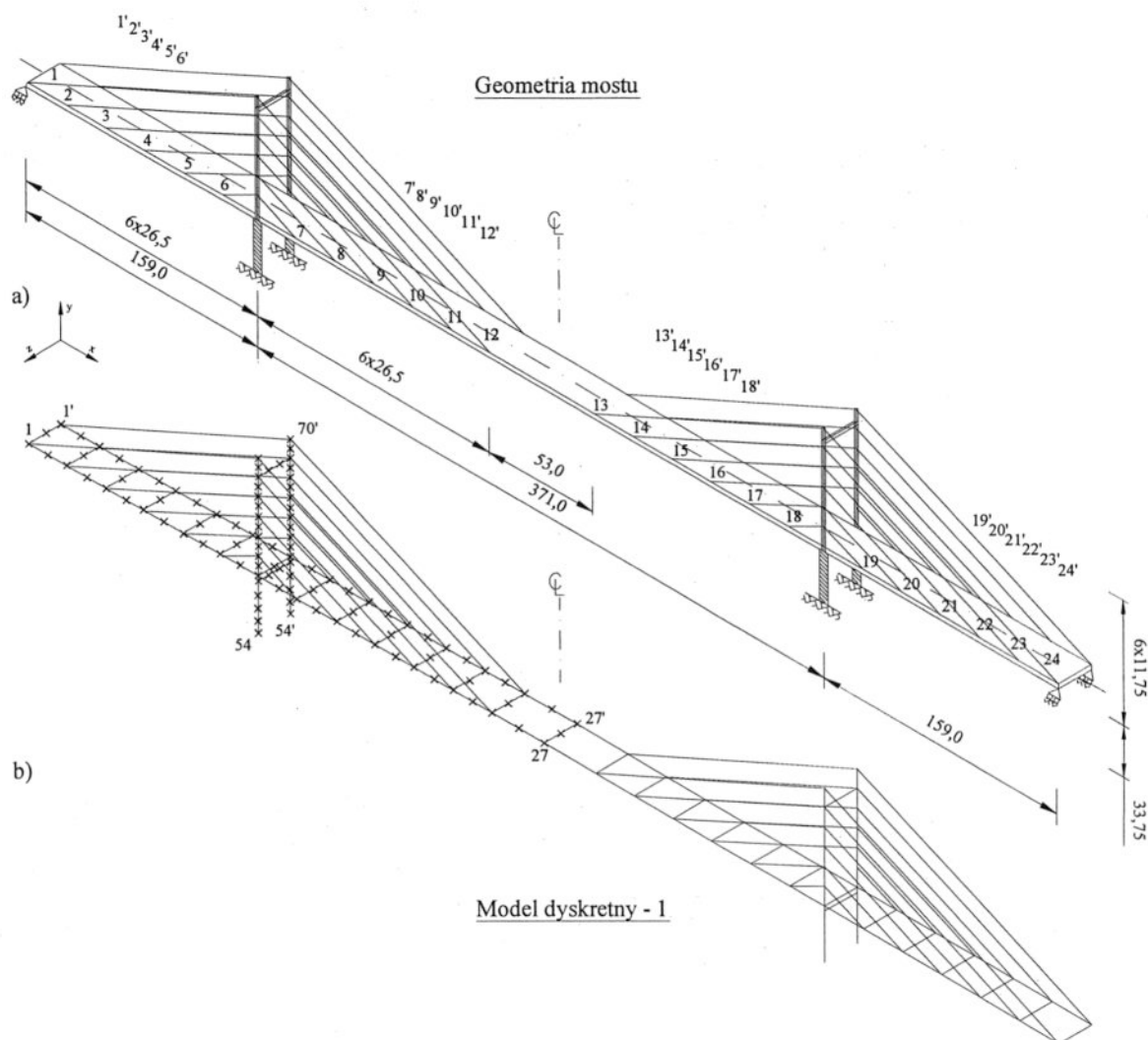
każdego z układów. Dodatkowym czynnikiem było uzyskanie dla wszystkich modeli identycznej wartości globalnego przemieszczenia pionowego w środku rozpiętości przęsła głównego dla obciążeń od ciężaru własnego i użytkowego.

Dla ułatwienia rozważań wprowadzono następujące założenia:

- pylony są utwierdzone w swych podstawach,
- przekroje poprzeczne pylonów dla części górnej i dolnej (poniżej poziomu pomostu) są identyczne,
- wszystkie podpory dźwigara głównego są przegubowo przesuwne z jedną podporą stałą na lewym pylonie, co pozwala np. na uniknięcie negatywnych wpływów termicznych na siły osiowe na

Tablica 4.6. Charakterystyki geometryczno-przekrojowe cięgien dla czterech przyjętych modeli obliczeniowych mostu o układzie wachlarzowym want $P^{\text{II}}\text{-2D-w1/6}$ ($E_w = 165 \text{ GPa}$, $\gamma_w = 92,50 \text{ kN/m}^3$)

Lp.	Charakterystyki	Modele						
		$P^{\text{II}}\text{-2D-w1}$		$P^{\text{II}}\text{-2D-w2}$		$P^{\text{II}}\text{-2D-w3}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Wanta	1	2	1	2	1	2	3
2.	Długość [m]	173,95	138,56	173,95	101,69	173,95	123,51	77,29
3.	Pole powierzchni [$\times 10^{-5} \text{ m}^2$]	5634	4488	5634	3294	5634	4000	2503
		$P^{\text{II}}\text{-2D-w6}$						
4.	Wanta	1	2	3	4	5	6	
5.	Długość [m]	173,95	148,47	123,51	99,5	77,29	58,97	
6.	Pole powierzchni [$\times 10^{-5} \text{ m}^2$]	5634	4809	4000	3223	2503	1910	



Rys. 4.8. Trójpřesłowy przestrzenny most o wantach w układzie harfowym ($P^{\text{II}}\text{-3D-h}$): a) geometria i b) przykładowy model dyskretny (3D) z podziałem każdego ciągu na 1 ES (model 1)

długości tego elementu konstrukcyjnego [147],

- przedział długości, na jakiej łączono ciąga na wysokości pylonu, nie przekracza 18% całkowitej jego wysokości,
- układ want względem osi pylonu jest symetryczny z wyjątkiem pierwszego modelu ($P^{\text{II}}\text{-2D-w1}$),
- sztywność osiowa k_c dla wszystkich ciągów jest stała.

Wyjściowe charakterystyki geometryczno-materiałowe dla dźwigarów głównych i pylonów podano w tablicy 4.1. Zgodnie z przyjętymi założeniami, w celu uzyskania stałej sztywności osiowej k_c , dla wszystkich ciągów w rozważanych czterech modelach obliczeniowych w tablicy 4.6 podano zaktualizowane charakterystyki geometryczno-przekrojowe dla każdego z nich.

W tablicy 4.7 zestawiono liczby węzłów, ES oraz liczbę stopni swobody dla analizowanych czterech układów dyskretnych.

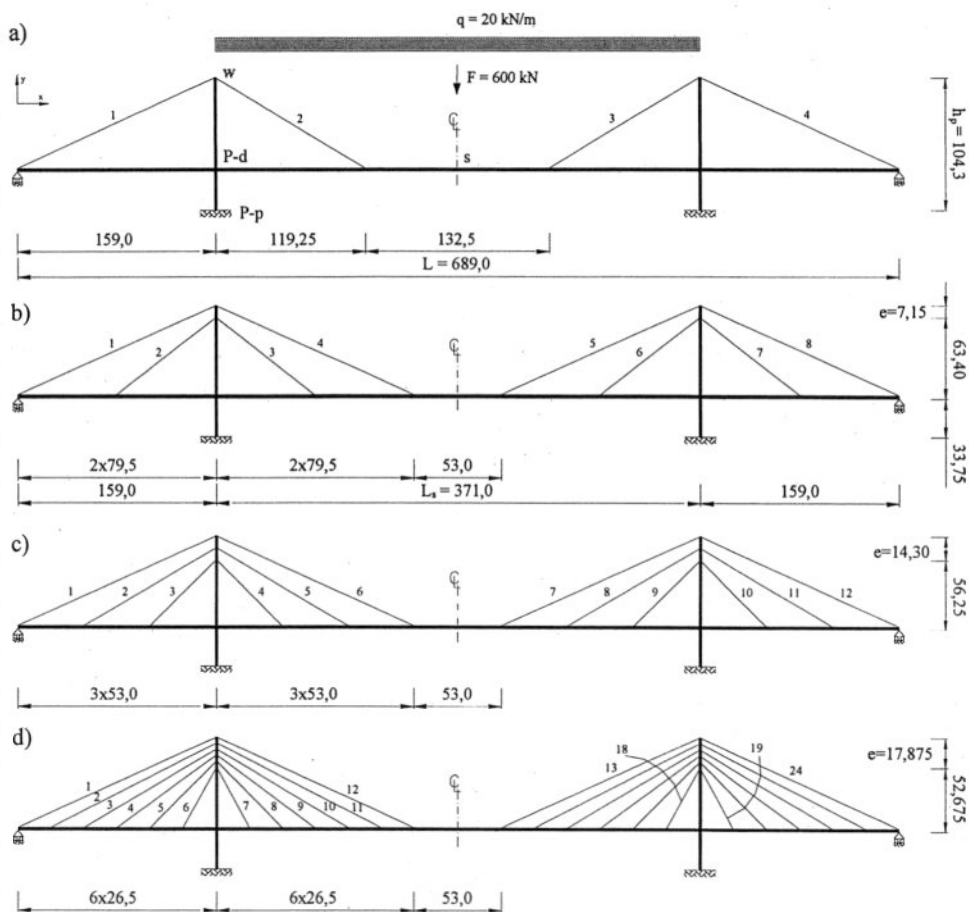
Tablica 4.7. Liczba węzłów i ES zastosowanych w dyskretyzacjach poszczególnych modeli płaskich (2) dwupylonowego mostu wantowego $P^{\text{II}}\text{-2D-w4/24}$

4.3.4. Modele mostów wielopylonowych

Przyjęty ogólny model obliczeniowy oparto na konstrukcji wielopřesłowego mostu wantowego z radialnym układem want, zaproponowanego w ramach konkursu na projekt i budowę przeprawy przez cieśninę Northumberland łączącej Wyspę

Lp.	Model	Liczba węzłów / ES	Liczba stopni swobody
1	2	3	4
1.	$P^{\text{II}}\text{-2D-w1}$	103 / 104	284
2.	$P^{\text{II}}\text{-2D-w2}$	125 / 130	328
3.	$P^{\text{II}}\text{-2D-w3}$	141 / 150	360
4.	$P^{\text{II}}\text{-2D-w6}$	189 / 210	456

Księcia Edwarda z a) Nowym Brunswikiem w południowo-wschodniej Kanadzie. Całkowita długość planowanego mostu wynosiła 13 km, a w jego skład wchodziło 40 przęseł głównych, każde o rozpiętości teoretycznej 250 m. Ze względu na niesprzyjające warunki klimatyczne założony okres budowy tego obiektu był stosunkowo krótki, stąd też Dilger, Tadros i Giannelis zaproponowali przyspieszoną metodę jego budowy [28]. Ostatecznie most o tej konstrukcji nie powstał, a przeprawę zrealizowano w postaci wieloprzęsłowego



Rys. 4.9. Zestawienie geometrii płaskich modeli mostów trójprzęsłowych o wachlarzowym układzie cięgien ze zmienną liczbą want: a) jedną ($P^{II-2D-w1}$), b) dwoma ($P^{II-2D-w2}$), c) trzema ($P^{II-2D-w3}$) i d) sześcioma ($P^{II-2D-w6}$)

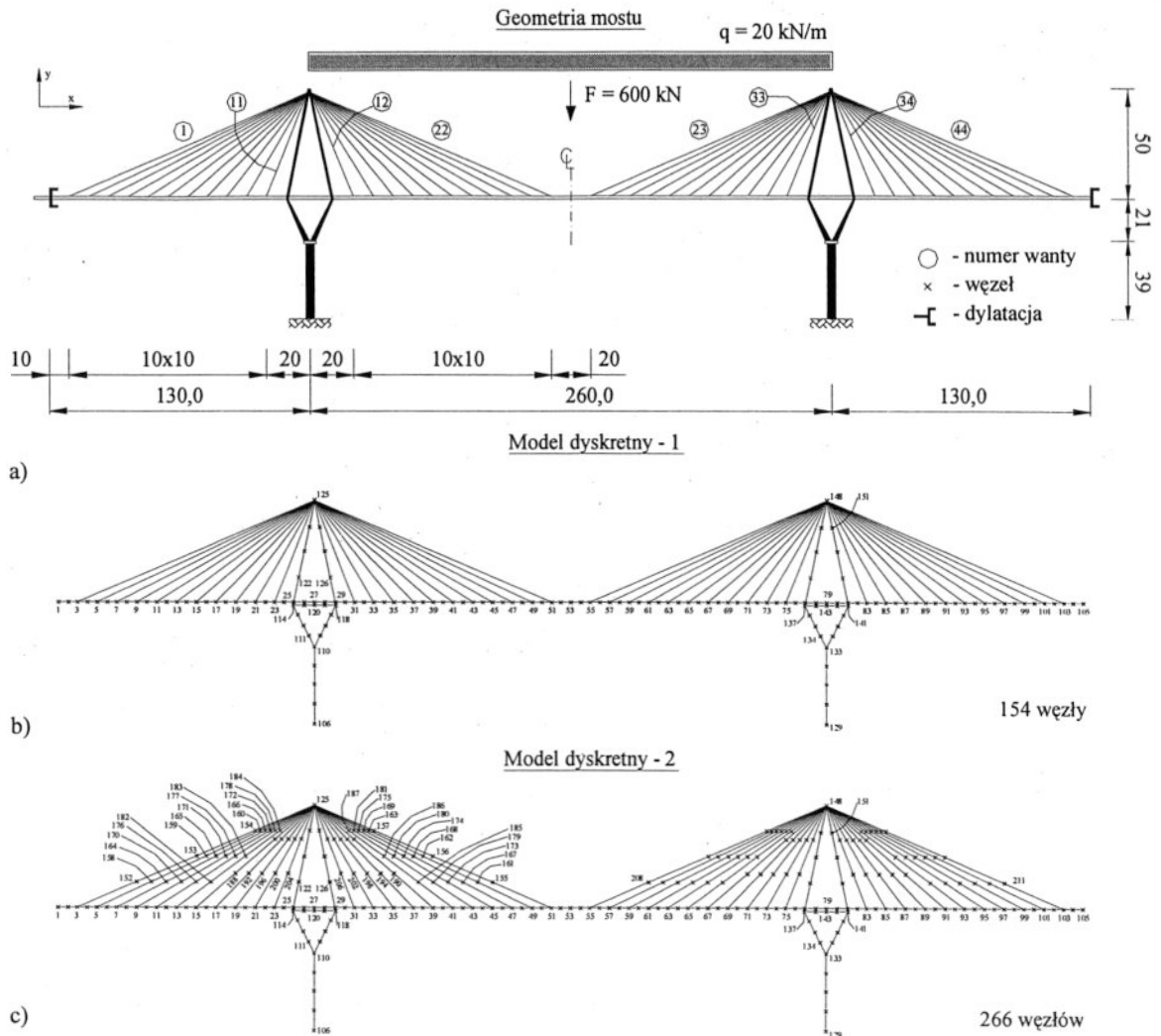
mostu skrzynkowego wykonanego w technologii betonu sprężonego (o całkowitej długości 12,9 km), znanego obecnie pod nazwą most Konfederacji [51].

W stosunku do pierwowzoru oryginalnego obiektu, analizę wpływów nieliniowych wielkości statycznych oparto na nieco zmodyfikowanej konstrukcji wieloprzęsłowego mostu wantungowego, co dotyczyło rozpiętości przęseł głównych i skrajnych oraz materiału pylonów. W rozważaniach przyjęto 1-, 2- i 3- modułowe modele obliczeniowe dla układów płaskich i przestrzennych. Na rysunku 5.10 przedstawiono geometrię oraz dwa płaskie modele (1 i 2) podstawowego trójprzęsłowego modułu mostu wantungowego (M1-2D). Podobnie, jak dla układów trójprzęsłowych, w modelach dyskretnych 1 każdemu cięgny przyporządkowano 1 ES, natomiast dla modeli 2 – 4 i 3 ES, odpowiednio dla want 1–6 oraz 7–11. Na rysunku 4.11 oraz w tablicach 4.8 i 4.9 podano szczegóły konstrukcyjne oraz charakterystyki geometryczno-materiałowe dla zastosowanych ES.

Tablica 4.8. Charakterystyki geometryczne i materiałowe modelu mostu M-2D/3D dla pomostu i pylonów

Części składowe mostu		Pole powierzchni przekroju A	Moment bezwładności J	Moduł Younga E	Ciężar właściwy γ_w
		[m ²]	[m ⁴]	[GPa]	[kN/m ³]
1		2	3	4	5
Pomost		0,80	1,96	205,00	110,00
Pylon	B-B	0,37	0,17	205,00	80,00
	C-C	0,90	1,80	205,00	80,00
	D-D	11,00	68,75	35,00	24,00
	E-E	0,20	0,07	205,00	80,00
Oznaczenia charakterystycznych przekrojów pylonu podano na rys. 4.11.					

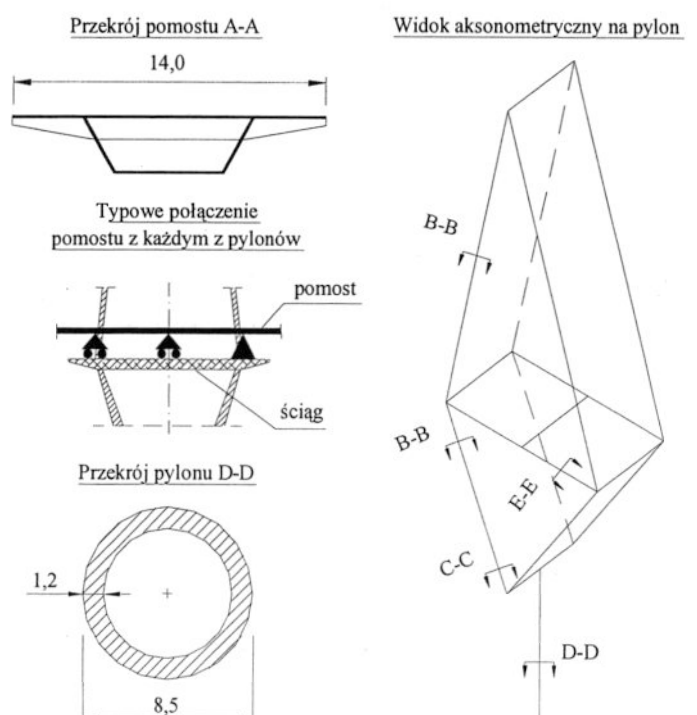
Na kolejnych rysunkach 4.12 i 4.13 zestawiono płaskie konfiguracje dla dwu- i trójmodułowego wantungowego mostu wieloprzęsłowego. W miejscach dylatacji między kolejnymi modułami zastosowano typ połączeń przenoszący momenty zginające, siły tnące oraz osiowe.



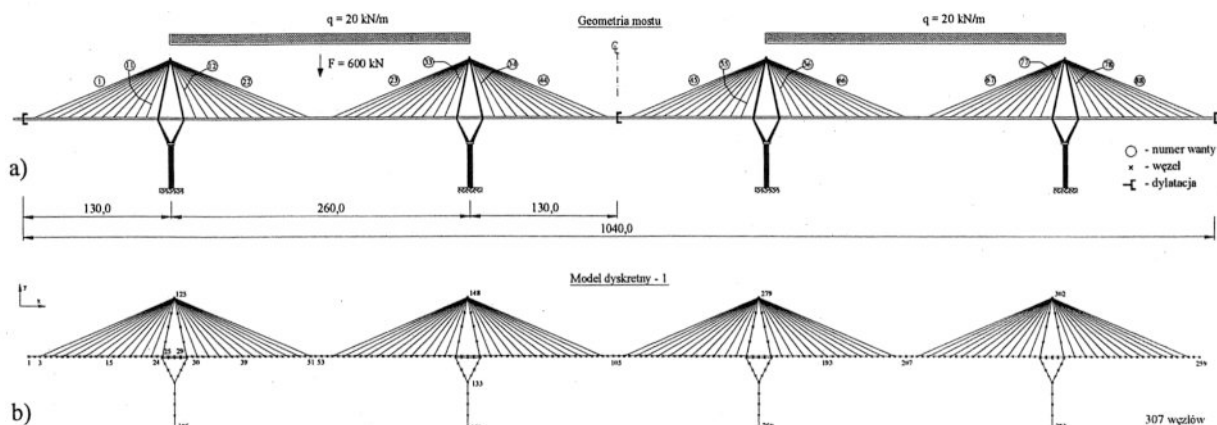
Rys. 4.10. Podstawowy trójprzęsłowy moduł mostu wantowego (M1-2D): a) geometria i płaskie (2D) modele dyskretnie z podziałem cięgien na b) 1 ES (model 1) oraz c) na kilka ES (model 2) przyjęty do analizy układów wieloprzęsłowych

Na rysunkach 4.14–4.16 przedstawiono przestrzenne 3D układy jedno-, dwu- i trójmodułowego wantowego mostu wieloprzęsłowego wraz z przykładowymi modelami obliczeniowymi 1 (podział cięgien na 1 ES). Z kolei na rys. 4.14c podano warunki brzegowe dla podstawowych schematów 2D i 3D.

W tabelicy 4.10 zestawiono liczby węzłów, ES oraz stopni swobody w przyjętych płaskich i przestrzennych modelach obliczeniowych mostu. Dodatkowo podano stosowne liczby elementów macierzy sztywności oraz maksymalne szerokości półpasma globalnych macierzy sztywności.



Rys. 4.11. Detale konstrukcyjne przyjęte w modelach obliczeniowych wantowego mostu wieloprzęsłowego M1/3-2D/3D



Rys. 4.12. Przyjęty do analizy układów wielopręsłowych dwumodułowy most wantung (M2-2D): a) geometria i b) przykładowy płaski (2D) model dyskretny z podziałem cięgien na 1 ES (model 1)

4.4. Przyjęte obciążenia i procedura rozwiązania

4.4.1. Uwagi ogólne

Wszystkie obliczenia wykonano w dwóch zasadniczych etapach, tj. uwzględniając wpływ ciężaru własnego wszystkich makroelementów konstrukcji każdego modelu mostu g_0 oraz obciążenia użytkowego na otrzymane wielkości statyczne.

Rozwiązanie problemu nieliniowego w zakresie statycznym zrealizowano w formie przyrostowo-iteracyjnej. Obciążenie przykładano do wybranych ES modeli dyskretnych w sposób krokowy, w postaci

Tablica 4.9. Przekroje poprzeczne want oraz nadane im wstępne odkształcenia dla każdego modułu wielopręsłowych modeli mostu M1/3-2D/3D ($E_w = 190 \text{ GPa}$, $\gamma_w = 90,00 \text{ kN/m}^3$)

Charakterystyki	Numer wanty										
	1, 22	2, 21	3, 20	4, 19	5, 18	6, 17	7, 16	8, 15	9, 14	10, 13	11, 12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pole powierzchni $A [\times 10^{-5} \text{ m}^2]$	896	896	728	728	616	616	504	504	448	448	336
Wstępne odkształcenie $\varepsilon_0 [\times 10^{-6} \text{ m/m}]$	2654	2463	2560	2605	2620	2635	2634	2513	2327	2345	2580

stałych przyrostów stosując krzywą czasową (rozdz. 3).

W procedurze rozwiązania nieliniowych równań równowagi zastosowano sterowanie obciążeniowe, wykorzystując metodę iteracyjną NR z założeniem zbieżności na poziomie $\varepsilon_T = 0,0001$.

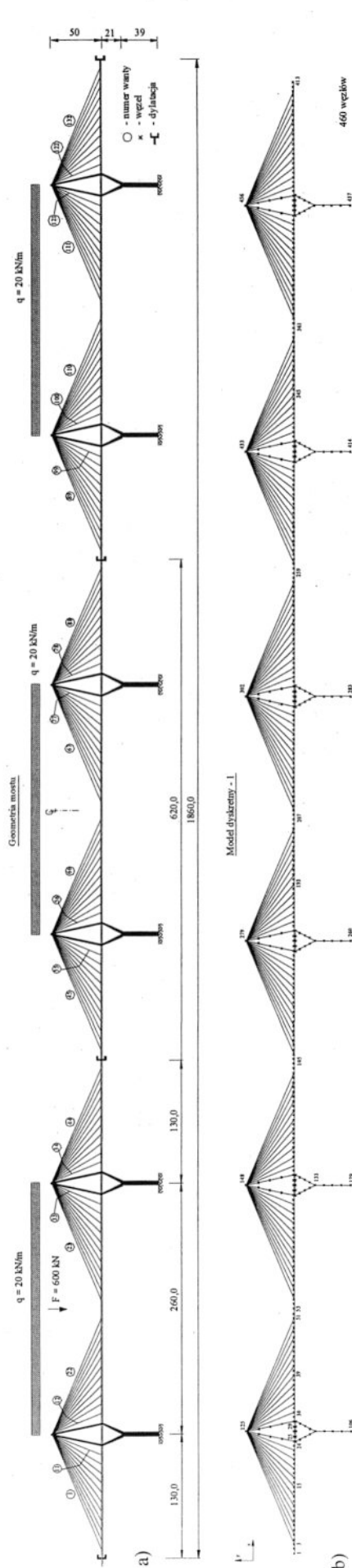
4.4.2. Dwupylonowe (trójpręsłowe) mosty wantung

Wszystkie przyjęte modele 2D mostów wantung obciążono statycznie w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego q na całej długości przęseł głównych oraz siły

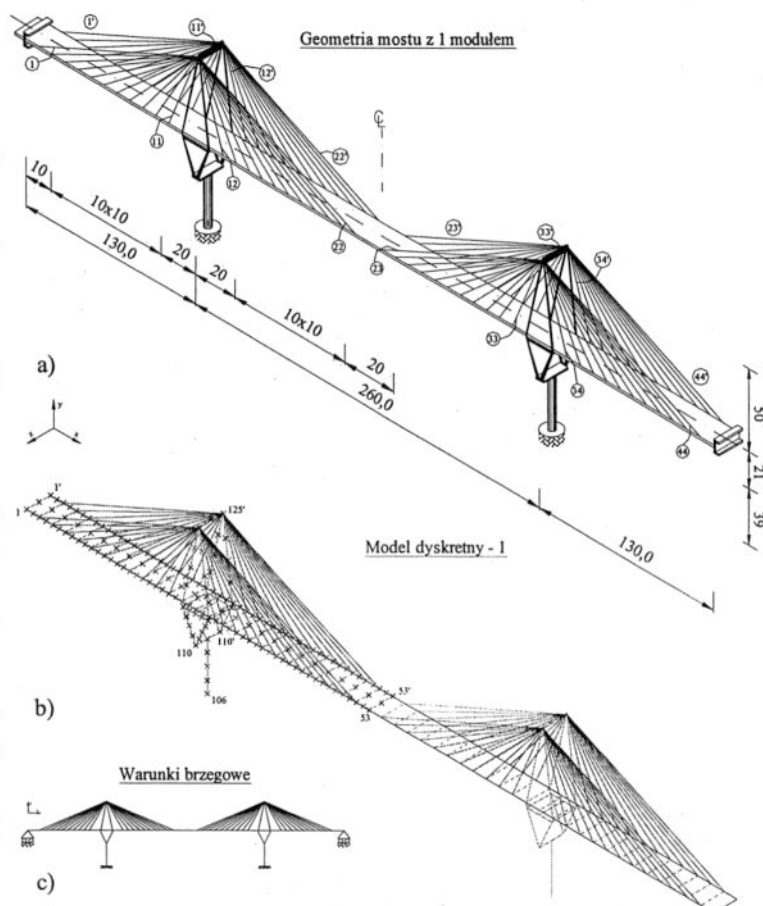
Tablica 4.10. Liczba węzłów, ES oraz stopni swobody dla zastosowanych modeli dyskretnych wielopręsłowego mostu wantung

Lp.	Oznaczenie modelu dyskretnego	Liczba węzłów / ES	Liczba stopni swobody
1	2	3	4
1.	MI-2D	1	154 / 196
		2	266 / 308
2.	MII-2D	1	307 / 392
		2	531 / 616
3.	MIII-2D	1	460 / 588
		2	796 / 924
4.	MI-3D	1	373 / 514
		2	597 / 738
5.	MII-3D	1	743 / 1026
		2	1191 / 1474
6.	MIII-3D	1	1113 / 1538
		2	1785 / 2210

W nawiasach kolumny 4 podano odpowiednio liczbę elementów globalnej macierzy sztywności oraz maksymalną szerokość półpasma macierzy.



Rys. 4.13. Przyjęty do analizy trójmodułowy most wantowy (M3-2D): a) geometria i b) przykładowy przestrzenny 3D model dyskretny z podziałem cięgien na 1 ES (model 1)



Rys. 4.14. Podstawowy trójprzęsłowy moduł mostu wantowego (M1-3D): a) geometria i b) przykładowy przestrzenny 3D model dyskretny z podziałem cięgien na 1 ES (model 1) oraz c) realizacja warunków brzegowych

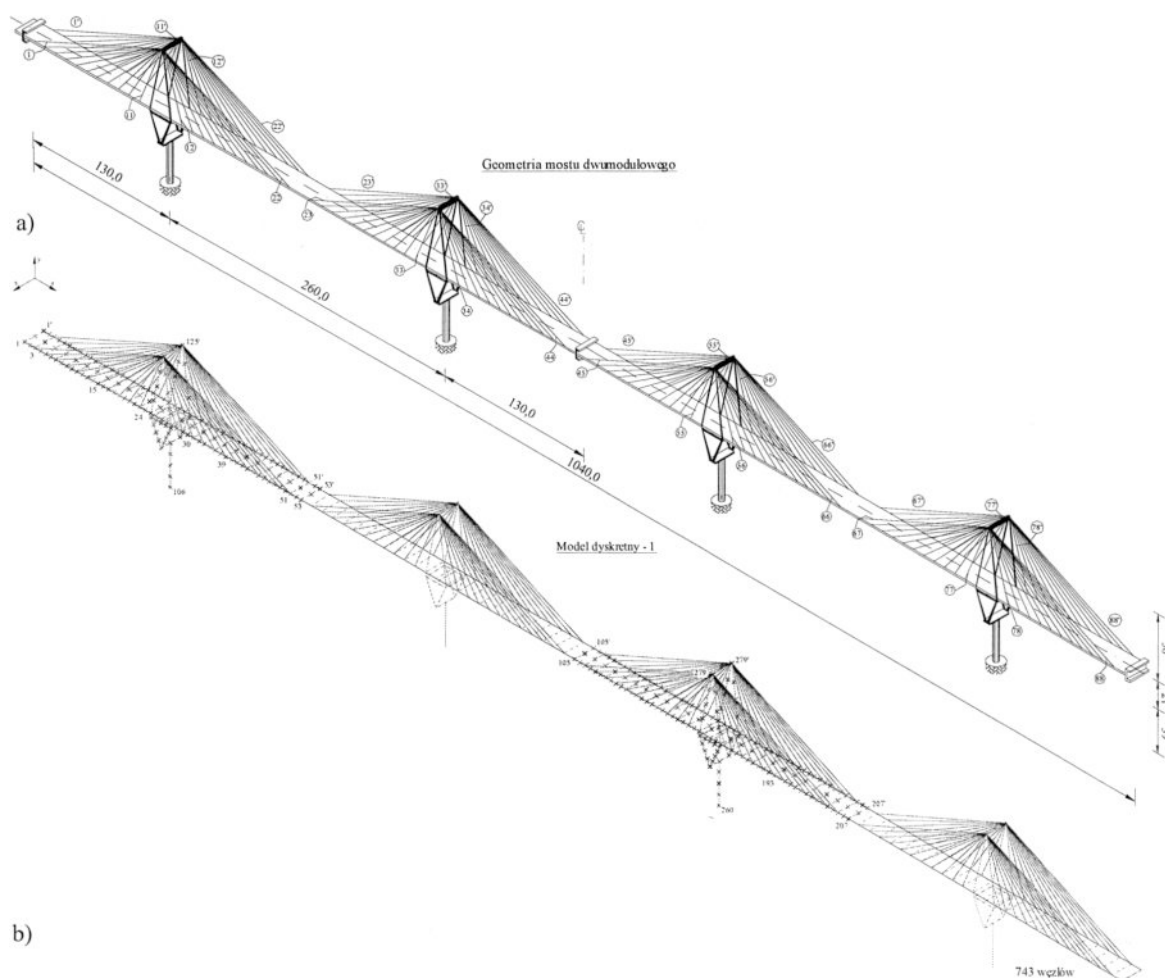
skupionej F w połowie ich rozpiętości (obciążenie pojazdem). W układach przestrzennych 3D zastosowano obciążenia asymetryczne w przekroju poprzecznym pomostu, przy czym jego rozkład w przekroju podłużnym mostu stanowił odzwierciedlenie zastosowanego dla modeli 2D. Na podstawie wykonanych wstępnych obliczeń dla modeli przestrzennych obciążonych ciężarem własnym oraz użytkowym symetrycznym, nie stwierdzono wyraźnego zróżnicowania wyników w zakresie analizy wpływów nieliniowych w odniesieniu do uzyskanych dla modeli 2D (nie przekraczały 0,2%) – zdecydowało to o nie uwzględnianiu tego rodzaju obciążeń w prowadzonych rozważaniach. Te mało istotne różnice dla podanych przykładów wynikały głównie z braku idealnego odwzorowania warunków brzegowych dla tych dwóch typów modeli oraz z uwzględnienia przestrzennej współpracy makroelementów poprzecznic i rygli pylonów 3D.

W tablicy 4.11 zestawiono rodzaje i wartości zastosowanych obciążeń dla modeli obliczeniowych dwupylonowych mostów wantowych.

Każdorazowo obliczenia prowadzono dwuetapowo poprzez jednoczesne zastosowanie trzech niezależnych krzywych czasowych, odrębnie dla danego typu obciążenia:

Tablica 4.11. Rodzaje i wartości przyjętych obciążeń dla modeli trójprzęsłowych mostów wantowych

Lp.	Rodzaj obciążenia	Wartość obciążenia dla modelu		Uwagi ogólne
		2D	3D	
1	2	3	4	5
1.	Ciężar własny (grawitacja) q_0 (g)	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$		stały na całej długości elementów
2.	Równomiernie rozłożone q	40,00 kN/m	80,00 kN/m	przyłożone na długości przęsła głównego
3.	Siła skupiona F	1200,00 kN	2400,00 kN	przyłożone w $l/2$ przęsła głównego

**Rys. 4.15.** Przyjęty do analizy układów wieloprzęsłowych dwumodułowy most wantowy (M23D):
a) geometria i b) przykładowy przestrzenny 3D model dyskretny z podziałem cięgien na 1 ES (model 1)**etap I:**

$$t_I' = 0-0,30,$$

w którym przyjęto przyrostowe (liniowe) obciążenie grawitacyjne dla wszystkich rozważanych ES oraz

etap II:

$$t_{II}' = 0,30-0,60,$$

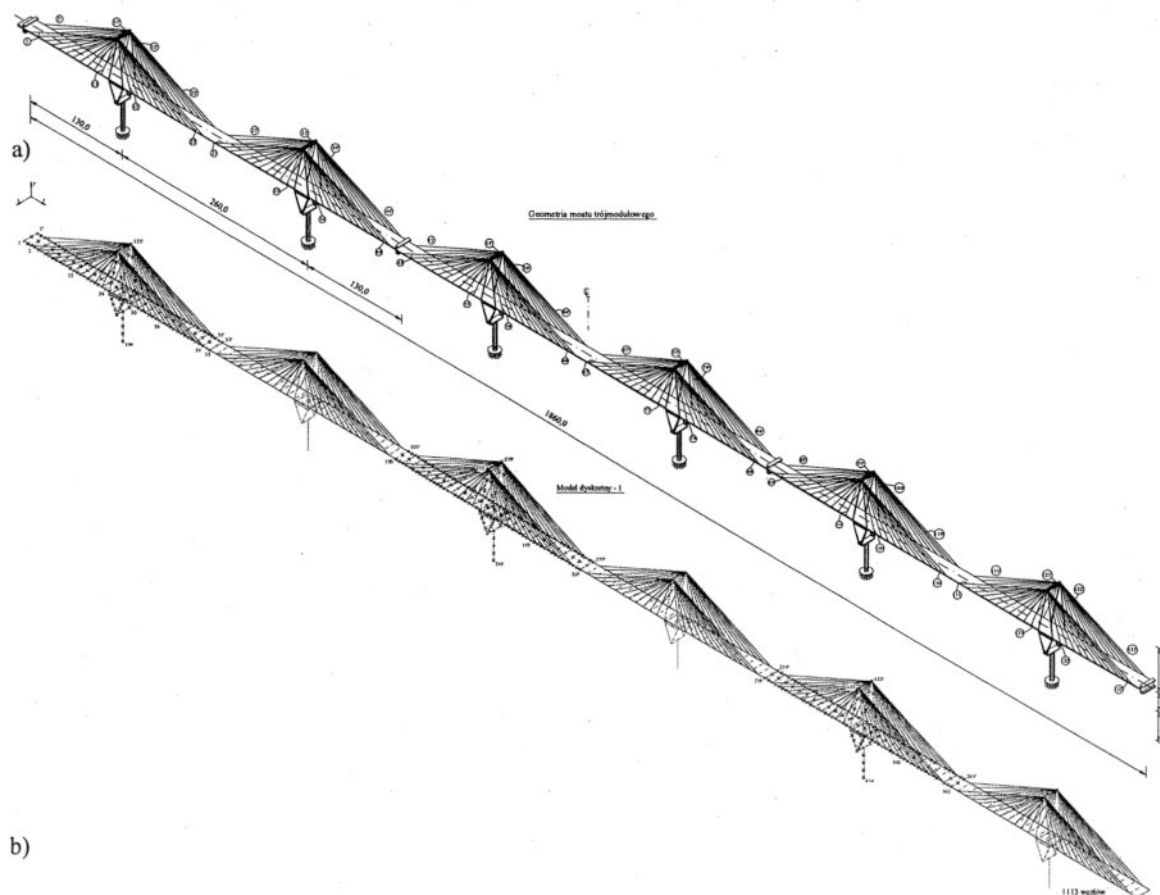
dla obciążeń równomiernie rozłożonego oraz w postaci pionowej siły skupionej (tab. 4.6), wg zależności (4.3) i (4.4):

$$\lambda_I = \lambda_{max} \times \frac{t_I' - 0,006}{0,006}. \quad (4.3)$$

$$\lambda_{II} = \lambda_{max} \times \frac{t_{II}' - 0,30}{0,30}. \quad (4.4)$$

Tablica 4.12. Rodzaje i wartości przyjętych obciążeń dla modelu trójprzęsłowego mostu do celów analizy parametrycznej

Lp.	Rodzaj obciążenia	Wartość obciążenia
1	2	3
1.	Ciężar własny (grawitacja) q_0 (g)	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$
2.	Równomiernie rozłożone q	20,00 kN/m
3.	Siła skupiona F	600,00 kN
Lokalizacja poszczególnych obciążeń odpowiada modelom mostów trójprzęsłowych (tablica 4.11).		



Rys. 4.16. Przyjęty do analizy układów wieloprzęsłowych trójmodułowy most wantowy (M3-3D):
a) geometria i b) przykładowy przestrzenny (3D) model dyskretny z podziałem cięgien na 1 ES (model 1)

Dwuetaповe podejście pozwoliło m.in. na uwzględnienie fazy montażowej mostu (etap I) oraz jego pracy pod obciążeniem użytkowym (etap II).

Potrzeba precyzyjnego śledzenia ścieżki rozwiązania wpłynęła na zastosowanie stałego rozmiaru przyrostu obciążenia λ o wartości $t^* = 0,006$ (nie wprowadzano procedury automatycznego doboru jego wielkości).

4.4.3. Parametryczna analiza trójprzęsłowego mostu wantowego

Obciążenie przyjętych do analizy parametrycznej płaskich modeli 2D mostów wykonano podobnie jak w poprzednim przypadku. W tablicy 4.12 zestawiono rodzaje i wielkości zastosowanych obciążeń (rys. 4.9).

Nieliniowy charakter pracy mostów wantowych sprawia, że przemieszczenia pionowe dźwigara głównego pod przyłożonym obciążeniem nie pozostają w liniowej zależności do funkcji jego sztywności giętnej ($1/EJ_G$). Dotyczy to również sił osiowych w cięgnach, czy pylonie i pomoście, jak również przemieszczeń poziomych i wywołanych obciążeniem przeseł momentów zginających w pylonie. Ze względu na przyjęte dwa stany obciążeń mostu, w rozważaniach zastosowano tym samym dwa

Tablica 4.13. Dane charakterystyczne dla analizowanych przypadków parametryzacji wybranego trójprzęsłowego mostu wantowego

Lp.	Sztywność cięgien ¹⁾ [kN/m]	Sztywność giętna [kN/m ²]		Parametry bezwymiarowe		
		Dźwigar główny EJ_D	Pylon EJ_P	EJ_P / EJ_D	$q_0 L^3 / EJ_D$	$(qL_s^3 + FL_s^2) / EJ_D$
1	2	3	4	5	6	7
1.	$5,344 \times 10^4$	$5,16 \times 10^{11}$	$1,29 \times 10^{11} - 1,29 \times 10^{12}$	0,25–2,5	76,02	2,13
2.	$5,344 \times 10^4$	$3,79 \times 10^{11} - 3,79 \times 10^{12}$	$9,48 \times 10^{11}$	2,5–0,25	10,35–103,50	0,29–2,90

¹⁾ Podana sztywność osiowa cięgien dotyczy wszystkich makroelementów przeseł skrajnych i głównego.

Tablica 4.14. Rodzaje i wartości przyjętych obciążeń dla modeli wieloprzęsłowych mostów wantowych

Lp.	Rodzaj obciążenia	Wartość obciążenia dla modelu		Uwagi ogólne
		2D	3D	
1	2	3	4	5
1.	Ciężar własny (grawitacja) q_o (g)	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$		stały na całej długości elementów
2.	Równomiernie rozłożone q	20,00 kN/m	40,00 kN/m	przyłożone na długości każdego przęsła głównego
3.	Siła skupiona F	600,00 kN	1200,00 kN	przyłożone w $l/2$ pierwszego przęsła głównego

bezwymiarowe parametry opisujące zmiany sztywności giętych dźwigara głównego w postaciach $q_o L^3 / EJ_D$ i $(q L_s^3 + F L_s^2) / EJ_D$. W tych przypadkach wzrost sztywności tego elementu implikuje, np. zwiększenie wielkości jego ugięcia.

W tablicy 4.13 podano charakterystyki wykorzystane w analizie parametrycznej dotyczące przyjętych sztywności osiowych cięgien, sztywności giętych dźwigara głównego oraz pylonów, wraz z zastosowanymi współczynnikami bezwymiarowymi.

Analogicznie jak w przypadku dotyczącym analizy nieliniowej mostów trójpřęsłowych, także do celów obliczeń parametrycznych przewidziano dwuetapowe podejście w zakresie obciążeń przyjętych modeli w identycznych przedziałach czasowych, według zależności (4.5):

$$\lambda_1 = \lambda_{max} \times \frac{t'_1 - 0,03}{0,03}, \quad (4.5)$$

zachowując stały rozmiar kroku λ o wartości $t' = 0,03$.

4.4.4. Wielomodułowe mosty wantowe

Wszystkie płaskie i przestrzenne układy wielopylonowych mostów wantowych obciążono w sposób analogiczny do poprzednich przypadków, tj. wyłącznie w przęsłach głównych każdego modułu, przykładając siłę skupioną w środku rozpiętości pierwszego z nich (rys. 4.10, 4.12 i 4.13). W modelach 3D zastosowano obciążenia asymetryczne w przekroju poprzecznym pomostu. W tablicy 4.14 zestawiono rodzaje i wielkości zastosowanych obciążeń dla przyjętych modeli obliczeniowych.

Zastosowane w analizowanych modelach przedziały czasu oraz wielkości kroku przyrostu obciążenia odpowiadają wartościom podanym dla mostów trójpřęsłowych (p. 4.4.2) oraz zależnościom (4.2) i (4.3).

4.5. Wyniki obliczeń

4.5.1. Modele mostów trójpřęsłowych

W trakcie wykonanych obliczeń nie pojawiły się niestabilności rozwiązywanych układów równań np. ze względu na osobliwość macierzy sztywności itp. Uwaga ta nie dotyczy wyboru metody MNR, dla której rozwiązania układów z uwzględnieniem zwisu cięgien (modele 2) nie uzyskiwały zbieżności dla założonych wielkości kroku (50) i maksymalnej liczby iteracji (20), stąd też – w myśl wniosków zawartych w rozdziale 3 – wykorzystano iteracje NR. W tablicy 4.15 podano liczby uzyskanych iteracji

Tablica 4.15. Zestawienie liczby iteracji dla pierwszych pięciu przyrostów obciążenia we wszystkich rozważanych modelach płaskich i przestrzennych dwupytonowych mostów wantowych

Lp.	Model	Liczba iteracji ($t'_1 = 0,006 - 0,03$) dla analiz		
		NLG-B1 / NLG-B2	NLG-W / NL-A1	NL-A2
1	2	3	4	5
1.	P ^{II} -2D/3D-w	7	14	14
2.	P ^{II} -2D/3D-r		14	15
3.	P ^{II} -2D/3D-h		13	14

Tablica 4.16. Zestawienie ugięć pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu 2D mostu P^{II}-2D-w dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	17,15	33,32	40,67	-122,50	-494,90	-931,00	-1176,00
2.	NLG-B1	17,86	34,10	41,88	-126,40	-502,30	-946,60	-1191,60
3.	NLG-B2	17,39	33,63	41,63	-125,69	-500,40	-944,80	-1188,70
4.	NLG-W	9,84	21,96	33,30	-119,66	-478,70	-897,00	-1125,40
5.	NL-A1	6,88	18,09	30,54	-116,65	-465,70	-875,10	-1101,70
6.	NL-A2	7,15	18,85	31,75	-119,41	-478,60	-899,00	-1130,80
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	153,15	177,50	106,00	-83,00	-270,00	-495,00	-630,00
8.	NLG-B1	153,01	177,66	105,71	-82,21	-271,44	-494,08	-627,00
9.	NLG-B2	154,87	179,88	107,00	-83,05	-273,75	-497,45	-630,70
10.	NLG-W	152,06	178,44	107,57	-84,74	-282,00	-514,49	-652,50
11.	NL-A1	162,94	191,06	114,43	-88,30	-292,62	-533,56	-675,40
12.	NL-A2	166,35	196,01	117,94	-91,18	-303,13	-551,86	-697,10

dla pierwszych pięciu kroków obciążenia ($t'=0,006-0,03$) dla wszystkich rozważanych typów nieliniowych analiz oraz zastosowanych modeli trójprzęsłowych mostów wariantowych (P^{II}).

Otrzymano wartości przemieszczeń globalnych we wszystkich węzłach, a także wielkości sił wewnętrznych oraz wyliczone w oparciu o hipotezę Hubera–Henky’ego–Misesa naprężenia zredukowane w ES modeli obliczeniowych mostu. Wyniki uzyskane z analizy numerycznej porównano w zakresie teorii liniowej oraz II-rzędu, uwzględniając – oddzielnie i przez złożenie – efekty dużych przemieszczeń, wzrostu sztywności elementów dźwigara głównego i pylonu pod działaniem osiowych sił ściskających oraz zwis want w ramach nieliniowości geometrycznej, a także nieliniowość fizyczną cięgien.

Symetria względem osi pionowej przęsła głównego wszystkich przyjętych modeli umożliwiła przedstawienie wyników obliczeń dla pierwszej połowy każdego z nich. Pewien wyjątek stanowią niesymetryczne warunki brzegowe dźwigarów głównych, które miały pewien wpływ na zróżnicowanie wyników, jednak był on pomijalny biorąc pod uwagę rozważania dotyczące oceny wpływów nieliniowych [10], [102].

Tablica 4.17. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym w [MNm] w wybranych węzłach modelu 2D mostu P^{II}-2D-w dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

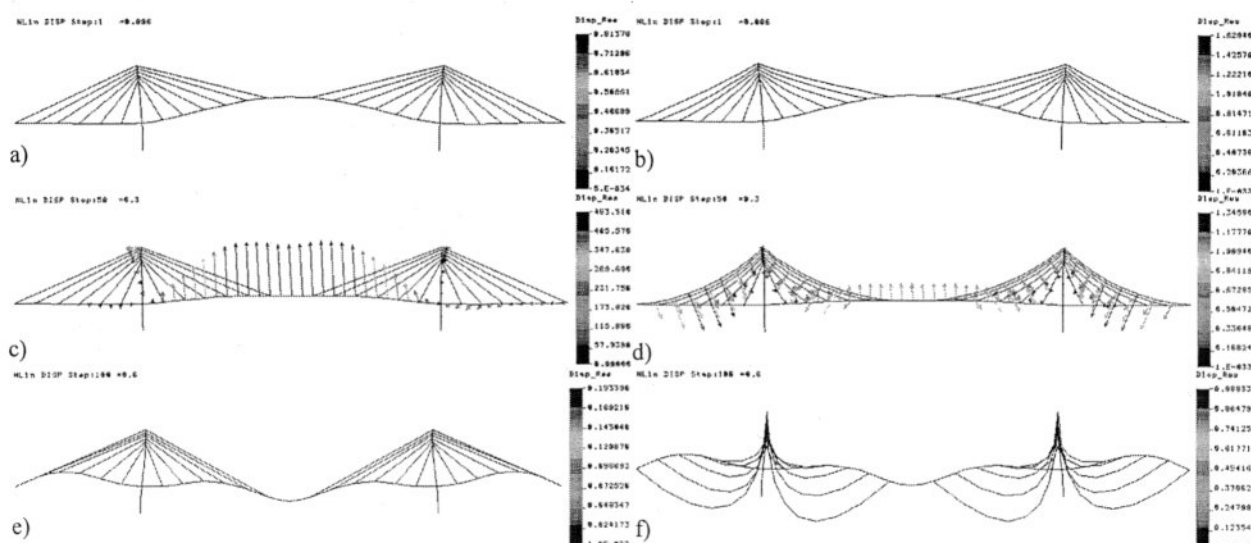
Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	-6,860	1,813	-83,300	-48,020	-14,651	-22,540	109,760
2.	NLG-B1	-7,006	1,641	-84,010	-48,430	-14,901	-22,280	109,960
3.	NLG-B2	-6,930	1,669	-83,580	-48,220	-14,992	-22,370	109,860
4.	NLG-W	-4,145	4,210	-83,440	-48,150	-12,771	-19,710	104,300
5.	NL-A1	-3,500	4,842	-82,980	-47,140	-12,520	-19,980	103,170
6.	NL-A2	-3,478	4,758	-84,320	-48,440	-13,159	-20,310	105,020
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	-32,100	-23,400	-9,000	-4,500	-8,000	-11,500	64,000
8.	NLG-B1	-32,133	-23,383	-8,920	-4,260	-7,650	-11,260	64,110
9.	NLG-B2	-32,541	-23,689	-8,860	-4,210	-7,600	-11,190	64,270
10.	NLG-W	-32,486	-23,940	-9,470	-4,970	-8,159	-11,690	66,080
11.	NL-A1	-35,095	-25,830	-8,680	-4,460	-8,672	-12,170	67,410
12.	NL-A2	-36,175	-26,830	-8,850	-4,820	-8,963	-12,280	68,620

Tablica 4.18. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w wantach w [MN] w wybranych węzłach i ES modelu 2D mostu P^{II}-2D-w dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

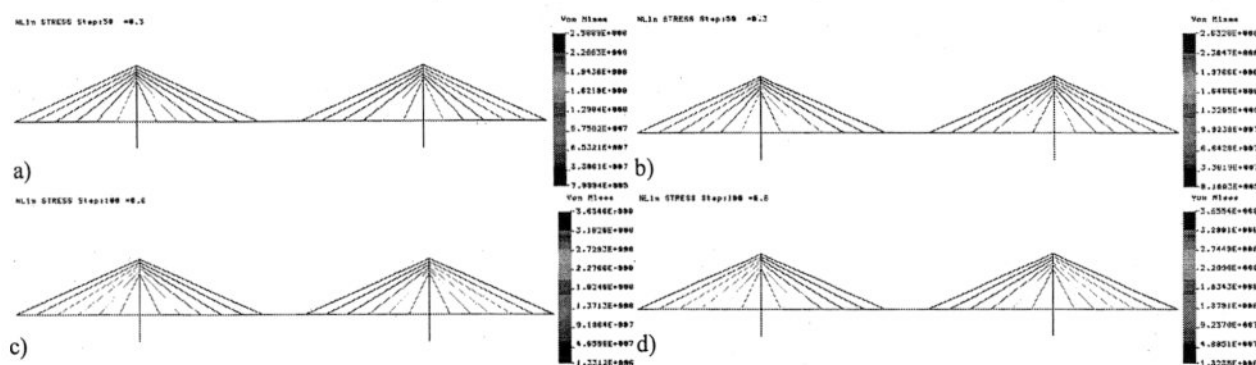
Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wantach				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł/wanta:		54	58	61	1	2	9	11	12
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	Liniowa	93,100	61,740	15,680	9,413	7,878	5,954	7,772	8,415
2.	NLG-B1	92,710	61,990	15,740	9,471	7,914	5,959	7,784	8,412
3.	NLG-B2	92,340	61,870	15,700	9,443	7,899	5,958	7,786	8,421
4.	NLG-W	87,890	56,580	12,910	9,793	8,025	5,911	7,792	8,690
5.	NL-A1	84,250	55,960	13,740	9,688	7,957	5,846	7,787	8,724
6.	NL-A2	86,440	57,510	14,110	9,645	7,950	5,858	7,768	8,671
Obciążenie użytkowe									
7.	Liniowa	88,000	47,000	-12,000	6,656	3,572	2,154	2,975	3,287
8.	NLG-B1	88,030	46,610	-11,660	6,602	3,538	2,154	2,976	3,287
9.	NLG-B2	88,780	47,320	-12,470	6,677	3,578	2,155	2,974	3,280
10.	NLG-W	88,730	47,910	-9,810	6,201	3,424	2,170	2,895	3,092
11.	NL-A1	93,120	50,630	-11,130	6,498	3,556	2,206	2,961	3,150
12.	NL-A2	94,970	52,060	-10,480	6,427	3,548	2,217	2,947	3,120

Wyniki przemieszczeń oraz sił wewnętrznych (momentów zginających i sił osiowych) pogrupowano tabelarycznie dla sześciu typów analiz, tj. wg teorii I-rzędu przy założeniu stałej sztywności osiowej cięgien, oddzielnie dla analiz nieliniowych geometrycznie (NLG-B1, NLG-B2, NLG-W), przy złożeniu wpływów (NL-A1), oraz z dodatkowym zastosowaniem nieliniowości fizycznej dla materiału cięgien – NL-A2 (por. p. 4.2.2). Uzyskane wyniki podano oddzielnie dla dwóch etapów obliczeń różniących się rodzajami i kolejnością przykładanych obciążeń.

Do prezentacji rezultatów przemieszczeń pionowych wybrano dla modeli płaskich charakterystyczne węzły zlokalizowane na długościach przęseł skrajnego (4, 7 i 10) i głównego (15, 19, 23 i 27), dla których podano również wartości momentów zginających (odpowiednio w węzłach 7, 8, 13 oraz 14, 18, 19 i 27). Przedstawiono również wyniki momentów zginających w trzech punktach na wysokości pylonu (węzły 54, 57 i 61), tj. w jego podstawie, na poziomie pomostu oraz w jego górnej części (powyżej poziomu pomostu). Siły osiowe podano dla wybranych makroelementów cięgnowych (1, 2, 9, 11 i 12), przyjmując wartości dla środkowych ES (modele 2).



Rys. 4.17. Deformacje płaskich modeli 1 (a, c i e) i 2 (b, d i f) dwupylonowych mostów wantowych z wachlarzowym układem cięgien (P^{II}-2D-w): a), b) dla wstępnego naciągu want ($t' = 0,006$), c) i d) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.18. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a i c) i 2 (b i d) dwupylonowych mostów wawtowych z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$): a), b) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2

Przemieszczenia i siły wewnętrzne dla modeli 3D podano w identycznych z modelami 2D węzłach zlokalizowanych w obu pionowych i symetrycznych względem osi podłużnej mostu płaszczyznach.

W tablicach 4.16–4.18 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich 2D modeli 1 i 2 mostu z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$).

Na rysunku 4.17 przedstawiono przykładowe deformacje modeli 1 i 2 mostu z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$) dla trzech faz jego obciążenia, tj. po zastosowaniu wstępnego naciągu want, pod obciążeniem własnym oraz użytkowym ($t' = 0,006$, $0,3$ oraz $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A2. Dla dwóch pierwszych par (a i b oraz c i d) zastosowano skalę deformacji $20 : 1$, natomiast dla ostatniej (e i f) – skalę $100 : 1$. Na rysunku 4.18 zestawiono przykładowe wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 i 2 ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$) przy uwzględnieniu ciężaru własnego oraz pod obciążeniem użytkowym po wykonaniu obliczeń w wymienionym zakresie.

W tablicach 4.19–4.21 podano odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarach głównych oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz pod obciążeniem użytkowym asymetrycznym dla przestrzennych 3D modeli 1 i 2 mostu z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-3D-w}$).

Na rysunkach 4.19 i 4.20 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w modelach 1 i 2 mostu z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-3D-w}$) dla dwóch etapów jego obciążenia, tj. pod obciążeniem własnym oraz użytkowym asymetrycznym ($t' = 0,3$ i $0,6$) po wyko-

Tablica 4.19. Zestawienie ugięć pomostu w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu ($P^{\text{II}}\text{-3D-w}$) dla rozważanych analiz w zakresie użytkowego obciążenia asymetrycznego

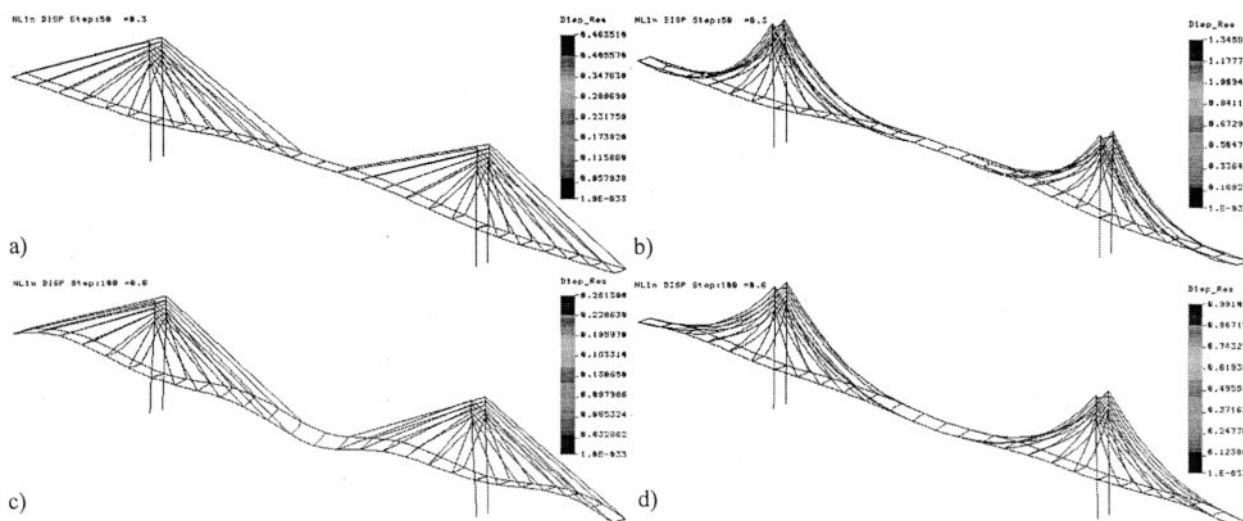
Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
1.	Liniowa	158,00	184,00	111,50	-101,00	-315,00	-555,00	-700,00
2.	NLG-B1	155,01	180,26	107,77	-96,70	-311,13	-551,09	-692,20
3.	NLG-B2	159,77	186,48	112,53	-101,19	-317,99	-558,50	-698,60
4.	NLG-W	153,96	180,94	109,56	-99,25	-321,76	-571,61	-717,80
5.	NL-A1	164,94	193,66	116,46	-102,88	-332,56	-590,91	-741,00
6.	NL-A2	168,25	198,51	119,93	-105,89	-343,40	-609,60	-763,10
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
7.	Liniowa	154,15	179,00	107,50	-74,00	-240,00	-445,00	-570,00
8.	NLG-B1	151,01	174,96	103,62	-67,70	-231,69	-436,95	-561,60
9.	NLG-B2	155,87	181,38	108,66	-74,24	-240,01	-445,52	-568,80
10.	NLG-W	150,06	175,84	105,52	-70,13	-241,90	-456,90	-586,60
11.	NL-A1	161,04	188,46	112,36	-73,65	-252,50	-475,82	-609,37
12.	NL-A2	164,45	193,51	115,93	-76,41	-262,65	-493,73	-630,60

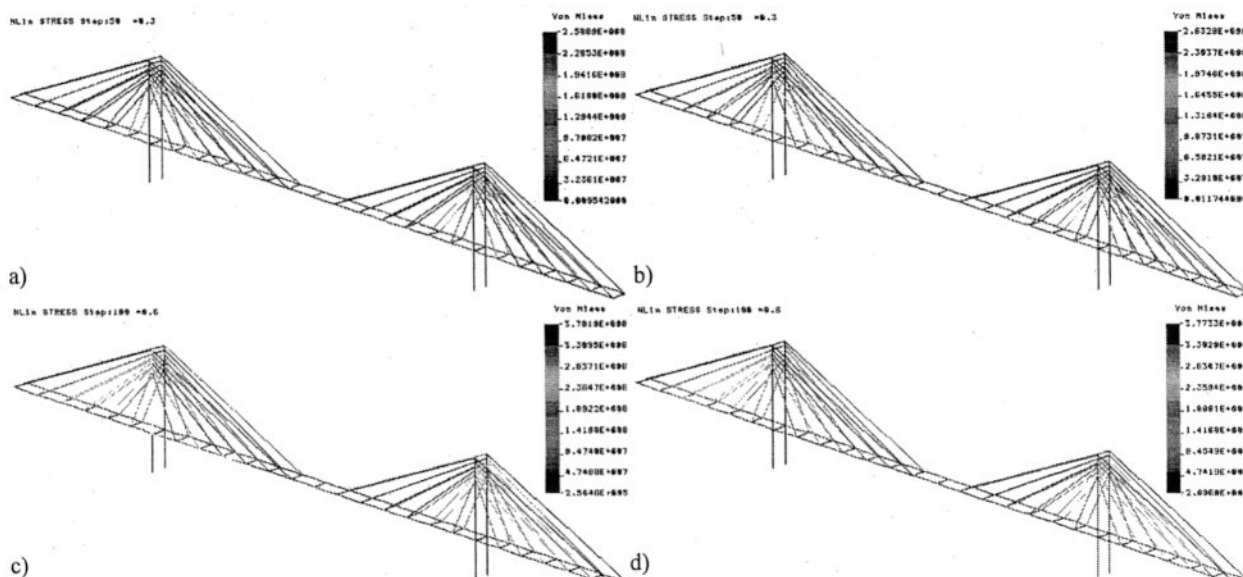
Tablica 4.20. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym w [MNm] w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu (P^{II}-3D-w) dla rozważanych analiz w zakresie użytkowego obciążenia asymetrycznego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
1.	Liniowa	-33,000	-24,150	-24,000	-6,500	-5,000	-6,000	68,500
2.	NLG-B1	-32,653	-23,713	-21,950	-7,260	-5,340	-6,040	68,230
3.	NLG-B2	-33,491	-24,459	-23,790	-6,060	-5,020	-6,010	68,480
4.	NLG-W	-32,996	-24,260	-22,620	-7,980	-5,849	-6,440	70,210
5.	NL-A1	-35,615	-26,160	-21,840	-7,510	-6,352	-6,900	71,520
6.	NL-A2	-36,675	-27,150	-22,200	-7,920	-6,613	-6,940	72,730
Węzeł:		7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'
7.	Liniowa	-32,000	-23,500	3,500	-2,000	-10,000	-17,000	60,000
8.	NLG-B1	-31,603	-23,043	4,100	-1,260	-9,960	-16,460	59,960
9.	NLG-B2	-32,481	-23,789	3,930	-1,980	-9,760	-16,560	60,130
10.	NLG-W	-31,976	-23,610	3,720	-1,930	-10,479	-16,940	61,930
11.	NL-A1	-34,585	-25,500	4,520	-1,400	-11,002	-17,450	63,260
12.	NL-A2	-35,665	-26,510	4,530	-1,690	-11,303	-17,620	64,480

Tablica 4.21. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w [MN] w wybranych węzłach i ES modelu przestrzennego mostu (P^{II}-3D-w) dla rozważanych analiz w zakresie użytkowego obciążenia asymetrycznego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wawtach				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł/wawta:		54	58	61	1	2	9	11	12
1.	Liniowa	84,500	58,000	-13,500	7,391	4,146	2,762	3,406	3,668
2.	NLG-B1	83,100	56,390	-11,590	7,238	4,062	2,730	3,422	3,700
3.	NLG-B2	85,630	58,390	-13,780	7,413	4,154	2,763	3,405	3,663
4.	NLG-W	83,770	57,710	-9,690	6,808	3,922	2,733	3,321	3,478
5.	NL-A1	88,090	60,490	-11,030	7,111	4,059	2,771	3,387	3,534
6.	NL-A2	89,990	61,850	-10,290	7,017	4,032	2,764	3,359	3,491
Węzeł/wawta:		54'	58'	61'	1'	2'	9'	11'	12'
7.	Liniowa	94,500	39,000	-14,000	6,137	3,114	1,632	2,521	2,845
8.	NLG-B1	92,930	36,822	-11,730	5,964	3,013	1,577	2,529	2,872
9.	NLG-B2	95,200	39,480	-14,200	6,156	3,118	1,632	2,517	2,835
10.	NLG-W	93,620	38,078	-9,940	5,591	2,924	1,606	2,468	2,706
11.	NL-A1	98,090	40,755	-11,230	5,883	3,053	1,642	2,535	2,765
12.	NL-A2	99,870	42,241	-10,670	5,837	3,063	1,670	2,535	2,748

**Rys. 4.19.** Deformacje przestrzennych modeli 1 i 2 dwupylonowych mostów wawtowych z wachlarzowym układem cięgień (P^{II}-3D-w): a), b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.20. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 i 2 dwupylonowych mostów wantowych z wachlarzowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$): a), b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2

naniu analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2. Dla rysunków 4.19a, b i d podano przemieszczenia w skalach 20 : 1, a na rys. 4.19c – 60 : 1.

W tablicach 4.22–4.24 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich modeli 1 i 2 mostu z harfowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-h}$).

Na rysunkach 4.21 i 4.22 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia w ES płaskich modeli 1 i 2 mostu z harfowym układem cięgien ($P^{\text{II}}\text{-2D-h}$) dla trzech faz jego obciążenia ($t' = 0,006$, 0,3 oraz 0,6) dla analiz NLG-B2 i NL-A2. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układu $P^{\text{II}}\text{-2D-w}$.

W tablicach 4.25–4.27 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarach głównych oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz pod obciążeniem użytkowym asymetrycznym dla

Tablica 4.22. Zestawienie ugięć pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu 2D mostu $P^{\text{II}}\text{-2D-h}$ dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	-64,68	-75,46	-15,19	-156,80	-637,00	-1078,00	-1323,00
2.	NLG-B1	-64,15	-75,24	-14,39	-157,62	-642,40	-1094,00	-1321,80
3.	NLG-B2	-64,55	-75,71	-14,69	-157,21	-641,00	-1091,60	-1319,40
4.	NLG-W	-65,16	-76,70	-15,10	-157,05	-634,90	-1066,90	-1281,40
5.	NL-A1	-72,89	-87,67	-23,13	-149,99	-611,20	-1031,20	-1242,90
6.	NL-A2	-74,80	-89,56	-23,06	-154,11	-629,60	-1062,20	-1279,20
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	172,00	216,00	143,00	-122,00	-365,00	-565,00	-685,00
8.	NLG-B1	172,75	217,35	143,91	-122,36	-363,13	-564,60	-685,00
9.	NLG-B2	174,87	220,08	145,70	-123,66	-366,34	-568,30	-688,50
10.	NLG-W	163,56	205,42	136,28	-118,58	-360,24	-572,08	-697,30
11.	NL-A1	180,82	228,15	150,89	-127,57	-381,73	-599,65	-728,70
12.	NL-A2	183,60	232,31	154,28	-130,97	-393,90	-620,30	-753,40

Tablica 4.23. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym w [MNm] w wybranych węzłach modelu 2D mostu P^{II}-2D-h dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	23,520	27,048	-142,100	-88,200	5,188	3,920	97,510
2.	NLG-B1	23,537	27,144	-143,140	-88,830	5,278	4,230	98,110
3.	NLG-B2	23,621	27,217	-143,057	-88,840	5,292	4,210	97,970
4.	NLG-W	24,100	27,341	-143,191	-88,420	7,903	7,200	93,860
5.	NL-A1	26,170	29,516	-142,473	-87,520	7,540	6,190	92,350
6.	NL-A2	26,963	29,967	-145,558	-90,010	7,391	6,570	94,100
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	-39,100	-33,000	-18,700	-7,000	8,500	5,500	51,000
8.	NLG-B1	-39,497	-33,330	-18,380	-7,000	8,522	5,540	50,960
9.	NLG-B2	-40,031	-33,800	-18,373	-6,920	8,786	5,820	50,950
10.	NLG-W	-37,110	-31,070	-19,589	-8,560	6,198	3,470	54,120
11.	NL-A1	-41,750	-35,220	-18,407	-7,380	7,630	4,750	53,870
12.	NL-A2	-42,553	-36,070	-19,012	-7,960	7,419	4,700	55,170

Tablica 4.24. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w [MN] w wybranych węzłach i ES mostu P^{II}-2D-h dla analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

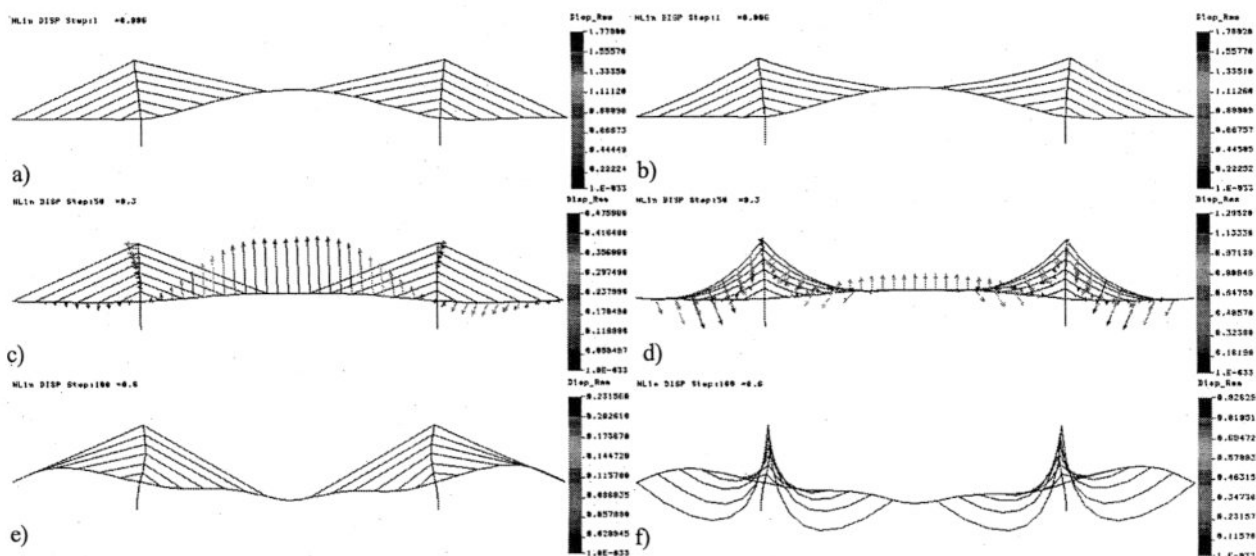
Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wantach				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł/wanta:		54	58	61	1	2	9	11	12
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	Liniowa	76,930	98,000	-4,410	10,085	8,780	7,035	8,732	9,727
2.	NLG-B1	84,331	94,120	-4,770	10,152	8,833	7,054	8,757	9,735
3.	NLG-B2	84,080	94,010	-4,810	10,133	8,823	7,053	8,760	9,744
4.	NLG-W	96,648	83,770	-8,380	10,573	8,943	6,966	8,799	10,063
5.	NL-A1	79,169	86,760	-5,690	10,389	8,845	6,940	8,747	10,001
6.	NL-A2	81,496	89,430	-5,700	10,365	8,831	6,909	8,731	9,974
Obciążenie użytkowe									
7.	Liniowa	120,950	80,000	-55,000	6,550	3,456	2,442	3,412	4,193
8.	NLG-B1	123,649	79,220	-54,660	6,523	3,430	2,451	3,413	4,192
9.	NLG-B2	125,000	80,120	-56,100	6,583	3,464	2,445	3,412	4,194
10.	NLG-W	116,042	78,490	-49,000	6,041	3,329	2,427	3,323	3,939
11.	NL-A1	127,551	84,010	-55,160	6,402	3,482	2,508	3,419	4,056
12.	NL-A2	129,954	85,260	-54,590	6,346	3,474	2,521	3,410	4,022

przestrzennych modeli 1 i 2 mostu z harfowym układem cięgien (P^{II}-3D-h).

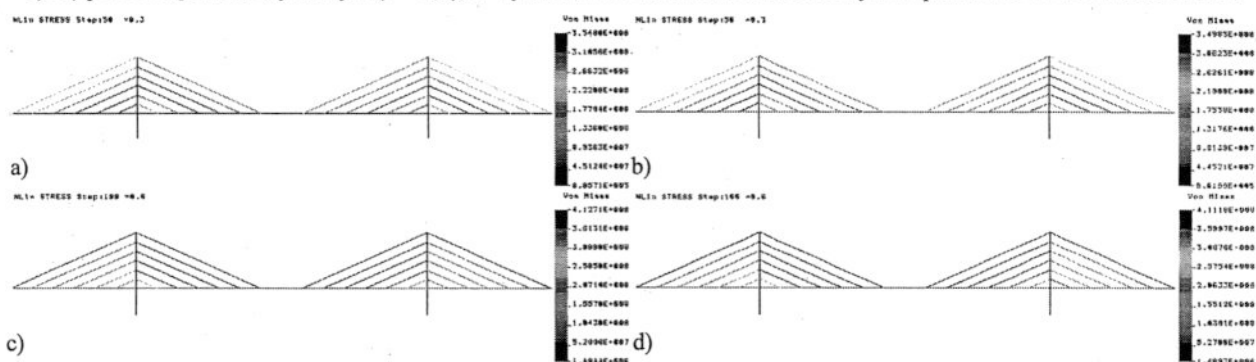
Na rysunkach 4.23 i 4.24 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w modelach 1 i 2 mostu z harfowym układem cięgien (P^{II}-3D-h) dla dwóch etapów jego obciążenia ($t' = 0,3$ i $0,6$) po wykonaniu analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układu P^{II}-3D-w.

W tablicach 4.28–4.30 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich modeli 1 i 2 mostu z radialnym układem cięgien (P^{II}-2D-r).

Na rysunkach 4.25 i 4.26 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w ES płaskich modeli 1 i 2 mostu z radialnym układem cięgien (P^{II}-2D-r) dla trzech faz jego obciążenia ($t' = 0,006$, $0,3$ oraz $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A2. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układów P^{II}-2D-w/h.



Rys. 4.21. Deformacje płaskich modeli 1 a), c) i 2 b), d) i f) dwupylonowych mostów wantungach z harfowym układem cięgien (P^{II} -2D-h): a), b) dla wstępnego naciągu want ($t' = 0,006$), c) i d) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.22. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a i c) i 2 (b i d) dwupylonowych mostów wantungach z harfowym układem cięgien (P^{II} -2D-h): a), b) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2

W tablicach 4.31–4.33 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i momentów zginających w dźwigarach głównych oraz momentów zginających w pylonie i sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz pod obciążeniem użytkowym asymetrycznym dla przestrzennych modeli 1 i 2 mostu z radialnym układem cięgien (P^{II} -3D-r).

Tablica 4.25. Zestawienie ugięć pomostu w $[10^{-3} \text{ m}]$ w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu P^{II} -3D-h dla rozważanych analiz w zakresie użytkowego obciążenia asymetrycznego

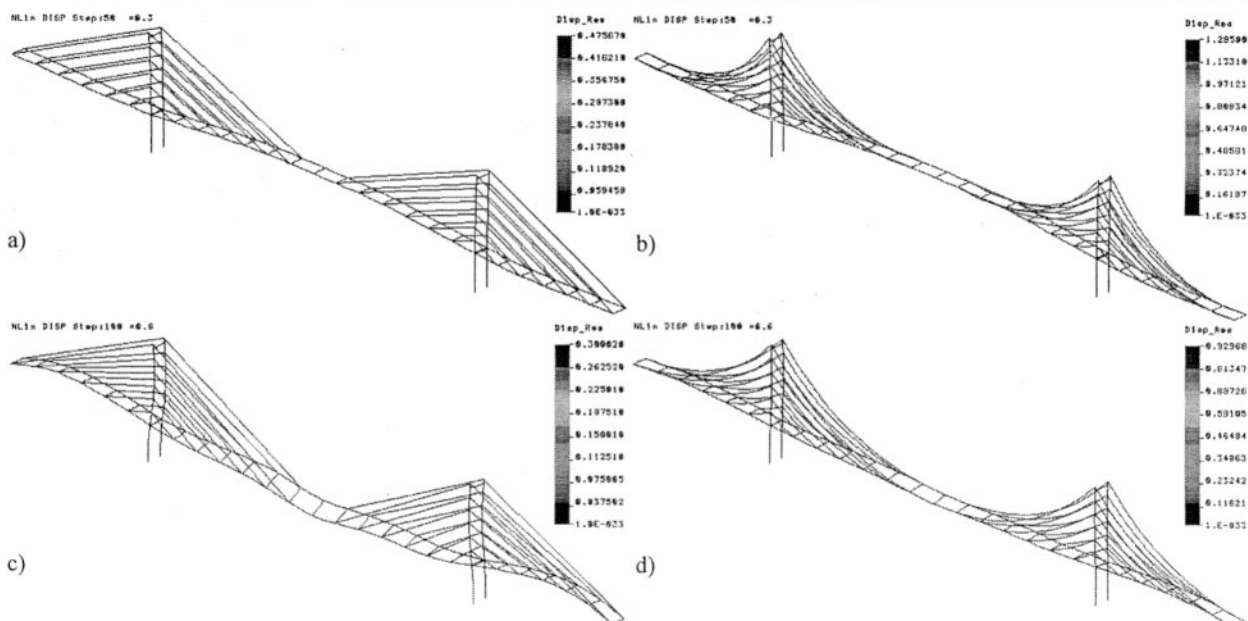
Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
1.	Liniowa	173,00	217,50	144,00	-138,50	-410,00	-625,00	-755,00
2.	NLG-B1	174,03	218,98	145,28	-138,30	-406,00	-624,80	-753,30
3.	NLG-B2	176,14	221,81	147,08	-139,62	-409,20	-628,50	-756,80
4.	NLG-W	164,83	207,04	137,60	-134,44	-402,90	-632,10	-765,50
5.	NL-A1	182,09	229,77	152,25	-143,55	-424,70	-660,00	-797,20
6.	NL-A2	184,78	233,94	155,62	-147,06	-437,00	-681,10	-822,30
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
7.	Liniowa	170,00	214,50	141,50	-106,50	-325,00	-505,00	-615,00
8.	NLG-B1	171,33	215,68	142,56	-106,54	-320,57	-504,67	-616,90
9.	NLG-B2	173,44	218,41	144,35	-107,84	-323,77	-508,34	-620,30
10.	NLG-W	162,23	203,74	134,93	-102,74	-317,59	-511,92	-628,90
11.	NL-A1	179,49	226,47	149,54	-111,67	-338,94	-539,31	-660,10
12.	NL-A2	182,28	230,74	152,98	-114,99	-350,75	-559,68	-684,50

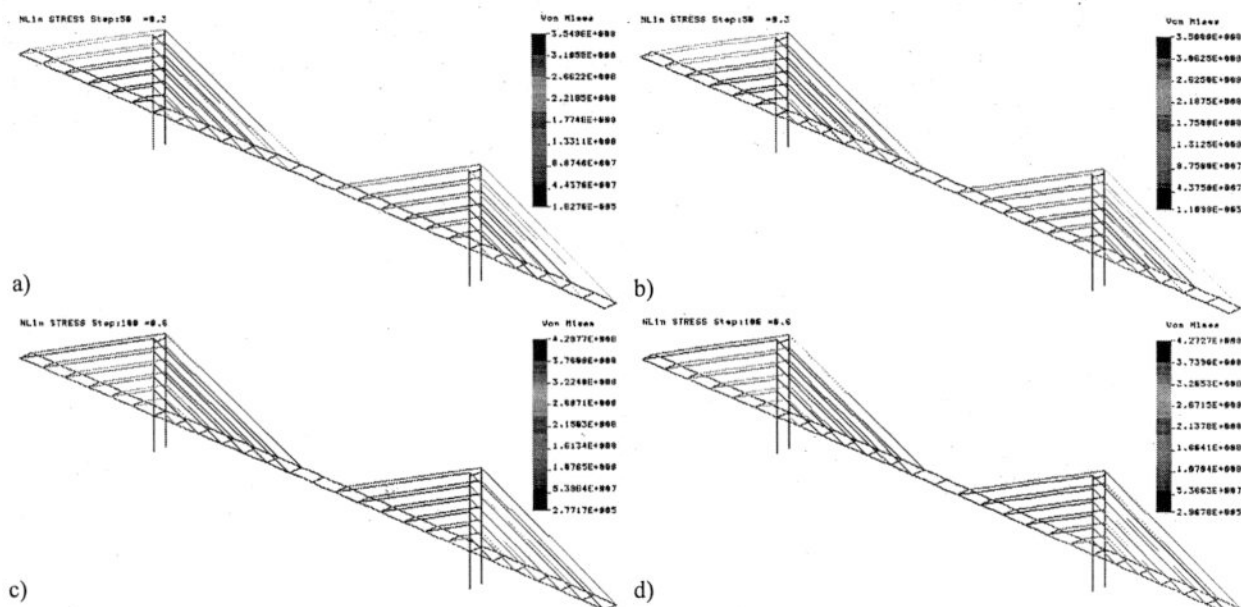
Tabela 4.26. Zestawienie momentów zginających w dźwigarach głównych w [MNm] w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu P^{II}-3D-h dla rozważanych analiz w zakresie asymetrycznego obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
1.	Liniowa	-39,400	-33,000	-34,200	-11,000	11,150	11,000	55,000
2.	NLG-B1	-39,761	-33,490	-33,816	-10,680	11,191	11,256	55,110
3.	NLG-B2	-40,306	-33,950	-33,809	-10,610	11,455	11,523	55,110
4.	NLG-W	-37,372	-31,218	-35,037	-12,210	8,828	9,179	58,280
5.	NL-A1	-42,021	-35,370	-33,904	-11,070	10,291	10,498	58,010
6.	NL-A2	-42,817	-36,210	-34,655	-11,710	10,099	10,495	59,310
Węzeł:		7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'
7.	Liniowa	-38,850	-32,500	-3,300	-4,000	5,850	-0,500	47,000
8.	NLG-B1	-39,211	-33,170	-3,010	-3,330	5,891	-0,110	46,760
9.	NLG-B2	-39,756	-33,640	-3,002	-3,250	6,155	0,150	46,760
10.	NLG-W	-36,822	-30,910	-4,176	-4,910	3,578	-2,200	49,920
11.	NL-A1	-41,461	-35,060	-2,967	-3,680	4,991	-0,940	49,670
12.	NL-A2	-42,277	-35,910	-3,435	-4,220	4,779	-1,040	50,990

Tabela 4.27. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w [MN] w wybranych węzłach i ES modelu przestrzennego mostu P^{II}-3D-h dla rozważanych analiz w zakresie asymetrycznego obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wantach				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł/wanta:		54	58	61	1	2	9	11	12
1.	Liniowa	113,430	95,500	-58,500	7,124	3,919	2,944	3,891	4,708
2.	NLG-B1	116,451	94,030	-57,930	7,096	3,893	2,955	3,896	4,710
3.	NLG-B2	117,700	94,970	-59,410	7,158	3,929	2,948	3,893	4,711
4.	NLG-W	108,837	93,300	-52,210	6,587	3,773	2,926	3,790	4,431
5.	NL-A1	120,131	98,910	-58,450	6,953	3,930	3,007	3,887	4,548
6.	NL-A2	122,744	99,990	-57,780	6,876	3,904	3,005	3,861	4,496
Węzeł/wanta:		54'	58'	61'	1'	2'	9'	11'	12'
7.	Liniowa	127,950	65,500	-51,500	5,976	2,993	1,940	2,929	3,683
8.	NLG-B1	130,351	64,610	-51,340	5,948	2,966	1,946	2,926	3,677
9.	NLG-B2	131,800	65,490	-52,710	6,006	2,998	1,942	2,927	3,680
10.	NLG-W	122,837	63,820	-45,690	5,492	2,885	1,927	2,852	3,451
11.	NL-A1	134,331	69,320	-51,790	5,850	3,035	2,008	2,948	3,568
12.	NL-A2	136,744	70,720	-51,320	5,816	3,044	2,037	2,955	3,551

**Rys. 4.23.** Deformacje przestrzennych modeli 1 i 2 dwupylonowych mostów wantowych z harfowym układem cięgien (P^{II}-3D-h): a) i b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($r' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($r' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.24. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 i 2 mostów wantungach P^{II} z harfowym układem ciągłym (P^{II}-2D-h): a) i b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2

Tablica 4.28. Zestawienie ugięć pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu 2D mostu P^{II}-2D-r dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	31,85	48,02	45,57	-127,40	-475,30	-931,00	-1176,00
2.	NLG-B1	32,59	49,14	46,08	-124,88	-478,90	-908,50	-1151,10
3.	NLG-B2	32,29	48,89	45,98	-124,30	-477,20	-906,80	-1149,50
4.	NLG-W	22,06	33,95	35,63	-116,47	-450,10	-848,90	-1074,40
5.	NL-A1	19,82	31,02	33,45	-113,95	-439,10	-830,90	-1053,10
6.	NL-A2	20,26	32,05	34,76	-116,61	-451,00	-853,60	-1080,40
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	152,50	174,18	102,50	-79,50	-260,00	-480,00	-610,00
8.	NLG-B1	152,04	174,01	102,21	-78,87	-257,91	-478,48	-611,90
9.	NLG-B2	153,94	176,15	103,44	-79,65	-260,20	-482,15	-615,90
10.	NLG-W	153,20	177,52	105,88	-82,54	-271,36	-503,23	-642,40
11.	NL-A1	163,86	189,63	112,27	-85,80	-281,39	-521,98	-665,40
12.	NL-A2	167,40	194,83	115,96	-88,72	-291,63	-539,78	-686,30

Tablica 4.29. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym w [MNm] w wybranych węzłach modelu 2D mostu P^{II}-2D-r dla rozważanych analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	-11,417	-0,098	-83,300	-44,100	-14,132	-24,990	110,740
2.	NLG-B1	-11,620	-0,226	-83,590	-44,760	-14,333	-24,910	110,850
3.	NLG-B2	-11,591	-0,245	-83,060	-44,520	-14,452	-25,020	110,780
4.	NLG-W	-8,170	2,763	-82,670	-44,290	-12,164	-22,200	104,090
5.	NL-A1	-7,731	3,228	-82,350	-43,390	-11,944	-22,410	103,200
6.	NL-A2	-7,808	3,060	-83,530	-44,520	-12,555	-22,720	104,880
Obciążenie użytkowe								
7.	Liniowa	-30,500	-21,850	-8,500	-3,000	-9,000	-13,500	66,000
8.	NLG-B1	-30,860	-21,885	-8,660	-3,150	-8,780	-13,480	65,850
9.	NLG-B2	-31,260	-22,166	-8,590	-3,120	-8,780	-13,460	66,140
10.	NLG-W	-31,844	-22,962	-9,080	-3,750	-9,180	-13,870	68,110
11.	NL-A1	-34,268	-24,670	-8,340	-3,270	-9,840	-14,530	69,690
12.	NL-A2	-35,416	-25,720	-8,440	-3,540	-10,090	-14,620	70,880

Tabela 4.30. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w [MN] w wybranych węzłach i ES modelu 2D mostu P^{II}-2D-r dla analiz w zakresie obciążeń statycznych od ciężaru własnego oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wantach				
1	2	3	4	5	6	7	9	10	11
Węzeł/wanta:		54	58	61	1	2	9	11	12
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	Liniowa	83,300	57,330	24,990	9,111	7,698	5,619	7,579	8,077
2.	NLG-B1	78,950	57,460	25,260	9,168	7,732	5,623	7,591	8,078
3.	NLG-B2	78,510	57,430	25,230	9,146	7,719	5,622	7,592	8,084
4.	NLG-W	72,450	51,650	22,700	9,544	7,806	5,571	7,561	8,425
5.	NL-A1	70,430	51,270	22,490	9,453	7,744	5,506	7,559	8,464
6.	NL-A2	72,130	52,620	23,090	9,417	7,733	5,518	7,536	8,424
Obciążenie użytkowe									
7.	Liniowa	53,500	40,000	18,000	6,614	3,591	2,055	2,888	3,084
8.	NLG-B1	54,730	39,820	17,499	6,557	3,556	2,054	2,890	3,089
9.	NLG-B2	53,730	40,460	18,109	6,639	3,600	2,056	2,888	3,081
10.	NLG-W	57,350	41,730	18,340	6,124	3,465	2,083	2,829	2,864
11.	NL-A1	58,440	44,040	19,694	6,413	3,599	2,112	2,891	2,913
12.	NL-A2	60,280	45,450	20,327	6,343	3,589	2,122	2,876	2,887

Tabela 4.31. Zestawienie ugięć pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu P^{II}-3D-r dla rozważanych analiz w zakresie asymetrycznego obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
1.	Liniowa	154,50	177,03	104,50	-93,50	-295,00	-535,00	-675,00
2.	NLG-B1	154,24	176,81	104,34	-93,31	-297,14	-534,90	-676,50
3.	NLG-B2	156,14	178,95	105,59	-94,11	-299,49	-538,70	-680,60
4.	NLG-W	155,30	180,22	107,94	-97,02	-310,71	-559,85	-707,30
5.	NL-A1	165,96	192,33	114,37	-100,35	-320,92	-578,84	-730,50
6.	NL-A2	169,40	197,53	118,02	-103,40	-331,50	-597,10	-751,80
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
7.	Liniowa	150,50	171,38	100,50	-65,00	-220,00	-425,00	-545,00
8.	NLG-B1	149,84	171,11	100,04	-64,42	-218,60	-421,91	-547,10
9.	NLG-B2	151,74	173,25	101,27	-65,19	-220,90	-425,54	-551,10
10.	NLG-W	151,20	174,82	103,76	-67,95	-231,70	-446,10	-577,00
11.	NL-A1	161,76	186,83	110,15	-71,18	-241,60	-464,71	-599,80
12.	NL-A2	165,30	192,13	113,88	-73,98	-251,50	-482,10	-620,30

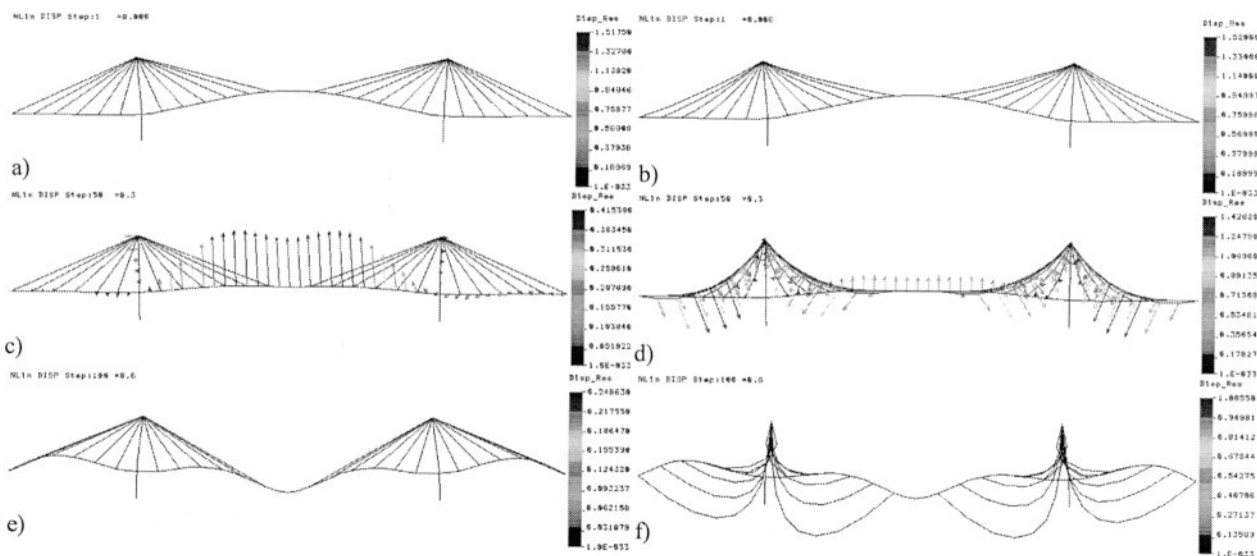
Tabela 4.32. Zestawienie momentów zginających w dźwigarach głównych w [MNm] w wybranych węzłach modelu przestrzennego mostu P^{II}-3D-r dla rozważanych analiz w zakresie asymetrycznego obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
1.	Liniowa	-31,500	-22,250	-21,500	-6,000	-6,500	-8,500	70,500
2.	NLG-B1	-31,430	-22,255	-21,620	-6,060	-6,530	-8,450	70,050
3.	NLG-B2	-31,830	-22,536	-21,560	-6,030	-6,520	-8,420	70,240
4.	NLG-W	-32,394	-23,322	-22,200	-6,680	-6,920	-8,790	72,270
5.	NL-A1	-34,828	-25,030	-21,470	-6,230	-7,570	-9,430	73,790
6.	NL-A2	-35,966	-26,070	-21,750	-6,560	-7,800	-9,450	74,980
Węzeł:		7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'
7.	Liniowa	-30,000	-21,500	4,500	-0,500	-11,000	-18,500	62,000
8.	NLG-B1	-30,280	-21,505	4,300	-0,250	-11,040	-18,510	61,750
9.	NLG-B2	-30,680	-21,786	4,380	-0,220	-11,040	-18,500	61,940
10.	NLG-W	-31,284	-22,612	4,090	-0,790	-11,450	-18,950	63,970
11.	NL-A1	-33,708	-24,300	4,830	-0,280	-12,110	-19,640	65,560
12.	NL-A2	-34,866	-25,370	4,900	-0,500	-12,390	-19,790	66,710

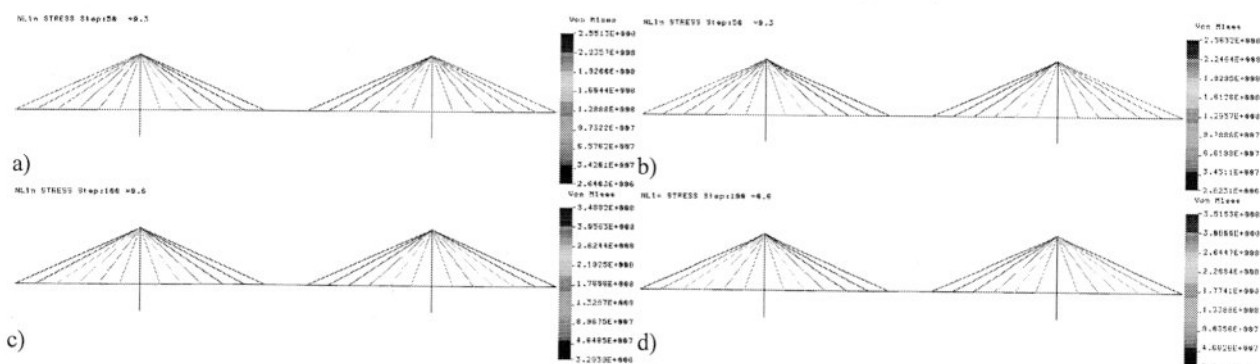
Tablica 4.33. Zestawienie momentów zginających w pylonie w [MNm] oraz sił osiowych w [MN] w wybranych węzłach i ES modelu przestrzennego mostu P^{II}-2D-r dla rozważanych analiz w zakresie asymetrycznego obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w pylonie			Siły osiowe w wantach				
1	2	3	4	5	6	7	9	10	11
Węzeł/wanta:		54	58	61	1	2	9	11	12
1.	Liniowa	49,500	47,000	19,250	7,261	4,135	2,632	3,329	3,477
2.	NLG-B1	51,130	46,740	18,861	7,200	4,098	2,634	3,335	3,487
3.	NLG-B2	50,120	47,300	19,499	7,285	4,145	2,633	3,331	3,476
4.	NLG-W	53,690	48,710	20,825	6,734	3,980	2,649	3,254	3,230
5.	NL-A1	54,770	50,970	22,225	7,029	4,119	2,678	3,315	3,276
6.	NL-A2	56,640	52,390	22,748	6,935	4,090	2,670	3,286	3,239
Węzeł/wanta:		54'	58'	61'	1'	2'	9'	11'	12'
7.	Liniowa	57,000	33,000	13,100	5,971	3,048	1,478	2,446	2,690
8.	NLG-B1	58,320	32,879	12,902	5,913	3,013	1,475	2,445	2,690
9.	NLG-B2	57,290	33,605	13,361	5,992	3,054	1,479	2,445	2,684
10.	NLG-W	60,950	34,707	14,806	5,512	2,948	1,517	2,403	2,499
11.	NL-A1	62,040	37,083	16,008	5,796	3,078	1,546	2,466	2,549
12.	NL-A2	63,850	38,478	16,517	5,750	3,087	1,574	2,465	2,534

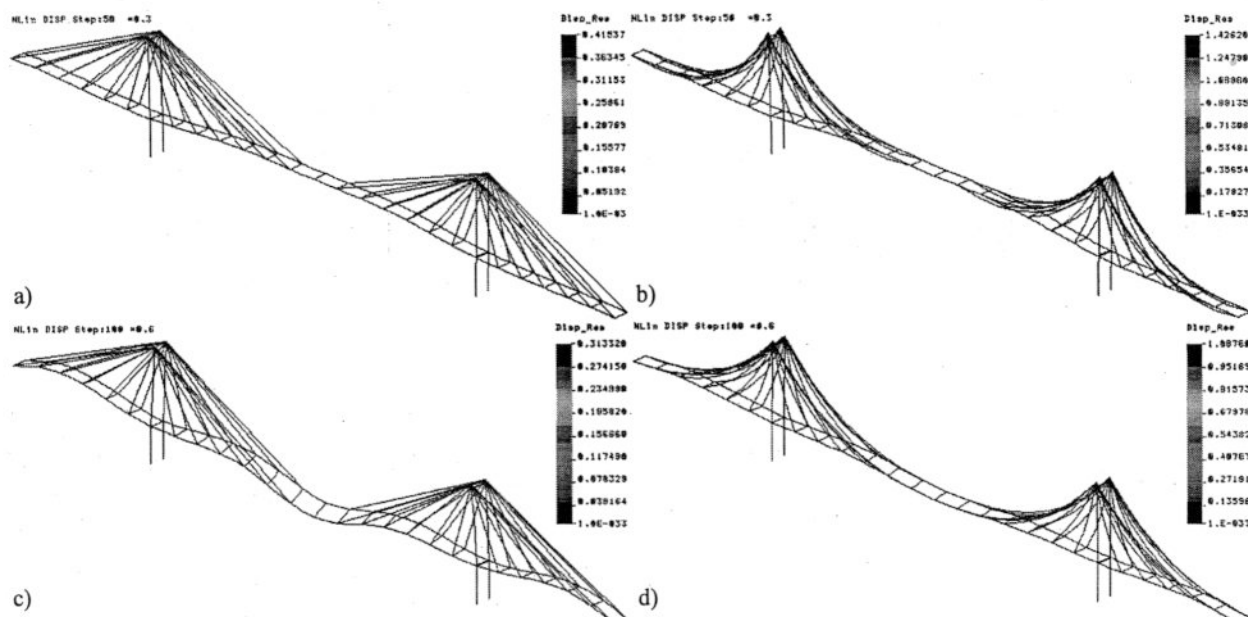
Na rysunkach 4.27 i 4.28 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w modelach 1 i 2 mostu P^{II}-3D-r dla dwóch etapów jego obciążenia, tj. pod obciążeniem własnym oraz użytkowym asymetrycznym ($t' = 0,3$ i $0,6$) po wykonaniu analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układów P^I-3D-w/h.



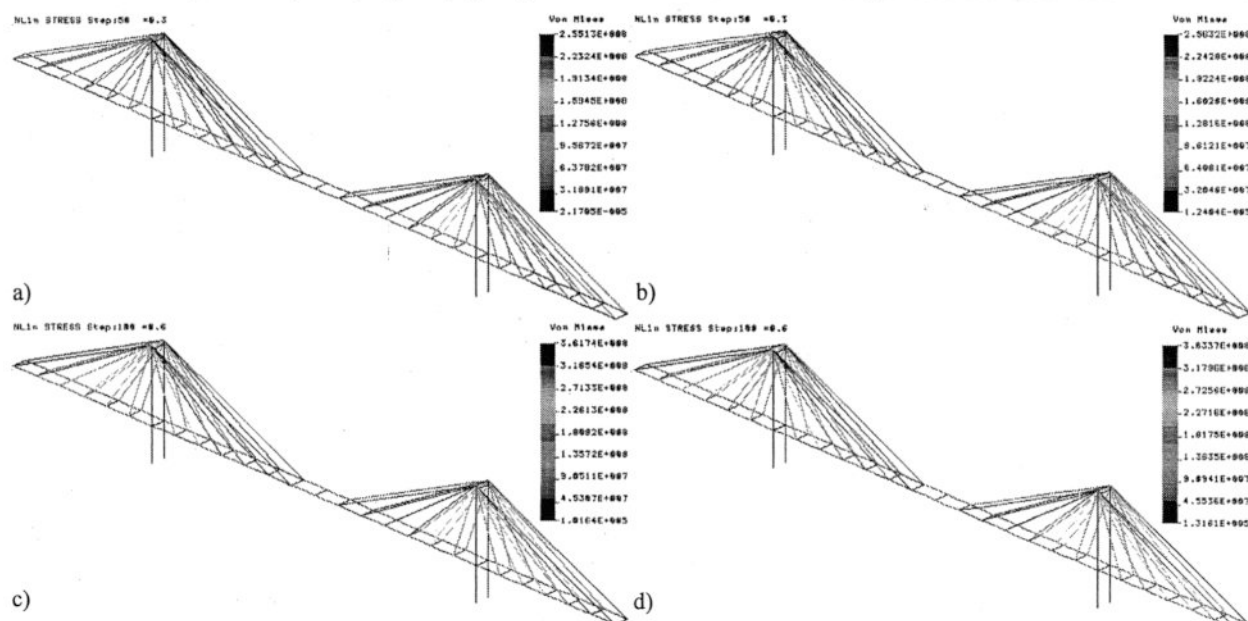
Rys. 4.25. Deformacje płaskich modeli 1 a), c) i e) i 2 b), d) i f) dwupylonowych mostów wantowych z radialnym układem cięgien (P^{II}-2D-r): a) i b) dla wstępnego naciągu want ($t' = 0,006$), c) i d) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.26. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a i c) i 2 (b i d) dwupylonowych mostów wantowych z radialnym układem cięgien (P^{II}-2D-r): a) i b) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.27. Deformacje przestrzennych modeli 1 i 2 dwupylonowych mostów wantowych z radialnym układem cięgien (P^{II} -3D-r): a) i b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych NLG-B2 oraz NL-A2



Rys. 4.28. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 i 2 dwupylonowych mostów wantowych z radialnym układem cięgien (P^{II} -2D-r): a), b) dla warunków początkowych z uwzględnieniem ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NL-A2

4.5.2. Wyniki obliczeń parametrycznych dla dwupylonowego mostu wantowego

Odpowiedź modeli mostu wantowego z i -tą liczbą cięgien w symetrycznej jego części względem osi danego pylonu (rys. 4.9), odpowiednio pod obciążeniem ciężarem własnym i obciążeniem użytkowym określono za pomocą następujących bezwymiarowych współczynników:

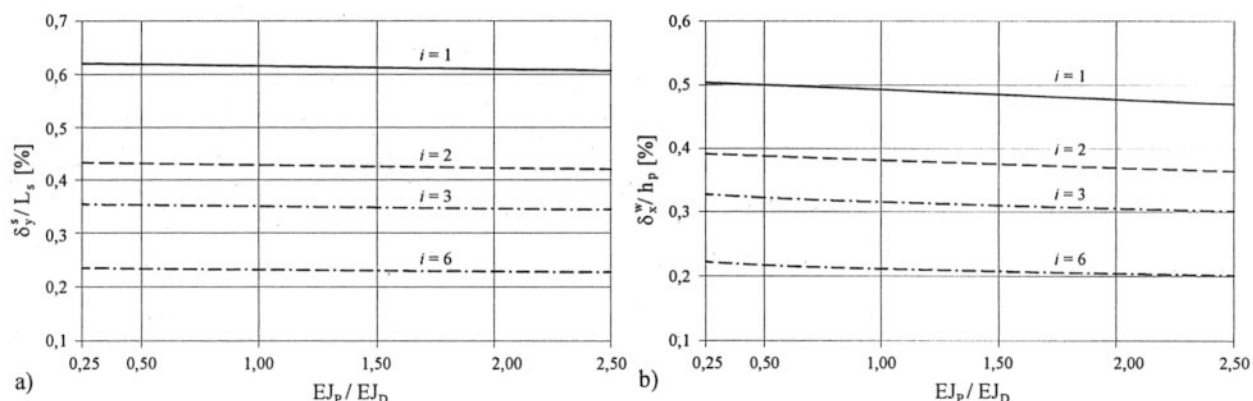
1. Ugięcie przęsła głównego δ_y^d przedstawione jako procent całkowitej rozpiętości teoretycznej tego przęsła L_s .
2. Procentowe przemieszczenie poziome wierzchołka lewego pylonu δ_x^w w stosunku do całkowitej jego wysokości h_p .

3. Osiowa siła ściskająca w podstawie lewego pylonu N_{p-p} jako procent odpowiednio całkowitego ciężaru własnego pomostu Lq_0 oraz całkowitego obciążenia użytkowego $(L_s q + F)$.
4. Osiowa siła ściskająca w dźwigarze głównym przęsła głównego nad pylonem N_{D-p} jako procent odpowiednio całkowitego ciężaru własnego pomostu Lq_0 oraz całkowitego obciążenia użytkowego $(L_s q + F)$.

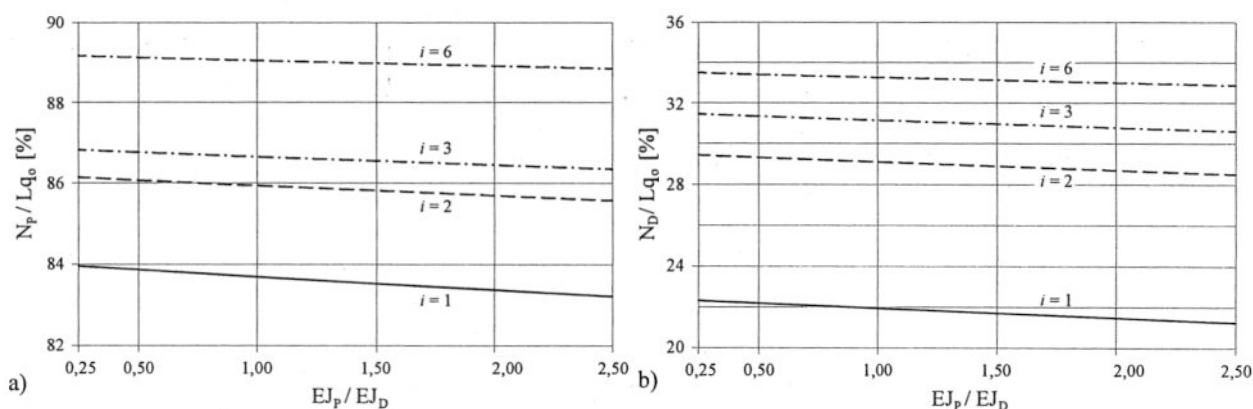
Momenty zginające w podstawie M_{p-p} i na poziomie pomostu M_{p-d} w lewym pylonie, podane w postaciach bezwymiarowych $M/(q_0 L^2)$ i $M/(q L_s^2 + F L_s)$ odpowiednio dla całkowitego ciężaru własnego pomostu i całkowitego obciążenia użytkowego.

W pierwszej części przedstawiono wyniki dla zmiennych sztywności giętnych obu pylonów EJ_p oraz dźwigara głównego EJ_D dla obciążeń ciężarem własnym, natomiast w drugiej – dla obciążeń użytkowych.

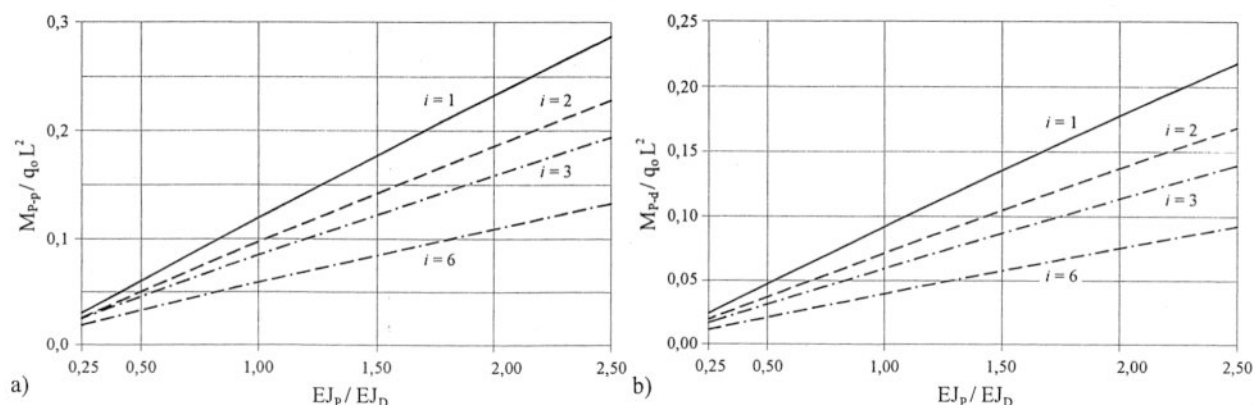
Na rysunkach 4.29–4.31 podano w postaci graficznej obliczone wartości ugięć dźwigara



Rys. 4.29. Wpływ sztywności giętnego pylonu na: a) przemieszczenia pionowe (ugięcia) w środku rozpiętości przęsła głównego oraz b) przemieszczenia poziome wierzchołka lewego pylonu pod obciążeniem ciężarem własnym



Rys. 4.30. Wpływ sztywności giętnego pylonu na wielkości sił osiowych: a) w podstawie pylonu oraz b) w dźwigarze głównym przęsła głównego nad pylonem pod obciążeniem ciężarem własnym

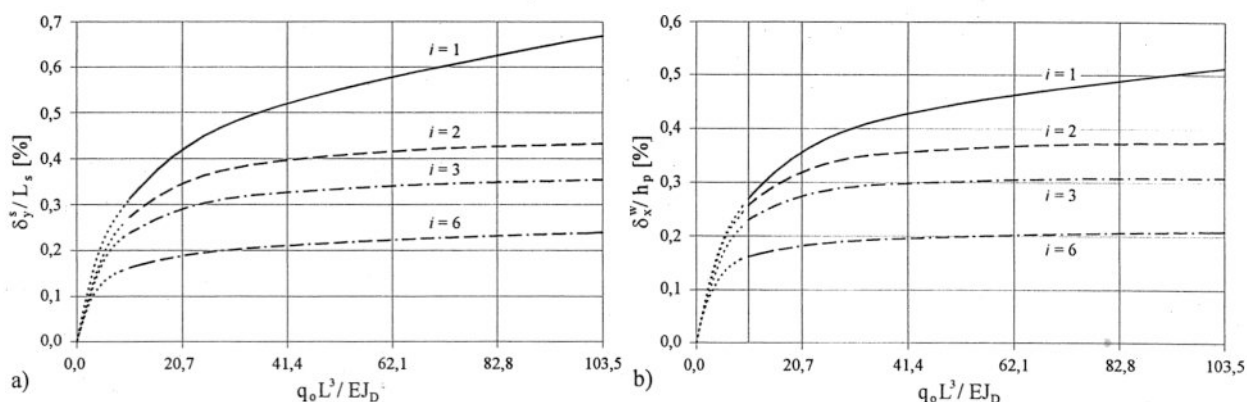


Rys. 4.31. Wpływ sztywności giętnego pylonu na momenty zginające: a) w podstawie pylonu oraz b) w pylonie na poziomie dźwigara głównego pod obciążeniem ciężarem własnym

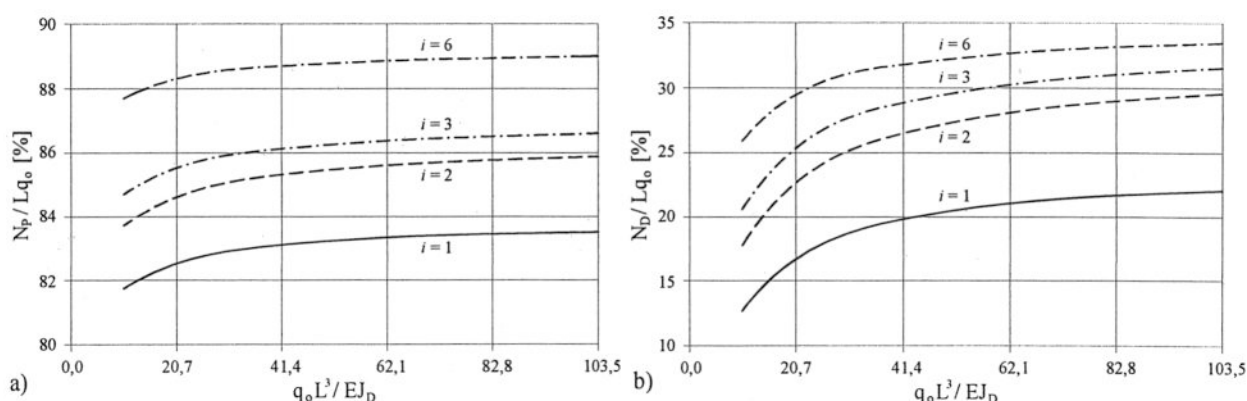
głównego, przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie, w funkcji parametru EJ_P/EJ_D dla obciążeń ciężarem własnym konstrukcji. Na rysunkach 4.32–4.34 zestawiono wyniki ugięć dźwigara głównego, przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie w funkcji parametru $q_0 L^3/EJ_D$ dla obciążeń ciężarem własnym konstrukcji.

Na rysunkach 4.35–4.37 podano w postaci graficznej obliczone wartości ugięć dźwigara głównego, przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie w funkcji parametru EJ_P/EJ_D dla obciążeń użytkowych.

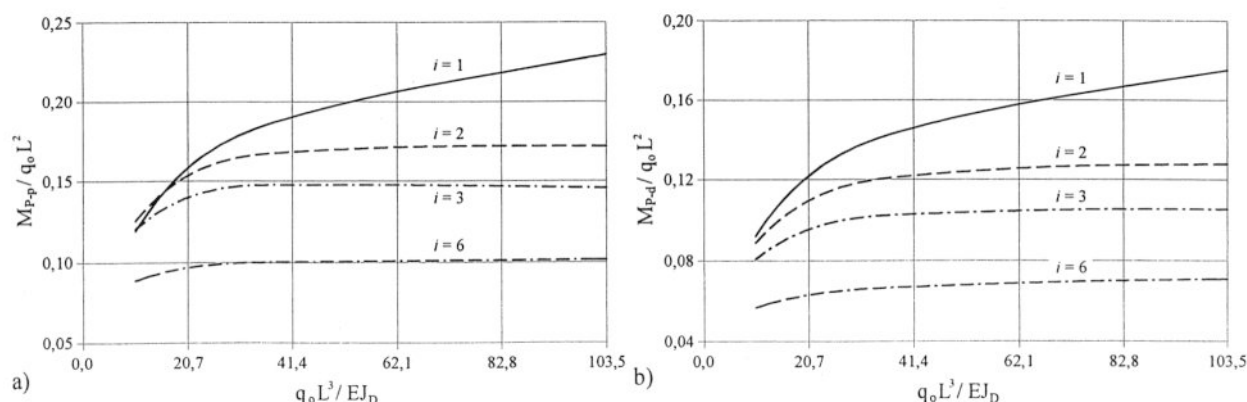
Na rysunkach 4.38–4.40 przedstawiono wykresy ugięć dźwigara głównego, przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym oraz momentów zginających w pylonie w funkcji parametru $(qL_s^3 + FL_s^2)/EJ_D$ dla obciążeń użytkowych.



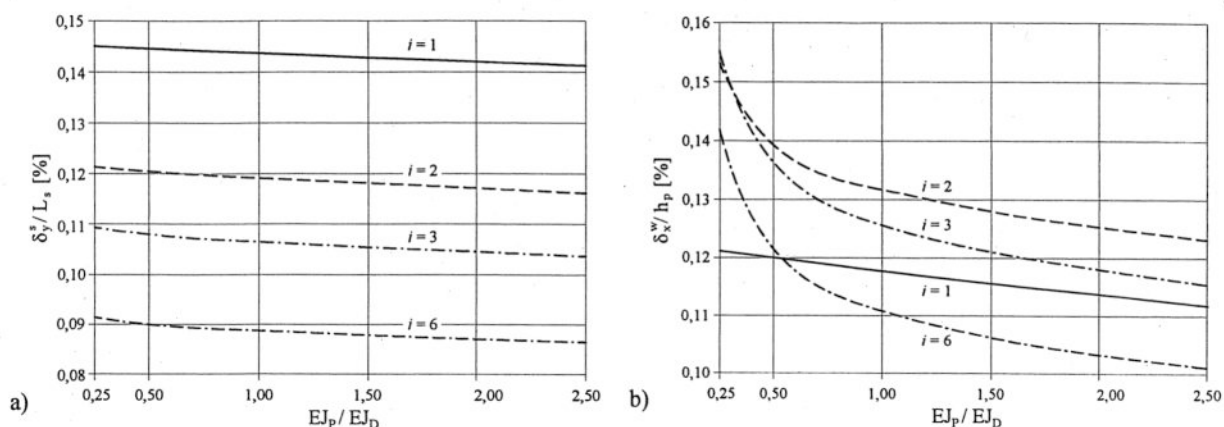
Rys. 4.32. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na: a) przemieszczenia pionowe (ugięcia) w środku rozpiętości przęsła głównego oraz b) przemieszczenia poziome wierzchołka pylonu pod obciążeniem ciężarem własnym



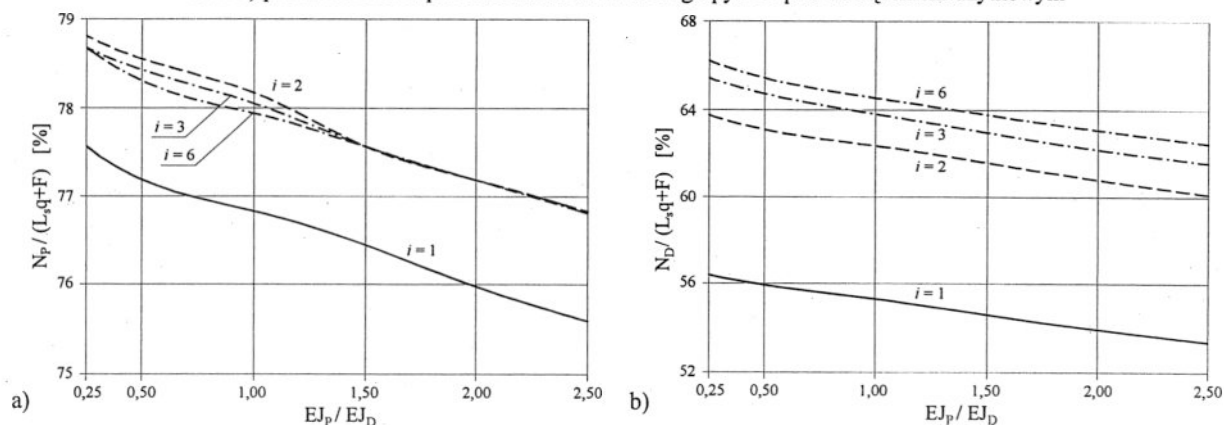
Rys. 4.33. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na wielkości sił osiowych: a) w podstawie pylonu oraz b) w dźwigarze głównym przęsła głównego nad pylonem pod obciążeniem ciężarem własnym



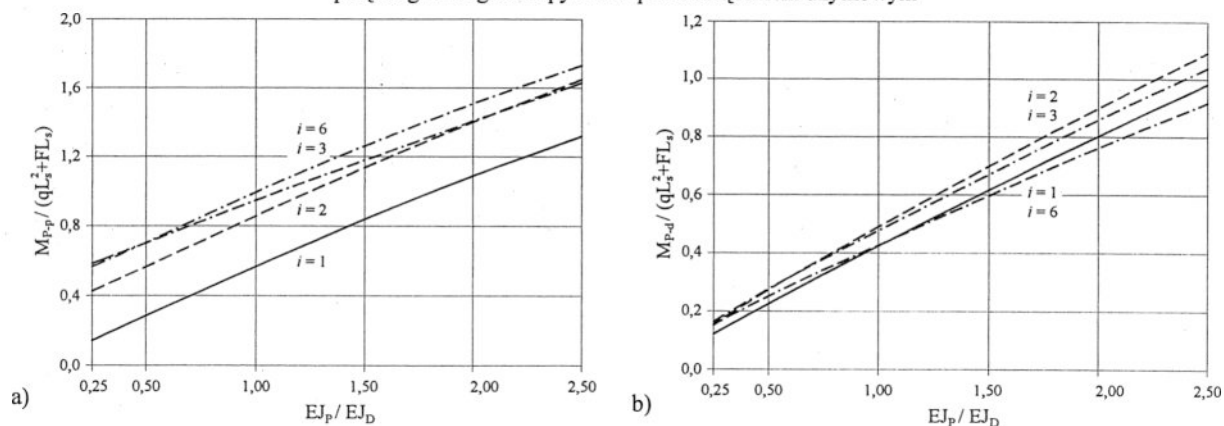
Rys. 4.34. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na momenty zginające: a) w podstawie pylonu oraz b) w pylonie na poziomie dźwigara głównego pod obciążeniem ciężarem własnym



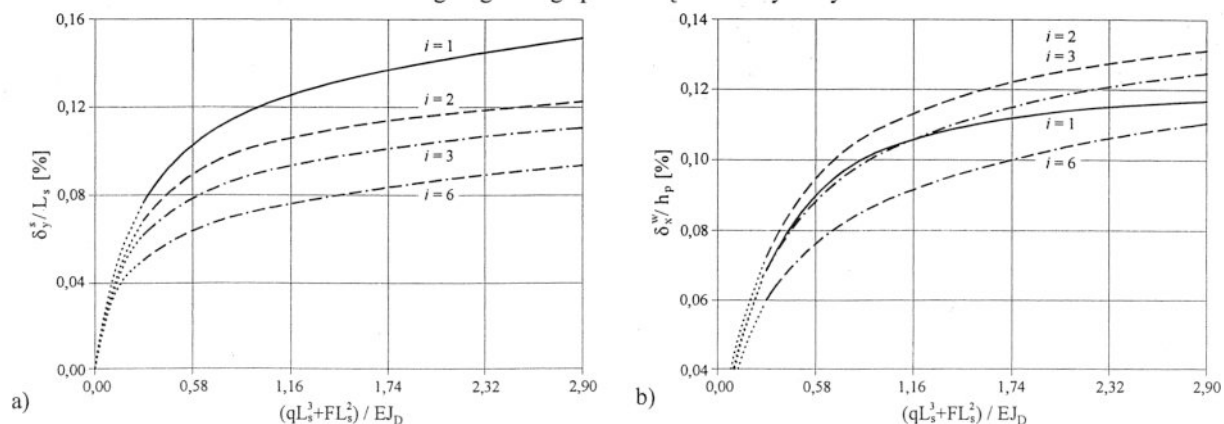
Rys. 4.35. Wpływ sztywności giętej pylonu na: a) przemieszczenia pionowe (ugięcia) w środku rozpiętości przęsła głównego oraz b) przemieszczenia poziome wierzchołka lewego pylonu pod obciążeniem użytkowym



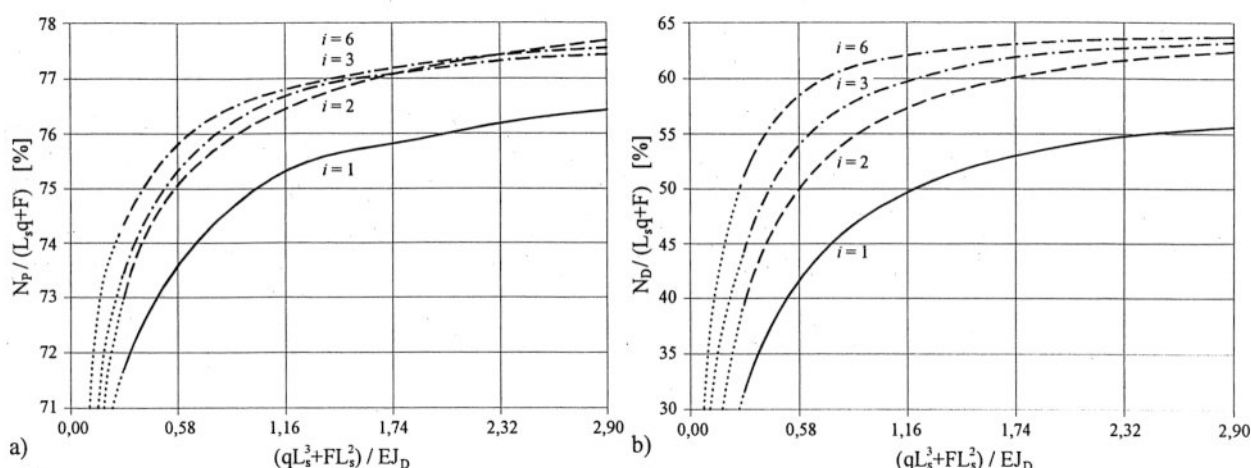
Rys. 4.36. Wpływ sztywności giętej pylonu na wielkości sił osiowych: a) w podstawie pylonu oraz b) w dźwigarze głównym przęsła głównego nad pylonem pod obciążeniem użytkowym



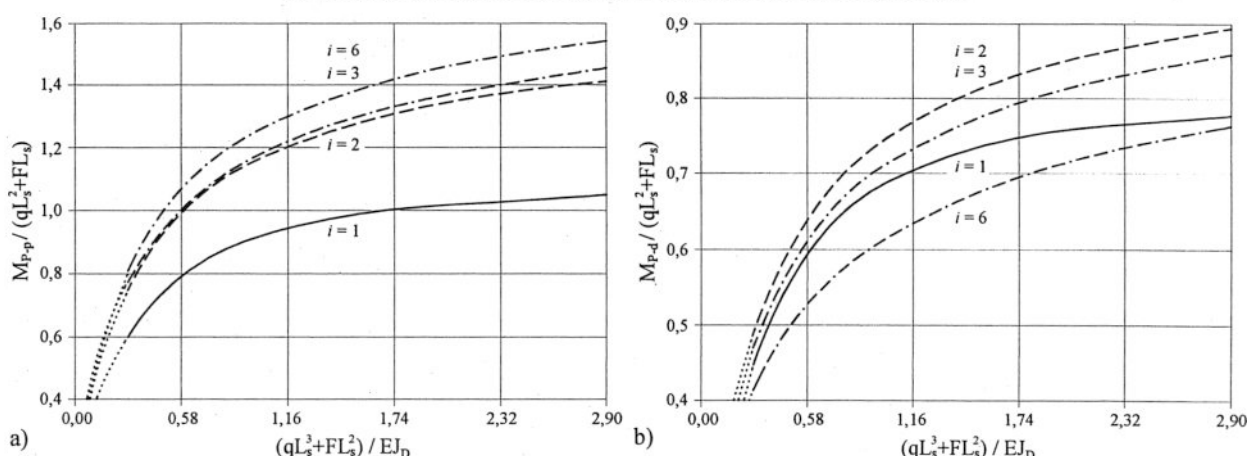
Rys. 4.37. Wpływ sztywności giętej pylonu na momenty zginające: a) w podstawie pylonu oraz b) w pylonie na poziomie dźwigara głównego pod obciążeniem użytkowym



Rys. 4.38. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na: a) przemieszczenia pionowe (ugięcia) w środku rozpiętości przęsła głównego oraz b) przemieszczenia poziome wierzchołka pylonu pod obciążeniem użytkowym



Rys. 4.39. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na wielkości sił osiowych: a) w podstawie pylonu oraz b) w dźwigarze głównym przęsła głównego nad pylonem pod obciążeniem użytkowym



Rys. 4.40. Wpływ sztywności giętej dźwigara głównego na momenty zginające: a) w podstawie pylonu oraz b) w pylonie na poziomie dźwigara głównego pod obciążeniem użytkowym

4.5.3. Modele mostów wielomodułowych

Podobnie jak w przypadku rozważanych modeli mostów dwupylonowych, symetria przyjętych układów wielomodułowych umożliwiła przedstawienie wyników obliczeń dla pierwszej połowy każdego z modułów.

Na podstawie wykonanych obliczeń dla jednomodułowego płaskiego modelu mostu wantowego przedstawiono wybrane wyniki przemieszczeń pionowych dźwigara głównego w przęśle skrajnym (węzły 3, 15, 25) i głównym (29, 39, 51 i 53) i przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu (125). W zakresie wielkości momentów zginających podano wartości w węzłach (15, 24, 30, 39 i 53) pomostu oraz w podstawie pylonu (106) wraz z wybranymi wynikami sił osiowych wciągach symetrycznych względem osi pionowej jednego pylonu, tj. 1, 2, 6, 17, 21 i 22 (rys. 4.10, 4.12–4.16). Dla dwu- i trójmodułowych modeli 2D zakres prezentowanych wyników przemieszczeń pionowych dźwigara, poziomych wierzchołków pylonów, momentów zginających w pomoście i podstawach pylonów oraz sił osiowych w wantach stosownie rozszerzono dla każdego z dodatkowych modułów.

Przemieszczenia i siły wewnętrzne dla modeli 3D podano w węzłach identycznych, jak dla modeli 2D, zlokalizowanych w obu pionowych płaszczyznach symetrycznych względem osi podłużnej mostu.

Przedstawione, zgodnie z zakresem podanym w p. 4.2.4, wyniki zestawiono dla analiz liniowej i nieliniowych geometrycznie (NLG-B2, NLG-W i NL-A1), oddzielnie dla dwóch etapów obciążeń scharakteryzowanych w p. 4.4.4.

W tablicy 4.34 podano liczby uzyskanych iteracji dla pierwszych pięciu przyrostów obciążenia

($t' = 0,006 - 0,03$) dla wszystkich rozważanych typów nieliniowych analiz oraz zastosowanych modeli 2D i 3D.

Dla otrzymanych wyników zamieszczonych w tablicach zastosowano znakowanie identyczne jak dla mostów trójprzęsłowych.

W tablicach 4.35–4.37 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości ugięć i momentów zginających w dźwigarze głównym oraz przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, momentów zginających w jego podstawie oraz sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich modeli 1 i 2

Tablica 4.34. Zestawienie liczby iteracji dla pierwszych pięciu przyrostów obciążenia we wszystkich rozważanych modelach 2D i 3D wieloprzęsłowych mostów wantowych

Lp.	Model	Liczba iteracji dla analizy		
		NLG-B2	NLG-W	NL-A1
1	2	3	4	5
1.	M1	6	11	11
2.	M2	6	13	13
3.	M3	6	14	13

Tablica 4.35. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowicy pylonu w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ w wybranych węzłach modelu podstawowego modułu mostu M1-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia							
		pionowe pomostu							poziome pylonu
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	125
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	Liniowa	-22,93	-53,41	5,29	-19,16	-277,34	-546,84	-554,19	92,61
2.	NLG-B2	-22,48	-51,50	5,64	-19,61	-280,91	-552,99	-560,61	95,85
3.	NLG-W	-21,19	-47,83	6,17	-20,29	-285,27	-560,75	-568,46	101,20
4.	NL-A1	-22,18	-51,14	5,48	-19,47	-277,21	-544,27	-551,75	94,79
Obciążenie użytkowe									
5.	Liniowa	14,15	44,90	6,85	-8,29	-103,50	-210,00	-213,00	52,80
6.	NLG-B2	14,26	45,22	6,91	-8,36	-103,88	-210,75	-214,14	53,31
7.	NLG-W	13,86	43,95	6,81	-8,27	-103,73	-210,99	-214,40	52,92
8.	NL-A1	14,20	45,17	6,93	-8,38	-104,80	-212,93	-216,35	53,48

podstawowego modułu mostu M1-2D.

Na rysunku 4.41 przedstawiono przykładowe deformacje modeli 1 i 2 podstawowego modułu mostu M1-2D dla trzech faz jego obciążenia ($t' = 0,006, 0,3$ oraz $0,6$) dla analiz typu NLG-B2 i NL-A1. Dla pierwszej pary a) i b) zastosowano skalę deformacji 20 : 1, natomiast dla pozostałych – 30 : 1. Na rys. 4.42 zestawiono przykładowe wykresy naprężeń zredukowanych w ES tych samych modeli M1-2D

Tablica 4.36. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawie pylonu w $[\text{MNm}]$ w wybranych węzłach modelu podstawowego modułu mostu M1-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym i pylonie					
1	2	3	4	5	6	7	8
Węzeł:		15	24	30	39	53	106 (P) ¹
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	Liniowa	14,210	-35,280	-63,700	2,597	59,780	-102,900
2.	NLG-B2	13,790	-35,310	-61,250	2,611	60,820	-98,410
3.	NLG-W	13,050	-35,150	-61,320	2,696	61,550	-91,040
4.	NL-A1	13,750	-35,030	-60,470	2,864	59,720	-96,830
Obciążenie użytkowe							
5.	Liniowa	-10,500	5,500	-19,500	-0,550	27,500	-64,500
6.	NLG-B2	-10,570	5,500	-19,640	-0,572	27,620	-63,980
7.	NLG-W	-10,220	5,200	-19,690	-0,660	27,737	-61,530
8.	NL-A1	-10,570	5,470	-19,860	-0,630	27,885	-64,340

¹⁾ węzeł podstawy pierwszego pylonu P1.

¹⁾ węzeł podstawy pierwszego pylonu P1.

przy uwzględnieniu ciężaru własnego oraz pod obciążeniem użytkowym po wykonaniu obliczeń w powyższym zakresie.

W tablicach 4.38–4.40 zestawiono uzyskane wartości przemieszczeń pionowych i poziomych, momentów zginających w dźwigarze głównym i w pylonie oraz sił osiowych w wantach dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich

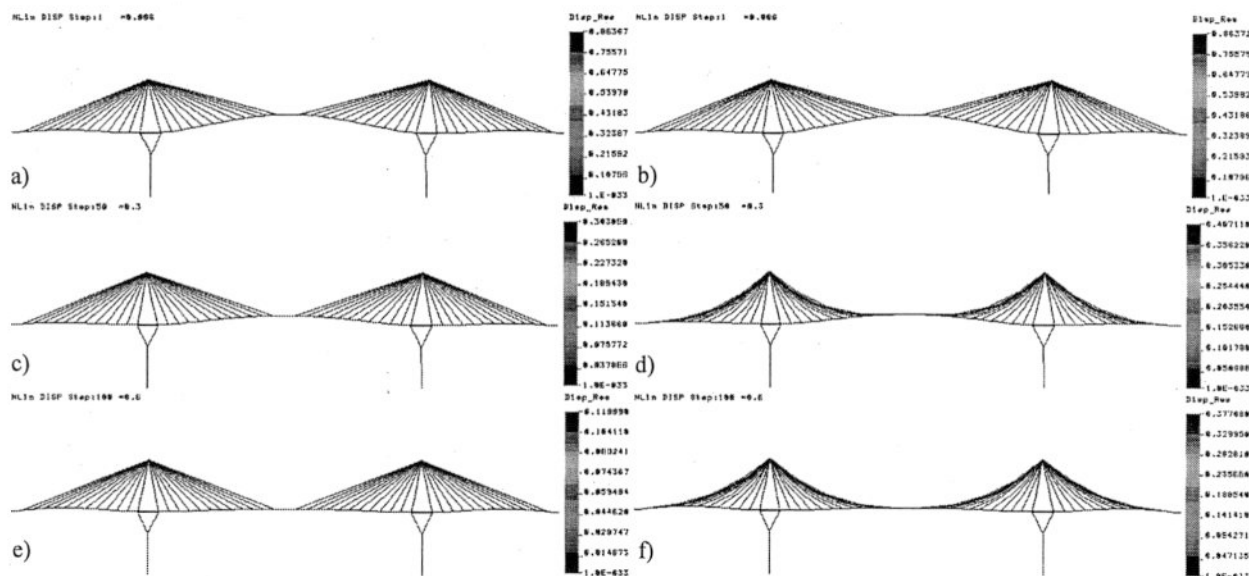
modeli 1 i 2 mostu dwumodułowego M2-2D.

Na rysunkach 4.43 i 4.44 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w ES płaskich modeli 1 i 2 mostu dwumodułowego (M2-2D) dla trzech faz jego obciążenia ($t' = 0,006, 0,3$ oraz $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A1. Na wykresach przemieszczeń (4.43a–d) zastosowano identyczne skale jak dla układu M1-2D, natomiast na dwóch ostatnich (4.43e i f) pokazano przemieszczenia w postaci wektorowej.

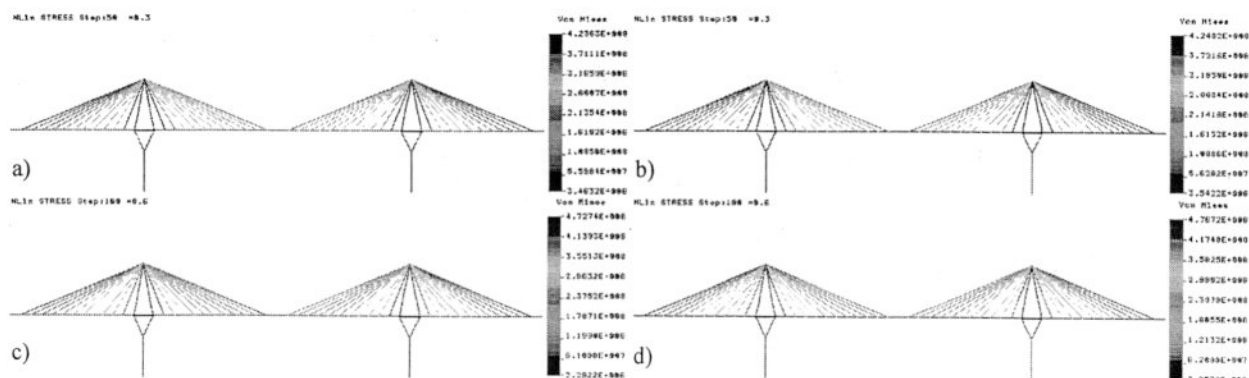
W tablicach 4.41–4.43 przedstawiono obliczone wartości przemieszczeń pionowych i poziomych, momentów zginających w dźwigarze głównym i pylonie oraz sił osiowych w wantach dla wszystkich

Tablica 4.37. Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu podstawowego modułu mostu M1-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe					
1	2	3	4	5	6	7	8
Wanta:		1	2	6	17	21	22
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	Liniowa	1022,39	1204,67	1291,94	1582,21	1808,30	1574,13
2.	NLG-B2	1040,24	1221,22	1297,85	1591,03	1818,05	1581,47
3.	NLG-W	1094,89	1275,45	1303,14	1596,68	1848,14	1602,26
4.	NL-A1	1062,58	1246,23	1295,69	1581,79	1841,34	1599,93
Obciążenie użytkowym							
5.	Liniowa	498,50	447,95	142,85	417,95	489,35	414,50
6.	NLG-B2	501,33	450,57	143,52	419,45	491,28	416,04
7.	NLG-W	487,55	437,02	145,11	416,75	480,06	410,26
8.	NL-A1	494,70	442,97	143,96	419,87	483,97	413,44



Rys. 4.41. Deformacje płaskich modeli 1 (a, c, e) i 2 (b, d, f) podstawowego modułu mostu wantowego M1-2D: a) i b) dla wstępnego naciągu wariantu ($t' = 0,006$), c) i d) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1



Rys. 4.42. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) podstawowego modułu mostu wantowego M1-2D: a) i b) przy uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1

rozpatrywanych typów analiz i dwóch etapów obciążeń dla płaskich modeli 1 i 2 mostu trójmodułowego M3-2D.

Na rysunkach 4.45 i 4.46 zestawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w ES płaskich modeli 1 i 2 mostu 3-modułowego M3-2D dla trzech faz jego obciążenia ($t' = 0,006, 0,3$ oraz $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A1. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne

Tablica 4.38. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowic pylonów w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu mostu dwumodułowego M2-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu i poziome głowic pylonów										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	105	207	125 (P1)	279 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym												
1.	Liniowa	-24,01	-55,37	5,73	-19,60	-267,05	-483,14	-480,20	-361,62	-479,71	99,47	11,17
2.	NLG-B2	-23,43	-53,55	6,18	-20,18	-270,41	-487,80	-484,52	-362,59	-484,05	103,77	10,94
3.	NLG-W	-21,93	-48,99	7,00	-21,15	-274,78	-492,27	-488,53	-358,66	-488,01	112,01	10,29
4.	NL-A1	-23,11	-53,08	6,05	-20,07	-267,01	-480,06	-476,76	-355,91	-476,31	102,90	10,74
Obciążenie użytkowe												
5.	Liniowa	15,55	49,45	7,64	-9,16	-110,50	-231,50	-237,50	129,00	-195,00	59,63	61,75
6.	NLG-B2	15,70	49,99	7,74	-9,28	-111,35	-233,01	-238,80	129,19	-195,58	60,60	61,81
7.	NLG-W	15,18	48,31	7,58	-9,13	-110,59	-231,69	-237,39	125,92	-194,51	59,70	60,63
8.	NL-A1	15,63	49,90	7,76	-9,30	-112,21	-234,97	-240,77	128,68	-197,14	60,71	61,75

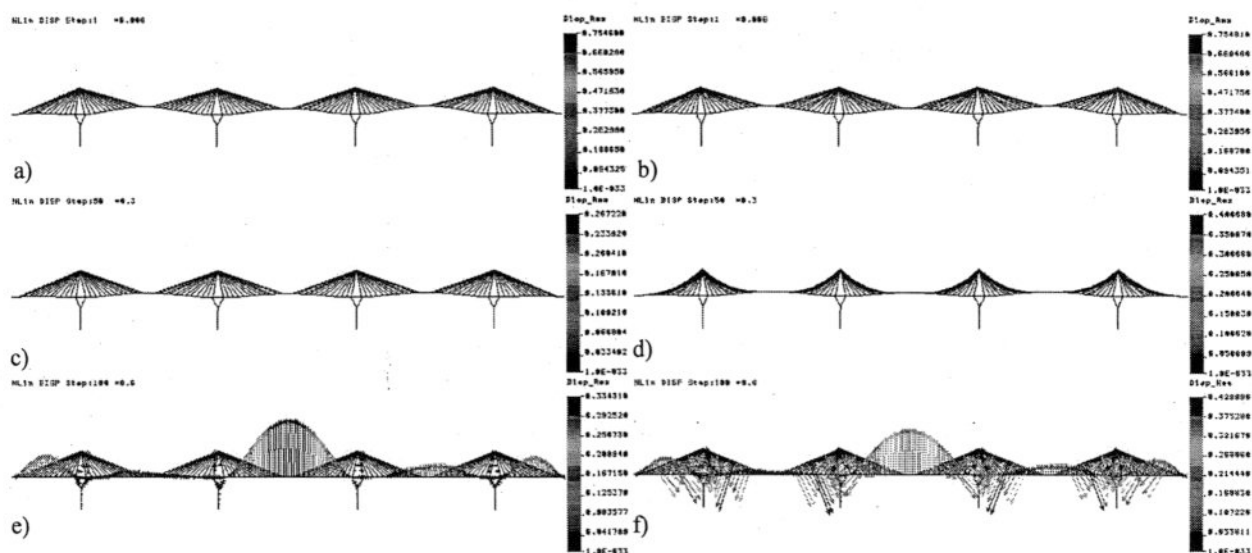
P1, P3 – węzły głowic pylonów, odpowiednio pierwszego i trzeciego, tj. w module 1 i 2 układu wieloprzęsłowego mostu.

Tablica 4.39. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawach pylonów w [MNm] w wybranych węzłach modelu mostu dwumodułowego M2-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

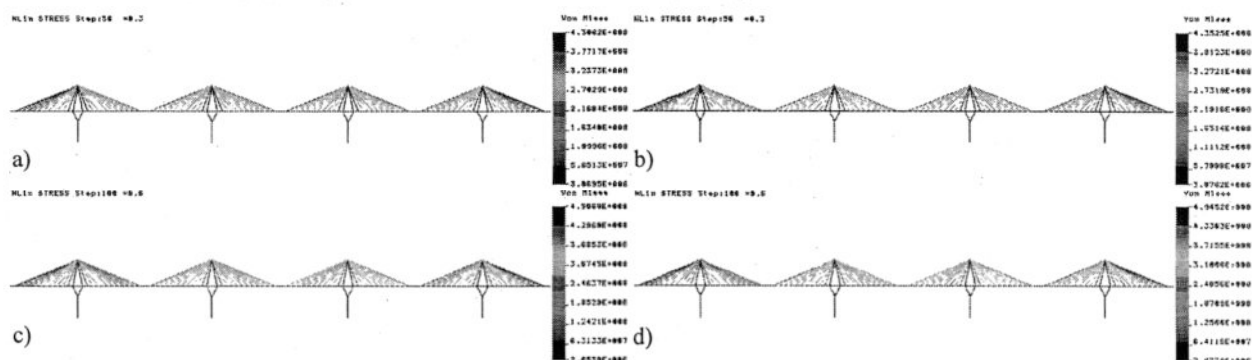
Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym i pylonach									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Węzeł:		15	24	30	39	53	105	193	207	106 (P1)	260 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	Liniowa	14,700	-37,730	-58,800	7,840	53,900	45,080	-6,174	53,900	-53,900	-39,649
2.	NLG-B2	14,540	-37,760	-57,690	8,345	54,720	44,960	-6,441	54,670	-48,000	-41,647
3.	NLG-W	13,650	-37,890	-57,300	8,854	55,000	44,430	-6,662	54,950	-33,500	-45,988
4.	NL-A1	14,480	-37,470	-56,960	8,545	53,700	44,010	-6,060	53,640	-46,800	-41,422
Obciążenie użytkowe											
5.	Liniowa	-11,500	5,500	-20,000	-1,650	29,500	-10,500	3,600	19,000	-65,000	-91,450
6.	NLG-B2	-11,640	5,660	-20,100	-1,640	29,589	-10,440	3,577	19,367	-61,850	-91,960
7.	NLG-W	-11,200	5,320	-20,090	-1,673	29,577	-10,210	3,363	19,383	-59,220	-88,565
8.	NL-A1	-11,640	5,630	-20,300	-1,688	29,820	-10,360	3,516	19,554	-62,070	-91,975

Tablica 4.40. Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu dwumodułowego mostu M2-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaj analiz	Siły osiowe									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wanta:		1	2	6	17	21	22	45	46	65	66
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	Liniowa	980,05	1165,47	1271,22	1509,52	1574,08	1323,64	1794,63	2003,71	2185,07	1981,44
2.	NLG-B2	1000,56	1184,31	1277,15	1515,26	1573,41	1319,86	1801,38	1988,63	2019,13	2200,66
3.	NLG-W	1059,87	1242,15	1282,85	1514,03	1586,67	1323,88	1826,99	2020,37	2248,99	2060,42
4.	NL-A1	1022,39	1208,41	1275,56	1506,97	1597,70	1339,84	1819,16	2011,79	2224,30	2037,03
Obciążenie użytkowe											
5.	Liniowa	545,75	490,25	154,85	437,35	540,05	466,95	106,30	77,75	207,80	286,80
6.	NLG-B2	550,27	494,36	155,73	438,70	541,04	467,43	106,86	78,33	210,16	289,37
7.	NLG-W	533,14	477,89	156,86	434,90	526,94	458,74	105,41	77,87	285,06	211,67
8.	NL-A1	543,21	486,43	155,97	439,02	532,68	463,63	105,16	76,84	285,87	211,23



Rys. 4.43. Deformacje płaskich modeli 1 (a, c, e) i 2 (b, d, f) dwumodułowego mostu wantungowego M2-2D: a) i b) dla wstępnego naciągu want ($t' = 0,006$), c) i d) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1



Rys. 4.44. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) dwumodułowego mostu wantungowego M2-2D: a) i b) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1

skale jak dla układu M2-2D.

Tablica 4.41. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowic pylonów w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ w wybranych węzłach modelu mostu 3-modułowego M3-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia pionowe pomostu i poziome głowic pylonów						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	-22,88	-51,45	6,76	-20,78	-270,48	-481,18	-476,77
2.	NLG-B2	-22,21	-49,07	7,35	-21,44	-274,42	-485,65	-480,57
3.	NLG-W	-20,49	-43,72	8,40	-22,66	-279,47	-489,69	-483,85
4.	NL-A1	-21,87	-48,55	7,23	-21,35	-271,07	-477,95	-472,84
Obciążenie użytkowem								
5.	Liniowa	15,85	50,45	7,88	-9,41	-112,00	-232,50	-238,00
6.	NLG-B2	16,00	51,07	8,00	-9,57	-112,46	-233,67	-239,27
7.	NLG-W	15,45	49,31	7,82	-9,39	-111,63	-232,50	-238,03
8.	NL-A1	15,92	50,95	8,02	-9,58	-113,30	-235,61	-241,20
Węzeł:		105	207	259	361	125 (P1)	279 (P3)	433 (P5)
Obciążenie ciężarem własnym								
9.	Liniowa	-374,85	-397,39	-375,34	-475,79	109,76	13,16	-3,43
10.	NLG-B2	-376,29	-399,45	-376,04	-479,81	115,24	13,97	-4,94
11.	NLG-W	-372,96	-398,21	-372,66	-482,99	125,66	15,69	-8,55
12.	NL-A1	-369,53	-392,59	-369,29	-472,09	114,46	14,02	-5,25

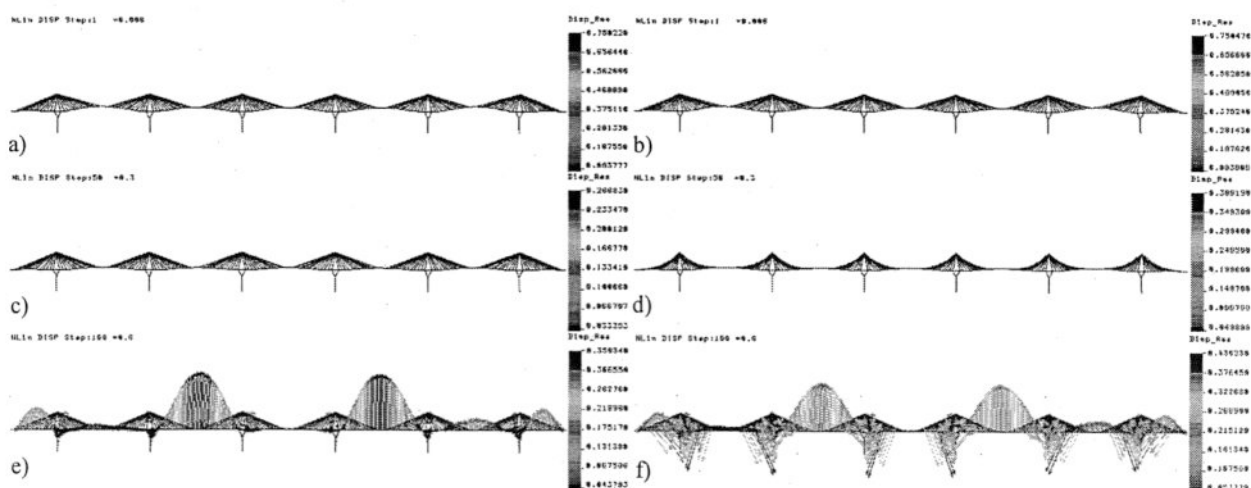
Tablica 4.41. c.d.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Obciążenie użytkowe								
13.	Liniowa	134,00	-218,00	122,50	-193,00	61,87	68,62	58,30
14.	NLG-B2	134,04	-218,81	122,81	-193,84	63,09	68,97	58,11
15.	NLG-W	130,94	-216,75	120,00	-193,07	62,01	67,54	57,26
16.	NL-A1	133,43	-220,15	122,26	-195,42	63,17	68,86	58,06

P1, P3, P5 – węzły głowic pylonów, odpowiednio pierwszego, trzeciego i piątego, tj. w modułach 1, 2 i 3 układu wieloprzęsłowego mostu.

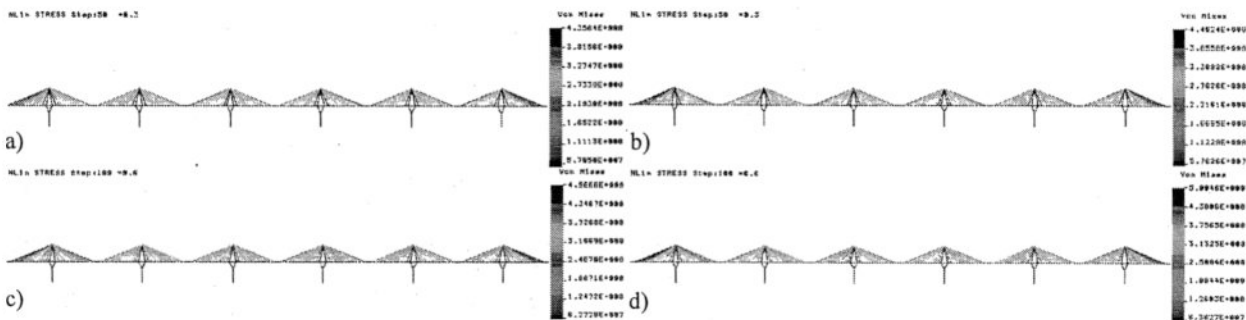
Tablica 4.42. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawach pylonów w [MNm] w wybranych węzłach modelu 3-modułowego mostu M3-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym i pylonach						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		15	24	30	39	53	105	193
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	13,720	-38,220	-55,860	9,310	53,900	46,060	-0,882
2.	NLG-B2	13,650	-38,590	-56,700	9,549	54,400	46,030	-0,894
3.	NLG-W	12,620	-38,920	-56,220	10,269	54,590	45,530	-0,691
4.	NL-A1	13,580	-38,310	-55,960	9,751	53,370	45,080	-0,583
Obciążenie użytkowem								
5.	Liniowa	-11,500	5,500	-20,000	-1,500	29,000	-11,000	2,650
6.	NLG-B2	-11,860	5,510	-19,940	-1,462	29,602	-10,820	2,658
7.	NLG-W	-11,400	5,180	-19,940	-1,537	29,621	-10,610	2,484
8.	NL-A1	-11,850	5,470	-20,150	-1,510	29,840	-10,730	2,607
Węzeł:		207	259	345	361	106 (P1)	260 (P3)	414 (P5)
Obciążenie ciężarem własnym								
9.	Liniowa	48,020	46,060	-7,399	53,900	-34,300	8,673	-58,800
10.	NLG-B2	47,890	46,030	-7,777	54,330	-24,700	9,819	-63,290
11.	NLG-W	47,590	45,530	-8,199	54,520	-18,600	12,297	-72,530
12.	NL-A1	46,940	45,080	-7,407	53,300	-23,300	9,807	-63,050
Obciążenie użytkowem								
13.	Liniowa	21,000	-10,000	3,300	19,000	-60,000	-91,500	-94,000
14.	NLG-B2	21,197	-9,910	3,249	19,217	-57,420	-91,330	-95,080
15.	NLG-W	21,158	-9,730	3,071	19,270	-55,050	-87,930	-91,560
16.	NL-A1	21,351	-9,830	3,190	19,406	-57,710	-91,290	-95,090

Rys. 4.45. Deformacje płaskich modeli 1 (a, c, e) i 2 (b, d, f) 3-modułowego mostu wantowego M3-2D: a) i b) dla wstępnego naciągu want ($t' = 0,006$), c) i d) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz e) i f) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1

Tablica 4.43. Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu 3-modułowego mostu M3-2D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Wanta:		1	2	6	17	21	22	45
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	Liniowa	1015,38	1196,63	1276,10	1501,08	1532,87	1277,53	1780,02
2.	NLG-B2	1039,25	1218,32	1282,41	1505,55	1527,69	1268,89	1788,80
3.	NLG-W	1105,14	1281,81	1289,41	1501,86	1533,64	1264,69	1819,15
4.	NL-A1	1060,88	1242,09	1281,01	1497,07	1552,81	1289,48	1805,45
Obciążenie użytkowe								
5.	Liniowa	554,40	497,90	156,30	436,60	534,75	460,90	139,30
6.	NLG-B2	559,74	502,73	157,27	437,75	534,82	460,34	141,21
7.	NLG-W	542,26	485,99	158,44	434,33	521,72	452,88	136,95
8.	NL-A1	552,66	494,83	157,45	438,09	526,13	456,37	138,76
Wanta:		46	65	66	89	90	109	110
Obciążenie ciężarem własnym								
9.	Liniowa	1969,06	1961,24	1766,06	1789,33	1979,26	2237,16	2063,00
10.	NLG-B2	1977,78	1965,91	1770,19	1791,34	1982,07	2255,86	2082,20
11.	NLG-W	2012,87	1995,31	1793,10	1810,23	2008,44	2312,26	2133,09
12.	NL-A1	1999,29	1988,69	1787,69	1810,12	2006,72	2279,04	2099,90
Obciążenie użytkowe								
13.	Liniowa	106,65	331,35	253,85	113,45	85,20	299,10	222,10
14.	NLG-B2	108,46	333,07	255,30	113,34	85,23	302,45	225,31
15.	NLG-W	105,18	326,37	254,25	111,61	84,19	297,27	225,55
16.	NL-A1	106,10	328,26	254,97	111,48	83,46	298,89	226,16

**Rys. 4.46.** Wykresy naprężeń zredukowanych w ES płaskich modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) 3-modułowego mostu wantowego M3-2D: a) i b) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1

W tablicach 4.44–4.46 zestawiono odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych, poziomych i momentów zginających w dźwigarach głównych i w pylonie oraz sił osiowych w wantach w dwóch prostopadłych płaszczyznach (I i II) dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz dla obciążenia ciężarem własnym oraz pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym dla przestrzennych modeli 1 i 2 podstawowego modułu mostu M1-3D.

Na rysunkach 4.47 i 4.48 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w ES przestrzennych modeli 1 i 2 podstawowego modułu mostu M1-3D dla dwóch etapów jego obciążenia ($t' = 0,3$ i $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A1. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układów płaskich 2D.

W tablicach 4.47–4.49 podano odpowiednio uzyskane wartości przemieszczeń pionowych, poziomych i momentów zginających w dźwigarach głównych i w pylonach oraz sił osiowych w wantach w dwóch prostopadłych płaszczyznach (I i II) dla wszystkich rozpatrywanych typów analiz dla obciążenia ciężarem własnym oraz pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym dla przestrzennych modeli 1 i 2 dwumodułowego mostu wantowego M2-3D.

Tablica 4.44. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowicy pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu 3D mostu M1-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

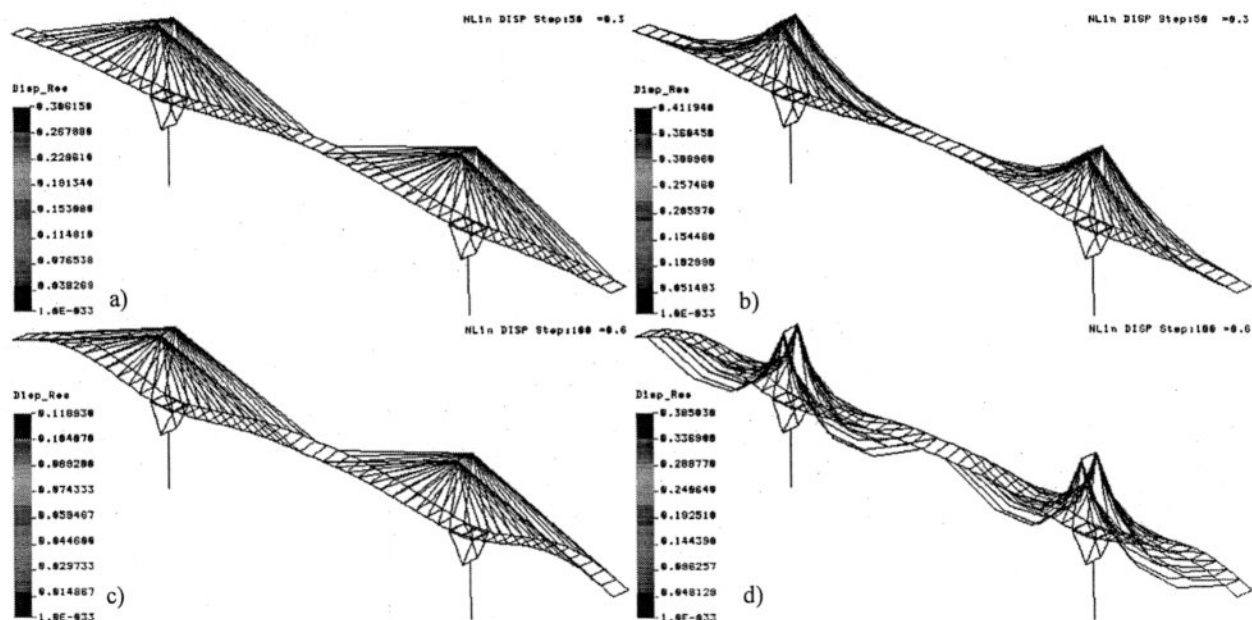
Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia							
		pionowe pomostu							poziome pylonu
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	125
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	Liniowa	-21,56	-48,66	4,75	-22,54	-286,65	-560,07	-567,42	98,49
2.	NLG-B2	-21,04	-46,97	5,14	-23,01	-290,38	-566,53	-574,22	101,55
3.	NLG-W	-19,74	-43,29	5,68	-23,72	-294,92	-574,62	-582,42	107,05
4.	NL-A1	-20,76	-46,71	4,96	-22,86	-286,55	-557,61	-565,17	100,39
Obciążenie użytkowe									
5.	Liniowa	15,10	47,60	5,70	-12,21	-118,50	-232,00	-235,50	59,00
6.	NLG-B2	15,21	47,97	5,77	-12,30	-119,12	-233,37	-237,04	59,56
7.	NLG-W	14,77	46,60	5,73	-12,10	-118,73	-233,27	-236,95	59,07
8.	NL-A1	15,15	47,94	5,81	-12,33	-120,10	-235,64	-239,33	59,76
Węzeł:		3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	125'
Obciążenie użytkowe									
9.	Liniowa	15,30	49,35	9,25	-6,68	-97,50	-201,50	-204,50	53,50
10.	NLG-B2	15,41	49,69	9,28	-6,76	-98,34	-202,77	-205,98	54,07
11.	NLG-W	14,95	48,22	9,08	-6,73	-98,13	-202,83	-206,06	53,57
12.	NL-A1	15,35	49,66	9,32	-6,79	-99,32	-205,00	-208,25	54,28

Tablica 4.45. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawie pylonu w [MNm] w wybranych węzłach modelu 3D mostu M1-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

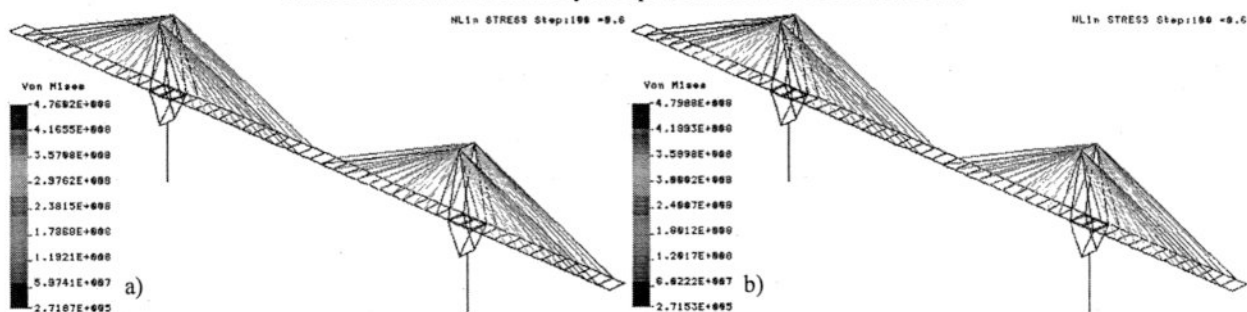
Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym i pylonie					
		3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8
Węzły:		15 / 15'	24 / 24'	30 / 30'	39 / 39'	53 / 53'	106 (P) ¹⁾
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	Liniowa	13,230	-35,770	-63,700	2,940	60,760	-220,500
2.	NLG-B2	12,640	-35,850	-60,830	2,919	61,610	-215,100
4.	NLG-W	11,910	-35,700	-61,010	3,007	62,370	-200,000
5.	NL-A1	12,620	-35,570	-60,050	3,166	60,510	-211,700
Obciążenie użytkowe							
5.	Liniowa	-11,00 / -11,50	4,50 / 5,50	-21,50 / -17,00	1,85 / -2,55	30,00 / 25,50	-140,000
6.	NLG-B2	-11,17 / -11,52	4,78 / 5,51	-21,72 / -17,00	1,84 / -2,61	30,41 / 25,79	-138,740
7.	NLG-W	-10,80 / -11,13	4,45 / 5,21	-21,75 / -17,05	1,74 / -2,70	30,51 / 25,89	-133,370
8.	NL-A1	-11,17 / -11,53	4,75 / 5,48	-21,95 / -17,22	1,78 / -2,66	30,67 / 26,05	-139,510

¹⁾ węzeł podstawy pierwszego pylonu (1).**Tablica 4.46.** Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu 3D podstawowego modułu mostu M1-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe					
		3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8
Wanty:		1 / 1'	2 / 2'	6 / 6'	17 / 17'	21 / 21'	22 / 22'
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	Liniowa	1072,90	1249,45	1301,56	1584,67	1799,43	1562,12
2.	NLG-B2	1091,95	1267,05	1307,67	1593,64	1809,12	1569,34
3.	NLG-W	1147,90	1322,56	1313,20	1599,44	1838,91	1589,74
4.	NL-A1	1114,00	1291,95	1305,27	1584,40	1832,47	1587,90
Obciążenie użytkowe							
5.	Liniowa	561,85/504,50	508,55/448,85	172,25/126,70	460,40/379,10	520,75/447,60	438,80/376,00
6.	NLG-B2	565,03/507,52	511,47/451,58	173,01/127,28	461,97/380,57	522,84/449,40	440,46/377,39
7.	NLG-W	549,12/492,37	495,74/436,88	174,37/129,12	458,61/377,94	510,69/439,19	434,09/372,44
8.	NL-A1	557,59/501,04	502,82/444,18	173,23/128,20	461,95/381,29	514,72/443,03	437,30/375,45



Rys. 4.47. Deformacje przestrzennych modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) podstawowego modułu mostu wantungowego M1-3D: a) i b) dla obciążenia ciężarem własnym ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1



Rys. 4.48. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 (a) i 2 (b) podstawowego modułu mostu wantungowego M1-3D po uwzględnieniu asymetrycznego obciążenia użytkowego ($t' = 0,6$) w wyniku zastosowania analiz nieliniowych: a) NLG-B2 oraz b) NLG-A1

Tablica 4.47. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowic pylonów w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ w wybranych węzłach modelu 3D 2-modułowego mostu M2-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia										
		pionowe pomostu									poziome pylonów	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	105	207	125 (P1)	279 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym												
1.	Liniowa	-22,98	-52,43	4,95	-22,64	-274,40	-491,96	-489,02	-358,19	-488,53	103,39	13,82
2.	NLG-B2	-22,39	-50,39	5,43	-23,23	-278,00	-497,25	-493,75	-359,16	-493,28	108,09	13,73
3.	NLG-W	-20,90	-45,87	6,24	-24,22	-282,43	-501,99	-498,06	-354,75	-497,55	116,39	13,29
4.	NL-A1	-22,08	-49,98	5,28	-23,11	-274,51	-489,43	-485,91	-352,55	-485,46	107,15	13,50
Obciążenie użytkowe												
5.	Liniowa	16,75	52,95	6,65	-13,22	-127,50	-258,50	-265,00	141,50	-218,50	66,63	71,15
6.	NLG-B2	16,90	53,55	6,77	-13,36	-127,98	-259,99	-266,57	141,73	-219,36	67,72	71,22
7.	NLG-W	16,30	51,64	6,64	-13,07	-126,82	-257,94	-264,38	137,88	-217,61	66,57	69,75
8.	NL-A1	16,82	53,45	6,79	-13,38	-128,88	-261,99	-268,58	141,21	-220,95	67,85	71,18
Węzeł:		3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	105'	207'	125'	279'
Obciążenie użytkowe												
9.	Liniowa	16,95	54,60	10,10	-7,73	-106,50	-227,50	-233,50	144,50	-192,50	61,07	65,85
10.	NLG-B2	17,09	55,22	10,20	-7,87	-107,03	-228,93	-235,02	144,62	-193,47	62,14	65,91
11.	NLG-W	16,47	53,21	9,92	-7,74	-106,06	-227,08	-233,03	140,57	-191,91	61,00	64,45
12.	NL-A1	17,01	55,12	10,23	-7,89	-107,92	-230,91	-237,00	144,13	-195,04	62,28	65,87

Tablica 4.48. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawach pylonów w [MNm] w wybranych węzłach modelu 3D 2-modułowego mostu M2-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w dźwigarze głównym i pylonie									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Węzeł:		15	24	30	39	53	105	193	207	106 (P1)	260 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	Liniowa	13,720	-38,220	-58,310	8,820	54,880	44,590	-6,174	54,390	-122,500	-87,220
2.	NLG-B2	13,680	-38,230	-57,290	8,736	55,230	44,560	-6,443	55,170	-111,500	-91,184
3.	NLG-W	12,810	-38,370	-57,010	9,222	55,520	43,980	-6,640	55,480	-82,000	-100,062
4.	NL-A1	13,630	-37,940	-56,560	8,926	54,200	43,620	-6,058	54,140	-108,600	-90,627
Obciążenie użytkowe											
5.	Liniowa	-12,500	5,000	-22,500	0,550	32,500	-11,500	6,100	20,500	-140,000	-202,250
6.	NLG-B2	-12,420	4,970	-22,300	0,580	32,750	-11,450	6,061	20,623	-136,810	-203,556
7.	NLG-W	-11,930	4,600	-22,260	0,550	32,690	-11,170	5,818	20,591	-131,070	-195,508
8.	NL-A1	-12,420	4,930	-22,510	0,540	32,990	-11,370	6,006	20,802	-137,480	-203,583
Węzeł:		15'	24'	30'	39'	53'	105'	193'	207'		
Obciążenie użytkowe											
9.	Liniowa	-12,500	6,000	-17,500	-3,950	27,500	-11,500	2,300	19,500		
10.	NLG-B2	-12,770	5,730	-17,530	-3,926	28,065	-11,440	2,271	19,618		
11.	NLG-W	-12,260	5,380	-17,510	-3,942	28,008	-11,160	2,026	19,581		
12.	NL-A1	-12,770	5,690	-17,730	-3,966	28,297	-11,360	2,212	19,797		

Tablica 4.49. Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu 3D 2-modułowego mostu M2-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

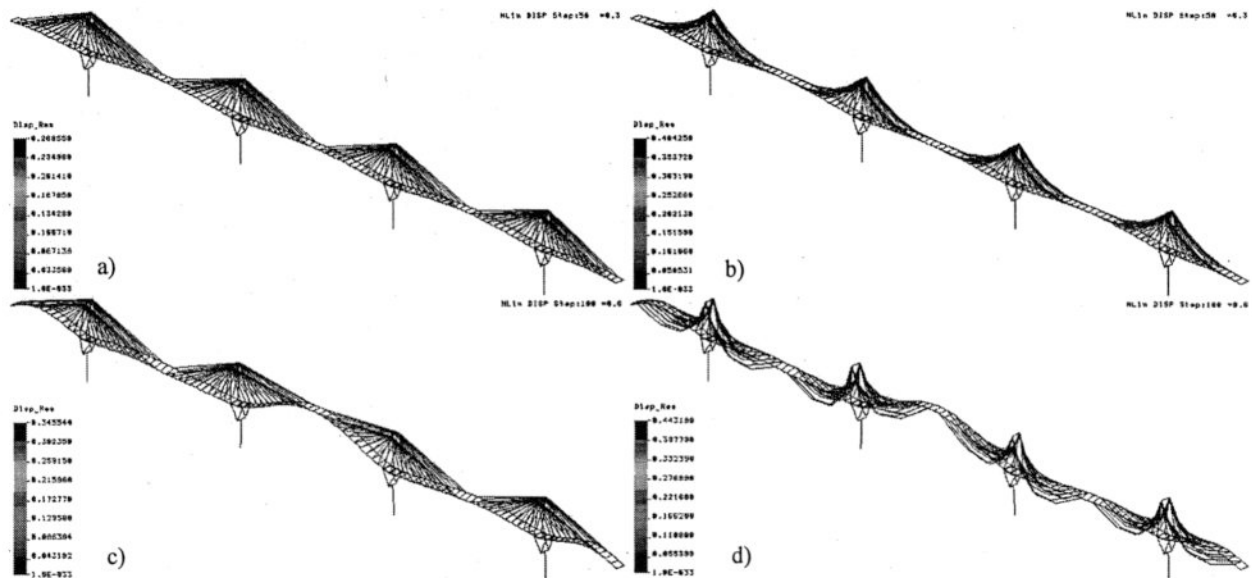
Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wanta:		1	2	6	17	21	22	45	46	65	66
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	Liniowa	1017,68	1198,79	1278,06	1509,63	1560,90	1307,47	1801,19	1986,58	2187,07	2004,84
2.	NLG-B2	1038,89	1218,25	1284,11	1515,50	1560,30	1303,74	1808,08	1993,81	2202,40	2019,93
3.	NLG-W	1098,72	1276,65	1289,93	1514,49	1573,94	1308,21	1833,89	2025,61	2250,01	2060,26
4.	NL-A1	1060,53	1242,30	1282,35	1507,29	1584,70	1323,90	1825,85	2016,96	2226,21	2037,95
Obciążenie użytkowym											
5.	Liniowa	617,35	558,25	186,55	483,85	581,35	501,40	144,00	112,75	291,05	202,60
6.	NLG-B2	622,51	562,95	187,63	485,27	582,44	501,95	144,77	113,59	293,89	205,19
7.	NLG-W	602,25	543,44	188,35	480,57	566,82	492,10	142,10	111,79	289,91	207,61
8.	NL-A1	614,57	553,93	187,62	485,15	573,13	497,44	142,15	110,86	290,02	206,23
Wanta:		1'	2'	6'	17'	21'	22'	45'	46'	65'	66'
Obciążenie użytkowym											
9.	Liniowa	559,00	497,50	140,15	401,30	507,65	438,40	92,30	59,45	239,70	161,25
10.	NLG-B2	564,27	502,30	141,31	403,00	508,97	439,16	92,87	60,03	242,29	163,61
11.	NLG-W	544,72	483,74	142,50	398,99	495,05	430,53	91,71	60,36	239,88	167,01
12.	NL-A1	557,20	494,40	141,97	403,59	501,25	435,75	91,71	59,41	240,20	165,80

Na rysunkach 4.49 i 4.50 przedstawiono odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zredukowane w ES przestrzennych modeli 1 i 2 2-modułowego mostu M2-3D dla dwóch etapów jego obciążenia ($t' = 0,3$ i $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A1. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układu M1-3D.

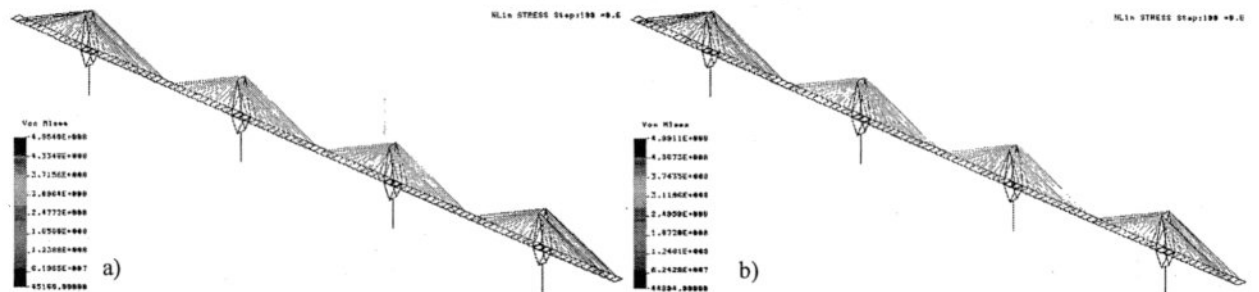
W tablicach 4.50–4.52 podano uzyskane wartości przemieszczeń pionowych, poziomych i momentów zginających w dźwigarach głównych i w pylonach oraz sił osiowych w wantach w dwóch prostopadłych płaszczyznach dla wykonanych analiz dla modeli 3D 1 i 2 mostu M3-3D.

Na rysunkach 4.51 i 4.52 pokazano odpowiednio przykładowe deformacje i naprężenia zreduko-

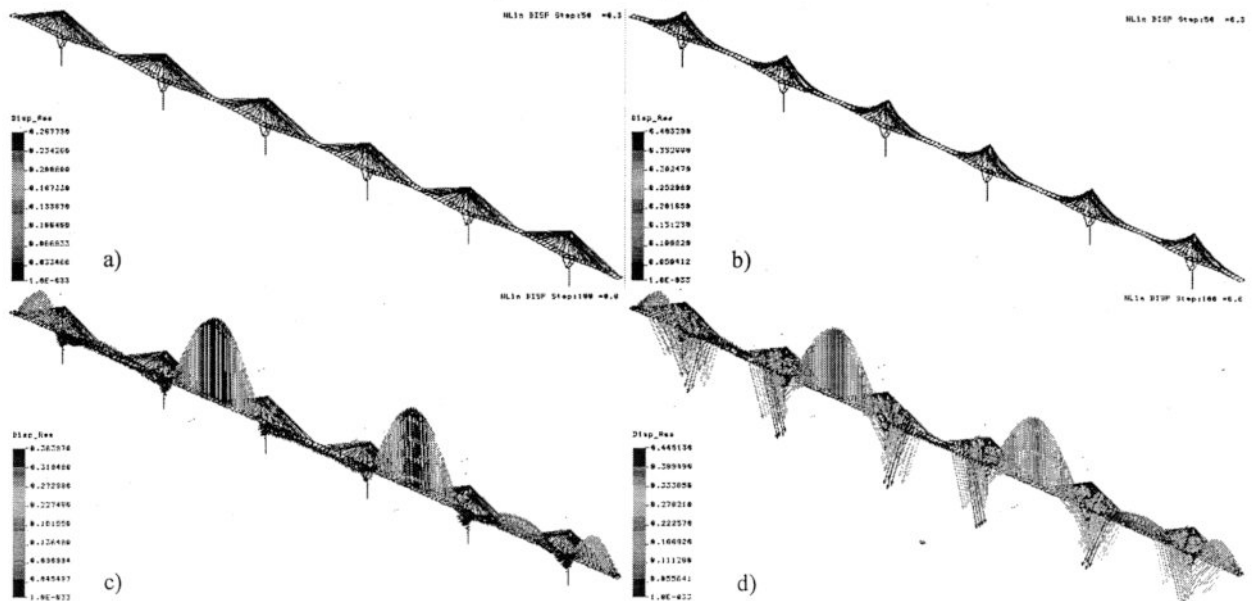
wane w ES przestrzennych modeli 1 i 2 3-modułowego mostu M3-3D dla dwóch etapów jego obciążenia ($t' = 0,3$ i $0,6$) dla analiz NLG-B2 i NL-A1. Na wykresach przemieszczeń zastosowano identyczne skale jak dla układu M1/2-3D.



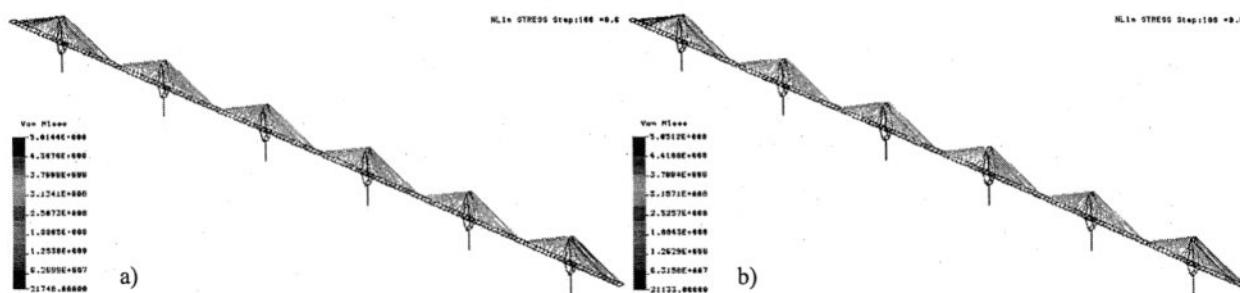
Rys. 4.49. Deformacje przestrzennych modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) 2-modułowego mostu wantungowego M2-3D: a) i b) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1



Rys. 4.50. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 (a) i 2 (b) 2-modułowego mostu wantungowego M2-3D po uwzględnieniu asymetrycznego obciążenia użytkowego ($t' = 0,6$) w wyniku zastosowania analiz nieliniowych: a) NLG-B2 oraz b) NLG-A1



Rys. 4.51. Deformacje przestrzennych modeli 1 (a, c) i 2 (b, d) 3-modułowego mostu wantungowego M3-3D: a) i b) po uwzględnieniu ciężaru własnego ($t' = 0,3$) oraz c) i d) pod asymetrycznym obciążeniem użytkowym ($t' = 0,6$), w wyniku zastosowania analiz nieliniowych odpowiednio NLG-B2 oraz NLG-A1



Rys. 4.52. Wykresy naprężeń zredukowanych w ES przestrzennych modeli 1 (a) i 2 (b) 3-modułowego mostu wantungowego M3-3D po uwzględnieniu asymetrycznego obciążenia użytkowego ($q' = 0,6$) w wyniku zastosowania analiz nieliniowych: a) NLG-B2 oraz b) NLG-A1

4.6. Analiza wyników

4.6.1. Modele mostów trójpłaszczyznowych

Uwagi ogólne. Na podstawie wykonanych obliczeń dla modeli płaskich i przestrzennych trzech podstawowych układów trójpłaszczyznowych (dwupylonowych) mostów wantungach najmniejszą liczbę iteracji (stałą dla wszystkich typów konstrukcyjnych) uzyskano dla analiz nieliniowych uwzględniających wyłącznie efekty dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NLG-B1/2), równą 7 dla pierwszych pięciu przyrostów obciążenia (tablica 4.15). Zastosowanie obliczeń przy włączeniu zwisu cięgien (NLG-W, NL-A1) wpłynęło na dwukrotne zwiększenie ich liczby, tj. do 14 dla modeli z wachlarzowym i radialnym układem want, i do 13 dla typu radialnego. Dodatkowe uwzględnienie nieliniowości fizycznej spowodowało zwiększenie liczby iteracji o 1 dla układów radialnego i harfowego. Zastosowanie modeli 3D nie wpłynęło na zmiany liczby iteracji w stosunku do modeli 2D.

W przedmiotowej analizie dokonano oceny wpływów nieliniowych na zachowanie się przyjętych modeli mostów wantungach w zakresie obciążeń statycznych, uwzględniając w pierwszej kolejności udział ciężaru własnego konstrukcji 2D, w następnej – obciążenia użytkowego 2D oraz obciążenia użytkowego zlokalizowanego asymetrycznie w przekroju poprzecznym mostu 3D.

W celu zwiększenia dokładności zestawionych w tablicach procentowych wartości przyrostów rozważanych wielkości statycznych, otrzymano je w wyniku linearyzacji ścieżek równowagi rozwiązań dla każdego z założonych współczynników nieliniowych.

Z uwagi na możliwość wystąpienia niekontrolowanego błędu w obrębie uzyskanych małych wartości rozpatrywanych wielkości statycznych, w analizie wyników pominięto dla nich ocenę nieliniowości układów.

Analiza wpływów nieliniowych dla stanu przemieszczeń pionowych dźwigarów głównych. Zgodnie z przewidywaniami największe wartości ugięć pomostu dla obciążenia ciężarem własnym i użytkowym otrzymano w $l/2$ rozpiętości przęsła głównego (środkowego) mostu wantungach z harfowym układem cięgien 2D, które dla analizy uwzględniającej złożoną nieliniowość (NL-A2) wynoszą odpowiednio $1279,2 \times 10^{-3}$ oraz $753,4 \times 10^{-3}$ m (tablica 4.22). Dla pozostałych modeli (typ wachlarzowy i radialny) wartości te są nieco mniejsze i wynoszą odpowiednio $1130,8 \times 10^{-3}$ i $1080,4 \times 10^{-3}$ m (od ciężaru własnego) oraz $697,1 \times 10^{-3}$ i $686,3 \times 10^{-3}$ m od obciążenia użytkowego (tablice 4.16 i 4.28).

Na podstawie uzyskanych rozwiązań w zakresie nieliniowości geometrycznej dla ugięć dźwigara głównego z uwzględnieniem efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ dla ES pomostu (NLG-B1) pod obciążeniem własnym zauważono, że w przęsłach skrajnych modeli z wachlarzowym ($P^{\text{II}}\text{-2D-w}$) i radialnym ($P^{\text{II}}\text{-2D-r}$) układem want są one mniejsze od wyników z analizy liniowej, a większe dla typu harfowego $P^{\text{II}}\text{-2D-h}$ (tablice 4.53–4.55). Największy przyrost przemieszczeń pionowych dla sztywności rosnącej występuje w węźle 4 mostu $P^{\text{II}}\text{-2D/3D-w}$ ($-6,5\%$), a dla sztywności malejącej – w węźle 10

Tablica 4.50. Zestawienie ugięć pomostu i przemieszczeń poziomych głowicy pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] w wybranych węzłach modelu M3-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Przemieszczenia														
		pionowe pomostu										poziome pylonów				
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Węzły:		3	15	25	29	39	51	53	105	207	259	361	125 (P1)	279 (P3)	433 (P5)	
Obciążenie ciężarem własnym																
1.	Liniowa	-21,95	-48,51	5,98	-23,77	-278,32	-490,00	-485,10	-374,36	-401,31	-373,87	-484,61	114,17	13,87	-1,13	
2.	NLG-B2	-21,24	-46,14	6,55	-24,44	-281,71	-494,48	-489,15	-375,31	-402,96	-375,06	-488,38	119,33	14,72	-2,57	
3.	NLG-W	-19,54	-40,87	7,57	-25,65	-286,75	-498,71	-492,67	-371,69	-401,85	-371,41	-491,80	129,77	16,52	-6,02	
4.	NL-A1	-20,92	-45,69	6,41	-24,33	-278,26	-486,71	-481,35	-368,58	-396,09	-368,35	-480,60	118,47	14,76	-2,92	
Obciążenie użytkowe																
5.	Liniowa	17,00	53,90	6,85	-13,45	-128,00	-259,50	-266,00	147,50	-247,00	135,00	-216,50	68,89	79,05	67,70	
6.	NLG-B2	17,20	54,65	7,03	-13,64	-129,15	-260,93	-267,35	147,91	-247,67	135,66	-217,55	70,26	79,49	67,46	
7.	NLG-W	16,58	52,65	6,88	-13,33	-127,91	-259,01	-265,33	144,18	-244,56	132,27	-216,12	68,90	77,64	66,37	
8.	NL-A1	17,12	54,55	7,05	-13,66	-130,04	-262,89	-269,31	147,28	-249,00	135,09	-219,14	70,37	79,39	67,43	
Węzły:		3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	105'	207'	259'	361'	125'	279'	433'	
Obciążenie użytkowe																
9.	Liniowa	17,20	55,60	10,30	-8,00	-107,00	-228,50	-234,50	150,50	-220,50	138,00	-191,00	63,38	73,70	62,45	
10.	NLG-B2	17,39	56,32	10,46	-8,16	-108,21	-229,88	-235,80	150,75	-221,33	138,38	-191,70	64,69	74,10	62,19	
11.	NLG-W	16,76	54,22	10,16	-8,00	-107,15	-228,15	-233,98	146,82	-218,43	134,80	-190,45	63,32	72,27	61,11	
12.	NL-A1	17,32	56,22	10,49	-8,18	-109,08	-231,82	-237,74	150,15	-222,63	137,83	-193,27	64,80	74,00	62,16	

mostu P^{II}-2D/3D-h (4,9%). Tak wyraźnych relacji jak dla przęsła skrajnego nie dostrzeżono w przęsle głównym, dla którego ekstremalne wpływy (NLG-B1) są w rozważanych przekrojach na ogół znacznie mniejsze i ekstremalnie wynoszą -2,9% i 3,0%.

Uwzględnienie powyższych wpływów nieliniowych dla wszystkich ES (pylony i dźwigar główny) modeli (NLG-B2) powoduje w zasadzie redukcję bezwzględnych wartości przyrostów ugięć pomostu w odniesieniu do NLG-B1, przy czym w układzie wachlarzowym charakteryzuje się on (pomost) tendencją do malejącej sztywności na całej swej długości, a w układzie radialnym – tylko w przęsle skrajnym (tablice 4.53 i 4.55).

Największy wpływ na wartości przemieszczeń pionowych dźwigara we wszystkich modelach mają analizy z udziałem zwisu want – większe wartości z analiz nieliniowych uzyskano dla przęseł głównych (maksymalnie 13,6% dla P^{II}-w), i mniejsze od rozwiązań liniowych dla przęsła skrajnego (jedynie w moście P^{II}-h). W związku z powyższym, współczynnik NLG-W ma również decydujący wpływ na charakterystykę rozkładu przyrostów ugięć prawie we wszystkich rozważanych przekrojach pomostu dla analiz złożonych nieliniowości (NL-A1/A2). Dla najbardziej znaczących wielkości przemieszczeń pionowych (w 1/2 przęsła głównego) największy wpływ kompleksowej nieliniowości geometrycznej (NL-A1) zauważono w modelu z radialnym olinowaniem, tj. 26,4% (tablica 4.55), a najmniejszy dla typu harfowego –

Tablica 4.51. Zestawienie momentów zginających w dźwigarze głównym i podstawach pylonów w [MNm] w wybranych węzłach modelu M3-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Momenty zginające w														
		dźwigarze głównym										pylonach				
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1	2															
	Węzeł:	15	24	30	39	53	105	193	207	259	345	361	106 (P1)	260 (P3)	414 (P5)	
Obciążenie ciężarem własnym																
1.	Liniowa	13,230	-38,710	-55,860	9,800	54,390	46,060	-0,882	47,530	46,060	-7,497	54,390	-83,300	14,700	-123,970	
2.	NLG-B2	12,850	-39,050	-56,320	9,940	54,850	45,810	-0,852	48,000	45,810	-7,817	54,780	-64,500	16,900	-132,580	
3.	NLG-W	11,820	-39,370	-55,840	10,639	55,060	45,280	-0,644	47,720	45,290	-8,210	54,990	-55,900	21,730	-151,150	
4.	NL-A1	12,780	-38,760	-55,580	10,134	53,820	44,860	-0,540	47,050	44,860	-7,439	53,750	-61,600	16,890	-131,990	
Obciążenie użytkowym																
5.	Liniowa	-12,500	5,000	-22,000	0,700	32,500	-11,500	5,000	23,000	-11,000	5,800	20,500	-135,000	-205,500	-207,500	
6.	NLG-B2	-12,650	4,830	-22,150	0,739	32,800	-11,930	4,986	22,845	-10,940	5,734	20,469	-128,000	-205,310	-209,760	
7.	NLG-W	-12,120	4,470	-22,130	0,665	32,760	-11,670	4,790	22,730	-10,710	5,530	20,473	-123,000	-197,210	-201,400	
8.	NL-A1	-12,640	4,790	-22,370	0,698	33,030	-11,830	4,942	22,995	-10,850	5,680	20,649	-128,700	-205,240	-209,760	
	Węzeł:	15'	24'	30'	39'	53'	105'	193'	207'	259'	345'	361'				
Obciążenie użytkowym																
9.	Liniowa	-12,500	5,500	-17,500	-3,800	28,000	-11,500	1,150	22,000	-11,000	2,000	19,500				
10.	NLG-B2	-13,000	5,590	-17,380	-3,760	28,109	-11,910	1,137	21,776	-10,940	1,942	19,459				
11.	NLG-W	-12,450	5,250	-17,380	-3,829	28,072	-11,650	0,942	21,661	-10,710	1,735	19,460				
12.	NL-A1	-12,990	5,550	-17,590	-3,804	28,338	-11,820	1,088	21,925	-10,850	1,882	19,639				

18,7% (tablica 5.54). W myśl wcześniejszych założeń, dodatkowe uwzględnienie nieliniowości fizycznej (NL-A2) wpłynęło generalnie na zwiększenie przyrostów ugięć we wszystkich przekrojach każdego modelu z wyjątkiem węzła 27 w I/2 przeszła głównego dla typu mostu z radialnym olinowaniem.

Uwzględnienie dodatkowego obciążenia użytkowego w prześle głównym wpływa w sposób znaczący na zmniejszenie udziału nieliniowości na wielkość ugięć dźwigara głównego w każdym z trzech modeli mostów. Zastosowanie teorii II-rzędu w zakresie efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NLG-B) powoduje zwiększenie ugięć tego makroelementu na całej swej długości w porównaniu z rozwiązaniami liniowymi we wszystkich modelach dyskretnych, przy czym nieznacznie większy udział (0,4%) przy uwzględnieniu nieliniowego współczynnika NLG-B2 występuje w przeszłach skrajnych mostów P^{II} -2D/3D-w i P^{II} -2D/3D-h, natomiast w przeszłach środkowych nie dostrzeżono wyraźnych relacji między analizami NLG-B1 i NLG-B2 (tablice 4.53–4.55).

Podobnie do analiz w zakresie obciążenia ciężarem własnym, również w tym przypadku największy wpływ na wartości ugięć ma uwzględnienie zwisu cięgien, przy czym wszystkie otrzymane wartości są mniejsze od rozwiązań liniowych. Maksymalne różnice przyrostów przemieszczeń pionowych dotyczą mostu z radialnym układem want (średnio – 5,3%), a najmniejsze dla typu harfowego (średnio – 3,5%). Należy dodać, że wyniki procentowe wpływów nieliniowych (NLG-W) charakteryzują się tendencją do

Tabela 4.52. Zestawienie sił osiowych w [kN] w wybranych ES modelu 3D 3-modułowego mostu M3-3D dla rozważanych analiz pod obciążeniem ciężarem własnym i asymetrycznym obciążeniem użytkowym

Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe													
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2														
	Wanta:	1	2	6	17	21	22	45	46	65	66	89	90	109	110
Obciążenie ciężarem własnym															
1.	Liniowa	1050,90	1227,99	1282,49	1500,87	1519,25	1261,06	1776,30	1965,35	1959,84	1764,29	1800,85	1989,14	2240,66	2065,89
2.	NLG-B2	1075,26	1250,19	1288,89	1505,44	1514,15	1252,41	1784,86	1973,85	1964,44	1768,30	1803,21	1992,20	2259,11	2084,78
3.	NLG-W	1141,29	1313,91	1295,93	1501,95	1520,55	1248,77	1814,83	2008,51	1993,62	1790,96	1822,65	2019,00	2315,06	2134,95
4.	NL-A1	1096,71	1273,92	1287,32	1497,05	1539,35	1273,17	1801,59	1995,42	1987,22	1785,80	1821,90	2016,79	2282,64	2102,76
Obciążenie użytkowym															
5.	Liniowa	626,30	566,15	188,05	483,40	577,05	496,45	182,55	146,55	344,20	257,35	150,05	119,25	303,50	216,95
6.	NLG-B2	632,39	571,69	189,30	484,59	577,04	495,73	184,91	148,77	346,14	258,97	150,07	119,40	307,21	220,60
7.	NLG-W	611,62	551,78	190,03	480,31	562,54	487,25	178,77	143,60	339,18	258,25	147,39	117,25	302,15	221,52
8.	NL-A1	624,44	562,71	189,22	484,49	567,37	491,02	181,47	145,14	340,77	258,41	147,30	116,41	303,29	221,42
	Wanta:	1'	2'	6'	17'	21'	22'	45'	46'	65'	66'	89'	90'	109'	110'
Obciążenie użytkowym															
9.	Liniowa	567,95	505,40	141,70	400,85	503,30	433,40	130,20	92,50	292,75	216,20	98,50	66,00	251,65	175,10
10.	NLG-B2	574,15	511,05	142,97	402,34	503,57	432,93	132,34	94,53	294,44	217,57	98,27	65,93	255,12	178,51
11.	NLG-W	554,10	492,09	144,20	398,72	490,81	425,71	127,61	91,32	288,83	217,66	97,14	65,98	251,64	180,44
12.	NL-A1	567,05	503,17	143,57	402,94	495,54	429,36	130,21	92,78	290,67	218,06	97,03	65,15	252,93	180,48

niewielkiego zróżnicowania ($P^{\text{II}}\text{-2D/3D-w/r}$), z nieznacznie większymi wartościami dla przekrojów przęsła głównego w stosunku do skrajnego dla modelu $P^{\text{II}}\text{-2D/3D-h}$ (tabela 4.54).

Przyrosty ugięć uzyskane ze złożonej analizy nieliniowości geometrycznej (NL-A1) są w każdym przypadku mniejsze od NLG-W, z maksymalną różnicą dla systemu harfowego rzędu 3,1% (węzeł 19). Uwzględnienie dodatkowe wpływu nieliniowości fizycznej (NL-A2) wykazuje niewielkie zwiększenie przyrostów ugięć pomostu w przęśle głównym modelu z olinowaniem wachlarzowym oraz ich redukcję w przęśle skrajnym. W pozostałych modelach nie dostrzeżono podobnych zależności, jednak ekstremalne wpływy nieliniowe w zakresie ugięć pomostu od obciążeń użytkowych (NL-A2) są w układzie radialnym (max $-4,6\%$) i harfowym (min. $-1,3\%$).

Asymetryczne obciążenie użytkowe (modele 3D) nie wpływa na znaczne zróżnicowanie wyników przyrostów ugięć w dźwigarach głównych w porównaniu z modelami płaskimi dla wszystkich typów analiz nieliniowych. Dotyczy to również wyników z analiz NLG-B (3D) dla przekrojów zlokalizowanych w obu równoległych płaszczyznach I i II (tablice 4.53–4.55). Uwzględnienie w obliczeniach nieliniowości NLG-W powoduje wzrost przyrostów przemieszczeń pionowych we wszystkich rozważanych węzłach dźwigara położonego w II płaszczyźnie (nie obciążonego zewnątrz) wszystkich modeli. Zauważona średnia różnica dla węzłów przęsła środkowego modelu $P^{\text{II}}\text{-2D/3D-w}$ wynosi 1%, maksymalna $-1,4\%$ ($P^{\text{II}}\text{-2D/3D-r}$), a najmniejsze występują w przekrojach dźwigara modelu z układem harfowym ciągłym. W związku z poprzednim spostrzeżeniem dotyczącym podobieństw w rozkładzie

wpływów nieliniowych dla wszystkich analiz uwzględniających zwis want, również dla analiz złożonych NL-A większe przyrosty ugięć widoczne są w węzłach II płaszczyzny wszystkich modeli przestrzennych. Generalnie w każdym z układów różnice między wpływami nieliniowymi NL-A1 i NL-A2 w zakresie przemieszczeń pionowych dla węzłów pomostu danej płaszczyzny nie są znaczące, a największa różnica wynosi 1,6% dla węzła 19' modelu P^{II}-2D/3D-w (tablica 4.53).

Analiza wpływów nieliniowych w zakresie momentów zginających.

• **Dźwigary główne.** Na podstawie wykonanych obliczeń największe wartości dodatnich momentów zginających w dźwigarze głównym pod obciążeniami własnym i użytkowym otrzymano w 1/2 rozpiętości przęseł środkowych z wachlarzowym i radialnym układem cięgien (2D), które dla analizy uwzględniającej złożoną nieliniowość (NL-A2) wynoszą odpowiednio 105,02 i 104,88 MNm oraz 68,62 i 70,88 MNm (tablice 4.17 i 4.29), a najmniejsze dla typu harfowego, tj. 94,10 i 55,17 MNm (tablica 4.23). W zakresie ujemnych momentów zginających dla rozważanych schematów obciążeń redystrybucja maksymalnych wartości nad podporą pylonu P1 przebiega w kolejności odwrotnej, czyli w modelach P^{II}-2D/3D-h/w/r, które wynoszą -145,56 i -19,01, -84,32 i -8,85 oraz -83,53 i -8,44 MNm. Wynika stąd, że największe wartości momentów podporowych od obciążeń stałych i użytkowych są dla układu harfowego niemal dwukrotnie większe w porównaniu z pozostałymi dwoma.

Analizując wpływy nieliniowe w zakresie dużych przemieszczeń i oddziaływania sił osiowych na sztywność dźwigara głównego i pylonu (NLG-B) dla obciążenia ciężarem własnym, rozwiązania liniowe dają mniejsze wartości momentów zginających na całej rozważanej długości pomostu modelu P^{II}-2D/3D-h, w przęśle głównym mostu z układem radialnym cięgien (P^{II}-2D/3D-r), natomiast dla typu wachlarzowego w dwóch przekrojach zauważono sytuację odwrotną (tablice 4.56 i 4.57). Generalnie, wielkości przyrostów momentów zginających nie przekraczają 3% (w sporadycznych przypadkach ±8%) (tablica 5.29). Jednocześnie nie zauważono ogólnych tendencji do znaczącego zróżnicowania wyników dla wpływów nieliniowych w obrębie analiz NLG-B1 i NLG-B2.

Podobnie jak w przypadku analizy ugięć dźwigara głównego, także i w tym przypadku decydujący wpływ na wielkości momentów zginających w tym elemencie ma uwzględnienie zwisu cięgien. Ogólnie rzecz biorąc, dla przypadków analiz NLG-W i NL-A w układzie harfowym dźwigar cechuje się sztywnością rosnącą, a w radialnym – sztywnością malejącą, dotyczącą przęsła głównego. Największe wartości procentowego przyrostu momentów zginających dostrzeżono w przęśle środkowym modelu P^{II}-

Tablica 4.53. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ_y w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II}-2/3D-w uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost przemieszczeń pionowych pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	NLG-B1	-6,53	-4,67	-1,76	-0,78	-0,48	1,68	1,33
2.	NLG-B2	1,41	0,93	2,36	2,60	1,11	1,48	1,08
3.	NLG-W	-34,21	6,71	28,22	6,18	13,60	7,68	9,37
4.	NL-A1	-12,28	13,74	38,81	13,36	18,80	19,06	12,42
5.	NL-A2	-8,86	14,43	39,02	21,85	20,58	22,31	21,46
Obciążenie użytkowe 2D								
6.	NLG-B1	0,93	0,94	0,68	0,25	0,53	-0,19	0,32
7.	NLG-B2	1,12	1,34	0,94	0,05	1,39	0,49	0,11
8.	NLG-W	-4,32	-4,58	-4,81	-4,25	-4,41	-4,72	-4,74
9.	NL-A1	-3,07	-3,51	-3,84	-3,50	-2,46	-3,86	-3,51
10.	NL-A2	-2,86	-3,20	-3,33	-3,52	-3,77	-3,18	-3,85
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D								
11.	NLG-B1	0,92	0,99	0,72	0,21	0,36	0,20	0,32
12.	NLG-B2	1,12	1,35	0,92	0,19	0,95	0,63	-0,20
13.	NLG-W	-4,27	-4,52	-4,73	-4,10	-3,95	-4,73	-4,29
14.	NL-A1	-3,00	-3,41	-3,75	-3,40	-3,61	-3,92	-3,77
15.	NL-A2	-2,80	-3,17	-3,67	-2,85	-3,27	-3,24	-3,41
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
16.	NLG-B1	0,94	0,84	0,60	0,30	0,73	0,45	0,29
17.	NLG-B2	1,11	1,33	1,08	0,32	0,00	0,12	-0,21
18.	NLG-W	-4,44	-4,69	-4,94	-5,23	-5,14	-4,81	-5,39
19.	NL-A1	-3,13	-3,60	-3,97	-4,35	-2,88	-3,87	-4,04
20.	NL-A2	-2,93	-3,24	-3,39	-3,89	-4,49	-4,13	-3,73

2D/3D-h, wynoszącym dla analizy NLG-W $-34,5\%$ (węzeł 19). Wynika to z niedostatecznego wstępnego naciągu niektórych want w stosunku do (stałego) kąta ich nachylenia do poziomu dla układu harfowego (najmniejszego dla wszystkich makroelementów ciągnowych w porównaniu z dwoma pozostałymi typami mostów), a wymuszonego jednym ze wstępnych warunków dotyczącym zachowania podobnych wartości sił osiowych w ciągnach w I fazie obciążenia.

Wszystkie przyrosty momentów zginających w $l/2$ przęsła głównego (węzeł 27) dla analiz uwzględniających zwis want mają wartości dodatnie, przy czym maksimum (w zakresie NLG-W) uzyskano dla modelu harfowego ($13,3\%$), a minimum dla wachlarzowego ($1,9\%$). Zależność ta ma miejsce również dla złożonych nieliniowości NL-A1 i NL-A2 (tablice 4.56 i 4.57). We wszystkich rozważanych przekrojach przęsła głównego pomostu trzech modeli, dla których zauważono tendencje do sztywności malejącej w wyniku zastosowania kompleksowej nieliniowości geometrycznej (NL-A1), następuje nieznaczne jej zmniejszenie po dodatkowym uwzględnieniu w analizie nieliniowości materiałowej want.

Przyjęcie dodatkowego obciążenia użytkowego redukuje, z dosyć dużym rozrzutem, przyrosty momentów zginających w dźwigarze głównym dla wszystkich modeli w porównaniu z poprzednim schematem (tablice 4.56 i 4.57). W przęsłach skrajnych zanotowano większe wartości momentów zginających dla rozwiązań wg teorii II-rzędu NLG-B, zaś w przęsłach środkowych nie dostrzeżono podobnych zależności. Nie ma przy tym większego wpływu na zróżnicowanie wyników uwzględnienie efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ tylko w ES pomostu (NLG-B1) i dodatkowo w pylonie (NLG-B2) – są one porównywalne. Przyrosty momentów zginających przy zwisie cięgien (NLG-W) we wszystkich przekrojach obu przęseł trzech modeli mostów wskazują na sztywność rosnącą tego makroelementu, natomiast wyjątek dla układu

P^{II} -2D-h (węzły 18 i 19) znajduje poprzednio podane wyjaśnienie. W przęsłach skrajnych uśredniony udział wpływów nieliniowych NLG-W jest największy w modelu P^{II} -2D/3D-r ($-6,9\%$), najmniejszy w modelu P^{II} -2D/3D-h ($-3,1\%$), a dla układu wachlarzowego wynosi $-5,8\%$. W $l/2$ przęsła środkowego (węzeł 27) wartości te są podobne dla wszystkich typów mostów, a ekstrema zauważono w modelach P^{II} -2D/3D-w ($-2,82\%$) i P^{II} -2D/3D-r ($-3,39\%$). W większości przypadków zastosowanie złożonej analizy nieliniowej NL-A1 nie wpływa znacząco na zróżnicowanie wyników w porównaniu z NLG-W, chociaż dla tej pierwszej, otrzymane przyrosty mają nieco mniejsze wartości. Nie

Tablica 4.54. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ_y w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II} -2/3D-h uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost przemieszczeń pionowych pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	NLG-B1	2,28	2,37	4,88	0,52	0,08	-2,93	-0,09
2.	NLG-B2	-0,20	0,33	-3,29	0,26	0,63	1,26	-0,27
3.	NLG-W	-5,01	-8,99	-26,63	0,16	3,66	8,87	8,96
4.	NL-A1	-14,01	-16,78	-36,21	5,55	8,46	10,76	15,30
5.	NL-A2	-13,27	-16,92	-38,08	8,45	10,77	20,43	18,66
Obciążenie użytkowe 2D								
6.	NLG-B1	1,62	1,80	1,70	1,12	0,87	0,82	0,74
7.	NLG-B2	1,67	1,89	1,89	1,36	0,37	0,58	0,51
8.	NLG-W	-3,22	-3,10	-3,00	-3,20	-3,94	-3,85	-4,48
9.	NL-A1	-0,92	-0,80	-0,40	-0,72	-0,85	-2,50	-2,84
10.	NL-A2	-0,76	-0,72	-0,46	-0,78	-1,53	-2,31	-2,79
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D								
11.	NLG-B1	1,48	1,85	1,95	0,95	1,50	0,77	-0,23
12.	NLG-B2	1,82	1,98	2,14	0,81	-0,20	0,56	0,24
13.	NLG-W	-3,33	-3,25	-3,10	-2,93	-4,07	-4,23	-4,31
14.	NL-A1	-0,77	-0,75	-0,49	-0,66	-1,23	-2,94	-2,78
15.	NL-A2	-0,92	-0,66	-0,56	-0,97	-0,68	-2,00	-2,69
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
16.	NLG-B1	1,68	1,74	1,83	0,99	1,77	0,93	0,31
17.	NLG-B2	2,02	1,82	2,01	1,26	-0,38	0,66	0,86
18.	NLG-W	-3,43	-3,21	-3,28	-3,53	-3,76	-4,31	-5,43
19.	NL-A1	-0,83	-0,89	-0,64	-0,74	-1,76	-2,83	-3,64
20.	NL-A2	-0,93	-0,76	-0,66	-0,87	-1,20	-2,66	-2,91

Tablica 4.55. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ , w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II}-2/3D-r uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost przemieszczeń pionowych pomostu						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		4	7	10	15	19	23	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	NLG-B1	-3,61	-2,64	-1,01	-1,98	-0,27	3,00	-2,12
2.	NLG-B2	1,38	1,81	0,90	-2,43	0,40	-2,60	-2,25
3.	NLG-W	-5,82	18,31	21,40	13,19	16,27	15,50	9,63
4.	NL-A1	34,42	23,45	41,69	22,40	21,10	21,12	26,42
5.	NL-A2	37,66	23,36	44,97	18,99	22,72	24,43	22,49
Obciążenie użytkowe 2D								
6.	NLG-B1	1,02	0,96	0,70	0,48	1,14	0,73	0,31
7.	NLG-B2	0,94	1,13	0,92	0,19	0,08	0,45	0,97
8.	NLG-W	-5,14	-5,52	-5,46	-5,67	-4,79	-5,94	-4,83
9.	NL-A1	-4,04	-4,47	-4,86	-4,13	-4,61	-4,22	-4,94
10.	NL-A2	-3,82	-4,02	-4,56	-4,60	-4,38	-4,46	-4,01
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D								
11.	NLG-B1	0,81	0,92	0,81	0,33	0,73	-0,02	0,22
12.	NLG-B2	1,06	1,08	1,04	0,65	1,52	0,69	0,83
13.	NLG-W	-5,02	-5,47	-5,32	-4,89	-4,40	-5,11	-5,06
14.	NL-A1	-3,93	-4,31	-4,69	-3,97	-4,20	-4,32	-4,51
15.	NL-A2	-3,78	-4,11	-4,44	-4,26	-3,91	-3,69	-4,23
Węzeł:		4'	7'	10'	15'	19'	23'	27'
16.	NLG-B1	0,90	0,92	0,54	0,66	1,67	0,45	0,39
17.	NLG-B2	0,82	1,09	0,77	0,29	0,41	0,13	1,12
18.	NLG-W	-5,20	-5,58	-5,67	-6,28	-5,43	-6,08	-5,41
19.	NL-A1	-4,15	-4,43	-5,04	-5,09	-5,25	-5,16	-4,79
20.	NL-A2	-3,92	-4,17	-4,30	-5,15	-5,09	-4,53	-4,57

ma jednocześnie wyraźnej relacji między wpływami II-rzędu dla złożonych analiz NL-A1 i NL-A2. Na ogół, otrzymane w wyniku ich zastosowania, wartości momentów zginających uzależnione są od efektu zwisu want (z pewnymi wyjątkami dla systemu harfowego w przęśle skrajnym), natomiast nie dotyczy to przekroju podporowego (węzeł 13) dla mostów typu wachlarzowego i radialnego.

Asymetryczne obciążenie użytkowe przyjęte w modelach przestrzennych 3D rozważanych typów mostów wantowych, biorąc pod uwagę analizy NLG-B, w najmniejszym stopniu wpływa na zróżnicowanie wyników przyrostów momentów zginających w porównaniu z układami 2D dla systemu radialnego oraz przekroju w

1/2 przęsła środkowego (27) każdego z modeli (tablice 5.56 i 5.57). Najmniejsze zróżnicowanie dla udziału nieliniowości NLG-B w zakresie momentów zginających dźwigarów głównych położonych w dwóch płaszczyznach (I i II) zarejestrowano w przęśle skrajnym każdego modelu (maksymalnie 1,2% dla P^{II}-2D/3D-r), a największe w przekrojach przypodporowych i w przęśle głównym (bezpośrednio obciążonym). Jednocześnie największy wpływ na te różnice w przyrostach maksymalnych ujemnych momentów zginających zauważono dla obliczeń wykonanych dla NLG-B1 (uwzględnienie teorii dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ tylko w makroelemencie pomostu), z większymi bezwzględными wartościami w przekroju zlokalizowanym w II płaszczyźnie (węzeł 13') – bez wyraźnych relacji dla poszczególnych modeli. Dla przęseł środkowych każdego z układów nie stwierdzono ścisłych zależności w zakresie przyrostów analizowanej wielkości dla NLG-B.

Na podstawie zrealizowanych obliczeń można stwierdzić, że na charakter przyrostów analizowanej wielkości w zakresie zwisu want dla pomostu nie ma wpływu sposób jego obciążania w przęśle głównym – również obciążenie asymetryczne sprawia, że dźwigary mają sztywność rosnącą w każdym przekroju położonym w obu płaszczyznach z wyjątkiem podpór na pylonie w płaszczyźnie nieobciążonej (węzeł 13'). Wyjątek stanowi typ radialny. Otrzymano małe zróżnicowanie dla NLG-W w przęśłach skrajnych (maksymalnie 1,1% dla P^{II}-3D-w), natomiast w przęśłach środkowych jest ono znacznie większe – nawet 16,7% (P^{II}-3D-w) – co w głównej mierze dotyczy przekrojów przypodporowych w każdym z modeli obliczeniowych (tablice 4.56 i 4.57). Podobnie jak w przypadku obciążenia ciężarem własnym, złożone analizy nieliniowe w przeważającej liczbie przekrojów przyczyniają się do nieznacznej redukcji przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych. Należy również stwierdzić, że obciążenie

Tablica 4.56. Porównanie przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II} -2/3D-w/h uzyskanych w wyniku analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w dźwigarze głównym													
		P^{II} -2/3D-w							P^{II} -2/3D-h						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27	7	8	13	14	18	19	27
Obciążenie ciężarem własnym															
1.	NLG-B1	-4,04	6,03	0,85	-0,16	2,74	1,04	0,18	2,20	1,64	0,73	0,71	0,28	7,91	0,11
2.	NLG-B2	1,02	-5,94	0,34	0,42	2,33	-0,75	0,09	0,43	0,62	0,67	0,73	2,00	7,40	0,47
3.	NLG-W	27,64	-25,27	0,17	11,67	8,15	-10,61	1,85	-10,58	-7,31	-2,59	0,25	-32,84	-34,52	13,34
4.	NL-A1	-33,20	-30,84	5,84	13,18	26,49	-7,33	4,75	-13,86	-10,63	0,26	-0,77	-34,55	-36,81	16,34
5.	NL-A2	-32,94	-32,17	7,55	14,95	31,64	-5,80	5,58	-12,66	-10,85	-0,98	8,06	-35,96	-35,95	17,82
Obciążenie użytkowe 2D															
6.	NLG-B1	1,21	1,23	-6,11	-5,33	-4,38	2,36	0,17	2,06	2,55	-1,97	-6,67	3,30	10,80	-1,05
7.	NLG-B2	1,37	1,24	-1,56	-6,44	-5,00	-2,70	0,42	2,38	2,42	-1,75	-1,14	3,36	5,82	-0,10
8.	NLG-W	-5,43	-6,12	-0,32	-9,64	-6,75	-2,58	-2,82	-3,36	-2,91	-3,02	-9,89	8,70	12,67	-3,36
9.	NL-A1	-3,98	-4,33	-3,56	-10,80	-5,22	-2,64	-2,30	-0,83	-0,79	-1,57	-7,75	13,61	25,71	-3,80
10.	NL-A2	-3,79	-4,18	4,12	-3,60	-5,65	-1,76	-2,67	-0,69	0,19	-1,49	-6,35	13,92	24,29	-3,21
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D															
11.	NLG-B1	1,09	1,12	-2,44	-3,20	-2,91	0,67	0,34	2,08	3,05	-1,27	-2,91	2,67	2,33	0,20
12.	NLG-B2	1,49	1,28	-0,87	-6,77	0,40	0,17	-0,03	2,30	2,88	-1,14	-3,55	2,74	4,75	0,20
13.	NLG-W	-5,32	-6,69	-1,65	-6,12	-9,32	-8,00	-3,16	-3,56	-3,94	-2,13	-6,08	6,54	1,99	-2,87
14.	NL-A1	-4,00	-4,87	-0,73	-6,13	-7,27	-8,00	-2,69	-0,78	-0,37	-1,15	-3,74	8,66	4,98	-3,32
15.	NL-A2	-3,87	-3,04	0,91	-1,00	-7,51	-7,47	-2,38	-0,66	-0,79	-1,13	-6,32	9,49	10,47	-3,56
	Węzeł:	7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'	7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'
16.	NLG-B1	1,13	1,07	17,14	-16,0	-0,40	-0,24	0,77	2,11	2,06	-10,1	-4,86	5,20	-56,0	0,56
17.	NLG-B2	1,50	1,23	-1,00	12,29	-2,40	-2,59	0,22	2,33	3,51	-9,03	-18,8	5,21	-130	-0,51
18.	NLG-W	-5,40	-5,56	6,29	-22,80	-5,59	-3,20	-3,23	-3,61	-3,41	-10,2	-10,7	15,27	-10,00	-3,07
19.	NL-A1	-4,06	-5,56	0,44	-30,00	-4,33	-3,06	-2,68	-0,69	-1,24	-5,81	-18,2	18,78	-26,30	-3,55
20.	NL-A2	-3,87	-3,60	-9,40	12,67	-4,62	-2,11	-2,30	-0,64	-0,25	-4,59	-15,6	21,44	-32,40	-3,79

asymetryczne nie wpływa w sposób znaczący na zróżnicowanie analizowanej wielkości w stosunku do poprzednich wyników w $l/2$ przęsła głównego każdego z przyjętych do analizy mostów.

• **Pylony.** Analizę oceny wpływów nieliniowych w pylonach P1 każdego z modeli mostów oparto na otrzymanych wartościach momentów zginających w ich podstawach, na poziomie pomostu oraz na średniej wysokości 40 m powyżej pomostu (węzły 54, 58 i 61). Uzyskane wartości momentów zginających w tych przekrojach dla układów P^{II} -2/3D-w/h/r podano w tablicach 4.18, 4.24 i 4.30 (analiza 2D) oraz 4.21, 4.27, 4.33 (analiza 3D). Wynika z nich, że dla obciążeń ciężarem własnym konstrukcji, najmniejsze wartości tej wielkości w podstawie pylonu uzyskano dla typu radialnego (56,6 MNm), a dla pozostałych – były one znacznie wyższe i na porównywalnym poziomie, tj. 81,5 MNm (P^{II} -2D-h) i 86,4 MNm (P^{II} -2D-w) w wyniku zastosowania złożonej nieliniowości NL-A2.

Na podstawie analizy wpływów II-rzędu w tym elemencie konstrukcyjnym (P1) dla każdego z modeli pod obciążeniem ciężarem własnym stwierdzono, że w każdym rozważanym przekroju rozwiązania nieliniowe z uwzględnieniem zwisu want (NLG-W i NL-A) są większe od liniowych (tablica 4.58), natomiast opierając się na teorii dużych przemieszczeń i P - Δ (NLG-B) nie zauważono wyraźnych zależności. Udział zwisu cięgien w rozwiązaniach nieliniowych jest jednocześnie decydującym czynnikiem wpływającym na zmiany w wartościach momentów zginających dla modeli z wachlarzowym i radialnym układem want, a dla typu harfowego – efekt P - Δ i duże przemieszczenia (NLG-B). Dla analiz złożonych (NL-A), największe przyrosty otrzymano przy dodatkowym uwzględnieniu nieliniowości fizycznej want (NL-A2) dla modeli P^{II} -2D/3D-w/r, natomiast w harfowym układzie (P^{II} -2D/3D-h) – dla kompleksowej nieliniowości geometrycznej (NL-A1) z wyjątkiem reakcyjnego momentu zginającego. Dla węzła 54

podstawy pylonu (P1) maksymalne wpływy nieliniowe występują w modelach P^{II}-2D/3D-h (25,1%) i P^{II}-2D/3D-r (22,7%) oraz mniejsze o 5% w modelu z wachlarzowym układem cięgien (P^{II}-2D/3D-w).

Zdecydowanie większe wpływy nieliniowe (27–38%) dostrzeżono w przekrojach zlokalizowanych powyżej poziomu pomostu dla znacznie mniejszych wartości momentów zginających (średnio 14 i –5 MNm) w układach P^{II}-2D/3D-w/h (tablica 4.58).

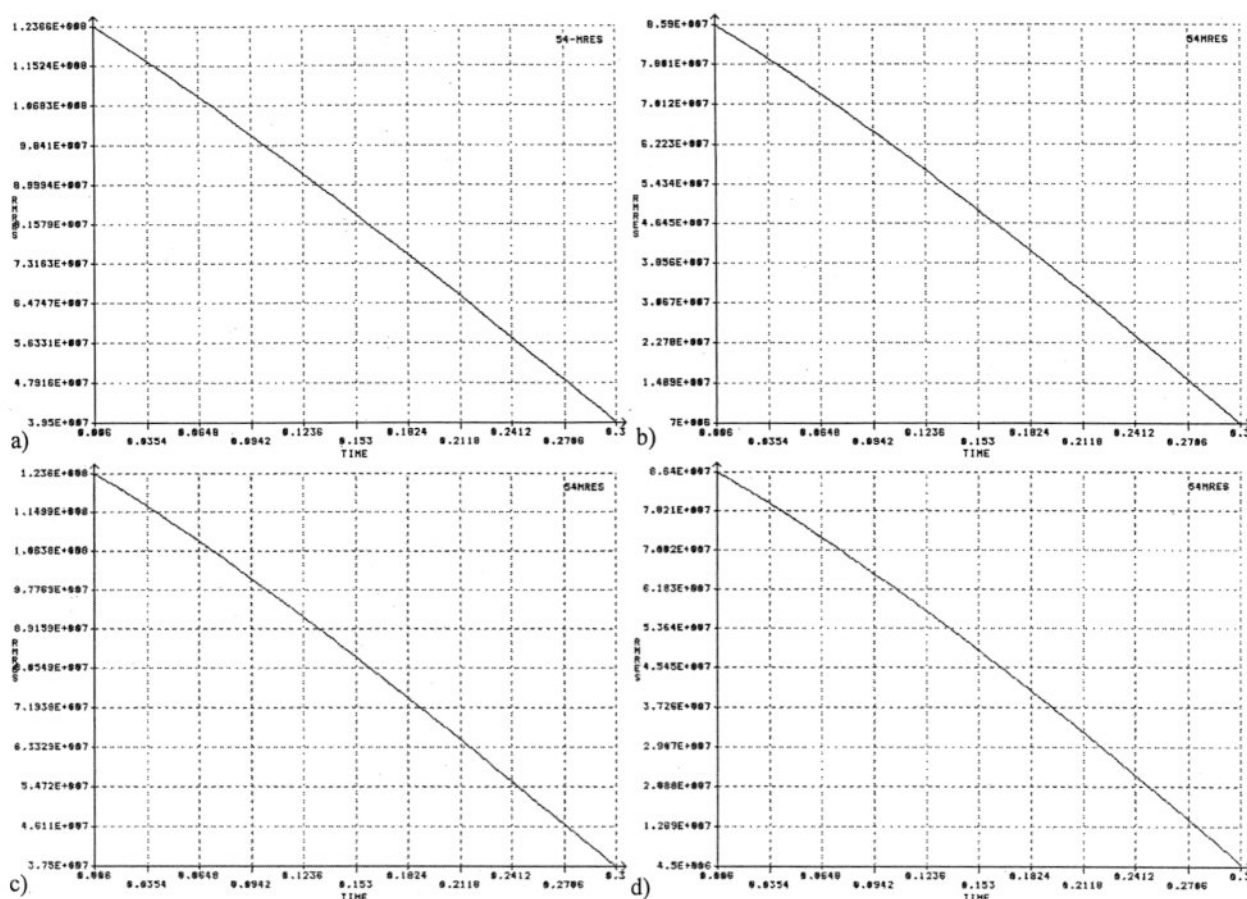
Na rysunku 4.53 przedstawiono przykładowe wykresy ścieżek równowagi dla momentów zginających w węźle 54 modeli z wachlarzowym i harfowym układem cięgien w funkcji współczynnika obciążenia ciężarem własnym dla złożonej analizy nieliniowości geometrycznej (NL-A1) oraz geometrycznej i fizycznej (NL-A2).

Zastosowanie obciążenia użytkowego w modelach 2D spowodowało, że rozwiązania nieliniowe w zakresie NLG-B są większe (na zbliżonym poziomie) od liniowych niemal dla wszystkich analizowanych przekrojów (maksymalnie 3,9% dla P^{II}-2D-w), a uwzględnienie efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ w każdym ES modelu (NLG-B2) wpłynęło nieco na zwiększenie zróżnicowania wyników. Inaczej niż w poprzednim schemacie obciążeń zachowują się te mosty przy udziale w obliczeniach wyłącznie zwisu cięgien (NLG-W), gdyż poniżej poziomu pomostu każdy z pylonów (P1) trzech modeli wykazuje tendencje do rosnącej sztywności z maksymalnym przyrostem –6,2 i –6,0% w węzłach 54 i 58 przy radialnym układzie want (tablica 4.58). Podany współczynnik nieliniowy ma najistotniejsze znaczenie w węźle podporowym 54 na wyniki złożonych analiz II-rzędu (NL-A) w mostach z wachlarzowym i radialnym układem want, a otrzymane przyrosty dla NL-A1 są nieznacznie mniejsze od NLG-W, natomiast zastosowanie nieliniowości materiałowej want wpływa na dodatkową ich redukcję (średnio o 0,5%) – nie dotyczy jednak to układu harfowego, dla którego rozwiązanie NL-A2 nie uległo zmianie.

Stosując asymetryczne obciążenie użytkowe w układach przestrzennych dostrzeżono duże analogie w rozkładzie wpływów nieliniowych dla momentów zginających w przekrojach I i II płaszczyzny pylonów P1 przy analizach uwzględniających zwis cięgien (NLG-W i NL-A) w porównaniu z modelami 2D. Większe przyrosty tej wielkości (w zakresie sztywności rosnącej) zauważono w węzłach II płaszczyzny każdego z modeli, zlokalizowanych na poziomie pomostu (58') – maksymalnie o 2,2% – oraz dla wszystkich rozważanych przekrojów mostu z radialnym układem want (54' i 61'). Tak wyraźna relacja nie ma miejsca dla nieliniowych współczynników NLG-B1/B2, które nie mają w przypadku obciążenia użytkowego decydującego znaczenia, aczkolwiek dla węzłów podporowych 54 i 54'

Tablica 4.57. Porównanie przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II}-2/3D-r uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w dźwigarze głównym						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Węzeł:		7	8	13	14	18	19	27
Obciążenie ciężarem własnym								
1.	NLG-B1	–1,60	–23,13	0,35	0,38	2,93	1,67	0,10
2.	NLG-B2	1,52	150,00	–0,29	0,95	2,27	0,12	0,04
3.	NLG-W	30,11	–49,43	5,45	10,23	15,50	5,36	8,38
4.	NL-A1	58,66	–53,60	–1,14	12,09	23,65	14,34	12,03
5.	NL-A2	57,73	–55,50	0,28	13,57	25,02	15,92	13,25
Obciążenie użytkowe 2D								
6.	NLG-B1	1,18	1,32	–3,78	5,00	–2,44	–0,15	–0,23
7.	NLG-B2	2,49	1,45	1,06	4,00	–2,44	–0,30	0,21
8.	NLG-W	–6,89	–6,85	0,89	–6,25	–3,37	–4,34	–3,39
9.	NL-A1	–5,34	–6,20	–1,88	–6,57	–1,60	0,21	–3,21
10.	NL-A2	–4,92	–5,61	–0,71	–11,5	–3,90	–2,53	–2,23
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D								
11.	NLG-B1	1,39	1,16	–1,73	1,00	0,46	–0,59	0,07
12.	NLG-B2	1,05	1,29	0,28	0,50	0,31	–0,94	–0,37
13.	NLG-W	–6,65	–6,71	–1,33	–4,57	–7,73	–2,33	–2,99
14.	NL-A1	–5,36	–6,08	–2,41	–4,15	–5,38	–0,74	–2,91
15.	NL-A2	–4,98	–5,54	–1,14	–6,29	–2,50	–0,53	–2,62
Węzeł:		7'	8'	13'	14'	18'	19'	27'
16.	NLG-B1	0,93	1,20	7,50	–50,0	0,36	0,05	–0,40
17.	NLG-B2	2,27	1,33	–2,67	–56,0	0,36	0,00	–0,10
18.	NLG-W	–5,77	–6,75	2,25	–21,0	–4,58	–2,82	–3,08
19.	NL-A1	–5,31	–6,36	–3,40	–44,0	–3,12	–1,80	–2,87
20.	NL-A2	–5,00	–5,69	–2,00	0,00	–0,88	–1,05	–2,61



Rys. 4.53. Ścieżki równowagi rozwiązań dla momentów zginających w podstawie pylonu P1 (węzeł 54) modeli P^{II} -2D-w (a, c) oraz P^{II} -2D-h (b, d) w funkcji przyrostu obciążenia ($r' = 0,006-0,3$) dla złożonych analiz nieliniowych: a) i b) geometrycznej (NL-A1) i c) i d) geometrycznej i fizycznej (NL-A2)

wszystkich modeli większe wartości dodatnich przyrostów zaobserwowano w I płaszczyźnie (54) – średnio o 0,7% (tablica 4.58). Największe różnice dla wpływów nieliniowych w zakresie analizy NL-A1 między tymi samymi węzłami obu płaszczyzn zauważono w modelu P^{II} -3D-w rzędu 10%, jednak dotyczyły one 8-krotnie mniejszych wartości momentów zginających w porównaniu z przekrojem podporowym tego samego makroelementu.

Reasumując, wpływy nieliniowe w zakresie momentów zginających w dźwigarach głównych i pylonach mają większe znaczenie niż w przypadku analizy wielkości przemieszczeń pionowych w pierwszym z makroelementów, co dotyczy obciążenia ciężarem własnym, a także asymetrycznego obciążenia użytkowemu. Uzyskane znaczne zróżnicowanie wielkości przyrostów momentów zginających w pomocy przy uwzględnieniu zwisu cięgien uzależnione jest w dużej mierze od redystrybucji momentów zginających na jego długości.

Analiza wpływów nieliniowych dla sił osiowych w wantach. Rozciągające siły osiowe w cięgnach dla obciążeń ciężarem własnym są w zasadzie wyrównane dla każdego z trzech modeli obliczeniowych mostów, a największe wartości dla analizy NL-A2, rzędu 10,37 MN w wancie odciągowej (1) otrzymano dla układu harfowego (P^{II} -2D-h). W pozostałych modelach były one niemal równe i mniejsze średnio o 10% w stosunku do mostu P^{II} -2D/3D-h. Po zastosowaniu obciążenia użytkowemu, w wantach przęsła skrajnego nie zauważono istotnych różnic w poszczególnych typach mostów, natomiast w przęśle głównym (obciążonym) zachodzi podobna zależność jak dla obciążeń własnych z maksymalną różnicą między P^{II} -2D/3D-h i P^{II} -2D/3D-w/r wynoszącą 1 MN (tablice 4.18, 4.24 i 4.30).

Analizując wpływ nieliniowości geometrycznej uwzględniającej teorie dużych przemieszczeń i P - Δ (NLG-B) w makroelementach pomostu i pylonów na wielkości sił osiowych w wybranych cięgnach modeli mostów dla wszystkich schematów obciążeń, zauważono mały jej udział w stosunku do rozwiązań liniowych (maksymalnie 0,5 i -0,6%) (tablice 4.59 i 4.60). We wszystkich układach w

Tablica 4.58. Porównanie przyrostu momentów zginających w pylonach w [%] w wybranych węzłach modeli 2D i 3D mostu P^{II}-2/3D-w/h/r uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążenia ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w pylonie P1								
		P ^{II} -2/3D-w			P ^{II} -2/3D-h			P ^{II} -2/3D-r		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Węzeł:		54	58	61	54	58	61	54	58	61
Obciążenie ciężarem własnym										
1.	NLG-B1	-0,42	-1,16	0,38	8,93	-3,96	-2,65	0,70	-0,62	-0,86
2.	NLG-B2	-0,82	0,21	0,13	9,29	-4,07	9,07	-5,75	0,17	0,96
3.	NLG-W	5,51	8,93	31,73	4,36	6,85	12,16	13,74	13,34	12,99
4.	NL-A1	7,46	15,36	27,46	22,40	10,66	38,70	10,57	20,27	20,78
5.	NL-A2	17,61	17,37	30,89	25,05	7,36	29,22	22,67	22,03	24,01
Obciążenie użytkowe 2D										
6.	NLG-B1	0,61	0,24	1,39	3,19	-0,35	2,17	0,42	0,81	-0,01
7.	NLG-B2	0,89	0,68	3,92	3,35	0,15	2,00	0,43	1,15	0,61
8.	NLG-W	-3,55	-5,13	9,00	-2,49	-3,69	1,03	-5,98	-6,22	-5,95
9.	NL-A1	-3,00	-4,47	17,16	1,96	-2,88	4,08	-5,74	-5,29	-3,93
10.	NL-A2	-2,59	-3,59	10,32	1,96	-3,66	3,98	-5,07	-5,31	-3,20
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D										
11.	NLG-B1	0,73	-0,19	0,78	3,65	-0,50	0,75	1,25	0,52	0,10
12.	NLG-B2	1,34	0,67	2,07	3,76	-0,55	1,56	1,25	0,64	1,30
13.	NLG-W	-4,26	-3,82	14,00	-2,62	-2,81	1,38	-6,63	-5,42	-7,56
14.	NL-A1	-2,66	-3,98	22,56	2,20	-3,03	4,38	-5,57	-4,73	-7,42
15.	NL-A2	-2,71	-3,36	14,33	2,33	-2,92	4,11	-4,81	-4,75	-7,23
Węzeł:		54'	58'	61'	54'	58'	61'	54'	58'	61'
16.	NLG-B1	0,46	0,88	-2,25	2,76	0,17	1,66	0,55	1,17	0,8
17.	NLG-B2	0,74	1,23	1,43	3,01	-0,02	2,35	0,51	1,83	2,0
18.	NLG-W	-3,48	-5,98	10,44	-2,30	-4,03	0,42	-5,50	-7,45	-8,05
19.	NL-A1	-2,88	-5,22	12,30	1,65	-3,72	4,63	-6,00	-4,92	-7,95
20.	NL-A2	-2,57	-4,00	12,32	1,74	-3,78	3,68	-5,41	-4,99	-7,83

przypadków na jego uzależnienie od współczynnika uwzględniającego zwis cięgien (NLG-W). Dla elementów want o sztywności malejącej dla NLG-W, zastosowanie kompleksowej analizy NLG-A1 wpływa na dodatkowe jej zmniejszenie (średnio o 1%) dla wszystkich modeli obliczeniowych. Przedstawione wyniki pozwalają stwierdzić, że na wartości sił osiowych w wantach nie ma wpływu nieliniowość fizyczna dla materiału cięgien (tablice 4.59 i 4.60).

Wprowadzenie obciążenia użytkowego w przęsłach środkowych modeli płaskich przyczynia się do znacznej redukcji wpływów nieliniowych NLG-B dla sił osiowych (w niektórych elementach cięgnowych niemal do 0) z redystrybucją zbliżoną dla obciążenia ciężarem własnym. Uzyskane przyrosty sił osiowych są z reguły mniejsze dla wszystkich modeli i analiz nieliniowych w porównaniu z poprzednim schematem obciążeniowym (tablice 4.59 i 4.60). Dla rozwiązań ze współczynnikiem nieliniowym NLG-W oraz dla kompleksowej nieliniowości geometrycznej NL-A1 dostrzeżono identyczne relacje jak w przypadku obciążenia ciężarem własnym; dla sztywności malejącej następuje jej dodatkowe zwiększenie, a dla rosnącej – jej nieznaczna redukcja. Powyższe spostrzeżenie dotyczy także analizy NL-A2, dla której wartości przyrostów sił osiowych są niemal równe otrzymanym z NL-A1, a w elementach gdzie zauważono ich zróżnicowanie, wartości bezwzględne dla NL-A2 są mniejsze od uzyskanych z NL-A1. Maksymalne wpływy nieliniowe przy dodatkowym uwzględnieniu nieliniowości fizycznej NL-A2 występują dla zewnętrznych want odciągowych (1) i są niemal identyczne w każdym z rozważanych typów mostów, w przedziale 3,4–3,8%.

Asymetryczne obciążenie użytkowe (dla modeli 3D) nie powoduje istotnych różnic w zakresie wpływów nieliniowych NLG-B dla sił osiowych w wybranych do analizy cięgnach zlokalizowanych symetrycznie

zakresie współczynnika NLG-B2 siły osiowe są większe niż dla teorii I-rzędu przy obciążeniu ciężarem własnym, natomiast dla NLG-B1 – tylko dla want przęsła głównego. Największe zróżnicowanie wyników uzyskano przy wprowadzeniu do analiz zwisu cięgien, przy czym rozwiązania nieliniowe były na ogół mniejsze od liniowych. Nie zauważono wyraźnych zależności w zakresie wartości ekstremalnych dla NLG-W w ramach poszczególnych modeli, minimalną -5,8% (ciągnę 2) oraz maksymalną 4,8% dla wachlarzowego układu want (tablica 4.59). Złożenie wpływów dla nieliniowości geometrycznej NL-A1 wykazuje w większości

względem osi podłużnej mostów (płaszczyzny I i II), a wartości przyrostów odpowiadają uzyskanym dla układów płaskich.

W elementach wskazujących na sztywność malejącą dla NLG-W, wartości przyrostów w wantach I płaszczyzny są średnio 2-krotnie większe od zlokalizowanych w płaszczyźnie II (z dźwigarem nieobciążonym), a w przypadku elementu 12 (P^{II} -2D/3D-w) – ponad 4-krotnie, dla wartości 2,4% (12) i 0,5% (12'). Rozważając przypadki sztywności rosnącej (NLG-W), większe bezwzględne wartości przyrostów sił osiowych obecne są w wantach II płaszczyzny,

przy czym w porównaniu z modelami 2D są one większe – w niektórych przypadkach nawet dwukrotnie, a średnio o 1%.

Dla złożenia nieliniowości geometrycznych NL-A1 otrzymano nieco większe przyrosty sił osiowych dla cięgien położonych w obu płaszczyznach, z relacją podaną dla obciążeń użytkowych w modelach 2D. Podane wcześniej spostrzeżenie odnośnie nieznacznego bądź mniejszego wpływu nieliniowości kompleksowej NL-A2 na siły osiowe w wantach w stosunku do NL-A1 wpływa również na nieco mniejsze zróżnicowanie wyników dla cięgien symetrycznych (położonych płaszczyznach I i II) w porównaniu ze złożoną analizą NL-A1 (tablice 4.59 i 4.60). Dla przykładu, maksymalna różnica przyrostu sił osiowych wg NL-A2 między cięgnami 12 i 12' wynosi 1,9% (P^{II} -3D-r), a minimalna 1,5% dla układu harfowego (P^{II} -3D-h).

Z wykonanej analizy wynika, że wielkości sił osiowych w elementach ciągnowych są w najmniejszym stopniu podatne na wpływy nieliniowe spośród pozostałych przyjętych wielkości statycznych (przemieszczeń i momentów zginających). Nie zauważono ponadto wyraźnych zależności w uzyskanych wartościach przyrostów tej wielkości dla wybranych trzech typów mostów wantowych z cięgnami w układach radialnym, wachlarzowym i harfowym.

Tablica 4.59. Porównanie przyrostu sił osiowych w wantach w [%] w wybranych ES modeli 2D i 3D mostu P^{II} -2/3D-w/h uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost sił osiowych w wantach dla modelu									
		P^{II} -2/3D-w					P^{II} -2/3D-h				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wanta:		1	2	9	11	12	1	2	9	11	12
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	NLG-B1	-0,55	-0,30	0,05	0,22	0,20	-0,19	0,08	0,27	0,35	0,24
2.	NLG-B2	0,32	0,26	0,08	0,18	0,06	0,47	0,49	0,25	0,31	0,17
3.	NLG-W	3,02	-5,76	-3,02	-2,72	4,82	-3,58	-4,85	3,42	-1,32	-5,67
4.	NL-A1	4,47	-5,24	-1,95	-2,31	6,21	-0,24	-2,81	5,42	0,46	-3,88
5.	NL-A2	4,12	-5,28	-1,30	-2,52	5,74	-0,45	-2,97	5,42	0,33	-4,08
Obciążenie użytkowe 2D											
6.	NLG-B1	0,10	-0,04	0,03	-0,04	-0,13	0,32	0,04	0,15	0,03	0,05
7.	NLG-B2	0,32	0,18	0,05	-0,05	-0,20	0,50	0,23	0,12	0,02	0,02
8.	NLG-W	1,82	-1,13	-1,75	0,09	1,57	1,26	-2,18	-2,04	-0,80	1,10
9.	NL-A1	3,00	-0,47	-1,17	0,46	1,68	2,93	-1,24	-1,44	-0,07	1,99
10.	NL-A2	2,95	-0,42	-1,03	0,46	1,65	2,87	-1,15	-1,34	-0,04	1,91
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D											
11.	NLG-B1	0,08	-0,04	0,07	0,03	-0,02	0,30	0,07	0,20	0,09	0,10
12.	NLG-B2	0,30	0,19	0,05	-0,02	-0,15	0,48	0,26	0,14	0,06	0,06
13.	NLG-W	2,55	-0,13	-0,86	0,90	2,39	1,88	-1,42	-1,49	-0,13	1,87
14.	NL-A1	3,68	0,50	-0,42	1,18	2,44	3,46	-0,59	-1,07	0,50	2,66
15.	NL-A2	3,59	0,48	-0,32	1,15	2,39	3,37	-0,53	-1,00	0,50	2,55
Wanta:		1'	2'	9'	11'	12'	1'	2'	9'	11'	12'
16.	NLG-B1	0,08	-0,11	-0,10	-0,20	-0,32	0,31	-0,02	0,07	-0,09	-0,07
17.	NLG-B2	0,31	0,13	0,02	-0,18	-0,37	0,51	0,19	0,08	-0,06	-0,07
18.	NLG-W	0,91	-2,47	-3,27	-1,01	0,52	0,50	-3,16	-2,92	-1,71	0,15
19.	NL-A1	2,13	-1,77	-2,47	-0,54	0,68	2,30	-2,11	-2,01	-0,84	1,11
20.	NL-A2	2,14	-1,63	-2,23	-0,50	0,69	2,28	-1,95	-1,87	-0,76	1,09

4.6.2. Analiza wyników obliczeń parametrycznych mostu trójprzęsłowego

Uwagi ogólne. Wyniki zrealizowanych obliczeń parametrycznych w oparciu o kompleksową analizę nieliniową NL-A2 (geometryczną i fizyczną) dla trójprzęsłowego płaskiego (2D) modelu mostu wanto-

Tablica 4.60. Porównanie przyrostu sił osiowych w wantach w [%] w wybranych ES modeli 2D i 3D mostu P^{II}-2/3D-r uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Siły osiowe				
1	2	3	4	5	6	7
Wanta:		1	2	9	11	12
Obciążenie ciężarem własnym						
1.	NLG-B1	-0,59	-0,35	0,01	0,23	0,24
2.	NLG-B2	0,38	0,28	0,05	0,18	0,09
3.	NLG-W	-1,20	-4,37	1,03	-1,74	-3,58
4.	NL-A1	1,29	-3,56	2,78	-0,81	-3,49
5.	NL-A2	1,05	-3,78	2,93	-1,15	-3,77
Obciążenie użytkowe 2D						
6.	NLG-B1	0,13	0,01	0,02	0,02	-0,04
7.	NLG-B2	0,38	0,26	0,05	0,02	-0,10
8.	NLG-W	2,61	-1,52	-1,87	-0,03	2,38
9.	NL-A1	3,83	-0,88	-1,33	0,36	2,48
10.	NL-A2	3,75	-0,79	-1,24	0,37	2,41
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D						
11.	NLG-B1	0,10	0,01	0,08	0,09	0,06
12.	NLG-B2	0,34	0,24	0,04	0,05	-0,03
13.	NLG-W	3,49	-0,40	-0,87	0,82	3,30
14.	NL-A1	4,67	0,21	-0,45	1,11	3,32
15.	NL-A2	4,54	0,22	-0,40	1,09	3,23
Wanta:		1'	2'	9'	11'	12'
16.	NLG-B1	0,12	-0,04	-0,11	-0,12	-0,23
17.	NLG-B2	0,36	0,21	0,04	-0,07	-0,23
18.	NLG-W	1,52	-3,02	-3,61	-1,18	1,22
19.	NL-A1	2,76	-2,36	-2,86	-0,67	1,39
20.	NL-A2	2,76	-2,16	-2,66	-0,61	1,37

wego z wachlarzowym układem cięgien przedstawiono w postaci graficznej na rysunkach 4.29–4.40. Ich analizę wykonano w dwóch etapach z uwagi na rodzaj przyjętych obciążeń, tj. od ciężaru własnego konstrukcji oraz od obciążeń użytkowych zlokalizowanych w przęśle głównym (rys. 4.9). Podstawę oceny zachowania się tego typu konstrukcji pod założonymi obciążeniami stanowiły dwa parametry, tj. sztywności giętne pylonów oraz dźwigara głównego przy zmiennej liczbie want i .

Wpływ sztywności pylonów. Na rysunkach 4.29–4.31 oraz 4.35–4.37 przedstawiono wpływ sztywności giętej każdego z pylonów na pracę mostu, odpowiednio w zakresie obciążeń własnych oraz użytkowych. Zauważono, że dla obciążeń ciężarem własnym konstrukcji, zwiększeniu liczby cięgien ($i = 1-6$) towarzyszy zmniejszenie procentowych udziałów wartości ugięć pomostu w połowie rozpiętości przęsła głównego, jak również przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, średnio od 0,23 do 0,62% oraz od 0,21 do 0,49%, odpowiednio dla pomostu i pylonu (rys. 4.29a i b). Wpływ sztywności pylonu EJ_p na te wielkości w obrębie danego układu jest nieznaczny, a krzywe układają się w trendzie liniowym – niemal poziomo dla wielkości δ_y^s i z tendencją wzrastającą przy malejącej sztywności EJ_p dla δ_x^w .

W zakresie wartości osiowych sił ściskających w podstawie pylonu N_p oraz w dźwigarze głównym N_D najmniejsze wartości dostrzeżono dla mostu z czterema cięgnami ($i = 1$), zaś największe dla $i = 6$, odpowiednio w zakresach 83,2–89,2% oraz 21,3–33,5% (rys. 4.30a i b). Wprawdzie wartości ściskających sił osiowych w dźwigarze głównym są 4-krotnie mniejsze od uzyskanych w podstawie pylonu, jednak średni 25% ich stosunek do całkowitego ciężaru pomostu wskazuje na znaczny udział dźwigara głównego w przenoszeniu obciążeń ściskających. Odnosnie układu otrzymanych obu wykresów, kształtują się one w sposób analogiczny do odpowiadających przemieszczeniom poziomym wierzchołka pylonu (rys. 4.29b).

Wpływ sztywności pylonów na momenty zginające w ich podstawie M_{p-p} oraz na poziomie pomostu M_{p-d} od obciążenia ciężarem własnym podano na rys. 4.31a i b. Największe wartości zanotowano dla $i = 1$, natomiast najmniejsze dla $i = 6$, odpowiednio w przedziałach 0,28–0,13% oraz 0,23–0,09% dla $EJ_p/EJ_D = 2,50$. Wzrostowi sztywności EJ_p odpowiada liniowy wzrost wszystkich wartości momentów zginających, natomiast zgodnie z wcześniejszymi przewidywaniami przedstawione na obydwu rysunkach (a i b) wykresy mają niemal identyczny układ.

Drugi etap analiz parametrycznych w aspekcie zmiennej sztywności giętej pylonu, polegający na zastosowaniu obciążeń użytkowych w przęśle głównym przyjętego układu konstrukcyjnego mostu wantowego wpłynął na odmienny od poprzedniego charakter uzyskanych wyników (rys. 4.35–4.37). Przedstawiona na rysunku 4.35a zależność ugięć dźwigara głównego δ_y^s w funkcji EJ_p wyraźniej wskazuje na ich zmniejszanie wraz ze wzrostem parametru. Podobnie jak w przypadku obciążeń

własnych konstrukcji, największe wartości δ_y^s odpowiadają układowi z czterema ciągami ($i = 1$), jednak otrzymane krzywe dla modeli z większą liczbą want wykazują trend słabo nieliniowy w przedziale mniejszych wartości sztywności pylonu EJ_p . W porównaniu z danymi odpowiadającymi obciążeniu ciężarem własnym, dla $i = 6$ zauważono ponad dwukrotne zmniejszenie ugięć pomostu przy obciążeniu użytkowym, natomiast dla $i = 1$ jest ono 4-krotnie mniejsze.

Biorąc pod uwagę przemieszczenia poziome wierzchołka pylonu δ_x^w , następuje ich znaczna redukcja, szczególnie w przedziale $EJ_p/EJ_D = 0,25-1,00$, dla którego otrzymane wykresy cechuje silnie nieliniowy charakter, przy czym najmniejsze wartości uzyskano dla mostu z największą liczbą want. Wyjątek stanowi przypadek dla $i = 1$, dla którego wykres jest liniową relacją δ_x^w w funkcji parametru sztywności pylonu (rys. 4.35b).

W sposób równie wyraźny jak dla przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu, zastosowanie obciążenia użytkowego wpłynęło na redukcję wartości osiowych sił ściskających w podstawie pylonu (N_p) oraz w dźwigarze głównym (N_D) wraz ze wzrostem sztywności giętej pylonu (rys. 4.36a i b). Wpływ ten jest bardziej zauważalny dla reakcyjnych sił pionowych w pylonie, dla których krzywe układów $i = 2, 3$ i 6 pokrywają się w przedziale $EJ_p/EJ_D = 1,5-2,5$, natomiast dla mniejszych wartości tego parametru cechują się nieznaczną rozbieżnością z większymi wartościami dla $i = 2$, i mniejszymi dla $i = 6$. Wyraźnie mniejsze siły osiowe zarejestrowano dla układu z $i = 1$, jednak otrzymana krzywa jest, z pewnym przybliżeniem, równoległa do pozostałych ze średnią różnicą na poziomie 1% (rys. 4.36a).

Przebiegi ściskających sił osiowych w dźwigarze głównym N_D mają w całym parametryzowanym przedziale EJ_p/EJ_D w zasadzie charakter liniowy, z najmniejszymi wartościami dla $i = 1$, a największymi dla $i = 6$, przy czym krzywe odpowiadające układom z liczbą want większą od czterech ($i = 1$) są bardziej zgrupowane (rys. 4.36b).

Rozważając poziom sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym od obciążeń użytkowych w przęśle głównym, jest on bardziej wyrównany w porównaniu z obciążeniem ciężarem własnym konstrukcji, a różnica nie przekracza 40 i 24% odpowiednio dla układów $i = 1$ oraz $i = 2, 3, 6$.

Przedstawiony na rysunku 4.37a i b wpływ sztywności pylonów na momenty zginające w pylonie M_{p-p} i M_{p-d} od obciążeń użytkowych wykazuje duże podobieństwo w przebiegu krzywych z wynikami dla tych wielkości od ciężaru własnego (rys. 4.31). Na uwagę może zasługiwać wyraźnie mniejszy udział momentów zginających w podstawie pylonu M_{p-p} w układzie o najmniejszej liczbie ciągów w porównaniu z pozostałymi, a więc przeciwnie niż wcześniej ustalono. Generalnie, wraz ze wzrostem liczby want w moście, rosną również wartości M_{p-p} , a maleją w przypadku momentu zginającego w przekroju pylonu zlokalizowanym na wysokości pomostu.

Odnosnie wielkości M_{p-d} , otrzymane wykresy w funkcji parametru EJ_p są bardziej zbieżne, a wartości dla $EJ_p/EJ_D = 2,5$, znajdując się w przedziale 0,92–1,09%, są mniejsze od podporowego momentu zginającego średnio o 60% dla $i = 2, 3$ i 6 .

Należy zauważyć, że dla omawianych wyżej zależności, największe rozbieżności w stosunku do ogólnego trendu otrzymanych krzywych zaobserwowano dla wielkości przemieszczeń i sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym dla układu z najmniejszą liczbą want ($i = 1$). Fakt ten można uzasadnić m.in. znacznym zróżnicowaniem (ponad dwukrotnym) długości środkowej (nie podwieszanej do ciągów) części pomostu w przęśle głównym między układem modelu mostu z czterema wantami ($i = 1$) a pozostałymi ($i = 2, 3, 6$), dla których była ona stała i wynosiła odpowiednio 35,7 i 14,3% w stosunku do całkowitej rozpiętości tego przęsła. Częściowo wskazują na to również spostrzeżenia Hegaba [47], pomimo, że dotyczą mostów z radialnym układem ciągów.

Wpływ sztywności dźwigara głównego. Na rysunkach 4.32–4.34 oraz 4.38–4.40 przedstawiono wpływ sztywności giętej dźwigara głównego EJ_D na zachowanie się mostu odpowiednio w zakresie obciążeń ciężarem własnym oraz użytkowym.

Na podstawie sporządzonych wykresów ugięć dźwigara głównego δ_y^s i przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu δ_x^w stwierdzono dla obciążeń ciężarem własnym zwiększenie ich wartości wraz z redukcją sztywności dźwigara głównego EJ_D (rys. 4.32a i b). Przebieg krzywych dla każdego z układów jest nieliniowy, co szczególnie dotyczy przedziału dla parametru sztywności $(q_0 L^3/EJ_D)$ 0,0–40,0. Rozkład ekstremalnych wartości tych przemieszczeń dla poszczególnych układów był podobny do przypadków z uwzględnieniem parametryzacji w aspekcie EJ_P (rys. 4.29). Biorąc pod uwagę przedziały poszczególnych wartości przemieszczeń, ich procentowy udział odpowiednio w stosunku do rozpiętości przęsła głównego (dla δ_y^s) oraz do całkowitej wysokości pylonu (dla δ_x^w) był zbliżony i wynosił 0,2–0,6% w zakresie $q_0 L^3/EJ_D$: 20–80.

Rozważając uzyskane wartości dla osiowych sił ściskających w podstawie pylonu N_P oraz w dźwigarze głównym N_D , najmniejsze wartości dostrzeżono dla mostu z czterema cięgnami dla $i = 1$, zaś największe dla $i = 6$, odpowiednio w zakresach 82–89% oraz 13–33% (rys. 4.33a i b). Podane przedziały są bardzo zbliżone do otrzymanych dla parametryzacji po EJ_P (rys. 4.30). Kształty krzywych dla wielkości sił osiowych w obu rozważanych przekrojach są zbliżone do wykresów przemieszczeń dla zmiennej sztywności EJ_D , jednak wartości sił osiowych w dźwigarze głównym N_D stanowią o bardziej nieliniowym ich kształcie w porównaniu z N_P .

Wpływ sztywności giętej dźwigarów głównych na momenty zginające w podstawie pylonu M_{P-p} i na poziomie pomostu M_{P-d} od obciążenia ciężarem własnym podano na rys. 4.34a i b. Otrzymane wartości układają się na wykresach w sposób analogiczny do ugięć pomostu, bądź przemieszczeń pylonu, co dotyczy zarówno zmiennej liczby cięgien układów, jak i kształtu krzywych. Dla mostu z 12-ma wantami ($i = 3$) zauważono tendencję odwrotną do pozostałych przypadków, tzn. w przedziale parametru sztywności $q_0 L^3/EJ_D$ 0–40 rosną wartości momentów zginających w podstawie pylonu, natomiast dla 40–100 – ulegają nieznacznej redukcji (rys. 4.34a). W podanym przedziale, wszystkie rozważane krzywe mają niemal poziomy przebieg liniowy, a wyjątkiem są wartości odpowiadające układowi $i = 1$, których przebieg jest rosnący wraz ze zmniejszaniem się sztywności EJ_D .

W kolejnym etapie analiz parametrycznych dla zmiennej sztywności giętej dźwigara głównego EJ_D pod obciążeniem użytkowym w prześle głównym uzyskano ogólne podobieństwo kształtów otrzymanych wykresów dla każdej analizowanej wielkości, tj. przemieszczeń δ_y^s i δ_x^w , sił osiowych N_P i N_D oraz momentów zginających M_{P-p} i M_{P-d} , które rosną wraz z redukcją sztywności giętej dźwigara głównego. Ogólnie rzecz biorąc, przebiegi wszystkich otrzymanych krzywych w całym analizowanym zakresie wielkości parametryzowanej są nieliniowe w stopniu największym w odniesieniu do pozostałych wykresów (rys. 4.38–4.40).

Przemieszczenia pionowe pomostu δ_y^s dla rozważanych układów przebiegają wzajemnie proporcjonalnie z większym zróżnicowaniem dla $i = 1$ (rys. 4.38a). Analiza przemieszczeń poziomych głowicy pylonu δ_x^w wskazuje na większe dysproporcje dla układu z największą liczbą want w porównaniu z $i = 2$ i 3, natomiast krzywa dla modelu z czterema cięgnami ($i = 1$) nie zawiera się w logicznym trendzie pozostałych (rys. 4.38b). Odstępstwo takie ma również miejsce na wykresach pozostałych rozważanych wielkości, czego przyczyny podano wcześniej, w analizie wpływu parametru EJ_P .

Uzyskane różnice ekstremalnych wartości osiowych sił ściskających w podstawie pylonu (N_P) oraz w dźwigarze głównym N_D dla obciążeń użytkowych i dla wszystkich układów wynoszą odpowiednio 6 i 31% dla przedziału parametru bezwymiarowego $(qL_s^3 + FL_s^2)/EJ_D$ 0,29–2,90. Świadczy to o znacznie większym wpływie sztywności giętej dźwigara głównego na obecne w nim ściskające siły osiowe (rys. 4.39a i b). Pewne zaburzenie w regularności wzajemnego przebiegu krzywych poszczególnych układów dla wartości sił osiowych w podstawie pylonu mają miejsce przy mniejszych sztywnościach dźwigara głównego EJ_D , tj. dla $i = 2$ –6 (rys. 4.39a).

Wpływ sztywności dźwigara głównego na momenty zginające w pylonie M_{p-p} i M_{p-d} od obciążeń użytkowych jest znacznie większy w porównaniu z przebiegami tych wielkości dla obciążeń ciężarem własnym (rys. 4.34 i 4.40). Zauważono, że dla wykresów momentów zginających w pylonie na poziomie pomostu M_{p-d} od obciążeń użytkowych obowiązują identyczne relacje we wzajemnym układzie krzywych (z wyjątkiem $i = 1$) w odniesieniu do zastosowania wyłącznie obciążenia w postaci ciężaru własnego (rys. 4.34b i 4.40b). Odwrotna sytuacja zachodzi przy porównaniu wartości momentów zginających w podstawie pylonu M_{p-p} dla identycznych obciążeń, tj. najmniejsze wartości obowiązują w pierwszym przypadku dla największej liczby cięgien ($i = 6$), oraz dla minimalnej ich liczby ($i = 1$) w drugim (rys. 4.34a i 4.40a).

Reasumując stwierdzono, że rozkład momentów zginających w podstawie pylonu M_{p-p} dla obciążeń własnych i użytkowych przy zmiennej sztywności giętnej dźwigara głównego jest odwrotnie proporcjonalny w stosunku do liczby want i , natomiast charakter redystrybucji momentów zginających w przekroju pylonu na poziomie pomostu M_{p-d} jest niezależny od obciążenia (minimalne wartości zarejestrowano dla mostu z największą liczbą cięgien).

Przykładowe obliczenie siły osiowej T_6 w cięgnie 6 modelu P^{II}-2D-w3 wg zależności (4.1) dla obciążenia użytkowego oraz dla relacji $EJ_p/EJ_d = 1,0$ i $k_{c6} = 53,442$ MN/m dało wartość 1,753 MN, mniejszą o 45% w stosunku do rzeczywistej, równej 2,546 MN.

Na podstawie wykonanej parametryzacji dla mostu z wachlarzowym układem want stwierdzono znacznie bardziej nieliniowy rozkład analizowanych wielkości statycznych w zakresie obciążeń użytkowych w porównaniu z Hegabem [47], co wynika nie tylko z uwzględnienia wstępnych odkształceń w cięgnach, czy złożonej nieliniowości geometrycznej i fizycznej, ale również z przyjęcia modelu obliczeniowego wraz z obciążeniem wierniej oddającym warunki rzeczywiste. Podane przez Podolnego [122] równanie dotyczące zależności siły osiowej w cięgnie doznającym na końcach przemieszczeń może mieć zastosowanie wyłącznie do wstępnych rozważań teoretycznych, dla układów uproszczonych i nieobciążonych wstępnie.

4.6.3. Mosty wielomodułowe

Uwagi ogólne. W wyniku przeprowadzonych obliczeń dla układów wieloprzęsłowych mostów wantowych, uzyskano dla poszczególnych grup modeli 2D i 3D (M1–M3) identyczne liczby iteracji w zakresie wybranych analiz NLG-B2/W i NL-A1 (tab. 4.34). Podobnie jak w przypadku rozważań dla mostów trójprzęsłowych, najmniejszą liczbę iteracji równą 6 (dla pierwszych pięciu przyrostów obciążenia) otrzymano dla wszystkich modeli przy analizie nieliniowej uwzględniającej wyłącznie efekt dużych przemieszczeń i wpływ osiowych sił ściskających na momenty zginające w pylonie i dźwigarze głównym (NLG-B2). Największe wartości występują dla analiz uwzględniających zwis want – maksymalnie w liczbie 14 dla modelu M3 (NLG-W).

W przedmiotowej analizie, ograniczając się do przedstawienia wpływów nieliniowych na zachowanie się modeli w zakresie obciążeń statycznych, omówiono w pierwszej kolejności dla każdej z rozważanych wielkości wpływ ciężaru własnego konstrukcji 2D, w następnej – obciążenia użytkowego 2D oraz obciążenia użytkowego zlokalizowanego asymetrycznie w przekroju poprzecznym mostu (układy 3D).

Analiza wpływów nieliniowych dla stanu przemieszczeń.

- **Ugięcia dźwigarów głównych.** Rozwiązania w zakresie nieliniowości geometrycznej z uwzględnieniem efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NLG-B2) dla ugięć dźwigara głównego pod obciążeniem konstrukcyjnym w przęśle centralnym były większe od liniowych i wynosiły maksymalnie 6,5% dla węzła podporowego 25 oraz 1,2% w środku rozpiętości przęsła głównego w podstawowym module mostu M1 (tablica 4.61). Taka analogia obowiązuje także dla układów wieloprzęsłowych, tzn. M2 i M3 (tablice 4.62 i 4.63). W przęśle skrajnym zauważono sytuację odwrotną, tzn. rozwiązania

liniowe były większe od nieliniowych (maksymalnie – 3,6% dla węzła 15). Uwzględniając wyłącznie zwis cięgien (NLG-W) uzyskano mniejsze ugięcia przęsła głównego (także na podporach pylonu) od liniowych w przedziale – 1,3÷–4,7%, i większe w przęsle skrajnym (1,3–2,8%). Ekstremalna różnica przemieszczeń (–4,7%) odnosi się w tym przypadku do małych wartości ugięć lewej podpory pomostu, tj. $6-7 \times 10^{-3}$ m. Na rysunku 4.54a przedstawiono przykładową ścieżkę równowagi dla przemieszczenia pionowego w węźle 15 przęsła skrajnego modelu M2 dla analizy NLG-W pod obciążeniem własnym.

Tablica 4.61. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ_y i poziomych wierzchołka pylonu δ_x w [%] w wybranych węzłach modeli podstawowego modułu mostu M1-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrosty ugięć i przemieszczeń poziomych pomostu i pylonu							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	125 ¹⁾
Obciążenie ciężarem własnym									
1.	NLG-B2	–1,99	–3,58	6,48	2,34	1,29	1,12	1,16	3,49
2.	NLG-W	1,28	2,75	–4,67	–1,63	–1,32	–1,68	–1,77	–2,12
3.	NL-A1	–2,68	–2,47	4,46	1,64	0,84	0,61	0,54	2,36
Obciążenie użytkowe 2D									
4.	NLG-B2	0,77	0,70	0,81	0,90	0,36	0,36	0,53	0,97
5.	NLG-W	–0,32	–0,22	0,11	–0,28	–0,73	–0,71	–0,74	–0,34
6.	NL-A1	0,71	0,82	0,50	0,86	0,29	0,20	0,39	0,99
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D									
7.	NLG-B2	0,72	0,77	1,24	0,70	0,52	0,59	0,65	0,95
8.	NLG-W	–0,24	–0,33	–0,32	–0,31	–0,64	–0,74	–0,65	–0,39
9.	NL-A1	0,68	0,71	0,13	0,65	0,50	0,27	0,35	0,94
Węzeł:		3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	125'
10.	NLG-B2	0,69	0,68	0,36	1,26	0,87	0,63	0,72	1,07
11.	NLG-W	–0,35	–0,28	–0,74	–0,44	–0,88	–0,82	–0,69	–0,43
12.	NL-A1	0,67	0,73	0,21	1,17	0,32	0,49	0,36	0,98

¹⁾ węzeł wierzchołka pierwszego pylonu P1.

Po złożeniu wszystkich czynników nieliniowości geometrycznej NL-A1 okazało się, że charakter zróżnicowania przyrostu przemieszczeń dla poszczególnych węzłów pomostu był analogiczny jak dla analizy NLG-B2, jednak o nieco mniejszych wartościach 0,5÷0,8%, 4,5% i –2,5÷–2,7%, odpowiednio dla przęsła głównego, podpór i przęsła skrajnego (tablica 4.61).

Analiza modelu dwumodułowego mostu M2 wykazuje duże podobieństwo otrzymanych wyników w porównaniu z M1, jednak zmniejszeniu uległy przyrosty ugięć dla analizy NLG-W w przypadku węzła

Tablica 4.62. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ_y i poziomych wierzchołków pylonów δ_x w [%] w wybranych węzłach modeli 2-modułowego mostu M2-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost przemieszczeń pionowych pomostu i poziomych głowic pylonów										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Węzeł:		3	15	25	29	39	51	53	105	207	125 (P1)	279 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym												
1.	NLG-B2	–2,41	–3,28	7,83	2,94	1,26	0,96	0,90	0,27	0,90	4,32	–2,04
2.	NLG-W	–0,99	–0,02	–2,10	–0,53	–0,92	–0,63	–0,40	2,09	–0,41	–1,05	–23,34
3.	NL-A1	–4,16	–4,98	9,23	3,16	1,29	1,42	1,56	2,45	1,47	4,48	–19,40
Obciążenie użytkowe 2D												
4.	NLG-B2	0,98	1,10	1,41	1,41	0,76	0,65	0,55	0,15	0,30	1,63	0,09
5.	NLG-W	–0,16	–0,28	–0,22	–0,32	–0,37	–0,56	–0,67	–0,46	–0,50	–0,34	–0,29
6.	NL-A1	1,15	1,11	1,49	1,41	0,63	0,20	0,32	0,14	0,33	1,64	0,16
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D												
7.	NLG-B2	0,87	1,13	1,74	1,06	0,37	0,58	0,59	0,16	0,39	1,63	0,10
8.	NLG-W	–0,34	–0,31	–0,10	–0,32	–0,53	–0,79	–0,79	–0,09	–0,41	–0,35	–0,29
9.	NL-A1	1,32	1,24	1,39	1,05	0,29	0,38	0,40	0,51	0,20	1,64	0,12
Węzeł:		3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	105'	207'	125'	279'
10.	NLG-B2	0,80	1,13	1,01	1,89	0,50	0,63	0,65	0,08	0,51	1,76	0,09
11.	NLG-W	–0,18	–0,26	–0,27	–0,76	–0,88	–0,84	–0,84	0,05	–0,57	–0,48	–0,31
12.	NL-A1	1,25	1,14	1,29	1,42	0,39	0,40	0,43	0,44	0,28	1,65	0,03

15 o 2,8%, a w l/2 przęsła głównego – o 1,4% (tablice 4.61 i 4.62). Na podstawie kompleksowej analizy nieliniowej (NL-A1) dla mostu M2 stwierdzono większe różnice w przemieszczeniach pionowych przęsła skrajnego i głównego w module pierwszym, które nie przekroczyły odpowiednio 3 i 1%, a w przypadku węzłów podporowych na pylonie P1 – 5%.

Dla przyrostów ugięć w połowie drugiego i trzeciego przęsła głównego M2 największe wartości dodatnie (przeważający udział rozwiązania wg teorii II-rzędu) stwierdzono w węźle 105 dla analiz NLG-W i NL-A1, rzędu 2,1 i 2,5%, i nieco mniej w węźle 207 – 1,5%, natomiast mniejsze znaczenie w tym przypadku miał czynnik nieliniowy NLG-B2 – 0,3 i 0,9% odpowiednio dla węzłów 105 i 207 (tablica 4.62). Analiza wyników ugięć dźwigara głównego w układzie trójmodułowym M3 pozwala stwierdzić redukcję wpływów nieliniowych dla tych dwóch węzłów w stosunku do modelu M2, i nie była ona większa od 1,1% dla NLG-W i NL-A1 (tablica 4.63).

Generalnie, w pierwszym przęśle skrajnym mostu M3 stwierdzono większy udział przemieszczeń liniowych dla wszystkich czynników nieliniowych (rys. 4.53a), z kolei w pierwszym przęśle głównym wyniki te były porównywalne z otrzymanymi dla M2. Nie ma też znaczących wpływów nieliniowych w środkach rozpiętości przęseł głównych 4 i 5, dla których największa różnica między rozwiązaniem NL-A1 i liniowym wynosi 1,7% w węźle 361 (tablica 4.63).

Reasumując, należy stwierdzić, że wszystkich przęsła modeli M1–M3 cechują się tendencją do malejącej sztywności z uwagi na efekt dużych przemieszczeń i wpływ sił ściskających na sztywność makroelementów belkowych NLG-B2 oraz złożenie wszystkich nieliniowości NL-A1, a wyjątek stanowią przęsła skrajne. Uwzględnienie zwisu cięgien NLG-W wpływa na redukcję wartości ugięć w porównaniu z rozwiązaniem liniowym z podanym wcześniej wyjątkiem.

Uwzględnienie dodatkowego obciążenia użytkowego wykazuje nieznaczny wpływ nieliniowości na przemieszczenia pionowe pomostu, który dla modeli M1, M2 i M3 nie przekracza odpowiednio 1,0, 1,5 i 1,7%. Także w tym przypadku obciążenia wszystkie przęsła modeli M1–M3 cechuje bez wyjątku malejąca sztywność dla nieliniowości NLG-B2 i NL-A1 oraz rosnąca, gdy bierzemy pod uwagę tylko zwis cięgien (NLG-W) – ma on najmniejszy wpływ na otrzymane wielkości ugięć (tablice 4.61–4.63).

Zastosowanie asymetrycznego obciążenia użytkowego (modele 3D) w nieznacznym stopniu wpłynęło na zróżnicowanie przyrostów ugięć otrzymanych dla modeli 2D. W przypadku mostów M1 i

Tablica 4.63. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych pomostu δ_y i poziomych wierzchołków pylonów δ_x w [%] w wybranych węzłach modeli 3-modułowego mostu M3-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost przemieszczeń pionowych pomostu i poziomych głowic pylonów													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	Węzeł:	3	15	25	29	39	51	53	105	207	259	361	125 P1	279 P3	433 P5
Obciążenie ciężarem własnym															
1.	NLG-B2	-2,95	-4,63	8,71	3,22	1,46	0,93	0,80	0,38	0,52	0,19	0,84	4,99	6,16	44,02
2.	NLG-W	-1,37	0,24	-1,51	-0,34	-0,81	-0,46	-0,26	1,08	-0,53	1,13	-0,23	-0,60	-6,08	39,56
3.	NL-A1	-5,23	-7,40	9,27	3,72	1,51	1,50	1,68	1,77	0,40	1,57	1,74	5,69	0,25	182,17
Obciążenie użytkowe 2D															
4.	NLG-B2	0,95	1,22	1,52	1,66	0,41	0,50	0,53	0,03	0,37	0,25	0,44	1,96	0,51	-0,32
5.	NLG-W	-0,30	-0,19	-0,40	-0,31	-0,33	-0,64	-0,82	-0,05	-0,58	0,00	-0,48	-0,34	-0,30	-0,25
6.	NL-A1	1,09	1,29	1,51	1,63	0,71	0,26	0,29	0,32	0,30	0,21	0,21	1,98	0,54	-0,32
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D															
7.	NLG-B2	1,20	1,40	2,58	1,44	0,90	0,55	0,51	0,28	0,27	0,49	0,49	2,00	0,56	-0,36
8.	NLG-W	-0,13	-0,28	-0,26	-0,41	-0,84	-0,76	-0,63	0,13	-0,59	-0,17	-0,63	-0,35	-0,30	-0,19
9.	NL-A1	1,33	1,39	2,20	1,30	0,41	0,34	0,30	0,19	0,20	0,07	0,29	2,01	0,61	-0,41
	Węzeł:	3'	15'	25'	29'	39'	51'	53'	105'	207'	259'	361'	125'P1	279'P3	433'P5
10.	NLG-B2	1,13	1,30	1,59	1,99	1,13	0,60	0,55	0,17	0,38	0,28	0,37	2,06	0,55	-0,41
11.	NLG-W	-0,27	-0,24	-0,36	-0,72	-0,79	-0,80	-0,86	-0,12	-0,72	-0,15	-0,55	-0,48	-0,31	-0,23
12.	NL-A1	1,26	1,39	1,34	1,75	0,54	0,57	0,31	0,43	0,28	0,24	0,14	2,06	0,60	-0,47

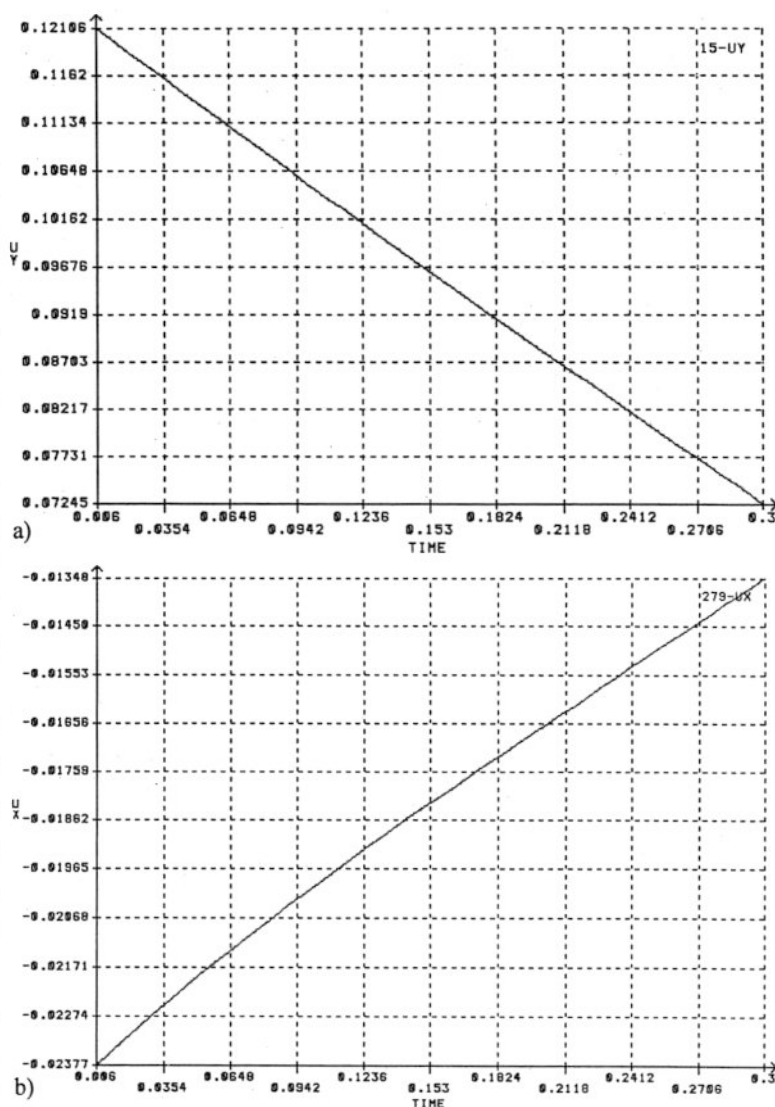
M2, wpływy nieliniowe w obrębie każdej z analiz nie przekraczają 1,5% w obu analizowanych płaszczyznach. Nieco większe wartości otrzymano dla węzłów pomostu modułu podstawowego M1 zlokalizowanych w II płaszczyźnie modelu (nieobciążonego zewnątrznie) z wyjątkiem węzła podporowego 25 dla analiz NLG-B2 i NLG-W (tablica 4.61). Z kolei w przęśle skrajnym układu M2 nieco większy wpływ mają nieliniowości geometryczne NLG-B2 i NL-A1 w I płaszczyźnie (tak jest również w drugim przęśle centralnym – 105), zaś w przęsłach głównych pierwszym i trzecim (207) – w płaszczyźnie II.

W modelu M3 nastąpiło również nieznaczne zwiększenie udziałów nieliniowych (0–1%) z tendencją odwrotną w przęśle skrajnym, identyczną w przęsłach głównych 1, 2 i 3 w stosunku do wyników dla M2. W przęsłach 4 i 5 (węzły 259 i 361) przyrosty ugięć pomostu dla analiz liniowej i nieliniowych są większe w płaszczyźnie I (tablica 4.63), jednak nie przekraczają –0,7% (NLG-W) i 0,5% (NLG-B2).

Dostrzeżone różnice dla wpływów nieliniowych w zakresie ugięć dźwigarów głównych w modelach mostów trójprzęsłowych P^{II} oraz podstawowego modułu M1 wynikają m.in. z większej sztywności giętno-skrajnej pylonu w układach wieloprzęsłowych, z różnic liczby zastosowanych cięgien, a także z odmiennych warunków brzegowych (podpory nieprzesuwne na dwóch pylonach), mniejszej rozpiętości przęsła głównego w M1 i stosunkowo większymi odkształceniami wstępnymi w wantach w relacji do rozpiętości przęsła głównego mostu M1.

Pewne zróżnicowanie wpływów nieliniowych przy uwzględnieniu zwisu cięgien w obu analizowanych przypadkach (modele P^{II} i M) może również wynikać z nierównomiernego podziału makroelementów want, tj. maksymalnie na 8 i 4 ES odpowiednio dla mostów P^{II} i M.

• **Przemieszczenia poziome pylonów.** Obciążenie ciężarem własnym modelu M1 wpłynęło na identyczny rozkład udziałów nieliniowych dla węzła 125 wierzchołka pierwszego pylonu P1, jak dla ugięć przęsła głównego, jednak różnica rozwiązań nieliniowych w stosunku do liniowych jest ponad dwukrotnie większa niż w środku jego rozpiętości (węzeł 53) dla NLG-B2 (3,5%), i niemal 5-krotnie większa dla złożonej nieliniowości NL-A1 (2,4%). Przyjęcie tylko zwisu cięgien (NLG-W) nieznacznie wpłynęło na zmniejszenie otrzymanej wartości, wynoszącej –2,1% (tablica 4.61). Zwiększenie wpływów nieliniowych w zakresie przemieszczeń poziomych tego samego pylonu (125) uzyskano dla modelu M2, wynoszących średnio 4,4% dla analiz NLG-B2 i NL-A1, a przeprowadzenie obliczeń wg NLG-W



Rys. 4.54. Ścieżki równowagi rozwiązań dla przemieszczeń: a) pionowych w $l/2$ przęsła skrajnego (węzeł 15) modelu dwumodułowego mostu (M2-2D) oraz b) poziomych wierzchołka pylonu P3 (węzeł 279) układu trójmodułowego (M3-2D) w funkcji przyrostu obciążenia ($r' = 0,006-0,3$) dla analiz geometrycznie nieliniowych, odpowiednio NLG-W i NL-A1

zredukowało bezwzględną wartość przyrostu przemieszczeń do $-1,1\%$ (tablica 4.62). Tendencja ta obowiązuje także dla węzła 125 mostu trójmodułowego M3, ale udział kompleksowych współczynników II-rzędu (NL-A1) jest nie większy od $5,7\%$ (tablica 4.63).

Różnica przemieszczeń głowicy pylonu P3 (węzeł 279) w modelu M2 wskazuje na konstrukcję o rosnącej sztywności – wszystkie wartości przyrostów są mniejsze od 0 (tablica 4.62), a dla analiz NLG-W (rys. 4.54b) oraz NL-A1 znaczące ($-23,3$ i $-19,4\%$). Dużą redukcję dwóch ostatnich wartości zaobserwowano dla mostu M3 (do $-6,1$ i $0,3\%$), i trzykrotny wzrost wpływu efektu dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NLG-B2), tj. $6,2\%$ (tablica 4.41).

Wpływy nieliniowe w zakresie obciążeń użytkowych dla pylonu P1 (węzeł 125) modelu M1-2D były bliskie 1% z wyjątkiem analizy NLG-W, dla której wynosiły tylko $-0,3\%$ (w tym również dla M2 i M3). Uległy one nieznaczniemu zwiększeniu (NLG-B2, NL-A1) w rozważaniach dla tego samego węzła w układach wielomodułowych (M2 i M3) do wartości odpowiednio $1,6$ i $2,0\%$ (tablice 4.62 i 4.63). Dla pylonu P3 (M2) wpływ nieliniowości dla powyższych czynników nieliniowych jest bliski zeru, a dla M3 zwiększa się do $0,5\%$, przy czym dla analizy NLG-W wartości te nie ulegają większej zmianie w porównaniu z P1, i wynoszą $-0,3\%$ niezależnie od złożoności układu, w tym również dla pylonu P5 (tablice 4.62 i 4.63). Ostatni z rozważanych pylonów (P5) cechuje się słabo rosnącą sztywnością ($-0,3\%$) w zakresie przemieszczeń poziomych jego głowicy dla wszystkich rozważanych współczynników nieliniowych (tablica 4.63).

Wprowadzenie asymetrycznego obciążenia użytkowego (3D) nie wpływa w sposób znaczący na zróżnicowanie wyników w porównaniu z układami płaskimi (2D), aczkolwiek przyrosty przemieszczeń są nieco większe w węźle 125' dla modeli M1–M3. Dla węzła 279 i 279' (P3) wpływy nieliniowe są bardzo małe i bez wyraźnego dla nich zróżnicowania. Dla przemieszczeń wierzchołka pylonu P5 (433 i 433') nieznacznie zwiększa się udział nieliniowości z trendem podobnym do zauważonego w modelach 2D (tablica 4.63).

Analiza wpływów nieliniowych dla momentów zginających.

• Dźwigary główne. Rozważając wpływy nieliniowe na wielkości momentów zginających w dźwigarze

Tablica 4.64. Porównanie przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych i pylonach w [%] w wybranych węzłach modeli podstawowego modułu mostu M1-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w dźwigarze głównym i pylonie					
1	2	3	4	5	6	7	8
Węzeł:		15	24	30	39	53	106 (P)
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	NLG-B2	-2,96	0,09	-3,85	0,54	1,74	-4,36
2.	NLG-W	6,53	-0,37	4,29	9,61	-1,87	-2,21
3.	NL-A1	-3,24	0,69	-5,07	7,16	-0,10	-5,90
Obciążenie użytkowe 2D							
4.	NLG-B2	0,67	0,00	0,72	4,00	0,44	-0,81
5.	NLG-W	2,20	4,00	0,97	-5,71	0,86	0,05
6.	NL-A1	0,67	-0,55	-0,70	5,00	-0,41	-1,02
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D							
7.	NLG-B2	1,55	6,22	1,02	-0,81	1,36	-0,90
8.	NLG-W	-1,82	-1,11	1,16	2,35	-1,58	2,59
9.	NL-A1	1,55	-5,00	-0,23	-1,00	0,54	-0,35
Węzeł:		15'	24'	30'	39'	53'	
10.	NLG-B2	0,17	0,18	0,00	2,16	1,13	
11.	NLG-W	-3,22	4,20	0,29	-1,96	-0,42	
12.	NL-A1	4,82	-0,36	-1,60	0,45	2,14	

głównym w zakresie obciążeń własnych zauważalne jest ich duże zróżnicowanie w zależności od analizowanego przekroju i rodzaju zastosowanych analiz. Największy udział rozwiązań wg teorii II-rzędu występuje w $l/4$ rozpiętości przęsła głównego (węzeł 39) modułu podstawowego M1 o wartościach $9,6$ i $7,2\%$ odpowiednio przy uwzględnieniu zwisu want (NLG-W) i złożeniu wszystkich nieliniowości (NL-A1), natomiast dla NLG-B2 – tylko $0,5\%$ (tablica 4.64). Zastosowanie układów wielomodułowych przyczynia się do znacznej (nawet 24-krotnej) redukcji wpływów nieliniowych NLG-W i NL-A1 oraz jednocześnie do wzrostu udziału nieliniowości od dużych przemieszczeń i efektu $P-\Delta$ do wartości $6,4\%$ w modelu M2 i $4,7\%$ w M3 (tablice 4.64 i 4.65).

W przęśle skrajnym (węzeł 15) większe wartości zanotowano w rozwią-

Tabela 4.65. Porównanie przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych i pylonach w [%] w wybranych węzłach modeli 2-modułowego mostu M2-2/3D uzyskanych z analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w dźwigarze głównym i pylonie									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Węzeł:	15	24	30	39	53	105	193	207	106 (P1)	260 (P3)
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	NLG-B2	-1,09	0,08	-1,89	6,44	1,52	-0,27	4,32	1,43	-10,95	5,04
2.	NLG-W	-0,51	0,42	6,31	0,39	-1,54	-0,36	-11,71	-1,63	-2,33	-6,98
3.	NL-A1	-4,67	0,62	-1,49	2,58	-0,37	-0,20	-9,06	0,43	-13,17	-2,73
Obciążenie użytkowe 2D											
4.	NLG-B2	1,22	2,91	0,50	-0,61	0,30	-0,57	-0,65	1,93	-4,85	0,56
5.	NLG-W	-2,61	-3,27	-2,00	1,39	-1,41	-2,76	0,37	-0,60	-1,30	-0,26
6.	NL-A1	1,22	2,36	1,50	-0,71	1,08	-1,33	0,45	0,28	3,45	0,57
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D											
7.	NLG-B2	-0,64	-0,60	-0,89	5,45	0,77	-0,43	-0,64	0,60	-2,28	0,65
8.	NLG-W	-0,58	2,22	-1,07	0,00	-0,94	-2,87	-0,55	0,44	0,82	-0,30
9.	NL-A1	3,50	-1,40	0,04	-1,82	1,51	-1,13	-0,73	-0,94	-1,80	0,58
	Węzeł:	15'	24'	30'	39'	53'	105'	193'	207'		
10.	NLG-B2	2,16	-4,50	0,17	-0,61	2,05	-0,52	-1,26	0,60		
11.	NLG-W	-1,92	-2,18	0,06	-0,20	-1,73	-2,96	-1,17	0,42		
12.	NL-A1	2,16	-5,17	1,31	0,41	1,06	-1,22	-1,69	-1,02		

zaniach liniowych dla NLG-B2 i NL-A1 (około -3%), a największy dodatni wpływ miał zwis want (NL-W), rzędu 6,5%. Pozostając w tym przekroju pomostu dla układów wielomodułowych (M2 i M3), wszystkie współczynniki nieliniowe mają mniejsze wartości od rozwiązań liniowych (przeszło skrajne charakteryzuje się sztywnością rosnącą), maksymalnie -4,7% dla NL-A1 (tabela 4.65).

Znacznie mniejsze wartości odnotowano dla przyrostu momentów zginających w połowie przęsła głównego M1 (węzeł 53), dla którego jest on dodatni i wynosi 1,7% (NLG-B2) oraz ujemny dla NLG-W i NL-A1, tj. -1,9 i -0,1%. Uwzględnienie dodatkowych modułów (M2 i M3) powoduje nieznaczne zmniejszenie wpływów nieliniowych w tym przekroju do wartości odpowiednio 1,5 i -1,5% oraz 0,9 i -1,4% dla analiz NLG-B2 i NLG-W (tablice 4.65 i 4.66).

Analizując wpływ nieliniowości na (ujemne) podporowe momenty zginające w P1, największe zauważono w węźle 30 prawej podpory, których rozkład jest analogiczny do przekroju przęsła skrajnego (węzeł 15), a największe zróżnicowanie dla analizy złożonej NL-A1 (-5,1%). W układach złożonych następuje redukcja tych wpływów do -1,5% (M2), a w M3 większy udział (2%) ma rozwiązanie nieliniowe, brak przy tym wyraźnych zależności w miarę zwiększania długości mostu.

O ile w środku rozpiętości drugiego przęsła głównego (węzeł 105) w modelu M2 w każdym przypadku rozwiązania liniowe są nieznacznie większe od nieliniowych, a bliskie zeru dla M3, to w przekroju 1/4 tego przęsła (węzeł 193) występuje znaczne zróżnicowanie tych wartości dla zwisu want i złożonej nieliniowości, tj. rzędu -11,7% (M2) i nawet -45,8% (M3). Ostatnie liczby dotyczą jednak znacznie mniejszych wielkości momentów zginających, nie przekraczających -7,0 i -1,0 MNm (tablice 4.39 i 4.42). Podobne relacje zachodzą dla węzła 345 w przęśle 5 (M3) w stosunku do przekroju 1/4 przęsła 3 (węzeł 193) mostu dwumodułowego M2.

Z kolei w połowie trzeciego przęsła głównego (węzeł 207, M2) w dwóch przypadkach (NLG-B2 i NL-A1) rozwiązania liniowe są mniejsze od nieliniowych (0,4-1,5%), natomiast w M3 - większe (maksymalnie -1,9% dla NLG-W). Na podobnym poziomie kształtują się wpływy nieliniowe w 1/2 piątego przęsła głównego (węzeł 361, M3), natomiast dla przęsła czwartego (węzeł 259) - dążą do zera (tabela 4.66).

Przyrosty momentów zginających w dźwigarze głównym modułu podstawowego (M1-2D) są mniejsze dla obciążenia użytkowego i dominuje większy udział nieliniowości od zwisu cięgien (tabela

Tablica 4.66. Porównanie przyrostu momentów zginających w dźwigarach głównych i pylonach w [%] w wybranych węzłach modeli 3-modułowego mostu M3-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost momentów zginających w dźwigarze głównym i pylonie													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Węzeł:		15	24	30	39	53	105	193	207	259	345	361	106 P1	260 P3	414 P5
Obciążenie ciężarem własnym															
1.	NLG-B2	-0,51	0,97	1,50	2,57	0,93	-0,07	1,36	-0,27	-0,07	5,11	0,80	-27,99	13,21	7,64
2.	NLG-W	-0,94	0,54	-3,58	-0,20	-1,41	-0,09	-45,76	-1,90	-0,09	-8,56	-1,54	14,29	13,04	-3,88
3.	NL-A1	-4,43	0,24	1,97	4,74	-0,07	0,00	-45,92	-1,24	0,00	-6,11	-0,21	-20,75	31,67	3,77
Obciążenie użytkowe 2D															
4.	NLG-B2	3,13	0,18	-0,30	-2,53	2,08	-1,64	0,30	0,94	-0,90	-1,55	1,14	-4,30	-0,19	1,15
5.	NLG-W	-0,87	3,60	-0,30	-0,84	0,41	1,05	-0,64	-1,59	2,42	0,69	-1,18	0,09	-0,08	0,07
6.	NL-A1	-1,25	-0,55	-1,71	-2,58	-0,53	-2,45	-1,62	1,67	-1,70	-1,85	-0,48	-3,82	0,32	1,16
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D															
7.	NLG-B2	1,20	-3,40	0,68	5,57	0,92	3,74	-0,27	-0,67	-0,55	-1,14	-0,15	-5,19	-0,09	1,09
8.	NLG-W	1,00	11,75	-1,64	2,31	0,80	1,48	-0,21	-1,17	2,00	0,55	-0,13	2,50	-0,40	-0,30
9.	NL-A1	1,12	-4,20	-0,58	7,38	0,09	2,87	-0,17	-0,02	-1,36	-1,23	0,72	-4,67	-0,13	1,09
Węzeł:		15'	24'	30'	39'	53'	105'	193'	207'	259'	345'	361'			
10.	NLG-B2	4,00	1,64	-0,69	-1,05	0,39	3,57	-1,13	-1,02	-0,55	-2,90	-0,21			
11.	NLG-W	-0,40	5,00	-0,69	-0,55	0,26	1,30	-0,84	0,75	2,00	2,06	-0,21			
12.	NL-A1	3,92	0,91	0,51	-1,19	1,21	2,78	-1,09	-0,34	-1,36	-3,49	0,71			

4.64). Generalnie, dźwigar główny odznacza się malejącą sztywnością na całej długości M1 dla nieliniowości NLG-B2 (bez udziału zwisu want) – maksymalnie 4% w węźle 39, jednak dla pozostałych nieliniowych czynników nie dostrzeżono wyraźnych zależności dla tego makroelementu. W odniesieniu do modelu M2 wpływ złożonej nieliniowości (NL-A1) jest nieco większy niż dla M1, przy czym nie przekracza 1,3% dla przęsła skrajnego i 2,4% dla momentu podporowego (tablica 4.65). W moście trójmodułowym M3 na całej długości dźwigara modułu pierwszego dla powyższej analizy obserwuje się tendencję do rosnącej sztywności (tablica 4.66), przy -2,6% dla 1/4 przęsła głównego (węzeł 39) i -1,7% dla podpory na pylonie P1 (węzeł 30).

W 1/2 pierwszego przęsła głównego nieobciążonego zewnątrz (węzeł 105, M2) we wszystkich przypadkach liniowe momenty zginające mają większe wartości (maksymalnie -2,8% dla NLG-W), natomiast w modelu M3 tylko udział zwisu cięgien w rozwiązaniu nieliniowym jest większy (1%), a złożenie nieliniowości wpływa na dwukrotne zwiększenie przyrostu tej wielkości dla NL-A1 w porównaniu z M2 (-2,45%). Zauważono przy tym wyraźne relacje między charakterem udziału poszczególnych nieliniowości w przekrojach środków rozpiętości przęseł głównych drugiego i czwartego (nieobciążonych) w modelu M3 (węzły 105 i 259), z dwukrotnie większymi wartościami dla NLG-B2 i NL-A1 (-1,6 i -2,5%) w przekroju zlokalizowanym bliżej przęsła obciążonego dodatkowo siłą skupioną (M1), i ponad 2-krotnie mniejszym wpływem zwisu want (1,1%) w porównaniu z węzłem 259 w przęśle bardziej oddalonym (tablica 4.66).

Przyrosty momentów zginających w 1/2 przęseł obciążonych bezpośrednio (M3) wykazują duże zróżnicowanie wyników, jednak są one nieduże, z maksymalną wartością 2,1% dla węzła 53 w pierwszym przęśle głównym.

Stosunkowo większe (w porównaniu z ugięciami) zróżnicowanie otrzymanych wyników dla udziału nieliniowości w zakresie momentów zginających dźwigarów głównych zarejestrowano dla asymetrycznego obciążenia użytkowego (modele 3D) w przęsłach skrajnych oraz pierwszym głównym i na podporach pylonu P1 modeli M1-M3 (tablice 4.64-4.66).

Wpływy nieliniowe są większe w przekrojach dźwigara obciążonego (I płaszczyzna) dla analizy NLG-B2, oraz mniejsze dla kompleksowej nieliniowości NL-A1 w moście M1 – tutaj największa różnica

występuje w przęśle skrajnym (3,3%) oraz w $l/2$ przęsła głównego (1,6%) w zakresie dodatnich momentów zginających. Jest ona jeszcze większa dla węzłów podporowych 24 i 24', wynosząca 4,6% (tablica 4.64).

W przęśle skrajnym i głównym oraz na podporze (węzły 15 i 15', 24 i 24', 53 i 53') modeli M2 i M3 obserwuje się sytuację odwrotną, tj. większe przyrosty analizowanej wielkości dla węzłów położonych w II płaszczyźnie dla NLG-B2. Powyższe spostrzeżenie dotyczy również przekrojów 105, 105' i 193, 193' przęseł głównych drugiego ($l/2$) i trzeciego ($l/4$), jednak zróżnicowanie wpływów nieliniowych jest w tym przypadku nieco mniejsze (tablice 4.65 i 4.66). Porównanie przyrostu momentów zginających w przęsłach głównym środkowym – trzecim (207 i 207', M2 i M3), czwartym (259 i 259', M3) i piątym (361 i 361', M3) daje podstawę do stwierdzenia braku istotnych różnic w otrzymanych wynikach dla obu płaszczyzn w zakresie poszczególnych analiz nieliniowych. Są one zauważalne między tymi wartościami dla węzłów 345 i 345' (przęsło 5), i wynoszą ponad 2% (większe wartości dla przekroju 345') w zakresie nieliniowości od dużych przemieszczeń i nieliniowości złożonej (sztywność rosnąca), oraz 1,5% przy uwzględnieniu tylko zwisu ciągien (sztywność malejąca).

• **Pylony.** Analizę oceny wpływów nieliniowych w pylonach P1, P3 i P5 oparto na otrzymanych wartościach momentów zginających w ich podstawach. W pierwszym pylonie P1 modeli M1 i M2 obciążonych ciężarem własnym, większe wartości dla każdej z analiz (NLG-B2/W i NL-A1) otrzymano dla rozwiązań liniowych, a największe ich przyrosty występują przy nieliniowości złożonej –5,9% (M1) i –13,2% (M2) (tablica 4.64). Wynika stąd duży wpływ zastosowanego dwumodułowego układu na zróżnicowanie wyników, a jednocześnie najmniejsze znaczenie ma w tym przypadku uwzględnienie wyłącznie zwisu want (NLG-W), średnio –2,3%. Jeszcze większe wpływy nieliniowe uzyskano dla tej wielkości w modelu M3, przy czym bardziej znaczący przyrost momentu zginającego (dla rozwiązania liniowego) odpowiada analizom NLG-B2 (–28%) oraz NL-A1 (–20,8%), natomiast przy udziale zwisu want (NLG-W) – 14,3% (tablica 4.66). W pylonie P3 (M2) występują identyczne zależności dla rozważanych rodzajów analiz jednak zauważono trzykrotne zwiększenie udziału zwisu ciągien (–7%) i niemal 4-krotne dla kompleksowej analizy nieliniowej (–2,7%) w porównaniu z wartościami dla pylonu P1. Wyjątkiem jest większa od liniowej wartość momentu zginającego dla rozwiązania nieliniowego NLG-B2 (5%). Zastosowanie modelu M3 wpłynęło na uzyskanie dla tego przekroju (260) większych momentów zginających dla analiz wg teorii II-rzędu (przynajmniej dwukrotnie) w porównaniu z mostem dwumodułowym dla NLG-B2 i NLG-W, tj. średnio 13%. Z kolei wpływ nieliniowości złożonej (NL-A1) jest w tym przypadku największy i wynosi 31,7% (tablica 4.66). Najmniejsze przyrosty momentów zginających spośród analizowanych pylonów w modelu M3 zauważono dla węzła 414 (P5), w którym decydujące znaczenie ma udział efektów dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (7,6%), a złożenie nieliniowości (NL-A1) – 3,8% (tablica 4.66).

Zastosowanie obciążenia użytkowego w modelach płaskich ma niewielki wpływ na zróżnicowanie rozwiązań liniowych i nieliniowych dla podporowego momentu zginającego w węźle 106 P1 (M1) – nie przekraczają 1,1%, przy czym dla mostu M2 zwiększają się o 4% dla NLG-B2, a dla analizy NL-A1 wynosi 3,5% (tablica 4.65). W modelu M3 rozkład wpływów nieliniowych jest taki sam jak dla M1 z większym udziałem na rzecz rozwiązań liniowych w stosunku do NLG-B2 i NL-A1, tj. –4,3 i –3,8% (tablica 4.66). Pomijalny jest w tym przypadku udział zwisu want, równy 0,1% (M1 i M2). Równie małe wartości przyrostu momentów zginających uzyskano dla węzła 260 (P3), który nie przekracza 0,6 i 0,3% dla analiz NL-A1 odpowiednio w modelach M2 i M3. W węźle 414 pylonu P5 (M3) największy udział ma nieliniowość pochodząca od dużych przemieszczeń, co wpływa na wynik NL-A1, nie przekracza jednak 1,2%.

Stosując asymetryczne obciążenie użytkowe w układach przestrzennych dostrzeżono dla węzła 106 (P1, M1) największy wpływ nieliniowości od zwisu want (2,6%) oraz mniejsze zróżnicowanie wyników dla analiz liniowej i nieliniowej NL-A1 (–0,4%). W modelach M2 i M3 charakter rozkładu wpływów nieliniowych w tym samym przekroju był identyczny, a rozwiązania liniowe były większe od

otrzymanych wg teorii II-rzędu dla analiz NLG-B2 i NL-A1, z udziałem odpowiednio $-2,3$ i $-1,8\%$ (M2) oraz dwukrotnie większym dla M3: $-5,2$ i $-4,7\%$ (tablice 4.65 i 4.66). Zastosowanie dodatkowego modułu M3 powoduje zwiększenie wpływu nieliniowości od zwisu cięgien z wartości $0,8\%$ (M2) do $2,5\%$ (M3).

Wyniki momentów zginających uzyskane dla pylonów P3 i P5 (węzły 260 i 414, M2 i M3) pozwalają na stwierdzenie małego znaczenia obciążenia asymetrycznego na ich nieliniowość, a przyrosty tych wielkości w przybliżeniu odpowiadają otrzymanym dla układów płaskich 2D.

Analiza wpływów nieliniowych dla sił osiowych w wantach. Generalnie dla wszystkich typów zastosowanych obciążeń wartości sił osiowych w cięgnach modeli mostów wielomodułowych są większe (z małymi wyjątkami) dla rozwiązań według teorii II-rzędu, co sprawia, że zachowanie się tych elementów opisuje tendencja do malejącej sztywności. W wyniku wprowadzenia obciążenia ciężarem własnym dla modelu M1 największy wpływ na ww. wielkości w cięgnach zewnętrznych 1 i 2 i nieco mniejszy w wewnętrznych 21 i 22 (pylon P1) ma nieliniowość NLG-B2 i NL-A1, tj. $4,1$, $3,5$, $2,3$ i $3,1\%$ (tablica 4.67). Jedynie w cięgnach środkowych (6 i 17) zauważono większy wpływ nieliniowości pochodzącej od zwisu want NLG-W (sztywność rosnąca). Wprowadzenie dodatkowego modułu (M2) wpłynęło na zwiększenie przyrostu sił osiowych dla cięgien 1, 2, 21 i 22 maksymalnie o $1,5$ i $0,5\%$ (NL-A1) odpowiednio w wantach zewnętrznych i wewnętrznych dla nieliniowości NLG-W i NL-A1 (tab. 4.68). W modelu M3 wartości te uległy nieznacznemu zwiększeniu dla cięgien zewnętrznych 1 i 2 (NL-A1) i dla wewnętrznych 21 i 22 (NLG-W). Pewne zwiększenie wpływów nieliniowych zarejestrowano w tych elementach przy uwzględnieniu teorii II-rzędu dla dużych przemieszczeń (tablica 4.69).

W cięgnach 45, 46, 65 i 66 w układzie symetrycznym względem pylonu P3 w modelu M2 analiza NLG-B2 nie ma znaczącego wpływu na różnicowanie wyników w porównaniu z rozwiązaniem liniowym. Największy udział ma w tym przypadku nieliniowość złożona (NL-A1), dla której maksimum występuje dla want 66 i 45 (5 i $3,2\%$). Wartości te są porównywalne z otrzymanymi dla elementów 1 i 22. Rozważając model M3, w pierwszej parze cięgien modułu drugiego (45 i 46) udział nieliniowości wywołanej zwisem want pozostaje w dużej zgodności z wynikami dla M2, a dla NL-A1 – nieznacznie się zwiększa (o około $0,5\%$), przeciwnie niż dla symetrycznej pary cięgien 65 i 66 (średnio o $1,1\%$).

Wszystkie analizowane wpływy nieliniowe dla want trzeciego modułu (węzły 89, 90) są mniejsze niż dla elementów 45, 46 w modelu M2, co z wyjątkiem małych wartości dla NLG-B2 dotyczy także par cięgien 109, 110 (M3) oraz 65 i 66 w M2 (tablice 4.68 i 4.69).

Zastosowanie dodatkowego obciążenia użytkowego w modelach 2D przyczynia się do znacznej redukcji wpływów nieliniowych szczególnie w cięgnach 1, 2, 21 i 22 moście M1, głównie dla analiz NLG-W i NL-A1 do maksymalnej wartości $1,0\%$ (tablica 4.67). Taka tendencja utrzymuje się również w pozostałych wantach modułów drugiego i trzeciego (M2 i M3). W układzie dwumodułowym dla want

Tablica 4.67. Porównanie przyrostu sił osiowych w wantach w [%] w wybranych ES modeli podstawowego modułu mostu M1-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost sił osiowych					
1	2	3	4	5	6	7	8
Wanta:		1	2	6	17	21	22
Obciążenie ciężarem własnym							
1.	NLG-B2	1,75	1,37	0,46	0,56	0,54	0,47
2.	NLG-W	0,99	1,05	-0,50	-3,08	1,53	2,42
3.	NL-A1	4,07	3,45	0,23	-1,94	2,32	3,06
Obciążenie użytkowe 2D							
4.	NLG-B2	0,57	0,58	0,5	0,36	0,40	0,37
5.	NLG-W	-0,02	0,08	-0,27	-0,13	0,26	-0,10
6.	NL-A1	0,87	0,96	0,32	0,43	0,73	0,30
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D							
7.	NLG-B2	0,57	0,57	0,44	0,34	0,40	0,38
8.	NLG-W	0,03	0,17	-0,11	-0,02	0,37	0,01
9.	NL-A1	0,90	1,02	0,39	0,49	0,79	0,33
Wanta:		1'	2'	6'	17'	21'	22'
10.	NLG-B2	0,60	0,61	0,46	0,39	0,40	0,37
11.	NLG-W	-0,08	0,01	-0,45	-0,25	0,12	-0,20
12.	NL-A1	0,86	0,95	0,20	0,41	0,66	0,21

zewnątrznych (1 i 2) podana wyżej wartość ulega niewielkiemu zwiększeniu ekstremalnie do 1,2%, natomiast dla wewnętrznych (21 i 22) – zmniejszeniu średnio o 0,2% dla kompleksowej analizy nieliniowej (NL-A1). Powyższa relacja zachodzi także dla tych samych elementów w modelu M3, a maksymalny wpływ nieliniowości nie przekracza 1,4% (tab. 4.69). Spośród cięgien 45, 46, 65 i 66 w modelu M2 największy przyrost sił osiowych występuje przy uwzględnieniu efektu dużych przemieszczeń, maksymalnie 1,1% (element 66), natomiast dla mostu M3 zwiększa się udział tego współczynnika w cięgniach 45 i 46, a zmniejsza w 65 i 66. W ostatnim przypadku maksymalny wpływ nieliniowości zarejestrowano w elemencie 46 dla NL-A1 (1,9%). Cięgna 89 i 90 (M3) zachowują się niemal w sposób liniowy, natomiast w elementach 109 i 110 największy jest wpływ nieliniowości NLG-B2 (max. 1,4%).

Tablica 4.68. Porównanie przyrostu sił osiowych w wantach w [%] w wybranych ES modeli 2-modułowego mostu M2-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaj analiz	Przyrost sił osiowych									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wanta:		1	2	6	17	21	22	45	46	65	66
Obciążenie ciężarem własnym											
1.	NLG-B2	2,09	1,62	0,47	0,38	-0,04	-0,29	0,38	0,36	0,71	0,77
2.	NLG-W	2,36	2,09	-0,12	-1,44	2,90	3,90	2,46	1,23	0,79	3,84
3.	NL-A1	5,61	4,56	0,55	-0,70	2,99	3,65	3,15	1,88	2,14	5,04
Obciążenie użytkowe 2D											
4.	NLG-B2	0,83	0,84	0,57	0,31	0,18	0,10	0,52	0,75	0,90	1,13
5.	NLG-W	-0,04	0,07	-0,25	-0,17	0,31	-0,02	0,16	0,22	0,09	-0,30
6.	NL-A1	1,14	1,23	0,50	0,38	0,59	0,11	0,58	0,77	0,94	0,68
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D											
7.	NLG-B2	0,84	0,84	0,58	0,29	0,19	0,11	0,54	0,74	0,97	1,28
8.	NLG-W	0,01	0,14	-0,14	-0,07	0,42	0,08	0,28	0,40	0,19	-0,16
9.	NL-A1	1,19	1,30	0,58	0,43	0,66	0,17	0,70	0,92	1,02	0,77
Wanta:		1'	2'	6'	17'	21'	22'	45'	46'	65'	66'
10.	NLG-B2	0,94	0,97	0,82	0,42	0,26	0,17	0,61	0,98	1,08	1,46
11.	NLG-W	-0,03	0,07	-0,24	-0,22	0,29	0,01	0,06	0,10	-0,11	-0,50
12.	NL-A1	1,17	1,34	0,58	0,43	0,61	0,15	0,55	0,77	0,99	0,79

Tablica 4.69. Porównanie przyrostu sił osiowych w wantach w [%] w wybranych ES modeli 3-modułowego mostu M3-2/3D uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz dla obciążeń ciężarem własnym oraz obciążenia użytkowego

Lp.	Rodzaje analiz	Przyrost sił osiowych													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Wanta:		1	2	6	17	21	22	45	46	65	66	89	90	109	110
Obciążenie ciężarem własnym															
1.	NLG-B2	2,35	1,81	0,49	0,30	-0,34	-0,68	0,49	0,44	0,24	0,23	0,11	0,14	0,84	0,93
2.	NLG-W	2,41	2,12	-0,07	-1,34	3,23	4,31	2,83	1,72	1,52	2,73	2,37	0,98	-0,01	3,34
3.	NL-A1	5,89	4,79	0,63	-0,71	2,98	3,61	3,53	2,40	1,99	3,19	2,85	1,43	1,82	4,90
Obciążenie użytkowe 2D															
4.	NLG-B2	0,96	0,97	0,62	0,26	0,01	-0,12	1,37	1,70	0,52	0,57	-0,10	0,03	1,12	1,44
5.	NLG-W	-0,04	0,06	-0,22	-0,18	0,33	-0,02	0,11	0,22	0,19	-0,16	0,05	0,17	0,09	-0,29
6.	NL-A1	1,28	1,36	0,57	0,33	0,44	-0,10	1,54	1,87	0,68	0,30	-0,02	0,07	1,17	1,05
Obciążenie użytkowe asymetryczne 3D															
7.	NLG-B2	0,97	0,98	0,66	0,25	0,00	-0,14	1,29	1,52	0,56	0,63	0,01	0,12	1,22	1,68
8.	NLG-W	0,01	0,12	-0,09	-0,07	0,44	0,09	0,21	0,35	0,31	-0,04	0,23	0,35	0,18	-0,17
9.	NL-A1	1,34	1,43	0,65	0,39	0,49	-0,08	1,55	1,82	0,76	0,37	0,13	0,27	1,28	1,22
Wanta:		1'	2'	6'	17'	21'	22'	45'	46'	65'	66'	89'	90'	109'	110'
10.	NLG-B2	1,09	1,12	0,89	0,37	0,05	-0,11	1,64	2,19	0,58	0,63	-0,23	-0,11	1,38	1,95
11.	NLG-W	-0,10	-0,01	-0,42	-0,31	0,22	-0,10	0,00	0,07	0,05	-0,27	-0,01	0,05	-0,10	-0,48
12.	NL-A1	1,33	1,42	0,54	0,28	0,30	-0,25	1,72	2,18	0,67	0,33	-0,33	-0,39	1,32	1,36

W aspekcie asymetrycznego obciążenia użytkowego (modele 3D), przyjęte do analizy porównawczej siły osiowe wciągach w zakresie oceny wpływów nieliniowych nie wykazują znaczącego zróżnicowania. Uzyskane wartości przyrostów tych wielkości są bardzo podobne do otrzymanych dla układów płaskich pod obciążeniem użytkowym (tablice 4.67–4.69). Maksymalny wpływ nieliniowości dla modelu M1 zanotowano dla NL-A1 wciąg zewnętrznym 2 w płaszczyźnie I (1,0%), dla modelu M2 – 1,5% dla wanty 66' (NLG-B2) oraz dla M3 – 2,2% dla elementu 46' (NLG-B2).

Generalnie, analiza wyników dla osiowych sił rozciągających wciągach mostu wielomodułowego wykazuje nieznaczny wpływ nieliniowości geometrycznej, co zostało potwierdzone także dla modeli mostów trójprzęsłowych P^{II}.

4.6.4. Podsumowanie

W rozdziale tym rozważono dwa zasadnicze typy mostów wantowych ze względu na liczbę przęseł, tj. konstrukcje trójprzęsłowe (dwupylonowe) oraz wieloprzęsłowe (wielomodułowe), analizując w nich ocenę wpływów nieliniowych. Wykonano także analizę parametryczną mostu trójprzęsłowego z wachlarzowym układem want. Sformułowane na tej podstawie spostrzeżenia i wnioski – niektóre potwierdzone również w literaturze związanej z poruszonymi zagadnieniami – podano w rozdziale 8.

ROZDZIAŁ 5

Analiza numeryczna szczególnego przypadku stalowego mostu wantowego z pomostem składanym

5.1. Wstęp

Do często spotykanych typów konstrukcji mostów wantowych należy zaliczyć obiekty specyficzne pod względem formy. Występuje przy tym powszechny pogląd, że najbardziej awangardowe kształty nadawane są obiektom raczej o mniejszych rozpiętościach przęsła, np. kładki dla pieszych, czy też mosty pieszo-jezdne. Przyczynami tego są głównie względy ekonomiczne. Te ostatnie szczególnie wymagają nieraz wieloletnich studiów analitycznych popartych badaniami modelowymi. Mosty pieszo-jezdne bądź kładki – obiekty o znacznie mniejszych przekrojach poprzecznych – muszą być wkomponowane w otaczające je środowisko – najczęściej miejskie – z respektowaniem form architektonicznych (zagospodarowania przestrzennego). Powyższe spostrzeżenia nie stanowią jednak o umniejszeniu problemów spotykanych w trakcie analiz teoretycznych takich mostów z założoną odmienną konfiguracją konstrukcji w stosunku do powszechnie spotykanych, co potwierdziła ostatnio konferencja poświęcona projektowaniu i oddziaływaniom dynamicznym w kładkach („Footbridge 2002”, Paryż, 20–22 listopada, 2002 r.).

Jak wynika z przeprowadzonych analiz w rozdziale 4, nieliniowość geometryczna dotycząca poszczególnych elementów tych mostów może wpływać w sposób nieraz znaczący na rezultaty prowadzonych obliczeń tych mostów [33], [82]. Niekonwencjonalność tych konstrukcji sprawia, że muszą być one równocześnie projektowane z uwzględnieniem oddziaływań dynamicznych, czy utraty stateczności [3], [80].

Za przykład do wszechstronnej analizy konstrukcji wantowej posłużył stalowy most przez rzekę Nysa Kłodzka w miejscowości Opolnica w gminie Bardo Śląskie (woj. dolnośląskie), którego poszczególne elementy konstrukcji zostały już wykonane w wytwórni oczekując na montaż (rys. 5.1).

Na decyzję o wyborze tego właśnie obiektu miał wpływ zdaniem autora nietypowy sposób rozwiązania niektórych jej elementów konstrukcyjnych. Na szczególną uwagę zasługuje sztywne połączenie pylonów z belkami głównymi pomostu, które podzielone zostały na jego długości na kilka jednakowych modułów połączonych ze sobą klasycznymi przegubami. Konstrukcję przęsła zaprojektowaną w taki właśnie sposób zapożyczono z wojskowych mostów składanych [14]. Cechuje ją z pewnością prostota wykonania, a to implikuje znaczne przyspieszenie faz montażowych i budowy całego obiektu. Z drugiej jednak strony przewidywano, że wprowadzone w pomoście przeguby mogą niekorzystnie wpłynąć na bezpieczną eksploatację tej konstrukcji [57].

Przedstawione problemy, pomimo że dotyczą stosunkowo niedużej rozpiętości teoretycznej przęsła jak na mosty wantowe, stanowiły podstawę do przeprowadzenia dla tego obiektu analizy statycznej w zakresie oceny wpływów nieliniowych, stateczności i analizy modalnej.

5.2. Opis konstrukcji mostu

Analizowany most jest stalową konstrukcją wantową w układzie jednoprzęsłowym dwupylonowym o podwójnym systemie want (rys. 5.1 i 5.2). Został zaprojektowany z przeznaczeniem do przejazdu samochodu osobowego lub straży pożarnej oraz dla ruchu pieszego. Rozpiętość teoretyczna przęsła wy-

nosi 41,00 m, natomiast wysokość pochyłonych pylonów – 12,00 m. Konstrukcję nośną mostu stanowią dwa stalowe pylony w kształcie litery A, o prostokątnym, zmiennym na wysokości przekroju zamkniętym, z wantami umieszczonymi po obu stronach pylonów i zamocowane do ich wierzchołków, oraz pomost złożony z modularnych, powtarzalnych elementów składanych.

Pomost o szerokości 3,00 m składa się z dwóch dźwigarów głównych umieszczonych na zewnątrz pomostu w rozstawie osiowym 3,40 m (rys. 5.2). Mają one przekrój zamknięty, zmienny na wysokości, a ich kształt jest wrzecionowy, przy czym połączone są poprzecznicami dwuteowymi I 600 mm i stężone zwiatrowaniami dolnymi w polach poprzecznic, wykonanymi z kątowników 65×65×6 mm w układzie litery K. Bezpośrednio na poprzecznicach przewidziano ułożenie płyty żelbetowej o grubości 0,12 m, a na niej warstwy asfaltu (0,05 m).

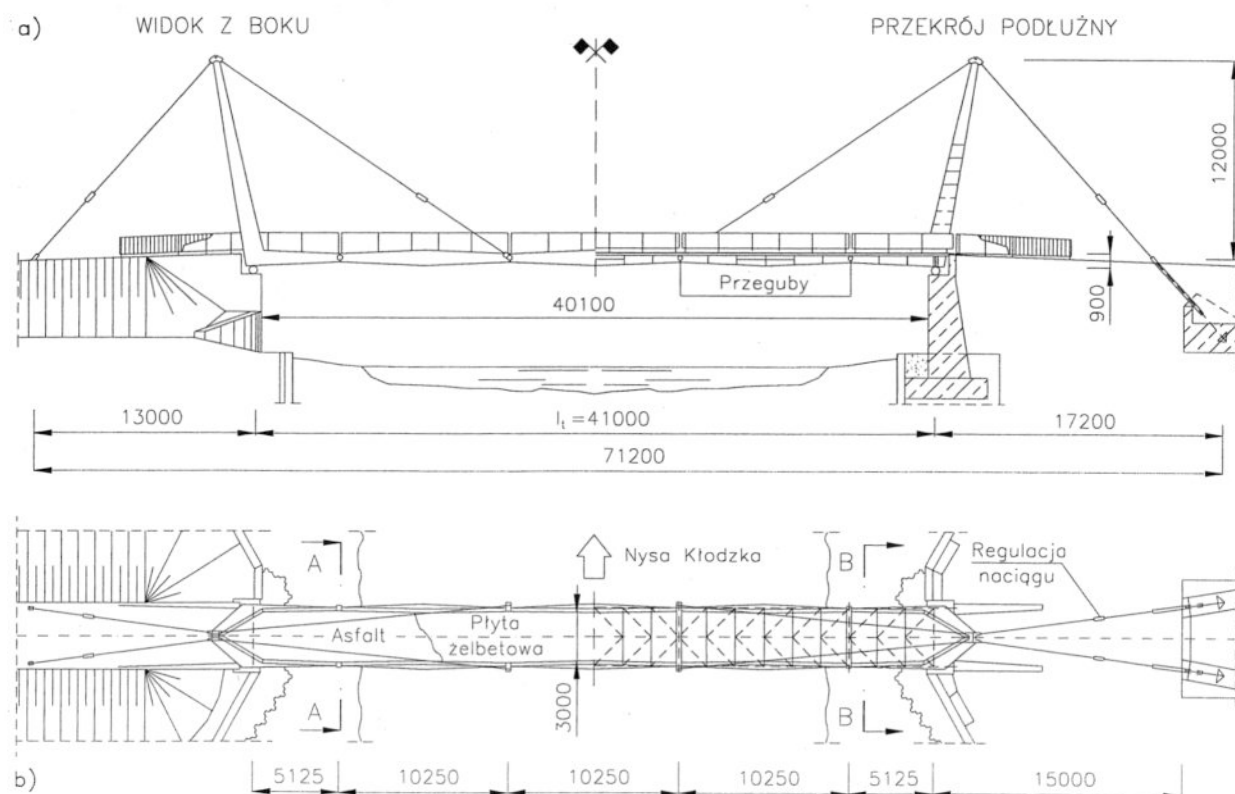
Specyfiką tego obiektu jest rozwiązanie pomostu, składającego się na długości z 5 segmentów, w tym z 3 jednakowych w środkowej partii przęsła, połączonych ze sobą klasycznymi przegubami (bolcami). Segmenty skrajne są sztywno zamocowane do słupów pylonów, tworząc z nimi w widoku z boku pochyłą literę L. Przęsło podparte jest na dwóch przegubowych łożyskach pod każdym z pylonów (rys. 5.1a).

Konstrukcja przęsła wykonana jest ze stali 18G2A, a cięgien ze stali o wysokiej wytrzymałości, natomiast żelbetowa płyta pomostu z betonu klasy B30 (rys. 5.1 i 5.2).

5.3. Zakres przeprowadzonych analiz

W ramach analiz rozważanej konstrukcji mostu wykonano obliczenia w zakresie liniowej i nieliniowej statyki pod użytkowym obciążeniem normowym, dynamiki – w celu oszacowania podstawowych częstości drgań własnych modelu mostu, a także zagadnień związanych z parametryczną analizą stateczności tego obiektu.

W rozważaniach teoretycznych posłużono się dwoma rodzajami modeli dyskretnych mostu, tj. płaskim 2D i przestrzennym 3D. Dokonano przy tym parametryzacji ze względu na udział przegubów w



Rys. 5.1. Most drogowy przez Nysę Kłodzką w Opolnicy: a) widok z boku i przekrój podłużny oraz b) rzut z góry

pomoście na pracę przęsła i całej konstrukcji obiektu.

W ramach analizy modalnej porównano wybrane wartości i formy własne modeli mostu dla przyjętych zasadniczych typów modeli obliczeniowych wraz z podaniem analizy zbieżności otrzymanych rozwiązań. Z kolei w analizie stateczności konstrukcji w zakresie sprężystym uwzględniono obciążenie równomiernie rozłożone wzdłuż całego przęsła oraz ruchomą siłę skupioną. W celu określenia wartości krytycznej obciążenia oraz postaci utraty stateczności analizowanego modelu uwzględniono także wpływ rodzaju zamodelowania przegubów w pomoście na obciążenie krytyczne tego mostu [56], [61], [63].

5.4. Ocena wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych

5.4.1. Założenia wstępne, cel i charakterystyka analizy nieliniowej

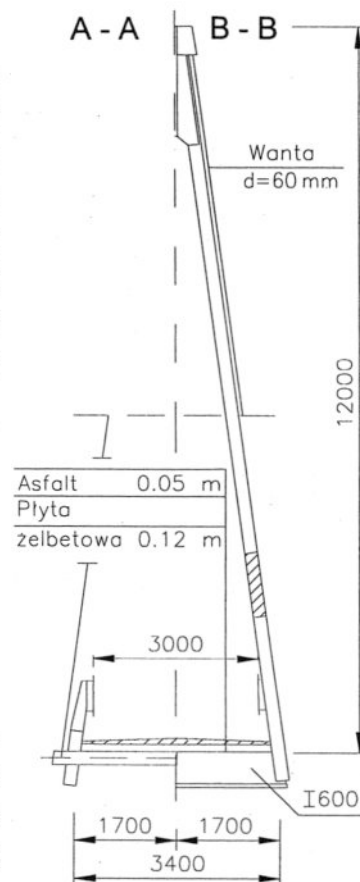
Obliczenia w zakresie obciążeń statycznych dla teorii I- i II-rzędu wykonano w oparciu o założenia dotyczące niezmienności geometrii modelu dyskretnego, sztywności EJ pomostu, wartości i lokalizacji obciążenia, stałych materiałowych dla pylonów i pomostu oraz dyskretyzacji modelu obliczeniowego.

W odniesieniu do wniosków zawartych w rozdziale 4, analizę nieliniową dla obciążenia symetrycznego względem przekroju poprzecznego konstrukcji mostu wykonano dla modelu 2D z uwzględnieniem przegubów w pomoście, oraz z ich wyeliminowaniem. Dodatkowo zastosowano wstępny naciąg w elementach want, obciążenie ciężarem własnym oraz zmienną na długości sztywność elementów pylonu.

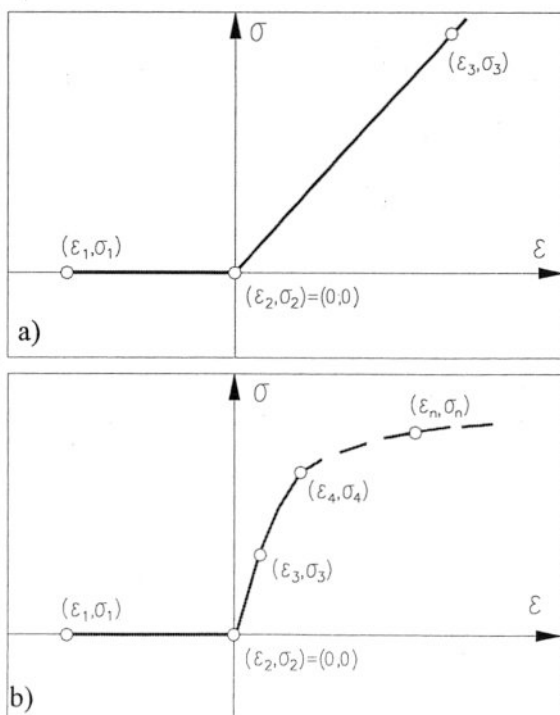
W kolejności przeprowadzonych analiz ustalono udział poszczególnych współczynników geometrycznej nieliniowości na zachowanie się modelu obliczeniowego w zakresie obciążeń statycznych. Odrębne obliczenia wykonano dla analizy liniowej i nieliniowej w zakresie złożonej nieliniowości geometrycznej z uwzględnieniem efektów zwisu cięgien, dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NL-A1) oraz z ujęciem teorii II-rzędu (nieliniowość fizyczna) dla materiału want (NL-A2). Przedstawione oznaczenia poszczególnych analiz oraz ich opis znajduje się w rozdziale 4 (p. 4.2.2).

Celem wykonywanych analiz była ocena wpływów II-rzędu (nieliniowość geometryczna i fizyczna) na wielkości statyczne w wybranych ES modelu mostu.

Szczegóły dotyczące algorytmów dla rozwiązania postawionego problemu w postaci macierzowej (MES) podano w rozdziale 2.



Rys. 5.2. Przekroje poprzeczne mostu: a) w środku rozpiętości teoretycznej i b) nad podporą



Rys. 5.3. Wykresy definiujące charakterystyki materiału cięgien dla przyjętych ES: a) materiał liniowy i b) materiał nieliniowy (nieliniowość fizyczna)

5.4.2. Dyskretyzacja modelu mostu

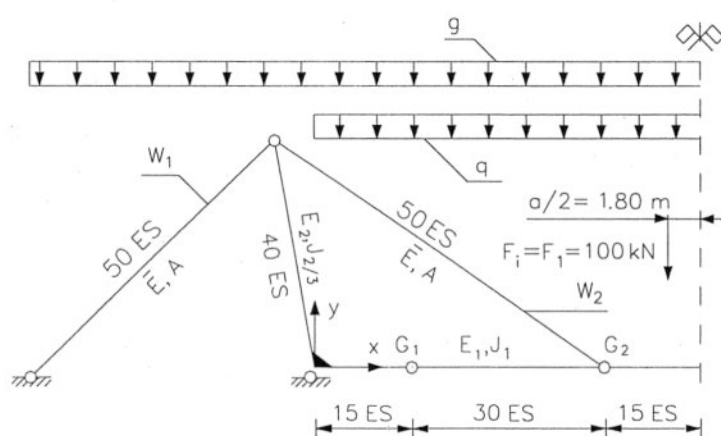
Materiał want zamodelowano liniową i nieliniową zależnością (zależności podano w pracy [132]) σ - ε , opisaną w postaci krzywej sprężysto-plastycznej przedstawionej na rys. 5.3, rozważając wyłącznie zakres sprężysty. Wartość graniczna odkształcenia sprężystego wynosi $\varepsilon_4 = 0,0066 \times 10^{-6}$ m/m dla $\sigma_4 = 1,10$ GPa. Dodatkowo, w celach porównawczych, uwzględniono zwis cięgien poprzez zastosowanie równoważnego modułu sprężystości E_r wg zależności (2.72) – por. rozdz. 2 [122].

Do dyskretyzacji płaskiego modelu mostu zastosowano ES typu BEAM i TRUSS. W tablicy 5.1 podano podstawowe charakterystyki materiałowe dla makroelementów pomostu i pylonów, natomiast w

Tablica 5.1. Charakterystyki materiału dla pylonów, dźwigarów głównych i pomostu (stal 18G2A i beton B35)

Lp.	Stałe	Wartość w układzie SI	
		stal	beton ^{*)}
1	2	3	4
1.	Moduł Younga E [GPa]	205	32,6
2.	Współczynnik Poissona ν	0,3	0,167
3.	Gęstość γ [Mg/m ³]	7,85	2,50

^{*)} Wartości przyjęte w analizie modalnej modeli obliczeniowych mostu.



Rys. 5.4. Schemat dyskretyzacji płaskiego modelu stalowego mostu wantowego wraz z obciążeniem i warunkami brzegowymi

tablicach 5.2 i 5.3 przedstawiono charakterystyki geometryczne poszczególnych makroelementów. Pominięto przy tym kilka mniej istotnych warunków początkowych, takich jak zmienność na długości przęsła charakterystyk geometrycznych dla dźwigarów głównych, liczby ES w modelu obliczeniowym, czy uwzględnienie momentów zginających w cięgnach.

Całkowita liczba elementów skończonych w modelu obliczeniowym 2D wynosiła 402 a węzłów 415. Zwiększenie liczby ES o 2 spowodowane było wprowadzeniem rozwiązania przegubowych podpór przęsła (rys. 5.4).

5.4.3. Procedura rozwiązania

Model w zakresie analiz liniowej i II-rzędu obciążono statycznie w postaci sił skupionych F_i przyłożonych w środku rozpiętości przęsła, uwzględniając wpływ ciężaru własnego konstrukcji mostu g_0 oraz obciążenie tłumem [119]. W tablicy 5.4 zestawiono rodzaje i wartości zastosowanych obciążeń (rys. 5.4).

Zastosowane obciążenia przykładano jednocześnie, natomiast naciąg wstępny want odrębnie, korzystając ze skrócenia termicznego tych makroelementów.

W celu przeprowadzenia analizy nieliniowej zastosowano algorytm przyrostowo-iteracyjny

Tablica 5.2. Charakterystyki geometryczne makroelementów pomostu i pylonów oraz liczby ES w modelu 2D mostu

Lp.	Element konstrukcyjny	Długość	Przekrój A_i	J_z	Liczba ES
		[m]	[$\times 10^{-3}$ m ²]	[$\times 10^{-4}$ m ⁴]	
1	2	3	4	5	6
1.	Dźwigar główny	41,000	519,0	42,86	120
2.	Pylon	12,150	23,1	8,88	13
			33,6	31,15	13
			42,6	66,37	14

Tablica 5.3. Charakterystyki geometryczne makroelementów cięgnowych oraz liczby ES dla modelu 2D

Lp.	Element	Długość	Przekrój A_i	Naciąg	Liczba ES
		[m]	[$\times 10^{-3}$ m ²]	[kN]	
1	2	3	4	5	6
1.	Wanty W1/W4	18,030	2,83	55,00	50
2.	Wanty W2/W3	21,287		40,00	50

dla sterowania obciążeniowego. Przyjęto 30 kroków o stałej długości, przy czym wstępny naciąg przyłożono w pierwszych sześciu (dla $\lambda = 0,2$).

W procedurze rozwiązania nieliniowego zagadnienia zastosowano sterowanie obciążeniowe z iteracjami NR oraz MNR. W trakcie wstępnych testów korzystano także z algorytmu automatycznych kroków w rozwiązaniu przyrostowym.

Tabela 5.4. Rodzaje i wartości obciążeń dla przyjętego modelu mostu

Lp.	Rodzaj obciążenia	Wartość obciążenia	Sposób rozmieszczenia
1	2	3	4
1.	Siły skupione: $F_{1,2}$	100 kN	3,60 m
2.	Tłum: q	4 kN/m ²	równomiernie rozłożone
3.	Ciężar własny (grawitacja): g_o	9,81 m/s ²	stałe na długości elementów

5.4.4. Wyniki obliczeń i ich analiza

Uwagi ogólne. W wyniku przeprowadzonych obliczeń w zakresie analizy nieliniowej rozwiązany został układ 1011 dla 4448 elementów globalnej macierzy sztywności. Zbieżność rozwiązania dla pierwszej fazy obliczeń uzyskano po 5 iteracjach, natomiast w następnych krokach nastąpiło jej szybka zbieżność.

Porównanie wartości przemieszczeń. W tabelicy 5.5 zestawiono przemieszczenia pionowe i poziome w wybranych węzłach, odpowiednio pomostu i wierzchołka pylonu mostu. Różnice uzyskane dla analiz w zakresach liniowym i nieliniowym przedstawiono w ostatniej kolumnie tabelicy.

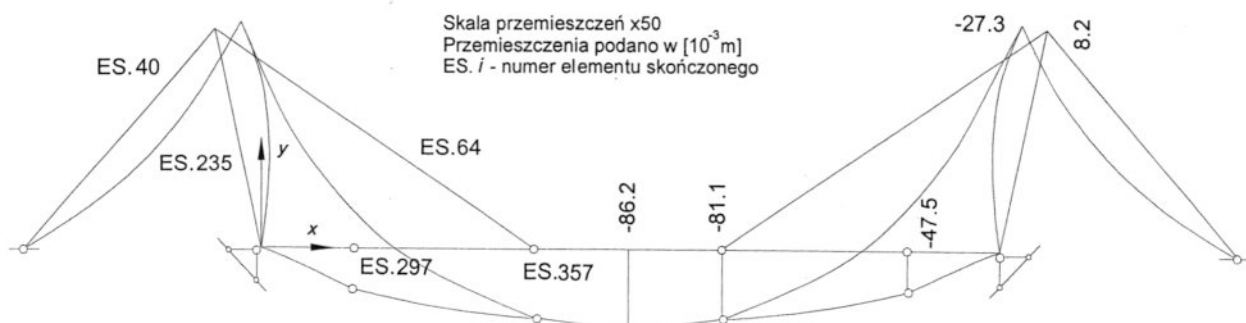
Na rysunku 5.5 podano odkształconą postać modelu 2D dla zastosowanej analizy w zakresie nieliniowym (NL-A2) po 30 krokach wraz z przemieszczeniami lokalnymi dla wybranych węzłów modelu obliczeniowego (pomostu i wierzchołków pylonów).

Tabela 5.5. Porównanie wartości przemieszczeń w [$\times 10^{-3}$ m] dla wybranych węzłów pomostu w modelu 2D z uwzględnieniem przegubów pod wpływem obciążenia własnego i użytkowego

Oznaczenie węzła	Ugięcie pomostu			Różnica
	Analiza liniowa	Analiza nieliniowa		2-3 / 2-5
		NL-A1	NL-A2	[%]
1	2	3	4	5
295 (G ₁)	-44,5	-44,7	-47,5	0,50 / 6,27
324 (G ₂)	-75,5	-78,0	-81,1	3,37 / 6,84
355 (I/2)	-80,9	-83,5	-86,2	3,22 / 6,20
Przemieszczenia poziome wierzchołka pylonu				
236	26,1	26,7	27,3	2,25 / 4,27

Na rysunkach 5.6 i 5.7 podano ścieżki równowagi dla przemieszczeń odpowiednio pionowych węzłów pomostu w środku rozpiętości przęsła i w miejscu lokalizacji przegubu G₂ (i G₃) oraz poziomych wierzchołków pylonu w złożonej analizie nieliniowej (NL-A2). Dla wybranych kroków podano również maksymalną liczbę iteracji (dla NR i MNR).

Z kolei rysunku 5.7 przedstawiono wykres przemieszczeń poziomych dla wierzchołków pylonu w złożonej analizie nieliniowej (NL-A2) w funkcji parametru obciążenia. Ze względu na pełną symetrię mostu, w wynikach podane zostały wartości dotyczące symetrycznej połowy modelu. Z kolei, z uwagi na wprowadzenie naciągu w makroelementach ciągnowych w początkowej fazie obliczeń, na podanych wykresach przyjęto przedział współczynnika $\lambda = 0,2-1,0$, obowiązującego dla pozostałych obciążeń.



Rys. 5.5. Odształconą postać płaskiego 2D modelu dyskretnego mostu wantowego po 30 krokach (NL-A2)

Analizując ugięcia pomostu w modelu 2D pod wpływem przyłożonego obciążenia stwierdzono (zgodnie z przewidywaniami), że wystąpiło załamanie niwelety jezdni

(wprowadzenie

przegubów na jego długości). W

większym stopniu jest to zauważalne dla punktów G_1 i G_4 umieszczonych pomiędzy pylonem a miejscami mocowania cięgien do pomostu (rys. 5.5).

Maksymalne przemieszczenie pionowe dźwigara głównego w środku rozpiętości przęsła oraz dla wierzchołka pylonu zaobserwowano dla złożonej analizy II-rzędu z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej, które wynosiły odpowiednio: $86,2 \times 10^{-3}$ m i $27,3 \times 10^{-3}$ m. Największy wpływ efektów nieliniowych w stosunku do rozwiązań według klasycznej teorii sprężystości zauważono dla ugięć pomostu w przegubie G_2 , który wynosił 6,8% dla analizy NL-A2. Dla przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu różnice te były nieco mniejsze i wynosiły 4,3% (tablica 5.5).

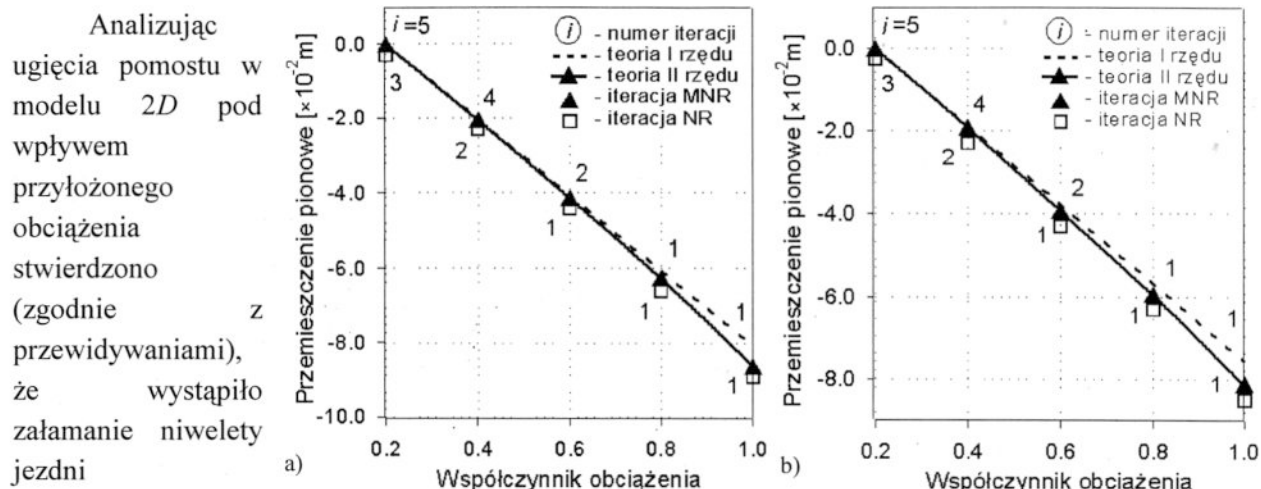
Porównując wyniki otrzymane dla analiz nieliniowych geometrycznej i fizycznej (NL-A1 i NL-A2), zdecydowanie większy wpływ na wartości przemieszczeń miało uwzględnienie nieliniowości fizycznej. Zgodnie z uwagami przedstawionymi w rozdziałach 4, największy wpływ na wielkości statyczne przemieszczeń dla NL-A1 miał udział zwisu cięgien. Jednocześnie maksymalne zróżnicowanie wyników dla analiz NL-A1 i NL-A2 zaobserwowano dla węzła 297 (G_1), tj. 5,8% z mniejszą wartością ugięcia dla złożonej nieliniowości geometrycznej (rys. 5.8).

Na podstawie wykonanych obliczeń uwzględniających efekt zwisu want za pomocą równoważnego modułu sprężystości E_r stwierdzono, że metoda ta jest mniej precyzyjna w uzyskaniu dokładnego rozwiązania w porównaniu z dyskretyzacją cięgien na większą liczbę ES (średnio o 30%) w nawiązaniu do rozważanego problemu.

Zauważony większy wpływ nieliniowości fizycznej na uzyskane wartości przemieszczeń można uzasadnić przyjęciem mniejszej wartości parametru m dla równania opisującego charakterystykę materiału cięgien [132].

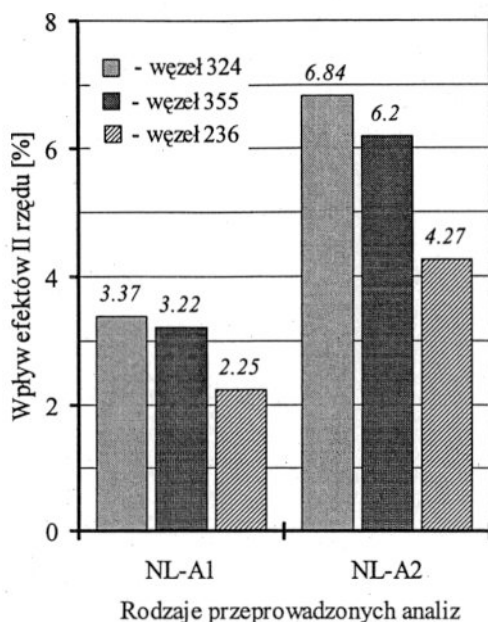
Porównanie naprężeń zredukowanych. Wybrane wartości naprężeń zredukowanych w wybranych ES modelu obliczeniowego mostu, tj. w cięgnach W1 i W2 (na środku ich długości), pomoście i pylonie modelu dyskretnego (rys. 5.5) podano w tablicy 5.6 dla obliczeń w zakresach liniowym i nieliniowym (NL-A1/A2).

Największym naprężeniom poddane były wanty skrajne W1, dla których pod całkowitym obciążeniem uzyskano wartości na poziomie 177,9, 180,7 i 179,0 MPa, odpowiednio dla analiz liniowej i nieliniowych NL-A1 i NL-A2. Maksymalne naprężenie zredukowane w dźwigarze głównym



Rys. 5.6. Ścieżki równowagi dla przemieszczeń pionowych: a) w środku rozpiętości przęsła (węzeł 357) oraz b) w punkcie lokalizacji przegubu G_2 (węzeł 326) dla analizy nieliniowej (NL-A2)

Rys. 5.7. Ścieżka równowagi dla przemieszczeń poziomych wierzchołka pylonu (węzeł 237) dla analizy nieliniowej (NL-A2)



Rys. 5.8. Zestawienie wpływu nieliniowości geometrycznej (NL-A1) i dodatkowo materiałowej (NL-A2) w zakresie ugięć pomostu (węzły 324, 355) i przemieszczeń poziomych pylonu (węzeł 236) w modelu dyskretnym mostu

Reasumując, wykonana analiza dała podstawę do stwierdzenia, że każda z rozważanych wielkości statycznych nie przebiega w sposób liniowy, a otrzymane wyniki wskazują, że wraz ze wzrostem obciążenia krzywe rozwiązań nieliniowych dla ścieżek równowagi układu oddalają się od ich stycznych dla analizy liniowej (np. rys. 5.6 i 5.7). W zasadzie złożona nieliniowość geometryczna w przyjętym zadaniu ma mniejszy wpływ na wielkość otrzymanych wyników (do 3–4%), co związane jest również ze sposobem przykładania obciążeń. Porównując dwie zastosowane metody iteracyjne w przyjętej metodzie mieszanej rozwiązania układu stwierdzono, że większą efektywnością charakteryzuje się algorytm Newtona–Raphsona, dla którego otrzymano mniejszą liczbę iteracji. Potwierdza to spostrzeżenia zawarte w rozdz. 3.

wynosiło dla analizy nieliniowej (NL-A2) 66,1 MPa i było większe o 4,3% od rozwiązania liniowego. Nieco większe wartości naprężeń otrzymano w ES 235 pylonu na poziomie 78,7 MPa dla NL-A2, co stanowiło 105,2% rozwiązania liniowego.

Zestawione w tablicy 5.6 porównanie naprężeń zredukowanych w kilku wybranych elementach modelu mostu dla analizy I- i II-rzędu wskazuje, że największa różnica między otrzymanymi wartościami występuje dla pylonu, a najmniejsza dla cięgien niezależnie od rodzaju przyjętej analizy nieliniowej, co potwierdzają częściowo spostrzeżenia zawarte w rozdziale 4. Ponadto dla zakresu tych wielkości w dźwigarze głównym i pylonach obserwuje się analogiczną relację pod względem udziału poszczególnych czynników nieliniowych, jak w przypadku stanu przemieszczeń.

Tablica 5.6. Porównanie otrzymanych wartości naprężeń zredukowanych w [MPa] w wybranych ES modelu 2D mostu z uwzględnieniem przegubów pod wpływem obciążenia własnego i użytkowego

Lp.	Oznaczenie ES	Naprężenia zredukowane			Różnica
		Analiza liniowa	Analiza nieliniowa		3–4 / 3–5
			NL-A1	NL-A2	[%]
1	2	3	4	5	6
1.	40 (W1)	177,86	180,74	179,04	1,62 / 0,66
2.	64 (W2)	162,72	164,53	163,72	1,11 / 0,61
3.	235 (pylon)	74,80	77,12	78,69	3,10 / 5,20
4.	357 (pomost)	63,41	64,51	66,14	1,73 / 4,31

5.5. Analiza modalna

5.5.1. Uwagi ogólne

Analizę modalną tego mostu wykonano dla dwóch przyjętych zasadniczych typów modeli obliczeniowych 2D i 3D, podając również zbieżność otrzymanych rozwiązań. Rozważano przy tym sposób zamodelowania pomostu, tj. traktując połączenia pomiędzy składanymi segmentami jako w pełni przegubowe, częściowo usztywnione w miejscu ich występowania (przez zastosowanie sztywnej płyty żelbetowej lub stalowej płyty ortotropowej) oraz z ich całkowitym wyeliminowaniem. Tak przyjęte rozwiązania różnych wariantów pomostu były podyktowane m.in. wnioskami uzyskanymi na podstawie rezultatów z analizy statycznej tej konstrukcji przeprowadzanej w zakresie nieliniowym [56].

Tablica 5.7. Charakterystyki przekrojowe oraz podział na ES przyjętych elementów konstrukcyjnych mostu dla modeli M2D i M3D w analizie modalnej

Element konstrukcji	Przekrój	Moment bezwładności	Liczba ES	
	$[m^2 \times 10^{-3}]$	$[m^4 \times 10^{-4}]$	2D	3D
1	2	3	6	7
Dźwigar główny	23,40	16,80	72	72
Pomost	408,00	4,90	72	432
Pylon	32,90	30,7	25	63
Cięgno	2,83	–	1	1
Poprzecznica	13,20	16,80	–	6
Stężenie pomostu	0,99	0,0038	–	3

Przyjęte charakterystyki materiałowe podano w tablicy 5.1.

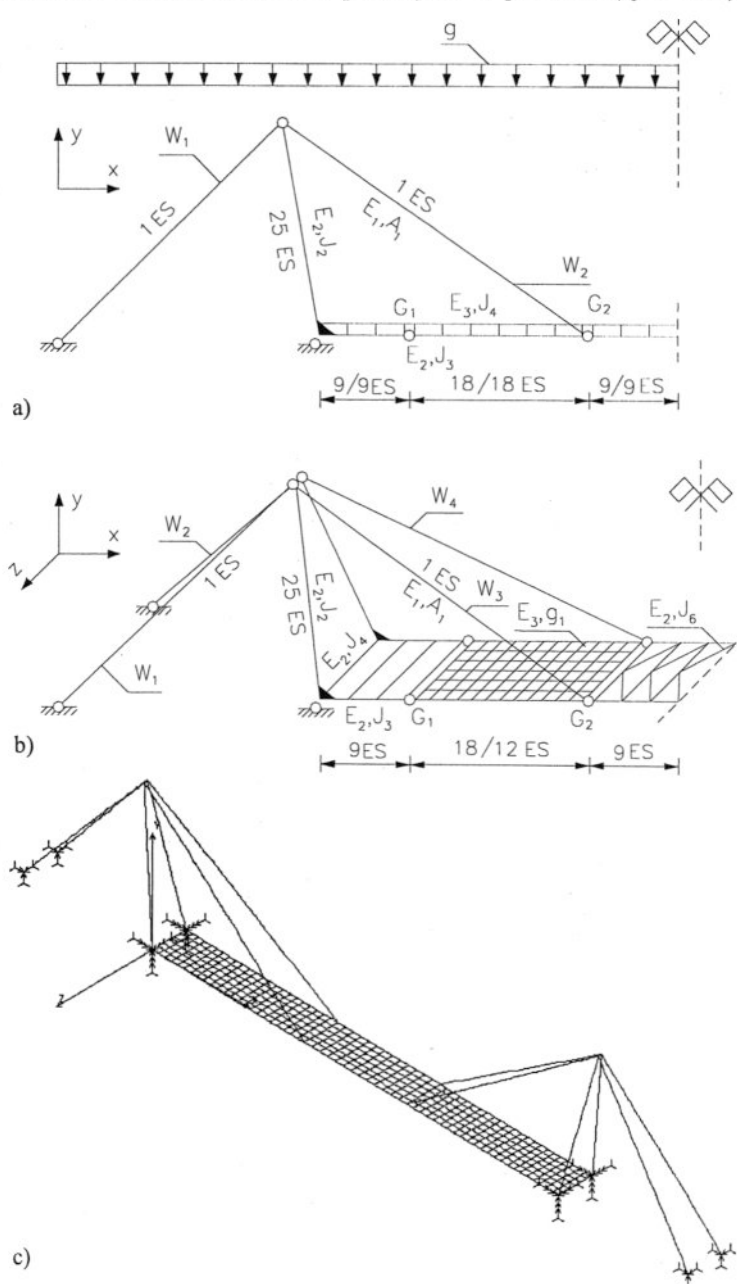
5.5.2. Dyskretyzacja modeli mostu

Dla celów parametrycznej analizy modalnej opracowano cztery typy modeli obliczeniowych pomostu w układach płaskim i przestrzennym, zachowując przy tym niezmienną geometrię oraz nie uwzględniając wpływu drgań cięgien. Charakterystyki geometryczne poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostu oraz ich dyskretyzacje podano w tablicach 5.1 i 5.7, natomiast dla cięgien przyjęto stałą wartość modułu Younga na poziomie $E_w = 180$ GPa. Poniżej opisano dyskretyzację każdego z modeli (rys. 5.9).

Model mostu 2D dyskretyzowano elementami o charakterystykach podanych w p. 5.4.2 (rys. 5.9a).

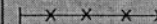
Obliczenia wykonano dla czterech modeli pomostu. Pierwszy uwzględnia połączenia przegubowe w pomoście (PP), drugi – częściowe usztywnienie przegubów płytą pomostu (PS), trzeci – pełne usztywnienie przegubów skrajnych G_1 i G_4 (rys. 5.9a) w dźwigarach głównych (SH) oraz czwarty – zupełne ich wyeliminowanie (ST). Modele te oznaczono odpowiednio jako: M2D-PP, M2D-PS i M2D-SH oraz M2D-ST, a ich szczegółowe objaśnienia znajdują się w tablicy 5.8.

Model mostu 3D dyskretyzowano elementami, analogicznymi jak w modelach M2D, oraz elementami powłokowymi (dla płyty pomostu) o 6 stopniach swobody w węźle (rys. 5.9b i c). Również dla tego przypadku analizowano cztery modele obliczeniowe pomostu z uwzględnieniem połączeń przegubowych, z ich częściowym usztywnieniem oraz z ich całkowitym wyeliminowaniem, oznaczając je odpowiednio przez M3D-PP, M3D-PS, M3D-SH i M3D-ST. Dla wszystkich modeli obliczeniowych, w celach poglądowych, podano całkowitą liczbę ES oraz liczbę stopni swobody (tablica 5.8).



Rys. 5.9. Dyskretyzacja modeli mostu: a) płaskiego 2D, b) przestrzennego 3D oraz c) wykonany model 3D wraz z warunkami brzegowymi

Tablica 5.8. Oznaczenia modeli, liczba ES oraz liczba stopni swobody (DOF) przyjęte w analizie modalnej dla modeli mostu

Modele obliczeniowe oraz liczba ES i stopnie swobody	Przyjęte symbole oraz liczba stopni swobody układów			
				
1	2	3	4	5
Płaskie 2D (200) DOF	M2D-PP (606)	M2D-PS (602)	M2D-SH (600)	M2D-ST (598)
Przestrzenne 3D (1004) DOF	M3D-PP (4722)	M3D-PS (4694)	M3D-SH (4680)	M3D-ST (4666)
○ – pełny przegub zlokalizowany w pomoście, ● – częściowe usztywnienie pomostu płytą żelbetową, × – pełne usztywnienie pomostu (bez przegubów).				

Z podanego wcześniej uzasadnienia, tworzeniu modeli dyskretnych do celów analizy modalnej towarzyszyły analogiczne uproszczenia jak dla zakresu statycznego obliczeń, przy czym dodatkowo nie uwzględniono zwisu cięgien oraz ich wstępnego naciągu [148], [158].

5.5.3. Procedura rozwiązania

W trakcie realizacji obliczeń nie pojawiły się większe problemy czy trudności wynikające, np. z wadliwego zdefiniowania warunków brzegowych, wątpliwych warunków brzegowych, czy też geometrycznej zmienności układu itp. [57]. Nie stosowano więc w modelach specjalnych usztywnień, np. w postaci *soft spring*.

W celu rozwiązania zagadnienia wartości własnych modelu konstrukcji, oraz aby umożliwić analizę bardziej złożonych zadań numerycznych wykorzystano metodę iteracji podprzestrzennych i – w celach porównawczych – metodę iteracji odwrotnej do wyznaczenia dominujących wartości własnych [25], [103].

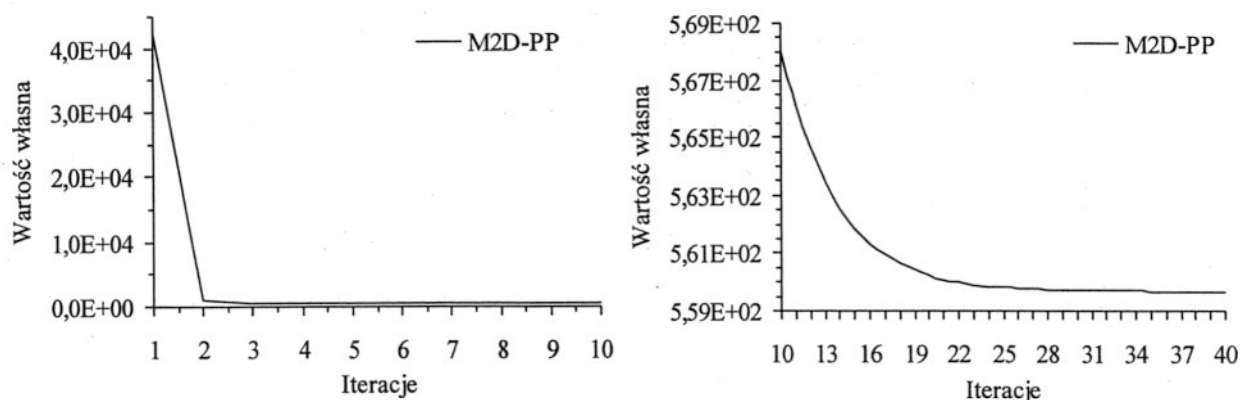
Zapis macierzowy równań dla analizy modalnej (MES) podano w postaci wyrażeń (2.24–2.31), natomiast dla algorytmu iteracji odwrotnej oraz iteracji podprzestrzennej (odpowiednio 3.48, 3.49 oraz 3.50–3.60, p. 3.2.5 [55], [91]).

W przypadku modeli płaskich zastosowano 8 iteracji, chociaż jak wynika z rys. 5.10, już po 4 wyniki wartości własnych były wystarczająco zbieżne z przyjętą tolerancją rozwiązania ustaloną na poziomie $1,0 \times 10^{-5}$.

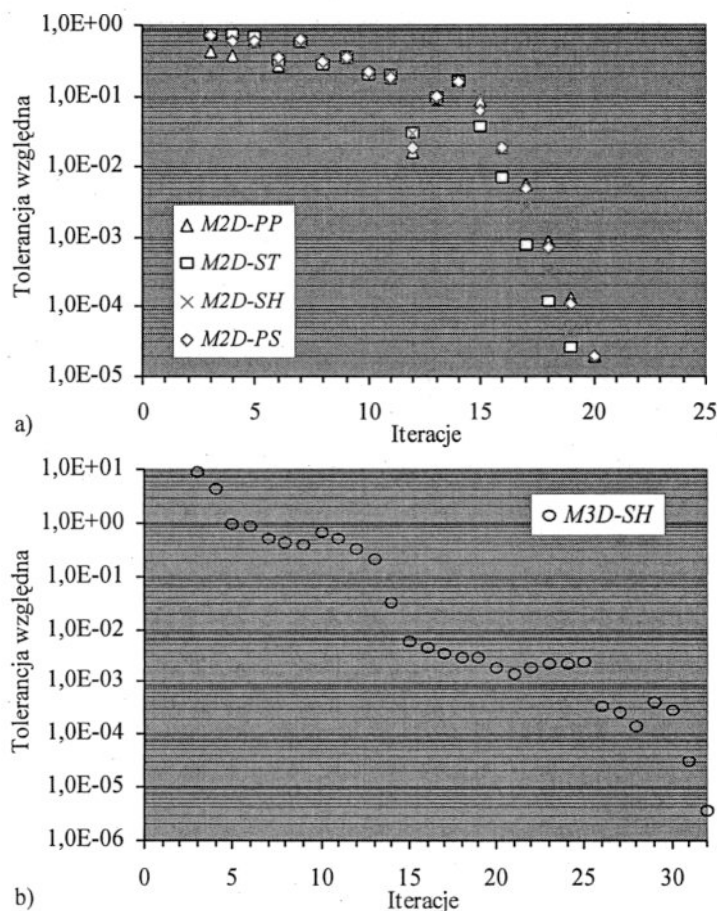
5.5.4. Wyniki obliczeń oraz ich analiza

Ustalenie optymalnej liczby elementów skończonych w przyjętych modelach obliczeniowych. Przed przystąpieniem do analizy modalnej konstrukcji tego mostu, oszacowano wstępnie optymalną liczbę ES dla przyjętych modeli obliczeniowych. Zastosowano cztery typy podziału układów na elementy skończone, które dyskretyzowano z zachowaniem określonych wzajemnych proporcji podziału w poszczególnych segmentach mostu [156]. Wykonano także wstępne obliczenia dla ustalenia pierwszej dominującej wartości drgań własnych z zastosowaniem metody iteracji odwrotnej. Otrzymane wyniki w postaci kątowych częstości własnych ω zestawiono w tablicy 5.9.

Jak wynika z rezultatów otrzymanych ze wstępnych obliczeń dla pierwszej częstości własnej, dla obu przyjętych modeli 2D i 3D uzyskano w przeważającej liczbie przypadków dużą jej zbieżność. Natomiast nie budzi wątpliwości fakt, że nieco większy błąd w wartościach ω charakteryzował modele obliczeniowe dyskretyzowane mniejszą liczbą ES, np. dla 40 ES układu płaskiego 2D oraz dla 150 – w układzie 3D. Bardziej poprawne odwzorowanie form własnych modelu 3D uzyskano dla zakresu częstości kątowych przekraczającego wartość 300 rad/s przy postaciach drgań własnych dla $n > 40$. Stąd



Rys. 5.10. Ustalenie zbieżności rozwiązania zagadnienia pierwszej dominującej wartości własnej przy zastosowaniu metody iteracji odwrotnej dla modelu M2D-PP



Rys. 5.11. Zbieżność rozwiązań dla modeli: a) 2D i b) 3D

uzyskano zadowalającą zbieżność rozwiązań po 20 iteracjach dla układów płaskich (rys. 5.11a), oraz po 39 iteracjach dla modeli przestrzennych (rys. 5.11b).

Tablica 5.9. Wyniki analizy pierwszej dominującej wartości własnej ω w [rad/s] dla zmiennych dyskretyzacji modeli M2D i M3D

Liczba elementów ES_{2D}/ES_{3D}		Modele 2D			Modele 3D		
		M2D-PP	M2D-PS	M2D-ST	M3D-PP	M3D-PS	M3D-ST
1		2	3	4	5	6	7
I	40/150	22,4205	21,3622	22,3562	21,3209	19,8670	20,7730
II	98/306	23,4911	24,1261	24,6900	22,2069	21,0445	21,9672
III	200/1004	23,6574	24,3114	24,8856	22,2587	21,6522	22,7962
IV	310/1535	23,7111	24,3577	25,6367	22,2744	21,6542	23,0137

też zdecydowano się przyjąć do dalszej analizy tego układu dyskretyzację wg propozycji III (tablica 5.9), tj. dzieląc odpowiednio model 2D na 200 ES, a model 3D na 1004.

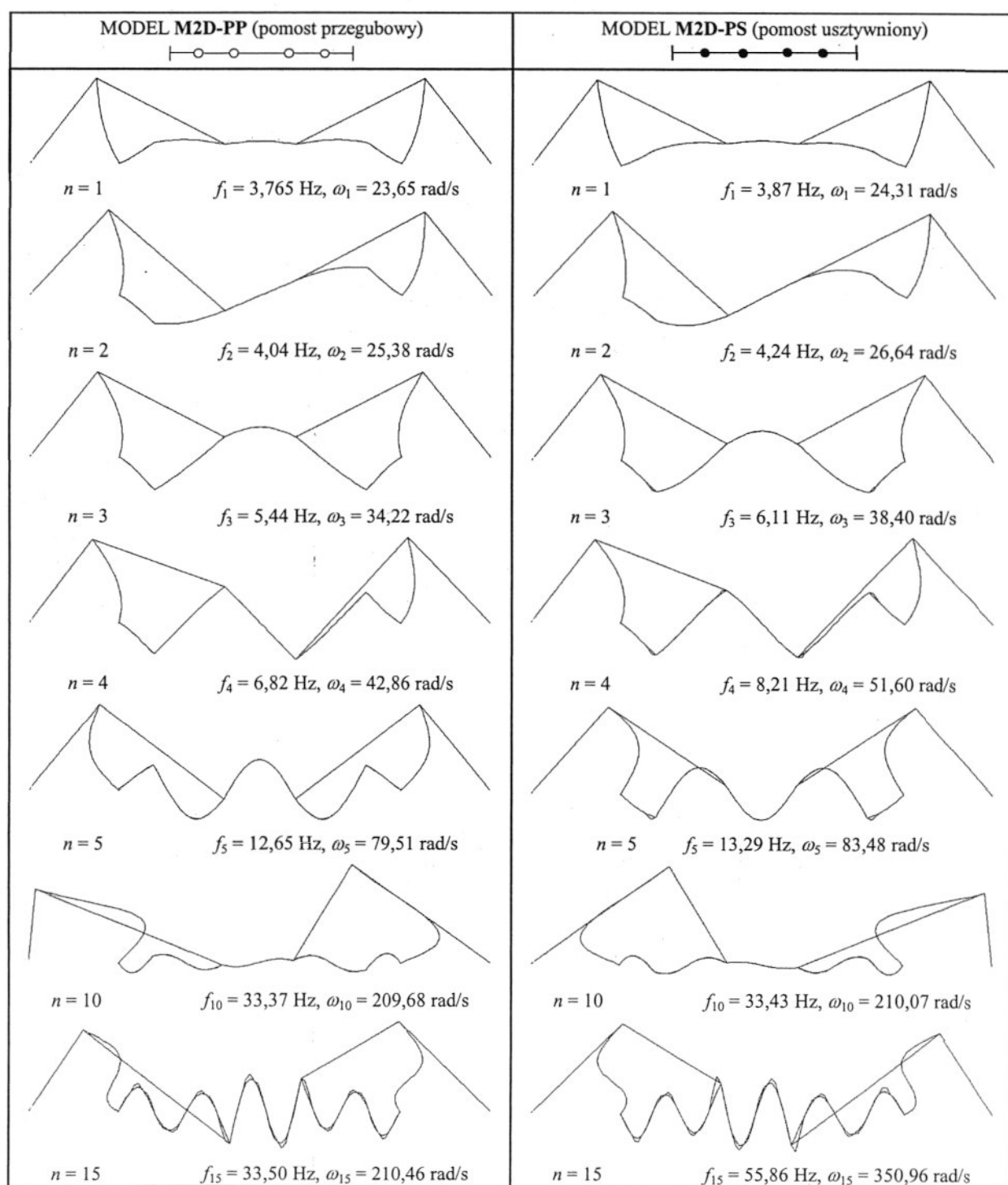
Proces iteracyjny oraz charakterystyki dynamiczne. W konstrukcjach cięgowych wysokie wartości drgań własnych mogą występować bezpośrednio obok siebie, a tzw. współczynnik udziału, czyli odpowiedź konstrukcji mostu na określony kierunek wzbudzenia, może być znaczący dla wyższych form własnych badanego ustroju [3]. Tą tezę uzasadnia również analiza modalna dla badanego doświadczalnie mostu wawowego (rozdział 7). Dlatego zdecydowano się na przyjęcie do dalszej analizy 100 pierwszych częstości drgań własnych, chociaż w pracy więcej uwagi poświęcono tylko 10 pierwszym postaciom własnym dla modeli 2D oraz 20 wybranym postaciom dla modeli 3D.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń w zakresie ustalenia częstości drgań własnych 8 modeli dyskretnych

Otrzymano wartości drgań własnych f , częstości kątowych ω , okresu drgań własnych T oraz przemieszczeń dla każdego z węzłów modelu w obrębie danej postaci własnej.

Modele 2D. Aby zapewnić przejrzystość oraz skondensowaną formę prezentowanych wyników, analizę porównawczą wykonano dla kolejno następujących po sobie postaci (ze 100 uzyskanych) oraz kilku wybranych form własnych modeli mostu. Na rysunkach 5.12 i 5.13 przedstawiono wybrane pierwsze postacie drgań własnych oraz odpowiadające im charakterystyki własne dla modeli M2D-PP, M2D-PS i M2D-SH oraz M2D-ST, przy czym w modelu M2D-PS zachowano największy stopień podobieństwa modelowego analizowanego mostu, tj. traktując jego pomost jako częściowo usztywniony płytą żelbetową.

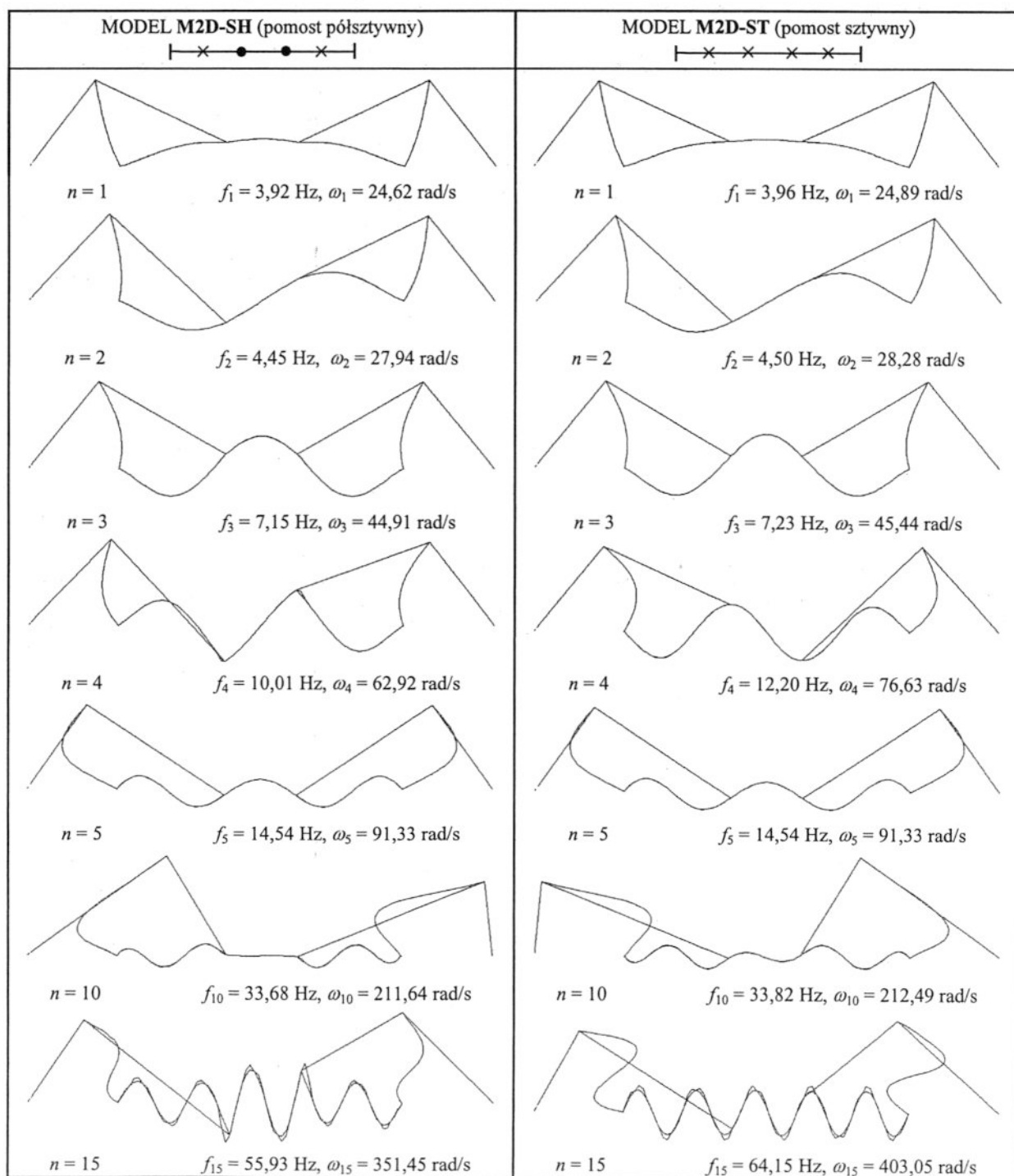
W postaciach drgań własnych we wszystkich modelach stwierdzono większy udział wzbudzeń



Rys. 5.12. Porównanie pierwszych wybranych postaci i częstości drgań własnych dla modeli płaskich M2D-PP i M2D-PS

pionowych od podłużnych. Ogólnie rzecz biorąc, porównując formy drgań własnych o numerach kolejno $n = 1, 2$ i 3 nie stwierdzono większych różnic w odkształconych postaciach modeli, natomiast dla $n = 4, 9$ i 15 zauważono zasadniczą różnicę między modelem płaskim M2D-ST a pozostałymi. Wynika to z całkowitego usztywnienia pomostu w tym pierwszym przypadku. Znajduje to odbicie również w wartościach częstości drgań własnych. Na rysunku 5.14 przedstawiono wykresy poszczególnych form modalnych modeli mostu. Największe wartości częstości kątovej ω uzyskano dla modeli M2D-ST oraz M2D-SH, i kształtują się one w przedziale 62,92–212,49 rad/s dla postaci własnych w zakresie $n = 4$ –10 (rys. 5.14a).

Charakterystyka modalna postaci w przedziale $n = 10$ –100 jest niemal identyczna dla każdego z rozpatrywanych modeli, aczkolwiek dla modów $n = 40$ i $n = 70$ stwierdzono zmniejszenie wartości częstości kątovej ω jedynie dla modelu M2D-PP, tj. z pomostem złożonym z pięciu segmentów



Rys. 5.13. Porównanie pierwszych wybranych postaci i częstości drgań własnych dla modeli płaskich M2D-SH i M2D-ST

Tablica 5.10. Podstawowe charakterystyki postaci drgań własnych dla płaskich modeli M2D

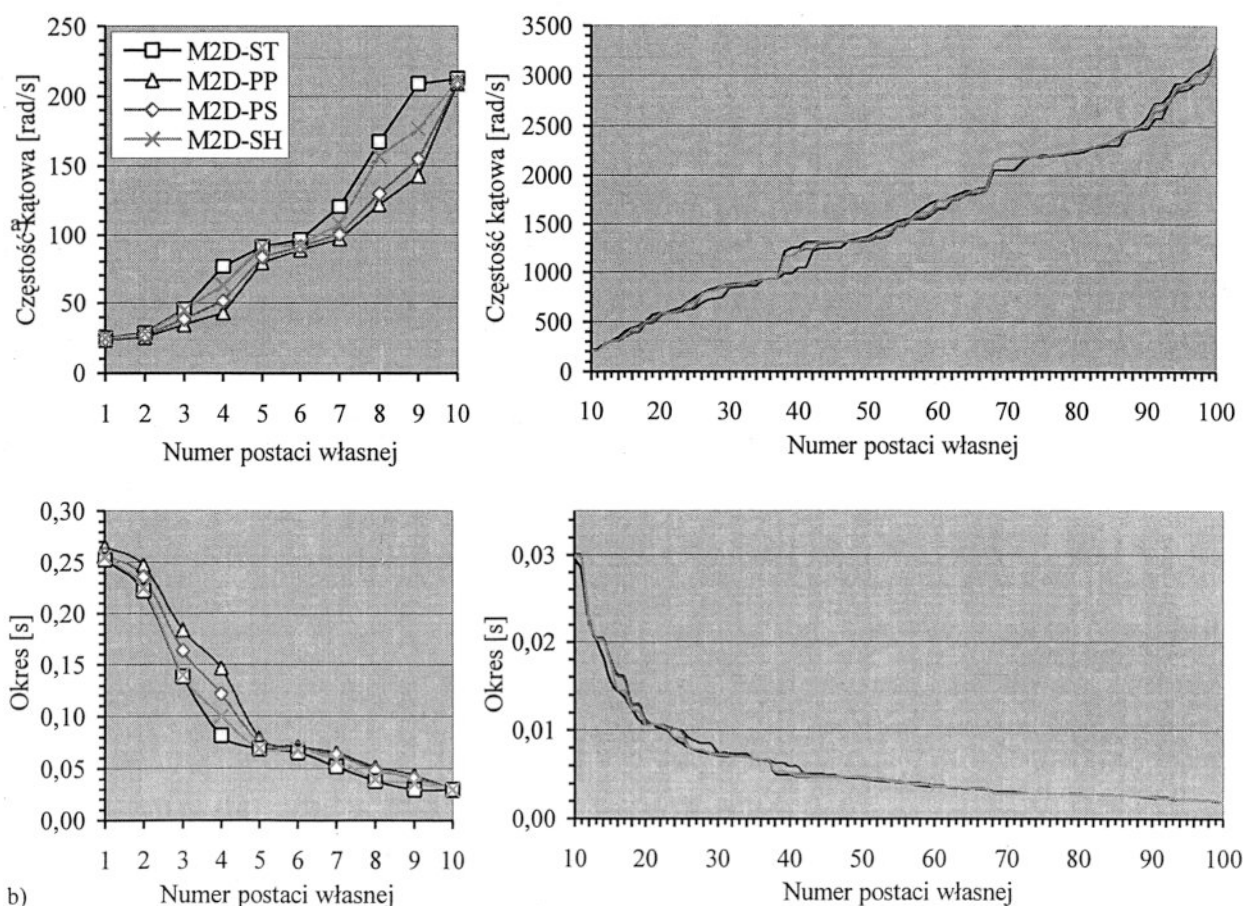
Lp.	Klasyfikacja drgań konstrukcji	Numer formy drgań	Numer postaci własnej n oraz częstość kątowna ω w [rad/s]			
			M2D-PP	M2D-PS	M2D-SH	M2D-ST
1	2	3	4	5	6	7
1.	Pionowe symetryczne	1-S	1 – 23,65	1 – 24,31	1 – 24,62	1 – 24,89
		2-S	3 – 34,22	3 – 38,40	3 – 44,91	3 – 45,44
		3-S	5 – 79,51	5 – 83,48	5 – 91,33	5 – 91,33
		4-S	7 – 96,91	7 – 100,17	7 – 107,87	7 – 120,63
		5-S	9 – 143,13	9 – 155,38	9 – 176,78	9 – 209,22
2.	Pionowe asymetryczne	1-A	2 – 25,38	2 – 26,64	2 – 27,94	2 – 28,28
		2-A	4 – 42,86	4 – 51,60	4 – 62,92	4 – 76,63
		3-A	6 – 88,83	6 – 91,17	6 – 92,34	6 – 96,30
		4-A	8 – 121,78	8 – 129,82	8 – 157,13	8 – 167,22

i -S – drgania symetryczne, i -A – drgania asymetryczne.

połączonych klasycznymi przegubami, która w porównaniu z pozostałymi układami oscylowała w przedziale 100–200 rad/s (rys. 5.14a). Analizując wartości okresu drgań własnych T dla wszystkich rozpatrywanych modeli mostu dostrzeżono pewne jego rozbieżności w przedziale dla $n = 1-5$, natomiast poza tym przedziałem asymptotycznie dążył on do wartości bliskiej $T = 0$ s (rys. 5.14b).

W celach porównawczych, postacie drgań własnych modeli mostu sklasyfikowano w tablicy 5.10 wg charakteru ich drgań, w której podano także numerację dla wyższych postaci własnych.

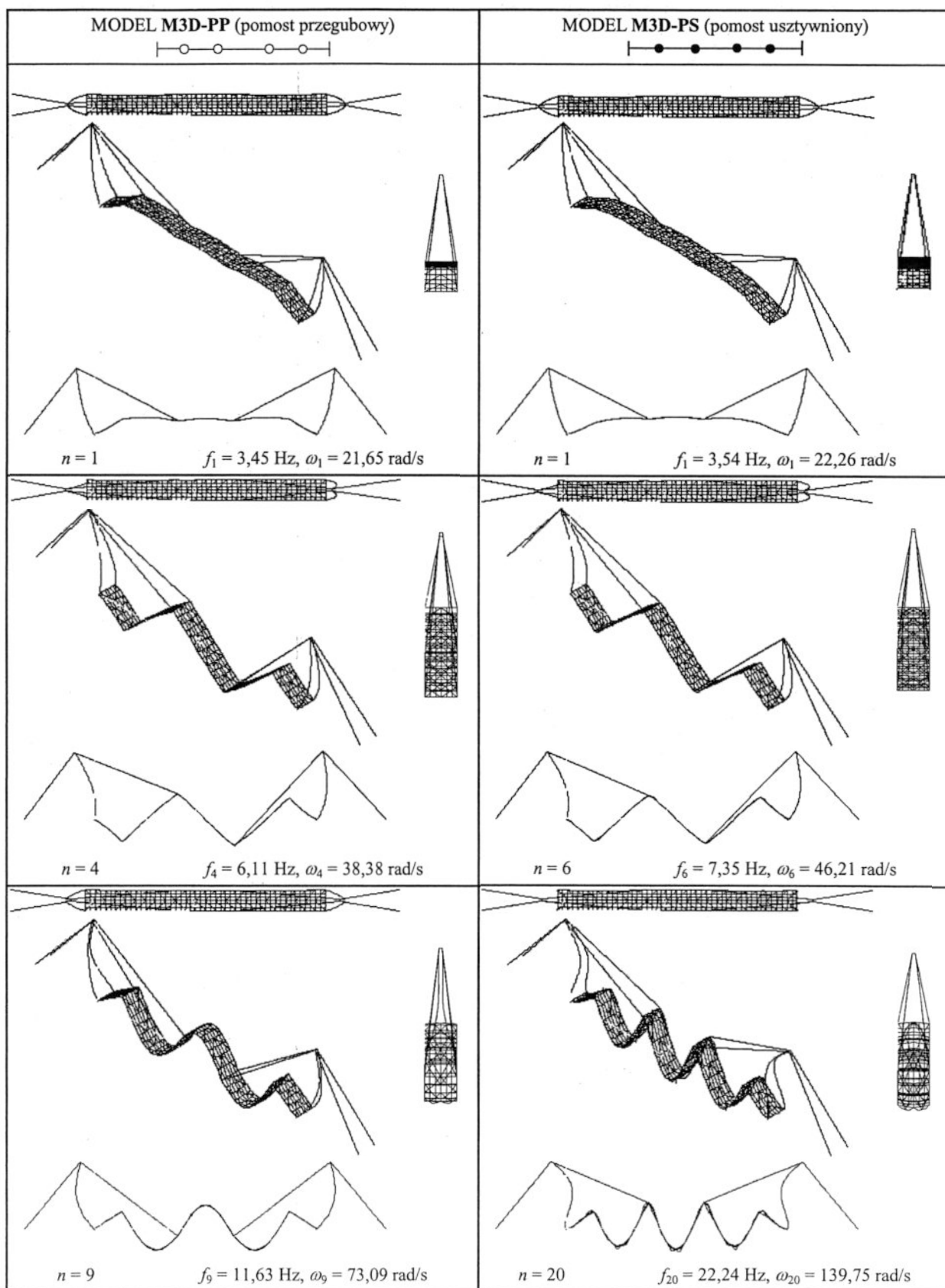
Ze względu na charakter budowy modeli 2D, poszczególne postacie własne dla czterech układów obliczeniowych były podobne do siebie (wyniki układały się wzdłuż krzywej aproksymowanej). Rozpatrując jednak wartości częstości kątowych ω , zauważa się różnice – szczególnie dla wyższych form



Rys. 5.14. Wykresy dla kolejnych postaci drgań własnych w funkcji: a) częstości kątownej ω i b) okresu T dla modeli M2D-PS, M2D-PP, M2D-SH i M2D-ST (w 1 kolumnie podano wyniki w zakresie $n = 1-10$, natomiast w drugiej – w zakresie $n = 10-100$)

drgań własnych. Są one tym większe, im większa jest sztywność pomostu, natomiast wyższe numery kolejnych postaci własnych n w określonej konfiguracji drgań (dla różnych rozwiązań pomostu) są identyczne dla wszystkich przypadków rozważanych modeli.

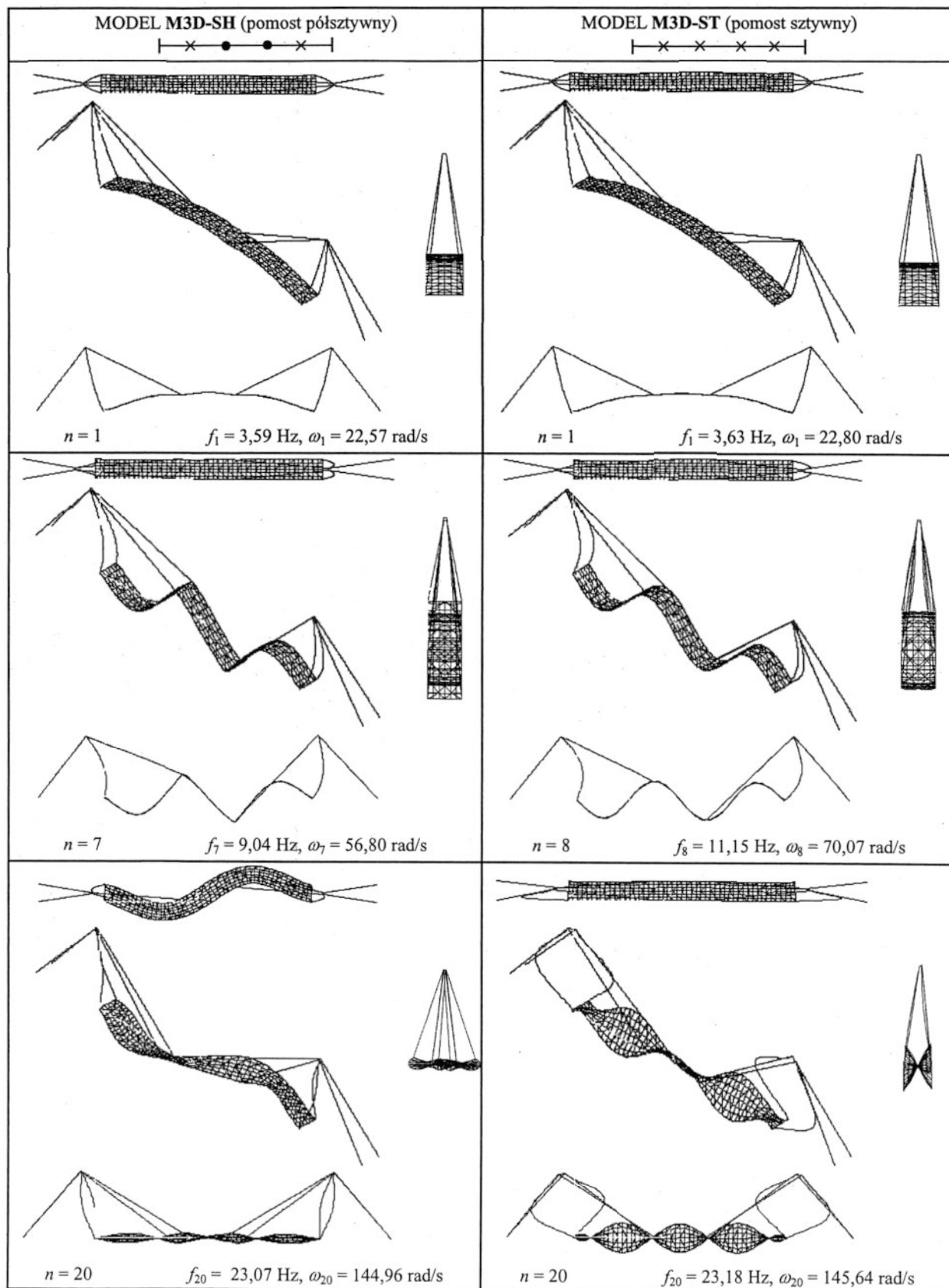
W celu zwiększenia dokładności uzyskiwanych wyników w przeprowadzonych analizach dla wartości częstości modalnych, niezbędne było rozpatrzenie pozostałych form drgań, tj. takich, które



Rys. 5.15. Porównanie wybranych postaci i częstości drgań własnych dla modeli przestrzennych M3D-PP i M3D-PS

pojawiają się dopiero w modelach 3D [3], [57].

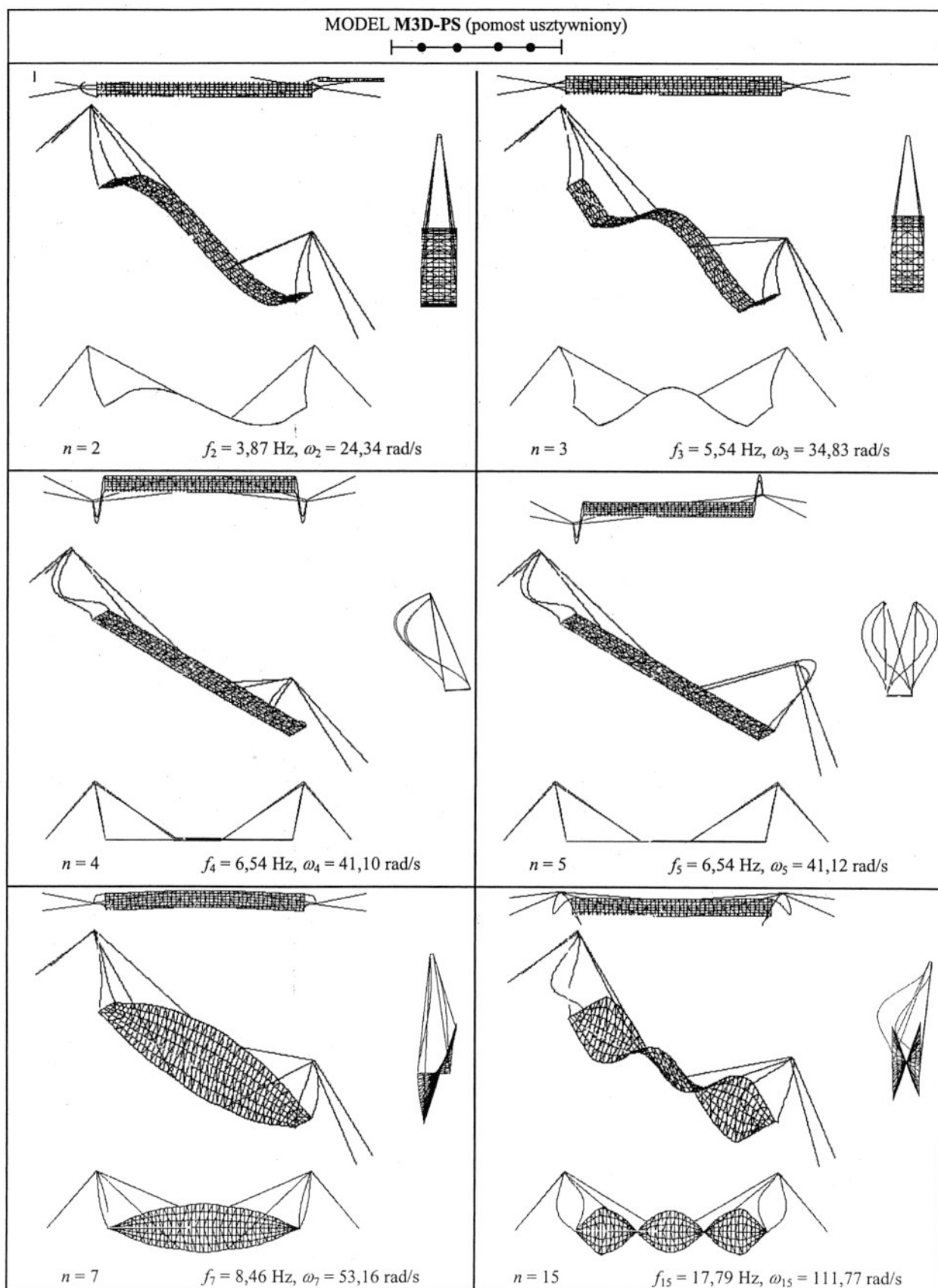
Modele 3D. Podobnie jak dla układu płaskiego, uzyskano dla modeli 3D charakterystyki 100 form własnych. Na rysunkach 5.15 i 5.16 przedstawiono kilka wybranych postaci drgań własnych w układzie trzech tradycyjnych (typowych) rzutów płaskich i jednego aksonometrycznego. Na obu rysunkach zachowano identyczną skalę. Podano ponadto odpowiadające im charakterystyki drgań własnych dla



Rys. 5.16. Porównanie wybranych postaci i częstości drgań własnych dla modeli przestrzennych M3D-SH i M3D-ST

modeli M3D-PP, M3D-PS i M3D-SH oraz M3D-ST, przy czym – podobnie jak w analizie układu 2D – w modelu M3D-PS starano się zachować największy stopień podobieństwa modelu obliczeniowego do konstrukcji elementów mostu rzeczywistego.

Numeracja kolejnych, podobnych do siebie, postaci drgań własnych w przypadku modeli



Rys. 5.17. Postacie i częstotliwości drgań własnych dla podstawowego modelu przestrzennego M3D-PS

Tablica 5.11. Podstawowe charakterystyki postaci i częstości drgań własnych modeli przestrzennych M3D

Klasyfikacja drgań konstrukcji	Numer formy drgań	Numer postaci własnej n oraz częstość kątowna ω w [rad/s]			
		M3D-PP	M3D-PS	M3D-SH	M3D-ST
1	2	3	4	5	6
Pionowe symetryczne	1-S	1 – 21,65	1 – 22,26	1 – 22,57	1 – 22,80
	2-S	3 – 30,98	3 – 34,83	5 – 41,20	5 – 41,76
	3-S	9 – 73,09	20 – 139,75	–	–
Pionowe asymetryczne	1-A	2 – 23,16	2 – 24,34	2 – 25,61	2 – 25,96
	2-A	4 – 38,38	6 – 46,21	7 – 56,80	8 – 70,07
Poprzeczne	1-S,T	8 – 58,27	8 – 58,27	8 – 58,27	7 – 58,28
	1-A,T	–	–	20 – 144,96	–
Skętne	1-A	7 – 53,13	7 – 53,16	6 – 53,20	6 – 53,34
	1-S	15 – 111,60	15 – 111,77	15 – 113,49	15 – 113,62
	2-S	20 – 134,55	–	–	20 – 145,64
Poprzeczne pylonów	1-A	5 – 41,10	4 – 41,10	3 – 41,10	3 – 41,10
	1-S	6 – 41,12	5 – 41,12	4 – 41,12	4 – 41,12
	2-S	10 – 75,86	9 – 75,83	9 – 75,85	9 – 75,86
	3-S	–	10 – 75,89	10 – 75,90	10 – 75,91

S – drgania symetryczne, A – drgania asymetryczne, T – wpływ drgań skętnych.

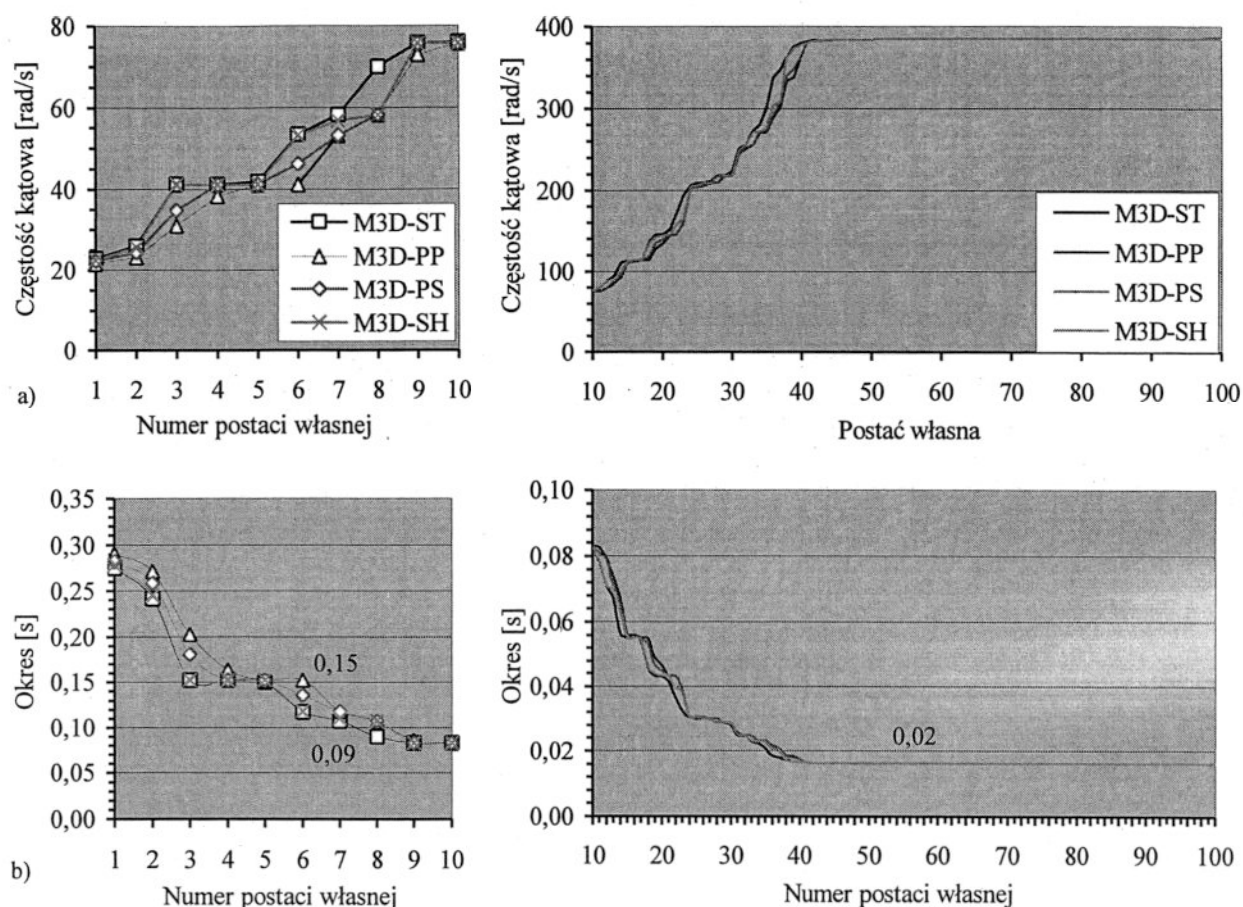
przestrzennych nie jest identyczna. Różnice wynikają ze zmiennego charakteru udziału pomostu (elementu parametrycznego) w poszczególnych kierunkach wzbudzenia konstrukcji mostu. Tak więc, o ile pierwsza symetryczna postać jest w ogólności identyczna dla wszystkich modeli, to już np. postaci $n = 6$ w modelu M3D-PS odpowiadają postaci dla $n = 4, 7$ i 8 odpowiednio dla modeli M3D-PP, M3D-SH i M3D-ST (rys. 5.15 i 5.16). Podobnie jak dla układu 2D, i w tym przypadku, największą wartość kątowną częstości własnej $\omega = 70,07$ rad/s odnotowano dla modelu ze sztywnym pomostem (M3D-ST), a najmniejszą dla wariantu z pomostem w pełni przegubowym (M3D-PP), tj. o wielkości $\omega = 38,38$ rad/s.

W postaciach drgań własnych wszystkich modeli stwierdzono większy udział wzbudzeń pionowych od podłużnych czy poprzecznych, chociaż dla postaci wyższych, np. dla $n = 18$ i $n = 20$ uzyskano drgania skętne pomostu, które przybierają w tych przypadkach dominującą nad innymi formę (por. rys. 5.23). Ponadto, przyjęta w analizie stosunkowo nieduża sztywność giętna pylonów wpłynęła na określone zachowanie się całej konstrukcji mostu. Przykładem mogą być postaci dla $n = 4$ i $n = 5$ w modelach M3D-PP i M3D-PS oraz dla $n = 3$ w modelach M3D-SH oraz M3D-ST, które są pierwszą postacią drgań własnych tylko dla pylonów. Wraz ze wzrostem liczby n stwierdzono coraz większą złożoność drgań własnych, co przedstawiono w tablicy 5.11.

Porównując formy drgań własnych o numerach kolejno $n = 3, 4, 5$ i wyższych, zauważono dość istotne różnice między nimi. Jedynie kształty dwóch pierwszych form drgań własnych zachowały duże podobieństwo do siebie.

Na rysunku 5.18 przedstawiono wykresy wybranych charakterystyk drgań własnych modeli przestrzennych mostu. Praktycznie w każdym przedziale postaci własnych n największe wartości częstości kątownej ω uzyskano dla modeli M3D-ST oraz M3D-SH, a więc podobnie jak dla układu 2D.

Analiza charakterystyk drgań własnych dla modeli 3D w przedziale postaci dla $n = 10$ –100 wykazuje większe rozbieżności wyników niż miało to miejsce dla modeli 2D. Na uwagę zasługuje otrzymana duża zbieżność częstości własnych poczynając już od postaci $n = 40$. Wynika to ze sposobu zamodelowania problemowego zadania. W zakresie postaci własnych dla $n = 40$ –140 dominującą rolę odgrywają drgania pionowe i poprzeczne drugorzędnych elementów pomostu, tj. poprzecznic, zwiatrowań, które nie wpływają w zasadniczy sposób na zmianę częstości całego układu (rys. 5.18). Główną przyczyną takiego stanu jest stosunkowo mała sztywność tych elementów.



Rys. 5.18. Wykresy kolejnych postaci własnych w funkcji: a) częstości kątowej ω oraz b) okresu drgań własnych T dla modeli M3D-PS, M3D-PP, M3D-SH i M3D-ST (w 1 kolumnie podano wyniki w zakresie $n = 1-10$, a w drugiej dla $n = 10-100$)

5.6. Analiza stateczności

5.6.1. Uwagi ogólne

Zgodnie z uwagami zamieszczonymi w rozdziale 2, poniżej przedstawiono analizę stateczności w zakresie sprężystym dla rozważanego stalowego mostu wantowego z pomostem składanym. Wykonano w tym celu analizę parametryczną z uwzględnieniem zmiennych wartości kąta nachylenia cięgien, sztywności giętych pylonów i pomostu oraz stopnia usztywnienia przegubów pomostu, dokonując oceny wpływu tych czynników na obciążenie krytyczne tego układu.

W rozważaniach teoretycznych nad statecznością tej konstrukcji uwzględniono obciążenie równomiernie rozłożone wzdłuż całego przęsła oraz ruchomą pionową siłę skupioną. W celu określenia wartości krytycznej obciążenia oraz form utraty stateczności tego modelu wykorzystano głównie algorytm iteracji podprzestrzennych [63].

5.6.2. Przyjęte założenia w modelu obliczeniowym

Rozwiązanie problemu utraty stateczności konstrukcji mostu wantowego analizowano z uwzględnieniem następujących założeń:

- Elementy są liniowe o przekrojach pryzmatycznych.
- Materiał jest liniowo sprężysty, a moduł sprężystości podłużnej E dla ściskania i rozciągania jest identyczny.

- Przekroje poprzeczne elementów są płaskie i prostopadłe do podłużnych włókien przed, i w trakcie ich zginania.
- Konstrukcja mostu obciążana jest jedynie przez siły skupione lub/i obciążenie równomiernie rozłożone w zakresie statycznym, w płaszczyźnie zawierającej jedną z osi głównych przekroju poprzecznego elementów belkowych. Ze względu na zachowanie proporcjonalności obciążenia, wzajemny stosunek sił w węźle pozostaje niezmienny (stały).
- Rozważania nad utratą stateczności przeprowadzono tylko w jednej płaszczyźnie (bez uwzględnienia możliwości utraty stateczności w innych płaszczyznach czy kierunkach lokalnych dla poszczególnych elementów).
- Efekt szczątkowych (residualnych) naprężeń jest pomijalnie mały.
- Wyrażenia $\delta u_1/\delta x$ oraz $(\delta u_2/\delta x)^2$ są bardzo małe w porównaniu z jednością, gdzie u_1 i u_2 są składowymi przemieszczeń podłużnych i poprzecznych środka ciężkości pola powierzchni figury płaskiej.

5.6.3. Geometria i obciążenie modelu mostu

Geometrię mostu wraz ze szczegółami konstrukcyjnymi przedstawiono w p. 5.2 (rys. 5.1 i 5.2). Ustalono, że wysokość pylonów H jest zmienna i zawiera się w przedziale $0,12-0,49L$. Wartości te korespondują z odpowiednim nachyleniem want w stosunku do poziomu pomostu, tj. w zakresie $\alpha = 20-50^\circ$. Stosunek sztywności EI_p/EI_d (gdzie I_p i I_d są momentami bezwładności odpowiednio pylonu i pomostu) znajduje się w przedziale od 0,25 do 4,00. Cięgna, o stałym przekroju poprzecznym dla wszystkich rozważanych przypadków obciążenia, zamocowano przegubowo w pomoście w punktach G_2 oraz w wierzchołkach pylonów. Dodatkowo, w celu uwzględnienia wpływu usztywnienia przegubów pomostu (G_1 i G_2) na wartości obciążeń krytycznych, zastąpiono je połączeniem obrotowo sprężystym o sztywności k (rys. 5.19).

W tabelicy 5.12 zestawiono charakterystyki geometryczne poszczególnych makroelementów mostu przyjęte do dyskretyzacji modelu, natomiast materiałowe – w tabelicy 5.1 [61].

Zastosowano obciążenie równomiernie rozłożone q wzdłuż pomostu, oraz ruchome w postaci siły skupionej F w odległości s osi lewego łożyska. Rozważono dwie wartości relacji q/F , tj. 0 i 0,06 m⁻¹. W trakcie obliczeń, stosunek przyjętych obciążeń pozostawał niezmienny dla założonych parametrów geometrycznych. Całkowita liczba ES w modelach dyskretnych wynosiła 210.

Tablica 5.12. Charakterystyki geometryczne elementów skończonych modelu mostu

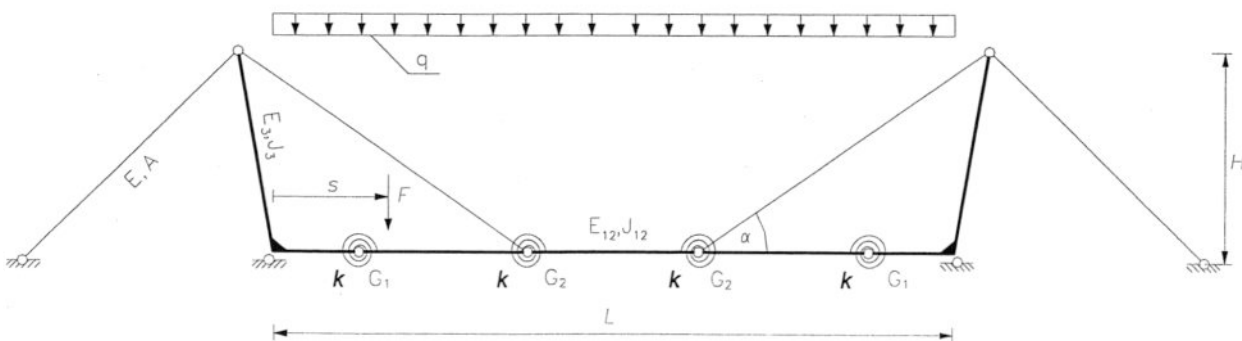
Element	Przekrój poprzeczny	Moment bezwładności
---------	---------------------	---------------------

Algorytm rozwiązania tego zagadnienia w MES podano w p. 2.2.6 w postaci równań macierzowych (2.33 i 2.34). Do ustalenia wartości obciążeń krytycznych wykorzystano metody iteracji podprzestrzennych oraz iteracji odwrotnej [61].

Tablica 5.12. Charakterystyki geometryczne elementów skończonych modelu mostu

Element konstrukcyjny	Przekrój poprzeczny	Moment bezwładności
	$[\times 10^{-3} \text{ m}^2]$	$[\times 10^{-4} \text{ m}^4]$
1	2	3
Pomost	227,4	19,25
Pylon	13,5	4,81
	40,4	29,85
	67,4	76,99

Charakterystyki geometryczne dla cięgien podano w tablicy 5.7.

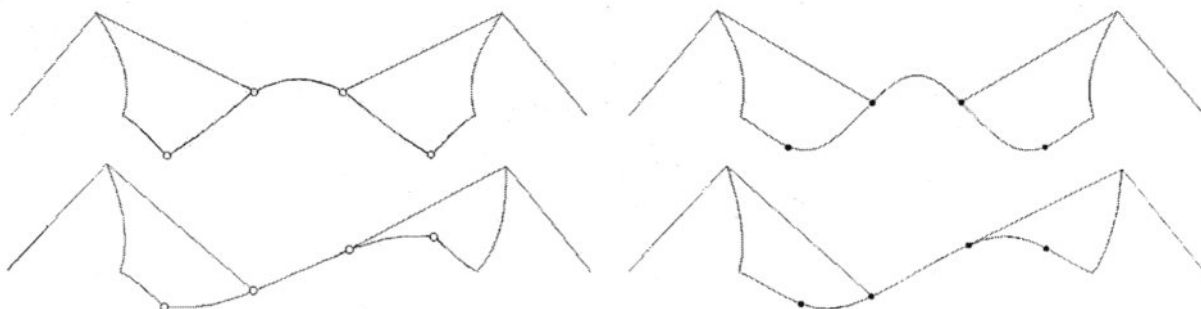


Rys. 5.19. Geometria i obciążenie przyjętego modelu mostu wantungo

5.6.4. Wyniki obliczeń i ich analiza

a) Na podstawie wykonanych obliczeń znaleziono dwie najniższe wartości tego obciążenia i odpowiadające im postacie wyboczenia modelu mostu. We wszystkich rozważanych przypadkach najniższą postacią obciążenia krytycznego była postać symetryczna, podczas gdy drugą – asymetryczna. Na rysunku 5.20 przedstawiono pierwszą (a, c) i drugą (b, d) postać utraty stateczności dla pomostu, w którym pozostawiono wszystkie przeguby (a, b) oraz usztywnionego, tj. bez przegubów (c, d), przy założeniu $I_p/I_d = 1,55$ i $H/L = 0,30$ tylko dla obciążenia równomiernie rozłożonego q .

Na rysunku 5.21 przedstawiono wykres zależności obciążenia krytycznego F_{kr} od odległości s dla



Rys. 5.20. Postacie utraty stateczności modelu mostu wawowego pod działaniem obciążenia równomiernie rozłożonego q : a) i c) postać pierwsza oraz b) i d) postać druga

różnych stosunków H/L oraz dla dwóch wartości $I_p/I_d = 0,25$ (rys. 5.21a) i $I_p/I_d = 4,00$ (rys. 5.21b) przy moście nieobciążonym ($q = 0$). Założono występowanie przegubów (G_1 i G_2) w pomoście, tj. bez ich usztywnień.

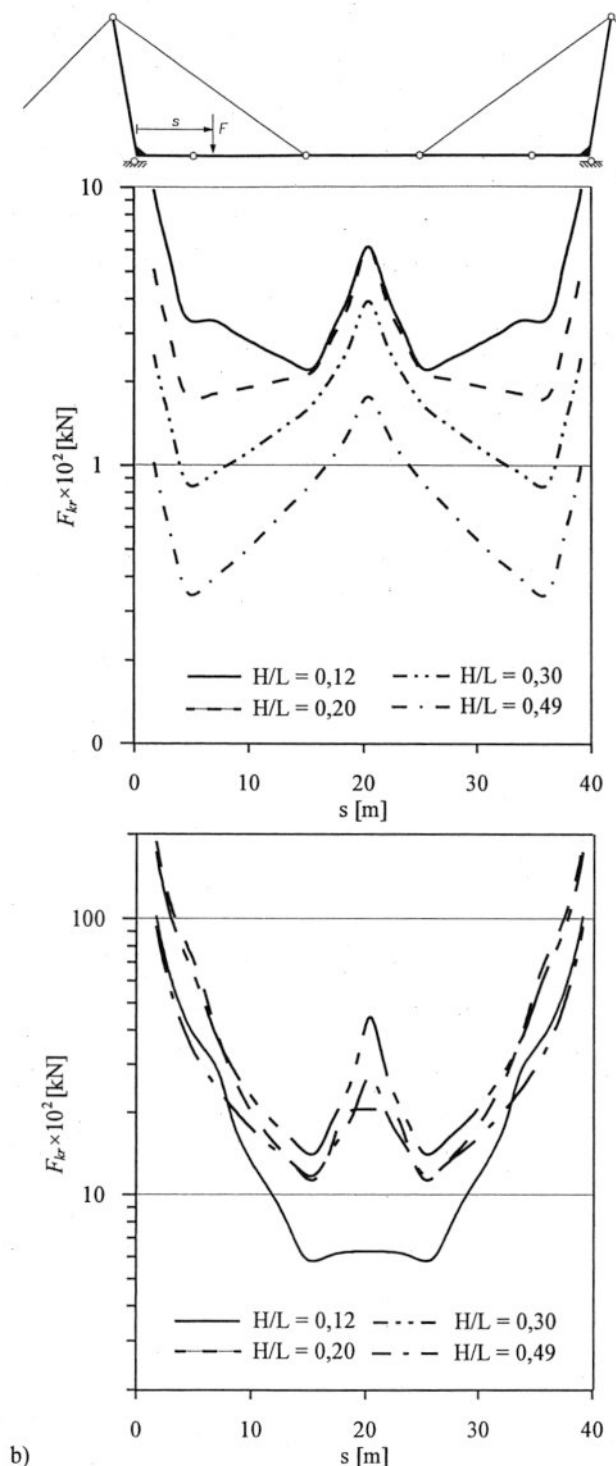
Na kolejnym wykresie (rys. 5.22) podano zależność obciążenia krytycznego F_{kr} od lokalizacji siły skupionej dla różnych zależności H/L , wartości $I_p/I_d = 0,25$ (rys. 5.22a) i $I_p/I_d = 4,00$ (rys. 5.22b), przy jednoczesnym występowaniu obciążenia równomiernie rozłożonego o intensywności $q/F = 0,06$. Na czterech wykresach (rys. 5.21 i 5.22) – w celu korzystniejszego zobrazowania ekstremów siły krytycznej – przyjęto na osi pionowej skalę logarytmiczną.

Krzywe na wykresach 5.21 i 5.22 mają podobne kształty. Wartości ekstremalne (minimalne) obciążenia krytycznego obserwowane są dla przegubów G_1 przy $I_p/I_d = 0,25$ (rys. 5.21a i 5.22a), natomiast w przypadku gdy stosunek sztywności $I_p/I_d = 4,00$, wówczas ekstremum obciążenia krytycznego występuje w przegubach G_2 (rys. 5.21b i 5.22b). Pewna różnica między wykresami podanymi na obu rysunkach objawia się w postaci mniejszego pochylenia krzywych.

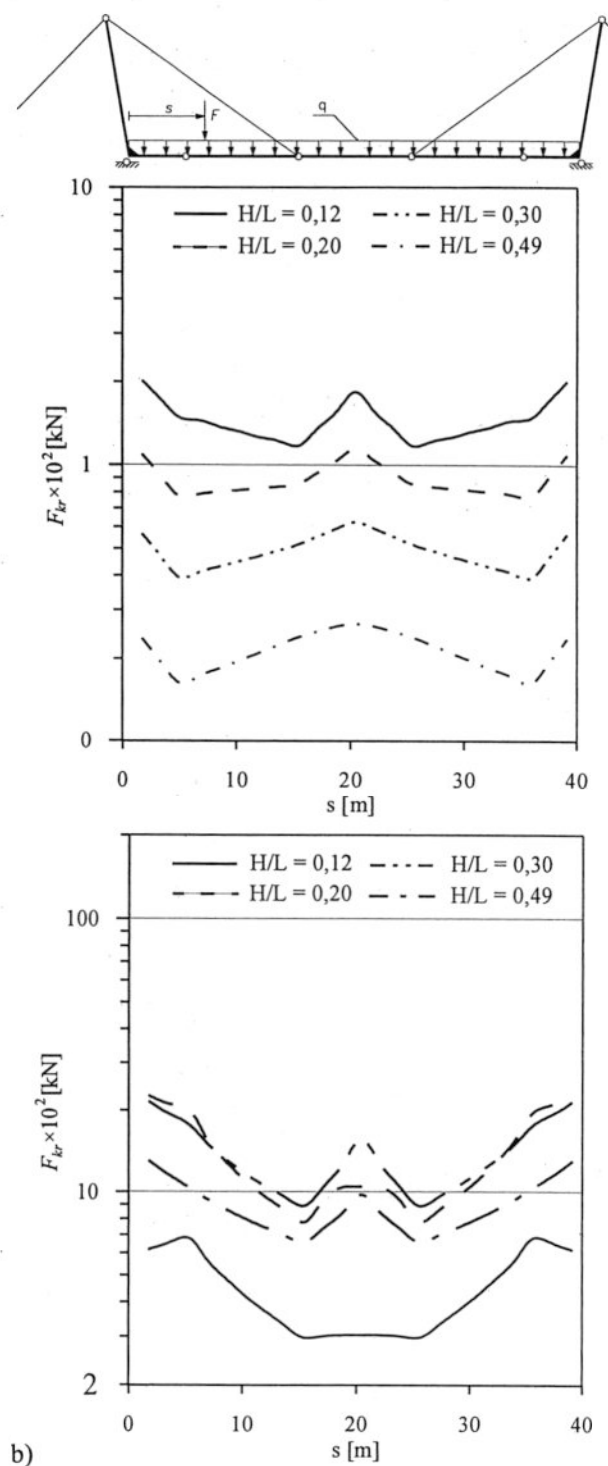
Na rysunku 5.23 podano wykresy dla relacji minimalnej wartości obciążenia krytycznego F_{kr}^{min} (przy założeniu, że siła skupiona przyłożona jest odpowiednio w przegubach G_1 i G_2) od wartości współczynnika sztywności I_p/I_d dla różnych wielkości H/L . Liniom ciągłym odpowiada przyłożenie siły skupionej w przegubie G_1 , natomiast krzywom oznaczonym liniami przerywanymi – przyłożenie siły skupionej w przegubie G_2 .

Na rysunku 5.24 przedstawiono wykresy zależności minimalnej wartości obciążenia krytycznego F_{kr}^{min} (zakładając, że ruchoma siła skupiona przyłożona jest w przegubach G_1 i G_2) od współczynnika H/L dla różnych wartości I_p/I_d . Podobnie jak dla rysunku 5.23, także w tym przypadku przedstawiono dwa rodzaje krzywych oznaczonych liniami ciągłą i przerywaną (interpretacja analogiczna do rys. 5.23).

Na podstawie wykresów podanych na rys. 5.23 i 5.24 stwierdzono, że niemal we wszystkich rozważanych przypadkach, wartość obciążenia krytycznego wzrasta wraz ze wzrostem współczynnika I_p/I_d . Wyjątek stanowi przypadek dla $H/L = 0,12$ (gdy ruchoma siła skupiona znajduje się nad przegubem G_2), w którym wartość ekstremum obciążenia krytycznego osiągnięta jest dla przedziału $I_p/I_d \in (1; 2)$. Ponadto, dla dużych kątów α nachylenia cięgien do poziomu pomostu dla $H/L > 0,30$, wartość F_{kr} maleje, rośnie natomiast, gdy współczynnik H/L znajduje się w przybliżeniu w przedziale $0-0,30$. Wyjątek



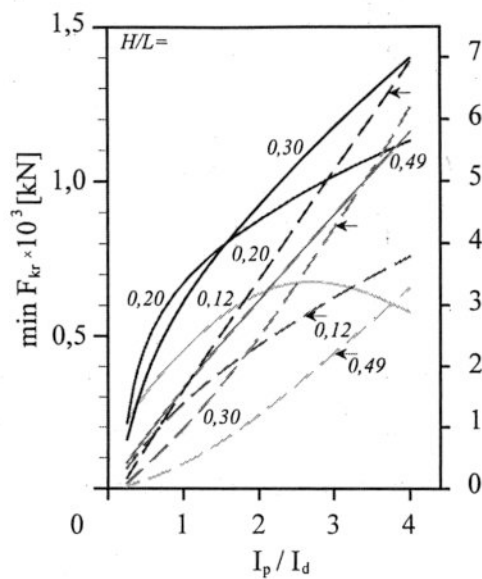
Rys. 5.21. Wykresy zależności siły krytycznej F_{kr} od położenia obciążenia skupionego s dla przyjętych wartości H/L i I_p/I_d równego: a) 0,25 i b) 4,00



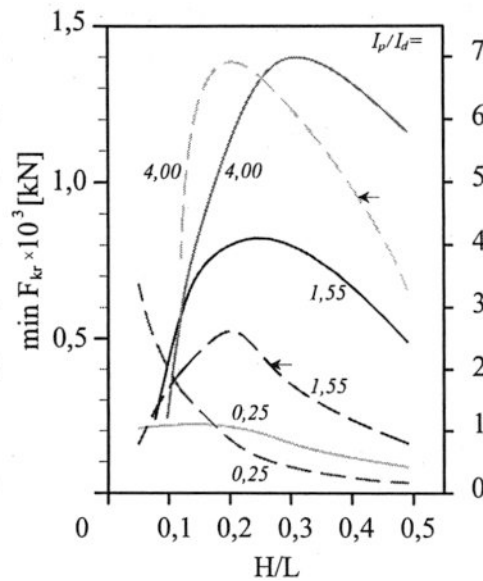
Rys. 5.22. Wykresy zależności siły krytycznej F_{kr} od położenia siły skupionej s dla przyjętych wartości H/L z jednoczesnym obciążeniem równomiernie rozłożonym i siłą skupioną dla I_p/I_d równego: a) 0,25 i b) 4,00

stanowią tylko dwie krzywe (rys. 5.24) odpowiadające współczynnikowi $I_p/I_d = 0,25$ (dla ruchomej siły skupionej znajdującej się w przegubach G_1 i G_2), dla których nie można ustalić jednoznacznej zależności w zakresie wartości siły krytycznej F_{kr} . Wykresy pokazane na rysunkach 5.23 i 5.24 mogą zostać wykorzystane do optymalizacji przyjętych do analizy parametrów w celu znalezienia maksymalnej wartości F_{kr}^{min} .

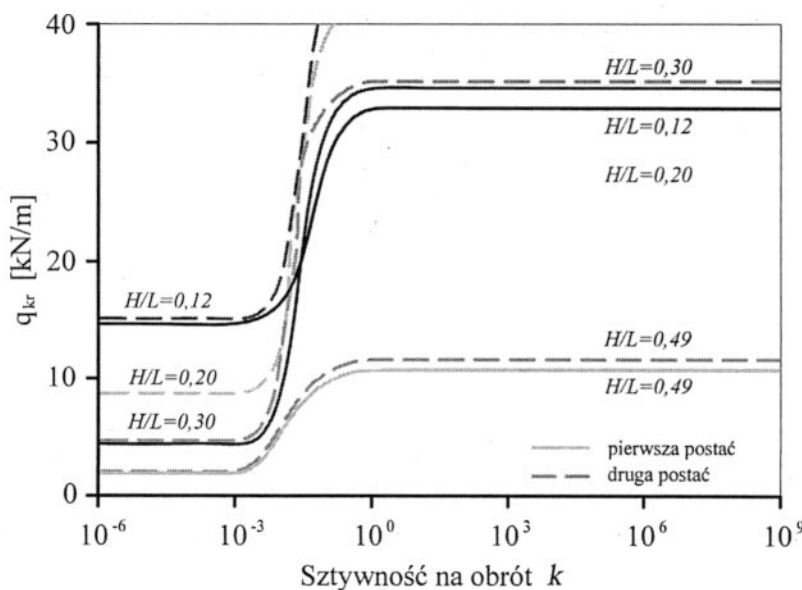
Zależność wartości krytycznej obciążenia równomiernie rozłożonego q_{kr} (dla pierwszej i drugiej postaci wyboczenia konstrukcji modelu mostu) w zależności od sprężystej sztywności na obrót przegubu k , przyjętej jednocześnie dla wszystkich czterech przegubów w pomoście (G_1 i G_2) przedstawiono na rys.



Rys. 5.23. Wykresy zależności minimalnej siły krytycznej F_{kr}^{min} od parametru I_p/I_d dla różnych wartości H/L i sił skupionych ustawionych w miejscach przegubów G_1 i G_2



Rys. 5.24. Wykresy zależności minimalnej siły krytycznej F_{kr}^{min} od parametru H/L dla różnych wartości I_p/I_d i sił skupionej ustawionej w miejscach przegubów G_1 i G_2



Rys. 5.25. Wykresy obciążenia krytycznego q_{kr} dla dwóch postaci wyboczenia mostu dla $I_p/I_d = 0,25$ w zależności od sprężystej sztywności na obrót k dla różnych wartości H/L

5.25. Na wykresie tym przyjęto dla wszystkich krzywych różne wartości parametru H/L i jedną tylko wartość współczynnika I_p/I_d na poziomie 0,25. Ze względu na duży zakres zastosowanej w analizie wartości sztywności sprężystej na obrót w przegubie k zastosowano skalę logarymiczną na osi poziomej wykresów. Warto w tym przypadku zaznaczyć, że różnice

między minimalną wartością F_{kr}^{min} dla pomostu z przegubami, oraz po ich wyeliminowaniu, są znaczące (w niektórych przypadkach ponad 8-krotne). Dla przedziałów $0,000 \leq k \leq 0,007$ i $1,0 \leq k \leq \infty$ efekt sztywności sprężystej na obrót we wszystkich przegubach na wartość obciążeń krytycznych q_{kr} jest niewielki. Dlatego też można przyjąć, że gdy k jest mniejsze od wartości 0,007, można obliczać siłę krytyczną dla pomostu traktowanego jako przegubowy, natomiast dla k większego od jedności – dla pomostu w pełni usztywnionego.

5.7. Zakończenie

Na podstawie wykonanych analiz stwierdzono m.in., że usztywnienie przegubów pomostu tej niekonwencjonalnej konstrukcji wpływa na korzystny rozkład wielkości statycznych (wzrost odporności mostu na obciążenia krytyczne), a jednocześnie na zwiększenie częstości drgań własnych pomostu – zatem na wzrost stopnia uciążliwości (odczuwalności) drgań dla użytkowników takiego obiektu. Pewne dodatkowe uwagi związane z rozważanym obiektem podano również w pracy [55].

W odniesieniu do potrzeb perspektywnego przystosowania mostów o konstrukcjach składanych na obiekty stałe, można stwierdzić, że podane w tym rozdziale wyniki mogą być również użyteczne dla projektantów innych tego typu niekonwencjonalnych ustrojów [91].

ROZDZIAŁ 6

Analiza teoretyczna stalowego mostu wantowego z wykorzystaniem paramerów uzyskanych z badań doświadczalnych

6.1. Wstęp

Na podstawie wykonanego w pracy [55] rozpoznania literatury dotyczącej zagadnień związanych z nielicznymi weryfikacjami teoretycznymi badanych konstrukcji mostów wantowych można stwierdzić, że przyczyniają się do tego znaczne koszty takich badań; w efekcie utrudnia to rozpoznanie zachowania się tych obiektów pod obciążeniem użytkowym. W związku z tym istnieje nieustanna potrzeba realizacji nie tylko badań tych mostów, ale również dobór odpowiednich metod badawczych, jak i obliczeniowych, co wielokrotnie podkreślali Gimsing, Troitsky czy Nooshin i inni [21], [40], [105], [148], [149].

Celem przeprowadzonej analizy numerycznej w zakresach statycznym i dynamicznym (analiza modalna) wybranego stalowego mostu wantowego w Sieradzu było określenie podstawowych wielkości statycznych i dynamicznych w wybranych przekrojach z uwzględnieniem wpływu nieliniowości geometrycznej [40], [148], [154]. Uwzględniono także wydłużenie i wyężenie want, gdyż sądzono wzorem wcześniejszych doświadczeń [40], [58], [113], [148], że właśnie w tym jednopylonowym (P^I) obiekcie – z typowym harfowym systemem ciągów – wpływy efektów II-rzędu mogą mieć większe znaczenie na dokładność otrzymanych wyników. Pozwoliłoby to na bardziej precyzyjną ocenę terenowych pomiarów wybranych wielkości (zał. nr 1 i 2).

Inną przyczyną, dla której podjęto się przedmiotowych analiz tego mostu były odnotowane wcześniej pewne nieprawidłowości w jego pracy, wskazujące na znaczne wyeksploatowanie. Sposoby ich perspektywicznego wyeliminowania podano w pracach [60], [62] i [90].

Dodatkowym aspektem ujętym w poniższych rozważaniach jest uwzględnienie wpływu imperfekcji geometrycznych (w tym niedokładności montażowych) na uzyskane wyniki obliczeń. Dotychczasowe doświadczenia w tym zakresie wskazują, że imperfekcje zmniejszają nośność graniczną konstrukcji. Szczególnie niebezpieczne są jednak imperfekcje *zgodne* z postacią utraty stateczności danego elementu [87], [112].

Szczegółowy opis konstrukcji analizowanego obiektu przekraczającego rzekę Wartę w Sieradzu podano w załączniku nr 1 p. z1.3 rozprawy (rys. z1.1–z1.6).

6.2. Zakres przeprowadzonych analiz

W ramach analizy weryfikacyjnej konstrukcji tego mostu wykonano obliczenia w zakresie znanych obciążeń statycznych wg teorii I- i II-rzędu, oraz ustalając podstawowe charakterystyki dynamiczne z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej.

Szczególny nacisk położono przy tym na analizę wielkości sił rozciągających w cięgnach obiektu opierając się na zmianie wartości strzałek zwisu ciągów pod znanym obciążeniem statycznym (korzystając z zależności dla krzywej łańcuchowej liny), czy na metodzie opartej na pomiarze ich częstości drgań własnych. Podano też sposób wyznaczenia rzeczywistej wartości modułu Younga dla wybranego elementu cięgnowego w oparciu o uzyskane z badań zależności geometryczne.

W rozważaniach teoretycznych posłużono się dwoma rodzajami modeli dyskretnych mostu, tj. płaskim i przestrzennym, wykorzystując do tego celu model idealny (bez imperfekcji) oraz modele z zastępczymi (rzeczywistymi) imperfekcjami geometrycznymi pomostu i pylonu, co dotyczyło w równym stopniu uaktualnienia rozstawu podpór i punktów zakotwień want na długości obiektu. Dodatkowo – w celach sprawdzających – wykonano obliczenia dla izolowanego elementu najdłuższego ciągu mostu.

W ramach analizy modalnej przedstawiono wybrane formy i wartości własne dla przyjętych zasadniczych modeli obliczeniowych, uwzględniając przy tym wstępny naciąg want, wpływ ich zwisu i drgań, oraz wielkości statycznych na uzyskane podstawowe charakterystyki dynamiczne. Dla każdej z wyżej wymienionych analiz przedstawiono stosowne wyniki w postaci tabelarycznej i graficznej.

Uzyskane z obu typów zasadniczych analiz wielkości statyczne oraz częstotliwości drgań własnych stanowiły podstawę do weryfikacji z wynikami otrzymanymi z badań.

6.3. Analiza mostu w zakresie statycznym

6.3.1. Założenia wstępne

Obliczenia w zakresie statycznym dla teorii I- i II-rzędu wykonano w oparciu o następujące założenia dotyczące niezmienności sztywności giętnych EJ i stałych materiałowych dla pylonu i pomostu oraz dyskretyzacji poszczególnych modeli. Dodatkowym elementem w analizie weryfikacyjnej było zastosowanie wstępnego naciągu want mostu w celach porównawczych dla strzałek ich zwisu (ugięcia).

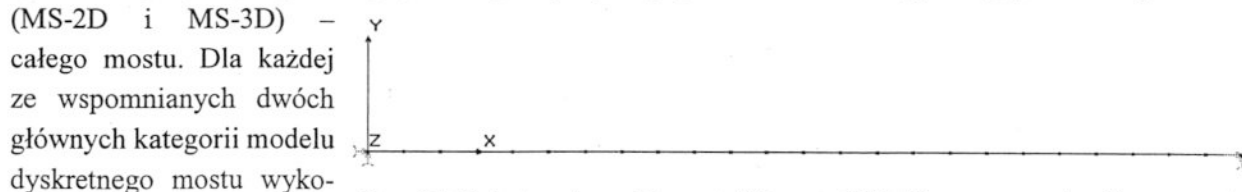
Obliczenia wg teorii II-rzędu wykonano w zakresie nieliniowości geometrycznej – w tym z uwzględnieniem wpływu zwisu want, efektu dużych przemieszczeń i wpływu osiowych sił ściskających na sztywności pomostu i pylonów oraz ich kombinacji.

6.3.2. Dyskretyzacja modeli mostu

Dyskretyzację mostu wykonano w oparciu o model szkieletowy (rozdział 2), stosując dwa rodzaje elementów liniowych, tj. typu TRUSS2D/3D (dla ciągów) oraz typu BEAM2D/3D (dla elementów pylonu, dźwigarów głównych, poprzecznic i wahaczy). Ze względu na brak szczegółowych informacji dotyczących charakterystyk materiałowych, dla stali pręseł i pylonu przyjęto stal mostową St3M ($E_{st} = 205$ GPa), natomiast na wanty wykonane z drutów okrągłych i kształtowych o konstrukcji 43+5+z (wg ZN-74/019-5021-099, opracowane przez producenta „Linodrut” SWW 0651-15), przyjęto stal o podwyższonej wytrzymałości nominalnej rzędu $R_n = 1,08$ GPa (dla nominalnej siły obliczeniowej zrywającej linę $T_{gr} = 1,959$ MN) i $E_w = 190$ GPa [60]. Zgodnie z informacjami podanymi w [66], odchyłki średnicy zewnętrznej każdej z want ($\phi = 48$ mm z warstwą zewnętrzną o grubości pojedynczego drutu $h_w = 6$ mm) przedmiotowego mostu powinny wahać się w granicach 4–12%. Współczynnik Poissona dla materiału (stali) wszystkich elementów przyjęto o stałej wartości na poziomie $\nu = 0,3$.

Charakterystyki geometryczne przekrojów elementów konstrukcyjnych dla wszystkich obliczeniowych modeli mostu podano w tablicy 6.1.

W tablicy 6.2 zestawiono rodzaje i charakterystyki typów/rodzajów wykonanych analiz dla przyjętych modeli dyskretnych badanego obiektu. Wynika z niej, że zbudowano trzy zasadnicze modele dyskretny, przy czym pierwszy (WS-2D) dotyczył wyłącznie elementu ciągnowego, zaś dwa pozostałe (MS-2D i MS-3D) –



Rys. 6.1. Dyskretyzacja modelu wanty W1 mostu (WS-2D) wraz z warunkami brzegowymi

Tabela 6.1. Charakterystyki geometryczne przekrojów elementów konstrukcyjnych dla przyjętych obliczeniowych modeli mostu

Lp.	Element	Długość makroelementu	Pole powierzchni A	Moment bezwładności		Liczba ES	
				J_y	J_z	2D	3D
	–	[m]	$[\times 10^{-2} \text{ m}^2]$	$[\times 10^{-3} \text{ m}^4]$		–	
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Dźwigar główny	142,000	5,184	2,606	0,120	253	2×253
2.	Poprzecznicą 1 ¹⁾	4,100	1,420	0,114	0,834	–	46×6
	Poprzecznicą 2 ²⁾	4,100	1,490	0,655	0,837	–	17×6
3.	Pylon	A = 14,000	4,371	1,006	2,141	22	2×22
		B = 14,000	3,332	0,713	1,223	20	2×20
		C = 14,000	2,230	0,417	0,615	21	2×21
4.	Stężenie poprzeczne pylonu	4,490	2,276	0,1333	2,218	–	3×10
5.	Wahacz	0,125–0,580	0,660	0,018	0,008	5	2×5
6.	Wanta W1 / 6	67,822	0,164	–	–	1/24/10	1/24/10
7.	Wanta W2 / 5	46,140				1/8	1/8
8.	Wanta W3 / 4	22,667				1/6	1/6

1) Poprzecznicą drugorzędna PD,

2) Poprzecznicą główną ażurowa PG (rys. z1.5).

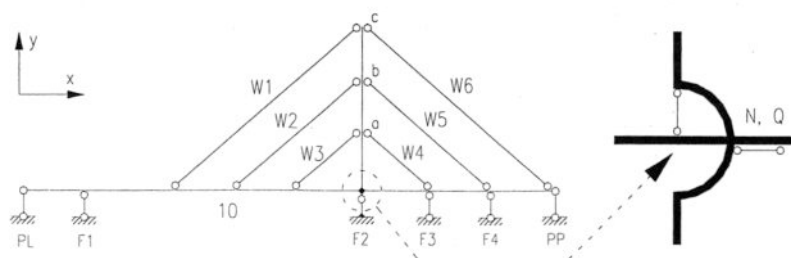
nano po dwa modele różniące się między sobą sposobem dyskretyzacji want. W modelach z końcową notacją 1 zastosowano dyskretyzację każdego z cięgien pojedynczym elementem, a notacja 2 oznacza podział każdej z want na kilka ES.

Dodatkowo, w kolejnej fazie odwzorowania wierności modelu mostu z obiektem rzeczywistym, wprowadzono

zmierzone imperfekcje geometryczne (podane w załączniku nr 1), które uwzględniono w modelach płaskich (MS-2Dig) i przestrzennych (MS-3Dig).

W analizie II-rzędu oddzielnie rozpatrywano wpływ nieliniowości geometrycznej w dźwigarze głównym i pylonie (NLG-B) oraz w wantach (NLG-W), a także zsumowano te efekty – NLG-A (tablica 6.2, kolumna 3).

Na rysunku 6.1 przedstawiono model obliczeniowy pojedynczego – najdłuższego – cięgna mostu

**Rys. 6.2.** Model obliczeniowy mostu oraz połączenie pylonu z pomostem [60]

WS-2D, tj. wanty W1 w układzie poziomym wraz z warunkami brzegowymi. Tak wyizolowany model wykonany został w celu zweryfikowania wartości rozciągających sił osiowych w cięgnie, otrzymanych z badań doświadczalnych pod zadaniem ob-

Tablica 6.3. Rodzaje i wielkości obciążeń statycznych zastosowanych dla poszczególnych typów modeli dyskretnych i analiz

Lp.	Oznaczenie modelu	Zastosowane obciążenia	Oznaczenie	Wartość obciążenia
1	2	3	4	5
1.	WS-2D	– ciężar własny – rozciągająca siła osiowa skierowana wzdłuż cięgiwa (F_x)	C-cw C- F_x	$\gamma_w = 82,440 \text{ kN/m}^3$ F_x – zmienna
2.	MS-2Dpt	– ciężar własny – obciążenie pojazdem ($3 \times F_y$) wg czterech schematów statycznych (II-V)	M-cw M- F_y (II-V)	$\gamma_d = 84,709 \text{ kN/m}^3$ $\gamma_p = 77,009 \text{ kN/m}^3$ $F_{y1} = 21,100 \text{ kN}$ $F_{y2} = 53,200 \text{ kN}$ $F_{y3} = 51,000 \text{ kN}$
3.	MS-2Dig / MS-3Dig	– ciężar własny – obciążenie pojazdem ($3 \times F_y$) wg ośmiu / trzech schematów statycznych (I-VIII)	M- F_y (I-VIII) / M- F_y (II, III, V)	$\gamma_d = 84,709 \text{ kN/m}^3$ $\gamma_p = 77,009 \text{ kN/m}^3$ $F_{y1} = 21,100 \text{ kN}$ $F_{y2} = 53,200 \text{ kN}$ $F_{y3} = 51,000 \text{ kN}$

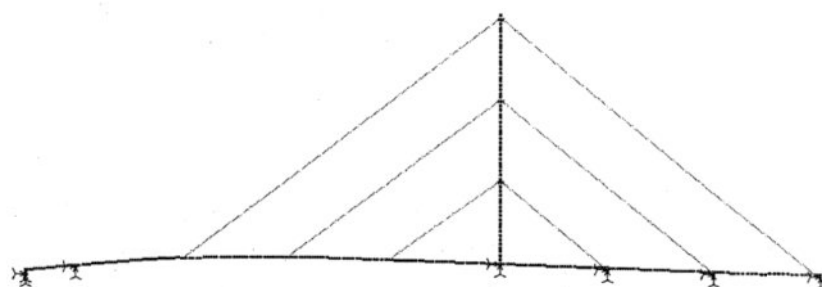
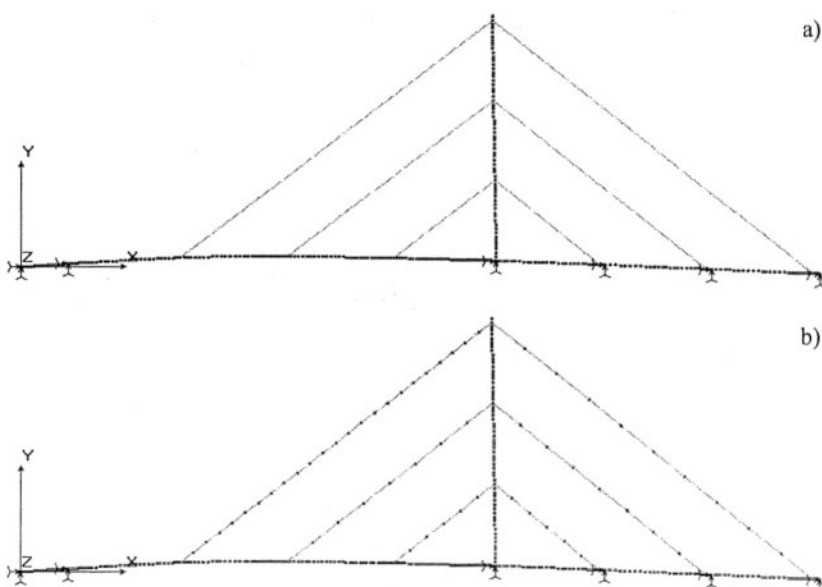
cw – ciężar własny; γ_w – ciężar właściwy want; γ_d – ciężar właściwy pomostu; γ_p – ciężar właściwy pylonu.
 Wartość przyspieszenia ziemskiego przyjęto na poziomie $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
 Wielkości obciążenia pojazdem w postaci pionowych sił skupionych F_{yi} przyjęto na podstawie tab. z1.1 z rozstawem osi i kół oraz lokalizacją wg rys. z1.9 i z1.7.

ciężeniem zewnętrznym oraz ciężarem własnym, w zależności od wielkości strzałki jego zwisu. Model dyskretny WS-2D posłużył również do realizacji wstępnej analizy modalnej cięgiwa pod działaniem obciążenia statycznego w postaci zmiennych wartości sił rozciągających.

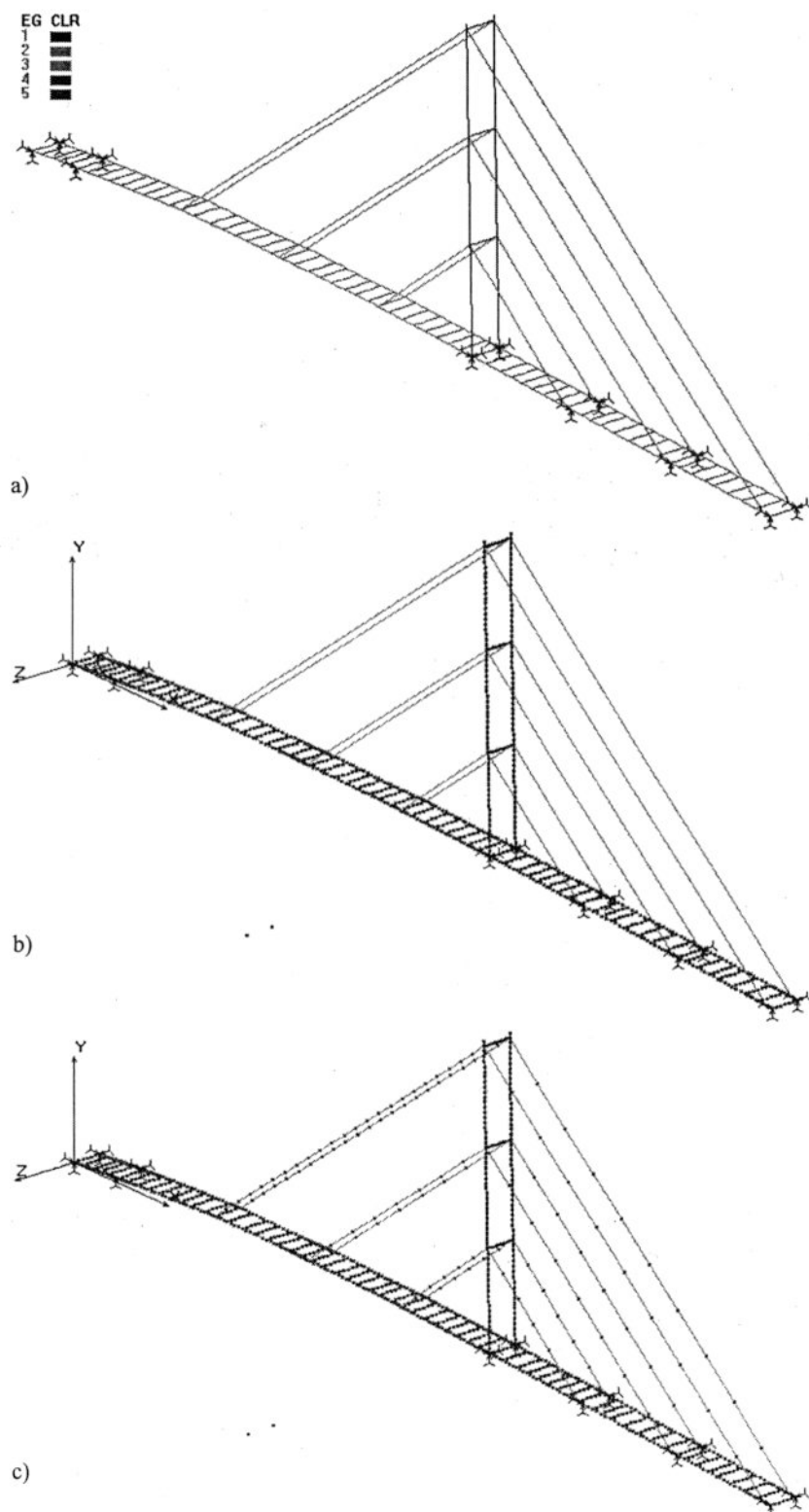
Schemat obliczeniowy mostu wraz z idealizacją połączenia makroelementu pylonu z dźwigarem głównym (pomostem) oraz oznaczeniem want i podpór podano na rys. 6.2.

Na rysunkach 6.3 i 6.4 przedstawiono dyskretyzacje trzech modeli obliczeniowych całego mostu w układach płaskich (MS-2D), odpowiednio z uwzględnieniem geometrii dla stanu projektowego (MS-2Dpt) oraz stanu istniejącego – z imperfekcjami geometrycznymi (MS-2Dig). Rysunki 6.3 i 6.4a zawierają modele z podziałem want na 1 ES (MS-2Dpt i MS-2Dig1), z kolei na rys. 6.4b podano dyskretyzacje każdej z want na większą liczbę ES, zgodnie z podanymi komentarzem w tablicy 6.1.

Na rysunku 6.5 przedstawiono dyskretyzacje modeli mostu w układach przestrzennych (MS-3D), przy czym na rys. 6.5b podany jest model z podziałem cięgien na 1 ES (MS-3Dpt1), a na rys. 6.5c – z ich podziałem na kilka lub kilkanaście ES (tablica 6.1). Na rysunku 6.5a zestawiono przynależność ES modelu

**Rys. 6.3.** Dyskretyzacja modelu mostu z warunkami brzegowymi dla (MS-2Dpt)**Rys. 6.4.** Dyskretyzacja modeli mostu z warunkami brzegowymi z podziałem want na: a) 1 ES (MS-2Dig1) oraz b) wiele ES (MS-2Dig2)

dyskretnego mostu do poszczególnych makroelementów jego konstrukcji. W modelach tych uwzględniono uaktualnioną geometrię mostu z dodatkowymi imperfekcjami geometrycznymi (MS-3Dig), niemożliwymi do ujęcia w modelu płaskim 2D, co dotyczyło w równym stopniu odchylenia osi podłużnej pylonu od pionu (tablica z1.6), jak i różnic w niweletach obu dźwigarów głównych (rys. z1.23, tablica z1.5). W modelach MS-2D/ 3Dig zastosowano dodatkowo ES modelujące wahacze podporowe.



Rys. 6.5. Dyskretyzacje modeli mostu wraz z warunkami brzegowymi:

- a) przynależność ES do makroelementów konstrukcyjnych (EG),
- b) dla jednoelementowego podziału want (MS-3Dig1) oraz
- c) dla wieloelementowego podziału want (MS-3Dig2)

Zagęszczenie podziału wanty W1 na 24 ES w modelach uwzględniających imperfekcje geometryczne spowodowane było umożliwieniem dokonania ewentualnego porównania jej zwisu z wynikami eksperymentalnymi.

Wszystkie charakterystyki geometryczne poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostu (makroelementów) podano w tablicy 6.1.

Dla wszystkich modeli dyskretnych przedmiotowego mostu wantowego w analizie dla danych typów odwzorowano możliwie dokładnie obciążenie statyczne pochodzące od pojazdu rzeczywistego w postaci 3 sił skupionych F_{yis} , które zostały przyłożone do odpowiednich węzłów pomostu zgodnie z rzeczywistym rozstawem jego osi i kół, tj. 1,40 + 4,10 m, o wartościach podanych w tablicy 6.3 (rys. z1.9) [90]. Dla modeli przestrzennych obciążenie ustalono symetrycznie względem osi podłużnej pomostu. Parametry obciążeń statycznych dla wszystkich rozważanych modeli podano w tablicy 6.3.

Podstawowe obliczenia wykonano dla czterech schematów statycznych obciążeń dla przęsła nurtowego (II-V), wykorzystując do tego celu model MS-2Dpt, natomiast dla modeli MS-2Dig zrealizowano analizę dla wszystkich ośmiu schematów, tj. I-VIII na wszystkich pięciu przęsłach

mostu. Dla modeli MS-3Dig wykonano obliczenia dla trzech schematów obciążeń statycznych, tj. II, III i V (rys. z1.7).

W przyjętych modelach dyskretnych wyizolowanego ciągu i całego mostu zastosowano stały rozmiar przyrostu obciążenia (kroku) dla danego zadania z wyjątkiem modeli, w których zastosowano podział makroelementów ciągów na większą liczbę ES. W takich przypadkach zachodziła w fazach próbnych testów niejednokrotnie konieczność zastosowania procedury automatycznego doboru wielkości kroku w początkowej fazie obliczeń, co z reguły związane było ze zbyt dużymi obrotami węzłów występującymi w danym modelu konstrukcji. W tablicy 6.4 podano całkowite liczby węzłów, elementów skończonych i stopni swobody dla rozważanych modeli dyskretnych wanty W1 i całego mostu.

Zgodnie z uwagami podanymi w rozdz. 3 oraz na podstawie wykonanych wcześniej testów, w procedurze rozwiązywania problemu nieliniowego wykorzystano iterację Newtona-Raphsona.

6.3.3. Wstępna analiza mostu w zakresie statycznym

Założenia ogólne. Wstępna analiza modelu dyskretnego konstrukcji mostu wantowego w Sieradzu miała na celu oszacowanie wielkości przemieszczeń węzłów, a przede wszystkim sił wewnętrznych w elementach ciągów dla założonych charakterystyk geometrycznych i materiałowych poszczególnych elementów. Uzyskane wyniki posłużyły m.in. do wykonania obliczeń rzeczywistych sił osiowych (naciągów) T w wybranych wantach z zastosowaniem pomiaru ich częstości drgań własnych, przedstawionych w dalszej części tego rozdziału. Stanowiły one również podstawę porównawczą dla dalszych obliczeń dotyczących wierniej odwzorowanych geometrycznie modeli dyskretnych (MS-2D/3Dig).

Analizę wykonano dla podstawowego modelu MS-2Dpt (rys. 6.3), tj. z wykorzystaniem geometrii mostu uzyskanej na podstawie jego projektu technicznego [50]. W pierwszej fazie obliczeń założono minimalny (zblizony do zera) naciąg want oraz obciążenie wszystkich makroelementów ich ciężarem własnym (schemat 0). Do tego celu posłużył model MS-2Dpt (tablica 6.2, rys. 6.3). Uzyskane wartości sił osiowych w wantach wykorzystano w dalszej części obliczeń do zamodelowania wstępnego ich naciągu dla obciążenia wg wybranych założonych schematów statycznych w postaci pionowych sił skupionych (tablica 6.3).

Obliczenia zrealizowano w oparciu o klasyczną liniową teorię oraz z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej w zakresie statycznym. Stosowne dane dotyczące charakterystyk geometrycznych zastosowanych przekrojów podano w tablicy 6.1.

Wyniki obliczeń. Dla budowy założonego modelu obliczeniowego mostu MS-2Dpt wykorzystano 328 elementów belkowych i ciągnowych (rys. 6.3). Zbieżność rozwiązania uzyskano po drugiej iteracji dla początkowych wartości parametru obciążenia, zaś w

Tablica 6.4. Liczba węzłów, elementów skończonych (ES) oraz stopni swobody dla zastosowanych modeli dyskretnych mostu

Lp.	Oznaczenie modelu dyskretnego	Liczba węzłów / ES		Liczba stopni swobody
1	2	3		4
1.	WS-2D	25 / 24		47 (171/4)
2.	MS-2Dpt	324 / 328		971 (4865/13)
3.	MS-2Dig	1	323 / 327	968 (4850/13)
		2	379 / 383	1080 (5242/13)
4.	MS-3Dig	1	994 / 1062	5924 (58680/34)
		2	1106 / 1174	6260 (60360/34)

W nawiasach kolumny 4 podano liczbę elementów i szerokość półpasma macierzy sztywności układu.

Tablica 6.5. Wartości momentów zginających M w [kNm] i sił osiowych N w [kN] dla schematu II obciążeń

Lp.	Oznaczenie elementu	Analiza		4 / 3 [%]
		liniowa	nieliniowa	
1	2	3	4	5
1.	Punkt A M	-12,16	-11,26	-7,40
	N	-184,80	-184,30	-0,27
2.	Punkt B M	-11,89	-11,74	-1,26
	N	-199,30	-199,50	0,10
3.	Punkt C M	0,59	0,62	4,55
	N	-145,20	-145,70	0,34
4.	Punkt 10 M	50,83	51,34	1,02
	N	-95,12	-95,01	-0,12

Tablica 6.6. Porównanie otrzymanych z analizy wartości sił osiowych T w wantach mostu w [kN] dla IV schematu obciążeń

Lp.	Oznaczenie elementu	Analiza liniowa	Analiza nieliniowa	4 / 3 [%]
1	2	3	4	5
1.	W1	31,08	30,95	-0,42
2.	W2	150,55	151,09	+0,36
3.	W3	39,18	38,72	-1,17
4.	W4	50,92	50,10	-1,61
5.	W5	145,61	146,43	+0,56
6.	W6	35,75	35,55	-0,56

następnych krokach ich liczba uległa redukcji do jednej dla założonej tolerancji zbieżności rozwiązania $\varepsilon_T = 0,001$.

Maksymalne przemieszczenie pomostu (dźwigara głównego) w punkcie połączenia z wantą W1 przęsła P2 oraz wierzchołka pylonu (według analizy nieliniowej) wynosiło odpowiednio: $101,20 \times 10^{-3}$ i $38,42 \times 10^{-3}$ m dla II schematu statycznego obciążenia, co przedstawiono na rys. 6.6 [60].

Porównanie wartości sił wewnętrznych wybranych 4 punktów modelu mostu (trzy dla pylonu i jeden dla dźwigara głównego w przęśle P2) dla II schematu obciążeń przedstawiono w tablicy 6.5. Ustalono przy tym największe różnice między otrzymanymi wartościami dla dwóch typów analiz, zaobserwowane dla momentów zginających w pylonie, które wynosiły maksymalnie 7,40%.

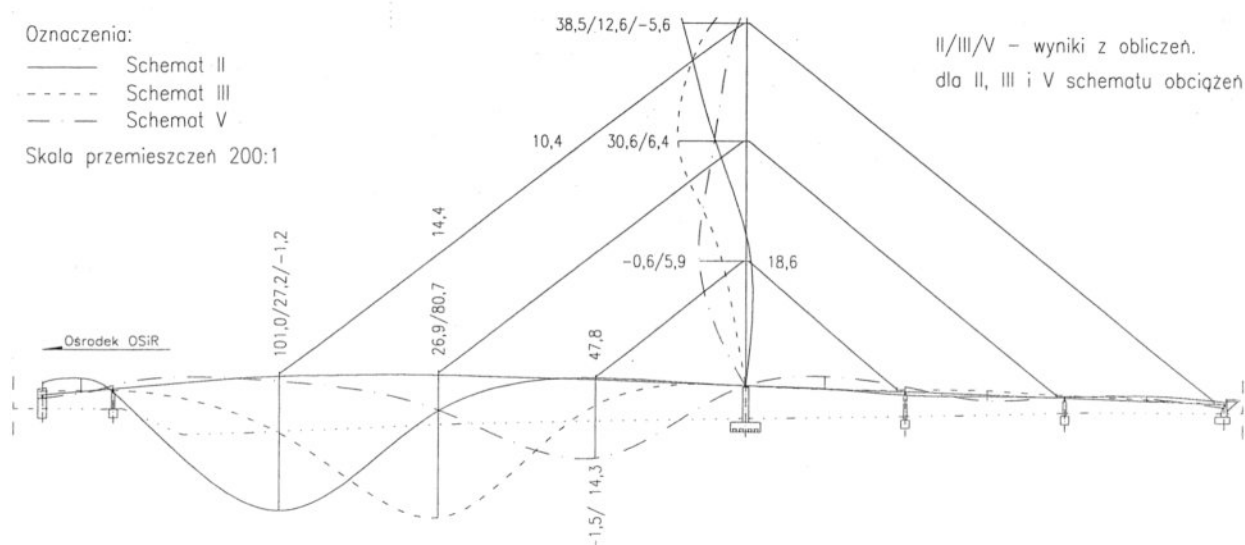
Zgodnie z wcześniejszymi przewidywaniami największym siłom rozciągającym poddane były wanty mostu (tablica 6.6). Wartość maksymalną siły osiowej $T = 151,09$ kN w wancie W2 przęsła nurtowego zarejestrowano dla IV schematu obciążeń.

Tablica 6.7. Zestawienie otrzymanych z analizy nieliniowej wartości sił osiowych T w wantach przęsła nurtowego mostu w [kN] dla 0, II, III i V schematu obciążeń

Lp.	Oznaczenie wanty	Schematy obciążeń:			
		0	II	III	V
1	2	3	4	5	6
1.	W1	84,70	115,23	37,92	-2,37
2.	W2	145,90	47,75	149,34	20,28
3.	W3	142,93	-12,18	29,04	160,23

W tablicy 6.7 zestawiono otrzymane z analizy nieliniowej wartości sił osiowych T we wszystkich wantach przęsła nurtowego mostu (W1–W3) dla 0, II, III i V schematu obciążeń. Zamieszczone wyniki stanowiły różnicę między rezultatem końcowym obliczeń a wartością wstępnego naciągu ciągła, odpowiadającą schematowi 0. Taki sposób postępowania – pomimo niezgodności z założeniami obowiązującymi dla analizy nieliniowej, mówiącymi o niestosowaniu zasady superpozycji – uzasadniono względami szacunkowymi, do jakich zastosowano otrzymane wyniki (p. 6.3.5).

W oparciu o uzyskane wartości sił wewnętrznych można wnioskować o pewnej rozbieżności wyników otrzymanych z badań i obliczeń. Analizując je stwierdzono, że przemieszczenia oraz wartości sił wewnętrznych zarówno w pomoście, jak i w pylonie nie przebiegają w sposób liniowy. Wpływ efektów

**Rys. 6.6.** Odkształcone postacie mostu wantowego w Sieradzu dla trzech schematów obciążeń statycznych przęsła P2 [60]

II-rzędu wynosił maksymalnie 7,40% dla momentów zginających w pylonie (tablica 6.5).

Analizując przemieszczenia pomostu i pylonu w tym obiekcie pod wpływem obciążenia statycznego zauważono pewne różnice spowodowane najprawdopodobniej imperfekcjami geometrycznymi stwierdzonymi w rzeczywistym pomoście oraz brakiem ścisłej, wyznaczonej laboratoryjnie, wartości modułu sprężystości podłużnej want [60]. Stąd też, w dalszej części pracy, zwrócono szczególną uwagę na określenie modułu Younga dla cięgien rozważanego obiektu.

6.3.4. Obliczenia statyczne want z zastosowaniem krzywej łańcuchowej

Kwalifikacja rozważanych cięgien stalowego mostu wantowego ze względu na ich wiotkość. Absolutnie wiotkie cięgna nie istnieją w rzeczywistości, jednak w wielu przypadkach można obliczać je jako absolutnie wiotkie. Określenie, czy wanty badanego mostu należą do grupy cięgien wiotkich czy sztywnych ma znaczenie z punktu widzenia sposobu ich obliczania [44], [67].

Jako miernik oceny sztywności cięgna przyjęto stosunek naprężeń od zginania do naprężeń od rozciągania σ_z i σ_r w postaci:

$$\zeta = \frac{\sigma_z}{\sigma_r} = \frac{f' Ah}{\frac{g_c L^4}{38,4 \times E f'} - 2J}, \quad (6.1)$$

gdzie

h – uśredniona wysokość przekroju poprzecznego cięgna (średnica), $h = 0,048$ m,

A – pole powierzchni metalicznego przekroju poprzecznego cięgna, $A = 1,635 \times 10^{-3}$ m²,

J – moment bezwładności przekroju cięgna, $J = 2,606 \times 10^{-7}$ m⁴,

L – rozpiętość cięgna (długość jego cięciwy),

f' – strzałka zwisu cięgna,

E_w – moduł sprężystości podłużnej cięgna, $E = 190$ GPa,

g_c – obciążenie jednostkowe cięgna, rozłożone na jego długości [50], [60], [66].

Umowną granicę między cięgnami wiotkimi i sztywnymi przyjmuje się na ogół na poziomie 5%, tj. $\zeta = 0,05$. W związku z tym, dla wartości $\zeta \leq 0,05$ układ stanowi cięgno wiotkie, natomiast jeśli $0,05 < \zeta < \infty$, wówczas mamy do czynienia z cięgnem sztywnym. Kontynuując rozważania, przy $\zeta = \infty$, układ traktuje się jak belkę, zaś przy $\zeta < 0$ – jak łuk [67].

W wyniku przeprowadzonych rozważań dla cięgien najdłuższego i najkrótszego mostu (W1 i W3) o długościach cięciw $L_{W1} = 67,8$ i $L_{W3} = 24,4$ m, strzałkach zwisu $f' = 0,332$ i $0,045$ m oraz $g'_c = 109$ N/m, uzyskano wartości współczynników ζ na poziomach 0,027 i 0,030, tj. $\zeta_{W1} = 2,7\%$ i $\zeta_{W3} = 3,0\%$.

W związku z uzyskaną wartością współczynnika $\zeta < 0,05$, w dalszych rozważaniach teoretycznych, cięgna badanego mostu wantowego zaliczono do grupy cięgien wiotkich.

Wytyczenie want i moduł sprężystości podłużnej. Do wyznaczenia modułu sprężystości podłużnej cięgien E_w w badanym moście wykorzystano wyniki pomiarów przemieszczeń (zwisu) wybranych punktów na długości wanty W1 (tablice z1.16–z1.17, rys. z1.17) pod obciążeniem własnym mostu i obciążeniem pojazdem dla schematu statycznego III. Z przyczyn podanych w załączniku nr 1 nie uwzględniono w prowadzonych rozważaniach danych dotyczących wanty W1'. Podstawę do obliczeń stanowiło określenie zmiany długości danego cięgna, stąd też wykonano aproksymację współrzędnych przemieszczeń (zwisu) równaniem kwadratowym drugiego stopnia oraz za pomocą równania krzywej łańcuchowej w postaci (6.2):

$$y = a \times \cosh \frac{x}{a} + C, \quad (6.2)$$

które dla układu poziomego ciężna z maksymalną strzałką zwisu w początku układu ortogonalnego współrzędnych OXY przyjmuje postać [67]:

$$y = a \times (\cosh \frac{x}{a} - 1). \quad (6.3)$$

Dla ciężna o długości ciężiwy L , równanie na strzałkę zwisu ma postać:

$$y(L/2) = a \times (\cosh \frac{L}{2a} - 1). \quad (6.4)$$

Zgodnie z [40], [67] i [113], dla długości rzutu poziomego ukośnej ciężiwy wanty, $L_1 < 150$ m, można przyjąć, że błąd w wyznaczaniu krzywizny linii zwisu ciężna i równania paraboli jest bardzo mały. Z drugiej jednak strony, znajomość wartości współczynnika a z równań (6.2–6.4) jest niezwykle istotna, gdyż jest on funkcją siły osiowej obecnej w ciężnie dla danego stanu jego obciążenia w postaci (6.5):

$$a = \frac{T}{g_c}. \quad (6.5)$$

Aproksymując uzyskane z dwóch serii pomiarów współrzędne zwisów wanty W1 (wykorzystano program komputerowy *Mathematica* w wersji 2.2) [64], otrzymano w pierwszej kolejności dwa trójmiany kwadratowe w postaciach:

$$y_1 = 5,702 \times 10^{-4} x^2 + 0,723857 x + 1,9979 \times 10^{-3} \quad (6.6)$$

i

$$y_2 = 4,619 \times 10^{-4} x^2 + 0,730522 x + 2,7651 \times 10^{-3}, \quad (6.7)$$

gdzie

y_1 – interpolacja zwisu wanty dla mostu nieobciążonego (stan 1),

y_2 – interpolacja zwisu wanty dla mostu obciążonego (schemat III, stan 2).

Po wykonaniu obliczeń kontrolnych okazało się, że w przypadku równania (6.6), tj. dla większej strzałki ugięcia wanty, uzyskana dokładność była wystarczająca, z błędem na poziomie 0,015–0,022%. Pewne wątpliwości budziła interpolacja krzywej zwisu dla ciężna obciążonego wg równania (6.3), a uzyskana dokładność nie była wystarczająca dla około 80% punktów (z maksymalnym błędem – 0,4%). W związku z powyższym dokonano ponownej interpolacji równaniem trzeciego stopnia, otrzymując równanie (6.8):

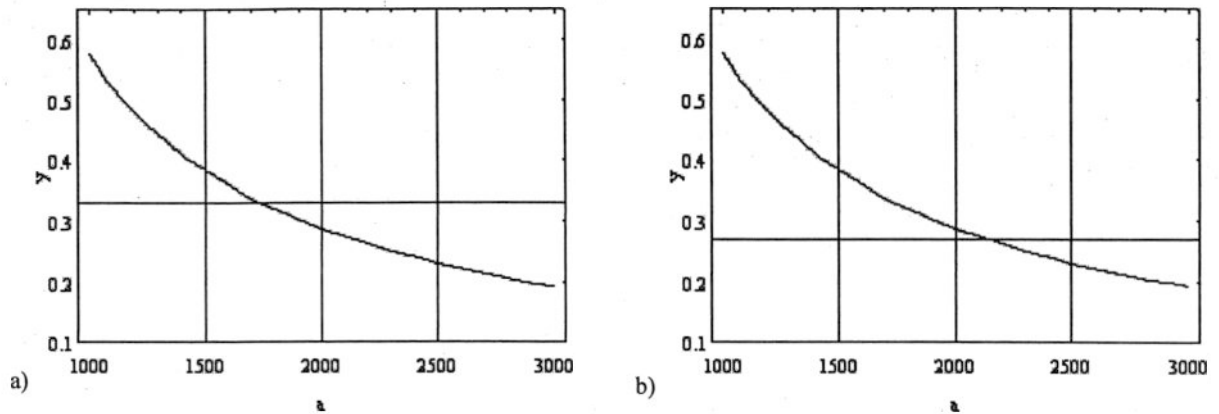
$$y_2 = 2,738 \times 10^{-7} x^3 + 4,395 \times 10^{-4} x^2 + 0,73099 x + 1,1155 \times 10^{-3}, \quad (6.8)$$

co znacznie zwiększyło zbieżność rozwiązania ze średnią dokładnością na poziomie 0,012%.

Długość wanty o określonym zwisie wyznaczono korzystając z równania (2.47), rozwiązując całki oznaczone dla założonych przedziałów w postaciach (6.9) i (6.10):

$$l_1 = \int_0^{54,133} \sqrt{1,3003 \times 10^{-6} x^2 + 1,65083 \times 10^{-3} x + 1,523969} dx \quad (6.9)$$

$$l_2 = \int_0^{54,120} \sqrt{6,747 \times 10^{-13} x^4 + 1,444 \times 10^{-9} x^3 + 1,97352 \times 10^{-6} x^2 + 1,28509 \times 10^{-3} x + 1,534343} dx. \quad (6.10)$$



Rys. 6.7. Wykresy zależności współczynnika a od strzałki zwisu wanty y dla równania: a) (7.11) i b) (7.12)

Na podstawie zależności (6.4) wyznaczono dla równań (6.11) i (6.12), tj. dla dwóch stanów obciążeń ciągła (stan 1 i 2), wykresy zależności współczynnika a od strzałki zwisu wanty y (rys. 6.7) dla przedziałów a_1 i $a_2 \in (1000, 3000)$:

$$y_1 = a_1 \times \left(\cosh \frac{67,821515}{2a_1} - 1 \right), \quad (6.11)$$

$$y_2 = a_2 \times \left(\cosh \frac{67,831215}{2a_2} - 1 \right). \quad (6.12)$$

Długości cięgiwy ciągła W1 dla stanów wyężenia 1 i 2 obliczono z prostej zależności geometrycznej korzystając z danych zamieszczonych w załączniku nr 1 w tablicach z1.15 i z1.16 (tablica 6.8).

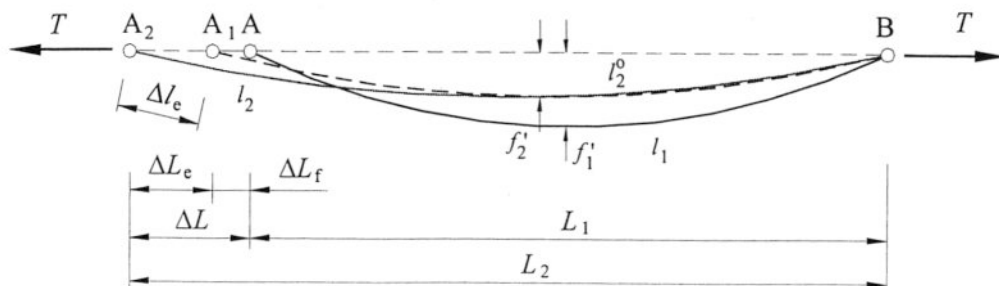
Ze względu na przestępnosć funkcji (6.4), współczynniki a_1 i a_2 dobierano tak, aby zminimalizować różnice dla rozwiązań teoretycznego i przybliżonego (rys. 6.7). W równaniach spełniających zależności (6.11) i (6.12) dla wartości strzałek zwisów równych odpowiednio $y_1 = f_1 = 0,332$ m i $y_2 = f_2 = 0,271$ m uzyskano wartości $a_1 = 1731,8$ ($y_1 = 0,3322095$) oraz $a_2 = 2121,06$ ($y_2 = 0,2711599$). Biorąc pod uwagę względny błąd pomiaru wielkości strzałek zwisów want do 0,001 m, podane wyżej wartości współczynników a zaokrąglono do wartości $a_1 = 1732$ oraz $a_2 = 2121$.

Wykorzystując zależności (2.47) i (6.3) można wyznaczyć całkowitą długość cięgiwa dla poszukiwanego stanu obciążenia, zgodnie z ogólną zależnością (6.13) [44]:

$$l(L_{AB}) = \int_A^B \sqrt{1 + \sinh^2 \left(\frac{x}{a} \right)} dx = \int_A^B \cosh \frac{x}{a} dx, \quad (6.13)$$

natomiast po wykonaniu całkowania otrzymano ścisły wzór na długość krzywej łańcuchowej w postaci (6.14):

$$l(L_{AB}) = 2a \times \sinh \frac{x}{2a} \Big|_A^B, \quad (7.14)$$



Rys. 6.8. Zależności geometryczne dla odkształconych postaci cięgiwa poziomego pod zmiennym obciążeniem siłą osiową T

Dla konkretnych przypadków wyężenia wanty W1 w stanach 1 i 2, równanie (6.14) przyjmuje dwie postacie (rys. 6.8), tj.:

$$l_1 = 2 \times 1732 \times \sinh \frac{L_1}{2 \times 1732}. \quad (6.15)$$

$$l_2 = 2 \times 2121 \times \sinh \frac{L_2}{2 \times 2121}. \quad (7.16)$$

W tablicy 6.8 zestawiono uzyskane z powyższych zależności wartości całkowitych długości wanty W1 dla mostu nieobciążonego (stan 1) oraz obciążonego zgodnie z III schematem obciążeń (stan 2).

Wiersz 1 w tablicy 6.8 zawiera ściśle długości cięga dla różnicy obciążenia między stanami 1 i 2, stąd też przyrost długości $\Delta l^I = l_2 - l_1$ jest w tym przypadku mniejszy niż dla takiego przyrostu długości cięciwy ($\Delta L = L_2 - L_1$) pod identycznym przyrostem obciążenia. Jest to związane z *naturalnym dążeniem* cięga do wyprostowywania się pod przyłożonym obciążeniem ΔT , co wyjaśniono szczegółowo w rozdz. 3. Różnica między przyrostami długości cięga według interpolacji wielomianowej i za pomocą krzywej łańcuchowej związana jest z jej dokładnością – długość rzeczywista cięga jest w tym przypadku wierniej oddana przez interpolację równaniami odpowiednio kwadratowym i sześciennym.

Różnica przyrostu długości otrzymana z rozważań teoretycznych dla krzywej łańcuchowej i przyrostu długości cięciwy cięga jest zmianą długości cięciwy wynikającej ze zmiany strzałki jej zwisu z f_1' na f_2' (w dalszej części tego rozdziału oznaczono ją w formie dolnego indeksu „f”), tj. $\Delta L_f(L_2) = \Delta L - \Delta l^I$ (rys. 6.8).

Przyrost długości cięciwy cięga $\overline{AA_1}$ (rys. 6.8), bez uwzględnienia wpływu jego sprężystego wydłużenia, w sposób dokładny można wyznaczyć z warunku równości jego długości przed i po przyłożeniu obciążenia ΔT , tj. $l_1 = l_2^0$. Przy takim założeniu, strzałka zwisu cięga po przyłożeniu obciążenia ΔT równa jest strzałce zwisu przy uwzględnieniu jego sprężystego wydłużenia (rys. 6.8), tzn. przy przyroście wydłużenia o odcinek $\overline{AA_2}$ (6.17). Przyjęte warunki dla rozwiązania przedmiotowego zagadnienia zapisano w postaci dwóch zależności:

$$2121 \times \left(\cosh \frac{(L_1 + \Delta L_f)}{2 \times 2121} - 1 \right) = 0,271, \quad (6.17)$$

oraz

$$2 \times 2121 \times \sinh \frac{L_1 + \Delta L_f}{2 \times 2121} = 2 \times 1732 \times \sinh \frac{L_1}{2 \times 1732} = 67,825849. \quad (6.18)$$

W wyniku wykonanych przekształceń wyrażeń (6.17) i (6.18) otrzymano dwa równania w postaci (6.19) i (6.20):

$$y_{\Delta L}^I = 2121 \times \left(\cosh \frac{67,821515 + x}{2 \times 2121} - 1 \right) - 0,271 \quad (6.19)$$

i

Tablica 6.8. Zestawienie obliczonych wartości długości cięciw i długości całkowitej wanty W1 dla strzałek zwisu odpowiednio $f_1 = 0,332$ m i $f_2 = 0,271$ m w [m]

Rozpatrywane długości		Długość dla stanu		Przyrost długości
		nieobciążonego (1)	obciążonego (2)	
1		2	3	4
1.	Cięciwy wanty	$L_1 = 67,82152$	$L_2 = 67,83122$	$\Delta L = 9,70 \times 10^{-3}$
2.	Wanty zgodnie z interpolacją trójkianem kwadratowym	$l_1 = 67,82426$	$l_2 = 67,83434$	$\Delta l^w = 10,08 \times 10^{-3}$
3.	Wanty zgodnie z interpolacją krzywą łańcuchową	$l_1 = 67,82585$	$l_2 = 67,83411$	$\Delta l^I = 8,26 \times 10^{-3}$

$$y_{\Delta L}^{\text{II}} = 2 \times 2121 \times \sinh \frac{67,821515 + x}{2 \times 2121} - 67,8258487, \quad (6.20)$$

przy czym równanie (6.19) jest mało wrażliwe na wartości argumentu w określonym przedziale, stąd obliczenia wykonano w oparciu o równanie (6.20). Rozwiązaniem równania (6.20) ze względu na argument a_2 jest zależność w postaci (6.21):

$$x = 2 \times a \times \operatorname{arcsinh} \frac{67,825849}{2 \times a} - 67,821515, \quad (6.21)$$

dla której sporządzono wykres (rys. 6.9) dla przedziału argumentu $a \in (1500; 3000)$.

Przecięcie się pionowej odnoszącej $a = 2121$ z krzywą (rys. 6.9) wyznacza dokładną wartość przyrostu długości cięciwy ciągu pod przyłożonym obciążeniem ΔT (punkt o współrzędnych $(2121; 1,4445 \times 10^{-3})$).

Powyższe rozważania udowodniły, że przy założeniu małego stosunku strzałki zwisu ciągu do jego rozpiętości teoretycznej (długości cięciwy) można przyjąć, że $\Delta L_f(L) = \Delta L_f(I)$. W podanym przykładzie, dla $f/L = 0,004-0,005$, $\Delta L_f(L) = 1,4440 \times 10^{-3}$ m, zaś $\Delta L_f(I) = 1,4445 \times 10^{-3}$ m, a więc uzyskano wartości niemal identyczne.

Generalnie, przy założeniu nieskończenie małej odkształcalności materiału ciągu, otrzymany wyżej przyrost długości jego cięciwy zależałby wyłącznie od wielkości przyłożonego obciążenia (siły osiowej T), a zatem miałyby na to wpływ zmiana wartości strzałki jego zwisu. Tak więc, przy

$T \rightarrow \infty$, długość cięciwy L_1 byłaby równa długości ciągu l_1 . Przy takim założeniu wartość modułu sprężystości podłużnej ciągu E_f jest zmienna i określona równaniem (2.39).

W rzeczywistości każde z cięgien mostu wantowego doznaje dodatkowych przemieszczeń wywołanych przyrostem przemieszczeń sprężystych (w zależności od rodzaju materiału, z którego jest ono wykonane). Całkowita długość ciągu w stanie końcowym, tj. po przyłożeniu obciążenia ΔT wynosi wówczas (rys. 6.8):

w zapisie uogólnionym:

$$L_2 = L_1 + \Delta L_f + \Delta L_e = L_1 + \Delta L, \quad (6.22)$$

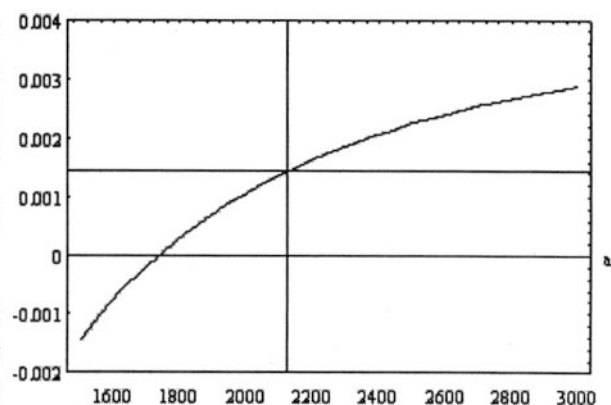
lub w zapisie dokładnym:

$$l_2 = l_1(l_2^0) + \Delta l_e \approx l_1(l_2^0) + \Delta L_e, \quad (6.23)$$

gdzie $L_1(l_1)$ – długość cięciwy (liny) w stanie początkowym, ΔL_f – przyrost długości cięciwy wywołany zmianą strzałki zwisu ciągu, $\Delta l_e(\Delta L_e)$ – wydłużenie sprężyste ciągu (w przełożeniu na przyrost długości jego cięciwy).

Wydłużenie sprężyste ciągu można wyznaczyć ze znanej zależności:

$$\Delta l_e = \int_0^l \varepsilon \, dl = \frac{1}{EA} \int_0^l T_N \, dl, \quad (6.24)$$



Rys. 6.9. Wykres dla zależności przyrostu długości cięciwy wanty W1 wg równania (7.21)

gdzie T_N jest siłą normalną w dowolnym punkcie osi cięga podana zależnością $T_N = T / \cos \varphi = T (dl/dx)$, a φ jest kątem jaki tworzy w danym punkcie oś podłużna liny z osią poziomą x .

Ostatecznie, równanie (6.24) ma postać zbliżoną do równania (2.51), tj.:

$$\Delta l_e = \frac{T}{EA} \int_0^l \frac{dl}{dx} dx = \frac{T}{EA} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(1 + y \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) dx, \quad (6.25)$$

natomiast podstawiając do równania (6.25) pochodną funkcji (6.4), i wykonując całkowanie, otrzymano:

$$\Delta l_e = \frac{Ta}{2EA} \left[\frac{L}{a} + \sinh \frac{L}{a} \right], \quad (6.26)$$

co, znając rzeczywistą długość początkową cięga, można również zapisać w postaci (6.27):

$$\Delta l_e = \frac{\Delta T \times l_1}{E \times A}. \quad (6.27)$$

Przyrost długości wanty $Wl(\Delta l)$ można w tym przypadku jednoznacznie interpretować jako powstałe jej wydłużenie sprężyste w założonym stanie wyłączenia, a odkształcenie $\varepsilon_{\Delta l}$ opisuje zależność $\varepsilon_{\Delta l} = \Delta l / l_1 = 148,59 \times 10^{-6}$ m/m.

Generalnie, prostsze jest stosowanie w obliczeniach stycznego modułu sprężystości podłużnej want E_t , szczególnie dla małych zakresów naprężeń rozciągających. Jednak w przypadkach dużych długości want oraz relatywnie dużego stosunku obciążenia mostu do jego ciężaru własnego, stosowanie modułu stycznego w znacznym stopniu wpływa na przyrost błędu. Z kolei wykorzystanie w rozważaniach siecznego modułu sprężystości podłużnej E_s dla want daje dokładniejsze rezultaty, z błędem na poziomie 1% dla ich długości nie przekraczających 300 m [40]. Takie podejście jest w pełni uzasadnione w analizowanym przypadku, gdyż pomimo przyjęcia odkształcenia początkowego $\varepsilon_0 = 0$, wszystkie wanty mostu znajdowały się na pewnym poziomie wyłączenia. Wynika stąd, że bardziej celowe jest zastosowanie w prowadzonych rozważaniach siecznego modułu sprężystości podłużnej E_s w postaci (2.20).

W celu wyznaczenia siecznego modułu sprężystości cięga Wl , w pierwszej kolejności obliczono przyrost siły rozciągającej w cięgu korzystając z zależności (6.5) oraz wykorzystując otrzymane wartości współczynników a_1 i a_2 (dla stanów obciążenia 1 i 2) w postaci (6.28):

$$\Delta T = T_2 - T_1 = g'_c (2121 - 1732) = 389 \times g'_c. \quad (6.28)$$

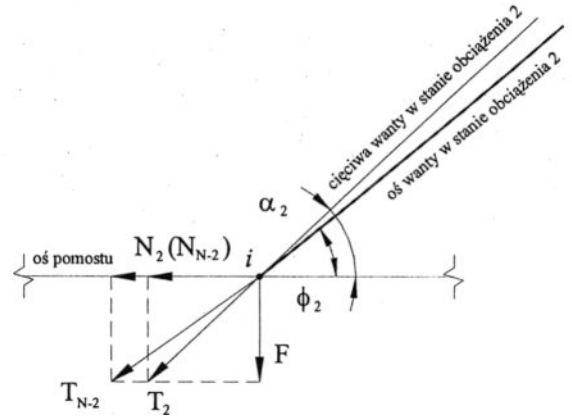
Przyjmując wartość obciążenia jednostkowego dla liny zastosowanej w badanym moście na poziomie $g_c = 13,74$ kg/m [50], [66], kąt nachylenia cięga do poziomu dla stanu 1 – $\tan \alpha = 40,858 / 54,133$, wyliczono wartość przyrostu siły osiowej w cięgu:

$$\Delta T = 389 \times g_c \cos \alpha = 41,850 \text{ kN}. \quad (6.29)$$

Korzystając z zależności (2.20) i (6.27) wyznaczono następnie sieczny moduł sprężystości podłużnej dla analizowanego cięga, tj. $E_s = 172,4$ GPa. W dalszej części analiz teoretycznych dotyczących mostu wantowego w Sieradzu zastosowano stały moduł sprężystości podłużnej dla wszystkich cięgien na poziomie $E_w = 172$ GPa. Uzyskana wartość modułu E_w dla want tego mostu w

pewnym stopniu odbiega od obowiązującej, uśrednionej wartości $E = 165$ GPa dla cięgien z rdzeniem stalowym o przekroju zamkniętym po ich wstępnym przeciągnięciu [50], [66].

Należy jednak dodać, że wyznaczony w ten sposób sieczny moduł Younga dla want obarczony jest pewnym błędem związanym z ograniczeniami pomiarów przemieszczeń do najdłuższego cięgna mostu. W obliczeniach zastosowano również pewne uproszczenie w wyznaczaniu przyrostu osiowej siły rozciągającej ΔT , polegające na przyjęciu kierunku jej działania wzdłuż cięciwy cięgna (rys. 6.10). Kierowano się w tym przypadku względami pomijalnie małych różnic między kątami nachylenia cięciwy α_2 i osi podłużnej ϕ_2 wanty (stan 2).



Rys. 6.10. Interpretacja układu sił przekazywanych z pomostu (siła F) na cięciwę (T_2) i oś podłużną (T_{N-2}) wanty w punkcie i w końcowej konfiguracji geometrycznej (stan obciążenia 2)

Moduł sprężystości podłużnej cięgien stosowanych w mostach wantowych, jak wspomniano w rozdziale 2, wykazuje dużą wrażliwość na rodzaj budowy zastosowanej liny, a przede wszystkim na wielkość przykładanych do niej obciążeń. W zależności od stopnia wyężenia wanty, jej ogólny moduł sprężystości podłużnej określony jest przez równoważny moduł sprężystości E_r , będący funkcją konwencjonalnego modułu sprężystości dla elementu rozciąganego E oraz odpowiedzialnego za zmianę wielkości zwisu cięgna – E_f , wg zależności (2.42).

Dla rozważanego przypadku (poziomu wyężenia wanty W1), $E_f = \Delta\sigma / \Delta\epsilon_f = 1202,7$ GPa, natomiast równoważny moduł sprężystości wynosi (6.30):

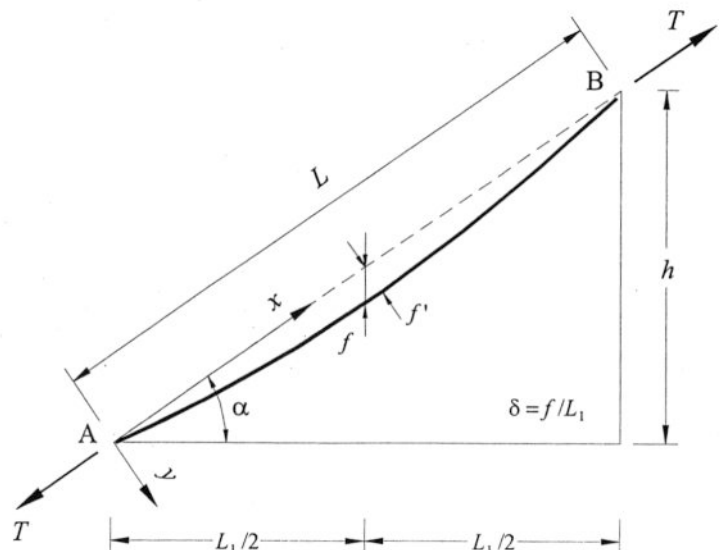
$$E_r = \frac{1202,7 \times 172,4}{1202,7 + 172,4} = 150,8 \text{ GPa} . \quad (6.30)$$

Otrzymana wartość równoważnego modułu sprężystości dla wanty W1 pod zastosowanym przyrostem obciążenia ΔT (stan 2) jest mniejsza o ponad 12% od rzeczywistego (materiałowego) modułu Younga dla tego samego elementu.

6.3.5. Ocena wyężenia want metodą pomiaru ich drgań własnych

Wprowadzenie. Dla weryfikacji sił osiowych w wantach, otrzymanych pod zadaniem obciążeniem z analizy geometrycznej cigna W1 w analizowanym moście, posłużono się dodatkowo metodą pomiaru ich częstości drgań własnych. Celem wykonanej weryfikacji było też sprawdzenie słuszności założeń tej metody.

Częstości drgań własnych want zależą nie tylko od sił w nich występujących, ale także od ich sztywności giętej, strzałki zwisu oraz kąta nachylenia ich cięciwy do poziomu.



Rys. 6.11. Schemat ukośnego cięgna wykorzystany do oceny wielkości jego naciągu metodą pomiaru częstości drgań własnych [169]

Praktyczne sformułowanie tego zagadnienia zostało podane przez Shinke i innych [140], którzy zastosowali swoje rozwiązanie na obiektach w skali naturalnej w Japonii. Wprowadzając bezwymiarowy parametr w postaci (6.31):

$$\xi = L \times \sqrt{T/EJ}, \quad (6.31)$$

gdzie T , EJ oraz L są odpowiednio: siłą osiową w wancie, jej sztywnością giętą oraz długością przęsła, metoda ta ma zastosowanie w zakresie $3 \leq \xi$ oraz $10 \leq \xi$ odpowiednio dla pierwszej i drugiej częstości drgań własnych cięgna. Nowe wyrażenie jest zatem wystarczające w zastosowaniu dla wszystkich zakresów współczynnika ξ jedynie w tych przypadkach, gdy zostaną zdeterminowane przynajmniej pierwsza lub/i druga wartość częstości drgań własnych cięgna. Podane w pracy [140] rozwiązanie ma jednak pewne ograniczenia dotyczące cięgna wiotkiego lub niedostatecznie sprężonego.

Dla bardzo wiotkich cięgien, tj. takich, które znalazły zastosowanie w mostach wantowych, nie jest łatwe sztuczne wzbudzenie ich do pierwszej lub drugiej postaci drgań własnych. W takim przypadku wykorzystuje się stacjonarne mikrodrżania, w których dominujące są zazwyczaj wyższe postacie drgań własnych. Shimada [139] zastosował metodę szacunkową z użyciem wyższych częstotliwości drgań własnych poprzez dokładne rozwiązanie drgań cięgna z uwzględnieniem sztywności giętnej, strzałki zwisu oraz kąta nachylenia wanty. Ze względu na potrzebę rozwiązania równań nieliniowych, niezbędne było wykonanie komputerowych obliczeń. W przedmiotowych rozważaniach skorzystano również z algorytmu dla zakresu $200 \leq \xi$ przy wyższych wartościach drgań własnych z założeniem, że ξ jest znacznie większe dla cięgna wiotkiego.

Podstawowe równania i zależności. Na rysunku 6.11 przedstawiono model ukośnego cięgna w ortogonalnym układzie współrzędnych z początkiem w punkcie A, przy czym odcinek AB wyznacza oś x . Dodatkowo wprowadzono kąt nachylenia cięgna α i długość jego cięciwy L .

Do dalszej analizy przyjęte zostały następujące założenia:

- współczynnik stosunku zwisu cięgna do długości jego poziomego kładu jest pomijalnie mały ($\delta = f/L_1 \ll 1$),
- cięgno drga w płaszczyźnie x - y , a jego przemieszczenia w kierunku x są zanedbywalnie małe ($v \ll y$),
- geometria cięgna wyrażona jest równaniem parabolicznym drugiego stopnia.

Punktem wyjściowym prowadzonych rozważań jest równanie ruchu dla kierunku y [139] w postaci (6.32):

$$EJ \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - d(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{g_c}{g} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (6.32)$$

gdzie EJ – sztywność cięgna na zginanie, $v(x, t)$ – dynamiczne przemieszczenie w kierunku y , T – siła w cięgnię dla cięciwy AB, $d(t)$ – pochodna siły w cięgnię wywołana drganiami, g_c – ciężar cięgna rozłożony na jednostkę długości oraz g – przyspieszenie ziemskie.

W dalszych rozważaniach pominięto trzeci człon równania (7.32) dla drugiej i wyższych postaci własnych cięgna nawet dla małych wartości siły T , natomiast wykorzystując równanie kwadratowe drugiego stopnia (dla paraboli) odkształconej postaci cięgna, otrzymano równanie ruchu jak dla belki obciążonej siłą osiową T w postaci (6.33) [169]:

$$EJ \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + \frac{g_c}{g} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (6.33)$$

W następnych krokach wykonano transformację po rozdzieleniu zmiennych, uzyskując równanie przestępne, w którym nie można bezpośrednio określić wartości siły w ciągu mając jedynie dane zmierzone wartości częstotliwości drgań własnych.

Dlatego też, dla dynamicznych charakterystyk ciągu zbliżonych do struny, tj. dla dużych wartości ξ wprowadzono kolejny bezwymiarowy parametr η_n w formie (6.34):

$$\eta_n = \frac{f_c}{f_n^s}, \quad (6.34)$$

przy

$$f_n^s = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{Tg}{g_c}}, \quad (6.35)$$

gdzie $f_c = \omega/2\pi$, zaś f_n^s jest teoretyczną wartością n -tej podstawowej częstości drgań własnych struny.

Po wstawieniu uzyskanych wartości do równania dla drgań swobodnych struny zamocowanej na obu końcach, po przekształceniach uzyskuje się również równanie przestępne oparte na bezwymiarowych współczynnikach, które rozwiązano w oparciu o metodę iteracyjną Newtona–Raphsona. Szczegóły rozwiązania znajdują się w pracy [169], natomiast poniżej podano przykładowe początkowe wartości rozwiązania dla współczynnika η_n dla pierwszej postaci drgań własnych (6.36) i (6.37):

$$\eta_1 = \frac{\xi}{\xi - 2,2}; \quad (17 \leq \xi), \quad (6.36)$$

$$\eta_1 = 1,075 \sqrt{1 + \left(\frac{6,8}{\eta}\right)^2}; \quad (6 \leq \xi \leq 17). \quad (6.37)$$

Dla want o dużej strzałce zwisu wprowadzono uzyskane rozwiązanie aproksymacyjne dla równania na pierwszą częstość drgań własnych ukośnego ciągu, podanego przez Irvine'a i Caughey'a [54] w postaci (6.38):

$$f_n^c = \frac{\chi}{\pi} \sqrt{\frac{g}{8f}}, \quad (6.38)$$

gdzie

$$\chi = \begin{cases} n\pi \quad (n=1, 2, \dots) & \text{dla asymetrycznej postaci drgań} \\ \text{rozwiązanie równania } \frac{\chi - \operatorname{tg}\chi}{\chi^3} = \Gamma_0 & \text{dla symetrycznej postaci drgań} \end{cases}, \quad (6.39)$$

$$\Gamma_0 = \frac{g_c L}{128EA\delta^3 \cos^5 \alpha}. \quad (6.40)$$

W równaniach tych pominięto wydłużenie i skrócenie ciągu, a uwzględniono jedynie zmiany kształtu jego osi podłużnej (dla zwisu). Rozwiązanie pokrywa się w tym przypadku z otrzymanym dla asymetrycznych drgań struny. Z drugiej strony wpływ wydłużenia, bądź skrócenia wanty ma istotne znaczenie, tak więc nie można pominąć pochodnej siły w ciągu T w zależności od wielkości drgań dla postaci symetrycznych. Wartości częstości drgań własnych dla postaci symetrycznej uwzględnia

parametr Γ_0 , będący funkcją długości, zwisu, ciężaru, sztywności na rozciąganie i kąta nachylenia wanty do poziomu (6.40).

Przedział, dla którego obowiązują poprzednie założenia określony jest przez współczynnik Γ^* oraz ξ , dla których wprowadzony został nowy parametr Γ w postaci (6.41):

$$\Gamma = \Gamma^* \frac{0,31\xi + 0,5}{0,31\xi - 0,5} \quad (6.41)$$

dla $\Gamma^* = \sqrt{\Gamma_0}$.

Dla przeprowadzonych rozważań teoretycznych, autorzy pracy [169] wykonali porównanie zaproponowanej metody z obliczeniami MES, uzyskując dużą zbieżność wyników z błędem na poziomie około 0,4% (rys. 6.12).

Jednocześnie Zui, Shinke i Namita [169] zauważyli, że przy $\Gamma < 3$ dla dwóch wartości siły w ciągu T otrzymuje się dwie identyczne wartości pierwszej (symetrycznej) częstości drgań własnych. Tak więc siła T jest bardzo wrażliwa na zmiany pierwszej częstości drgań w przedziale, dla którego wpływ zwisu cięga i pochodnej siły T jest duży. Oznacza to, że nawet przy drobnych błędach pomiaru częstotliwości drgań własnych wanty mogą powstać duże błędy w otrzymanych wartościach siły w ciągu. Korzystniej jest stosować przedstawiony algorytm dla wyższych częstości drgań własnych (np. dla drugiej), kiedy efekt zwisu cięga i pochodnej siły T jest stosunkowo mały i nie wpływa w sposób znaczący na wielkość błędu pomiaru.

W związku z powyższymi spostrzeżeniami, w celu wyznaczenia wartości siły osiowej w wancie T , wprowadzono trzy zasadnicze przedziały dla ξ , obowiązujące w zależności od wielkości zwisu cięga f , tj. odpowiednio $3 \leq \Gamma$ (dla małych zwisów) oraz $\Gamma \leq 3$ (dla relatywnie dużych zwisów) w wybranych postaciach:

$$T = \frac{4g_c}{g} (f_1^c L)^2 \left[1 - 2,20 \frac{C}{f_1^c} - 0,550 \left(\frac{C}{f_1^c} \right)^2 \right], \quad (6.42)$$

dla pierwszej częstości drgań własnych f_1^c , dla $17 \leq \xi$ i $3 \leq \Gamma$,

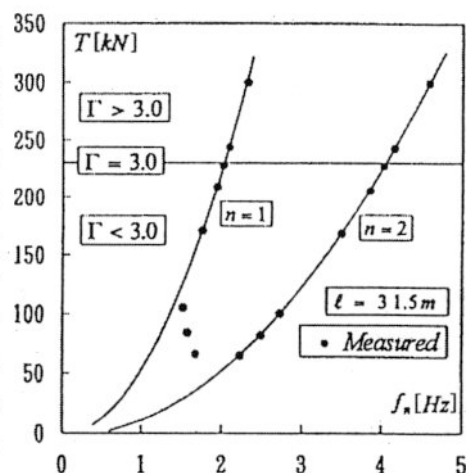
$$T = \frac{g_c}{g} (f_2^c L)^2 \left[1 - 4,40 \frac{C}{f_2^c} - 1,10 \left(\frac{C}{f_2^c} \right)^2 \right], \quad (6.43)$$

dla drugiej częstości drgań własnych f_2^c , dla $(60 \leq \xi$ i $\Gamma \leq 3)$.

W przypadku zarejestrowania częstości drgań własnych wyższego rzędu (dla cięgien o większych długościach, $n > 2$), siłę osiową T w wancie wyznacza się z zależności (6.44):

$$T = \frac{4g_c}{n^2 g} (f_n^c L)^2 \left(1 - 2,20 \frac{nC}{f_n^c} \right), \quad (6.44)$$

gdzie



Rys. 6.12. Porównanie wykresów zależności siły osiowej T w ciągu oraz częstości drgań własnych f_n^c dla średniej wartości bezwymiarowego parametru ξ , przy $g_c = 0,144$ kN/m i $EJ = 34,5$ kNm² [169]

$$C = \sqrt{\frac{EJg}{g_c L^4}}, \quad (6.45)$$

a

$$\Gamma = \sqrt{\frac{g_c L}{128EA\delta^3 \cos^5 \alpha}} \times \frac{0,31\xi + 0,5}{0,31\xi - 0,5}. \quad (6.46)$$

Wyznaczenie siły osiowej w wybranych wantach mostu. W celu wyznaczenia wartości sił osiowych w wybranych cięgnach mostu wantowego w Sieradzu (W1, W2 i W3) wykorzystano uzyskane z pomiarów ich częstotliwości drgań własnych, stosując podany wyżej algorytm. Innym celem wykonanych obliczeń siły osiowej T w tych elementach było zweryfikowanie dla cięgna W1 wyników otrzymanych z jej analizy geometrycznej na podstawie zmian strzałki zwisu.

Zasadniczą i niezbędną wielkością w trakcie oceny stopnia wyężenia wanty jest w tym przypadku zmierzona częstotliwość drgań własnych, a także znajomość jej parametrów geometrycznych i materiałowych. Dodatkowym elementem, wykorzystanym w rozpatrywanej analizie, jest znajomość strzałki zwisu wanty, który – choć nie wpływa bezpośrednio na obliczaną wartość siły osiowej – w pośredni sposób służy do jej kategoryzacji odnośnie wielkości zwisu w stosunku do całkowitej długości cięgiwy (6.46). Tak więc, pomimo braku wyników pomiarów odnośnie strzałek zwisów dla want W2 i W3, nie popełniając większego błędu dla elementów krótszych w stosunku do W1, do ich określenia zastosowano zależności (2.47) i (6.4) w relacji do znanych wielkości zwisów wanty W1.

Dla rozważanych want przyjęto stałą, obliczoną wcześniej, wartość modułu Younga na poziomie $E_w = 172$ GPa, ciężar własny – $g_c = 134,8$ N/m i przyspieszenie ziemskie $g = 9,81$ m/s², natomiast pole powierzchni przekroju A i moment bezwładności J podane zostały dla zależności (6.1).

Wyrażenie (6.31) wskazuje na potrzebę zastosowania do dalszych obliczeń wstępnej, szacunkowej wartości (projektowej) rozciągającej siły osiowej w wancie T_{obl} , która służy do wyznaczenia przedziału dla współczynnika ξ . W dalszej części rozważań udowodnione zostało, że nie ma większego wpływu na wynik końcowy duża precyzja w wyznaczeniu przedmiotowej wielkości, stąd też do dalszych obliczeń wykorzystano wyniki uzyskane ze wstępnej analizy modelu dyskretnego mostu MS-2Dpt. Do wyznaczenia wstępnego naciągu want T_1 założono, że ich wyężenie równoważy obciążenie stałe przęsła mostu (M-cw – tablica 6.3), natomiast dla określenia projektowej wartości siły osiowej T_2 pod dodatkowym obciążeniem pojazdem wykorzystano dodatkowe obciążenie modelu MS-2Dpt dla trzech schematów statycznych, tj. M-F_y (III, IV i V).

O ile różnica między założonym (obliczonym) wstępnym naciągiem want (T_{1-obl}), a naciągiem rzeczywistym (T_1) może być dość znacząca, to jednak różnica między stanami obciążenia 1 i 2 dla obu metod powinna wносить niewielkie zmiany.

W tablicy 6.9 zestawiono podstawowe dane wykorzystane w obliczeniach wielkości rzeczywistych sił osiowych w wantach przęsła nurtowego (od strony górnej wody), tj. W1-W3 w stanie nieobciążonym (1) oraz po przyłożeniu dodatkowego obciążenia w postaci pojazdu (stan 2).

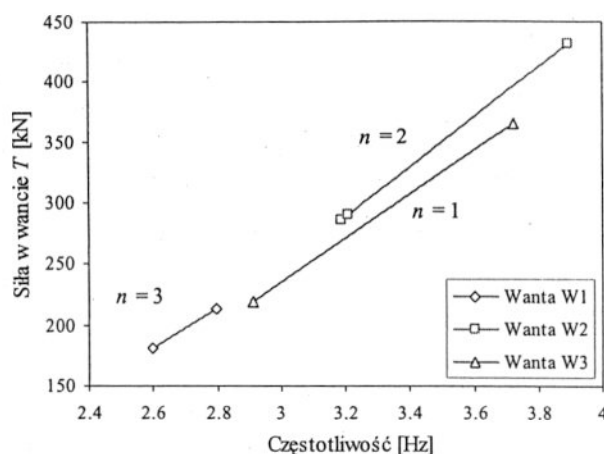
W kolumnie 12 tablicy 6.9 podano wartości obliczonych sił osiowych w cięgnach W1, W2 i W3 analizowanego mostu wantowego.

Dla najdłuższej liny przęsła nurtowego (P2) W1 przeprowadzono dodatkowe obliczenia z uwzględnieniem obliczonej wstępnie (projektowej) wartości siły osiowej, która dla stanu 1 wynosiła 84,7 kN, oraz z wykorzystaniem jej wartości wyznaczonej na podstawie rozważań dotyczących zmian geometrii (strzałek zwisu) cięgna, wynoszącej dla rzeczywistego stanu obciążenia 186,3 kN. Tak więc, przy ponad dwukrotnym wzroście wartości osiowej siły obliczeniowej T_{obl} , fakt ten nie wpłynął na wielkość ostateczną, która dla obu przypadków wynosiła $T_{W1(1)} = 180,6$ kN dla stanu obciążenia 1 oraz $T_{W1(2)} = 213,2$ kN dla stanu obciążenia 2. Jediną zmianą wynikłą z przyjęcia zmiennej wstępnej siły osiowej T_{obl} w cięgnię są wartości współczynników ξ i Γ (kolumny 5 i 9 tablicy 6.9), które mając

Tablica. 6.9. Wartości przyjętych wielkości i współczynników dla wyznaczenia siły osiowej T w wybranych cięgnach analizowanego mostu wawowego

Lp.	Oznaczenie wawy	Siła obliczeniowa w wawie $T_{obl}^{(1)}$ [kN]	Długość cięciwy cięga L [m]	Współczynnik ξ	Strzałka zwisu wawy f [m]	Kąt nachylenia wawy α [°]	$\delta = f/L_1$	Współczynnik		Zmierzone częstotliwości drgań własnych f_n^c [Hz]	Obliczona siła osiowa w cięgnię T [kN]
								Γ	C		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	W1	84,700	67,822	93	0,416	37°2'40"	7,685	1,36	12,417	$f_2^c = 1,718$	180,612
		186,337		138				1,35			
2.	W1	125,000	67,831	113	0,340	37°4'24"	6,282	1,83	12,413	$f_3^c = 2,796$	213,233
		228,187		153				1,82			
3.	W2	145,900	46,140	83	0,193	36°27'33"	5,201	1,99	26,828	$f_2^c = 3,210$	290,322
4.		297,000		118				2,68			
5.		142,000		82				2,03			
6.		142,900		41				4,16			
7.	W3	303,100	22,667	59	0,038	36°43'2"	2,091	5,59	111,161	$f_1^c = 3,721$	365,120

1) Wartości wyznaczone na podstawie wstępnej analizy teoretycznej modelu dyskretnego MS-2Dpt mostu (tablica 6.6).

Rys. 6.13. Wykresy zależności siły osiowej T w analizowanych wawach mostu W1, W2 i W3 od ich częstotliwości drgań własnych, odpowiednio dla $n = 3, 2$ i 1

decydujące znaczenie w fazie doboru stosownego algorytmu dla zależności δ nie wpłynęły na zmianę kategorii danego elementu (np. dla cięgien o względnie małym zwisie, przy $\Gamma > 3$).

Dzięki powyższym spostrzeżeniom, dla określenia rzeczywistych sił naciągów waw W2 i W3 – pomimo braku znajomości ich dokładnej wartości naciągu – wykorzystano wyniki dotyczące wstępnych sił osiowych uzyskane z analizy podstawowego modelu dyskretnego mostu (MS-2Dpt).

Na rysunku 6.13 przedstawiono w formie wykresów zależności częstotliwości drgań własnych f_n^c w funkcji obliczonych rozciągających sił osiowych T w analizowanych wawach dla dwóch stanów ich wyężenia (stan 1 i 2), oraz dodatkowo dla obciążenia zlokalizowanego w przęśle P5 mostu dla wawy W2. Analiza danych na przedstawionych wykresach pozwala na stwierdzenie, że przyrost siły T , porównywalny dla każdego z cięgien, w przypadku wawy W1 wystąpił dla najmniejszego przedziału częstotliwości drgań z uwagi na przyjęcie do rozważań trzeciej wartości własnej.

Jak wykazała analiza porównawcza przyrostu sił osiowych ΔT w poszczególnych cięgniach W1–W3 mostu z zastosowaniem omawianej metody, analizy numerycznej, jak również oceny wyężenia wawy W1 przy uwzględnieniu obowiązujących dla niej zależności geometrycznych (p. 6.3.4), metoda oceny stopnia wyężenia waw za pomocą pomiaru ich drgań własnych może być bardzo

przydatna nie tylko dla konstrukcji mostów wantowych.

Należy jednak dodać, że w miarę wzrostu długości wanty, wzbudzenie jej do dwóch pierwszych form drgań własnych jest dosyć trudne, a poza tym należy bezwzględnie przestrzegać zasady wzbudzania drgań w płaszczyźnie zwisu ciągu. Odstępstwo od niej wpływa zasadniczo na wiarygodność obliczanych sił osiowych T w linach, zgodnie z przedstawioną wyżej metodą.

6.3.6. Wyniki obliczeń numerycznych modeli mostu w zakresie obciążeń statycznych

Wyizolowane ciągnio (W1). W pierwszej fazie szczegółowych obliczeń stalowego mostu wantowego wykonano analizę statyczną jego najdłuższego ciągu w przęśle nurtowym – W1. Dotyczyła ona rozpoznania wielkości osiowych sił rozciągających w odniesieniu do znanych strzałek zwisów w stanach obciążeń 1 i 2 (stan drugi dotyczył obciążenia pojazdem przęsła nurtowego P2, zgodnie z III schematem obciążeń).

Wantę modelowano 24 ES o podziale zgodnym z rys. 6.1 (model WS-2D), niezbędne charakterystyki geometryczne wraz z obciążeniami podano odpowiednio w tablicach 6.1 i 6.3. Na ciągnio przyjęto stal o wyznaczonym doświadczalnie module Younga $E_w = 172$ GPa.

Z uwagi na nieliniowy charakter pracy takiego elementu, obliczenia zrealizowano z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej wykorzystując metodę przyrostowo-iteracyjną (iteracje NR). Zastosowano stałą liczbę kroków (50) oraz dwie krzywe czasowe, kontrolujące odpowiednio przyrost obciążenia grawitacyjnego – 1, oraz przykładanej siły osiowej wzdłuż cięciwy ciągu – 2. Postępowanie takie uzasadnione było rozbieżnością rozwiązań w początkowej fazie obliczeń dla obu wymienionych typów obciążeń stowarzyszonych z jednym wspólnym parametrem obciążenia λ – wówczas obciążenie w postaci ciężaru własnego wywoływało niestabilności układu (brak naciągu doprowadzał do powstania osobliwej globalnej macierzy sztywności). Stąd też, dla tego typu obciążenia zastosowano w pierwszych 10 krokach zerową wartość obciążenia, które następnie wzrastało do założonej wartości końcowej dla kroku 50. Z kolei zewnętrzne obciążenie osiowe przyłożono przyrostowo (liniowo) od 0 do założonej wartości końcowej.

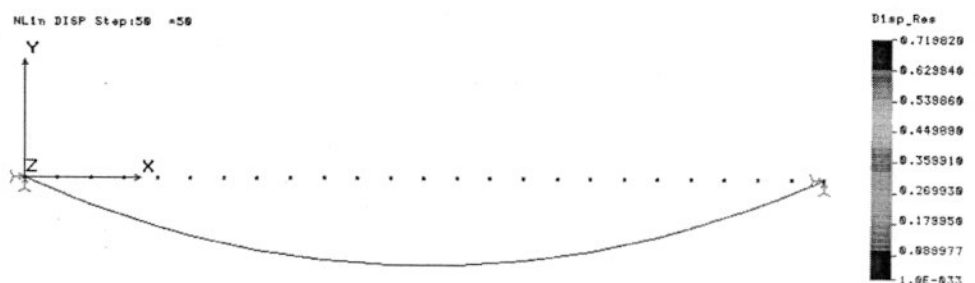
Obliczenia wykonano w trzech etapach, zakładając w pierwszym podpory stałe oraz siłę osiową w ciągnie zbliżoną do zera ($T = 1$ N ≈ 0 kN), w drugim – jedną podporę przesuwającą w kierunku OX i maksymalne spodziewane przemieszczenie pionowe w środku rozpiętości wanty $\delta_y = 332,26 \times 10^{-3}$ m (dla stanu 1) oraz w trzecim – maksymalne spodziewane przemieszczenie w środku rozpiętości wanty $\delta_y = 271,16 \times 10^{-3}$ m (dla stanu 2).

Dla analizowanych modeli ciągu WS-2D o 46 i 47 stopniach swobody powstał układ 50 równań ze 171 elementami globalnej macierzy sztywności przy szerokości półpasma macierzy 4.

W celu znale-

zienia przybliżonych wartości sił rozciągających w ciągnie dla znanych strzałek zwisu (stan 1 i 2), w początkowej fazie przyłożono

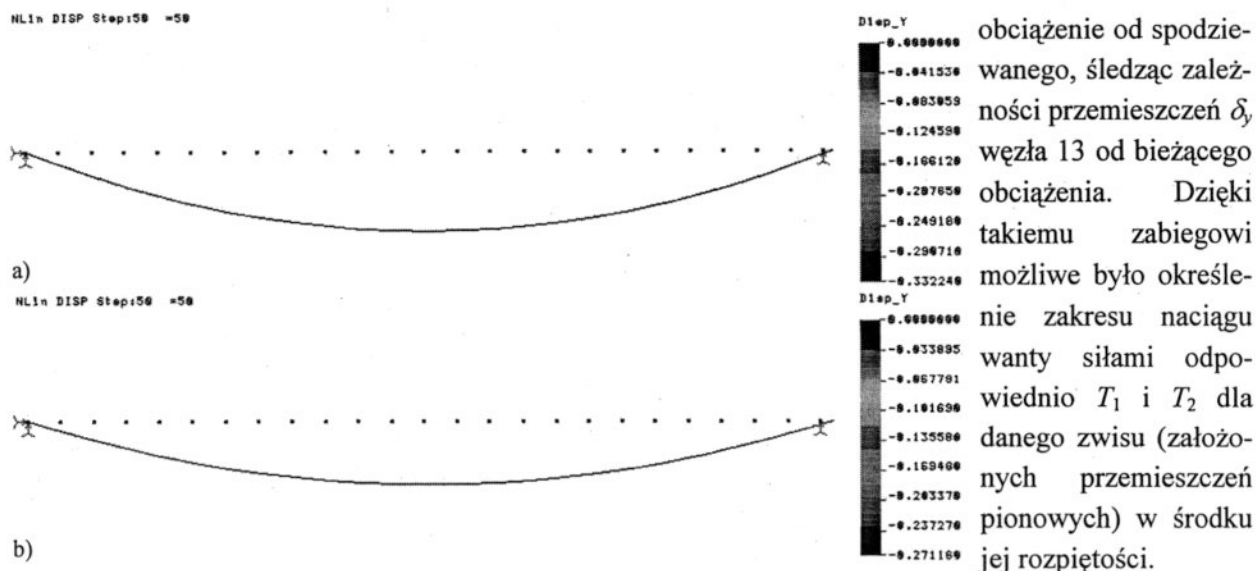
dwukrotnie większe



Rys. 6.14. Przemieszczenia uogólnione modelu dyskretnego wanty W1 (WS-2D) pod obciążeniem grawitacyjnym (I etap analizy ciągu) dla 50. kroku obciążenia w skali 10:1

Tablica 6.10. Zestawienie uzyskanych z obliczeń maksymalnych sił osiowych T w elementach ciągu w [kN] dla rozpatrywanych etapów obciążeń

Numer ES	Etapy:		
	I	II	III
1	2	3	4
1.	84,359	182,782	223,976
2.	84,347	182,777	223,972
3.	84,336	182,772	223,968
4.	84,327	182,768	223,964
5.	84,318	182,764	223,961
6.	84,311	182,760	223,958
7.	84,305	182,757	223,956
8.	84,299	182,755	223,954
9.	84,295	182,753	223,952
10.	84,292	182,752	223,951
11.	84,290	182,751	223,950
12.	84,289	182,750	223,950



Rys. 6.15. Przemieszczenia uogólnione modelu dyskretnego wanty W1 (WS-2D) pod obciążeniem grawitacyjnym i rozciągającą siłą osiową: a) T_1 (II etap analizy cięgna) oraz b) T_2 (II etap analizy) dla 50. kroku obciążenia w skali 20 : 1

modelu cięgna W1 obciążonego ciężarem własnym dla 50. kroku obciążenia wraz z warunkami brzegowymi.

Na rysunkach 6.15a i b pokazano maksymalne przemieszczenia węzłów modeli WS-2D dla etapów II i III analizy cięgna, tj. w stanach obciążeń 1 i 2. Podane na tych rysunkach wartości przemieszczeń pionowych odpowiadają siłom naciągu cięgna $T_1 = 182,750$ kN (rys. 6.15a) oraz $T_2 = 223,950$ kN (rys. 6.15b) odpowiednio dla stanów obciążenia 1 i 2.

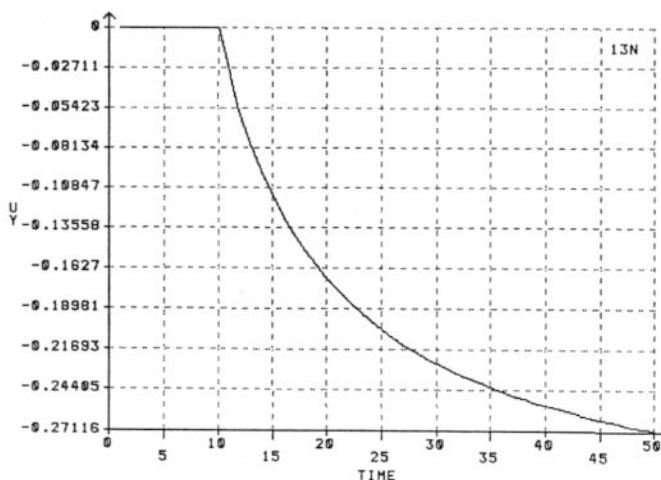
Maksymalną liczbę iteracji dla analizowanych przypadków obciążeń zarejestrowano dla etapu I w liczbie 75 oraz 65 i 64 odpowiednio dla II i III etapu (stany 1 i 2).

Przykładową zależność pionowego przemieszczenia δ_y węzła 13 od parametru obciążenia (ciężar własny i osiowa siła T_2) przyłożonego do modelu dyskretnego WS-2D wanty W1 dla III etapu analizy przedstawiono na rys. 6.16.

W tablicy 6.10 zestawiono uzyskane z obliczeń wartości sił osiowych T w elementach cięgna dla rozpatrywanych etapów obciążeń. Ze względu na symetrię modelu względem osi pionowej, wyniki podano dla pierwszych 12 ES.

Modele globalne mostu. Analizę całej konstrukcji badanego mostu wykonano w oparciu o 4 modele dyskretnie – 2 w układzie płaskim 2D (MS-2Dig1/2, rys. 6.4) oraz dwa w przestrzennym 3D (MS-3Dig1/2, rys. 6.5), w których uwzględniono zmierzone imperfekcje geometryczne pomostu i pylonu. Różnice między poszczególnymi dwoma modelami w obrębie danej grupy wynikała ze sposobu podziału want na ES. Charakterystyki geometryczne oraz materiałowe każdego elementu konstrukcyjnego mostu podano w tablicy 7.1 oraz opisano szczegółowo w p. 6.3.2 tego rozdziału.

Dla potrzeb analizy nieliniowej, oraz w celu wyeliminowania niestabilności układu wprowadzono minimalne wyrównane wstępne naciągi dla wszystkich want na podstawie danych uzyskanych z wstępnej analizy teoretycznej dla modelu dyskretnego MS-2Dpt.



Rys. 6.16. Zależność pionowego przemieszczenia δ_y węzła 13 od całkowitego obciążenia (ciężar własny i osiowa siła T_2) modelu WS-2D wanty W1 (etap III)

W celu uniezależnienia wyników od ciężaru własnego want (niezbędnego przy uwzględnianiu wpływu ich zwisu), obliczenia przeprowadzono dwuetapowo:

Etap I: $t' = 0-0,20$,

w którym przykładane było przyrostowo obciążenie grawitacyjne dla ES cięgien, pylonu i pomostu oraz

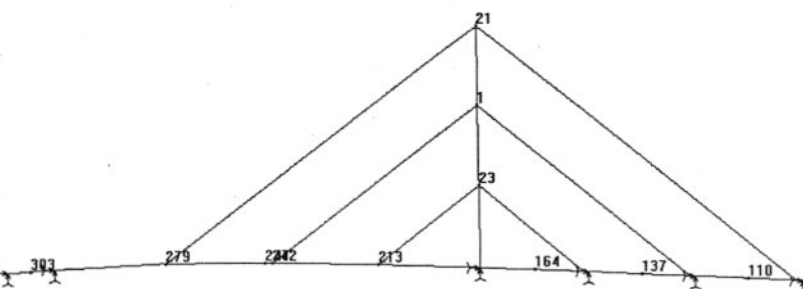
Etap II: $t' = 0,20-1,00$.

dla obciążenia w postaci pionowych sił skupionych (tablica 6.3), zgodnie z ośmioma schematami statycznymi obciążeń mostu, wg zależności (6.47):

$$\lambda = \lambda_{\max} \times \frac{t' - 0,20}{0,80} \quad (6.47)$$

Ze względu na potrzebę precyzyjnego śledzenia ścieżki rozwiązania, zastosowano stały krok przyrostowy obciążenia λ o wartości $t' = 0,02$.

Dla założonych modeli obliczeniowych mostu MS-2Dig1 i MS-2Dig2 powstały układy odpowiednio 968 i 1080 równań dla 321 elementów belkowych



Rys. 6.17. Numeracja wybranych węzłów modelu 2D mostu w analizie statycznej

oraz odpowiednio 6 i 62 elementów cięgnowych (rys. 6.4). Z kolei dla przestrzennych modeli obliczeniowych mostu (MS-3Dig1/2) wykorzystano 1050 elementów typu BEAM3D oraz odpowiednio 12 i 124 elementów cięgnowych (5924 i 6260 równań). Macierze globalnej sztywności liczyły odpowiednio 4850 i 5242 oraz 58680 i 60360 elementów przy szerokościach półpasów macierzy równych odpowiednio 13 w analizie 2D oraz 34 dla 3D. W tablicy 6.4 zestawiono całkowite liczby węzłów i elementów skończonych (ES) oraz stopni swobody dla każdego z analizowanych modeli dyskretnych.

Największą zbieżnością charakteryzowały się rozwiązania dla modeli nie uwzględniających nieliniowości geometrycznej związanej ze zwisem want, kiedy w pierwszych 10 przyrostach obciążenia średnia liczba iteracji wynosiła 16. W przypadku rozwiązań dla modeli MS-2D/3Dig2, ich liczba uległa zwiększeniu do średniej wartości 24 z niewielką różnicą między modelem płaskim 2D i przestrzennym 3D. Podane wartości dotyczą rozwiązań z założoną zbieżnością na poziomie $\varepsilon_T = 0,0001$.

Na rysunku 6.17 przedstawiono opis wybranych do dalszej analizy węzłów modelu płaskiego mostu, przy czym identyczną numerację zastosowano dla modelu przestrzennego (w płaszczyźnie od strony górnej wody w rzeczywistym moście). W celu zwiększenia przejrzystości przeprowadzonej analizy wyników, oznaczenia węzłów *bliźniaczych* w drugiej płaszczyźnie (równoległej i symetrycznej do pierwszej względem osi podłużnej mostu) zastosowano notację z nadaniem indeksu „prim”. Dla przykładu, odpowiednikiem symetrycznym węzła 1 w modelu 3D był węzeł 558, który zapisano jako 1’.

Wyniki przemieszczeń oraz sił wewnętrznych pogrupowano tabelarycznie dla pięciu typów analiz, tj. analizy według teorii I-rzędu przy założeniu stałej sztywności osiowej cięgien, oraz uwzględniającej ich zwis, nieliniowej z uwzględnieniem efektu dużych przemieszczeń i wpływu sił osiowych na zwiększenie sztywności elementów ściskanych osiowo, tzw. *in-plane effect* (NLG-B), analizy nieliniowej z uwzględnieniem jedynie zwisu want (NLG-W) oraz analizy II-rzędu z uwzględnieniem każdego z wymienionych współczynników nieliniowych (NLG-A).

Wyniki obliczeń pogrupowano w kolejności dla modeli płaskich 2D, a następnie przestrzennych 3D, przy czym ze względu na dużą ich liczbę, w pracy przedstawiono tylko wyniki wybrane, niezbędne w celach weryfikacyjnych z rezultatami otrzymanymi z badań.

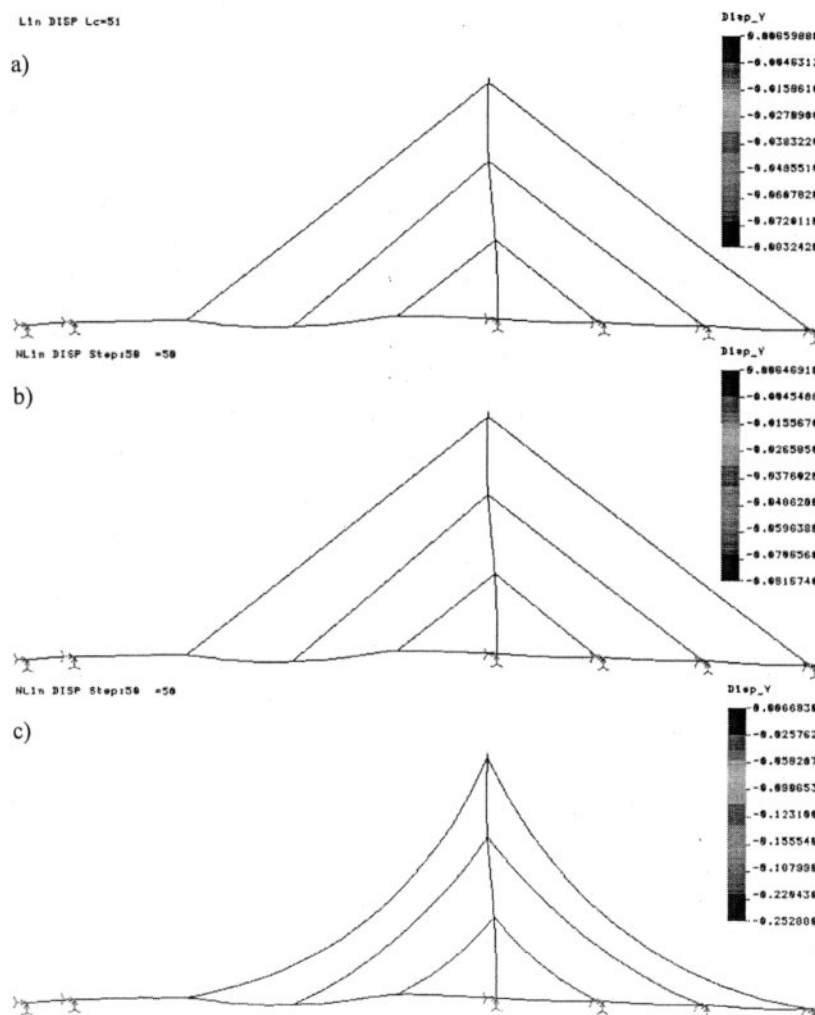
Tablica 6.11. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w $[10^{-3} \text{ m}]$ dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig1 dla analizy liniowej (L)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia pionowe dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	303	-3,69	4,17	0,95	0,85	-0,15	0,01	0,03	-0,18
2.	279	3,16	-84,87	-27,72	-27,06	3,40	-0,56	-0,04	3,48
3.	247	0,40	-25,58	-80,00	-79,60	-10,14	-0,40	2,00	-1,20
4.	242	0,00	-22,25	-78,00	-80,47	-12,98	-0,40	2,00	-1,20
5.	213	-0,40	2,39	-10,00	-14,23	-45,20	8,00	-3,60	0,40
6.	164	0,00	-0,60	-0,68	-0,52	8,84	-28,34	11,88	-3,88
7.	137	0,02	-0,02	1,88	1,80	-3,62	11,90	-33,62	14,15
8.	110	-0,14	3,50	-1,18	-1,39	0,67	-3,91	14,15	-44,97

Oznaczenia węzłów zgodne z rys. 6.17.

Na rysunku 6.18 przedstawiono porównanie przykładowych deformacji modeli dyskretnych mostu (MS-2Dig1 i MS-2Dig2) dla wykonanych analiz, odpowiednio liniowej (rys. 6.18a) i II-rzędu z uwzględnieniem dużych przemieszczeń (rys. 6.18b) oraz wszystkich wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych (rys. 6.18c). Załączone z prawej strony każdego rysunku skale odnoszą się do przemieszczeń pionowych δ_y .

W tablicach 6.11 i 6.12 zestawiono otrzymane wartości przemieszczeń odpowiednio pionowych δ_y (dla węzłów dźwigara głównego) i poziomych δ_x (węzły pylonu) dla I typu analiz, tj. dla obliczeń zgodnych z klasyczną liniową teorią dla ośmiu schematów obciążeń statycznych.

**Rys. 6.18.** Odształcone postacie płaskich modeli obliczeniowych mostu 2D w wyniku zastosowania analiz: a) liniowej (L), b) nieliniowej bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B) oraz c) z uwzględnieniem wszystkich wpływów II-rzędu (NLG-A) dla III schematu statycznego obciążeń

W tablicach 6.13–6.18 podano otrzymane wartości przemieszczeń dla tych samych węzłów zgodnie z przeprowadzonymi obliczeniami według teorii II-rzędu, przy czym w dwóch pierwszych zamieszczono wyniki dotyczące uwzględnienia wpływu dużych przemieszczeń (NLG-B), w dwóch następnych – przy uwzględnieniu wyłącznie wpływu zwisu want (NLG-W), zaś w dwóch ostatnich, tj. 6.17 i 6.18 – z zastosowaniem złożonej analizy nieliniowej w zakresie obciążeń statycznych dla ośmiu schematów obciążeń statycznych (NLG-A).

Na rysunkach 6.19 oraz 6.20 przedstawiono wykresy zależności przemieszczeń odpowiednio poziomych (równoległych do osi podłużnej mostu OX) oraz pionowych dla trzech punktów na wysokości pylonu A, B i C (tj. w węzłach 23, 1, 21) oraz dla trzech

Tablica 6.12. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach na wysokości pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig1 dla analizy liniowej (L)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia poziome dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	23 (A)	-0,07	0,96	-8,41	-10,77	-21,25	4,82	-2,56	0,56
2.	1 (B)	0,00	-8,64	-29,36	-29,52	-8,52	-0,32	1,88	-1,88
3.	21 (C)	1,16	-34,83	-13,93	-11,45	2,58	-0,08	-0,76	4,32

Oznaczenie węzłów zgodne z rys. 6.17.

Tablica 6.13. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig1 dla analizy nieliniowej (NLG-B)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia pionowe dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	303	-3,69	4,27	0,95	0,86	-0,14	0,01	0,03	-0,18
2.	279	3,14	-87,62	-28,62	-27,93	3,15	-0,65	-0,07	3,43
3.	247	0,21	-26,40	-81,78	-81,36	-10,75	-0,78	1,85	-1,16
4.	242	0,12	-22,73	-79,71	-82,15	-13,25	-0,62	1,77	-1,37
5.	213	-0,12	2,73	-9,52	-13,84	-45,26	8,26	-3,43	0,63
6.	164	0,01	-0,61	-0,82	-0,64	8,85	-28,21	11,77	-3,88
7.	137	0,02	-0,02	1,96	1,88	-3,62	11,88	-33,29	14,04
8.	110	-0,14	3,63	-1,21	-1,43	0,67	-3,90	14,02	-44,49

Tablica 6.14. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig1 dla analizy nieliniowej (NLG-B)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia poziome dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	23 (A)	-0,07	0,99	-8,26	-10,69	-21,36	4,82	-2,53	0,56
2.	1 (B)	0,03	-8,88	-29,99	-30,11	-8,61	-0,34	1,87	-1,84
3.	21 (C)	1,16	-36,09	-14,31	-11,77	2,42	-0,10	-0,74	4,29

Tablica 6.15. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig2 dla analizy nieliniowej (NLG-W)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia pionowe dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	303	-3,78	5,34	2,29	2,58	-0,22	0,06	-0,01	-0,09
2.	279	4,69	-115,37	-47,86	-48,87	2,19	-1,55	0,40	1,90
3.	247	0,69	-48,19	-117,97	-117,90	-24,42	1,21	0,32	0,16
4.	242	0,52	-44,42	-115,58	-118,94	-27,34	1,72	0,16	0,08
5.	213	-0,30	4,74	-18,42	-24,67	-55,04	14,37	-4,36	1,10
6.	164	0,04	-1,40	-0,52	-0,29	9,80	-29,11	12,05	-3,99
7.	137	-0,01	0,19	1,58	1,45	-4,10	12,10	-33,70	14,28
8.	110	-0,07	2,72	-1,18	-1,30	1,07	-4,00	14,28	-45,22

Tablica 6.16. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig2 dla analizy nieliniowej (NLG-W)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia poziome dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	23 (A)	-0,16	1,35	-15,85	-18,66	-25,30	6,19	-2,76	0,69
2.	1 (B)	0,20	-16,82	-42,06	-42,12	-16,59	1,29	0,88	-0,96
3.	21 (C)	1,68	-47,15	-24,47	-21,22	1,85	-0,52	-0,47	3,69

Tablica 6.17. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig2 dla analizy nieliniowej (NLG-A)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia pionowe dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	303	-3,74	5,17	2,34	2,68	-0,19	0,05	0,00	-0,09
2.	279	4,22	-108,01	-41,47	-41,79	2,66	-1,25	0,36	1,71
3.	247	0,64	-40,16	-102,38	-102,07	-18,82	0,31	0,61	-0,22
4.	242	0,48	-36,24	-100,11	-102,95	-21,47	0,65	0,48	-0,31
5.	213	-0,22	4,59	-14,30	-19,74	-50,00	11,00	-3,84	0,94
6.	164	0,03	-1,13	-0,52	-0,29	9,27	-28,39	11,79	-3,92
7.	137	0,00	0,21	1,60	1,47	-3,88	11,91	-33,35	14,16
8.	110	-0,07	2,59	-1,23	-1,34	0,97	-3,94	14,13	-44,72

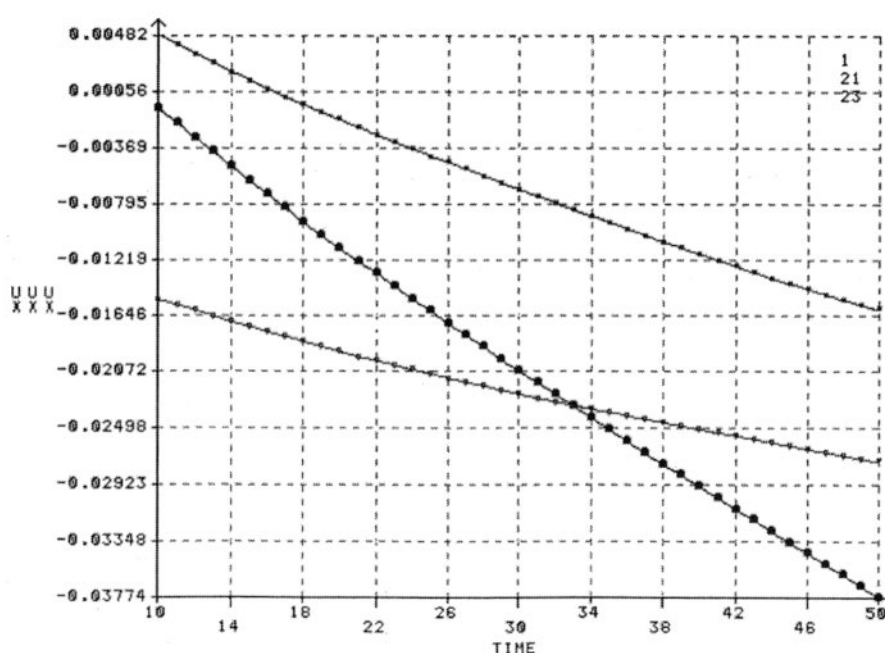
Tablica 6.18. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig2 dla analizy nieliniowej (NLG-A)

Lp.	Oznaczenie węzła	Przemieszczenia poziome dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	23 (A)	-0,12	1,37	-12,21	-14,90	-23,31	5,51	-2,63	0,68
2.	1 (B)	0,17	-14,04	-37,04	-37,10	-13,51	0,57	1,14	-1,21
3.	21 (C)	1,51	-43,93	-20,98	-17,95	2,29	-0,41	-0,49	3,62

węzłów na długości pomostu przęsła nurtowego P2 (węzły 213, 247 i 279) modelu płaskiego mostu (MS-2Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia (równoważnego III schematowi). Obydwa wykresy wykonano w oparciu o złożoną analizę dla nieliniowości geometrycznej NLG-A (tablica 6.2).

W tablicy 6.19 podano obliczone dla wszystkich typów rozważanych analiz wartości sił osiowych T w środkach długości każdego makroelementu ciągnowego danego płaskiego modelu mostu (MS-2D).

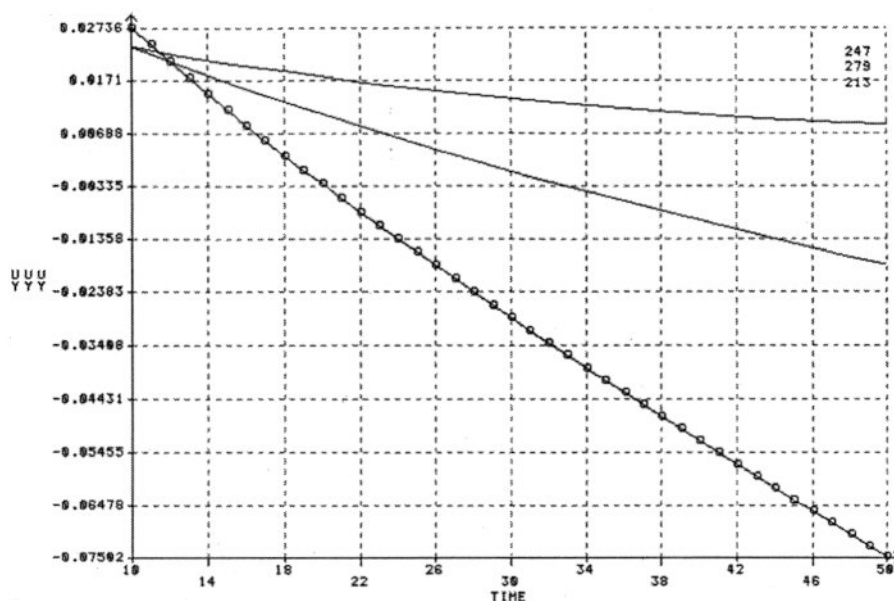
Na rysunku 6.21 przedstawiono przykładowe wykresy momentów zginających otrzymane w węzłach każdego elementu skończonego pomostu i pylonu od wstępnego naciągu want (rys. 6.21a) oraz od obciążenia pojazdem wg III schematu (rys. 6.21b) w wyniku zastosowania klasycznej teorii

**Rys. 6.19.** Wykresy zależności przemieszczeń poziomych δ_x dla trzech węzłów na wysokości pylonu (1, 21 i 23) modelu płaskiego mostu (MS-2Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia dla analizy NLGA (III schemat).

Oznaczenia węzłów zgodne z rys. 6.17

sprężystości.

W tablicy 6.20 zestawiono obliczone dla wszystkich typów analiz wartości momentów zginających M i sił osiowych N w wybranych węzłach modeli mostu, tj. na trzech wysokościach pylonu (A, B i C) oraz w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2 (punkt 10 wg oznaczenia na rys. 6.2). Podane wartości dotyczą wszystkich schematów obciążeń statycznych I-VIII. Wyniki momentów zginających i sił osiowych dla makroelementu pylonu



Rys. 6.20. Wykresy zależności przemieszczeń pionowych δ_y dla trzech węzłów przęsła nurkowego P2 (213, 247 i 279) modelu płaskiego mostu (MS-2Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia dla analizy NLGA (III schemat).
Oznaczenia węzłów zgodne z rys. 6.17

podano w ES znajdujących się poniżej zakotwień want.

W tablicy 6.21 podane zostały obliczone wartości sił osiowych w dwóch wahaczach przęsła P1 mostu dla trzech pierwszych schematów obciążeń, tj. I-III.

Obliczenia dla modeli przestrzennych MS-3D mostu wykonano dla trzech rodzajów analiz, tj. liniowej oraz II-rzędu z uwzględnieniem dużych przemieszczeń i wpływu sił osiowych na zwiększenie sztywności elementów ściskanych osiowo (NLG-B) i z

Tablica 6.19. Otrzymane z obliczeń wartości sił osiowych T w [kN] w wantach modeli płaskich mostu (MS-2D) dla rozważanych typów analiz oraz wszystkich schematów obciążeń statycznych

Lp.	Oznaczenie elementu	Siły osiowe T w wantach mostu dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Analiza liniowa (L)									
1.	316 (W1)	-3,312	96,772	33,848	29,024	-3,780	1,048	-2,264	6,160
2.	315 (W2)	0,072	31,212	128,972	135,544	17,527	0,177	2,956	-3,818
3.	318 (W3)	0,502	-18,453	35,482	43,160	140,883	-16,536	1,658	0,800
4.	317 (W4)	0,682	-21,171	26,783	33,403	139,014	-14,233	-0,948	2,787
5.	319 (W5)	-0,108	34,518	124,959	131,586	24,768	-2,380	5,476	-5,978
6.	320 (W6)	-3,355	99,222	43,106	38,898	-5,170	1,733	-3,045	7,093
Analiza NLG-B									
7.	W1	-3,307	100,049	34,812	29,833	-3,602	1,124	-2,234	6,112
8.	W2	0,079	32,294	131,438	137,954	17,740	0,223	2,933	-3,777
9.	W3	0,506	-19,162	34,731	42,833	141,441	-16,356	1,661	0,793
10.	W4	0,688	-21,918	26,317	33,172	139,686	-14,374	-0,967	2,755
11.	W5	-0,103	35,498	127,611	134,166	24,958	-2,271	5,437	-5,907
12.	W6	-3,349	102,769	44,188	39,830	-4,987	1,805	-3,009	7,032
Analiza NLG-W									
13.	335 (W1)	-1,808	77,563	25,044	21,656	-0,804	0,630	-0,855	2,797
14.	351 (W2)	-0,090	27,522	124,188	130,039	12,066	-0,170	1,021	-1,194
15.	358 (W3)	0,540	-11,337	48,825	55,438	146,874	-13,859	2,717	-0,596
16.	364 (W4)	0,703	-11,765	36,694	43,365	144,729	-10,856	0,353	0,924
17.	371 (W5)	-0,253	28,599	115,885	121,600	18,365	-2,693	3,101	-2,818
18.	380 (W6)	-1,784	79,461	35,119	32,612	-1,549	1,160	-1,421	3,472
Analiza NLG-A									
19.	W1	-1,752	74,468	22,939	19,671	-0,948	0,545	-0,910	3,120
20.	W2	-0,148	27,520	117,518	123,035	12,375	-0,074	1,492	-1,636
21.	W3	0,545	-14,674	42,382	49,405	140,555	-13,994	2,177	-0,292
22.	W4	0,712	-16,222	31,267	37,910	139,286	-12,001	-0,052	1,231
23.	W5	-0,295	28,984	111,572	117,039	18,554	-2,382	3,536	-3,262
24.	W6	-1,749	76,668	31,556	28,967	-1,936	1,112	-1,498	3,774

Oznaczenie elementów zgodne z rys. 6.2.

Tablica 6.20. Otrzymane z obliczeń wartości momentów zginających M w [kNm] i sił osiowych N w [kN] w wybranych ES pylonu i pomostu modeli MS-2D dla wszystkich schematów obciążeń statycznych

Lp.	Element i węzeł	Siły osiowe N i momenty zginające M w wybranych ES mostu dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Analiza liniowa (L)									
1.	Punkt A M	0,00	-7,20	-35,20	-32,80	45,60	-14,40	11,20	-6,40
	61 (23) N	4,74	-156,51	-270,34	-275,09	-246,63	23,71	0,00	-4,74
2.	Punkt B M	0,872	-11,84	42,37	42,93	-13,19	7,10	-7,86	8,21
	41 (1) N	4,46	-178,18	-213,82	-209,36	-22,27	0,00	0,00	0,00
3.	Punkt C M	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	20 (21) N	4,55	-135,53	-39,57	-31,84	6,37	-1,82	3,64	-9,10
4.	Punkt 10 M	4,00	-59,00	225,00	211,80	-48,00	8,00	-8,00	12,00
	244 (247) N	8,00	-172,00	-117,00	-104,90	-48,00	4,00	0,00	8,00
Analiza NLG-B									
5.	Punkt A M	-0,16	-7,61	-36,18	-33,92	45,49	-14,04	11,14	-6,25
	61 (23) N	4,03	-165,29	-275,56	-281,84	-251,96	21,94	-2,73	-5,10
6.	Punkt B M	0,873	-12,08	43,18	43,69	-13,24	7,02	-7,79	8,12
	41 (1) N	4,57	-183,64	-220,95	-213,71	-23,28	-0,56	-2,12	-2,34
7.	Punkt C M	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	20 (21) N	4,61	-140,45	-40,74	-32,78	5,97	-2,04	3,64	-9,11
8.	Punkt 10 M	2,40	-62,10	226,54	213,80	-48,20	6,70	-9,00	10,30
	244 (247) N	10,30	-162,00	-110,10	-97,40	-42,10	6,80	-0,10	6,80
Analiza NLG-W									
9.	Punkt A M	0,18	-19,07	-45,82	-43,13	47,07	-16,27	10,11	-4,93
	61 (23) N	1,90	-137,07	-267,26	-276,03	-256,11	18,85	-3,56	-1,90
10.	Punkt B M	0,91	-6,71	55,96	56,63	-7,84	5,56	-5,98	6,12
	41 (1) N	2,67	-144,66	-198,01	-192,88	-19,16	0,78	-1,34	-1,56
11.	Punkt C M	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	20 (21) N	2,50	-108,81	-31,15	-25,58	1,59	-1,25	1,59	-4,43
12.	Punkt 10 M	3,30	-50,20	284,72	273,50	-30,00	7,80	-4,90	4,10
	244 (247) N	15,20	-244,20	-162,70	-144,60	-56,40	11,70	-3,20	7,00
Analiza NLG-A									
13.	Punkt A M	0,10	-15,58	-41,23	-38,67	44,48	-14,26	10,00	-5,19
	61 (23) N	1,90	-127,35	-248,05	-256,71	-246,63	19,56	-3,44	-2,13
14.	Punkt B M	0,83	-8,37	49,65	50,19	-9,23	5,88	-6,24	6,40
	41 (1) N	2,67	-140,99	-187,54	-182,64	-19,16	0,56	-1,89	-1,34
15.	Punkt C M	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	20 (21) N	2,39	-104,72	-28,20	-22,97	1,93	-1,25	1,59	-4,78
16.	Punkt 10 M	3,00	-55,70	262,25	250,00	-33,90	6,20	-5,40	4,70
	244 (247) N	13,10	-210,30	-160,70	-145,40	-65,40	11,20	-2,30	5,30

Oznaczenie punktów zgodne z rys. 6.2, natomiast pierwsze liczby w kolumnie 2 oznaczają numer ES, a w nawiasie – numer węzła, w którym odczytywano wartość siły wewnętrznej.

Tablica 6.21. Otrzymane z obliczeń wartości sił osiowych N w [kN] w wahaczach modeli płaskich mostu (MS-2D) dla rozważanych typów analiz oraz trzech pierwszych schematów obciążeń statycznych

Lp.	Oznaczenie elementu	Siły osiowe N w wahaczach przęsła P1 modeli mostu dla schematu obciążeń:					
		I	II	III	I	II	III
1	2	3	4	5	6	7	8
Analizy:		liniowa (L)			nieliniowa (NLG-B)		
1.	323 (PL)	-62,480	38,252	2,320	-62,287	39,535	2,307
2.	324 (F1)	-64,760	-305,707	-130,000	-64,950	-284,538	-120,867
Analizy:		nieliniowa (NLG-W)			nieliniowa (NLG-A)		
3.	315 (PL)	-63,513	49,338	4,445	-62,466	47,737	4,495
4.	316 (F1)	-62,946	-478,100	-191,372	-64,054	-410,171	-189,694

W nawiasach podano lokalizację danego ES, tj. nad przyczółkiem lewobrzeżnym (PL) oraz filarem 1 (F1).

uwzględnieniem wszystkich wpływów nieliniowych – NLG-A (tablica 6.2). Do wyznaczenia wartości przemieszczeń i sił wewnętrznych zastosowano trzy wybrane schematy statyczne, wszystkie dla przęsła nurtowego P2, tj. II, III i V.

Na rysunku 6.22 przedstawiono przykładowe deformacje modeli dyskretnych mostu (MS-3Dig1 i MS-3Dig2) dla analizy nieliniowej NLG-B (rys. 6.22a) i NLG-A (rys. 6.22b) dla III schematu obciążeń.

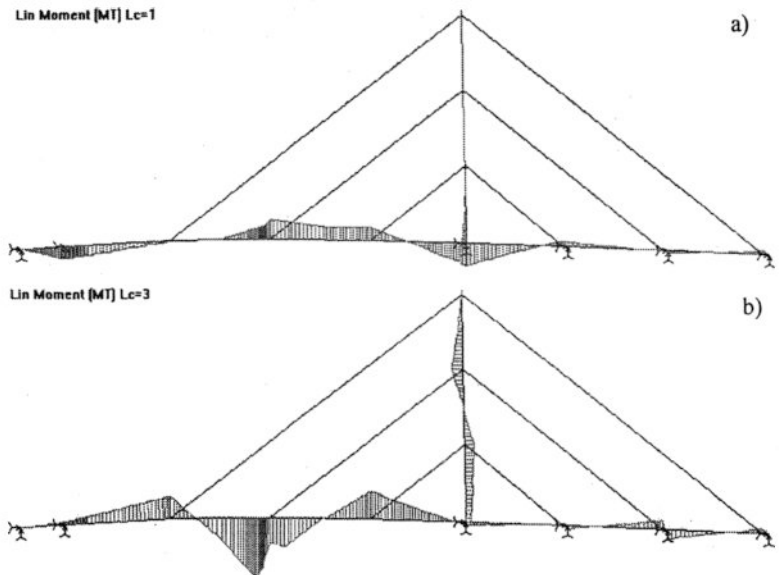
W tablicach 6.22 i 6.23 zestawiono otrzymane wartości przemieszczeń dla wszystkich rodzajów wykonanych analiz (L, NLG-B i NLG-A) dla trzech

schematów obciążeń statycznych w wyniku zastosowania przestrzennych modeli obliczeniowych.

Na rysunku 6.23 przedstawiono wykresy zależności przemieszczeń poziomych (równoległych do

Tablica 6.22. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń pionowych δ , w wybranych węzłach pomostu w [$\times 10^{-3}$ m] modeli MS-3Dig1 i 2 dla analizy liniowej (L) i nieliniowych NLG-B i NLG-A dla II, III i V schematu obciążeń

Lp.	Rodzaj analizy	Oznaczenie węzła	Przemieszczenie pionowe dla schematu obciążeń:		
			II	III	V
1	2	3	4	5	6
1.	L	303 / 303' (505)	4,13 / 4,14	0,96 / 1,01	-0,17 / -0,18
		279 / 279' (481)	-85,13 / -86,43	-28,56 / -29,76	3,64 / 3,96
		247 / 247' (449)	-26,66 / -27,31	-81,20 / -82,26	-10,58 / -10,16
		242 / 242' (444)	-23,02 / -23,67	-79,20 / -80,79	-13,41 / -12,99
		213 / 213' (415)	2,99 / 3,02	-9,60 / -10,00	-44,79 / -44,20
		164 / 164' (367)	-0,72 / -0,68	-0,76 / -0,72	8,80 / 8,84
		137 / 137' (340)	0,05 / 0,06	1,92 / 1,92	-3,61 / -3,61
		110 / 110' (312)	3,47 / 3,47	-1,18 / -1,18	0,66 / 0,66
2.	NLG-B	303 / 303'	4,24 / 4,25	0,99 / 1,03	-0,16 / -0,17
		279 / 279'	-87,89 / -89,23	-29,48 / -30,70	3,42 / 3,72
		247 / 247'	-27,26 / -28,10	-82,66 / -83,97	-10,78 / -10,62
		242 / 242'	-23,47 / -24,10	-80,49 / -82,20	-13,28 / -13,09
		213 / 213'	2,96 / 3,13	-9,37 / -9,62	-45,21 / -44,43
		164 / 164'	-0,71 / -0,71	-0,86 / -0,84	8,85 / 8,85
		137 / 137'	0,05 / 0,05	2,00 / 2,00	-3,62 / -3,63
		110 / 110'	3,60 / 3,60	-1,20 / -1,20	0,66 / 0,66
3.	NLG-A	303 / 303'	5,15 / 5,16	2,45 / 2,46	-0,21 / -0,22
		279 / 279'	-109,03 / -110,84	-43,44 / -45,13	2,79 / 3,06
		247 / 247'	-42,61 / -44,07	-105,39 / -107,43	-19,42 / -19,39
		242 / 242'	-38,61 / -39,81	-102,91 / -105,41	-22,03 / -21,94
		213 / 213'	4,66 / 4,85	-14,05 / -14,43	-49,69 / -48,87
		164 / 164'	-1,24 / -1,24	-0,60 / -0,57	9,24 / 9,24
		137 / 137'	0,26 / 0,26	1,61 / 1,61	-3,90 / -3,79
		110 / 110'	2,58 / 2,58	-1,20 / -1,19	0,99 / 0,99
Oznaczenie węzłów zgodne z rys. 6.17 oraz notacją zamieszczoną w tekście. W nawiasach podano rzeczywistą numerację węzłów dla elementów zlokalizowanych w płaszczyźnie symetrycznej względem osi podłużnej modelu mostu.					



Rys. 6.21. Wykresy momentów zginających w ES pomostu i pylonu płaskich modeli obliczeniowych 2D mostu w wyniku analizy liniowej (L) dla przypadku: a) wstępnego naciągu want oraz b) od obciążenia pojazdem zgodnie z III schematem

osi OX) dla trzech punktów na wysokości pylonu (tj. w węzłach 1, 21 i 23) modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia w wyniku zastosowania kompleksowej analizy nieliniowej (NLG-A).

Na rysunku 6.24 przedstawiono wykresy zależności przemieszczeń poziomych (prostopadłych do osi OX) dla trzech węzłów pylonu 1, 21 i 23 modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig2) w funkcji obciążenia dla analizy NLG-B.

Wykres podany na rys. 6.25 przedstawia z kolei zależności przemieszczeń pionowych (wzdłuż osi OY)

dla czterech węzłów dźwigara od strony górnej wody (pierwsza płaszczyzna) w najdłuższym przęśle P2, tj. 213, 242, 247 i 279 modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig2) w funkcji obciążenia wg III schematu dla analizy nieliniowej NLG-A.

W tablicy 6.24 zestawiono obliczone dla wszystkich typów wykonanych analiz wartości sił osiowych T w środkach długości makroelementów ciągnowych przestrzennych modeli mostu (MS-3Dig1/2).

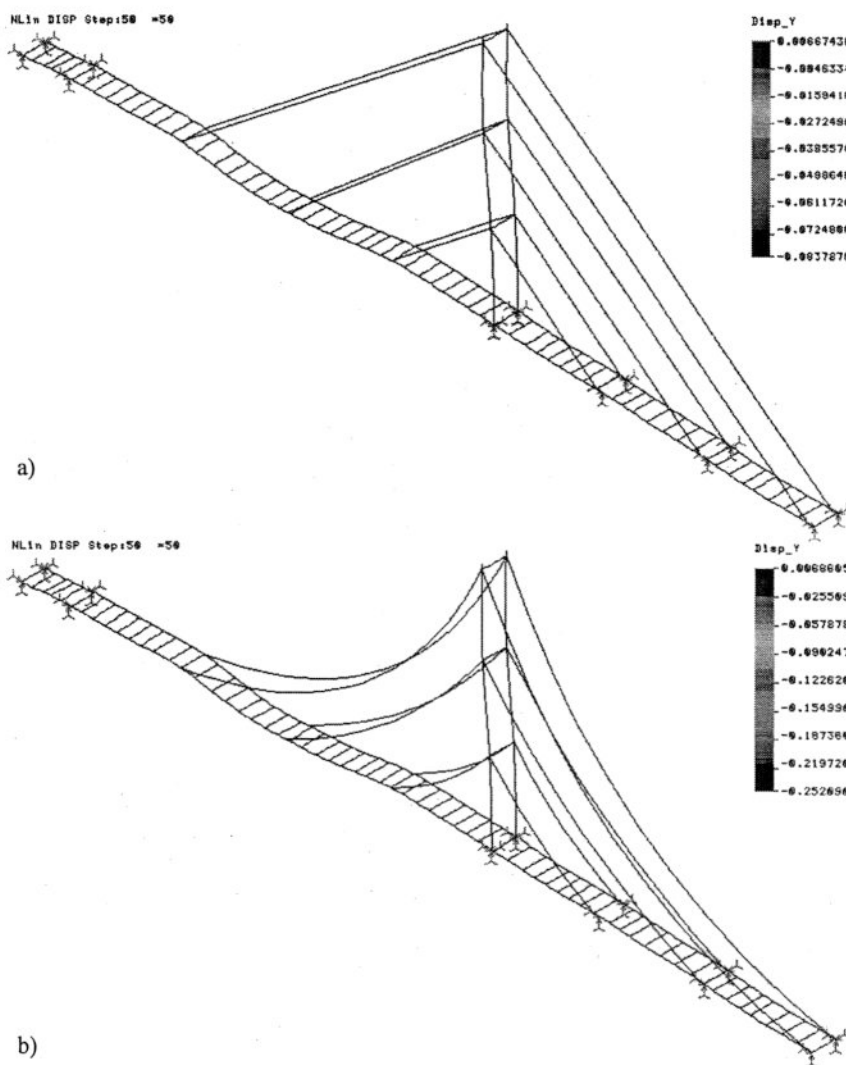
W tablicy 6.25 zestawiono obliczone dla podanych typów analiz wartości momentów zginających M_y i M_z (równoważnych momentom zginającym M dla modeli płaskich) oraz sił osiowych N w wybranych przekrojach pierwszej płaszczyzny modelu przestrzennego mostu, tj. na trzech wysokościach pylonu (A, B i C), a także w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2, (punkt 10, zgodnie z oznaczeniami na rys. 6.2). Podane wartości dotyczą wybranych trzech schematów obciążeń statycznych II, III i V.

W tablicy 6.26 zestawiono obliczone wartości sił osiowych w czterech wahaczach pierwszego przęsła P1 modelu

dyskretnego mostu dla II i III schematu obciążeń w ramach analiz liniowej (L), nieliniowej bez uwzględnienia i z uwzględnieniem zwisu want, odpowiednio NLG-B oraz NLG-A.

6.3.7. Analiza wyników obliczeń

Wyzolowane ciągnio. W wyniku wykonanych obliczeń dla



Rys. 6.22. Odształcone postacie przestrzennych modeli obliczeniowych mostu 3D w wyniku zastosowania analiz: a) nieliniowej bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B) oraz b) z uwzględnieniem wszystkich wpływów II-rzędu (NLG-A) dla III schematu statycznego obciążeń

Tablica 6.23. Zestawienie otrzymanych wartości przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [$\times 10^{-3}$ m] modeli MS-3Dig1 i 2 dla analizy liniowej (L) oraz nieliniowych NLG-B i NLG-A dla II, III i V schematu obciążeń

Lp.	Rodzaj analizy	Oznaczenie węzła	Przemieszczenie poziome dla schematu obciążeń:		
			II	III	V
1	2	3	4	5	6
1.	L	23 (A) / 599 (A')	1,02 / 1,04	-8,23 / -8,84	-21,24 / -21,14
		1 (B) / 619 (B')	-8,98 / -9,16	-29,68 / -30,12	-8,52 / -8,34
		21 (C) / 639 (C')	-34,91 / -34,95	-14,29 / -14,59	2,74 / 2,89
2.	NLG-B	A / A'	1,05 / 1,07	-8,11 / -8,74	-21,35 / -21,26
		B / B'	-9,22 / -9,42	-30,32 / -30,75	-8,61 / -8,43
		C / C'	-36,20 / -36,21	-14,69 / -15,01	2,60 / 2,76
3.	NLG-A	A / A'	1,41 / 1,41	-12,01 / -11,90	-23,24 / -23,29
		B / B'	-14,95 / -15,17	-37,96 / -37,89	-13,75 / -13,88
		C / C'	-44,38 / -44,48	-21,92 / -21,92	2,34 / 2,37

Oznaczenie węzłów zgodnie z rys. 6.17 oraz notacją zamieszczoną w tekście.

najdłuższej wanty mostu (W1) otrzymano wielkości przemieszczeń i wewnętrznych sił osiowych oraz ich przebiegi w czasie iteracyjnego przyrostu obciążenia. Rezultaty ugięć cięgna zostały przedstawione na rys. 6.14–6.16. Potwierdzono, że wielkości zwisów analizowanej wanty W1 pod obciążeniem ciężarem własnym przebiegały odwrotnie proporcjonalnie do

Tablica 6.24. Zestawienie otrzymanych z obliczeń wartości sił osiowych T w wantach mostu w [kN] dla trzech wybranych schematów obciążeń statycznych (II, III, V)

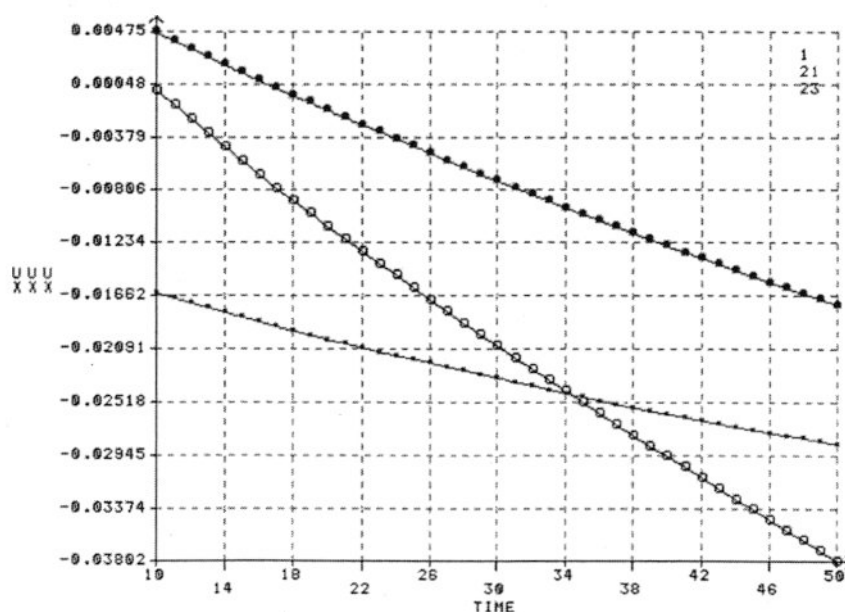
Lp.	Rodzaj analizy	Oznaczenie elementu	Schematy obciążeń:		
			II	III	V
1		2	4	5	7
1.	L	1041 (W1) / 1042 (W1')	97,094 / 96,752	35,030 / 35,298	-4,070 / -4,217
		1043 (W2) / 1044 (W2')	32,367 / 33,950	130,128 / 132,849	17,653 / 16,938
		1045 (W3) / 1046 (W3')	-19,585 / -20,647	34,425 / 35,590	140,724 / 139,718
		1047 (W4) / 1048 (W4')	-22,385 / -22,816	26,168 / 28,585	138,920 / 137,989
		1049 (W5) / 1050 (W5')	35,887 / 36,639	126,373 / 128,321	24,798 / 24,266
		1051 (W6) / 1052 (W6')	99,514 / 99,490	44,255 / 44,961	-5,428 / -5,655
2.	NLG-B	W1 / W1'	100,410 / 100,050	36,066 / 36,346	-3,903 / -4,054
		W2 / W2'	33,432 / 35,043	132,503 / 135,091	17,839 / 17,112
		W3 / W3'	-20,262 / -21,238	33,825 / 35,232	141,320 / 140,376
		W4 / W4'	-23,107 / -23,458	25,783 / 28,278	139,632 / 138,747
		W5 / W5'	36,868 / 37,649	128,927 / 130,822	24,960 / 24,432
		W6 / W6'	103,091 / 103,061	45,413 / 46,104	-5,259 / -5,488
3.	NLG-A	1053 (W1) / 1077 (W1')	74,628 / 74,460	24,035 / 24,318	-1,000 / -1,045
		1093 (W2) / 1101 (W2')	28,333 / 29,165	117,960 / 119,633	11,941 / 11,222
		1108 (W3) / 1114 (W3')	-15,865 / -16,223	42,238 / 43,846	140,888 / 139,971
		1120 (W4) / 1126 (W4')	-17,346 / -17,076	31,343 / 34,104	139,831 / 138,917
		1133 (W5) / 1141 (W5')	29,751 / 29,919	111,913 / 113,084	17,886 / 17,400
		1150 (W6) / 1160 (W6')	76,891 / 76,927	32,784 / 33,333	-1,938 / -2,026

Oznaczenie elementów zgodne z rys. 6.2 oraz notacją zamieszczoną w tekście.

przyrostu obciążenia zewnętrznego w postaci siły skupionej przyłożonej do jednego z jej końców.

Po wykonanych obliczeniach okazało się, że rozkład sił osiowych w takim cięgnie jest dla każdego analizowanego przypadku równomierny, z różnicą nie przekraczającą 0,09% dla obciążenia ciężarem własnym oraz 0,02% dla obciążenia siłą osiową. Największe wartości sił osiowych T zarejestrowano w strefach przypodporowych, zaś najmniejsze w środku rozpiętości cięgna (tablica 6.10).

Przebieg przemieszczeń pionowych δ , wszystkich *przęsłowych* węzłów modelu obliczeniowego cięgna wykazuje silnie nieliniowy charakter, co uwidocznione jest na rys. 6.16, na którym przedstawiono



Rys. 6.23. Wykresy zależności przemieszczeń poziomych δ_x dla trzech węzłów na wysokości pylonu (1, 21 i 23) w pierwszej płaszczyźnie modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia dla analizy NLG-A (schemat III)

zależność przemieszczenia pionowego dla węzła 13 (w środku rozpiętości analizowanego cięgna) w funkcji parametru obciążenia w zakresie 0,20–1,00.

Zauważono, że wzrost siły naciągu w cięgnie o 22,5% w stosunku do stanu pierwotnego, redukuje wielkość strzałki zwisu również – niemal dokładnie – o 22,5%. Można zatem wnioskować, że zależności te pozostają w stosunku do siebie w ścisłej wprost proporcjonalnej zależności. Spostrzeżenie to jest niezwykle istotne w perspektywie empirycznej

oceny wyężenia cięgien nie tylko w konstrukcjach mostów wawowych.

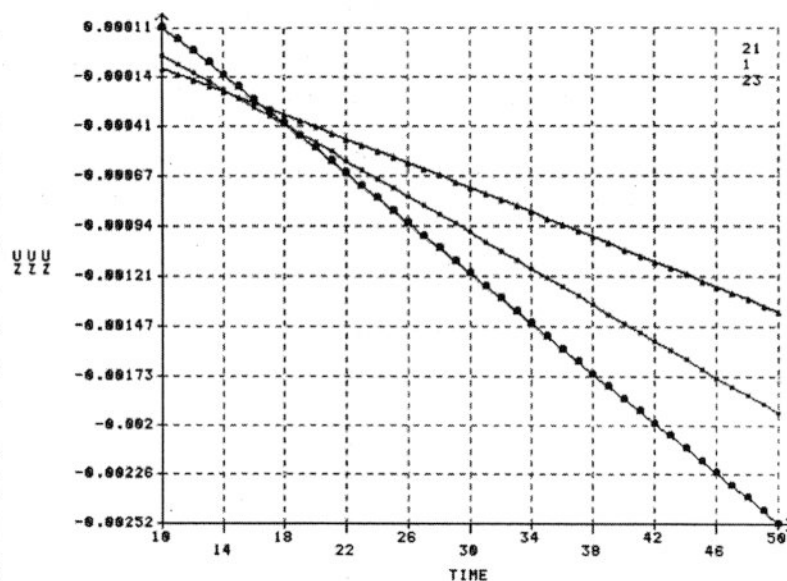
Porównując otrzymane z MES wartości osiowych sił rozciągających w linie na poziomach odpowiednio $T_1 = 182,750$ kN (rys. 6.15a) oraz $T_2 = 223,950$ kN (rys. 6.15b), odpowiadające stanom obciążenia odpowiednio 1 i 2, dla założonych strzałek jego zwisu są nie tylko w dobrej zgodności z interpretacją przeprowadzoną wg zależności geometrycznych dla krzywej łańcuchowej (6.3), ale również z uzyskanymi wartościami dla oceny wyężenia cięgien metodą pomiaru ich drgań własnych (tablica 6.27). Rozważając natomiast przyrost siły

osiowej w cięgnię, tj. $\Delta T = T_2 - T_1$, wartość otrzymana w wyniku analizy geometrii wg krzywej łańcuchowej jest większa tylko o 1,6% w stosunku do wyniku MES, a w przypadku wyniku otrzymanego z analizy częstości drgań własnych różnica ta jest bardziej spektakularna, gdyż wynosi 20,8%.

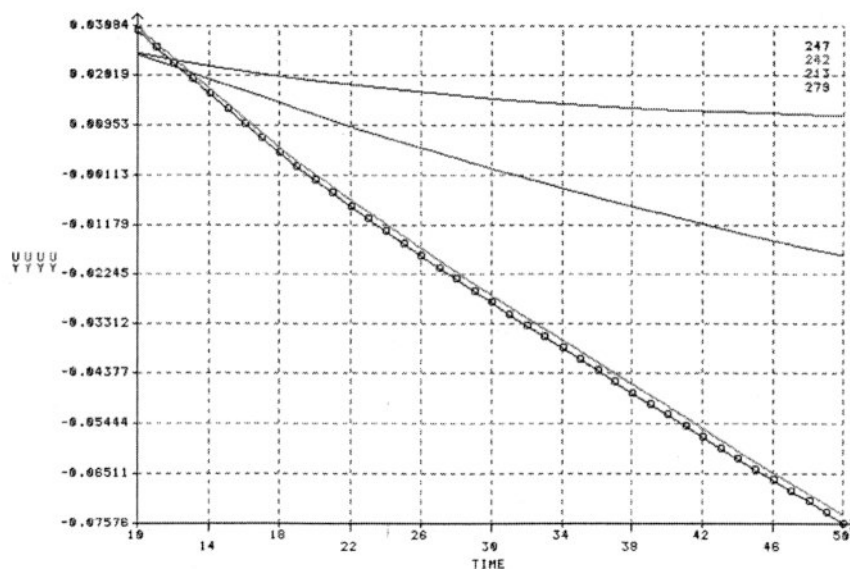
Z kolei uzyskane wartości przemieszczeń poziomych δ_x na prawej podporze cięga (węzeł 25) wskazują na powstałe odkształcenia sprężyste, ale wynikają one również z wpływu tzw. efektu *prostowania się* liny (rys. 6.15). Na uwagę zasługuje podejście do pierwotnego stanu wyężenia cięga, dla którego charakteryzuje go pewien – początkowy – przyrost przemieszczeń nie podpartego w poziomie końca. Idealnym rozwiązaniem, odwzorowującym stan rzeczywisty tego makroelementu, byłoby więc uzyskanie pierwotnej długości cięgiwy L_1 dla stanu obciążenia 1 (rys. 6.8). Z drugiej strony, uzyskana w wyniku przeprowadzonej analizy różnica w przemieszczeniach ΔL węzła 25 dla stanów 1 i 2 jest w 4% zgodności z wynikami pomiarów na rzeczywistym obiekcie, co świadczy o słuszności postawionych założeń.

Analiza stanu deformacji rozważanego modelu cięga (WS-2D) o zmiennych warunkach

brzegowych pozwoliła ponadto na stwierdzenie niemal pełnej zbieżności przemieszczeń pionowych węzłów rozlokowanych na jego długości z rzędnymi otrzymanymi wg równania dla krzywej łańcuchowej. Zgodność ta dotyczy w większej mierze środkowej części L (2/5–3/5) zwisającej pod ciężarem własnym liny (99,5%) dla cięga obustronnie zamocowanego (rys. 6.14), przy czym dla jednej podpory przesuwnej w poziomie (rys. 6.15) zgodność ta znajduje się w rozszerzonym zakresie L (1/3–2/3) na poziomie 99,0%.



Rys. 6.24. Wykresy zależności przemieszczeń poziomych (poprzecznych – δ_x) dla trzech węzłów na wysokości pylonu (1, 21 i 23) modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig1) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia dla analizy NLG-B (schemat III)



Rys. 6.25. Wykresy zależności przemieszczeń pionowych δ_y dla czterech węzłów przęsła P2 (213, 242, 247 i 279) modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig2) z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w funkcji obciążenia dla analizy NLG-A (schemat III)

Modele globalne mostu.**• Analiza wyników przemieszczeń w modelach obliczeniowych mostu****a) Przemieszczenia pomostu.**

Podobnie jak w przypadku analizy pojedynczego ciągu, w wyniku wykonanych obliczeń otrzymano wielkości przemieszczeń wraz z ich przebiegami w czasie dla iteracyjnych przyrostów obciążenia. Rezultaty przemieszczeń pionowych w wybranych węzłach dźwigara głównego zostały zestawione w tablicach 6.11, 6.13, 6.15, 6.17 i 6.22. Dodatkowo, wybrane wyniki przedstawiono w postaci graficznej na rys. 6.6, 6.18 i 6.22. W zasadzie dla wszystkich analizowanych przypadków wielkości te przebiegały proporcjonalnie do przyrostu obciążenia zewnętrznego.

Porównanie przebiegów ugięć wykazało największe przemieszczenia dla dźwigara głównego najdłuższego przęsła mostu P2, niezależnie od rodzaju zastosowanego modelu obliczeniowego oraz

Tablica 6.25. Zestawienie otrzymanych z obliczeń wartości momentów zginających M w [kNm] i sił osiowych N w [kN] w wybranych węzłach ES pylonu i pomostu dla II, III i V schematu obciążeń statycznych

Lp.	Rodzaj analizy	Element i węzeł	Schematy obciążeń:		
			II	III	V
1	2	3	4	5	6
1.	L	Punkt A/A' M	-8,00 / -8,68	-35,60 / -36,64	45,40 / 45,80
		61 / 591 M_y	-0,816 / -816	-0,692 / -0,692	-0,048 / -0,052
		(23 / 599) N	-156,51 / -161,20	-270,34 / -279,74	-246,63 / -246,55
		Punkt B/B' M	-11,24 / -10,52	42,75 / 43,49	-13,04 / -13,20
		41 / 611 M_y	0,108 / 0,108	0,252 / 0,248	0,032 / 0,032
		(1 / 619) N	-182,64 / -178,14	-218,27 / -218,22	-22,27 / -17,81
		Punkt C/C' M	0,172 / -0,172	0,21 / -0,21	-0,040 / 0,036
		20 / 631 M_y	0,312 / 0,316	0,072 / 0,076	-0,004 / -0,004
		(21 / 639) N	-135,98 / -135,60	-40,93 / -41,41	6,82 / 6,83
		Punkt 10/10' M	-62,90 / -60,40	220,50 / 223,30	-48,07 / -48,07
2.	NLG-B	244/440 (247/449) N	-176,70 / -173,40	-125,03 / -92,96	-48,00 / -64,00
		Punkt A/A' M	-8,59 / -9,12	-36,72 / -37,78	45,33 / 45,76
		M_y	-0,865 / -0,865	-0,674 / -0,674	-0,066 / -0,066
		N	-166,00 / -166,30	-277,80 / -284,20	-251,50 / -248,60
		Punkt B/B' M	-11,51 / -10,77	43,50 / 44,19	-13,12 / -13,28
		M_y	0,115 / 0,114	0,281 / 280	0,030 / 0,030
		N	-186,20 / -186,60	-224,18 / -227,00	-22,90 / -21,80
		Punkt C/C' M	0,179 / -0,178	0,201 / -0,201	-0,038 / 0,038
		M_y	0,331 / 0,332	0,079 / 0,080	-0,005 / -0,006
		N	-141,10 / -140,50	-42,10 / -42,70	6,40 / 6,60
3.	NLG-A	Punkt 10/10' M	-65,20 / -61,80	222,10 / 227,45	-48,40 / -46,30
		N	-166,50 / -162,30	-116,60 / -83,20	-40,60 / -60,70
		Punkt A/A' M	-17,15 / -17,73	-42,65 / -43,69	43,90 / 44,38
		M_y	-0,664 / -0,664	-0,547 / -0,546	-0,065 / -0,065
		N	-127,10 / -127,70	-249,95 / -255,44	-246,39 / -243,82
		Punkt B/B' M	-7,13 / -6,52	50,81 / 51,32	-8,76 / -8,99
		M_y	0,090 / 0,090	0,235 / 0,234	0,016 / 0,016
		N	-142,55 / -142,50	-189,54 / -191,39	-18,37 / -17,48
		Punkt C/C' M	0,117 / -0,116	0,129 / -0,129	-0,03 / 0,03
		M_y	0,248 / 0,249	0,045 / 0,046	0,003 / 0,002
		N	-105,06 / -104,78	-29,33 / -29,92	2,05 / 2,16
		Punkt 10/10' M	-57,48 / -49,20	261,10 / 272,20	-32,50 / -29,00
		N	-219,60 / -211,90	-173,60 / -140,00	-65,20 / -82,80

Oznaczenie elementów zgodne z rys. 6.2, natomiast pierwsze liczby w kolumnie 2 oznaczają numer ES, a w nawiasie – numer węzła, w którym odczytywano wartość siły wewnętrznej. M_y – moment zginający względem osi OY lokalnego układu współrzędnych ortogonalnych ES.

analizy (liniowej bądź nieliniowej). Maksymalne wartości zauważono dla analizy nieliniowej z uwzględnieniem wyłącznie wpływu nieliniowości geometrycznej od zwisu want (NLG-W), które wynosiły $118,94 \times 10^{-3}$ m dla węzła 242 (punkt połączenia wanty W2 z przęsłem P2) modelu MS-2Dig2 z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych dla IV schematu obciążeń. Uległy one redukcji, gdy dodatkowo uwzględniono wpływ dużych przemieszczeń oraz efekt wpływu zmian sztywności elementów pomostu i pylonu pod wpływem ściskających sił osiowych (NLG-A) do wartości $102,95 \times 10^{-3}$ m. Rozważając schemat IV, największe ugięcie dla analizy NLG-A wystąpiło w węźle 247 równe $-102,38 \times 10^{-3}$ m (MS-2Dig2),

Tabela 6.26. Otrzymane z obliczeń wartości sił osiowych N w [kN] w wahaczach modeli płaskich mostu (MS-3D) dla rozważanych typów analiz oraz II i III schematu obciążeń statycznych

Lp.	Oznaczenie elementu	Siły osiowe N w wahaczach przęsła P1 modeli mostu dla schematu obciążeń:	
		II	III
1	2	3	4
Analiza liniowa (L)			
1.	323/669 (PL/PL')	37,949 / 34,162	2,320 / 2,320
2.	324/670 (F1/F1')	-312,281 / -251,456	-134,659 / -90,708
Analiza nieliniowa (NLG-B)			
3.	PL / PL'	39,236 / 35,345	2,365 / 2,373
4.	F1 / F1'	-291,394 / -227,680	-125,368 / -79,716
Analiza nieliniowa (NLG-A)			
5.	315/661 (PL/PL')	47,483 / 42,794	4,642 / 4,407
6.	316/662 (F1/F1')	-425,369 / -343,281	-200,241 / -146,422
W nawiasach podano lokalizację danego ES, tj. nad przyczółkiem lewobrzeżnym od strony górnej i dolnej wody (PL/PL') oraz odpowiednio nad filarem I (F1/F1').			

a w modelu 3D – $105,39 \times 10^{-3}$ m oraz $107,43 \times 10^{-3}$ m odpowiednio dla węzłów 247 i 247'. Jeszcze mniejsze wartości przemieszczeń uzyskano dla analizy nieliniowej, w której nie uwzględniono wpływu zwisu want (NLG-B), wynoszące $82,15 \times 10^{-3}$ m oraz $80,49 \times 10^{-3}$ m i $82,20 \times 10^{-3}$ m dla modeli 2D i 3D. W modelu z geometrią odzwierciedlającą stan projektowy (MS-2Dpt), przemieszczenie pionowe w identycznym węźle przęsła P2 wynosiło $80,70 \times 10^{-3}$ m (rys. 6.6).

Najmniejsze wartości ugięć zauważono natomiast dla analizy liniowej, w której uwzględniono stałą sztywność osiową want (bez linearyzowania ich zwisów) [137], wynoszące $80,47 \times 10^{-3}$ m

oraz $79,20 \times 10^{-3}$ m i $80,79 \times 10^{-3}$ m odpowiednio dla modeli płaskiego i przestrzennego mostu.

Zauważone dosyć znaczne różnice w przemieszczeniach pionowych dźwigara głównego przęsła nurtowego P2 w ramach zrealizowanych poszczególnych typów analiz, tj. między NLG-B oraz NLG-W i NLG-A wynikają przede wszystkim z założenia niezbyt dużego wstępnego naciągu want. Miało to w następstwie wpływ na relatywne zwiększenie strzałek ich zwisów, a w konsekwencji – na większe wartości ugięć pomostu (modele MS-2Dig2 oraz MS-3Dig2). Założenie wstępnego sprężenia cięgien na poziomie wyższym, odpowiadającym stanowi rzeczywistemu, przy jednoczesnym zachowaniu inwentaryzowanego poziomu niwelety dźwigara(-ów) głównych oraz pylonu (imperfekcje geometryczne), spowodowałoby redukcję przemieszczeń pionowych tego elementu konstrukcyjnego, jednak równocześnie wprowadziłoby nierealny stan sił wewnętrznych w całym modelu obliczeniowym mostu. Potwierdziły to dodatkowe obliczenia kontrolne, których jednak nie zamieszczono w niniejszej pracy.

Maksymalne ugięcia przęsła P2 (dla II schematu obciążeń) uzyskane z analiz liniowej (L) i nieliniowych NLG-B i NLG-A w węźle 279 (punkt połączenia wanty W1 z przęsłem) wynosiły odpowiednio $84,87 \times 10^{-3}$ m, $87,62 \times 10^{-3}$ m i $108,01 \times 10^{-3}$ m dla modelu płaskiego uwzględniającego imperfekcje geometryczne (MS-2Dig), natomiast przy założeniach projektowych w modelu MS-2Dpt, wielkość ta była o 15,3% większa i wynosiła $101,02 \times 10^{-3}$ m dla analizy NLG-B (rys. 6.26). Rozpatrując przemieszczenia pionowe węzła 279 (oraz symetrycznego do niego 481) w modelach przestrzennych, zarejestrowane następujące wartości $85,13 \times 10^{-3}$ m i $86,43 \times 10^{-3}$ m, $87,89 \times 10^{-3}$ m i $89,23 \times 10^{-3}$ m oraz $109,03 \times 10^{-3}$ m i $110,84 \times 10^{-3}$ m odpowiednio dla analizy liniowej (L) i nieliniowych NLG-B i NLG-A. Zauważono przy tym bardzo zbliżone relacje między poszczególnymi typami analiz w odniesieniu do modeli płaskich (rys. 6.26). Należy zauważyć, że lokalizacja analizowanego węzła 279 nie odpowiadała maksymalnym wynikom ugięć otrzymanych z analizy nieliniowej uwzględniającej wyłącznie zwis want (NLG-W) dotyczących węzła 242.

Tabela 6.27. Zestawienie wartości sił osiowych T w elementach cięgna W1 w [kN] uzyskanych z obliczeń dla trzech podstawowych metod

Lp.	Stan wyłączenia cięgna W1	Wartości sił osiowych w cięgnię wyznaczone metodą:				
		M1	[%] ¹⁾	M2	[%] ¹⁾	MES
1	2	3	4	5	6	7
1.	T_1	186,315	101,9	180,612	98,8	182,750
2.	T_2	228,194	101,9	213,233	95,2	223,950
3.	$\Delta T = T_2 - T_1$	41,879	101,6	32,621	79,2	41,200

¹⁾ Procent rozwiązania w stosunku do MES.

M1 – metoda oparta na zależnościach geometrycznych dla krzywej łańcuchowej,
M2 – metoda pomiaru siły w cięgnię na podstawie częstości drgań własnych,
MES – wyniki oparte na metodzie elementów skończonych.

W przęsłach zalewowych P1 oraz P3–P5 zauważono mniej spektakularne różnice w ugięciach zarówno ze względu na rodzaj wykonanych analiz, jak i na typy zastosowanych modeli dyskretnych, czego przykładem mogą być przemieszczenia pionowe węzła 110 (oraz 312 dla 3D) (tablice 6.11, 6.13, 6.15, 6.17 i 6.22).

Na rysunkach 6.20 i 6.25 przedstawiono ugięcia przęsła P2 odpowiednio dla modelu płaskiego i przestrzennego przy uwzględnieniu imperfekcji geometrycznych dla węzłów charakterystycznych 213, 242, 247 i 279 przy obciążeniu statycznym dla III schematu obciążeń oraz w wyniku zastosowania analizy NLG-A. Wynika z nich, że wszystkie przyrostowe przebiegi przemieszczeń w zależności od obciążenia układają się według trendu słabo nieliniowego, charakterystycznego dla konstrukcji o malejącej sztywności [70], [127], [129].

W celu określenia stopnia nieliniowości rozważanych układów, z uwagi na ugięcia poszczególnych przęseł modeli obliczeniowych, wykonano ich analizę porównawczą.

W tablicach 6.28 i 6.29 zestawiono obliczone procentowe przyrosty ugięć poszczególnych przęseł modeli dyskretnych mostu odpowiednio 2D i 3D w odniesieniu do analiz według teorii I-rzędu. Wynika z nich, że udział wpływów nieliniowych jest bardziej dominujący dla analiz uwzględniających zwis want (tj. NLG-W NLG-A), niezależnie od rodzaju przyjętego modelu. Potwierdza to wnioski zamieszczone w rozdz. 4. Zauważony udział nieliniowości jest tu znacznie większy dla przęseł nieobciążanych bezpośrednio. Stąd też można wnioskować o dużym wpływie lokalizacji obciążenia na stopień nieliniowości układu.

Tablica 6.28. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w [%] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

Lp.	Węzeł	Przęsło	Przyrost przemieszczeń pionowych dla schematu obciążeń:							
			I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L										
1.	303	P1	0,0	2,4	-0,2	1,2	-7,0	50,0	11,1	-2,7
2.	279		-0,6	3,2	3,2	3,2	-7,4	15,4	77,5	-1,6
3.	247	P2	-47,5	3,2	2,2	2,2	6,0	95,0	-7,5	-3,3
4.	242		—*	2,2	2,2	2,1	2,1	55,0	-11,5	14,2
5.	213	P3	-70,0	14,1	-4,8	-2,7	0,1	3,3	-4,7	57,5
6.	164	P4	—*	1,7	20,0	23,3	0,1	-0,5	-0,9	-0,1
7.	137	P5	0,8	0,0	4,5	4,4	0,1	-0,2	-1,0	-0,8
8.	110		-0,1	3,7	2,8	2,8	0,0	-0,3	-0,9	-1,1
Udział wielkości NLG-W w stosunku do L										
9.	303	P1	0,0	-13,1	-25,1	-26,9	-41,0	20,2	50,0	1,8
10.	279		-2,3	-14,5	-29,2	-31,8	-39,2	-3,1	0,0	-5,0
11.	247	P2	-13,8	-23,6	-33,9	-34,5	-37,1	202,5	-20,0	—*
12.	242		30,0	-25,3	-34,6	-34,9	-37,4	115,0	—*	-120,0
13.	213	P3	-25,0	58,5	-48,3	-47,3	-35,3	15,9	-0,9	-8,3
14.	164	P4	2,5	-5,6	-199,0	-131,4	-23,2	0,5	0,1	-0,2
15.	137	P5	17,5	-50,6	497,5	1412,0	-9,9	0,3	0,0	0,0
16.	110		-2,4	45,8	-3375,3	2612,8	-5,6	0,1	0,0	0,0
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L										
17.	303	P1	0,1	-7,2	-18,2	-20,0	-30,3	25,6	-25,0	3,5
18.	279		5,5	-7,1	-17,7	-20,2	-33,5	4,2	—*	6,9
19.	247	P2	-20,0	-13,6	-22,2	-22,8	-22,4	-22,5	-23,8	—*
20.	242		20,0	-15,7	-23,0	-23,2	-23,7	62,5	20,0	-22,5
21.	213	P3	-45,0	53,5	-36,2	-33,9	-22,5	10,0	-4,0	17,5
22.	164	P4	-27,5	4,6	-358,0	-155,0	-13,2	-0,3	-1,1	-1,1
23.	137	P5	-30,0	-44,2	173,9	231,6	-4,3	-0,1	-1,0	-0,8
24.	110		1,4	52,9	260,8	222,3	-1,2	-0,2	-0,9	-1,0

*) – wartości bezwzględne dążące do nieskończoności z uwagi na zbliżone do zera wyniki uzyskane dla analiz liniowych.

Podano procentowy udział wartości NLG-X/L, gdzie X odpowiada poszczególnym analizom II-rzędu: B, W, bądź A.

Biorąc pod uwagę węzeł 242 dla $l/2$ przęsła P2, wpływ nieliniowości geometrycznej wynosił 2,1–2,2% dla analizy NLG-B niezależnie od punktu przyłożenia obciążenia w obrębie danego przęsła (schematy II-V). Różnice te są znacznie bardziej uwidocznione w przypadku węzłów położonych w punktach połączeń want W1–W3 z dźwigarem głównym, i tak np. dla węzła 213 (połączenie z ciągnem W3) udział wpływów nieliniowych (NLG-B) wynosił 14,1% przy obciążeniu przyłożonym przy wancie W1 oraz -4,8% i -2,7% przy lokalizacji obciążenia wg III i IV

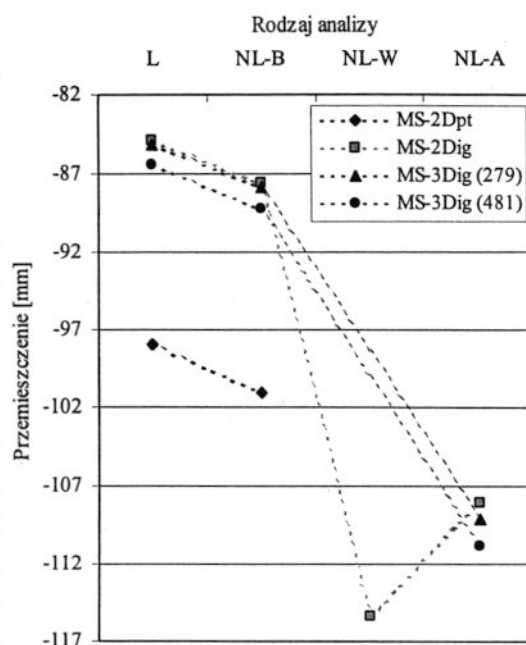
schematu (tablica 6.28). W dwóch ostatnich przypadkach ugięcia uzyskane z analizy nieliniowej NLG-B były mniejsze od rozwiązań wg klasycznej teorii sprężystości.

Analogeniczna analiza wykonana dla obliczeniowego modelu 3D (z uwzględnieniem przestrzennych imperfekcji geometrycznych) pozwoliła na dostrzeżenie znacznie mniejszych różnic między ugięciami wyznaczonymi wg teorii I- i II-rzędu (NLG-B) dla węzła 242, natomiast były one niemal dwukrotnie większe dla węzła symetrycznego względem osi podłużnej 247' (tablica 6.29, rys. 6.27). Podobne relacje zauważono również dla innych węzłów zlokalizowanych na długości każdego z przęseł modelu mostu, co należy tłumaczyć wpływem imperfekcji geometrycznych przynależnych w większym stopniu dźwigarowi położonemu w II płaszczyźnie. Pewien wpływ na niesymetryczne przyrosty przemieszczeń pionowych w obrębie węzłów symetrycznych może mieć również wprowadzone – zgodne z rzeczywistym stanem – odchylenie osi pylonu od pionu w płaszczyźnie przekroju poprzecznego obiektu.

Na rysunku 6.28 przedstawiono procentowe przyrosty udziału złożonych wpływów dla nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie ugięć wybranych węzłów przęsła P2 dla modeli płaskich 2D i przestrzennych mostu 3D. Na jego podstawie stwierdzić można wyraźnie większy wpływ czynnika nieliniowego dla węzła położonego w miejscu połączenia wanty W3 z pomostem wyłącznie dla II schematu obciążeń dla obu analizowanych modeli obliczeniowych. Na tym wykresie jest to jedyny wyjątek, kiedy ugięcia wyznaczone według teorii II-

Tablica 6.29. Porównanie przyrostu przemieszczeń pionowych δ_y w wybranych węzłach pomostu w [%] dla trzech wybranych schematów obciążeń dla modelu MS-3Dig, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

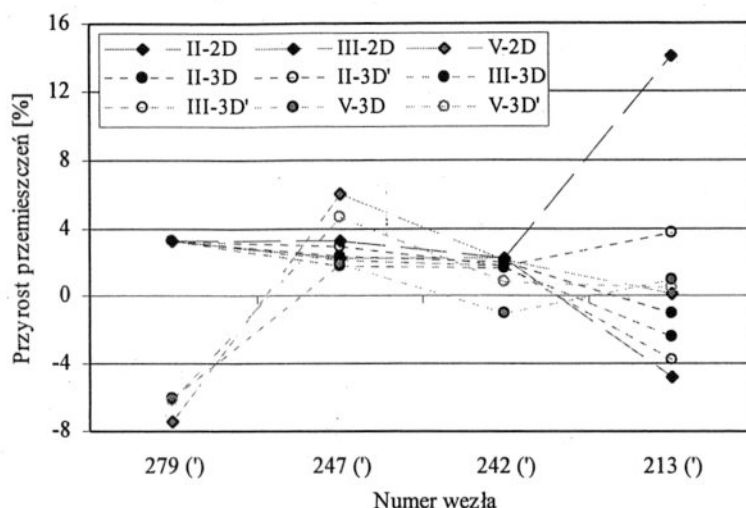
Lp.	Węzeł	Przęsło	Przyrost przemieszczeń pionowych dla schematu:		
			II	III	V
1	2	3	4	5	6
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L					
1.	303 / 303'	P1	2,7 / 2,6	3,0 / 2,0	-6,3 / -3,9
2.	279 / 279'		3,2 / 3,2	3,2 / 3,2	-6,0 / -6,2
3.	247 / 247'		2,3 / 2,9	1,8 / 2,1	1,9 / 4,6
4.	242 / 242'	P2	2,0 / 1,8	1,6 / 1,8	-1,0 / 0,8
5.	213 / 213'		-1,0 / 3,7	-2,4 / -3,8	0,9 / 0,5
6.	164 / 164'	P3	-1,4 / 4,4	13,4 / 16,8	0,6 / 0,1
7.	137 / 137'	P4	-12,3 / -16,8	3,9 / 3,8	0,3 / 0,4
8.	110 / 110'	P5	3,7 / 3,7	2,3 / 2,2	1,1 / 1,2
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L					
9.	303 / 303'	P1	-7,2 / -7,1	-18,0 / -18,2	-28,5 / -27,8
10.	279 / 279'		-7,1 / -7,0	-19,0 / -19,6	-30,3 / -30,5
11.	247 / 247'		-14,9 / -15,4	-24,1 / -24,6	-22,7 / -23,0
12.	242 / 242'	P2	-16,8 / -16,6	-24,8 / -25,0	-22,8 / -22,1
13.	213 / 213'		41,8 / 34,0	-36,1 / -36,7	-19,9 / -20,2
14.	164 / 164'	P3	3,1 / 2,9	-851,3 / -577,5	-11,8 / -11,8
15.	137 / 137'	P4	-38,1 / -37,6	204,9 / 211,6	-3,8 / -1202,6
16.	110 / 110'	P5	53,7 / 53,4	423,9 / 441,2	-1,3 / -1,2



Rys. 6.26. Wykres zależności ugięć δ_y przęsła P2 modeli obliczeniowych mostu w punkcie mocowania wanty W1 (W1') dla węzłów 279 (481) w zależności od rodzaju przeprowadzonych analiz. W nawiasach podano dane dotyczące symetrycznej części modelu przestrzennego mostu (3D). Punkty na wykresach dotyczące analizowanej wielkości w danym modelu dyskretnym połączono ze sobą liniami przerywanymi jedynie w celach poglądowych

rzędu (NLG-A) były większe w stosunku do rozwiązania liniowego. Pozostałe, przedstawione tu przypadki (dla wszystkich węzłów w obrębie schematów III i V oraz węzły 242, 247 i 279 dla schematu II) świadczą o tzw. wzrastającej sztywności konstrukcji pod wpływem przykładanego obciążenia – liniowe rozwiązanie zagadnienia jest większe od nieliniowego.

Na rysunku 6.29 podano w formie graficznej zależność przyrostu ugięć δ_y dla tych samych węzłów (213, 242, 247 i 279) przęsła P2 modelu obliczeniowego MS-2Dig mostu w zależności od rodzaju przyjętego schematu obciążeń (I-V) dla stosunku analizy nieliniowej z uwzględnieniem wyłącznie zwisu want (NLG-W) oraz rozwiązania



Rys. 6.27. Wykres zależności przyrostu ugięć δ_y dla wybranych węzłów 213, 242, 247 i 279 przęsła P2 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych węzłów modelu przestrzennego (3D)

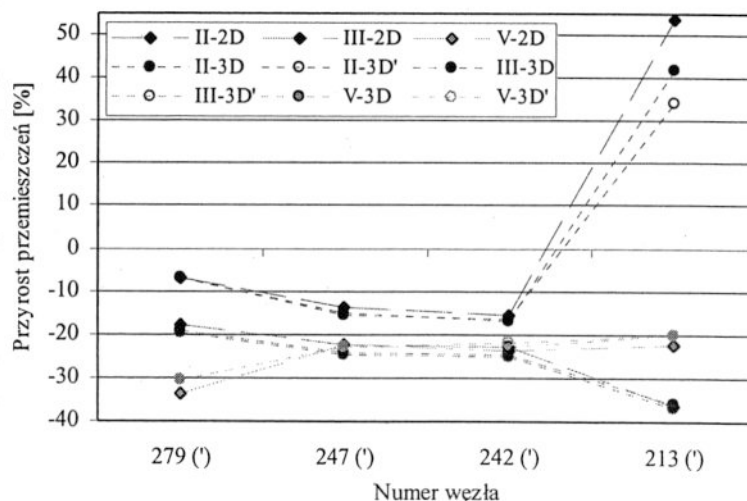
liniowego. Wynika z niego, że wartości uzyskane z analizy nieliniowej NLG-W są niemal w każdym przypadku rozważanych schematów obciążeń (I-V) mniejsze od rozwiązań według teorii I-rzędu dla ugięć w przęśle najdłuższym P2. Wyjątek stanowią przemieszczenia pionowe węzła 242 (schemat I) oraz węzła 213 (schemat II), dla których zarejestrowano sytuację odwrotną. Zgodnie z przedstawioną we wcześniejszych akapitach informacją, wartości przyrostu ugięć są w tym przypadku największe spośród wszystkich analizowanych rodzajów nieliniowości (rys. 6.27–6.29).

Na odrębną uwagę zasługuje porównanie przemieszczeń pionowych węzłów symetrycznych względem osi podłużnej modelu przestrzennego mostu (MS-3D). W przęśle P2 zauważono największą różnicę w ugięciach dla węzłów 279 i 279' dla V schematu obciążeń bez względu na rodzaj analizy, rzędu 8,8% i 9,7% odpowiednio dla NLG-B i NLG-A (rys. 6.27, 6.28 i 6.30). W zasadzie wszystkie wyniki ugięć rozważanych węzłów symetrycznych są zbieżne dla obu typów analiz, jednak największe różnice zaobserwowano dla węzłów 213 i 213' dla II schematu obciążeń oraz 242 i 242' oraz 213 i 213' dla V schematu obciążeń, z maksymalną różnicą 3,4% w ostatnim przypadku. Jak wynika z wykresu na rys. 7.30, w przeważającej części przypadków, przemieszczenia pionowe węzłów pomostu zlokalizowanych w II płaszczyźnie modelu przestrzennego są większe od przemieszczeń odpowiedników tych węzłów w płaszczyźnie I. Jedynymi zauważonymi odstępstwami od tej zależności są węzły 247, 247', 242, 242', 213 i 213' dla V schematu obciążeń. Jak podkreślono już wcześniej, stan ten jest skutkiem wprowadzenia imperfekcji geometrycznych zarówno w niweletach dźwigarów głównych, jak i w pylonie.

b) Przemieszczenia poziome pylonu.

Rezultaty przemieszczeń poziomych wybranych węzłów pylonu (1, 21, 23 dla modeli 2D oraz dodatkowo 558, 578 i 538 dla 3D) zostały zestawione w tablicach 6.12, 6.14, 6.16, 6.18 i 6.22. Wzorem ugięć dźwigara głównego, także dla węzłów tego makroelementu, w ramach analizowanych przypadków, wielkości te przebiegały proporcjonalnie do przyrostu obciążeń zewnętrznych.

Porównanie przebiegów przemieszczeń wykazało największe przemieszczenia dla pylonu w punktach mocowania want, w zależności od punktu przyłożenia obciążenia w przęśle P2 i niezależnie od rodzaju zastosowanego modelu obliczeniowego oraz analizy (liniowej bądź nieliniowej). Maksymalną wartość zarejestro-

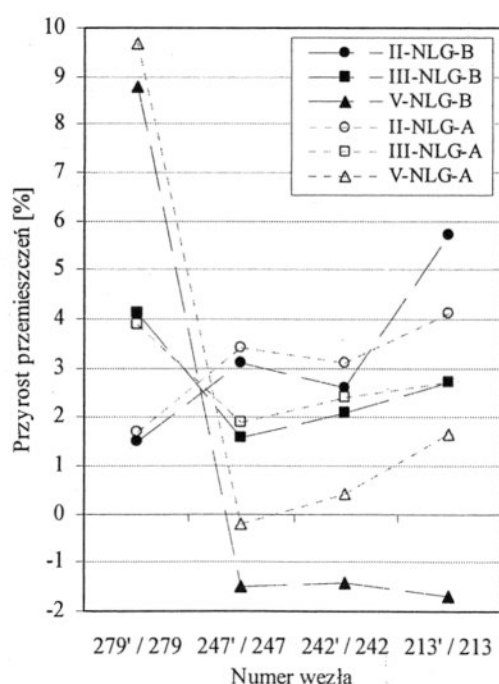


Rys. 6.28. Wykres zależności przyrostu ugięć δ_y dla wybranych węzłów 213, 242, 247 i 279 przęsła P2 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-A i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych węzłów modelu przestrzennego (3D)

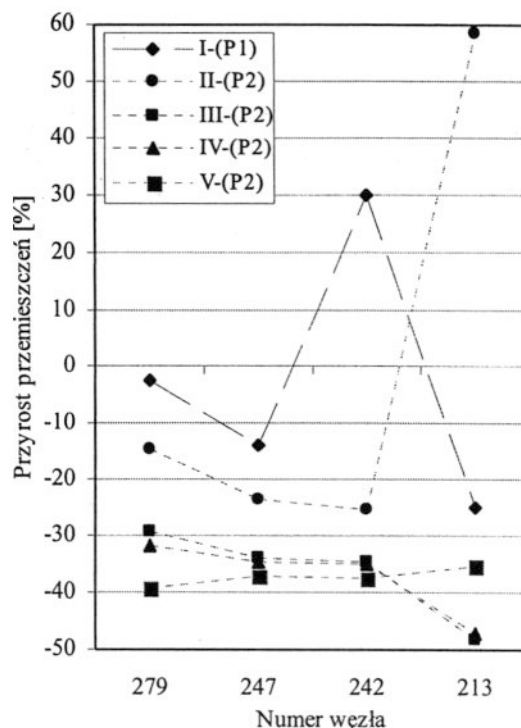
wano dla analizy II-rzędu z uwzględnieniem wyłącznie wpływu nieliniowości geometrycznej od zwisu want (NLG-W), która wynosiła $-47,15 \times 10^{-3}$ m dla węzła 21 (najwyższy punkt C połączenia z wantą W1) modelu MS-2Dig2 z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych dla II schematu obciążeń. Uległa ona redukcji, gdy dodatkowo uwzględniono wpływ dużych przemieszczeń oraz efekt $P-\Delta$ (NLG-A) do wartości $-43,93 \times 10^{-3}$ m oraz $44,38 \times 10^{-3}$ m i $44,48 \times 10^{-3}$ m odpowiednio dla modelu płaskiego (MS-2Dig2) oraz przestrzennego (MS-3Dig2). Dwie ostatnie wartości dotyczą węzłów symetrycznych 21 (C) i 578 (C') w dwóch słupach tego makroelementu modelu 3D mostu. Jeszcze mniejsze wartości przemieszczeń uzyskano dla analizy nieliniowej, w której nie uwzględniono wpływu zwisu want (NLG-B), wynoszące $-36,09 \times 10^{-3}$ m oraz $-36,20 \times 10^{-3}$ m i $-36,21 \times 10^{-3}$ m dla modeli płaskiego (2D) i przestrzennego (3D). Uwzględniając geometrię stanu projektowego (MS-2Dpt), przemieszczenie poziome δ_x w identycznym węźle przęsła P2 było większe o 6,4% i wynosiło dla tej analizy $-38,50 \times 10^{-3}$ m (rys. 6.6).

Najmniejsze wartości przemieszczeń poziomych w tych węzłach wystąpiły dla analizy liniowej, wynoszące $-34,83 \times 10^{-3}$ m oraz $-34,91 \times 10^{-3}$ m i $-34,95 \times 10^{-3}$ m odpowiednio dla modeli 2D i 3D mostu.

W oparciu o uzyskane przemieszczenia poziome na trzech poziomach wysokości pylonu (A, B i C) wykonano wykresy dla II schematu obciążeń oraz wszystkich typów analiz (rys. 6.31). Największe



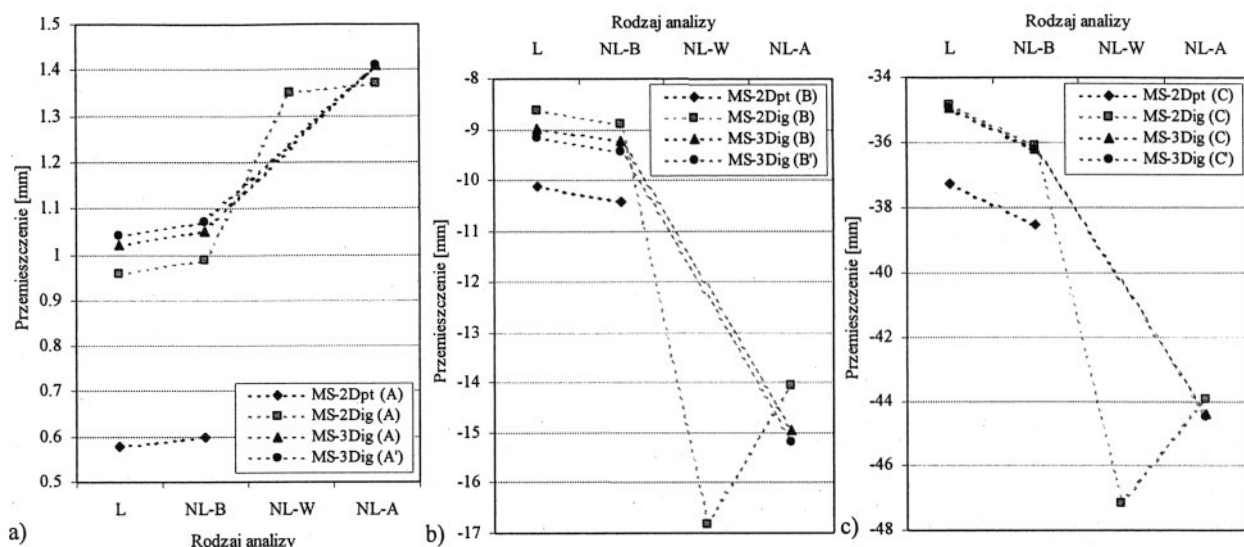
Rys. 6.30. Wykres zależności przyrostu ugięć δ_x dla wybranych par węzłów symetrycznych 213'/213, 242'/242 i 247'/247 przęsła P2 modelu MS-3Dig2 mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analiz NLG-B i NLG-A



Rys. 6.29. Wykres zależności przyrostu ugięć δ_x dla wybranych węzłów 213, 242, 247 i 279 przęsła P2 modelu MS-2Dig2 mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (I-V) dla relacji analiz NLG-W i L

różnice w przemieszczeniach dla analiz uwzględniających zwis want (NLG-W i NLG-A) dotyczą punktów wyżej zlokalizowanych, tj. B i C. Zauważono jednocześnie większe przyrosty przemieszczeń δ_x w przypadku geometrii modelu opartej na założeniach projektowych (MS-2Dpt) dla punktów B i C oraz mniejsze dla punktu A. Analizując modele uwzględniające imperfekcje geometryczne, pomimo zbliżonych relacji między poszczególnymi typami analiz – w każdym przypadku uzyskano nieco większe wartości przemieszczeń poziomych dla układu przestrzennego w porównaniu z modelami płaskimi (rys. 6.31).

Na rysunkach 6.19 i 6.23 przedstawiono przebiegi czasowe poziomych przemieszczeń δ_x pylonu odpowiednio dla modelu 2D i 3D przy uwzględnieniu imperfekcji geometrycznych dla trzech charakterystycznych węzłów, tj. 1 (B), 21 (C) i 23 (A) przy obciążeniu statycznym wg III schematu obciążeń z zastosowaniem analizy nieliniowej NLG-A. Z kolei na rys. 6.24 zobrazowano wykresy przemieszczeń poziomych w kierunku prostopadłym do osi podłużnej mostu δ_z dla tych samych węzłów oraz schematu statycznego obciążeń z zastosowaniem teorii II-rzędu bez udziału zwisu want (NLG-B).



Rys. 6.31. Wykresy zależności przemieszczeń poziomych δ_x pylonu w zależności od przyjętego modelu obliczeniowego (MS-2Dpt, MS-2D/3Dig1/2) mostu oraz wykonanych analiz (L, NLG-B, -W i -A) przy II schemacie obciążenia dla wybranych węzłów: a) 23 (A), b) 1 (B) oraz c) 21 (C)

Wynika z nich, podobnie jak dla węzłów pomostu, że wszystkie przyrostowe przebiegi przemieszczeń w zależności od obciążenia układają się według trendu słabo nieliniowego, charakterystycznego dla konstrukcji o tzw. malejącej sztywności (rys. 6.19 i 6.23). Rozpatrując jednak przemieszczenia w kierunku OZ dla układu przestrzennego, przebiegają one niemal liniowo (rys. 6.24).

W celu określenia stopnia nieliniowości przemieszczeń poziomych pylonu dla rozważanych układów obliczeniowych, wykonano ich analizę porównawczą. W tablicach 6.30 i 6.31 zestawiono obliczone procentowe przyrosty przemieszczeń poziomych (δ_x) poszczególnych węzłów pylonu w modelach dyskretnych mostu odpowiednio 2D i 3D w odniesieniu do analiz według teorii I-rzędu. Wynika z nich, że udział wpływów nieliniowych jest bardziej dominujący dla analiz uwzględniających zwis want (tj. NLG-W NLG-A), niezależnie od rodzaju przyjętego modelu. Są one ponadto znacznie większe we wszystkich analizowanych węzłach dla obciążeń przęsła najdłuższego oraz punktu B – dla obciążenia przęsła P3 (VI schemat). Na tej podstawie można stwierdzić, że na stopień nieliniowości układu ma istotny wpływ lokalizacja obciążenia.

Biorąc pod uwagę węzeł 21 (C) położony na wierzchołku pylonu, wpływ nieliniowości geometrycznej (NLG-B) wynosił 2,7–3,6% dla schematów obciążeń przęsła P2 (II-IV) oraz 18,8% dla przypadku obciążenia przęsła P3 (schemat VI), natomiast przy obciążeniu zlokalizowanym nad punktem mocowania wanty W3 do pomostu, rozwiązanie nieliniowe było mniejsze od liniowego (schemat V).

Tablica 6.30. Porównanie przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [%] dla wszystkich schematów obciążeń dla modelu MS-2Dig, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

Lp.	Węzeł	Przyrost przemieszczeń poziomych dla schematu obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L									
1.	23 (A)	0,8	3,5	-1,8	-0,8	0,5	0,1	-1,3	-0,4
2.	1 (B)	—*	2,8	2,1	2,0	1,1	5,3	-0,5	-2,0
3.	21 (C)	0,0	3,6	2,7	2,8	-6,3	18,8	-2,8	-0,6
Udział wielkości NLG-W w stosunku do L									
4.	A	-3,1	25,6	-48,1	-46,1	-28,7	3,2	0,0	1,6
5.	B	-1,5	-23,7	-27,1	-27,4	-38,1	34,5	4,8	-4,1
6.	C	0,2	-13,9	-31,2	-33,3	-30,4	-0,2	-3,1	1,4
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L									
7.	A	0,0	18,5	-36,1	-33,3	-17,0	2,0	-1,8	-0,6
8.	B	8,1	-15,3	-17,9	-18,3	-25,2	19,2	5,2	-5,9
9.	C	-0,5	-5,7	-19,9	-22,0	-26,7	12,5	1,7	0,6

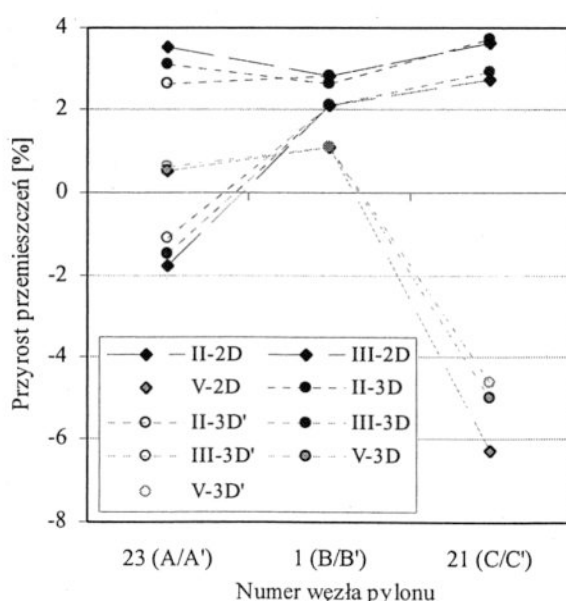
*) – wartości bezwzględne dążące do nieskończoności z uwagi na zbliżone do zera wyniki uzyskane dla analiz liniowych.

Podano procentowy udział wartości NLG-X/L, gdzie X odpowiada poszczególnym analizom II-rzędu: B, W, bądź A.

Na podstawie analogicznej analizy wykonanej dla obliczeniowego modelu 3D (z uwzględnieniem przestrzennych imperfekcji geometrycznych) stwierdzono nieznaczne różnice między przemieszczeniami wyznaczonymi według teorii I- i II-rzędu (NLG-B) dla węzła 21 modeli przestrzennych w porównaniu z rozwiązaniami dla modeli płaskich. Wprowadzone przestrzenne imperfekcje geometryczne dźwigarów głównych i pylonu nie wpłynęły znacząco na wartości przemieszczeń poziomych węzłów symetrycznych pylonu względem osi podłużnej (tj. 538, 558 i 578, tablica 6.31, rys. 6.32).

Na rysunku 6.33 przedstawiono przyrosty procentowe udziału złożonych współczynników nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie przemieszczeń poziomych wybranych węzłów pylonu dla modeli 2D i 3D mostu. Na jego podstawie stwierdzić można wyraźnie większy wpływ czynnika nieliniowego dla punktu A położonego najniżej, w miejscu połączenia pylonu z wawą W3 dla schematów obciążeń II i III w obu analizowanych modelach obliczeniowych, z tą jednak różnicą, że w pierwszym przypadku rozwiązanie nieliniowe było większe, a w drugim – mniejsze od liniowego. Z wyjątkiem pierwszego z przedstawionych wcześniej przypadków, przemieszczenia poziome wyznaczone wg teorii II-rzędu (NLG-A) były mniejsze w stosunku do rozwiązania liniowego, co świadczy o wzrastającej sztywności konstrukcji pylonu pod wpływem przykładanego obciążenia (analogia do pracy pomostu).

Na rysunku 6.34 zestawiono zależności przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x dla tych samych węzłów (1, 21 i 23) pylonu modelu obliczeniowego MS-2Dig2 mostu w zależności od rodzaju przyjętego schematu obciążeń (I-VI) dla stosunku analizy nieliniowej z uwzględnieniem wyłącznie zwisu waw (NLG-W) do rozwiązania liniowego. Wynika z niego, że wartości uzyskane z analizy nieliniowej NLG-



Rys. 6.32. Wykres zależności przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x dla wybranych węzłów 1, 21 i 23 pylonu mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych węzłów modelu przestrzennego (3D)

Tablica 6.31. Porównanie przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x w wybranych węzłach pylonu w [%] dla trzech wybranych schematów obciążeń dla modelu MS-3Dig, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

Lp.	Oznaczenie węzła	Przyrost przemieszczeń poziomych dla schematu obciążeń:		
		II	III	V
1	2	3	4	5
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L				
1.	23 (A) / 538 (A')	3,1 / 2,6	-1,5 / -1,1	0,5 / 0,6
2.	1 (B) / 558 (B')	2,6 / 2,8	2,1 / 2,1	1,1 / 1,1
3.	21 (C) / 578 (C')	3,7 / 3,6	2,9 / 2,9	-5,0 / -4,6
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L				
4.	A / A'	20,2 / 19,9	-37,0 / -36,6	-15,8 / -16,1
5.	B / B'	-15,8 / -15,2	-18,8 / -18,5	-23,9 / -24,1
6.	C / C'	-6,0 / -6,1	-21,5 / -21,6	-23,1 / -23,5

W są prawie w każdym przypadku rozważanych schematów obciążeń (I-V) mniejsze od rozwiązań wg teorii I-rzędu dla przemieszczeń w pylonie. Wyjątkiem są przemieszczenia poziome węzła 23 (schemat II) oraz wszystkich węzłów (A i B) przy obciążeniu przesła P3 (schemat VI), dla których zarejestrowano sytuację odwrotną. Wykresy te potwierdzają, że największe wartości przyrostu przemieszczeń poziomych spośród wszystkich analizowanych rodzajów nieliniowości wystąpiły dla obliczeń według teorii II-rzędu przy uwzględnieniu zwisu waw (rys. 6.32–6.34).

W trakcie analizy przemieszczeń poziomych δ_x pylonu, porównano te wielkości dla węzłów położonych symetrycznie względem osi podłużnej modeli przestrzennych mostu (MS-3D). Z wyjątkiem czterech przypadków dotyczących punktów A i B dla V schematu obciążeń i analizy NLG-B oraz wszystkich trzech punktów (A, B i C) dla III schematu obciążeń (dla NLG-A), wszystkie pozostałe cechowała tendencja większych przemieszczeń poziomych dla węzłów

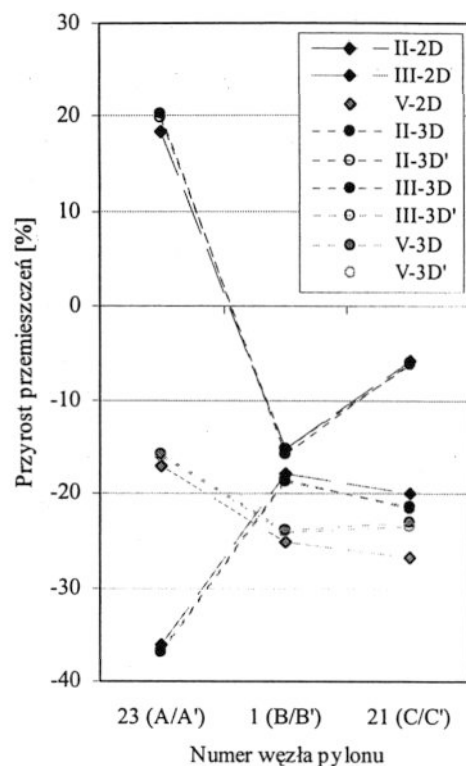
zlokalizowanych w II płaszczyźnie modelu przestrzennego mostu (rys. 6.35). Przedstawione wykresy wykazują się dość dużą rozbieżnością otrzymanych przyrostów przemieszczeń poziomych w pylonie w zakresie rozważanych schematów obciążeń dla analizy NLG-B.

Największe różnice zaobserwowano dla punktów A i A' oraz C i C' odpowiednio dla schematów obciążeń III i V, z maksymalną różnicą 7,8% w pierwszym i 6,2% w drugim przypadku (rys. 6.35). Jak zaznaczono wyżej, stan ten jest skutkiem wprowadzenia imperfekcji geometrycznych zarówno w niweletach dźwigarów głównych, jak i w pylonie, na który dominujący wpływ ma przyjęcie analizy bez uwzględnienia zwisu want, tj. NLG-B.

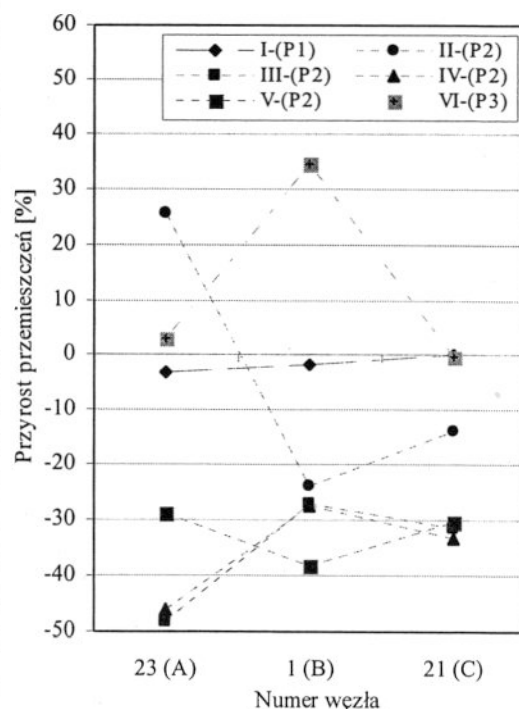
• Analiza wyników sił osiowych w wantach dla modeli obliczeniowych mostu.

W kolejności, analizie poddano ocenę sił osiowych wciągach wszystkich modeli obliczeniowych danego mostu traktując je jako pojedyncze ES, oraz dzieląc na większą liczbę ES. Zbiorcze rezultaty wyteżeń wszystkich want zestawiono w tablicach 6.6, 6.7, 6.19 oraz 6.24, odpowiednio dla modeli 2D i 3D. Zastosowane schematy obciążeń pozwoliły stwierdzić, że w niektórych przypadkach następował spadek sił osiowych w elementach ciągnowych (przypadki odciążające), jednak na ogół wielkości te przebiegały proporcjonalnie do przyrostu parametru obciążenia.

Na podstawie porównania sił osiowych w wantach okazało się, że największe wartości wystąpiły dla cięgien W3 i W4 przyjmując V schemat obciążeń, niezależnie od rodzaju przyjętego modelu obliczeniowego oraz analizy liniowej bądź nieliniowych. Maksymalne wartości T wystąpiły dla analizy nieliniowej z uwzględnieniem wpływu nieliniowości geometrycznej dla dużych przemieszczeń bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B), które wynosiły 160,23 kN dla najkrótszej wanty W3 (w przęśle P2) w modelu MS-2Dpt (opartym na założeniach projektowych). W wyniku wykonanych obliczeń dla modeli uwzględniających imperfekcje geometryczne, siły w tym ciągnię uległy redukcji do wartości 141,441 kN oraz 141,320 i 140,376 kN odpowiednio dla modelu płaskiego (MS-2Dig1) oraz przestrzennego (MS-3Dig1). Zastosowanie analiz uwzględniających zwis want spowodował dodatkowy nieznaczny spadek sił osiowych w większości cięgien, jednak zdarzały się sporadyczne przypadki zwiększenia tych wielkości, np. dla want W3 czy W4, które wynosiły odpowiednio 146,874 i 144,729 kN dla analizy NLG-W w modelu MS-2Dig2 oraz 140,550, 140,888 i 139,971 kN dla złożonej analizy nieliniowej (NLG-A), odpowiednio dla modeli MS-2Dig2 oraz MS-3Dig2. Dwie



Rys. 6.33. Wykres zależności przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x dla wybranych węzłów 1, 21 i 23 pylonu mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-A i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych węzłów modelu przestrzennego (3D)



Rys. 6.34. Wykresy zależności przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x dla wybranych węzłów 1, 21 i 23 pylonu mostu modelu MS-2Dig2 w zależności od przyjętych schematów obciążeń (I-VI) dla zależności analiz NLG-W od L

ostatnie wartości dotyczą elementów symetrycznych, tj. want W3 i W3' w obliczeniowym modelu przestrzennym mostu dla V schematu obciążeń.

Dostrzeżono, że maksymalna siła osiowa występująca w cięgnie (dla danego schematu statycznego obciążeń) odpowiadała obciążeniu przyłożonemu w punkcie jej połączenia z dźwigarem głównym. Ponadto można było stwierdzić, że dla elementów cięgowych o większych długościach (np. W1 czy W2), fakt uwzględnienia w analizach (NLG-W i -A) wpływu ich zwisu powodował spadek siły osiowej, czego nie stwierdzono dla want najkrótszych, tj. W3 i W4.

Zauważone nieznaczne różnice w wielkościach sił osiowych want w ramach zrealizowanych poszczególnych typów analiz, tj. między NLG-B oraz NLG-W i NLG-A dla modeli uwzględniających imperfekcje geometryczne (MS-2D/3Dig) wynikają m.in. z założenia wstępnego naciągu want dla rzeczywistej początkowej konfiguracji geometrycznej niwelety dźwigarów głównych. W trakcie wstępnych testów obliczeniowych, przy wprowadzeniu zbliżonych do rzeczywistych naciągów want okazało się, że ma to istotny wpływ na wielkości sił osiowych otrzymywanych dla każdego typu analiz nieliniowych, co – przy założonej z góry niwelecie pomostu, zgodnie z uwagą podaną w analizie przemieszczeń pomostu – nie odzwierciedlałoby stanu rzeczywistego w trakcie realizacji badań tego mostu.

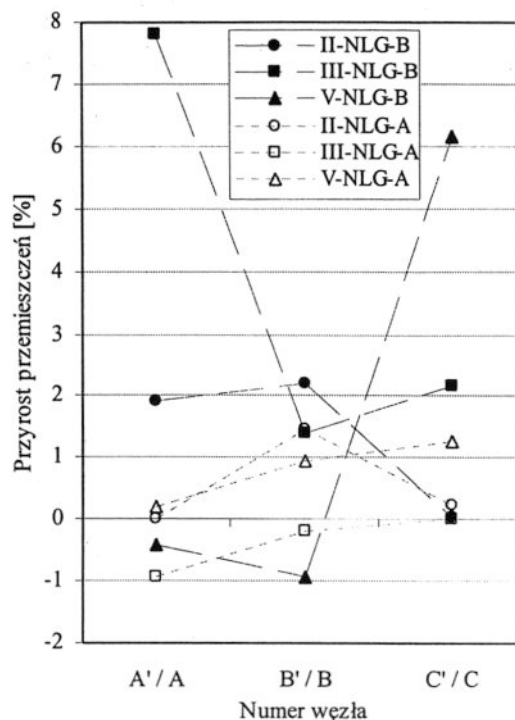
Maksymalne siły osiowe dla ustawienia obciążenia w $l/2$ najdłuższego przęsła P2 (III schemat) uzyskane z analiz liniowej (L) i nieliniowych NLG-B i NLG-A w wancie środkowej W2 wynosiły odpowiednio 128,97, 131,44 i 117,52 kN dla modelu płaskiego uwzględniającego imperfekcje geometryczne (MS-2Dig), natomiast przy założeniach projektowych w modelu MS-2Dpt, wielkość ta była o 13,6% większa i wynosiła 149,34 kN dla analizy NLG-B (rys. 6.36). Siły osiowe w cięgnach W2 i W2' (symetrycznych względem osi podłużnej mostu) w modelach przestrzennych dla tego samego schematu statycznego obciążeń miały wartości 130,13 i 132,85 kN, 132,50 i 135,09 kN oraz 117,96 i 119,63 kN odpowiednio dla analizy liniowej L i nieliniowych NLG-B i NLG-A. Zauważono przy tym bardzo zbliżone relacje między poszczególnymi typami analiz w odniesieniu do modeli płaskich i przestrzennych, w których wprowadzono imperfekcje geometryczne (rys. 6.36). Znaczne różnice między wynikami sił osiowych w wantach dla tych modeli i modelu otrzymanego na podstawie dokumentacji projektowej (MS-2Dpt) mogą wynikać nie tylko z wprowadzonych zmian geometrycznych między nimi, ale również ze zmiennych wartości rzeczywistego modułu sprężystości podłużnej dla want, czy wprowadzenia nieco niższego wstępnego naciągu w modelu MS-2Dpt.

Porównanie wielkości sił osiowych przedstawione na rys. 6.36 pozwoliło stwierdzić, że dla cięgna W3 rozwiązanie wg analizy nieliniowej NLG-B jest mniejsze w każdym z modeli w porównaniu z analizą liniową (L) – odwrotnie niż dla cięgien W1 i W2.

Dla schematów obciążeń I, VI-VIII zauważono znacznie mniejsze wartości sił osiowych w każdej z want bez względu na rodzaj wykonanych analiz, jak i na typy zastosowanych modeli (tablica 6.19).

W celu określenia stopnia nieliniowości w rozkładzie sił osiowych want dla rozważanych modeli obliczeniowych, wykonano również ich analizę porównawczą.

W tablicach 6.32 i 6.33 zestawiono obliczone procentowe przyrosty sił osiowych w poszczególnych cięgnach modeli dyskretnych mostu, odpowiednio 2D i 3D, w odniesieniu do analiz wg



Rys. 6.35. Wykres zależności przyrostu przemieszczeń poziomych δ_x dla wybranych par punktów symetrycznych A'/A, B'/B i C'/C pylonu mostu w modelu MS-3Dig w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analiz NLG-B i NLG-A

Tablica 6.32. Porównanie przyrostu sił osiowych T w wantach modeli mostu MS-2D w [%] dla wszystkich schematów obciążeń, uzyskanych z przeprowadzonych analiz

Lp.	Element	Schemat obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L									
1.	W1	-0,2	3,4	2,9	2,8	-4,7	7,3	-1,3	-0,8
2.	W2	8,6	3,5	1,9	1,8	1,2	26,0	-0,8	-1,1
3.	W3	0,8	3,8	-2,1	-0,8	0,4	-1,09	0,2	-0,8
4.	W4	0,8	3,5	-1,7	-0,7	0,5	1,0	2,0	-1,2
5.	W5	-5,3	2,8	2,1	2,0	0,8	-4,6	-0,7	-1,2
6.	W6	-0,2	3,6	2,5	2,4	-3,5	4,1	-1,2	-0,9
Udział wielkości NLG-W w stosunku do L									
7.	W1	-1,4	34,5	-15,0	-21,3	-43,5	12,7	0,7	2,4
8.	W2	5,0	3,8	40,6	40,3	-24,0	-186,2	3,0	-2,3
9.	W3	0,6	1,1	-34,5	-27,4	12,5	-8,2	0,2	2,1
10.	W4	0,5	3,3	-29,2	-23,9	15,5	-10,6	-5,9	-3,3
11.	W5	1,6	6,9	53,3	52,7	-21,4	13,3	2,0	-1,8
12.	W6	-1,4	34,4	-16,1	-21,0	-24,3	3,4	0,1	1,8
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L									
13.	W1	-1,5	39,9	-3,4	-9,3	-34,6	18,2	-2,3	1,7
14.	W2	-1,0	8,8	35,8	35,4	-10,7	-231,0	2,0	-3,1
15.	W3	1,1	2,9	-28,9	-21,8	8,8	-5,9	-0,5	2,8
16.	W4	1,1	1,9	-24,7	-19,4	10,5	-4,9	-3325,6	-3,2
17.	W5	-0,5	9,9	44,4	43,8	-10,3	3,5	1,0	-2,6
18.	W6	-1,6	40,3	-5,7	-10,6	-20,8	7,3	-1,4	1,1

Podano procentowy udział wartości NLG-X/L, gdzie X odpowiada poszczególnym analizom II-rzędu: B, W, bądź A.

teorii I-rzędu. Wynika z nich, że podobnie jak w przypadku przemieszczeń pomostu i pylonu, udział wpływów nieliniowych jest bardziej dominujący dla analiz uwzględniających zwis want (tj. NLG-W NLG-A), niezależnie od rodzaju przyjętego modelu. Na ogół obliczone przyrosty sił osiowych są mniejsze dla schematów obciążeń I, VI-VIII w porównaniu z lokalizacją obciążenia w przęśle najdłuższym, przy czym nie zauważono wyraźnej zależności matematycznej dotyczącej rodzaju schematu statycznego czy wanty.

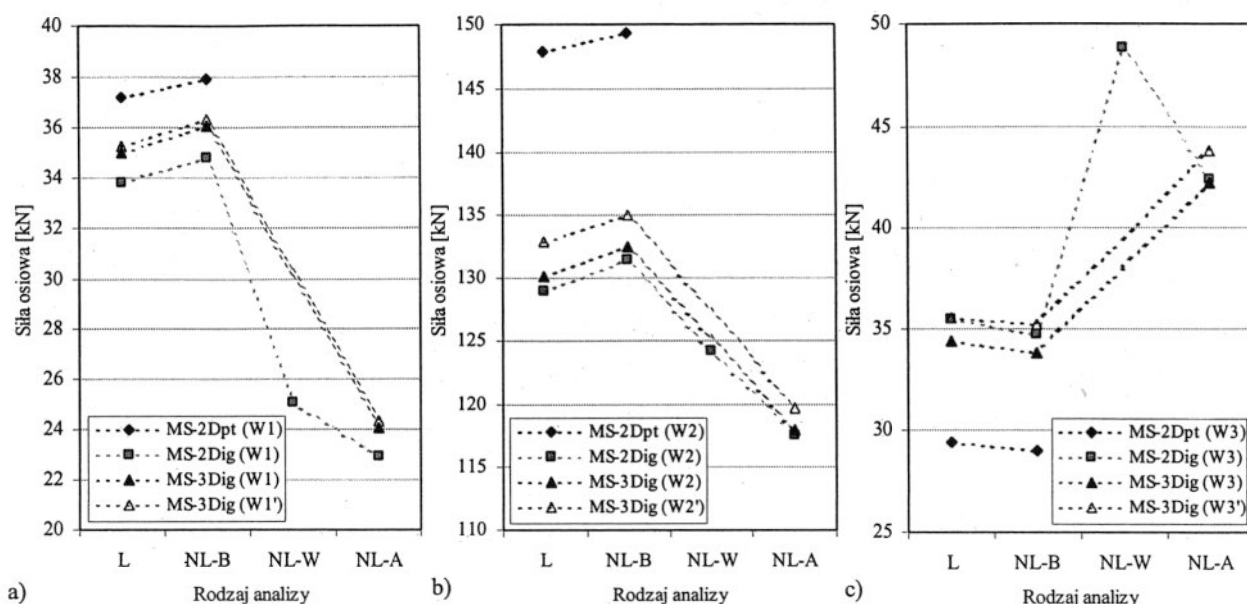
Biorąc pod uwagę wantę W2, wpływ nieliniowości geometrycznej wynosił 1,2–3,5% dla analizy NLG-B w zależności od punktu przyłożenia obciążenia w obrębie przęsła P2 (schematy

obciążeń II-V). Podobne zakresy różnic między rozwiązaniem nieliniowym i liniowym zauważono dla pozostałych cięgien modelu mostu, przy czym pojawiały się także wartości ujemne świadczące o większych wartościach sił osiowych dla analizy liniowej (tablica 6.32).

Analogiczna analiza wykonana dla obliczeniowego modelu 3D (z uwzględnieniem przestrzennych imperfekcji geometrycznych) pozwoliła na dostrzeżenie mało istotnych różnic między siłami osiowymi wyznaczonymi według teorii I- i II-rzędu (NLG-B) dla rozpatrywanych want. W zakresie przestrzennej pracy konstrukcji nie zauważono znaczących różnic w przyrostach sił osiowych między parami want symetrycznych względem osi podłużnej mostu, a wyjątek może stanowić przykład cięgien W3 i W3', dla których maksymalna różnica wpływów nieliniowych dla sił osiowych wynosiła 0,73% (tablica 6.33, rys. 6.37). Można więc uważać, że wpływ imperfekcji geometrycznych pomostu i pylonu nie wpływa znacząco na rozwiązania nieliniowe dla sił osiowych w parach cięgien

Tablica 6.33. Porównanie przyrostu sił osiowych T w wantach modeli mostu MS-3Dig w [%] dla wybranych schematów obciążeń, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

Lp.	Element	Schemat obciążeń:		
		II	III	V
1	2	3	4	5
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L				
1.	W1 / W1'	3,42 / 3,41	2,96 / 2,97	-4,10 / -3,87
2.	W2 / W2'	3,29 / 3,22	1,83 / 1,69	1,06 / 1,03
3.	W3 / W3'	3,46 / 2,86	-1,74 / -1,01	0,42 / 0,47
4.	W4 / W4'	3,23 / 2,81	-1,47 / -1,07	0,51 / 0,55
5.	W5 / W5'	2,73 / 2,76	2,02 / 1,95	0,65 / 0,68
6.	W6 / W6'	3,59 / 3,59	2,62 / 2,54	-3,10 / -2,95
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L				
7.	W1 / W1'	40,70 / 40,44	-4,22 / -5,16	-30,11 / -30,51
8.	W2 / W2'	10,04 / 11,83	38,17 / 41,04	-7,94 / -7,94
9.	W3 / W3'	3,61 / 2,82	-31,06 / -30,58	7,71 / 8,05
10.	W4 / W4'	3,06 / 2,09	-26,95 / -25,54	9,13 / 9,67
11.	W5 / W5'	11,91 / 13,09	48,53 / 50,72	-7,88 / -8,30
12.	W6 / W6'	40,79 / 40,84	-6,96 / -6,63	-18,33 / -18,05

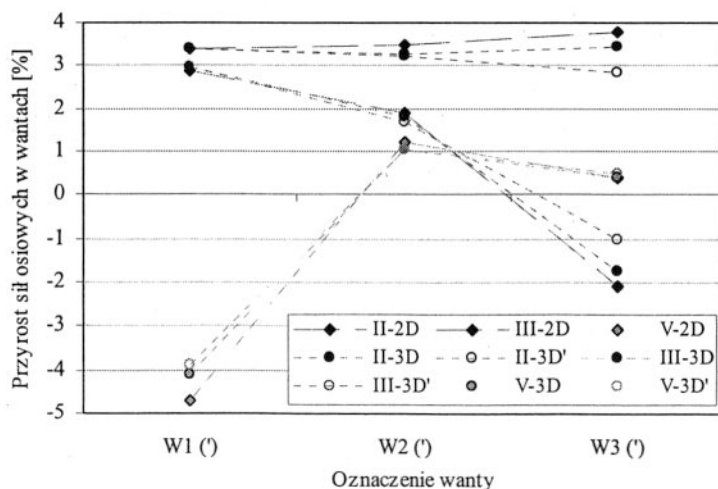


Rys. 6.36. Wykres zależności sił osiowych w cięgnach modeli obliczeniowych mostu w zależności od rodzaju przeprowadzonych analiz dla want: a) W1, b) W2 i c) W3

zlokalizowanych symetrycznie względem przekroju poprzecznego mostu.

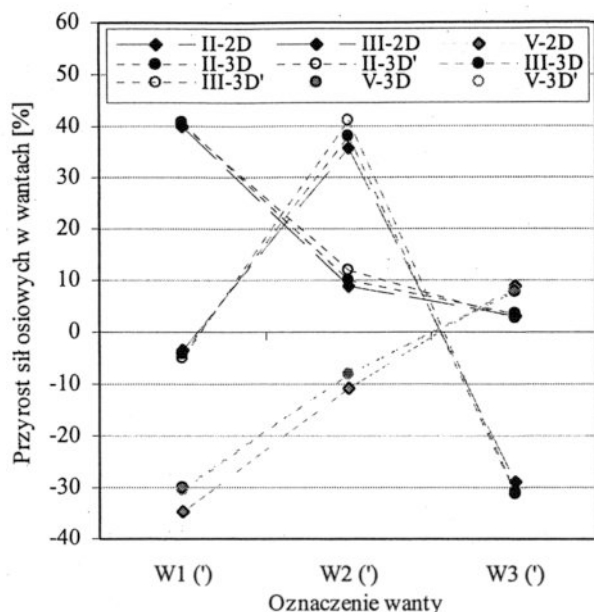
Na rysunku 6.38 przedstawiono przyrosty procentowe udziału kompleksowych wpływów nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie sił osiowych wybranych want w przęśle P2 dla modeli płaskich i przestrzennych mostu. Na jego podstawie stwierdzić można wyraźnie większy wpływ czynnika nieliniowego dla cięgna W1 przy obciążeniu zlokalizowanym w jego pobliżu (schemat II) dla obu analizowanych modeli obliczeniowych. W miarę zwiększania się odległości punktów mocowania want (W2 i W3) do pomostu od punktu przyłożenia obciążenia (II schemat), wpływy nieliniowe w tych linach ulegają znacznej redukcji (rys. 6.38). Odwrotną sytuację zaobserwowano z kolei dla V schematu, a więc gdy obciążenie znajdowało się blisko pylonu. Nieco trudniej jest zinterpretować przyrosty wpływów nieliniowych dla sił osiowych w wantach przy obciążeniu wg III schematu obciążeń, kiedy maksima o znakach przeciwnych wystąpiły dla cięgien W2 i W3.

Z wykresów na rys. 6.38 wynika także, że w miarę oddalania obciążenia od osi pylonu (schemat II) przyrosty nieliniowe sił osiowych we wszystkich cięgnach (W1-W3) są dodatnie, co świadczy o zmniejszaniu się sztywności konstrukcji pod obciążeniem, natomiast w miarę zbliżania go do osi pylonu (schemat V) zauważalna jest z kolei tendencja wzrastania jej sztywności.



Rys. 6.37. Wykresy zależności przyrostu sił osiowych T dla wybranych cięgien W1, W2 i W3 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie * wprowadzono dla symetrycznych elementów modelu przestrzennego (3D)

Na rysunku 6.39 podano w formie graficznej zależność przyrostu sił osiowych T we wszystkich cięgnach W1-W6 modelu obliczeniowego MS-2Dig mostu w zależności od rodzaju przyjętego schematu obciążeń (I-V) dla relacji analizy nieliniowej z uwzględnieniem wyłącznie zwisu want (NLG-W) oraz rozwiązania liniowego. Kolorem ciemnoniebieskim oznaczono przypadek obciążenia przęsła pierwszego P1, natomiast czerwonym schematy obciążeń zlokalizowane na przęśle najdłuższym P2. Z wykresów na rys. 6.39 wynika, że punkty w obrębie

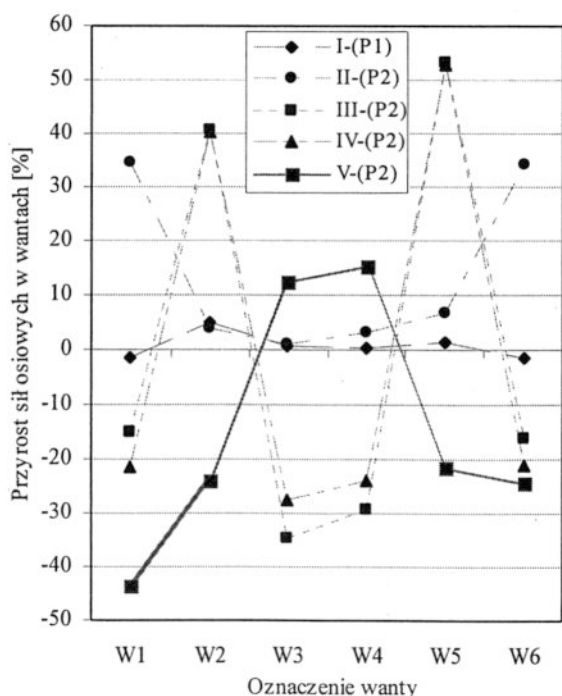


Rys. 6.38. Wykres zależności przyrostu sił osiowych T dla wybranych wian W1, W2 i W3 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-A i L. Oznaczenie wprowadzono dla symetrycznych węzłów modelu przestrzennego (3D)

rozwiązań liniowych dla sił osiowych cięgien nieobciążanych bezpośrednio (np. W1, W3, W4 i W6 dla schematów III i IV oraz W1, W2, W5 i W6 dla schematu V).

Podobnie, jak w przypadku analizy przemieszczeń pomostu czy pylonu, wartości przyrostu sił osiowych w makroelementach cięgowych były w tym przypadku największe spośród wszystkich analizowanych rodzajów nieliniowości (tablica 6.32, rys. 6.39).

Porównanie wartości naciągów wian symetrycznych względem osi podłużnej modelu



Rys. 6.39. Wykres zależności przyrostu sił osiowych T dla wszystkich wian W1–W6 modelu MS-2Dig2 mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (I–V) dla relacji analiz NLG-W i L

danego schematu statycznego układają się niemal symetrycznie względem osi pylonu rozdzielającej wian W1–W3 od W4–W6. Wartości uzyskane z analizy nieliniowej NLG-W są niemal w każdym przypadku schematów obciążeń I i II większe od rozwiązań według teorii I-rzędu z wyjątkiem wian skrajnych, tj. W1 i W6, dla których w schemacie I były one nieco mniejsze od rozwiązań liniowych (około $-1,5\%$). Dla tej samej pary cięgien, w II schemacie obciążeń uzyskano znaczny wzrost udziału wpływów nieliniowych w porównaniu z wartościami dla pozostałych czterech cięgien wewnętrznych W2–W5 średnio o 30% . W pozostałych rozważanych schematach (III–V) dominującą była tendencja do większego udziału wpływów nieliniowych dla tych wian, nad którymi (lub w pobliżu których) znajdowało się aktualnie obciążenie (np. dla cięgien W2 i W5 – schematy III i IV oraz dla wian W3 i W4 – schemat V). W tych przypadkach rejestrowano w obrębie poszczególnych schematów obciążeń (III–V) większy wpływ

przestrzennego mostu (MS-3Dig) wykazało największe różnice dla cięgien W2'/W2 oraz W4'/W4 odpowiednio dla V i III schematu obciążeń, niezależnie od rodzaju analizy nieliniowej (NLG-B i NLG-A), sięgające $-6,0 \div -4,1\%$ (siły osiowe większe w cięgnię W2) w pierwszym oraz $8,8 \div 9,7\%$ (naciąg większy w wianie położonej w II płaszczyźnie modelu, tj. W4') w drugim przypadku (rys. 6.40, tablica 6.24). Na wykresach pokazanych na rys. 6.40 wprowadzono dodatkowe oznaczenia punktów w postaci zielonych rombów, odpowiadających spadkom sił osiowych w wybranych wianach. Największe zauważone różnice w przyrostach sił osiowych cięgien z uwagi na wyniki przedstawione dla dwóch rodzajów analiz dotyczyły niemal wszystkich makroelementów (W2'/W2–W5'/W5) dla II schematu obciążeń, wynoszące maksymalnie $1,9\%$ dla wzrastających wartości naciągu oraz $3,1\%$ dla obniżonych wielkości sił osiowych (rys. 6.40). Znaczące różnice w przyrostach sił osiowych między wartościami uzyskanymi dla dwóch typów analiz (NLG-B i NLG-A) zauważono ponadto dla wian W2 i W2' przy V

schemacie obciążeń, kształtujące się na poziomie 1,9%. W pozostałych przypadkach przedstawione wyniki wykazywały dość dużą zbieżność dla symetrycznych par cięgien oraz dla obu typów analiz.

Jak wynika z wykresu podanego na rys. 6.40, w przeważającej części przypadków, wartości naciągów want zlokalizowanych w II płaszczyźnie modeli przestrzennych są większe od sił osiowych w wantach równoważnych im w płaszczyźnie I dla analizy NLG-B w II i III schemacie obciążeń (bez uwzględnienia zwisu tych makroelementów). Dla schematu V zauważono większy udział wyteżeń want zlokalizowanych w I płaszczyźnie dla analizy NLG-A (rys. 6.40). Różnice te są następstwem wprowadzenia imperfekcji geometrycznych zarówno w niweletach dźwigarów głównych, jak i w osi pylonu w płaszczyznach prostopadłej i równoległej do osi podłużnej modeli obliczeniowych 3D mostu.

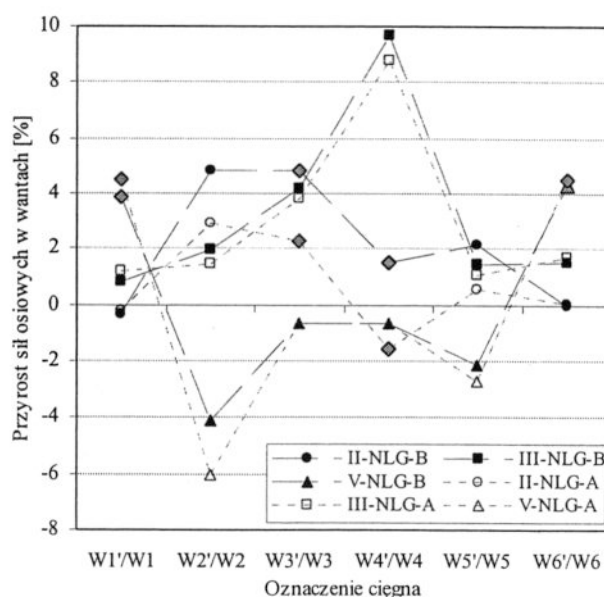
• **Analiza wyników sił wewnętrznych w elementach pomostu i pylonu modeli obliczeniowych.**

a) Uwagi ogólne. Przedstawiono tu wyniki sił wewnętrznych (sił osiowych i momentów zginających) dla wybranych ES pylonu i dźwigara głównego. W pierwszym przypadku pod uwagę wzięto trzy ES umiejscowione na wysokości pylonu (dla układów 2D) oraz 6 – dla modeli przestrzennych, wybierając je poniżej miejsc mocowania want (z węzłami wspólnymi w połączeniach tych makroelementów). Dla dźwigara (dźwigarów) rozpatrzono analizę sił wewnętrznych w oparciu o jeden ES znajdujący się w środku rozpiętości przęsła najdłuższego P2 (modele 2D) oraz o dwa symetryczne względem osi podłużnej mostu w modelach obliczeniowych 3D. Wszystkie wyniki dla ośmiu 2D oraz trzech 3D schematów obciążeń dla rozpatrywanych analiz liniowej i nieliniowych zestawiono odpowiednio w tablicach 6.5, 6.20 oraz 6.25, natomiast dla modelu opartego na geometrii projektowej podano wyniki dla II schematu obciążeń.

b) Analiza sił osiowych w pylonie i pomoście. Wstępna analiza sił osiowych w wybranych ES pylonu i pomostu pozwoliła stwierdzić dla większości analizowanych przypadków proporcjonalny przebieg tych wielkości w stosunku do przyrostu obciążenia zewnętrznego.

Na podstawie porównania tych wielkości w pylonie okazało się, że największe wartości osiowych sił ściskających wystąpiły w dolnej jego części (punkt A) dla IV schematu obciążeń, i były większe od zarejestrowanych w środku rozpiętości przęsła P2 niezależnie od rodzaju przyjętego modelu obliczeniowego oraz analiz (liniowych bądź nieliniowych). Maksymalne wartości stwierdzono w analizie nieliniowej z uwzględnieniem wpływu nieliniowości geometrycznej dla dużych przemieszczeń bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B), które wynosiły $-281,84$ kN (punkt A, model MS-2Dig z imperfekcjami geometrycznymi) (tablica 6.20). Wykonanie obliczeń uwzględniających zwis want wywołało spadek sił osiowych we wszystkich rozważanych ES pylonu, jednak dla dźwigara głównego zauważono ich znaczny wzrost. Przykładowo, dla punktu A pylonu, wartości sił osiowych dla analiz NLG-B, -W oraz -A dla III schematu obciążeń wynosiły odpowiednio $-275,56$, $-276,26$ oraz $-267,26$ kN dla modeli MS-2Dig1/2. Dokonując porównania, w wyniku zastosowania w obliczeniach modeli przestrzennych uzyskano następujące wartości: $-277,80$ i $-284,20$ kN oraz $-249,95$ i $-255,44$ kN dla analiz NLG-B i NLG-A dla par symetrycznych ES (tablica 6.25).

Wbrew wcześniejszym przypuszczeniom, nie zarejestrowano maksymalnych ściskających sił osiowych w dolnej części pylonu dla każdego przypadku obciążenia. Przykładem może być rozkład sił osiowych w tym elemencie dla II schematu obciążeń, dla którego w punkcie B (część



Rys. 6.40. Wykres zależności przyrostu sił osiowych T we wszystkich parach want symetrycznych W1'/W1, W2'/W2 i W3'/W3, W4'/W4, W5'/W5 i W6'/W6 modelu MS-3Dig mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analiz nieliniowych NLG-B i NLG-A

Tablica 6.34. Porównanie przyrostu momentów zginających M i sił osiowych N w [%] w wybranych elementach pylonu i pomostu modeli mostu MS-2Dig dla wszystkich schematów obciążeń, uzyskanych w wyniku przeprowadzonych analiz

Lp.	Punkt	Schematy obciążeń:							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L									
1.	Punkt A M	—*	5,7	2,8	3,4	—0,2	—2,5	—0,5	—2,3
	N	—15,0	5,6	1,9	2,5	2,2	—7,5	—*	7,5
2.	Punkt B M	0,1	2,0	1,9	1,8	0,4	—1,0	—0,9	—1,1
	N	2,5	3,1	3,3	2,1	4,5	—*	—*	—*
3.	Punkt C M	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*
	N	1,3	3,6	3,0	3,0	—6,3	11,9	0,0	0,1
4.	Punkt 10 M	—40,0	5,2	0,6	1,0	0,5	—16,3	12,5	—14,2
	N	28,8	—5,9	—5,9	—7,2	—12,3	70,0	—*	—15,0
Udział wielkości NLG-W w stosunku do L									
5.	Punkt A M	—10,2	—16,8	—9,0	—7,4	—23,0	0,4	0,9	—1,4
	N	—*	25,7	10,5	9,8	10,2	—0,6	—25,0	—*
6.	Punkt B M	—24,2	52,5	—20,1	—20,0	30,7	—7,4	6,8	—4,5
	N	—40,0	24,9	30,7	31,2	—28,3	—*	—*	—*
7.	Punkt C M	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*
	N	—*	32,9	—14,4	—19,6	—*	—72,5	—*	—2,5
8.	Punkt 10 M	—17,5	4,9	—31,3	—32,4	—24,4	—2,5	22,5	2,5
	N	—5,0	—16,0	—37,4	—40,6	—47,8	46,3	—20,0	—12,5
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L									
9.	Punkt A M	20,0	—6,2	—7,1	—6,9	—13,7	—2,4	0,4	—2,5
	N	—*	34,3	13,7	12,8	8,3	3,1	—27,5	—*
10.	Punkt B M	—1,6	16,9	—13,8	—13,9	6,4	—2,7	0,7	—1,8
	N	—*	26,6	31,6	28,1	—14,0	—*	—57,5	—70,0
11.	Punkt C M	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*	—*
	N	—*	35,4	—11,4	—15,8	—*	—72,5	—*	5,0
12.	Punkt 10 M	—*	—1,0	—21,5	—21,7	—22,3	55,0	—32,5	17,5
	N	9,2	—17,0	—31,6	—34,0	—37,1	40,0	—42,5	32,5

*) – wartości bezwzględne dążące do nieskończoności lub do zera z uwagi na zbliżone do zera wyniki uzyskane dla analiz liniowych bądź nieliniowych.
Podano procentowy udział wartości NLG- X/L , gdzie X odpowiada poszczególnym analizom II-rzędu: B, W, bądź A.

środkowa) wielkość ta wynosiła $-199,50$ kN, a w punkcie A (poniżej punktu B) $-145,70$ kN w modelu MS-2Dpt (opartym na geometrii zgodnej z projektem technicznym) oraz dla analizy NLG-B (tablica 6.5). Przy założeniu imperfekcji geometrycznych (MS-2Dig1) zanotowano wartości $-183,64$ oraz $-165,29$ kN odpowiednio dla punktów B i A (tablica 6.20), a w modelu przestrzennym $-182,64$ i $-178,14$ kN oraz $-156,51$ i $-161,20$ kN dla par punktów symetrycznych (B/B' oraz A/A').

Ogólnie rzecz biorąc, osiowe wyłączenie części środkowej i dolnej pylonu było wyrównane dla obciążeń zlokalizowanych na prześle P2, a pewien wyjątek stanowiły schematy II i V, dla których

w pierwszym przypadku nastąpił spadek wartości osiowych sił ściskających w obu punktach nawet o 100 kN, a w drugim – o wartość dziesięciokrotnie mniejszą dla punktu B.

Podobnie jak w przypadku analizy wyłączenia want, zauważone nieznaczne różnice w wartościach sił osiowych pylonu i pomostu w ramach zrealizowanych poszczególnych typów analiz, tj. między NLG-B oraz NLG-W i NLG-A dla modeli uwzględniających imperfekcje geometryczne (MS-2D/3Dig) wynikają przede wszystkim z założenia niezbyt dużego wstępnego naciągu cięgien w odniesieniu do rzeczywistej początkowej konfiguracji geometrycznej niwelety dźwigara głównego (dźwigarów głównych).

Maksymalne siły osiowe dla ustawienia obciążenia w prześle najdłuższym uzyskane z analizy liniowej (L) były na ogół mniejsze w porównaniu z rozwiązaniami nieliniowymi (NLG-B) dla pylonu, natomiast większe dla dźwigara głównego. Przy lokalizacji obciążenia poza prześłem P2 (schematy I, VI-VIII) zauważono sytuację odwrotną.

Analizę porównawczą stopnia nieliniowości dla rozkładu sił osiowych w poszczególnych punktach pylonu i dźwigara głównego dla rozważanych modeli obliczeniowych wykonano na podstawie zestawienia obliczonych procentowych przyrostów tych wielkości w modelach dyskretnych mostu odpowiednio 2D i 3D w odniesieniu do analiz wg teorii I-rzędu (tablice 6.34 i 6.35).

Na tej podstawie można zauważyć, że udział wpływów nieliniowych dla sił osiowych w pylonie i dźwigarze głównym jest znacznie większy dla analiz, w których uwzględniono zwis want, tj. NLG-W i

Tablica 6.35. Porównanie przyrostu momentów zginających M i sił osiowych N w [%] w wybranych elementach pylonu i pomostu modelu mostu MS-3Dig dla wybranych schematów obciążeń

Lp.	Punkt	Schematy obciążeń:			
		II	III	V	
1	2	3	4	5	
Udział wielkości NLG-B w stosunku do L					
1.	A/A'	M	7,4 / 5,2	3,2 / 3,1	-0,2 / -0,1
		M _y	6,0 / 6,0	-2,6 / -2,6	36,9 / 26,4
		N	6,1 / 3,2	2,8 / 1,6	2,0 / 0,8
2.	B/B'	M	2,4 / 2,4	1,8 / 1,6	0,5 / 0,6
		M _y	6,6 / 5,7	11,4 / 12,8	-5,6 / -5,0
		N	2,0 / 4,8	2,7 / 4,0	3,0 / 22,5
3.	C/C'	M	4,2 / 3,3	-5,1 / -5,0	-4,8 / 5,8
		M _y	6,0 / 5,1	9,2 / 5,7	32,5 / 40,0
		N	3,8 / 3,6	2,8 / 3,1	-6,7 / -2,8
4.	10/10'	M	3,6 / 2,4	0,7 / 1,9	0,7 / -4,1
		N	-5,8 / -6,4	-6,7 / -10,5	-15,4 / -5,2
Udział wielkości NLG-A w stosunku do L					
5.	A/A'	M	-6,0 / -6,0	-8,2 / -7,5	-12,6 / -12,9
		M _y	36,1 / 36,1	23,2 / 23,0	2,0 / 2,0
		N	41,1 / 34,6	14,6 / 14,6	8,2 / 7,1
6.	B/B'	M	25,4 / 26,3	-14,7 / -13,7	7,8 / 6,5
		M _y	25,4 / 24,3	102,5 / 95,2	-1,3 / 0,6
		N	28,0 / 33,3	33,0 / 34,3	-17,5 / -1,9
7.	C/C'	M	265,0 / 261,0	-392,6 / -393,0	5,7 / 5,7
		M _y	41,0 / 41,6	13,0 / 15,5	-35,0 / -*
		N	44,4 / 43,9	-7,9 / -6,1	-55,0 / -52,5
8.	10/10'	M	0,5 / 10,5	-22,7 / -24,0	-17,5 / -17,5
		N	-17,8 / -18,2	-33,4 / -37,9	-37,3 / -33,2

NLG-A – tendencja ta nie była zależna od rodzaju przyjętego modelu. Na ogół obliczone przyrosty sił osiowych w pylonie dla analizy NLG-B są mniejsze dla schematów obciążeń I i VI-VIII w porównaniu z lokalizacją obciążenia w przęśle najdłuższym, jednak, np. dla punktu A i schematu I wystąpiła duża wartość rzędu -15%, świadcząca o większej sile osiowej w pylonie dla rozwiązania liniowego (tablica 6.34).

Porównując siłę osiową w punkcie B pylonu, wpływ nieliniowości geometrycznej wynosił 2,1–4,5% dla analizy NLG-B w zależności od punktu przyłożenia obciążenia w obrębie przęsła P2 (schematy II-V). Zbliżone przedziały różnic między rozwiązaniami nieliniowymi (NLG-B) i liniowymi zauważono dla pozostałych punktów tego makroelementu w modelu mostu, przy czym pojawiały się także wartości ujemne świadczące o większych wartościach sił osiowych charakteryzujących liniowy zakres pracy konstrukcji (tablica 6.34). W dźwigarze głównym różnice te były nieco większe, zawierające się w przedziale

5,9–12,3% dla schematów II-V.

Analogiczna analiza wykonana dla obliczeniowego modelu 3D (z uwzględnieniem przestrzennych imperfekcji geometrycznych) pozwoliła na dostrzeżenie wybiórczo znacznych różnic między siłami osiowymi wyznaczonymi wg teorii I- i II-rzędu (NLG-B) zarówno dla elementów pylonu, jak i dźwigara głównego – uwidocznionych szczególnie w III i V schemacie obciążeń.

Uwzględnienie przestrzennej pracy konstrukcji ujawniło ponad 20% oraz ponad -15% różnicę dla sił osiowych odpowiednio w punktach B' pylonu oraz 10 pomostu dla V schematu obciążeń, między rozwiązaniami otrzymanymi z analizy nieliniowej (NLG-B) oraz liniowej. Dla symetrycznych punktów w tych makroelementach uzyskano następujące przyrosty sił osiowych – 3,0% oraz -5,2% odpowiednio dla punktów B i 10' (tablica 6.35, rys. 6.41). Wynika stąd, że wpływ imperfekcji geometrycznych pomostu i pylonu ma w przypadku obliczeniowego modelu 3D znaczący wpływ na rozwiązanie nieliniowe dla sił osiowych w pylonie i dźwigarach głównych z uwagi na duże przemieszczenia i efekt $P-\Delta$ (bez uwzględnienia zwisu want).

Na rysunku 6.42 przedstawiono procentowe przyrosty udziału złożonych wpływów nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie sił osiowych wybranych ES pylonu i dźwigara głównego dla modeli 2D i 3D. Stwierdzono duże podobieństwo w rozkładzie poszczególnych wartości na wykresach w porównaniu z rys. 6.42, wykonanym dla nieliniowości NLG-B. Na ich podstawie zauważono wyraźnie większy wpływ nieliniowości dla obu analizowanych punktów pylonu przy obciążeniu zlokalizowanym w większej odległości od tego makroelementu (schematy II i III) dla obu analizowanych modeli obliczeniowych (MS-2D/3Dig). Dla V schematu obciążeń, rozwiązania nieliniowe (NLG-A) dla wartości sił osiowych w pylonie były mniejsze, natomiast dostrzeżono znacznie większe wartości dla rozwiązania liniowego (przy uwzględnieniu zlinearyzowanego zwisu want) w dźwigarach głównych – punkty 10 i 10' (efekt wzrostu sztywności konstrukcji). Podobny trend obowiązywał w tych

punktach również, kiedy obciążenie znajdowało się nad nimi (schemat III) oraz dla II schematu obciążeń, choć w tym ostatnim przypadku wartości przyrostów były o połowę mniejsze (rys. 6.42).

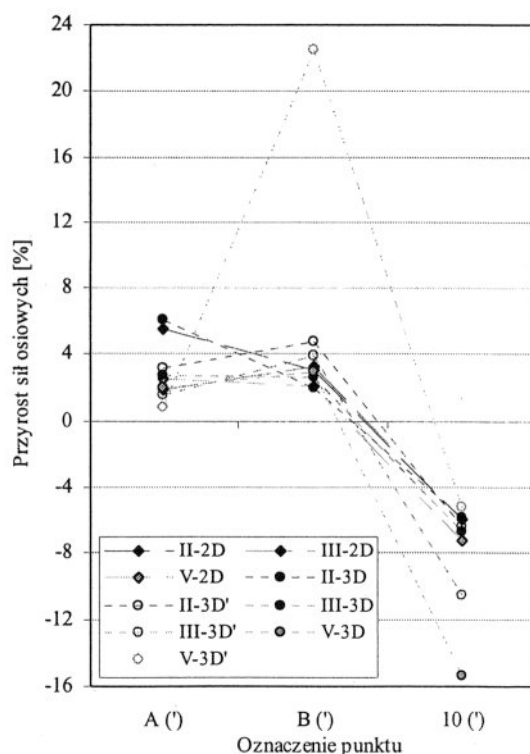
Porównanie wartości sił osiowych w wybranych węzłach ES pylonu i dźwigarów głównych (symetrycznych względem osi podłużnej modelu przestrzennego mostu MS-3Dig) wykazało wyraźnie największe różnice między punktami 10 i 10' pomostu dla III i V schematu obciążeń, niezależnie od rodzaju analizy nieliniowej (NLG-B i NLG-A), sięgające niemal -20 i -29% (siły osiowe większe w punkcie 10) w pierwszym, oraz 27 i 50% (siły osiowe większe w punkcie położonym w II płaszczyźnie modelu, tj. 10') – w drugim przypadku (rys. 6.43, tablica 6.35). Jednocześnie wyniki te uzyskane z analizy wg teorii II-rzędu z uwzględnieniem teorii dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ były większe od przyjęcia w obliczeniach kompleksowej analizy nieliniowej z udziałem zwisu want.

W wybranych parach symetrycznych punktów pylonu, przebiegi przyrostu sił osiowych pozostawały w dużej zbieżności (rys. 6.43) dla obu typów analiz nieliniowych.

Jak wynika z wykresu na rys. 6.43, dla schematów obciążeń II i III wartości sił osiowych w analizowanych ES pylonu, zlokalizowanych w II płaszczyźnie modeli przestrzennych, są większe od tych wielkości w ES równoważnych im w płaszczyźnie I dla obu typów analiz, natomiast dla V schematu zauważono sytuację odwrotną. Na tej podstawie wydaje się, że są one wynikiem uwzględnienia imperfekcji geometrycznych w dźwigarach głównych i pylonie, przy czym trudno ustosunkować się, który z tych dwóch czynników miał bardziej znaczący wpływ na zarejestrowane wielkości sił osiowych w pylonie. Rozważając przyrosty sił osiowych w makroelementach pomostu otrzymane z analiz nieliniowych, można postawić tezę o większym wpływie na nie imperfekcji geometrycznych właśnie tego elementu konstrukcyjnego.

c) Analiza momentów zginających w pylonie i pomoście. Z uwagi na podawany w literaturze [55] znaczący wpływ analizy z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej na wartości momentów zginających w dźwigarach głównych mostów wantowych, na podstawie uzyskanych wyników obliczeń wykonano analizę porównawczą tych wielkości w wybranych węzłach ES pylonu i pomostu [23], [148], [154]. Oparto się na danych dotyczących identycznych punktów, dla których wyznaczano również siły osiowe N , tj. A, B i C dla pylonu oraz 10 dla dźwigara głównego, zamieszczonych wspólnie w tablicach 6.5, 6.20 i 6.25. Na podstawie porównania tych wielkości w pylonie okazało się, że największe wartości momentów zginających wystąpiły w dolnej i środkowej jego części (punkty A i B) dla III, IV i V schematu obciążeń, niezależnie od rodzaju przyjętego modelu obliczeniowego oraz analizy. Maksymalne wartości zauważono w analizie nieliniowej z uwzględnieniem wpływu zwisu want (NLG-W), które wynosiły $56,63$ kNm (punkt B) oraz $47,07$ kNm (punkt A) modelu MS-2Dig dla IV i V schematu obciążeń (tablica 6.20). Nieuwzględnienie w obliczeniach efektu zwisu cięgien (NLG-B) wpłynęło na obniżenie wartości momentów zginających w ES pylonu. Podobne relacje dotyczyły momentów zginających M w dźwigarze głównym (w środku rozpiętości przęsła P2), jednak dla tego makroelementu wielkości te były ponad czterokrotnie większe w porównaniu z pylonem dla identycznych schematów obciążeń.

Najmniejsze wartości momentów zginających zarejestrowano dla każdego typu analizy liniowej i nieliniowej w naj-



Rys. 6.41. Wykresy zależności przyrostu sił osiowych N dla wybranych punktów pylonu A i B oraz pomostu 10 w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych elementów modelu przestrzennego (3D)

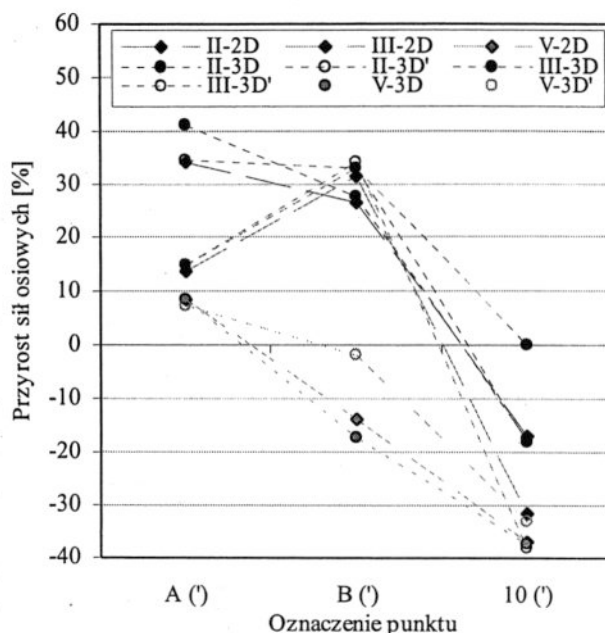
wyższym punkcie pylonu C dla każdego z rozważanych schematów statycznych.

Obliczone według teorii II-rzędu (NLG-B) wartości momentów zginających w pylonie modelu MS-2Dpt były porównywalne z wynikami otrzymanymi dla modelu dyskretnego uwzględniającego imperfekcje geometryczne (MS-2Dig1), natomiast w dźwigarze głównym były one mniejsze o 22% dla modelu MS-2Dpt (tablice 6.5 i 6.20).

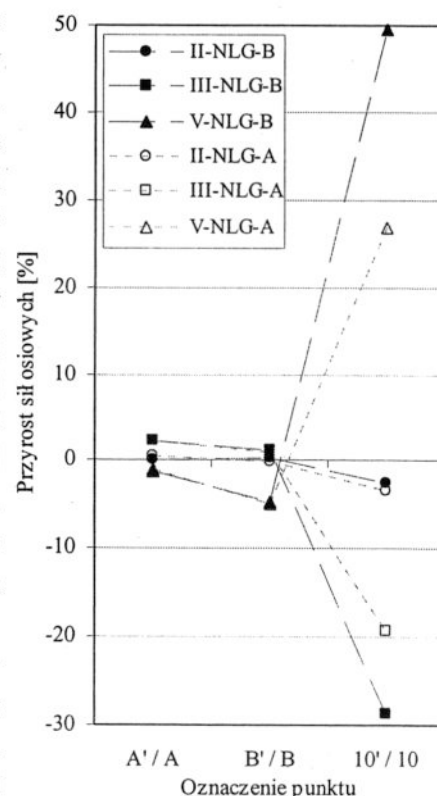
Rozwiązania liniowe (L) w zakresie momentów zginających zarówno w pylonie, jak i dźwigarze głównym były na ogół mniejsze od nieliniowych dla obciążeń położonych w przęśle P2, natomiast ich lokalizacja nad pozostałymi przęsłami modeli dyskretnych mostu wpływała niejednokrotnie na zwiększenie tej wielkości w rozwiązaniach wg teorii I-rzędu (tablica 6.20). Na rysunku 6.21 przedstawiono przykładowe wykresy rozważanych wielkości w ES pomostu i pylonu w płaskim modelu obliczeniowym MS-2Dig1 mostu w wyniku analizy liniowej dla przypadków wstępnego naciągu want (rys. 6.21a) oraz od obciążenia pojazdem zgodnie z III schematem obciążeń (rys. 6.21b).

Otrzymane wartości momentów zginających przedstawione dla modeli 3D wykazały duże podobieństwo z uzyskanymi dla modeli płaskich 2D, praktycznie niezależnie od rodzaju wykonanych analiz oraz schematów obciążeń w obrębie przęsła najdłuższego P2 (tablice 6.20 i 6.25). Obliczenia wykonane dla modeli 3D mostu pozwoliły również na ocenę momentów zginających w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej obiektu M_y , które zestawiono dla trzech punktów pylonu, także w tablicy 6.25. Stanowią one niewielki procent wielkości momentów zginających M (M_z) i nie przekroczyły 1 kNm dla każdego z analizowanych przypadków obciążeń i analiz. Największe ich wartości zanotowano dla niżej zlokalizowanych punktów pylonu, tj. A/A' i B/B'. W tablicach 6.34 i 6.35 zestawiono wyniki uzyskane z analizy porównawczej wpływów rozważanych nieliniowości geometrycznych (NLG-B, NLG-W i NLG-A) dla procentowych przyrostów wartości momentów zginających w poszczególnych punktach pylonu i dźwigara głównego dla rozważanych modeli obliczeniowych 2D i 3D.

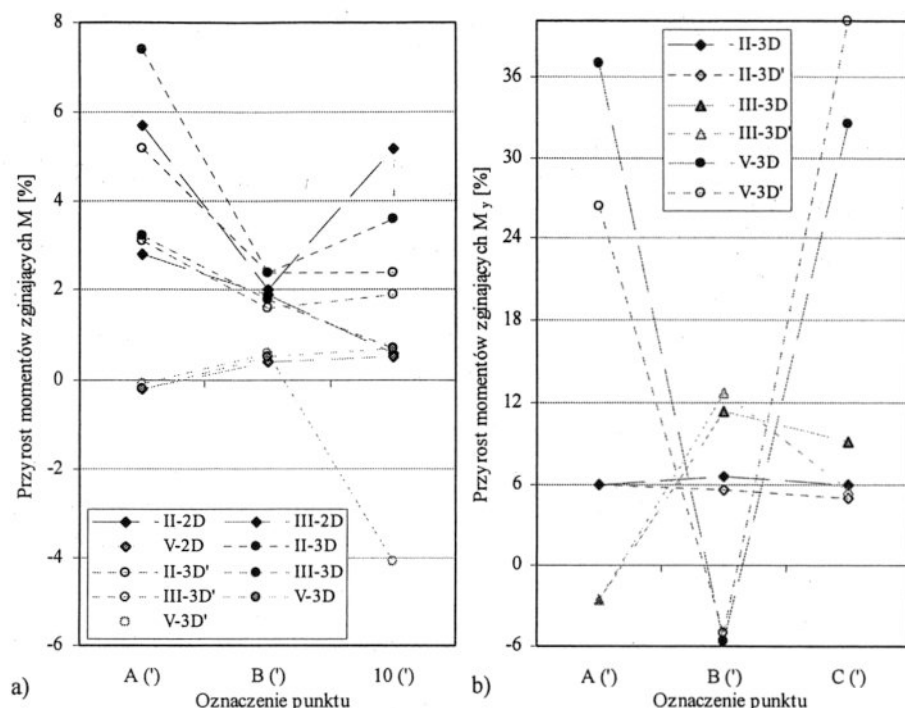
Przedstawienie w formie wykresów otrzymanych wyników dla przyrostów momentów zginających M w pylonie i pomoście dla dwóch modeli Ms-2D/3Dig w aspekcie analiz liniowej i nieliniowej (NLG-B) w obrębie trzech schematów obciążeń (II, III i V) pozwoliło na stwierdzenie większego udziału nieliniowości (rys. 6.44a). Maksymalne różnice zanotowano dla punktów A i A' pylonu dla II schematu obciążeń (5,2–7,4%) oraz w dźwigarze (10) – o wartości 5,2%. Dla punktu 10' – symetrycznym do 10 w modelu przestrzennym, w V schemacie obciążeń zauważono



Rys. 6.42. Wykres zależności przyrostu sił osiowych N dla wybranych punktów pylonu A, B i dźwigara głównego 10 w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (II, III i V) dla relacji analiz NLG-A i L



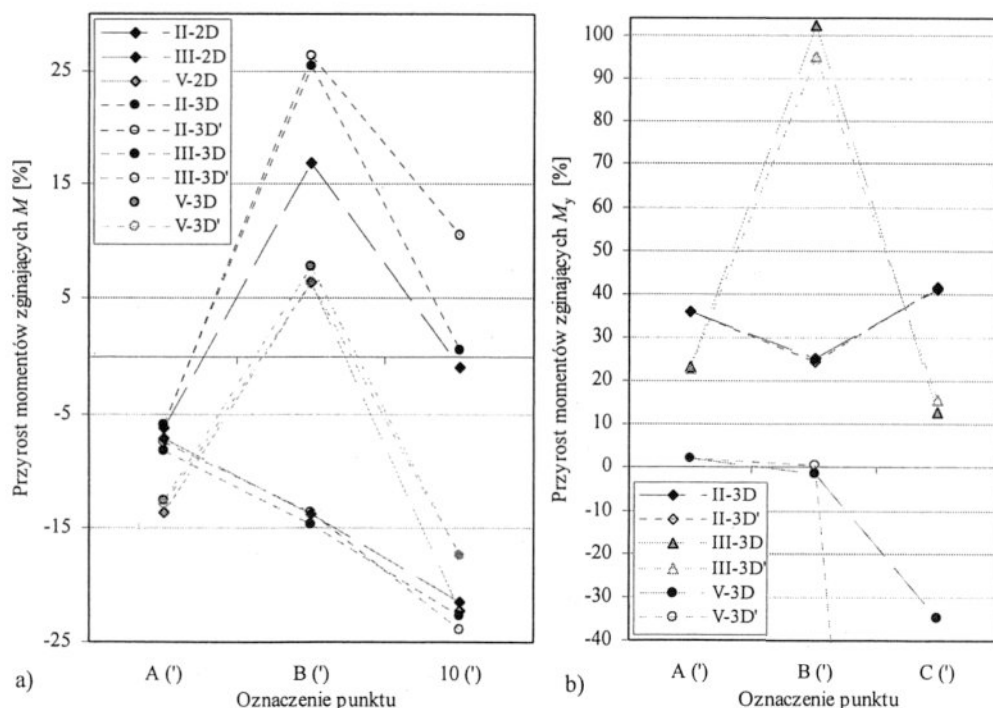
Rys. 6.43. Wykres zależności przyrostu sił osiowych N w wybranych punktach pylonu A'/A i B'/B oraz dźwigarów głównych 10'/10 modelu MS-3Dig1/2 mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analiz nieliniowych NLG-B i NLG-A



Rys. 6.44. Wykresy zależności przyrostu momentów zginających w płaszczyźnie: a) równoległej M i b) prostopadłej do osi podłużnej mostu M_y w modelach obliczeniowych dla wybranych punktów pylonu A i B, oraz pomostu 10 dla schematów obciążeń II, III i V i relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych elementów modelu przestrzennego (3D)

mogą wynikać z wpływu niedokładności obliczeń dla małych wartości, rzędu 30–50 Nm w tych punktach. W pozostałych przypadkach wyniki układały się w przedziale –6–12%. Widoczne różnice między wartościami przyrostów momentów zginających M_y w poszczególnych symetrycznych węzłach pylonu mogą być pochodną wyłącznie imperfekcji geometrycznych pylonu lub/i dźwigarów głównych (rys. 6.44, tablica 6.35).

Na rysunku 6.45 przedstawiono przyrosty procentowe udziału kompleksowych wpływów nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie momentów zginających M i M_y wybranych punktów pylonu i dźwigara głównego dla modeli 2D i 3D mostu. Stwierdzono znaczne rozbieżności w rozkładzie poszczególnych wartości na wykresach w

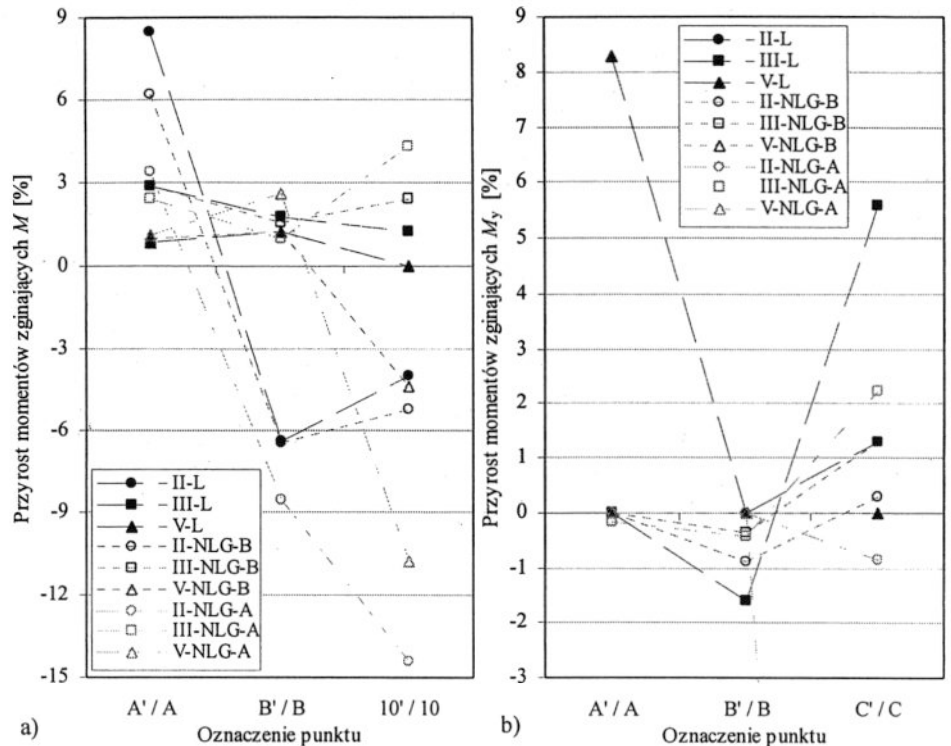


Rys. 6.45. Wykresy zależności przyrostu momentów zginających w płaszczyźnie: a) równoległej M i b) prostopadłej do osi podłużnej mostu M_y w modelach obliczeniowych dla wybranych punktów pylonu A i B, oraz pomostu 10 dla schematów obciążeń II, III i V i relacji analiz NLG-A i L

ujemny przyrost, świadczący o większej wartości momentu zginającego M w tym miejscu dla analizy liniowej (–4,1%).

Na rysunku 6.44b przedstawiono wpływ nieliniowości geometrycznej (NLG-B) dla momentów zginających M_y w trzech punktach na wysokości pylonu. W większości przypadków otrzymane przyrosty miały dodatnie wartości (maksymalnie 26–40% dla punktów A i C w V schemacie obciążeń). Duże wartości momentów zginających M_y otrzymanych dla analizy nieliniowej NLG-B w porównaniu z rozwiązaniem liniowym

porównaniu z rys. 6.44, wykonanymi dla nieliniowości NLG-B. Na podstawie rys. 6.45 zauważono wyraźnie mniejszy wpływ nieliniowości w wartościach M dla wszystkich rozważanych punktów w obrębie III schematu obciążeń. Podobne relacje wystąpiły dla wszystkich schematów obciążeń w punktach A i A' pylonu oraz w dźwigarach głównych w połowie ich rozpiętości przęsła P2 (10 i 10') dla V schematu obciążeń. Największy udział rozwiązania nieliniowego dla momentu zginają-



Rys. 6.46. Wykresy przyrostu momentów zginających w płaszczyźnie: a) równoległej M i b) prostopadłej do osi podłużnej mostu M_y w modelach MS-3Dig1/2 dla wybranych symetrycznych punktów pylonu A'/A, B'/B i C'/C, oraz dźwigarów głównych 10'/10 w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analizy liniowej (L) i nieliniowych NLG-B i NLG-A

cego M zauważono w punktach B i B' pylonu o średniej wartości około 26% dla II schematu obciążeń, a najmniejszy dla punktów 10 i 10' dźwigarów głównych dla III i V schematu (rys. 6.45a).

Z wykresu na rys. 6.45b wynika, że różnice między wartościami przyrostów momentów zginających M_y w symetrycznych węzłach pylonu są nieznaczne, natomiast udział rozwiązań według teorii nieliniowej NLG-A jest największy dla punktów B i B'.

W ostatniej części analizy porównawczej wyników przedstawiono wpływ nieliniowości geometrycznej NLG-B i NLG-A oraz rozwiązań liniowych L na wartości momentów zginających w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach dla wybranych węzłów ES pylonu i dźwigarów głównych (symetrycznych względem osi podłużnej modeli mostu MS-3Dig1/2) dla trzech schematów obciążeń, tj. II, III i V (rys. 6.46). Ustalono, że największe różnice między wartościami momentów zginających M wystąpiły w punktach 10'/10 pomostu dla II i III schematu obciążeń i złożonej analizy nieliniowej NLG-A (rzędu 11–14%), natomiast wyniki dla wybranych czterech punktów pylonu (A'/A i B'/B) świadczą o zbliżonych wartościach dysproporcji na poziomie 1–3% dla analiz liniowej i nieliniowej (NLG-A) dla III i V schematu obciążeń (tablica 6.25, rys. 6.46a).

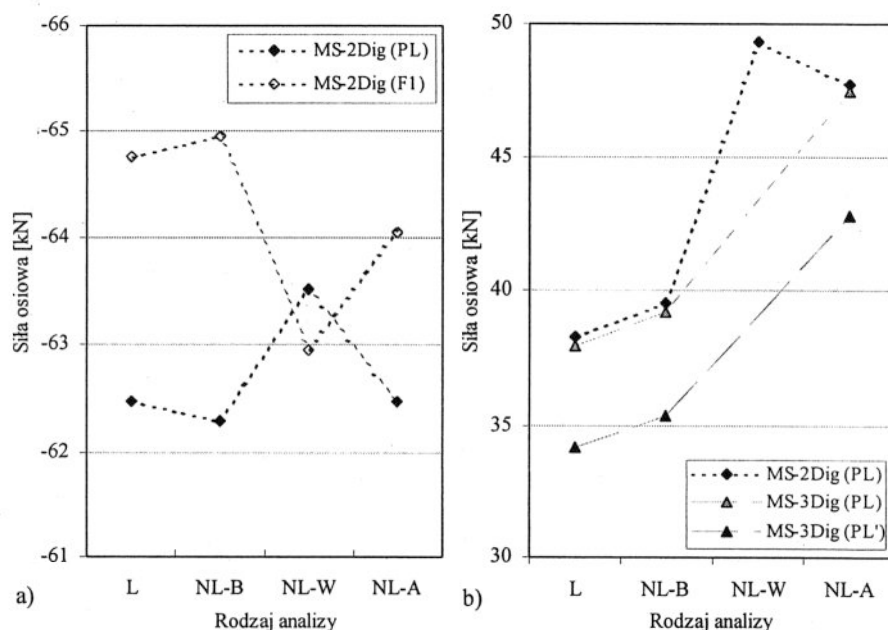
Rozważając różnice w wartościach momentów zginających w płaszczyźnie prostopadłej M_y dla sześciu punktów pylonu dostrzeżono zbliżony rozkład wartości szczególnie dla punktów A i A', w których następowała zmiana znaku momentu zginającego (rys. 6.46b). Największe różnice w momentach zginających dla węzłów symetrycznych zaobserwowano jednak dla analizy liniowej w punktach A'/A i C'/C o wartościach 8,3 i 5,6% odpowiednio dla V i III schematu obciążeń. Można zatem stwierdzić, że uwzględnienie w obliczeniach teorii nieliniowej spowodowało zmniejszenie dysproporcji między momentami zginającymi M_y w pylonie.

• **Analiza wyników sił osiowych w wahaczach podporowych dla modeli obliczeniowych mostu.** Wyniki otrzymane dla ES wahaczy w przęśle P1 zestawiono w tablicach 6.21 i 6.26 dla modeli płaskich 2D i przestrzennych 3D, ograniczając się odpowiednio do trzech pierwszych (I-III) oraz II i III – najbardziej dla nich znaczących – schematów obciążeń.

Na podstawie porównania sił osiowych w ES wahaczy okazało się, że największe wartości wystąpiły dla wahaczy F1 dla pierwszego filara w II schemacie obciążeń, niezależnie od rodzaju przyjętego modelu obliczeniowego oraz analizy liniowej bądź nieliniowych. Maksymalne wartości zauważono dla analizy nieliniowej z uwzględnieniem wyłącznie wpływu zwisu want – NLG-W (tablice 6.21 i 6.26), które wynosiły w tym ES $-305,7$, $-285,5$ i $-478,1$ kN oraz $-410,2$ kN odpowiednio dla analiz liniowej L (bez uwzględnienia zlinearyzowanego zwisu cięgien) i nieliniowych: NLG-B, NLG-W i NLG-A w modelach dyskretnych MS-2Dig1/2.

Po zastosowaniu do obliczeń modeli przestrzennych, dla tego samego schematu statycznego (II) otrzymano następujące wartości maksymalnych sił osiowych N : $-312,3$, $-291,4$ oraz $-425,4$ kN, odpowiednio dla analiz L, NLG-B i NLG-A (tablica 6.26), przy czym wszystkie wartości charakteryzują element zlokalizowany w I płaszczyźnie modeli (F1). Z porównania tego wynika, że zarówno dla układów płaskich, jak i przestrzennych zauważono znaczny wzrost wartości sił osiowych w wahaczach F1 (maksymalnie o 68% dla stosunku wartości otrzymanych z obliczeń dla NLG-W do NLG-B), choć w drugim przypadku wartości

te były o około 2–4% większe. Tak znaczne różnice w wynikach spowodowało wspomniane już przyjęcie stosunkowo niedużego wstępnego naciągu want dla pierwotnej konfiguracji geometrycznej modeli (z imperfekcjami geometrycznymi), co miało szczególnie wpływ na otrzymane wielkości przy uwzględnieniu w analizach zwisu cięgien (NLG-W i NLG-A). Na tej podstawie należy stwierdzić, że bardziej wiarygodne do dalszej analizy porównawczej z wynikami otrzyma-



Rys. 6.47. Wykres zależności sił osiowych N w wybranych ES wahaczy przęsła P1 modeli obliczeniowych mostu w zależności od rodzaju przeprowadzonych analiz dla schematów obciążeń: a) I oraz b) II

nymi z badań na obiekcie rzeczywistym są wyniki z obliczeń wg teorii I-rzędu L oraz dla nieliniowości bez uwzględnienia zwisu want – NLG-B.

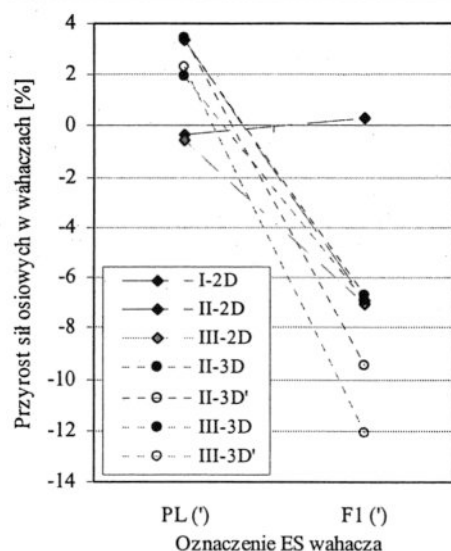
Wykorzystując dane zamieszczone w tablicach 6.21 i 6.26 sporządzono wykresy dla sił osiowych w wybranych ES wahaczy dla I i II schematu obciążeń statycznych (rys. 6.47). Na pierwszym wykresie (dla I schematu obciążeń w przęśle P1) zauważalny jest większy wpływ nieliniowości NLG-B dla wahacza F1 – uwzględnienie zwisu want (analizy NLG-W i -A) wpłynęło na obniżenie wartości sił osiowych w tym elemencie, natomiast dla elementu PL, większe siły osiowe otrzymano w rozwiązaniu

Tablica 6.36. Porównanie przyrostów wartości sił osiowych N w [%] w wahaczach modeli płaskich mostu (MS-2Dig) w stosunku do rozwiązań liniowych dla rozważanych typów analiz oraz trzech pierwszych schematów obciążeń statycznych

Lp.	Oznaczenie elementu	Przyrost sił osiowych N w wahaczach przęsła P1 modeli mostu dla schematu obciążeń								
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Przyrost wielkości:		NLG-B w stosunku do L			NLG-W w stosunku do L			NLG-A w stosunku do L		
1.	323 (PL)	-0,31	3,35	-0,56	-0,01	-13,04	-24,60	-0,34	-6,08	-18,01
2.	324 (F1)	0,29	-6,92	-7,02	-0,02	-14,52	-34,95	0,27	-12,02	-30,44

Tablica 6.37. Porównanie przyrostów wartości sił osiowych N w [%] w wybranych wahaczach modeli płaskich mostu (MS-3Dig) w stosunku do rozwiązań liniowych dla rozważanych typów analiz oraz II i III schematu obciążeń statycznych

Lp.	Oznaczenie elementu	Przyrost sił osiowych N w wahaczach przęsła P1 dla schematu obciążeń			
		II	III	II	III
1	2	3	4	5	6
Przyrost wielkości:		NLG-B w stosunku do L		NLG-A w stosunku do L	
1.	PL/PL'	3,39 / 3,46	1,94 / 2,28	-6,16 / -5,99	-18,16 / -18,39
2.	F1/F1'	-6,69 / -9,46	-6,90 / -12,12	-20,73 / -23,50	-34,04 / -39,25



Rys. 6.48. Wykresy zależności przyrostu sił osiowych N dla wybranych wahaczy PL i F1 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (I, II i III) dla relacji analiz NLG-B i L. Oznaczenie ' wprowadzono dla symetrycznych elementów modelu (3D)

schematu obciążeń (model 2D) oraz dodatkowo dla III (3D) zauważono zamiennie większy wpływ rozwiązań wg teorii II-rzędu (NLG-B) o charakterze słabo nieliniowym (0,3–3,5%) na wartości N .

Z rysunku 7.48 wyraźnie wynika, że niezależnie od rodzaju przyjętego modelu 2D lub 3D, rozwiązania nieliniowe są na ogół większe dla wahaczy PL/PL' (rzędu 6%), a mniejsze dla F1/F1' z wyjątkiem I schematu obciążeń. Tak więc wpływ imperfekcji geometrycznych pylonu i dźwigarów głównych ma znaczący wpływ na wielkości sił osiowych w elementach symetrycznych wahaczy w aspekcie nieliniowości geometrycznej przy założeniu teorii dużych przemieszczeń i efektu $P-\Delta$.

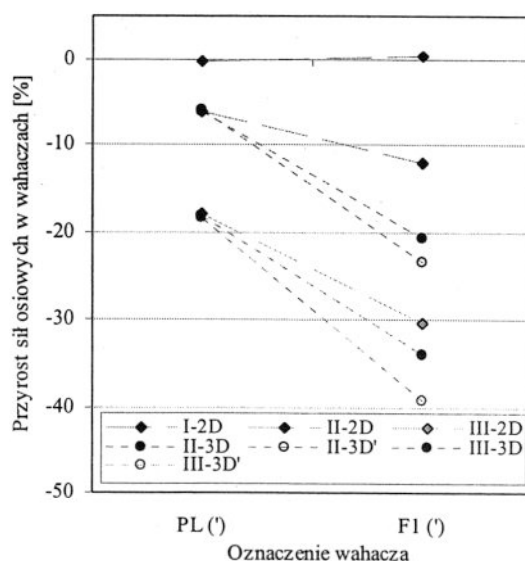
Na rysunku 6.49 przedstawiono procentowe przyrosty udziału złożonych współczynników nieliniowości geometrycznej (NLG-A), uwzględnionych w analizie sił osiowych wybranych wahaczy w przęśle P1 dla modeli płaskich i przestrzennych mostu. Na jego podstawie stwierdzić można wyraźnie większy wpływ czynnika nieliniowego na zmniejszenie wartości sił osiowych w elemencie F1 w porównaniu z rozwiązaniem wg teorii I-

liniowym, a największe dla analizy NLG-W (rys. 6.47a). Na rysunku 6.47b widoczna jest duża zbieżność wyników w II schemacie obciążeń dla każdego

typu analizy wykonanej na podstawie modeli MS-2Dig oraz MS-3Dig (dla wahacza położonego w I płaszczyźnie – PL).

W III schemacie statycznym, przy obciążeniu zlokalizowanym w połowie rozpiętości najdłuższego przęsła P2, uzyskane wartości sił osiowych w ES wahaczy dla każdej z analiz uległy redukcji niemal o połowę dla elementu F1 oraz ponad dziesięciokrotnie dla PL w porównaniu z wynikami dla II schematu obciążeń (tablice 6.21 i 6.26).

Również dla otrzymanych wyników w zakresie sił osiowych w ES wahaczy wykonano analizę porównawczą mającą na celu określenie stopnia nieliniowości geometrycznej. W tablicach 6.36 i 6.37 zestawiono obliczone procentowe przyrosty sił osiowych N w poszczególnych ES wahaczy modeli dyskretnych mostu, odpowiednio dla 2D i 3D, w odniesieniu do analiz według teorii I-rzędu. Wynika z nich, że we wszystkich przypadkach obciążeń dla obu elementów następuje zmniejszenie wartości sił osiowych (nawet o 39%) dla analiz według teorii II-rzędu uwzględniających zwis cięgien (NLG-W i NLG-A) w porównaniu z rozwiązaniami liniowymi. Jedynie dla I i II



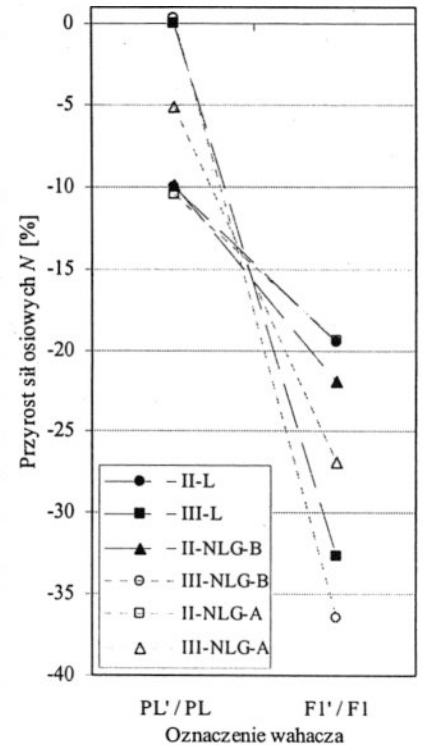
Rys. 6.49. Wykresy zależności przyrostu sił osiowych N dla wybranych wahaczy PL i F1 mostu w zależności od rodzaju przyjętych modeli obliczeniowych oraz schematów obciążeń (I, II i III) dla relacji analiz NLG-A i L

rzędu niezależnie od schematu obciążeń. Dotyczy to w szczególności wahacza zlokalizowanego w II płaszczyźnie modelu 3D, tj. $F1'$ (rys. 6.49). Spostrzeżenie to świadczy o tendencji do wzrostu sztywności w tych elementach według teorii II-rzędu (NLG-A).

Przyrosty sił osiowych dla wahacza PL są w dużej mierze zbieżne w obrębie tego samego schematu statycznego obciążeń bez względu na rodzaj przyjętego modelu obliczeniowego, jednak największe różnice zanotowano dla III schematu obciążeń (-18%).

Porównanie wartości sił osiowych w wahaczach symetrycznych względem osi podłużnej modelu przestrzennego mostu (MS-3Dig) wykazało największe różnice dla ES $F1'/F1$ w III schemacie obciążeń rzędu -36,4, -32,6 i 26,9%, odpowiednio dla analizy nieliniowej NLG-B, liniowej oraz nieliniowej NLG-A, wskazujące na występowanie większych wartości dla wahacza $F1$. Z kolei dla wahaczy symetrycznych PL'/PL różnice te kształtowały się w przedziale 0,3 ÷ -10,4% (rys. 6.50).

Wynika stąd, że uwzględnienie teorii II-rzędu w aspekcie nieliniowości geometrycznej bez udziału zwisu want (przy jednoczesnym wprowadzeniu imperfekcji geometrycznych) ma większy wpływ na nierównomierny rozkład sił osiowych N w ES wahaczy zlokalizowanych na podporze przeszła najdłuższego P2 ($F1/F1'$), przy czym jest on większy dla bardziej od nich oddalonego obciążenia (w kierunku pylonu), (rys. 6.50, tablica 6.26).



Rys. 6.50. Wykresy zależności przyrostu sił osiowych T we wszystkich parach want symetrycznych $W1'/W1 - W6'/W6$ modelu MS-3Dig mostu w zależności od przyjętych schematów obciążeń (II, III, V) dla analiz nieliniowych NLG-B i NLG-A

6.4. Analiza modalna mostu wantowego

6.4.1. Uwagi ogólne

Analizę częstości drgań własnych mostu wantowego wykonano w dwóch głównych etapach dotyczących modelu pojedynczego, wyizolowanego cięgna ($W1$) oraz całego mostu w układzie płaskim 2D. Ustalono podstawowe charakterystyki dynamiczne dla przyjętych modeli dyskretnych w zależności od poziomu naciągu wprowadzonego w elementach cięgienowych, przy czym rozważono 2 przypadki – z wantami dyskretyzowanymi 1 oraz kilkoma ES. Tak przyjęte warunki początkowe podyktowane były głównie charakterem badań tego mostu w zakresie dynamicznym [62], [90].

6.4.2. Dyskretyzacja przyjętych modeli

W trakcie rozważań postawionego problemu pominięto strukturę przestrzenną obiektu przez wzgląd na brak danych pomiarowych dotyczących dynamicznych charakterystyk skrzętnych poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostu.

Dla celów analizy modalnej wykorzystano trzy modele obliczeniowe, WS-2D dla cięgna, MS-2Dig1 i MS-2Dig2 dla mostu, zachowując przy tym niezmienną początkową geometrię całej konstrukcji. Charakterystyki geometryczne cięgna $W1$ oraz poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostu wraz z ich dyskretyzacją podano w tablicy 6.1 oraz na rys. 6.1, 6.2 i 6.4. Były to identyczne modele z tymi, które wykorzystano w analizie statycznej mostu, a jedynym wyjątkiem był podział wanty $W1$ na 10 ES dla modelu MS-2Dig2 oraz eliminacja podpór w postaci wahaczy. W tablicy 6.4 zestawiono liczbę elementów oraz węzłów dla rozważanych układów.

6.4.3. Procedura rozwiązania

W przyjętych modelach obliczeniowych cięgna i mostu wprowadzono gęstości materiałów zgodnie z wartościami zadeklarowanymi w tablicy 6.3, uwzględniając w analizie całego obiektu ciężar jego wyposażenia.

W rozważaniach przyjęto model cięgna rozciągliwego drgającego w płaszczyźnie jego zwisu, które po obciążeniu siłą rozciągającą stanowi tu model zbliżony do cięgna napiętego przeciwwagą [44].

Uwzględnienie w analizie modalnej wstępnego naciągu want, jak również ich zwisu, wpływających w zasadniczy sposób na geometrię układu oraz na wartości wektorów własnych, przeprowadzono poprzez zastosowanie dwuetapowych obliczeń. Aby zbliżyć się do realnych warunków pracy konstrukcji, w pierwszej części wykonano analizę II-rzędu (nieliniowość geometryczna) w celu uzyskania zdeformowanej postaci modelu dyskretnego, co następnie stanowiło podstawę do rozwiązania jego zagadnienia własnego z uwzględnieniem sił statycznych.

W trakcie realizacji obliczeń nie wystąpiły niestabilności wywołane, np. geometryczną zmiennością analizowanych układów, czy wadliwie zdefiniowanymi warunkami brzegowymi. Uzyskanie dodatnich wartości własnych ($\omega_i > 0$) pozwoliło na interpretację stabilnych stanów równowagi rozważanych układów.

W rozwiązaniu problemu wartości własnych założonych modeli wykorzystano metodę iteracji podprzestrzennych dla założonych mas skupionych ES, której algorytm w MES podano w pracy [55].

Dla założonej tolerancji zbieżności na poziomie $\varepsilon_T = 1,0 \times 10^{-4}$, uzyskano rozwiązania dla wartości własnych po 7 iteracjach w modelu cięgna, oraz po 16 i 17 iteracjach dla modeli mostu odpowiednio MS-2Dig1 i MS-2Dig2.

Ze względu na duże znaczenie dla wyższych form własnych konstrukcji mostu wantowego jego odpowiedzi na określony kierunek wzbudzenia, obliczenia wykonano dla pierwszych 40 postaci (model MS-2Dig2), natomiast dla wyodrębnionego pojedynczego cięgna zastosowano jedynie 4.

6.4.4. Wyniki obliczeń

Analiza wyizolowanego cięgna W1. Obliczenia dla pojedynczego makroelementu cięgowego wykonano w dwóch etapach, tj. z jednostronnym odebraniem więzi na przemieszczenia (podpora przegubowa nieprzesuwna) oraz z zapewnieniem przemieszczeń w kierunku OX dla drugiej podpory z założoną siłą naciągu $T_1 = 180,6$ kN (co odpowiada stanowi obciążenia 1) oraz dla stanu obciążenia 2: $T_2 = 213,2$ kN (tablica 6.9).

Obciążenie osiowe cięgna realizowano w postaci siły poziomej przyłożonej do ostatniego podporowego węzła 25 modelu, której wartość zwiększano przyrostowo dożądanego poziomu w 20 krokach dla analizy nieliniowej (nieliniowość geometryczna).

Na rysunku 6.51 przedstawiono cztery pierwsze postaci drgań własnych dla modelu WS-2D wyizolowanego cięgna dla dwóch etapów analizy, tzn. dla cięgna obciążonego osiowo zgodnie ze stanami 1 i 2 (tablica 6.9).

W tablicy 6.38 podano otrzymane wartości pierwszych czterech częstości drgań własnych modelu dyskretnego WS-2D wanty W1 dla dwóch stanów jej naciągu.

Analiza modelu mostu. Analizę modalną konstrukcji mostu wykonano w trzech etapach, zakładając w pierwszym (I) zmienne warunki brzegowe na podporach PL, F1, F3, F4 i PP (rys. z1.4), oraz wykorzystując do tego celu model dyskretny uwzględniający imperfekcje geometryczne z podziałem każdej wanty na 1 ES (MS-2Dig1). Dla tych przypadków zastosowano konwencjonalną analizę modalną.

Tablica. 6.38. Zestawienie wartości czterech pierwszych częstości drgań własnych modelu cięgna w [Hz] dla dwóch analizowanych stanów jego naciągu

Lp.	Numer postaci własnej n	Stan obciążenia w [kN]:	
		$T_1 = 180,6$	$T_2 = 213,2$
1	2	3	4
1.	1	0,939	1,020
2.	2	1,874	2,036
3.	3	2,801	3,043
4.	4	3,716	4,037

Z kolei w dwóch następnych etapach (II i III) wprowadzono dla dwóch modeli z osobna (MS-2Dig1 i MS-2Dig2) zmienne wartości naciągu poszczególnych want (dla stanu obciążenia 1, tj. T_{D1} – przyjęcie wartości rzeczywistych otrzymanych z analizy częstości drgań własnych ciągów, p. 6.3.5, tablica 6.9), przy zachowaniu niezmiennych warunków brzegowych (rys. 6.4). Zgodnie ze spostrzeżeniami zawartymi we wnioskach załącznika nr 2, uwzględniono ciężar pojazdu w środkowej części przęsła P2 (P2-2'). W III etapie analizy modalnej uwzględniono także drgania elementów ciągowych (z udziałem ich zwisu). Wartości sił naciągu dla want W4–W6 przyjęto proporcjonalnie do uzyskanych ze wstępnej analizy statycznej pod obciążeniem własnym w stosunku do wartości sił dla want W1–W3 zamieszczonych w tablicy 6.9. Dla tych etapów wykonano obliczenia częstości drgań własnych z uwzględnieniem sił statycznych w oparciu o deformację układu uzyskaną w wyniku zastosowania analizy II-rzędu (nieliniowość geometryczna).

Z przedstawionych przypadków, największy stopień podobieństwa modelowego analizowanego mostu wantowego zachowano w etapie III, tj. dla modelu MS-2Dig2.

W wyniku przeprowadzonej w trzech etapach analizy modalnej dla modeli płaskich uzyskano podstawowe charakterystyki dynamiczne dla 10 i 40 pierwszych postaci własnych odpowiednio dla etapów I i II oraz III. Jednak do celów analizy wybrano tylko te – najniższe – formy, które charakteryzowały drgania przęseł (dźwigara głównego) i pylonu oraz każdej z want przęsła nurtowego P2.

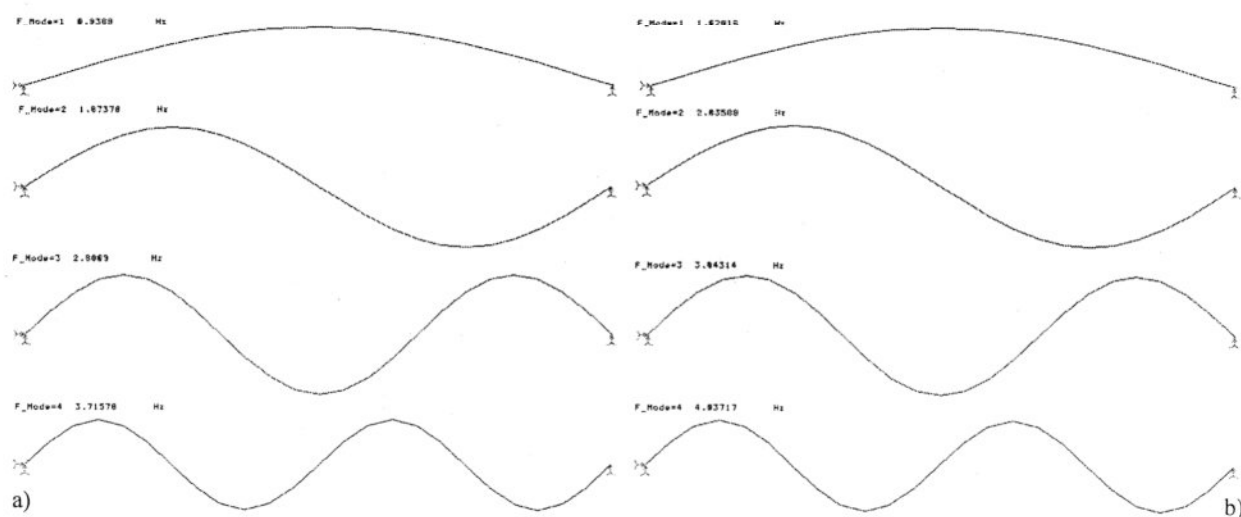
Na rysunku 6.52 zestawiono pięć pierwszych postaci oraz odpowiadających im częstości drgań własnych dla modelu MS-2Dig1 dla etapów I i II. Przedstawione postacie odzwierciedlają wyłącznie odpowiedzi przęseł P2–P5 oraz pylonu.

Na rysunku 6.53 przedstawiono 6 pierwszych postaci oraz odpowiadających im częstości drgań własnych dla modelu MS-2Dig1 przy uwzględnieniu rzeczywistego naciągu want siłami T_{1D} dla stanu obciążenia 1 (etap IIa) oraz dodatkowego ciężaru pojazdu T_{D2} w środkowej części przęsła P2 (etap IIb).

W tablicy 6.39 zestawiono otrzymane z obliczeń pięć pierwszych wartości częstości drgań własnych dla zerowego naciągu want oraz dla zmiennych warunków brzegowych (kolumny 3 i 4), a także dla wprowadzonego naciągu siłami T_{D1} , odpowiadającymi stanowi obciążenia 1 oraz z zastosowaniem obciążenia pojazdem T_{D2} (kolumny 5 i 6).

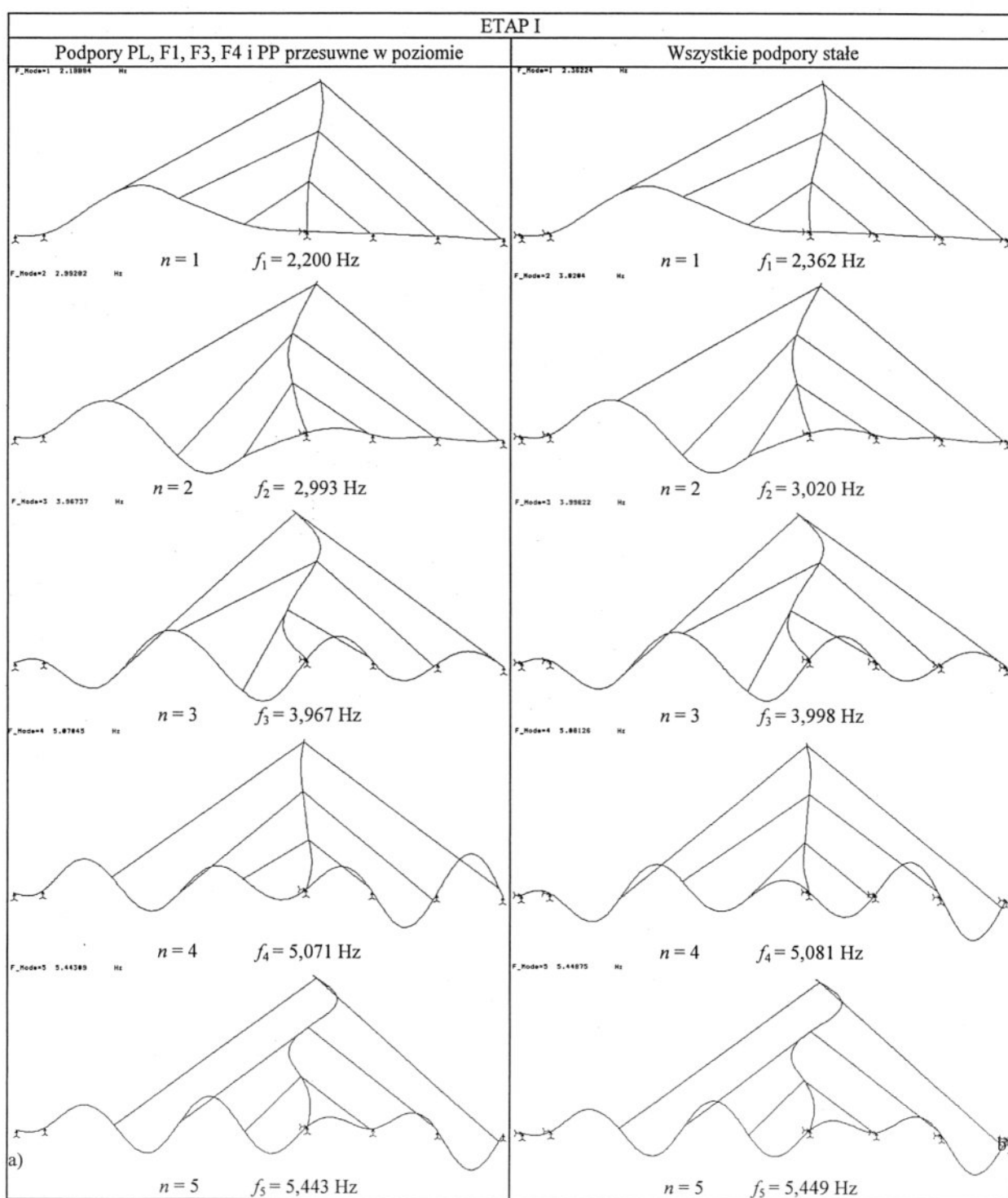
Na rysunkach 6.54 i 6.55 przedstawiono wybrane formy oraz odpowiadające im częstości drgań własnych dla modelu płaskiego MS-2Dig2 przy uwzględnieniu naciągu want T_{D1} (etap IIIa).

Ze względu na duże podobieństwo otrzymanych z analizy form własnych dla etapu IIIb (zastosowanie dodatkowego obciążenia pojazdem w punkcie P2-2' przęsła nurtowego) do uzyskanych z analiz odpowiednio dla etapów IIb (dla przęseł i pylonu) oraz IIIa (dla ciągów), na rys. 6.56 podano jedynie wybranych sześć pierwszych postaci drgań własnych dla układu dźwigar główny–pylon.



Rys. 6.51. Zestawienie czterech pierwszych form drgań własnych modelu WS-2D pojedynczego ciągu z zadanim wstępnym naciągiem: a) T_1 oraz b) T_2

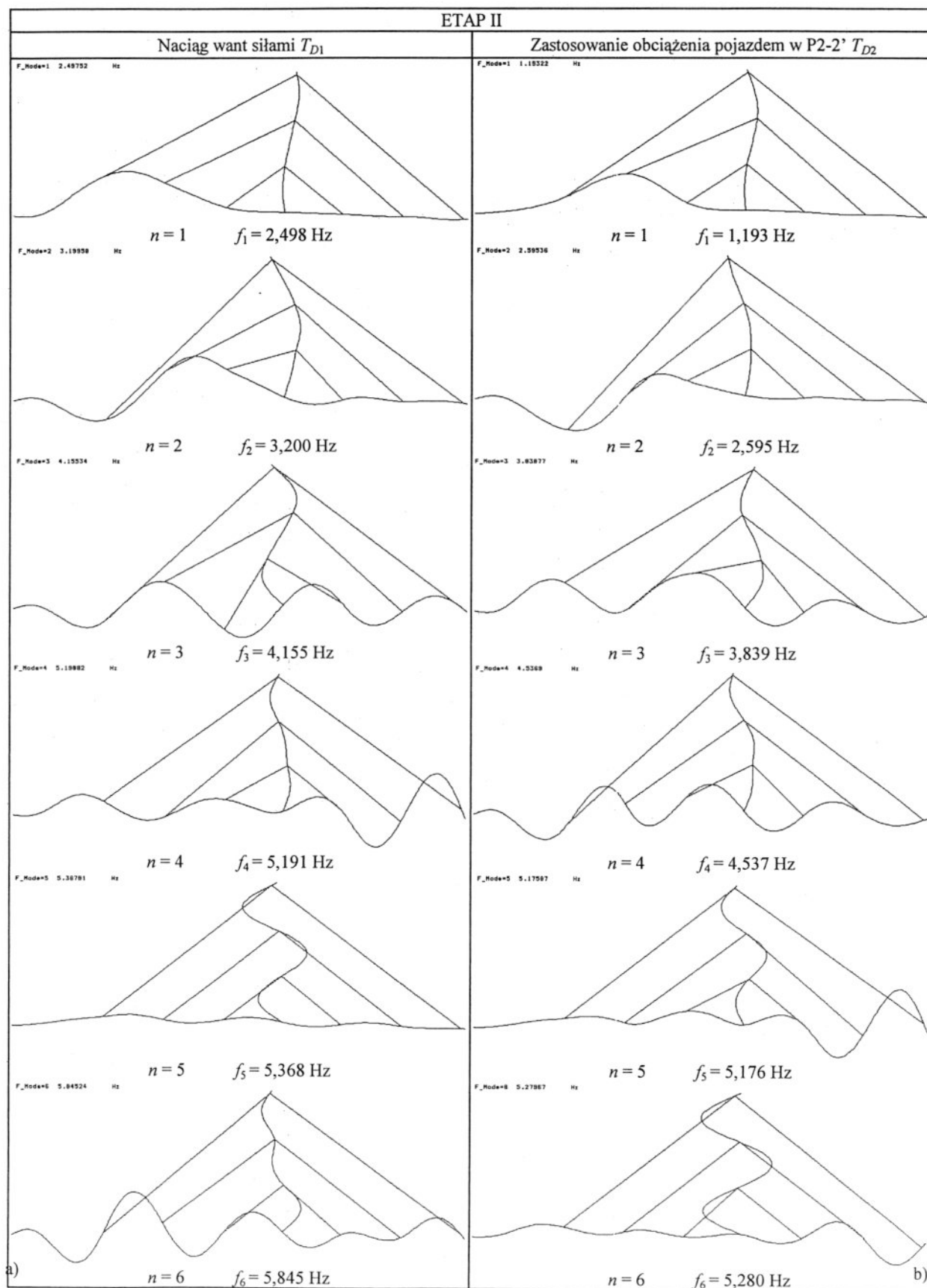
W tablicy 6.40 podano podstawowe charakterystyki wybranych pierwszych postaci drgań własnych dla modelu MS-2Dig2 i dwóch analizowanych stanów statycznych obciążeń, tj. naciągu want siłami T_{D1} oraz z zastosowaniem dodatkowego obciążenia pojazdem T_{D2} . Szczególną uwagę poświęcono pierwszym czterem postaciom dla want W1 i W6 oraz dwóm dla cięgien W2–W5 i jednej dla lin W3 i W4. W celach porównawczych, postacie drgań własnych modelu mostu sklasyfikowano według charakteru ich drgań, w której podano także numerację dla wszystkich form własnych n . Przez wzgląd na niesymetryczny układ konstrukcyjny mostu, w tablicy 6.40 nie sklasyfikowano rodzaju drgań w rozważanych formach dla globalnego modelu mostu.



Rys. 6.52. Porównanie pięciu pierwszych postaci drgań własnych dla modelu płaskiego MS-2Dig1 dla I etapu analizy, tj. dla zmiennych warunków brzegowych

6.4.5. Analiza wyników

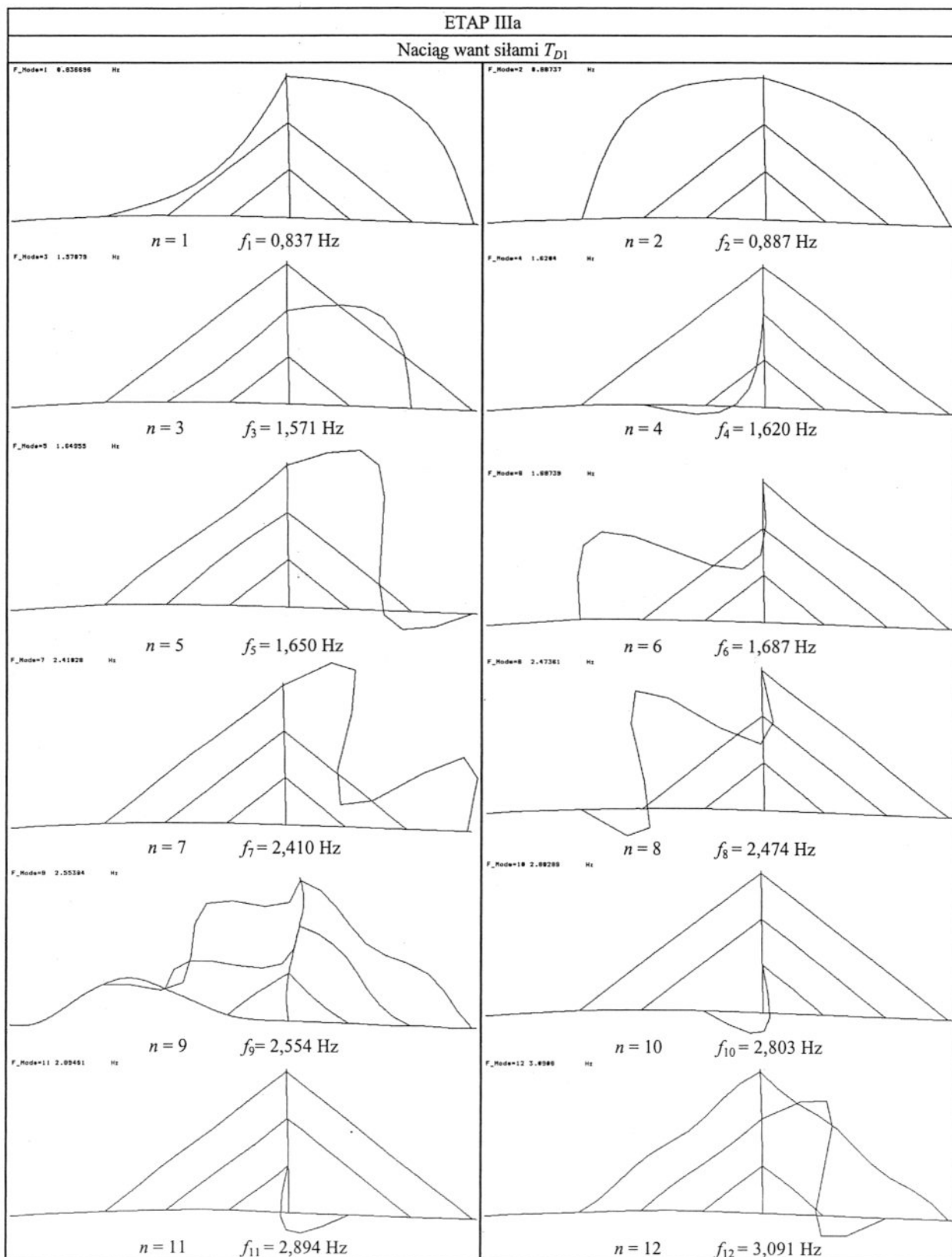
Analiza wyników dla pojedynczego ciągu. W niniejszym rozdziale w celach porównawczych wykonano analizę teoretyczną wybranych form i wartości własnych dla modeli obliczeniowych



Rys. 6.53. Sześć pierwszych postaci drgań własnych dla modelu płaskiego MS-2Dig1 dla II etapu analizy z zastosowaniem:
a) rzeczywistego naciągu want siłami T_{D1} (IIa) oraz b) ciężaru pojazdu obciążającego T_{D2} (IIb)

pojedynczego najdłuższego ciągu W1 oraz całego mostu.

Przedstawione na rys. 6.51a i b postacie czterech pierwszych drgań własnych dla wyizolowanego ciągu W1 wskazują na duże ich podobieństwo, niezależnie od zastosowanego stopnia wyężenia ciągu. Różnice zarejestrowano jednak w wartościach częstości drgań dla poszczególnych form w zależności od wielkości wprowadzonych wstępnych naciągów (tablica 6.38). Największe wartości dominowały dla



Rys. 6.54. Zestawienie 12 pierwszych postaci drgań własnych dla modelu płaskiego MS-2Dig2 dla III etapu analizy modalnej, przy zastosowaniu naciągu want siłami T_{D1}

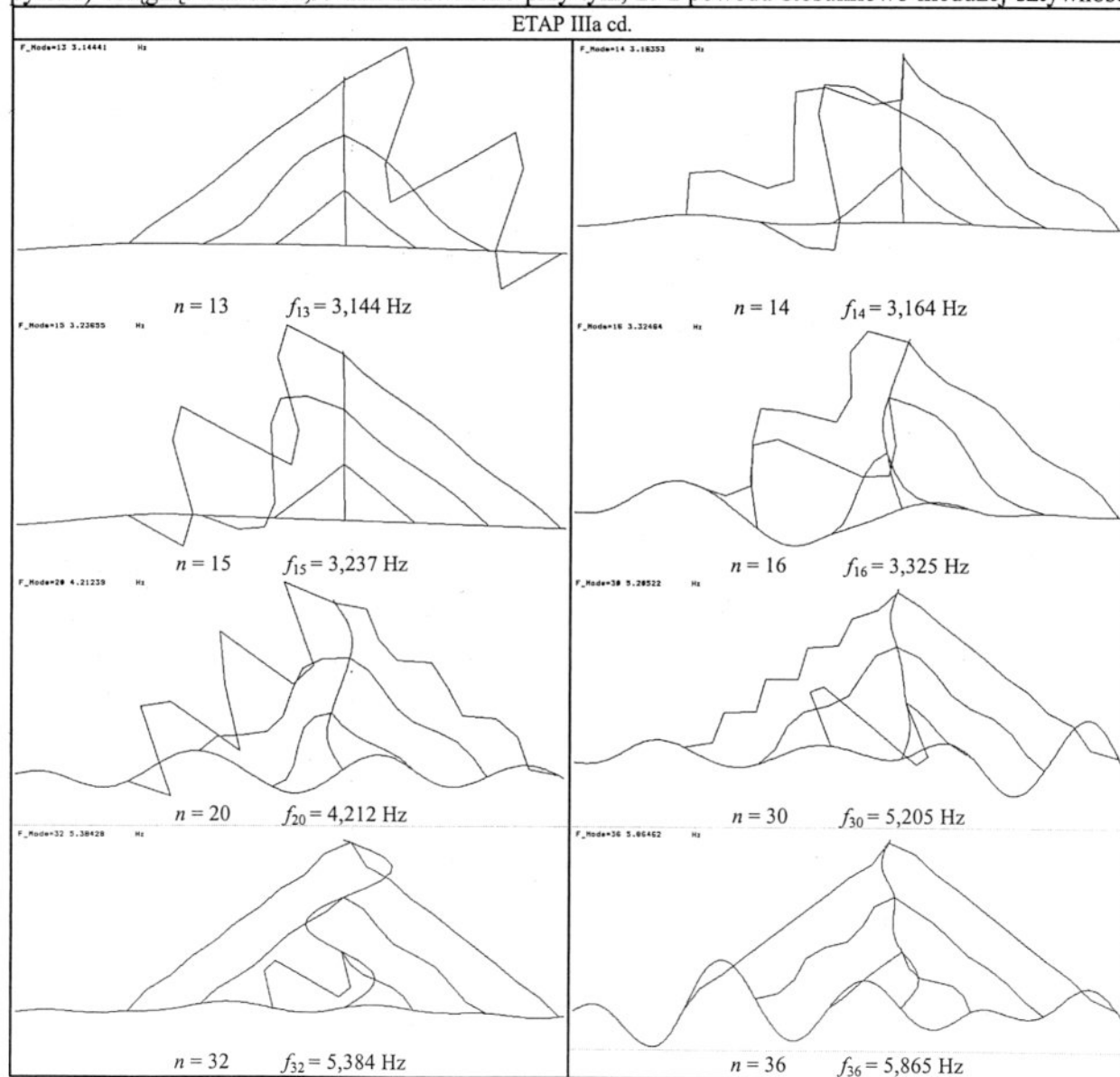
większej wartości naciągu, tj. dla stanu obciążenia 2 (siła T_2), i były większe od obowiązujących dla naciągu siłą T_1 średnio o 7% dla każdej postaci.

Uzyskane wyniki dla pojedynczego najdłuższego ciągu stanowiły jednocześnie odniesienie porównawcze w trakcie weryfikacji uzyskanych wartości dla analizy modalnej modelu całego mostu.

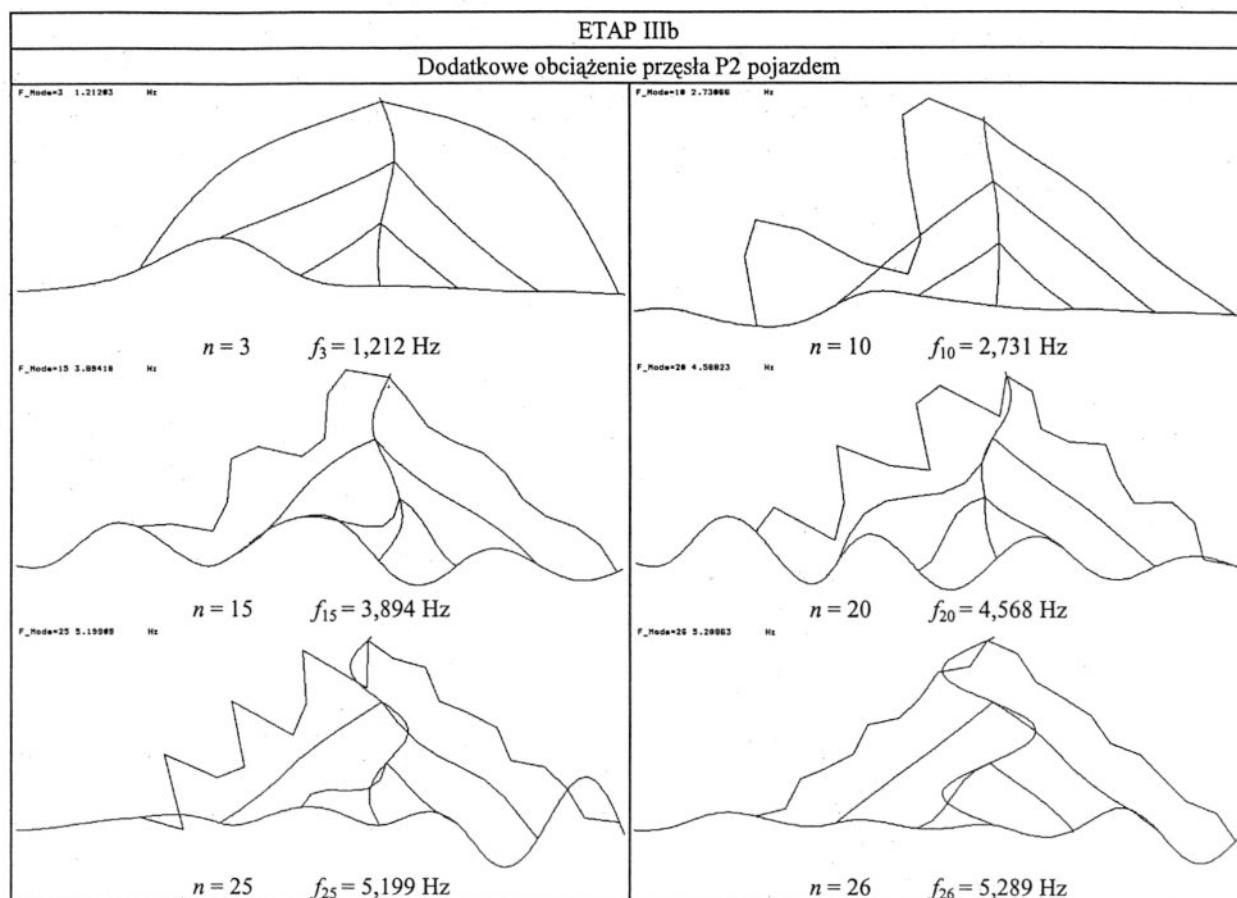
Analiza wyników dla modelu mostu. Wykonana w trzech podstawowych etapach analiza teoretyczna drgań swobodnych modelu dyskretnego mostu miała na celu weryfikację częstości i form drgań własnych jego poszczególnych elementów składowych (makroelementów).

Na podstawie zrealizowanych obliczeń zauważono, że w postaciach drgań swobodnych dla wszystkich założonych modeli dyskretnych mostu (MS-2Dig1 i 2) dominował udział wzbudzeń pionowych od podłużnych dla dźwigara głównego we wszystkich przęsłach oraz poziomych dla pylonu (rys. 6.52–6.56).

Analiza częstości drgań własnych bez uwzględnienia sił statycznych oraz drgań want, wykonana dla pierwszego etapu obliczeń (I) przy wykorzystaniu modelu MS-2Dig1 pozwoliła na określenie pierwszych częstości drgań własnych dla makroelementów dźwigara głównego oraz pylonu. Podstawowa wartość – dominująca dla dźwigara głównego – wynosiła 2,20 Hz, natomiast tzw. pierwszy wyższy ton analizowanej konstrukcji (tj. druga postać dla dźwigara oraz pierwsza – w interpretacji autora pracy – dla pylonu) osiągnął wartość 2,99 Hz. Zauważono przy tym, że z powodu stosunkowo niedużej sztywności



Rys. 6.55. Zestawienie kolejnych wybranych postaci drgań własnych dla modelu płaskiego MS2Dig2 dla IIIa etapu analizy modalnej, przy zastosowaniu naciągu want siłami T_{D1}



Rys. 6.56. Zestawienie wybranych sześciu postaci drgań własnych dla makroelementów pomostu i pylonu modelu płaskiego MS-2Dig2 dla IIIb etapu analizy modalnej, przy zastosowaniu dodatkowego obciążenia przęsła P2 pojazdem T_{D2}

giętej dźwigara głównego, odpowiadające mu formy drgań swobodnych były bardziej dominujące w porównaniu z pylonem (rys. 6.52, kolumna 1).

Na podstawie dodatkowo zastosowanych zmiennych warunków brzegowych dla wszystkich podpór mostu z wyjątkiem F2 (dla pylonu) stwierdzono, że nie nastąpiły większe zmiany w kształtach form, choć dla podpór stałych zwiększeniu uległy wszystkie wartości częstości drgań własnych o 7,4% dla podstawowej oraz średnio o 0,8% dla drugiej i trzeciej, natomiast dla wyższych form różnice te były na poziomie 0,1–0,2% (rys. 6.52, tablica 6.39, kolumny 3 i 4). Fakt ten zadecydował, że do dalszych analiz przyjęto warunki brzegowe odpowiadające rzeczywistemu obiektowi (z etapu Ib).

Wprowadzony w II etapie analizy (IIa) wstępny naciąg want dla modelu MS-2Dig1 (nadal bez uwzględnienia ich drgań) na poziomie wartości sił odpowiadających stanowi obciążenia 1 T_{D1} w zasadzie nie wpłynął na zmianę form własnych w stosunku do etapu I (rys. 6.53a). Zauważono jedynie, że w piątej postaci dominują drgania poziome pylonu, a w szóstej – pionowe pomostu (etap IIa), natomiast w analizie dla etapu I drgania tych elementów przynależne były piątej formie. W sposób wyraźny jednak uległy zwiększeniu odpowiednie częstości drgań własnych w rozważanym zakresie $n = 1–5(6)$. Na podstawie zestawienia podanego w tablicy 6.39, wzrost wartości częstotliwości zawierał się w przedziale od 2,2 do 6,0% dla pierwszych czterech postaci, natomiast dla piątej i szóstej wynosił odpowiednio –1,5 i 7,3% w stosunku do częstości piątej formy etapu Ib (tablica 6.39,

Tablica 6.39. Zestawienie wartości pięciu pierwszych częstości drgań własnych modelu mostu w [Hz] dla dwóch stanów jego naciągu

Lp.	Numer formy własnej n	Stan obciążenia:			
		$T_o = 0$ kN		T_{D1}	T_{D2}
		PP		PS	
1	2	3	4	5	6
1.	1	2,200	2,362	2,498	1,193
2.	2	2,993	3,020	3,200	2,595
3.	3	3,967	3,998	4,155	3,839
4.	4	5,071	5,081	5,191	4,537
5.	5	5,443	5,449	5,368	5,176

PP / PS – podpory PL, F1, F3, F4, PP przesuwne / stałe.

Tablica. 6.40. Podstawowe charakterystyki wybranych pierwszych postaci drgań własnych w [Hz] modelu MS-2Dig2 dla dwóch analizowanych stanów obciążeń statycznych mostu

Lp.	Element mostu	Numer i klasyfikacja postaci drgań własnych n względem		Częstości drgań własnych dla stanu obciążenia	
		makroelementu	całego modelu	T_{D1}	T_{D2}
1	2	3	4	5	6
1.	Wanty W1 i W6	1-S	1 (1)	0,837	0,970
		1-S	2 (2)	0,887	0,995
		2-A ^{W6}	5 (4)	1,650	1,850
		2-A ^{W1}	6 (5)	1,687	1,864
		3-S ^{W6}	7 (8)	2,410	2,701
		3-S ^{W1}	8 (9)	2,474	2,712
		4-A ^{W6}	13 (13)	3,144	3,447
		4-A ^{W1}	15 (14)	3,237	3,483
2.	Wanty W2 i W5	1-S ^{W5}	3 (6)	1,571	2,186
		1-S ^{W2}	4 (7)	1,620	2,289
		2-A ^{W5}	12 (18)	3,091	4,227
		2-A ^{W2}	14 (19)	3,164	4,420
3.	Wanty W3 i W4	1-S ^{W3}	10 (11)	2,803	3,287
		1-S ^{W4}	11 (12)	3,091	3,389
4.	Dźwigar główny i pylon	1 ^D	9 (3)	2,554	1,212
		2 ^D / 1-S ^P	16 (10)	3,325	2,731
		3 ^D / 2-A ^P	20 (15)	4,212	3,894
		4 ^D	30 (20)	5,205	4,568
		5 ^D	32 (25)	5,384	5,199
		3-S ^P	36 (26)	5,865	5,289

A/S – postaci drgań asymetrycznych i symetrycznych.
W/D/P – dotyczy dominującej postaci odpowiednio w cięgnię Wi, dźwigarze głównym – D, bądź pylonie – P; brak wskaźnika oznacza, że wybrana postać własna dotyczy obu elementów dla danej kategorii;
W nawiasach podano rzeczywistą numerację postaci drgań dla stanu T_{D2} .

kolumny 4 i 5).

Zgodnie z wnioskami ujętymi w załączniku nr 2, poświęconym badaniom tego obiektu w zakresie obciążeń dynamicznych, podjęto decyzję o wykonaniu analizy modalnej z uwzględnieniem ciężaru pojazdu zlokalizowanego w środku rozpiętości przęsła P2 (punkt P2-2'). Postawione w ten sposób zagadnienie miało na celu stwierdzenie wpływu takiego obciążenia na częstości drgań przyjętego modelu mostu (MS-2Dig1, etap IIb).

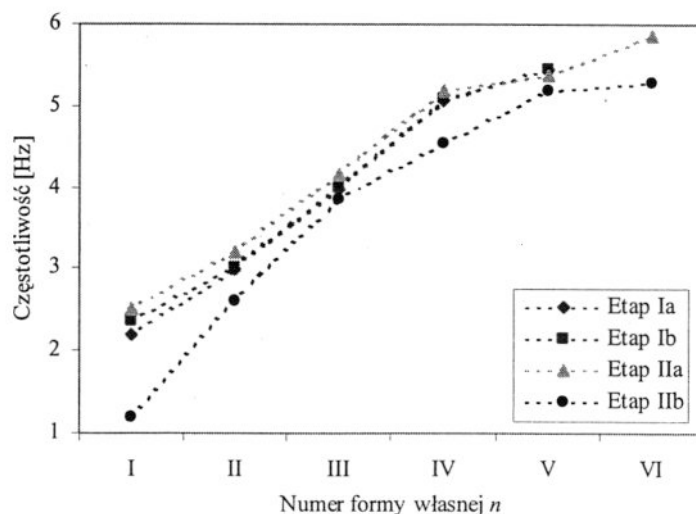
Wyniki obliczeń wskazują jednoznacznie na wyraźne zmniejszenie wartości częstości drgań własnych dla poszczególnych postaci, przy czym największe różnice wystąpiły dla $n = 1$, dla której podstawowa częstość drgań swobodnych zmniejszyła się o 1,31 Hz. Zauważono ponadto dla drugiej postaci wzrost częstotliwości o 1,40 Hz w stosunku do pierwszej, podczas gdy dla etapów IIa oraz Ib i Ia różnice te wynosiły 0,70 Hz i średnio 0,73 Hz (dwukrotnie mniejsze).

Dla wyższych postaci drgań własnych, zanotowane różnice

częstotliwości dla poszczególnych form nie były już tak spektakularne, co może świadczyć o dużym wpływie obciążeń statycznych analizowanego mostu wantowego na otrzymywane wartości podstawowych częstości drgań swobodnych.

Na rysunku 6.57 naniesiono otrzymane wartości częstości drgań własnych dla poszczególnych typów analiz bez uwzględnienia drgań elementów cięgnowych. Linie przerywane mają wyłącznie charakter poglądowy, zwiększając czytelność częstotliwości w obrębie danego etapu analizy.

Rozważając uzyskane kształty postaci własnych dla analiz etapów IIa i IIb, pewne różnice dotyczą zarówno pomostu, jak i pylonu, chociaż ogólne tendencje przemieszczeń dla tych makroelementów zostały zachowane w obrębie trzech pierwszych postaci (rys. 6.53a i b). Analizując czwarte formy drgań swobodnych zauważono pewne różnice dotyczące większego udziału wzbudzeń przęseł P4 i P5 dla etapu IIa, tj. bez uwzględnienia masy pojazdu. Z kolei



Rys. 6.57. Częstości drgań własnych przyjętych modeli mostu bez udziału drgań want w funkcji n dla pierwszych pięciu postaci drgań swobodnych (etapy I-II)

Tablica. 6.41. Porównanie 6 pierwszych częstości drgań swobodnych pomostu i pylonu w [Hz] dla dwóch etapów analiz II i III

Lp.	Numer postaci n	Typ modelu:					
		MS-2Dig1 (etap II)		MS-2Dig2 (etap III)			
		Stan obciążenia:					
		T_{D1}	T_{D2}	T_{D1}	%	T_{D2}	%
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	1	2,498	1,193	2,554	102,2	1,212	101,6
2.	2	3,200	2,595	3,325	103,9	2,731	105,2
3.	3	4,155	3,839	4,212	101,4	3,894	101,4
4.	4	5,191	4,537	5,205	100,3	4,568	100,7
5.	5	5,368	5,176	5,384	100,3	5,199	100,4
6.	6	5,845	5,280	5,865	100,3	5,289	100,2
W kolumnach 6 i 8 podano procentowy udział częstości uzyskanych dla modelu MS-2Dig2 w stosunku do MS-2Dig1.							

IIa dla modelu MS-2Dig1 – oraz przy założeniu dodatkowego obciążenia przęsła P2 pojazdem T_{D2} , co w tym przypadku odpowiada etapowi IIb. W obu przedstawionych problemach zastosowano analizę modalną z uwzględnieniem sił statycznych otrzymanych w wyniku przeprowadzenia w pierwszej kolejności obliczeń w zakresie nieliniowości geometrycznej.

W celach porównawczych, wybrane pierwsze postacie drgań własnych modelu dyskretnego mostu uzyskane z obu analiz w obrębie etapu III sklasyfikowano w tablicy 6.40 wg rodzaju zastosowanego makroelementu konstrukcji, tj. want W1–W6, pomostu i pylonu, oraz charakteru drgań. Podano w niej również wartości własne wraz z numeracją dla każdej z rozważanych postaci własnych (kolumny 3 i 4).

Otrzymane postacie i częstości drgań własnych dla poszczególnych makroelementów wskazują, że podstawowe formy drgań dla modelu globalnego mostu były przynależne cięgnom najdłuższym, tj. W1 i W6, o częstotliwościach 0,837 i 0,972 Hz odpowiednio dla etapów IIIa i b (rys. 6.55, tablica 6.40). Kolejne, wyższe postacie drgań swobodnych także odpowiadały elementom cięgnowym bez względu na ich zerową sztywność giętą, równoważoną jednak dla wyższych form własnych znaczną sztywnością osiową w porównaniu, np. z dźwigarem głównym czy pylonem. Dla tych ostatnich makroelementów uzyskano równoważne postacie drgań swobodnych z etapem II analizy ($n = 1-6$) dla $n = 9, 16, 20, 30, 32$ i 36 oraz $n = 3, 10, 15, 20, 25$ i 26 odpowiednio dla analiz IIIa i IIIb (rys. 6.54, 6.55 i 6.56, tablica 6.40). Wynika stąd, że wprowadzenie dodatkowego statycznego obciążenia przęsła najdłuższego modelu mostu nie tylko wpłynęło na zwiększenie częstotliwości drgań własnych każdego z makroelementów, ale również odbiło się na zbliżeniu kolejnych form drgań układu przęsła–pylon n do wartości bliższych podstawowej $n = 1$.

Również w tym przypadku analizy (etap III) zauważono dużą analogię dla otrzymanych wartości częstości drgań własnych układu dźwigar główny–pylon z wynikami etapu II. Pierwsza częstość drgań własnych dźwigara głównego w etapie IIIb stanowiła 47,5% wartości w analizie IIIa, natomiast zarejestrowane różnice dla wyższych częstości drgań własnych tych makroelementów ($n = 2-6$) były znacznie mniejsze i wynosiły odpowiednio 82,1, 92,5, 87,8, 96,6 i 90,2% (tablica 6.40, wiersz 4). W tablicy 6.41 zestawiono otrzymane wartości częstości drgań swobodnych dla podanych elementów w modelach dyskretnych MS-2Dig1 i 2 dla dwóch zasadniczych etapów analiz, tj. II

dla postaci piątej, w analizie IIb mniej charakterystyczny był kształt pylonu, który w etapie IIa w sposób wyraźny odzwierciedla jego trzecią postać własną, natomiast większe wzbudzenia wystąpiły w ostatnich przęsłach modelu mostu P4–P5 (etap IIb), będące odpowiednikiem postaci czwartej etapu IIa (rys. 6.53).

W III etapie analizy modelu obliczeniowego MS-2Dig2, uwzględniając drgania wszystkich want, otrzymano dwa zestawy rozwiązań dla wartości drgań własnych odpowiednio dla wytężenia cięgien T_{D1} – co koresponduje z etapem

Tablica. 6.42. Porównanie trzech pierwszych częstości drgań swobodnych wanty W1 w modelu ciągła WS-2D oraz mostu MS-2Dig2 w [Hz] dla dwóch stanów jego obciążenia

Lp.	Numer częstości n	Typ modelu					
		WS-2D		MS-2Dig2			
		Stan obciążenia					
		T_1	T_2	T_{D1}	%	T_{D2}	%
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	1	0,939	1,020	0,887	94,5	0,995	97,5
2.	2	1,874	2,036	1,687	90,0	1,864	91,6
3.	3	2,801	3,043	2,474	88,3	2,712	89,1
4.	4	3,716	4,037	3,237	87,1	3,483	86,3
W kolumnach 6 i 8 podano procentową udział częstości uzyskanych dla modelu MS-2Dig2 w stosunku do WS-2D.							

i III. Podano w niej również procentowe różnice między wynikami częstotliwości drgań swobodnych dla poszczególnych równoważnych sobie etapów analiz. Wynika z nich, że nie odbiegają one od 2,2%, a wyjątek stanowią drugie formy, dla których zarejestrowano maksymalną różnicę rzędu 5,2% między analizami prowadzonymi w etapach IIIb i IIb.

Porównując odkształcone postacie dla odpowiadających sobie form drgań własnych etapów IIIa i b, zauważono dużą analogię między nimi a otrzymanymi z analizy etapów IIa i b, co dotyczyło makroelementów pylonu i pomostu. Dodatkowo, dla dominujących częstości drgań rozpatrywanych elementów, wzbudzeniu ulegały również wanty, których częstotliwości odpowiednich form sąsiadowały z częstotliwościami pylonu bądź/i pomostu. Podobieństwo postaci drgań cięgien dla etapów IIIa i b nie dotyczy – jak podkreślono we wcześniejszym akapicie – kolejności numeracji dla poszczególnych modów. O ile w kształtach postaci drgań swobodnych modeli o numerach kolejno $n = 1$ i 2 nie stwierdzono większych różnic, to począwszy od $n = 3$ zauważono zasadniczą różnicę między modelem bez, i z zastosowaniem obciążenia pojazdem w prześle P2. Przykładem mogą być odpowiadające sobie pierwsze asymetryczne postacie dla cięgien W2 i W5 przy $n = 12$ i $n = 14$ oraz $n = 18$ i $n = 19$ odpowiednio dla etapów IIIa i IIIb.

Dzięki wykonanym analizom na dwóch zasadniczych modelach dyskretnych dla wyizolowanego cięgna W1 oraz całego mostu z uwzględnieniem drgań want możliwe było porównanie otrzymanych częstości drgań własnych dla czterech pierwszych postaci wanty W1 przy dwóch stanach wyężenia tego elementu. Dane zamieszczone w tablicy 6.42 wskazują na nieznaczne rozbieżności między wartościami uzyskanymi z analizy pojedynczego cięgna i tego samego elementu zastosowanego w modelu globalnym mostu dla podstawowej formy rzędu 5,5 i 2,5% dla stanów obciążenia cięgna T_{D1} oraz T_{D2} . Zauważono przy tym wyraźną zależność zwiększania się rozbieżności w wartościach częstości w miarę wzrostu numeru formy n . Przyczyną zaobserwowanych różnic jest wpływ warunków brzegowych, ujawniający się w większym stopniu w miarę wzrostu numeru postaci własnej n (zaobserwowana tendencja do zmniejszania się wartości częstości drgań swobodnych dla cięgna wbudowanego w model dyskretny mostu MS-2Dig2 w porównaniu z modelem cięgna wyizolowanego). Ujawnia się również w tym przypadku wpływ tłumienia konstrukcyjnego (sztywności giętych) pozostałych makroelementów modelu mostu (np. dźwigar główny i pylon), nieobecnych w modelu WS-2D.

6.5. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono analizy wybranego mostu wantowego w zakresie rozważanych obciążeń statycznych oraz częstości i form drgań własnych dla przyjętych modeli dyskretnych.

Przedstawione spostrzeżenia, ze względu na znaczną liczbę otrzymanych wyników, stanowią wypadkową rozważań dotyczących głównie najdłuższego przęsła analizowanego obiektu – reprezentatywnego dla jednopylonowych mostów wantowych z harfowym układem want (P-h).

Istotnym wnioskiem jest konieczność weryfikacji doświadczalnej uzyskanych rezultatów, za czym przemawiają dosyć znaczne rozbieżności w otrzymanych wartościach (np. częstości drgań własnych). Potwierdzono znaczący wpływ masy pojazdu obciążającego na pierwsze częstości drgań własnych pomostu i pylonu, co znalazło również odbicie w pracy Weselego i Salamaka [157]. Zauważono przy tym, że w mniejszym stopniu ten wpływ uwidocznił się w postaciach drgań własnych dla niższych form. W związku z tym zadano sobie pytanie, czy w przypadku obciążenia poruszającego się po takim moście, fakt ten ma także wpływ na wartości własne?

Odpowiedź na nie, wraz z dodatkowymi spostrzeżeniami dla tego zagadnienia zamieszczono w dalszej części pracy, tj. w analizie weryfikacyjnej. Pozwoliło to tym samym na ocenę przydatności zastosowanych algorytmów (głównie MES) dla rozważanego układu konstrukcyjnego.

ROZDZIAŁ 7

Weryfikacja wyników otrzymanych z badań i obliczeń

7.1. Uwagi wstępne

W części z załącznikami pracy (1 i 2) opisano badania doświadczalne wraz z wynikami w zakresach obciążeń statycznych i dynamicznych dla wybranego stalowego mostu wantowego z uwzględnieniem pomiarów metodą wizyjno-komputerową. W rozdziale 6 przedstawiono symulacje komputerowe MES badanego obiektu przy zmiennych modelach obliczeniowych dotyczących wyizolowanego ciągu W1 mostu, jak i całego obiektu (2D i 3D).

Podczas prowadzonych badań i obliczeń teoretycznych zwrócono szczególną uwagę na wartości uzyskanych przemieszczeń, chociaż uwzględniono również wartości sił osiowych i momentów zginających (pośrednio odkształceń jednostkowych) w specjalnie do tego celu wybranych przekrojach mostu. Metodologia wykonanych badań doświadczalnych tego obiektu pozwoliła na zweryfikowanie wyników otrzymanych z analiz MES z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej.

7.2. Analiza porównawcza w zakresie obciążeń statycznych

7.2.1. Uwagi ogólne

Analizę porównawczą w zakresie obciążeń statycznych przedmiotowego mostu wykonano w oparciu o wybrane wyniki wielkości uzyskanych z pomiarów na rzeczywistym obiekcie (tj. ugięć dźwigarów głównych w poszczególnych przęsłach i przemieszczeń poziomych pylonu, wyiężeń want, sił osiowych i momentów zginających w środku rozpiętości teoretycznej przęsła najdłuższego P2 oraz pylonu, a także reakcyjnych sił osiowych w wahaczach podporowych przęsła P1). Zgodnie z wnioskami dotyczącymi analizy teoretycznej tego mostu, wyniki doświadczalne odniesiono do obliczeniowych wg teorii I- i II-rzędu bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B), otrzymanymi dla modeli dyskretnych 2D i 3D z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych w zależności od schematu statycznego obciążeń.

7.2.2. Przemieszczenia dźwigarów głównych i pylonu

Ugięcia dźwigarów głównych. Zmierzone i obliczone przemieszczenia pionowe obu dźwigarów głównych dla wszystkich przęseł mostu oraz wybranych schematów statycznych przedstawiono w załączniku nr 1, odpowiednio na rys. z1.24–z1.28 i w tablicy z1.7 (p. z1.9.2) oraz w tablicach 6.11, 6.13, 6.15, 6.17 i 6.22. Do analizy porównawczej wybrano wyniki charakteryzujące stan deformacji konstrukcji wszystkich przęseł dla ośmiu schematów statycznych obciążeń, podając wartości w środkach ich rozpiętości z wyjątkiem najdłuższego przęsła mostu, dla którego przedstawiono rezultaty w czterech charakterystycznych punktach na jego długości. W teoretycznych wynikach ugięć tego przęsła uwzględniono również przestrzenną pracę konstrukcji dla II, III i V schematu statycznego obciążeń (tablica 7.1).

Ogólnie rzecz biorąc, dla punktów umiejscowionych w pobliżu przyłożonego obciążenia, dysproporcje między wynikami empirycznymi i teoretycznymi były niewielkie i kształtowały się dla

Tablica 7.1. Porównanie ugięć dźwigarów głównych uzyskanych w wybranych węzłach modeli obliczeniowych MS2/3Dig i odpowiadających im wartości uzyskanych z badań doświadczalnych mostu wg 8 schematów statycznych

Lp.	Schemat obciążeń	Punkt pomiaru	Ugięcia dźwigarów głównych w [$\times 10^{-3}$ m] uzyskane z				Różnice w [%] dla dźwigarów	
			pomiarów dla dźwigara		obliczeń dla dźwigara			
			GW	DW	GW (I pl.)	DW (II pl.)	GW (6/4)	DW (7/5)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	I	P1-I/2	3,45	3,35	3,69 (3,69)		8,5 (8,5)	
		P2-1	-5,10	-3,70	-3,14 (-3,16)		-30,2 (-29,8)	
		P2-2	-1,00	-1,10	-0,12 (0,00)		-88,0 (-100,0)	
		P2-3	0,50	0,30	0,12 (0,40)		-70,0 (0,0)	
2.	II	P1-I/2	-6,70	-8,10	-4,24 (-4,13)	-4,25 (-4,14)	-36,7 (-38,4)	-47,5 (-48,9)
		P2-1	76,70	80,00	87,89 (85,13)	89,23 (86,43)	14,6 (11,0)	11,5 (8,0)
		P2-II/2	23,30 ¹⁾	-	27,26 (26,66)	28,10 (27,31)	17,0 (14,4)	-
		P2-2	21,50	23,00	23,47 (23,02)	24,10 (23,67)	9,2 (7,1)	4,8 (2,9)
		P2-3	-1,10	-2,50	-2,96 (-2,99)	-3,13 (-3,02)	169,1 (171,8)	25,2 (20,8)
3.	III	P1-I/2	-1,85	-2,05	-0,99 (-0,96)	-1,03 (-1,01)	-46,5 (-48,1)	-49,8 (-50,7)
		P2-1	32,00	34,90	29,48 (28,56)	30,70 (29,76)	-7,9 (-10,75)	-12,0 (-14,7)
		P2-II/2	75,71 ¹⁾	-	82,66 (81,20)	83,97 (82,26)	9,2 (7,3)	-
		P2-2	78,90	85,50	80,49 (79,20)	82,20 (80,79)	2,0 (0,4)	-3,9 (-5,5)
		P2-3	12,70	13,20	9,37 (9,60)	9,62 (10,00)	-26,2 (-24,4)	-27,1 (-24,2)
4.	IV	P1-I/2	-1,35	-1,50	-0,86 (-0,85)		-39,6 (-40,4)	
		P2-1	32,40	34,20	27,93 (27,06)		-16,1 (-18,7)	
		P2-II/2	77,90 ¹⁾	-	81,36 (79,60)		4,4 (2,2)	
		P2-2	79,60	85,10	82,15 (80,47)		-0,2 (-2,3)	
		P2-3	14,80	15,30	13,84 (14,23)		-8,0 (-5,5)	
5.	V	P1-I/2	1,15	1,40	0,16 (0,17)	0,17 (0,18)	-86,1 (-85,2)	-87,9 (-87,1)
		P2-1	3,10	1,20	-3,42 (-3,64)	-3,72 (-3,96)	-47,5 (-46,0)	-24,4 (-23,3)
		P2-II/2	18,76 ¹⁾	-	10,78 (10,58)	10,62 (10,16)	-42,5 (-45,8)	-
		P2-2	21,00	19,10	13,28 (13,41)	13,09 (12,99)	-36,8 (-36,1)	-31,5 (-32,0)
		P2-3	47,30	44,70	45,21 (44,79)	44,43 (44,20)	-4,4 (-5,3)	-0,6 (-1,1)
6.	VI	P3-I/2	22,85	24,50	28,21 (28,34)		19,1 (19,6)	
		P4-I/2	-11,70	-12,25	-11,88 (-11,90)		-0,8 (-0,6)	
7.	VII	P3-I/2	-10,30	-10,00	-11,77 (-11,88)		16,0 (17,0)	
		P4-I/2	33,70	28,20	33,29 (33,62)		7,6 (8,7)	
		P5-I/2	-10,70	-11,50	-14,02 (-14,15)		26,3 (27,5)	
8.	VIII	P3-I/2	3,00	2,80	3,88 (3,88)		33,8 (33,8)	
		P4-I/2	-11,70	-12,25	-14,04 (-14,15)		17,2 (18,2)	
		P5-I/2	41,30	39,10	44,49 (44,97)		10,7 (11,9)	

¹⁾ – pomiar z wykorzystaniem metody wizyjno-komputerowej.

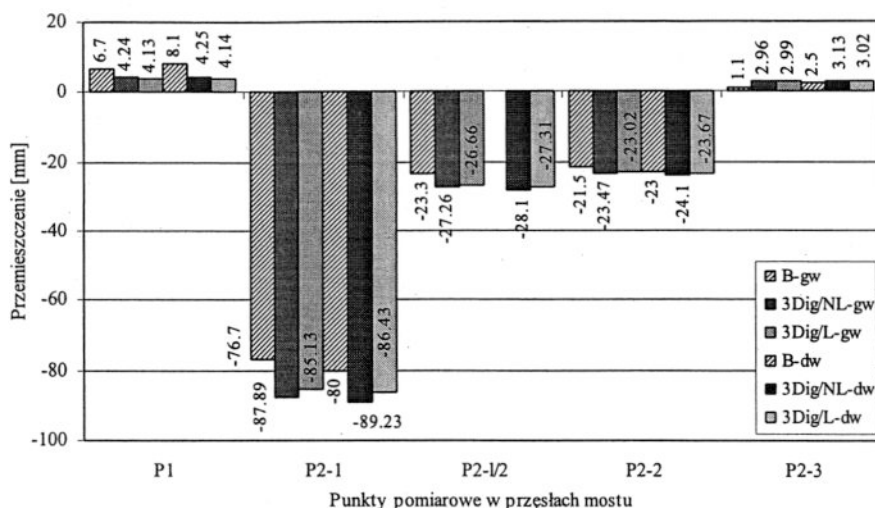
W nawiasach kolumn 6, 7 i 8, 9 podano odpowiednio rozwiązania zgodne z teorią I-rzędu oraz różnice między nimi a wynikami uzyskanymi z badań (kolumny 4 i 5).

Znaki dodatnie należy interpretować jako ugięcia poszczególnych przęseł.

Dla schematów obciążeń I, IV, VI-VIII odniesiono wyniki rozwiązań teoretycznych do średniej arytmetycznej uzyskanych z pomiarów dla obu dźwigarów.

przęsła P2 mostu w przedziale $-5,3 \div 11\%$ oraz $-4,4 \div 14,6\%$ odpowiednio dla obliczeń według teorii I- i II-rzędu (tablica 7.1). Zauważono jednocześnie, że ze względu na wspomniany charakter pracy konstrukcji przęseł, odznaczający się malejącą sztywnością pod przyłożonym obciążeniem, dla wyników większych w stosunku do otrzymanych z pomiarów, większą zbieżnością charakteryzowały się rozwiązania liniowe, natomiast dla wartości teoretycznych mniejszych – rozwiązania uzyskane z analiz nieliniowych, co widoczne jest np. na rys. 8.1 (tablica 7.1).

Porównując zaobserwowane różnice między wynikami doświadczalnymi a teoretycznym z obu typów analiz (I- i II-rzędu) największe wystąpiły dla najmniejszych bezwzględnych wartości przemieszczeń pionowych dla punktów zlokalizowanych w większych odległościach od przykładanego obciążenia (np. w przęsłach sąsiednich), wynoszące nawet 12, czy 70%. Bardziej istotne jest jednak odniesienie się



Rys. 7.1. Porównanie wartości przemieszczeń pionowych obu (gw i dw) dźwigarów głównych w przęsłach P1 i P2 otrzymane z badań (B) i analiz teoretycznych dla II schematu obciążeń

wyniki teoretyczne wskazują na pewne podobieństwa dla wzajemności przemieszczeń w porównaniu z otrzymanymi z badań (rys. 7.2). Było to bezpośrednio wynikiem uwzględnienia imperfekcji geometrycznych w obu tych elementach, przy czym największe dysproporcje dostrzeżono dla obciążenia zlokalizowanego w miejscu zakotwienia want W3/W3' do pomostu, rzędu 23% w punkcie P2-1 (tablica 7.1).

Weryfikując ugięcia przęseł zlokalizowanych na terenach zalewowych okazało się, że niemal we wszystkich przypadkach schematów VI-VIII wartości teoretyczne ugięć były większe od wyników doświadczalnych, a największe ich zgodności (w zakresie 7,6–19,1%) odpowiadały punktom dźwigara głównego bezpośrednio obciążanego (tablica 7.1). W tych przypadkach rozwiązania nieliniowe były bardziej zbliżone do wyników pomiarowych.

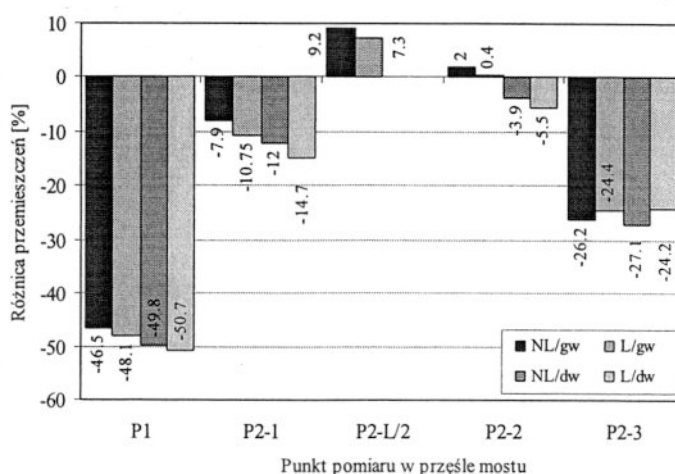
Obliczone dopuszczalne ugięcie przęsła najdłuższego wyniosło 330×10^{-3} m z uwzględnieniem 30% zwiększenia tej wartości zgodnie z postulatem normy [118] w zastosowaniu do kładek i drogowych mostów wiszących. Zauważono jednak, że wyliczona wartość znacznie odbiega (ponad 2,5-krotnie) od maksymalnego zarejestrowanego (i obliczonego) ugięcia przęsła P2 analizowanego obiektu, co może świadczyć o przekroczeniu dopuszczalnego obciążenia statycznego mostu, ale również o niewłaściwej regulacji naciągów, bądź częściowym zużyciu lin zastosowanych na wanty.

Na podstawie wykonanej analizy porównawczej należy stwierdzić, że dla najdłuższego przęsła mostu nie zauważono znaczącego wpływu rozwiązań w zakresie nieliniowości geometrycznej w stosunku do wyników otrzymanych z badań. Poprzez uzasadnione wcześniej nieuwzględnienie w przedmiotowej weryfikacji wpływu zwisu cięgien, wystąpiły w niektórych przypadkach obciążeń stosunkowo duże dysproporcje w wielkościach przemieszczeń pionowych. Stało się tak nawet pomimo wprowadzenia w modelach obliczeniowych imperfekcji geometrycznych dla pomostu i pylonu (dla tych przypadków, ugięcia dźwigarów głównych byłyby znacznie większe, np. tablica 6.22).

Inną – może nawet bardziej istotną – kwestią, niemożliwą w zasadzie do zrealizowania jest brak wprowadzenia rzeczywistych naciągów want przy zachowaniu niezmienn

do maksymalnych wartości ugięć w przekrojach bezpośrednio obciążonych (w danym schemacie statycznym) – wówczas różnica ta znajdowała się w przedziale 2–15% dla przęsła najdłuższego, a dla przęseł krótszych (P1, P3–P5, ze względu na znacznie mniejsze wartości, nie przekroczyła 20 %).

Analizując ugięcia obu symetrycznych dźwigarów głównych w danym przekroju przęsła P2 mostu (dla II, III i V schematu obciążeń),



Rys. 7.2. Porównanie przyrostów ugięć obu dźwigarów głównych (gw i dw) w przęsłach P1 i P2 mostu otrzymanych z badań i analiz teoretycznych dla III schematu obciążeń

ności początkowej konfiguracji geometrycznej dźwigarów głównych i pylonu, gdyż ma to wpływ na wielkości otrzymywanych wyników. Pozostaje także do rozważenia analiza błędów pomiarowych, z pewnością nieco większych dla pomiarów geodezyjnych w porównaniu z pomiarem wykonanym za pomocą czujników indukcyjnych przemieszczeń. Zastosowanie tych ostatnich było jednak niemożliwe w trudnodostępnych punktach konstrukcji (np. przęsła nurtowego P2), co zdecydowało o wyborze metody pomiaru tych wielkości opartej na geodezji precyzyjnej i – dodatkowo – na metodzie wizyjno-komputerowej. W związku z powyższym, również do celów porównawczych posłużono się wynikami pomiarów geodezyjnych (stała wartość błędu) oraz otrzymanych dzięki metodzie wizyjno-komputerowej (w 1 punkcie).

Przemieszczenia poziome pylonu. Wyniki doświadczalne przemieszczeń poziomych trzech punktów (A, B i C) na wysokości pylonu, odpowiednio w płaszczyźnie równoległej δ_x i prostopadłej δ_z do osi podłużnej mostu zamieszczono odpowiednio w tablicy z1.8 i na rys. z1.29 dla II, III i V schematu obciążeń, oraz w tablicy z1.9 i na rys. z1.30 dla III schematu obciążeń (p. z1.9.3). Z kolei odpowiadające im wyniki teoretyczne przedstawiono w tablicach 6.12, 6.14, 6.16, 6.18 i 6.23, oraz na rys. 6.19, 6.23 i 6.24 (dla przemieszczeń δ_z w płaszczyźnie prostopadłej do osi modeli mostu).

Do analizy porównawczej przyjęto wszystkie ww. wyniki charakteryzujące stan deformacji tego elementu konstrukcyjnego pod przyłożonym obciążeniem w przęśle P2 (II, III i IV schemat statyczny obciążeń). Ze względu na ograniczony zakres wyników doświadczalnych, jakimi dysponowano (dla słupa pylonu od strony górnej wody), nie weryfikowano *pracy* tego elementu w dwusłupowym układzie przestrzennym, choć przyjęto wyniki teoretyczne z analizy wykonanej dla przestrzennego modelu dyskretnego MS-3Dig1 z wprowadzonymi imperfekcjami geometrycznymi pomostu i pylonu (tablica 7.2).

Korelacja przemieszczeń poziomych δ_x pylonu wskazuje – podobnie do przypadku ugięć dźwigarów – na znaczne zróżnicowanie wyników empirycznych z obliczeniowymi dla mniejszych wartości (w przedziale $1\text{--}19 \times 10^{-3}$ m), rzędu 49–65%, niezależnie od przyjętego schematu statycznego (tablica 7.2, rys. 7.3).

Wszystkie wartości obliczeniowe przemieszczeń poziomych δ_x pylonu były mniejsze od wyników doświadczalnych, na co mogło mieć pewien wpływ pominięcie w przedmiotowej analizie wpływu zwisu want (np. tablica 6.23) – analogiczną uwagę przedstawiono wcześniej dla interpretacji ugięć pomostu.

Ustalono, że udział wpływów nieliniowych na wartości przemieszczeń poziomych δ_x w pylonie był nieznaczny (maksymalnie 3,4% dla najwyższej zlokalizowanego punktu C), jednak niemal we wszystkich punktach i przypadkach obciążeń były one bardziej zbliżone do wyników pomiarowych (tablica 7.2).

Analizując przemieszczenia boczne pylonu pod wpływem obciążenia przęsła P2 w środku jego rozpiętości, zauważalna jest tendencja jego deformacji (wszystkich trzech punktów) w kierunku osi podłużnej mostu (*powrót* do pionu), zarówno dla wyników doświadczalnych, jak i teoretycznych. Różnice między otrzymanymi wynikami w przedziale 27–37% mogą być spowodowane zróżnicowaniem naciągów want, odmiennymi sztywnościami poprzecznymi układu pylon–pomost–wanty, czy nieuwzględnionymi w obliczeniach luzami na łożyskach przegubowych pylonu (tablica 7.2). Należy jednak wyeliminować w tym przypadku skutek pominięcia zwisu cięgien.

Zaobserwowane różnice w przemieszczeniach poziomych pylonu analizowanego mostu wantowego otrzymanych z badań i obliczeń mogą wynikać nie tylko z błędów pomiarów geodezyjnych, wyznaczonych na poziomie $\pm 1,3$ mm, ale również z uśrednienia charakterystyk geometrycznych dla jego przekrojów (przyjęto wartości powierzchni i momentów bezwładności dla przekrojów położonych w połowie długości poszczególnych przedziałów: 0–A, A–B i B–C).

Jak wspomniano w p. z1.2, ocena stanu przemieszczeń w konstrukcjach mostów wantowych w zakresie obciążeń statycznych jest bardzo istotnym elementem analizy tych obiektów, świadcząca w pewien sposób o rozkładzie sił wewnętrznych w jego głównych elementach konstrukcyjnych. Teza ta została częściowo potwierdzona weryfikacją tych wielkości w badanym moście. Zarejestrowane niejednokrotnie znaczne różnice w wielkościach przemieszczeń między wynikami obliczeniowymi i

Tablica 7.2. Porównanie przemieszczeń poziomych pylonu uzyskanych w trzech węzłach modeli obliczeniowych MS-3Dig i odpowiadających im wartości w założonych punktach pomiarowych podczas badań doświadczalnych przy obciążeniu przęsła P2 mostu według II, III i V schematu statycznego

Lp.	Schemat obciążeń	Punkt pomiaru	Przemieszczenia poziome δ_x pylonu w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ uzyskane z:		Różnice w [%] (5/4)
			pomiarów	obliczeń (I pl.)	
1	2	3	4	5	6
1.	II	A	-2,9	-1,05 (-1,02)	-63,8 (-64,8)
		B	18,1	9,22 (8,98)	-49,1 (-50,4)
		C	37,9	36,20 (34,91)	-4,5 (-7,9)
2.	III	A	14,0	8,11 (8,23)	-42,1 (-41,2)
		B	40,6	30,32 (29,68)	-25,3 (-26,9)
		C	20,1	14,69 (14,29)	-26,9 (-28,9)
3.	V	A	27,8	21,35 (21,24)	-23,2 (-23,6)
		B	18,8	8,61 (8,52)	-54,2 (-54,7)
		C	4,9	-2,60 (-2,74)	-65,3 (-64,1)
Przemieszczenia poziome δ_x pylonu w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$					
4.	III	A	-1,0	-1,27	27,0
		B	-3,0	-1,90	-36,7
		C	-4,0	-2,63	-34,3

Dodatknie wartości oznaczają zwrot przemieszczeń poziomych δ_x w stronę przęsła najdłuższego P2, a δ_z w kierunku górnej wody.

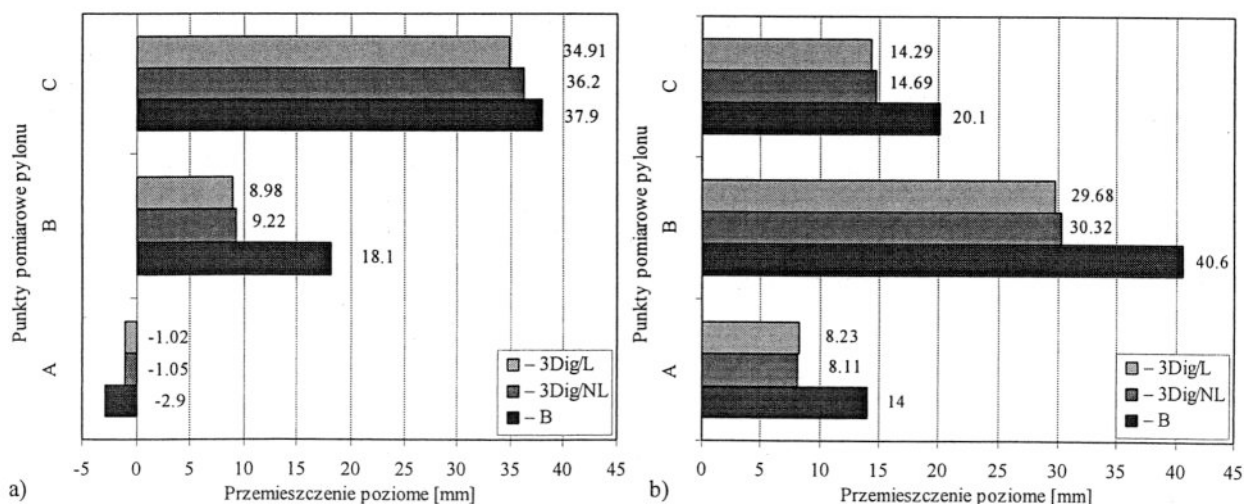
pomiarowymi odnosiły się nie tylko do pylonu, ale także do pomostu, co zauważono choćby w ugięciach dźwigarów głównych przęsła P2 dla V schematu obciążeń.

Ocena tych dysproporcji nie może być jednoznaczna, gdyż zależy od wielu czynników, uwidoczniomych szczególnie w tego typu konstrukcjach, jak np. różnice w stanach (rzeczywistym i teoretycznym) wyteżeń lin, w ich charakterystykach materiałowych (zwłaszcza po wieloletnim okresie eksploatacji mostu), wadliwej pracy elementów uszkodzonych, czy w sposobie modelowania podpór [67], [148], [154]. Nie bez znaczenia jest w tym miejscu wspomnieć o potrzebie rozpoznania pracy każdego elementu cięgnowego, co nie zostało w pełni

zrealizowane na tym moście, bowiem nie wykonano badań lin zlokalizowanych w drugiej płaszczyźnie przekroju (od strony dolnej wody).

7.2.3. Siły osiowe w wantach

Zmierzone i obliczone wielkości sił osiowych w przyjętych cięgnach mostu przedstawiono odpowiednio w p. z1.10.5 na rys. z1.44–z1.47 oraz w tablicach 6.19 i 6.24 (p. 6.3.6). Zestawienie wybranych wyników odpowiadało wszystkim schematom obciążeń zlokalizowanym w najdłuższym przęśle mostu P2, tj. II-V, oraz analizom liniowej i nieliniowej bez uwzględnienia zwisu want dla zakresu rozwiązań teoretycznych (tablica 7.3). W trakcie badań mostu wykonano również kontrolne pomiary sił osiowych w dolnym zakotwieniu środkowego cięgna W2 przęsła nurtowego, które również zamieszczono w tej tablicy (odczyty z tensometrów tw21 i tw22, rys. z1.15, szczegół A). Przekroje kołowe ($\phi = 65 \text{ mm}$) dwóch prętów tego zakotwienia miały jednakową wartość $A_z = 3,318 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ [50].



Rys. 7.3. Porównanie przemieszczeń poziomych δ_x pylonu mostu otrzymane z badań (B) i analiz teoretycznych dla: a) II i b) III schematu statycznego obciążeń

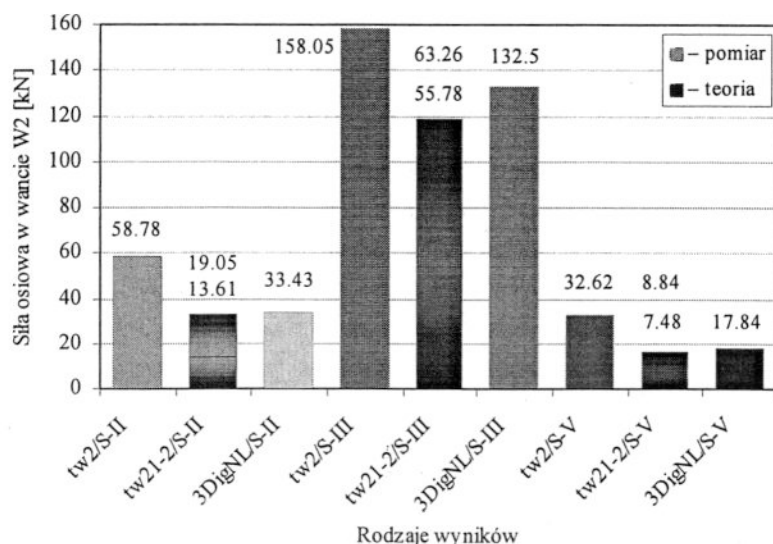
Porównanie wyżeń elementów cięgowych wykazało, że największej zarejestrowanej w trakcie badań siły osiowej cięgna W2 o wartości 173,51 kN odpowiadała również maksymalna siła uzyskana z obliczeń, jednak mniejsza o 20,5 i 21,9% odpowiednio dla teorii II- i I-rzędu przy obciążeniu ustawionym według IV schematu obciążeń. W przeważającej liczbie analizowanych przypadków, teoretyczne wielkości sił osiowych w wantach były mniejsze od uzyskanych z badań z największą różnicą na poziomie 45% dla cięgna W2 w V schemacie obciążeń statycznych.

Wpływ nieliniowości geometrycznej na wyżenia cięgien przy uwzględnieniu imperfekcji geometrycznych pomostu i pylonu nie był na ogół znaczący i kształtował się na średnim poziomie 1–3,3% z trendem większych wartości dla rozwiązań nieliniowych, jednak w sporadycznych przypadkach różnica ta wynosiła nawet 7–9% dla rejestrowanego spadku sił osiowych (odciążenie cięgna). Na tej podstawie można stwierdzić, że badania na rzeczywistym obiekcie pozwalają w specyficznych warunkach obciążeń na rejestrowanie spadku wyżenia elementu cięgowego, jednak uzyskane wyniki należy odnosić do analizy uwzględniającej zwis want. W konkretnym przykładzie (cięgna W3 i W4), na wskutek zastosowania takiego algorytmu uzyskano zmniejszenie siły osiowej o niemal 25% w stosunku do wyniku otrzymanego z analizy nie uwzględniającej tego efektu (np. tablica 6.24).

Porównując otrzymane wyniki zauważono dla małych wartości sił osiowych możliwość wystąpienia tych wielkości o różnych znakach (ściskanie i rozciąganie) w obrębie tego samego elementu dla identycznego schematu obciążeń (np. cięgna zewnętrzne W1 i W6, V schemat obciążeń). Także i w tym przypadku, wprowadzenie do obliczeń efektu zwisu want prowadzi do około 50% redukcji wartości sił osiowych (ściskających), z tendencją zbliżenia się do wartości mierzonych.

Równolegle wykonane pomiary wyżenia wybranego cięgna mostu W2 w punktach jego dolnego zakotwienia (tw21 i tw22) umożliwiły weryfikację rzeczywistej siły osiowej w tym elemencie, rejestrowanym za pomocą tensometru umieszczonego na jednym z jego drutów warstwy zewnętrznej (tw2). Porównanie graficzne otrzymanych wybranych wartości wyżeń cięgna W2 dla różnych stanów jego naciągu przedstawiono na rysunku 7.4 (kolorami zielonymi oznaczono wyniki obliczeniowe a szarymi – z pomiarów, przy czym stopniowanie odcieni od jasnego do ciemnego dotyczy schematów obciążeń II, III i V). Wyraźnie wynika z niego, że większą zbieżnością z wynikami teoretycznymi charakteryzują się wielkości otrzymane z tensometrów umieszczonych na pełnych przekrojach stalowych (w zakotwieniu), rzędu 2,4–11,3% w odniesieniu do rozwiązań nieliniowych (tablica 7.3). Przyjmując wartości sił osiowych zarejestrowane bezpośrednio na linii W2, relacje te są znacznie większe, mieszcząc się w przedziale 16,2–45,3%.

Powyższe spostrzeżenie może stanowić podstawę do jego uogólnienia dla pozostałych elementów



Rys. 7.4. Porównanie wartości sił osiowych w wancie W2 mostu otrzymanych z badań i analiz teoretycznych dla II, III i V schematu obciążeń

ciągowych w tym moście (lub dla ich większości), co również potwierdziły znaczne rozbieżności między uzyskanymi dla nich wyżeniami obliczonymi i pomierzonymi (tablica 7.3). Analiza tych przypadków na podstawie badań skłoniła do stwierdzenia nierównomiernego wyżenia drutów składających się na przekrój danej liny, co może mieć miejsce przy niepoprawnie funkcjonujących (wykonanych) ich zakotwieniach w stalowych tulejach. Otrzymane większe wartości odkształceń jednostkowych zarejestrowane na profilowanych drutach warstwy zewnętrznej

ciągien mogą z jednej strony wynikać z niekorzystnego wpływu czynników termicznych w trakcie realizacji pomiarów, z drugiej jednak – stanowić świadectwo większego wyężenia drutów warstwy zewnętrznej w stosunku do zlokalizowanych bliżej środka przekroju.

Ze względu na specyfikę cięgien stosowanych w konstrukcjach mostów wawtowych, w rozdziale tym (zawierającym analizy teoretyczne), ale również w czasie realizacji badań, poświęcono im szczególną uwagę. Do tego celu wybrano jedną z najdłuższych waw analizowanego obiektu, tj. linię W1, dla której obliczono stany wyężenia na podstawie zależności geometrycznych właściwych krzywej łańcuchowej (p. 6.3.4), pomiaru jej częstotliwości drgań własnych (p. 6.3.5) oraz wykorzystując metodę elementów skończonych zarówno dla pojedynczego wyizolowanego makroelementu cięgnowego, jak i uwzględniając je w modelu globalnym mostu (p. 6.3.6) [44], [148], [169].

W tablicy 7.4 zestawiono otrzymane z obliczeń wartości sił osiowych T w trzech wawach W1–W3 dla różnych schematów obciążeń oraz typów analiz, które porównano z wynikami badań. Dla cięgien W2 i W3 podano wartości teoretyczne w aspekcie analizy stanu ich wyężenia poprzez pomiar częstotliwości drgań własnych oraz dla modeli dyskretnych uwzględniających imperfekcje geometryczne (MS-2/3Dig1). Przyjmując za podstawę analizy wyniki doświadczalne, największe odstępstwo od nich dla wawy W1 stwierdzono w obliczeniach siły osiowej z pomierzonych częstotliwości drgań (23,2%), natomiast najmniejsze – poprzez zastosowanie algorytmu właściwego krzywej łańcuchowej (1,4%). Wyniki MES były w 3 i 15,1% zgodności odpowiednio dla analizy pojedynczego modelu liny oraz dla modelu globalnego mostu (rys. 7.5). Ostatnie różnice wynikają z przyjęcia odmiennych wstępnych naciągów tego elementu oraz z nieuwzględnienia w obliczeniach według teorii II-rzędu jego zwisu w podanym przykładzie porównawczym dla modelu przestrzennego mostu (tablica 7.4, wiersz 1).

Tablica 7.3. Porównanie sił osiowych w [kN] w wawach od strony górnej wody uzyskanych w ES modelu obliczeniowego MS-3Dig1 i odpowiadających im wartości w tensometrycznych punktach pomiarowych podczas badań doświadczalnych przy obciążeniu przęsta P2 według II, III, IV i V schematu statycznego obciążeń

Lp.	Schemat obciążeń	Wawa	Siły osiowe w wawach uzyskane z:		Różnica w [%] (5/4)
			pomiarów	Obliczeń	
1	2	3	4	5	6
1.	II	W1 (tw1)	91,397	100,410 (97,094)	9,9 (6,2)
		W2 (tw2)	58,775	33,432 (32,367)	-43,1 (-44,9)
		tw21	13,605	33,432 (32,367)	2,4 (-0,9)
		tw22	19,047		
		W3 (tw3)	-9,562	-20,262 (-19,585)	111,9 (104,8)
		W4 (tw4)	-7,874	-23,107 (-22,385)	193,5 (184,3)
		W5 (tw5)	62,712	36,868 (35,887)	-41,2 (-42,8)
2.	III	W6 (tw6)	86,897	103,091 (99,514)	18,6 (14,5)
		W1 (tw1)	42,464	36,066 (35,030)	-15,1 (-17,5)
		W2 (tw2)	158,046	132,503 (130,128)	-16,2 (-17,7)
		tw21	55,780		
		tw22	63,263	132,503 (130,128)	11,3 (9,3)
		W3 (tw3)	40,215	33,825 (34,425)	-15,9 (-14,4)
		W4 (tw4)	41,621	25,783 (26,168)	-38,1 (-37,1)
3.	IV	W5 (tw5)	146,234	128,927 (126,373)	-11,8 (-13,6)
		W6 (tw6)	44,714	45,413 (44,255)	1,6 (-2,7)
		W1 (tw1)	32,059	29,833 (29,024)	-6,9 (-9,5)
		W2 (tw2)	173,513	137,954 (135,544)	-20,5 (-21,9)
		tw21	59,182		
		tw22	64,624	137,954 (135,544)	11,4 (9,5)
		W3 (tw3)	52,307	42,833 (43,160)	-18,1 (-17,5)
4.	V	W4 (tw4)	28,122	33,172 (33,403)	18,0 (18,8)
		W5 (tw5)	156,921	134,166 (131,586)	-14,5 (-16,2)
		W6 (tw6)	50,901	39,830 (38,898)	-21,8 (-23,6)
		W1 (tw1)	2,531	-3,903 (-4,070)	-
		W2 (tw2)	32,622	17,839 (17,653)	-45,3 (-45,9)
		tw21	7,483		
		tw22	8,843	17,839 (17,653)	9,3 (8,1)
		W3 (tw3)	132,736	141,320 (140,724)	6,5 (6,0)
		W4 (tw4)	125,987	139,632 (138,920)	10,8 (10,3)
		W5 (tw5)	34,309	24,960 (24,798)	-27,2 (-27,7)
		W6 (tw6)	1,125	-5,259 (-5,428)	-

W nawiasach kolumny 3 podano oznaczenia tensometrów, a kolumny 5 i 6 – odpowiednio rozwiązania zgodne z teorią I-rzędu oraz różnice między nimi a wynikami uzyskanymi z badań (kolumny 4 i 5).

Do obliczenia sił osiowych w cięgnach na podstawie odkształceń jednostkowych wykorzystano wyznaczony empirycznie moduł Younga $E_w = 172 \text{ GPa}$ (p. 6.3.4).

Tabela 7.4. Porównanie wartości sił osiowych T w elementach ciągnowych W1, W2 i W3 w [kN], uzyskanych z obliczeń dla trzech podstawowych metod oraz z badań doświadczalnych

Lp.	Numer wanty	Schemat obciążeń	Pomiar	Analizy teoretyczne z zastosowaniem metody:							
				M1	[%] ¹⁾	M2	[%] ¹⁾	MES1	[%] ¹⁾	MES2	[%] ¹⁾
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	W1	III	42,464	41,879	98,6	32,621	76,8	41,200	97,0	36,066	84,9
2.	W2	IV	123,806 ²⁾	–	–	140,682	113,6	–	–	137,954 ³⁾	111,4
3.	W2	VIII	–1,687	–	–	–4,225	250,4	–	–	–3,777*	223,9
4.	W3	V	132,736	–	–	145,638	109,7	–	–	141,320	106,5

¹⁾ Różnica procentowa rozwiązania teoretycznego w stosunku do wyniku z badań doświadczalnych.
²⁾ Podany wynik jest sumą sił osiowych uzyskanych z odkształceń jednostkowych w prętach zakotwienia dolnego ciągu W2.
³⁾ Wynik uzyskany z obliczeń dla modelu MS-2Dig1.
M1 – metoda oparta na zależnościach geometrycznych dla krzywej łańcuchowej, M2 – metoda pomiaru siły w ciągu na podstawie pomiarów jego częstości drgań własnych, MES1/2 – wyniki oparte na metodzie elementów skończonych dla modeli dyskretnych odpowiednio dla pojedynczego ciągu (WS-2D) oraz całego mostu (MS-3Dig1).

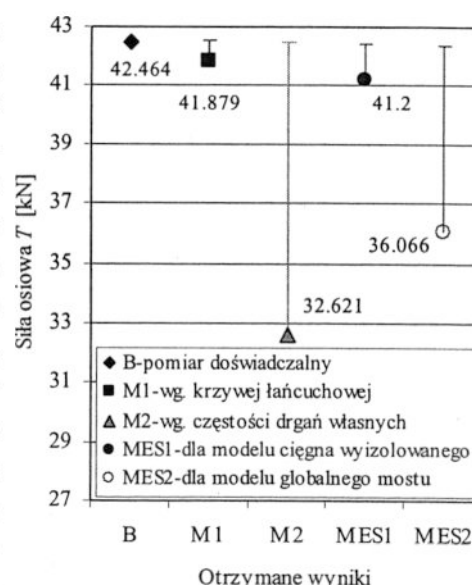
Należy jednocześnie dodać, że pomiary doświadczalne odkształceń jednostkowych, np. w ciągu W1 nie były dodatkowo weryfikowane w punkcie jego zakotwienia (przykładem wanty W2), co – jak wspomniano – może mieć pewien wpływ na otrzymane w nim wartości sił osiowych (nieco różniące się od rzeczywistych).

Stosunkowo dużą zbieżność wyników z badań i obliczeń (na podstawie pomiaru ich częstości drgań własnych oraz MES) uzyskano również dla bezpośrednio obciążonych ciągów W2 (schemat IV) i W3 (schemat V) o wartościach odpowiednio 13,6 i 11,4% oraz 9,7 i 6,5% (tabela 7.4).

Największe różnice między wynikami pomiarowymi i teoretycznymi dostrzeżono dla ściskanej wanty W2 w VIII schemacie obciążeń, rzędu 250 i 224% odpowiednio dla metod M2 i MES. Wynikały one prawdopodobnie z dużego błędu pomiarowego przy jednostkowych odkształceniach o ujemnych i równocześnie małych wartościach na poziomie $-4 \div -7 \times 10^{-6}$ m/m (tabela 7.4).

Wykonana analiza porównawcza wykazała dość dużą zbieżność wyników empirycznych z teoretycznymi, niemniej jednak należy mieć na uwadze, że część z tych ostatnich oparta była na pomierzonych wielkościach geometrycznych (strzałki zwisu want) bądź dynamicznych, bez których obliczenia wyteżenia tych elementów według zależności dla krzywej łańcuchowej, czy z wykorzystaniem znanych częstości drgań własnych, nie byłoby możliwe.

Analizując wpływ błędów na otrzymane wielkości, należy wspomnieć choćby o nieuwzględnieniu tłumienia (np. konstrukcyjnego) w metodzie wykorzystującej zmierzone częstości drgań własnych ciągów, czy o błędach pomiarowo-analitycznych w zakresie interpretacji widma drgań. Znaczenie ma z pewnością także dobór właściwych parametrów geometrycznych (uwzględnienie korozyjnego zmniejszenia przekroju, precyzji w pomiarach długości i strzałek zwisu, a także dodatkowego ciężaru zabezpieczeń antykorozyjnych), czy materiałowych takich elementów, oraz wpływów eksploatacyjnych. Przedostatnia uwaga dotyczy przede wszystkim modułu sprężystości podłużnej, który przedmiotowe badania pozwoliły określić tylko dla jednej z lin na podstawie jednego pomiaru. W związku z tym nie można traktować go jako wartość *reprezentatywną* nie tylko dla tego ciągu, ale również dla pozostałych w tym obiekcie. Perspektywicznie należałoby dążyć do weryfikacji wartości modułu Younga dla różnych lin tego samego obiektu po założonym okresie



Rys. 7.5. Porównanie wartości sił osiowych w wancie W1 mostu otrzymanych z badań (B) i analiz teoretycznych dla III schematu obciążeń w prześle P2. Dla każdego obliczonego wyniku podano procentowe słupki błęd

eksploatacji, co nie jest bezpośrednio możliwe do wykonania w warunkach laboratoryjnych (względny duży koszt wymiany lin). Jednym z alternatywnych sposobów jego pomiaru może stanowić przedstawiona w pracy metoda oparta na bazie geodezji precyzyjnej.

Pomimo nieuwzględnienia wszystkich przedstawionych wyżej aspektów, uzyskany poziom zbieżności wyników sił osiowych dla wybranych elementów cięgowych wskazuje na znaczną ich zbieżność, a zatem na poprawność doboru metod pomiarów doświadczalnych i algorytmów teoretycznych.

Reasumując, można stwierdzić, że wykorzystane w analizie teoretycznej cięgna algorytmy uwzględniające nieliniowość geometryczną, pozwalają na perspektywiczne ich wykorzystanie w trakcie badań nie tylko mostów wantowych, ale również wszelkich konstrukcji gdzie stanowią one elementy nośne.

7.2.4. Naprężenia w dźwigarach głównych i pylonie

Wyniki odkształceń jednostkowych w wybranych przekrojach (T-I–T-III, rys. z1.11–z1.14) dźwigarów głównych badanego mostu (w środku rozpiętości teoretycznej przęseł P2–P4) zarejestrowane podczas badań dla wybranych schematów statycznych obciążeń przedstawiono w załączniku nr 1 w tablicach z1.19–z1.21 (p. z1.10.3). Wyniki badań dla pylonu podano na rys. z1.41–z1.43 (p. z1.10.4). Na podstawie otrzymanych z obliczeń sił wewnętrznych w makroelementach pomostu (dźwigary główne) i pylonu wyliczono naprężenia normalne dla stanu jednoosiowego. W tablicach 6.20 oraz 6.25 zestawiono otrzymane wielkości sił osiowych i momentów zginających w przyjętych węzłach pylonu i dźwigarów głównych, odpowiednio dla modeli płaskich oraz przestrzennych dla poszczególnych typów przeprowadzonych analiz w zakresach liniowym i nieliniowym. Dla pierwszej grupy modeli zrealizowano obliczenia dla wszystkich założonych schematów obciążeń, natomiast dla modeli 3D jedynie dla trzech (II, III i V).

Do celów weryfikacji wyników empirycznych naprężeń w trzech punktach pylonu (A, B i C) oraz dźwigara głównego w przęśle P2 (10 i 10') z obliczeniowymi przyjęto uzyskane na podstawie analizy czterech i pięciu charakterystycznych (dla najdłuższego przęsła mostu) schematów obciążeń, odpowiednio II-V oraz I-V. Przyczyną nieuwzględnienia pozostałych schematów były stosunkowo małe wartości mierzone i obliczeniowe mające wpływ na przyrost błędu (np. tablica z1.21, rys. z1.43 i tablica 6.20). Naprężenia normalne w przekrojach dźwigarów głównych i pylonie wyznaczono na podstawie otrzymanych z pomiarów odkształceń jednostkowych (zależność z1.1), przyjmując stałą wartość modułu Younga dla stali na poziomie $E_{st} = 205$ GPa. Charakterystyki przekrojowe podano w tablicy 7.1 [50].

Porównanie wyników badań z teoretycznymi zestawiono dla rozważanych przekrojów w tablicach 7.5 i 7.6, odpowiednio dla dźwigarów głównych i pylonu mostu.

Analizując otrzymane z badań i obliczeń wyniki naprężeń dla pomostu zauważono między nimi pewne różnice uzależnione nie tylko od schematu statycznego, ale również od rozpatrywanego dźwigara głównego (w układzie 3D) – największe dla V schematu obciążeń w punkcie 10 (26,6% oraz 28%), odpowiednio dla analizy nieliniowej i liniowej. W symetrycznym do niego węźle dźwigara (punkt 10') dla identycznego schematu statycznego wynosiła ona zaledwie –0,5 i 3,6% (rys. 7.6). Różnice te mogą wynikać, np. z niezachowania symetrii ustawienia obciążenia względem przekroju poprzecznego mostu.

Generalnie, teoretyczne wartości naprężeń w obu dźwigarach były większe od pomierzonych jedynie w V schemacie obciążeń, natomiast dla pozostałych czterech dostrzeżono tendencję odwrotną, niekorzystną dla konstrukcji przęsła nurtowego mostu, choć nie została przekroczona wartość wytrzymałości stali na rozciąganie [118].

W każdym analizowanym przypadku wartości naprężeń pasów dolnych obu dźwigarów, uzyskane w wyniku analizy wg teorii II-rzędu były bardziej zbliżone do rezultatów doświadczalnych w porównaniu z obliczeniami wykonanymi zgodnie z klasyczną teorią sprężystości, a różnice między nimi kształtowały się w przedziale 0,1–4,1% (tablica 7.5, rys. 6.6).

Tablica 7.5. Porównanie naprężeń normalnych w [MPa] w dźwigarach głównych uzyskane w węzłach dwóch modeli obliczeniowych i w odpowiadającym im tensometrycznym przekroju pomiarowym T-I (w 1/2 przęsła P2) podczas badań doświadczalnych przy obciążeniu według II-V schematu statycznego

Lp.	Schemat obciążeń	Punkt pomiaru	Pomiar		Obliczenia		Różnice w [%]	
			GW	DW	GW (I pl.)	DW (II pl.)	(6/4) GW	(7/5) DW
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	II	10/10' (td1/14)	-13,735	-13,325	-13,345 (-13,184)	-12,735 (-12,732)	-2,8 (-4,0)	-4,4 (-4,5)
2.	III		42,640	45,510	36,766 (36,680)	36,953 (36,497)	-13,8 (-14,0)	-18,8 (-19,8)
3.	IV		44,280	41,000	35,106 (34,940)		-17,7 (-18,1)	
4.	V		-6,560	-8,405	-8,305 (-8,397)	-8,366 (-8,705)	26,6 (28,0)	-0,5 (3,6)

GW/DW – dźwigary główne odpowiednio od strony górnej i dolnej wody.
W nawiasach kolumn 6, 7 oraz 8 i 9 podano rozwiązania odpowiednio zgodne z teorią I-rzędu oraz różnice między nimi a wynikami uzyskanymi z badań (kolumny 4 i 5). Oznaczenia elementów i tensometrów dla dolnych pasów dźwigarów podano zgodnie z rys. z1.11 i 6.2.

Przyczyną pewnych rozbieżności między wynikami teoretycznymi i doświadczalnymi mogą być różnice w położeniach osi obojętnej przekroju elementu dźwigara (rzędu 3–6%), dla którego uwzględniono współpracę ze stalowym pomostem.

Porównanie naprężeń w wybranych punktach na wysokości pylonu wskazuje na znacznie większe zróżnicowanie wyników empirycznych i obliczeniowych niż dla dźwigarów głównych w 1/2 przęsła P2. Największe dysproporcje odnotowano dla I schematu obciążeń, które wynosiły ponad 80% dla niżej zlokalizowanych punktów A i B tego elementu (tablica 7.6). Podobne relacje dotyczyły przekrojów, w których na ogół wartości naprężeń (pośrednio odkształceń jednostkowych) znajdowały się na niskim poziomie (w przedziale 0,06–2,00 MPa), chociaż dla IV schematu statycznego obciążenia wielkość odkształceń w środkowym punkcie B pylonu ($\varepsilon = -89 \times 10^{-6}$ m/m) znacznie odbiegała od rzeczywistego wyężenia tego przekroju w trakcie badań. W przypadku tym różnica między wynikiem obliczonym i pomierzonym wynosiła około 65%.

W zasadzie nie stwierdzono wyraźnej zależności matematycznej odnośnie przekroczenia teoretycznych wartości naprężeń w stosunku do wyników doświadczalnych (tablica 7.6, rys. 7.7). Dotyczy to zarówno spostrzeżeń odnośnie stopnia zbieżności rozwiązań nieliniowych i liniowych dla rezultatów pomiarowych, które kształtowały się podobnie, jak dla dźwigarów głównych, w zakresie 0,4–4,0%. Należy jednak stwierdzić pewne podobieństwo (z małymi wyjątkami) w tendencji stopniowania wielkości wyężenia dla poszczególnych punktów elementu pylonu w obrębie tego samego schematu statycznego (tablica 7.6), co może też przemawiać za słusznością założeń pomiarowych i teoretycznych.

Tablica 7.6. Porównanie naprężeń normalnych w [MPa] w pylonie uzyskane w węzłach dwóch modeli obliczeniowych i odpowiadających im tensometrycznych punktach pomiarowych podczas badań doświadczalnych przy obciążeniu według I-V schematu statycznego

Lp.	Schemat obciążeń	Punkt pomiaru	Pomiar	Obliczenia	Różnice w [%] (6/4)
1	2	3	4	5	6
1.	I	A (tp3)	0,820	0,092 (0,108)	-88,8 (-86,8)
		B (tp2)	0,820	0,137 (0,134)	-83,3 (-83,7)
		C (tp1)	-0,410	0,207 (0,204)	-
2.	II	A (tp3)	-4,510	-3,927 (-3,702)	-11,2 (-14,1)
		B (tp2)	-5,535	-5,614 (-5,505)	1,4 (-0,5)
		C (tp1)	-5,330	-6,447 (-6,210)	21,0 (16,5)
3.	III	A (tp3)	-4,715	-6,456 (-6,288)	36,9 (33,4)
		B (tp2)	-5,125	-6,790 (-6,606)	32,5 (28,9)
		C (tp1)	-3,280	-1,916 (-1,862)	-41,6 (-43,2)
4.	IV	A (tp3)	-5,535	-6,448 (-6,294)	16,5 (13,7)
		B (tp2)	-18,250	-6,414 (-6,283)	-64,9 (-65,6)
		C (tp1)	-3,075	-1,470 (-1,428)	-52,2 (-53,6)
5.	V	A (tp3)	-3,690	-5,764 (-5,650)	56,2 (53,1)
		B (tp2)	-1,025	-0,694 (-0,675)	-32,3 (-34,2)
		C (tp1)	0,820	0,289 (0,307)	-64,8 (-62,6)

W nawiasach kolumny 3 podano oznaczenia tensometrów (rys. z1.16).
W nawiasach kolumn 5 i 6 podano odpowiednio rozwiązania zgodne z teorią I-rzędu oraz różnice między nimi a wynikami uzyskanymi z badań (kolumna 4). Oznaczenia punktów pylonu podano zgodnie z rys. 6.2.

Wykonana analiza porównawcza naprężeń normalnych w czterech wybranych punktach dźwigarów głównych i pylonu (odpowiednio jednym i trzech) pozwoliła na stwierdzenie, że wpływ momentów zginających na te wartości jest większy w przypadku pomostu, a mniejszy dla pylonu. Ostatnie spostrzeżenie wskazuje na potrzebę wykonywania pomiarów odkształceń w pylonie na ściankach czołowych od strony przęseł mostu, co pozwoliłoby na weryfikację teoretyczną momentów zginających o większych wartościach dla tej płaszczyzny (tablice 6.20, 6.25). W przedstawionych badaniach tego elementu tensometry umieszczono na jego bocznych ściankach w widoku z boku na most.

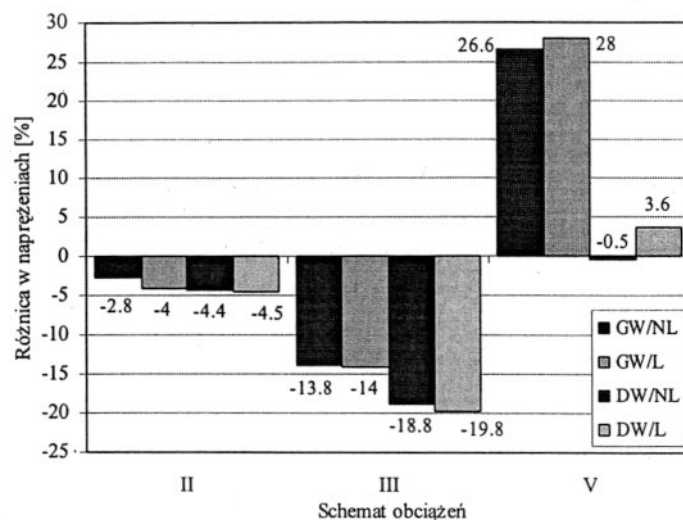
Ogólnie rzecz biorąc można przyjąć, że podstawowym źródłem znacznych różnic między teoretycznymi i empirycznymi wartościami naprężeń jest w większym stopniu błąd otrzymanych małych rzeczywistych wartości odkształceń jednostkowych pylonu (wpłynął na to określony stopień dokładności aparatury pomiarowej, mniejsza precyzja wykonanej kompensacji, czy rodzaj zastosowanych tensometrów elektrooporowych), jak również błędy obliczeniowe dla małych wartości.

7.2.5. Siły osiowe w wahaczach

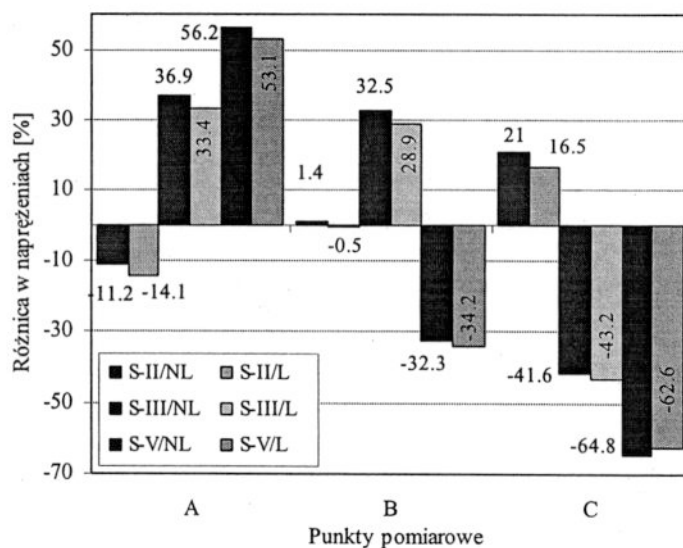
Szczegółowe wyniki odkształceń jednostkowych w wybranych wahaczach podporowych mostu (dla przęsła pierwszego P1) zarejestrowane podczas badań przedstawiono w załączniku nr 1 na rys. z1.34 (p. z1.10.2). W modelach obliczeniowych mostu z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych porównanie odkształceń jednostkowych prowadzono poprzez analizę sił osiowych w wahaczach. W tablicach 6.21 oraz 6.26 zestawiono otrzymane wielkości sił osiowych w rozważanych wahaczach odpowiednio dla modeli płaskich oraz przestrzennych dla poszczególnych typów przeprowadzonych analiz. Dla pierwszej grupy modeli zrealizowano obliczenia dla wszystkich założonych schematów obciążeń, natomiast dla modeli 3D jedynie dla trzech (II, III i V).

Wartości sił osiowych w wahaczach mostu wyznaczono na podstawie otrzymanych z pomiarów odkształceń jednostkowych, korzystając z zależności (z1.1) oraz zakładając czyste rozciąganie (lub ściskanie) osiowe [118]. Przyjęty na podstawie dokumentacji technicznej mostu przekrój poprzeczny wahaczy podano w tablicy 6.1 [50].

W tablicy 7.7 zestawiono wartości sił osiowych w rozważanych wahaczach przęsła P1 mostu otrzymane z badań i obliczeń, przy czym dla tych drugich podane zostały wielkości otrzymane z analizy



Rys. 7.6. Porównanie przyrostów naprężeń w dźwigarach głównych (gw i dw) w 1/2 przęsła P2 mostu otrzymanych z obliczeń wg teorii I- i II-rzędu w stosunku do wyników z pomiarów dla trzech wybranych schematów obciążeń (II, III i V)



Rys. 7.7. Porównanie przyrostów naprężeń w pylonie (punkty A, B i C) mostu otrzymanych z obliczeń według teorii I- i II-rzędu w stosunku do wyników z pomiarów dla trzech wybranych schematów obciążeń (II, III i V)

Tabela 7.7. Porównanie sił osiowych w wahaczach w [kN] uzyskanych w ES dwóch modeli obliczeniowych i w odpowiadających im tensometrycznych punktach pomiarowych podczas badań doświadczalnych przy obciążeniu wg I, II i III schematu statycznego obciążeń

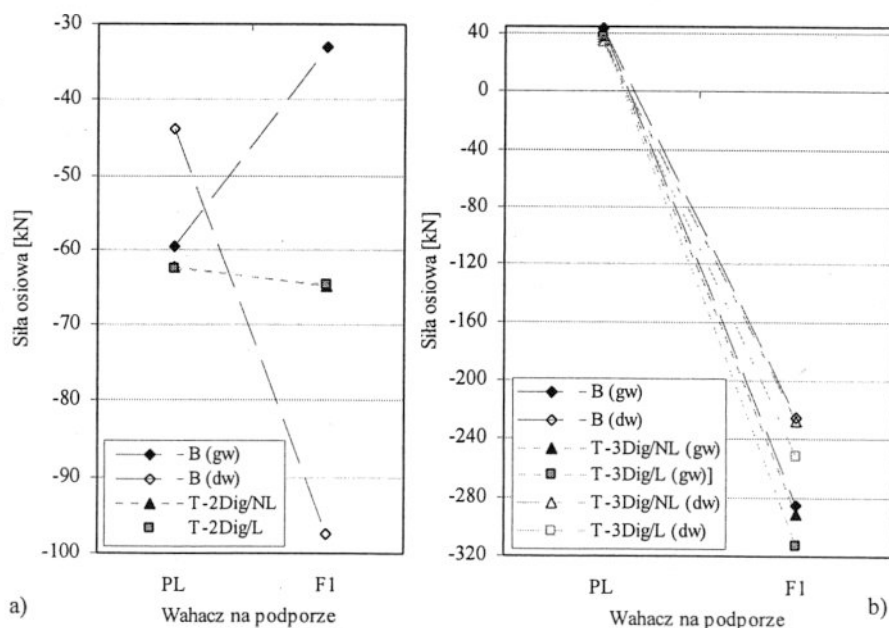
Lp.	Schemat obciążeń	Punkt pomiaru	Siły osiowe w wahaczach przęsła P1 uzyskane z:				Różnice w [%]	
			pomiarów		obliczeń		(6/4) GW	(7/5) DW
			GW	DW	GW (I pl.)	DW (II pl.)		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	I	PL(tw-1/2)	-59,532	-43,747	-62,29 (-62,48)		20,6 (21,0)	
		F1(tw-3/4)	-32,923	-97,416	-64,95 (-64,76)		-0,3 (-0,6)	
2.	II	PL/PL'	44,198	44,198	39,24 (37,95)	35,35 (34,16)	-11,2 (-14,1)	-20,0 (-22,7)
		F1/F1'	-284,581	-225,500	-291,39 (-312,28)	-227,68 (-251,46)	2,4 (9,7)	1,0 (11,5)
3.	III	PL/PL'	12,177	13,079	2,37 (2,32)	2,37 (2,32)	-80,5 (-81,0)	-80,5 (-81,0)
		F1/F1'	-102,377	-64,493	-125,37 (-134,66)	-79,72 (-90,70)	22,5 (31,5)	23,6 (40,63)

GW/DW – wahacze umieszczone pod dźwigarami głównymi odpowiednio od strony górnej i dolnej wody.
W nawiasach kolumn 5, 6 oraz 7 i 8 podano odpowiednio rozwiązania zgodne z teorią I-rzędu oraz różnice między nimi a wynikami uzyskanymi z badań (kolumny 4 i 5). Oznaczenia elementów wahaczy podano zgodnie z rys. z1.10.
Do obliczenia sił osiowych w wahaczach z pomiarów przyjęto średnią wartość odkształceń jednostkowych.

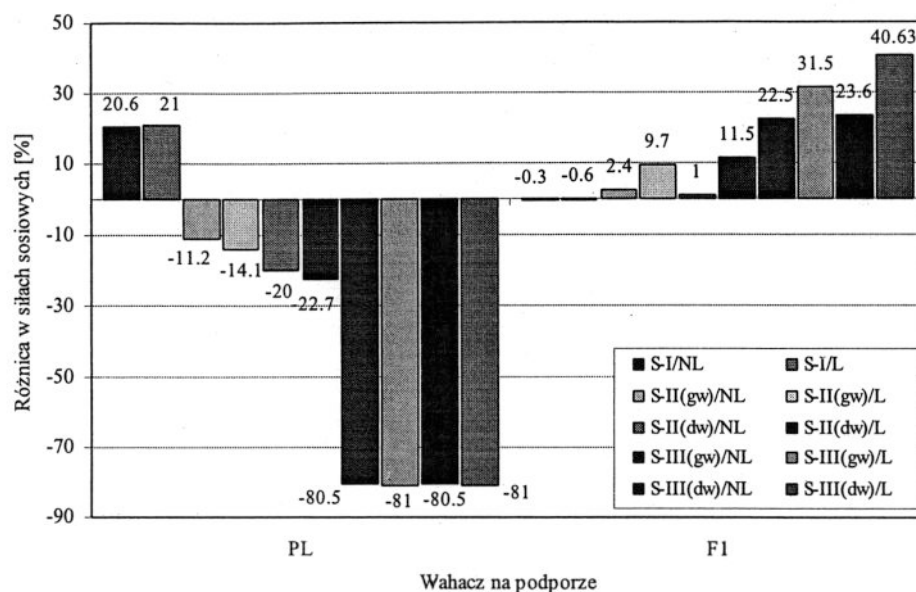
wg teorii II-rzędu (nieliniowość geometryczna: efekt dużych przemieszczeń i $P-\Delta$, bez uwzględnienia zwisu want) oraz dodatkowo (obok nich) – rozwiązania liniowe.

Korelacja porównywanych sił osiowych obliczonych i pomierzonych wykazuje pewne zróżnicowanie – największe dla wahaczy przyczółka lewobrzeżnego PL, praktycznie dla każdego z analizowanych schematów obciążeń. Może ono wynikać nie tylko z niesymetrycznego położenia obciążenia względem przekroju poprzecznego mostu, ale głównie z nieprawidłowej pracy (odkształceń) tych elementów w obiekcie rzeczywistym (wspomniane w zał. nr 1, p. z1.8 odchylenia od pionu w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej obiektu). Brak weryfikacji wytyżeń symetrycznych elementów w modelu przestrzennym dla I schematu obciążeń uniemożliwił interpretację dość dużego zróżnicowania otrzymanych wartości na poziomach 20,6 i 21,0% odpowiednio w stosunku do analizy nieliniowej i liniowej (tabela 7.7, kolumny 8, 9). Jak wynika z rys. 7.8, zróżnicowanie wyników sił osiowych w wahaczu PL dla I schematu obciążeń dla analiz według I- i II-rzędu było bardzo małe (0,4%), jednak w przypadku uwzględnienia przestrzennej pracy konstrukcji oraz zmiany lokalizacji obciążenia (schemat II), okazało się, że różnica w przyrostach tych wielkości dla obu typów rozwiązań wynosiła odpowiednio 2,9 i 2,7% (tabela 7.7, rys. 7.8b).

Najbardziej niekorzystnie wypadło porównanie sił osiowych w wahaczach przyczółka PL dla III schematu obciążeń, dla których w wyniku obliczeń uzyskano wartość mniejszą o 80% w stosunku do wyników pomiarowych. Na taki stan mogły mieć też wpływ zbyt ciasno wpasowane wahacze między pasy dolne dźwigarów i płyty podłożyskowe na filarze F1, lub – co bardziej prawdopodobne – odmienne od wprowadzonego w analizie teoretycznej stany



Rys. 7.8. Porównanie wartości sił osiowych w wahaczach przęsła P1 mostu otrzymanych z badań (B) i analiz teoretycznych liniowej (T-3Dig/L) i nieliniowej (T-3Dig/NL) dla: a) I schematu obciążeń w przęsle P1 (model MS-2Dig1) oraz b) dla II schematu obciążeń w punkcie P2-1 (model MS-3Dig1)



Rys. 7.9. Porównanie przyrostów sił osiowych w wahaczach przęsła P1 mostu otrzymanych z obliczeń według teorii I- i II-rzędu w stosunku do wyników otrzymanych z pomiarów dla trzech rozważanych schematów obciążeń (I, II i III)

zgodność wyników z rozwiązaniami według teorii II-rzędu uzyskano dla tych elementów przy obciążeniu przęsła najdłuższego P2 w miejscu połączenia z wantą W1/W1'. W tym przypadku zauważono nie tylko znaczne dysproporcje (asymetrię) między wielkościami sił w wahaczach symetrycznych (F1 i F1') rzędu 28%, ale także znaczne rozbieżności między rozwiązaniami według teorii I- i II-rzędu, ponad 7% w przypadku elementu F1 oraz 10,5% dla F1' (tablica 7.7, rys. 7.8 i 7.9).

Świadczy to o znacznym wpływie imperfekcji geometrycznych pomostu i pylonu na wielkości reakcji na jednej z podpór F1 przęsła najdłuższego. Rozwiązania liniowe, z których uzyskuje się większe wyniki od wyliczonych zgodnie z teorią II-rzędu, znajdują się w tzw. *bezpiecznym* przedziale dla konstrukcji mostu, jednak uwzględnianie teorii nieliniowej prowadzi do bardziej ekonomicznego projektowania tego typu obiektów.

7.3. Analiza porównawcza w zakresie obciążeń dynamicznych

7.3.1. Uwagi ogólne

Analizę porównawczą w zakresie charakterystyk dynamicznych tego mostu wykonano w oparciu o częstości drgań własnych poszczególnych jego elementów konstrukcyjnych uzyskane z analiz spektralnych przebiegów czasowych przemieszczeń i prędkości drgań zarejestrowanych na rzeczywistym obiekcie, oraz w wyniku analizy modalnej bez, i z uwzględnieniem sił statycznych.

7.3.2. Częstości drgań własnych ciągów przęsła P2 (W1–W3)

Analizę modalną dla wyizolowanych ciągów wykonano dla najdłuższej liny przęsła nurtowego P2, tj. W1, dlatego też dla pozostałych want tego przęsła (W2 i W3), do celów porównawczych z wynikami badań, wykorzystano rezultaty analizy modalnej globalnego modelu obliczeniowego mostu. W oparciu o uzyskane wyniki częstości charakteryzujących drgania własne rozważanych elementów ciągnowych, wykonano ich zestawienie z wynikami otrzymanymi z analizy spektralnej dla przebiegów prędkości drgań wymuszonych harmonicznymi w tablicy 7.8 (załącznik nr 2).

wyłączenia ciągów W1/W1' oraz W2/W2' przęsła P2.

Największą zgodność otrzymanych wyników zarejestrowano dla wahaczy położonych na filarze F1, wynoszącą 0,3 i 0,6% odpowiednio dla analizy nieliniowej i liniowej (schemat I), jednak należy mieć na uwadze, że w tym przypadku odniesiono ich podwojoną wartość siły osiowej do zsumowanych wielkości otrzymanych z badań. Również dużą

Rozważając model obliczeniowy pojedynczego cięgna W1 uzyskano wartości większe od doświadczalnych, a dokładność rozwiązań uzyskano na poziomie 9,1% dla pierwszej częstości drgań własnych dla mostu nieobciążonego statycznie, natomiast dla wyższych postaci była ona nieco wyższa (około 7–8%). Z kolei przy obciążeniu przęsła P2 samochodem zastoso-

wanym również do badań w zakresie obciążeń statycznych, uzyskano również większą częstotliwość w porównaniu z danymi eksperymentalnymi o 8,8% (tablica 7.8, kolumny 5 i 6).

Porównując wyniki teoretyczne częstości drgań swobodnych dla wybranych cięgien przęsła P2 mostu przy zastosowaniu modelu globalnego (MS-2Dig2), odnotowano przede wszystkim zmniejszenie wszystkich wartości w porównaniu z danymi wyznaczonymi doświadczalnie w rozważanym zakresie form własnych. Najmniejsze różnice zaobserwowano dla podstawowej częstotliwości wanty W1, rzędu 1,8%, a największe dla czwartej postaci – 6,4% dla mostu nieobciążonego pojazdem, tj. w stanie obciążenia 1 (tablica 7.8).

Po zastosowaniu dodatkowego obciążenia przęsła P2 (punkt P2-2') stwierdzono różnicę między wynikiem teoretycznym (MS-2Dig2) i wartością rzeczywistą dla trzeciej formy wanty W1 – na poziomie 3%. Jak wynika z zestawienia w tablicy 7.8, nie ujęto dla takiego stanu wyłączenia cięgien W2 i W3 (T_{D2}) wartości doświadczalnych, które zrealizowano wyłącznie w ustawieniu obciążenia w przęśle P2 odpowiednio *nad* wantą W2 i W3. Dla takiego stanu ich wyłączenia nie wykonano ponownych obliczeń zakładając, że podstawowym jest porównanie wartości częstości drgań własnych cięgna W1 w obydwu stanach jego naciągu (T_1 i T_2) oraz dla pozostałych dwóch lin – przy wyłączeniu T_{D1} (tablica 6.9).

W związku z powyższym, odnośnie want W2 i W3 uzyskano teoretyczne częstotliwości drgań własnych na poziomach 3,164 i 2,803 Hz odpowiednio dla drugiej i pierwszej formy dla stanu wyłączenia 1. Stanowiły one tym samym w podanej kolejności 98,6 i 96,2% wartości częstotliwości wyznaczonych doświadczalnie w tych elementach (tablica 7.8).

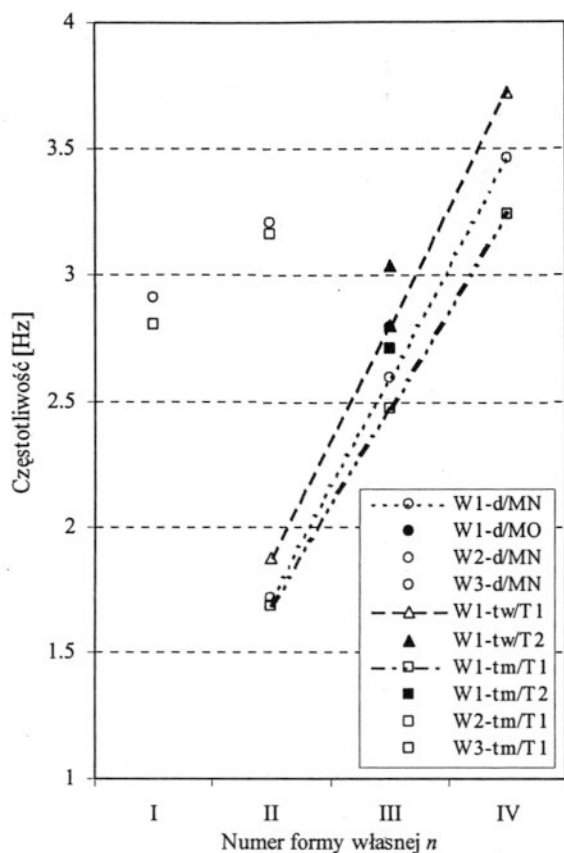
Na rysunku 7.10 przedstawiono porównanie uzyskanych wyników częstości drgań własnych wybranych want W1–W3 (tablica 7.8). Okrągłymi znacznikami symbolizowano wartości empiryczne „d”, a trójkątnymi i kwadratowymi wyniki teoretyczne odpowiednio dla modelu wyizolowanego cięgna W1 (WS-2D) „tw” oraz dla modelu całego mostu (MS-2Dig2) „tm”. Stan wyłączenia cięgna przy moście nieobciążonym statycznie pojazdem oznaczono przez „MN” (wartości doświadczalne) oraz równoważny im stan T1 – wartości obliczeniowe. Analogicznie postąpiono dla częstotliwości drgań własnych cięgien obciążonego statycznie przęsła P2 mostu, oznaczając przez „MNO” wartości empiryczne oraz T2 – teoretyczne (rys. 7.10).

Uzyskana wartość błędu dla częstości drgań wanty W1 w dwóch stanach jej wyłączenia pozwala na stwierdzenie, że przeprowadzone rozważania teoretyczne są słuszne również dla innych (pozostałych) elementów cięgnowych.

Tablica 7.8. Porównanie pierwszych częstości drgań własnych wybranych want W1–W3 analizowanego mostu, otrzymanych z badań i obliczeń

Lp.	Wanta	Typ obciążenia	Częstości drgań własnych wybranych cięgien uzyskane z analiz:				
			empirycznej ¹⁾	teoretycznej dla modelu			
1	2	4	5	wanty W1 (WS-2D)	[%] ²⁾	mostu (MS-2Dig2)	[%] ³⁾
6	7	8	9				
1.	W1	MN	1,718 (2)	1,874	109,1	1,687	98,2
2.		MN	2,601 (3)	2,801	107,7	2,474	95,1
3.		MN	3,460 (4)	3,716	107,4	3,237	93,6
4.		P2-2'	2,796 (3)	3,043	108,8	2,712	97,0
5.	W2	MN	3,210 (2)	–	–	3,164	98,6
6.	W3	MN	2,914 (1)	–	–	2,803	96,2

MN – most nieobciążony statycznie,
P2-2' – most obciążony statycznie pojazdem w połowie rozpiętości przęsła P2,
¹⁾ – dane zaczerpnięto z tablicy 6.3,
^{2/3)} – podano procentowy udział wartości teoretycznych odpowiednio dla modelu WS-2D i MS-2Dig2 w stosunku do wyników doświadczalnych; w nawiasach kolumny 5 podano numerację form własnych.



Rys. 7.10. Graficzna interpretacja częstości drgań własnych want W1-W3, uzyskanych z badań i obliczeń (opis zastosowanych oznaczeń zamieszczono w tekście)

Na podstawie wykonanej weryfikacji teoretycznej podstawowych charakterystyk dynamicznych wybranych cięgien analizowanego stalowego mostu wantowego można stwierdzić, że uzyskano dość dużą zgodność z wynikami doświadczalnymi, jednak większą zbieżnością charakteryzują się wielkości odpowiadające niższym postaciom drgań własnych. Przyczyn zarejestrowanych różnic należy szukać nie tylko w trudnościach z wiernym odwzorowaniem rzeczywistych warunków pracy cięgien w analizie teoretycznej (m.in. aspekty tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego, np. materiałowego, czy konstrukcyjnego dla luzów w przegubach, uwzględnienie ciężaru elementów zakotwień, itp.), ale również w pewnej nieścisłości dotyczącej wyników uzyskanych z badań. Te ostatnie wynikają przede wszystkim z trudności wzbudzenia drgań w płaszczyźnie pionowej. Niemniej jednak, ustalono, że do wstępnych (szacunkowych) obliczeń można stosować model teoretyczny pojedynczej liny (uzyskując zawyżone wyniki), natomiast dokładniejszym rozwiązaniem jest z pewnością uwzględnienie pracy całego układu konstrukcyjnego – w tym przypadku: wanta–pylon–dźwigar główny – spełniającego przybliżone warunki podstawowego

tłumienia konstrukcyjnego. Kolejnym istotnym warunkiem *zblżenia się* do wartości doświadczalnych jest znajomość stanu wyężenia analizowanego elementu ciągnowego, co ustalono w niniejszej pracy na podstawie zależności jego częstości drgań własnych od sił wewnętrznych (p. 6.3.5) [169]. Zostało to również potwierdzone z satysfakcjonującą dokładnością za pomocą innych metod teoretycznych w zakresie obciążeń statycznych (np. wykorzystanie zależności dla krzywej łańcuchowej) i zweryfikowane doświadczalnie dla jednej z najdłuższych want mostu W1. Pozostaje jednak kwestia precyzyjnego określenia modułu sprężystości podłużnej takich elementów, co przysparza nieco większych problemów w odniesieniu do obiektu rzeczywistego.

7.3.3. Częstości drgań własnych przęseł mostu

Zmierzone i obliczone wielkości częstości drgań własnych wybranych przęseł mostu wantowego posłużyły do wykonania analizy porównawczej. Z uwagi na niejednoznaczne sprecyzowanie częstości drgań własnych dla tych elementów na podstawie przeprowadzonych badań (uzasadnione to zostało w p. 6.6.4), weryfikację przeprowadzono dla określonych zakresów tych wielkości. Otrzymane wyniki zestawiono w tablicy 7.9, jednak podany zakres dla podstawowej częstotliwości drgań wyznaczonej empirycznie nie został uściślony dopiero po przeprowadzonych obliczeniach – zgodnie z wcześniejszymi uwagami zawartymi w rozdz. 6. Uświadomiły one, że przy zastosowaniu dodatkowego obciążenia przęsła P2 (pojazdem wykorzystanym do obciążeń w zakresie dynamicznym), pojawiła się niższa wartość pierwszej częstości drgań w porównaniu z otrzymanymi wynikami dla modelu nieobciążonego statycznie (etapy I, IIa i IIIa). Fakt posiadanej informacji o nie zatrzymywaniu się pojazdu na moście w trakcie realizacji pomiarów (schematów obciążeń dynamicznych), w przypadku niedużych prędkości przejazdu oraz z uwagi na stosunkowo znaczny udział jego ciężaru w stosunku do masy przęsła najdłuższego (po którym

ruch trwał najdłużej), może przemawiać za słuszością przyjętej hipotezy.

Po ponownym zapoznaniu się z analizami spektralnymi przebiegów prędkości drgań pionowych w przęsłach P2–P5 okazało się, że dla punktu pomiarowego P2-2 występują nieznaczne spiętrzenia widma w zakresie częstotliwości 1,12–1,44 Hz (np. rys. z2.34d–

z2.38d), a dla punktu P2-3 – w zakresie 1,48–1,76 Hz (np. rys. z2.39d, z2.40d). Takiej zależności nie zauważono w trakcie analiz spektralnych przęseł P3–P5, co tłumaczyć może brak wyraźnej odpowiedzi tych makroelementów w pierwszym tonie dla zrealizowanej analizy modalnej (rys. 6.52–6.56). Tak więc uznano za stosowne zamieszczenie wymienionego spostrzeżenia w tablicy 7.9.

Porównanie wartości otrzymanych z analizy doświadczalnej wykonano w oparciu o wyniki dla dwóch typów analiz w obrębie etapu III (z uwzględnieniem drgań want), tj. dla etapu IIIa (most nieobciążony) oraz IIIb (most obciążony statycznie). W kolumnach 5 i 7 zestawiono procentowe udziały otrzymanych z obliczeń wielkości w stosunku do danych empirycznych (kolumna 3). Zastosowane przedziały częstotliwości dla poszczególnych postaci drgań własnych były poważną przeszkodą w interpretacji weryfikacyjnej wyników (pozwalają na *poruszanie się* w pewnym ograniczonym przedziale), stąd podano procentowe udziały wartości obliczonych zarówno dla średniej oraz ekstremalnej – najbliższej rozwiązaniu teoretycznemu – wielkości częstotliwości uzyskanej z pomiarów.

Analizując wyniki, widoczne są znaczne rozbieżności częstotliwości wyznaczonych doświadczalnie z obliczeniowymi przy analizie modalnej modelu mostu nieobciążonego statycznie pojazdem (etap IIIa). Sięgają one maksymalnie 77,4% dla podstawowej formy drgań własnych oraz 6,3–19,4% dla wyższych form. Identyczne porównanie dla analizy z uwzględnieniem masy pojazdu na moście pozwala na stwierdzenie znacznie większej zbieżności z wynikami wyznaczonymi doświadczalnie. Podobnie jak w pierwszym przypadku, największe różnice stwierdzono dla pierwszej częstości drgań własnych na poziomie 15,8%, natomiast dla wyższych form następuje zwiększenie zbieżności rozwiązań teoretycznych z empirycznymi (tablica 7.9).

Na rysunku 7.11 przedstawiono zaobserwowane różnice między otrzymanymi wartościami częstotliwości drgań własnych dla obu rodzajów analiz, doświadczalnej i teoretycznej.

Wykonane porównanie wskazuje, że przy uśrednieniu wartości doświadczalnych, te były niższe od uzyskanych na drodze teoretycznej, natomiast rozważając wartości ekstremalne, były one nieznacznie większe od obliczeniowych dla postaci $n = 2-4$ (tab. 7.9, rys. 7.11).

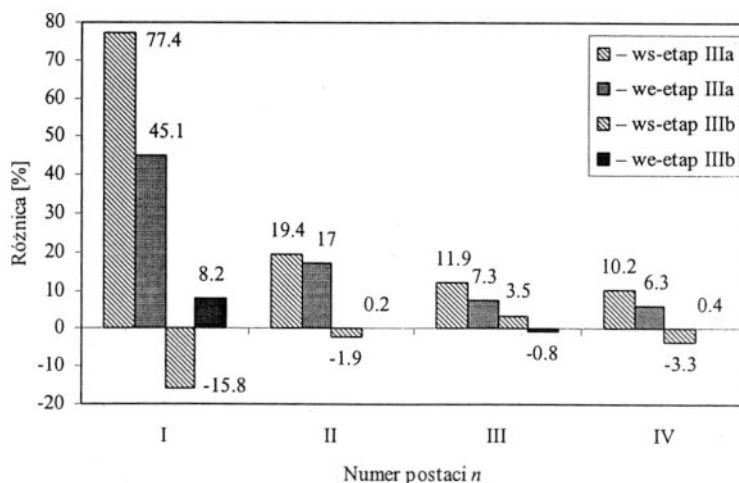
Tablica 7.9. Porównanie pierwszych częstości drgań własnych pomostu analizowanego obiektu, otrzymanych z badań i obliczeń

Lp.	Numer postaci własnej n	Częstości drgań własnych pomostu uzyskane z analiz				
		empirycznej ¹⁾	teoretycznej z modelem MS-2Dig2 dla etapu			
			IIIa	[%] ²⁾	IIIb	[%] ³⁾
1	2	3	4	5	6	7
1.	I	(1,12–1,76) ⁴⁾	2,554	177,4 / 145,1	1,212	84,2 / 108,2
2.	II	2,726–2,843	3,325	119,4 / 117,0	2,731	98,1 / 100,2
3.	III	3,599–3,927	4,212	111,9 / 107,3	3,894	103,5 / 99,2
4.	IV	4,549–4,898	5,205	110,2 / 106,3	4,568	96,7 / 100,4

¹⁾ – dane pochodzą z rozważań zamieszczonych w p. 6.6.4.

^{2/3)} – podano procentowy udział wartości teoretycznych zamieszczonych odpowiednio w kolumnach 4 i 6 w stosunku do średniej i ekstremalnej wartości przedziału wyników doświadczalnych.

⁴⁾ – przedział wartości ustalony już po wykonaniu analizy teoretycznej.



Rys. 7.11. Zestawienie otrzymanych różnic w częstościach drgań własnych pomostu dla dwóch zastosowanych analiz teoretycznych, tj. etapu IIIa i IIIb w stosunku do uśrednionych (ws) i ekstremalnych (we) wyników doświadczalnych dla czterech pierwszych postaci

Duża zgodność wyników otrzymanych z obliczeń i badań (dla ich ekstremalnych wartości) nie może jednak stanowić o wiarygodności takiego postępowania. Bardziej przekonujące jest przyjęcie do analizy weryfikacyjnej uśrednionych wartości empirycznych. Pewne uwidocznione tu różnice wynikać mogą, podobnie jak w przypadku drgań własnych ciągłych, z nieściśłości modelu obliczeniowego, jak również w zbyt autorytatywnie przyjętym obciążeniu statycznym w $l/2$ rozpiętości przęsła P2, a także z pewnych niedokładności wynikających z pomiaru prędkości drgań danego elementu. W związku z powyższym, należałoby perspektywicznie dążyć do określenia wpływu położenia takiego obciążenia względem danego przęsła mostu wawotowego w aspekcie analizy modalnej z uwzględnieniem sił statycznych.

Na uwagę zasługuje także spostrzeżenie, że dla tego mostu (układu w postaci belki ciągłej wieloprzęsłowej) nie zauważono występowania wyższych od pierwszej częstotliwości drgań własnych (w zakresie wartości 0–10 Hz) dla poszczególnych przęseł o mniejszych rozpiętościach (np. P3–P5) w odniesieniu do konwencjonalnej belki jednoprzęsłowej swobodnie podpartej. Wystąpiły natomiast ich wzbudzenia do częstotliwości o zróżnicowanych wartościach amplitud.

7.3.4. Częstości drgań pylonu

Na podstawie uzyskanych z przebiegów czasowych przemieszczeń wartości częstotliwości drgań dla trzech punktów (A, B i C) na wysokości pylonu oraz wyników obliczeniowych, wykonano analizę weryfikacyjną. Przeprowadzone powyżej porównanie w zakresie częstotliwości odpowiadających pierwszym formom drgań własnych pomostu, pozwoliło na przyjęcie w przedmiotowej analizie danych obliczeniowych uzyskanych z etapu IIIb. Podobnie jak w przypadku pomostu, również dla elementu konstrukcyjnego pylonu w wyniku pomiarów, nie uzyskano jednoznacznych wartości częstotliwości drgań własnych, stąd posłużono się wartościami uśrednionymi zamieszczonymi w p. z2.6.4. Ponadto, ze względu na dysponowanie jedynie dwoma kolejnymi dominującymi częstotliwościami drgań własnych dla każdego analizowanego punktu pylonu, weryfikację z wynikami obliczeniowymi oparto na częstotliwościach odpowiadających dwóm pierwszym modom (tablica 7.10).

Porównanie dwóch pierwszych częstotliwości drgań własnych makroelementu pylonu (rys. 6.55 i 6.56, wartości w nawiasach kolumny 6 tablicy 7.10) z wartościami rzeczywistymi świadczy o stosunkowo dużych rozbieżnościach, sięgających 95–160%. Oznacza to, że w trakcie badań element ten nie został wzbudzony do żadnej z własnych częstotliwości drgań dla tak przedstawionej ich kolejności. Jak wykazała analiza teoretyczna, wzbudzenie drgań poziomych w pylonie odpowiadało nie tylko każdej z pierwszych częstotliwości drgań własnych przęseł modelu mostu, ale dla wyższych jego części zauważono je również dla wybranych form drgań want o większych długościach (np. W1, czy W6, rys. 6.55, tablica 6.40).

Na podstawie przedstawionej argumentacji, porównanie uzyskanych z badań częstości drgań własnych pylonu zestawiono z pierwszymi częstotliwościami drgań układu pylon–pomost otrzymanymi z analizy teoretycznej modelu MS-2Dig2 według etapu IIIb (tablica 7.10). Wynika z niej, że dla dwóch najniższych punktów pomiaru (A i B) zgodność otrzymanych wyników jest na poziomie

Tablica 7.10. Porównanie pierwszych dwóch częstości drgań własnych pylonu analizowanego obiektu, otrzymanych z badań i obliczeń

Lp.	Numer postaci własnej n	Częstości drgań własnych pylonu uzyskane z analiz:						
		empirycznej ¹⁾			teoretycznej ²⁾	Udział w [%]		
		A	B	C		(6/3)	(6/4)	(6/5)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Drgania poziome								
1.	1	1,093	1,052	0,886	1,212 (2,731)	110,9	115,2	136,8
2.	2	2,109	2,187	1,691	2,731 (3,894)	129,5	124,9	161,5
Drgania pionowe								
3.	1	1,062	1,074	0,790	1,212	114,1	112,9	153,4
4.	2	2,543	–	2,586	2,731	107,4	–	105,6

¹⁾ – dane pochodzą z rozważań zamieszczonych w zał. 2, p. z2.6.4 (rys. z2.86 i z2.87),

²⁾ – dane dotyczą pierwszych dwóch częstości drgań swobodnych układu pomost–pylon modelu MS-2Dig2 dla etapu IIIb (w nawiasach podano wartości odpowiadające rzeczywistej podstawowej i drugiej formie własnej makroelementu pylonu).

11–15% dla pierwszej oraz 25–30% dla drugiej częstości poziomych drgań własnych. Identyczne porównanie w zakresie pionowych drgań pylonu uzyskanych doświadczalnie wskazuje na większą zgodność z wynikami teoretycznymi na poziomach 7–14% oraz 13% dla obu pierwszych form (tablica 7.10).

Analizując empiryczne wartości dwóch pierwszych dominujących częstotliwości dla najwyższego punktu C stwierdzono znaczne różnice w porównaniu z wynikami obliczeniowymi. Dla drgań poziomych wynosiły one 37 i 62%, natomiast dla pionowych (pomiarowych) – 53 i 6% odpowiednio dla podstawowej i drugiej częstości drgań własnych (rys. 7.12).

Z powodu dużych rozbieżności dla częstotliwości odpowiadającej podstawowej postaci drgań w punkcie C pylonu postanowiono – zgodnie z wcześniejszymi spostrzeżeniami – wykonać porównanie z pierwszą teoretyczną częstością uzyskaną dla jednej z najdłuższych want mostu, tj. W1. Dla etapu IIb wykonanych obliczeń wynosiła ona $f_{W1}^I = 0,937$ Hz i stanowiła 105,8% oraz 118,6% wartości rzeczywistych częstotliwości drgań odpowiednio poziomych i pionowych (tablice 6.40 i 7.10).

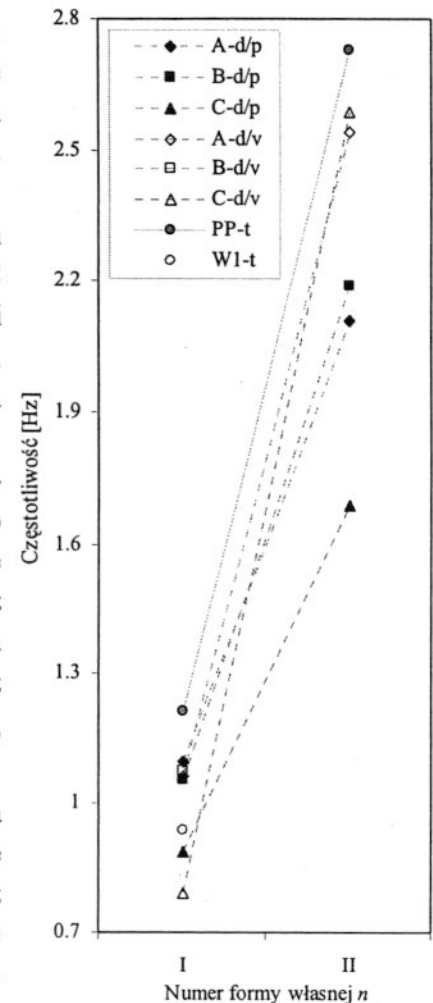
Na podstawie wykonanej analizy porównawczej można stwierdzić, że częstości drgań własnych elementu pylonu uzyskane na podstawie pomiarów terenowych są związane bezpośrednio z formami drgań przęseł mostu (w układzie ciągłym) i nie odpowiadają wprost pierwszym modom dla tego elementu. Wzbudzenie pylonu do właściwych dla tego elementu form drgań własnych związane jest ze wzrostem siły wymuszającej, tj. zwiększeniem prędkości przejazdów, co w przypadku rozważanego mostu nie było możliwe do zrealizowania.

Stwierdzone różnice między wartościami teoretycznymi oraz doświadczalnymi częstotliwościami drgań pionowych i poziomych dla dwóch najniższych punktów (A i B) wynikają m.in. ze sposobu lokalizacji punktów pomiarowych, w których chwilowo powstawać mogły węzły dla rozważanych modów. Podobnie jak w przypadku częstości drgań własnych cięgien oraz przęseł, również w tym przypadku na pewien procent błędu miało wpływ przyjęcie w modelu obliczeniowym obciążenia statycznego pojazdem w środku rozpiętości teoretycznej najdłuższego przęsła mostu P2. W rzeczywistości znajdował się on w ruchu zbliżonym do jednostajnego.

Reasumując, nasuwa się jeszcze jedno istotne spostrzeżenie dotyczące natury dynamicznej pylonu na jego długości w konstrukcjach mostów wantowych o cięgnach w układzie harfowym, charakteryzujące się zaobserwowanymi niższymi rzeczywistymi częstościami drgań własnych dla wyższych jego części, nieobecnych w punktach zlokalizowanych bliżej poziomu pomostu. Wpływ na to mają oddziaływania elementów linowych (o niższych wartościach częstości drgań własnych) o większych długościach.

7.4. Ocena weryfikacji wyników uzyskanych z badań i obliczeń

W rozdziałach 6 i 7 przedstawiono implementację wybranych algorytmów do oceny pracy konstrukcji mostów wantowych, bądź ich wybranych elementów (np. cięgien) w zakresach statycznym i



Rys. 7.12. Porównanie pierwszych dwóch częstości drgań własnych dla pylonu (wyniki doświadczalne „d” dla punktów A, B i C) oraz dla układu pomost–pylon „PP” oraz dla cięgna W1 (wyniki obliczeń „t”)

dynamicznym. Głównym narzędziem w ocenie wpływów nieliniowych była metoda elementów skończonych, jednak skorzystano również z innych metod analitycznych pozwalających np. na ocenę stopnia wyężenia elementów cięgowych.

Analiza wyników otrzymanych z MES oraz innych wykorzystanych metod obliczeniowych potwierdziła rezultaty uzyskane doświadczalnie. Stwierdzone pewne rozbieżności w zakresie wybranych wartości przemieszczeń czy sił wewnętrznych dla modeli płaskich i przestrzennych mostu wynikały przede wszystkim z przyjęcia do końcowej weryfikacji wyników teoretycznych (MES) wyznaczonych według teorii II-rzędu bez uwzględnienia zwisu want, a także z przyjęcia wstępnych naciągów cięgien na poziomie odbiegającym od ustalonego w warunkach rzeczywistych. To z kolei było następstwem wprowadzenia początkowych imperfekcji geometrycznych w makroelementach pomostu (dźwigarów głównych) i pylonu przyjętych modeli dyskretnych.

W ramach analizy porównawczej, z uwagi na stosunkowo obszerny zakres otrzymanych wyników, odniesiono się do bardziej znaczących wielkości statycznych, pomijając np. weryfikację sił wewnętrznych w poszczególnych elementach mostu dla obciążeń przęsł o mniejszych rozpiętościach (schematy VI-VIII). Uzasadniony wyjątek stanowiła analiza stanu przemieszczeń pionowych dźwigarów głównych w tych elementach konstrukcyjnych.

Przeprowadzone obliczenia statyczne dla wybranego cięgna wykazały, że przy wielkości strzałek zwisu odpowiadających rzeczywistym wartościom ustalonym podczas badań doświadczalnych, zbieżność symulacji komputerowych jest większa w stosunku do wyników uzyskanych z pomiarów.

Wyniki teoretyczne dla różnych schematów obciążeń modeli 2D i 3D mostu wykazały, że największą zgodność danej wielkości statycznej wyznaczonej w oparciu o teorię II-rzędu z rezultatami empirycznymi uzyskano dla rozważanego przekroju. Na ogół rozwiązania liniowe bardziej odbiegały od warunków rzeczywistych, jednak różnica między nimi a rozwiązaniami nieliniowymi nie przekraczała na ogół 1–7% przy nieuwzględnieniu zwisu want, a w przypadku analiz porównawczych dotyczących wahaczy podporowych, wynosiła niekiedy ponad 12%. Różnice te mogą wynikać także z wprowadzenia imperfekcji geometrycznych dźwigarów głównych i pylonu, które w największym stopniu wpływały na rozkłady sił osiowych w tych elementach, a także ugięć i sił wewnętrznych obu dźwigarów głównych.

W wyniku weryfikacji podstawowych charakterystyk dynamicznych konstrukcji badanego obiektu uzyskano dużą zgodność częstości drgań własnych zarówno dla wyizolowanego elementu cięgowego, jak i dla jego analizy w modelu globalnym mostu. Rozbieżności zarejestrowano w przypadku częstości drgań swobodnych przęsł i pylonu, aczkolwiek dopiero analiza modalna z uwzględnieniem sił statycznych oraz dodatkowej masy pojazdu pozwoliła na pełną identyfikację wyznaczonych doświadczalnie wartości częstotliwości dla tych dwóch elementów. Przyczyną powstałych różnic mogły być pewne uproszczenia związane z modelami obliczeniowymi (np. brak wahaczy podporowych, nieuwzględnienie aspektów tłumienia, czy analiza płaskiego układu konstrukcyjnego, itp.), ale również w braku jednoznacznych interpretacji otrzymanych rezultatów doświadczalnych. Należy jednak stwierdzić, że znaczny wpływ na czytelność otrzymanych wyników teoretycznych miało uwzględnienie drgań want – elementów wstępnie sprężonych, których pierwotny stan deformacji (zwis) uzyskano w wyniku analizy nieliniowej geometrycznie. Podkreślali to również w swoich pracach Abdel-Ghaffar, Khalifa, czy Nazmy [1], [2].

Weryfikacja częstości drgań własnych wybranych elementów konstrukcyjnych tego obiektu (pylonu i przęsł) dała podstawę do stwierdzenia m.in. wpływu drgań cięgien o największych masach (najdłuższych) na odpowiedź dynamiczną pylonu w punktach ich zakotwień (zaobserwowany brak jednoznaczności w częstościach poziomych i pionowych drgań dominujących w najwyższym położonym punkcie C tego elementu pomimo pełnej koherencji przebiegów, potwierdzony częściowo analizą modalną).

Zrealizowana analiza porównawcza w zakresie obciążeń dynamicznych mostu pozwoliła ponadto na stwierdzenie dużej przydatności metody wizyjno-komputerowej w pomiarach przebiegów czasowych przemieszczeń dla trudnodostępnych punktów w tego typu konstrukcjach (por. załącznik nr 2). Z

powodzeniem wykorzystano ją również, choć w ograniczonym zakresie, do pomiarów ugięć przęsła najdłuższego mostu pod obciążeniem statycznym.

Jednocześnie realizacja założonego programu badawczego przedmiotowego mostu wraz z przyjętą metodologią obliczeń wskazała także na pewne mankamenty, do których zaliczyć należy m.in.: brak precyzji przy ustawianiu symetrycznym obciążenia względem przekroju poprzecznego pomostu, nieuwzględnienie w trakcie pomiarów wyteżeń want zlokalizowanych w drugiej równoległej płaszczyźnie (od strony dolnej wody), czy rejestrów przebiegów dynamicznych odkształceń w poszczególnych elementach konstrukcyjnych mostu. Dwa pierwsze czynniki mogły w pewnym zakresie rzutować przede wszystkim na obliczone wielkości przemieszczeń pomostu i pylonu. Należy jednak dodać, że pełna realizacja badań statyczno-dynamicznych tego mostu, ze względu na ograniczony budżet badań, nie była możliwa wówczas do przeprowadzenia, ale nie była też konieczna. Wykonane szczegółowe obliczenia na kilku modelach pozwoliły także na uzupełnienie wyników empirycznych poprzez ocenę m.in. wpływów nieliniowych w tym obiekcie.

Uzyskane informacje dotyczące określonych oddziaływań statycznych i dynamicznych na pracę konstrukcji mostów wantowych w zakresie teoretyczno-doświadczalnym motywowano dużym niedostatkiem związanym z badaniami doświadczalnymi tych mostów [1], [2], [55], [113], [157].

Na podstawie rozpoznania literatury z tego tematu oraz własnych doświadczeń, można uznać za właściwe przyjęcie modelu szkieletowego do analiz tego typu konstrukcji, jednak uzależnić to należy od rodzaju, ilości i jakości posiadanych wyników eksperymentalnych – wykonana analiza teoretyczna i weryfikacyjna dla tego obiektu potwierdziła zasadność stosowania teorii II-rzędu (nieliniowość geometryczna) (rozdziały 4, 6 i 7).

ROZDZIAŁ 8

Wnioski końcowe

W dysertacji przedstawiono studium zachowania się różnych typów mostów wantowych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i fizycznej w celu dokładniejszego poznania pracy i zachowania się tych konstrukcji w fazie projektowej pod obciążeniami statycznymi (tj. ciężarem własnym i użytkowym). Do tego celu wykorzystano system *Cosmos/M* wybrany spośród trzech testowanych programów, przy czym analizie poddano konwencjonalne typy konstrukcji mostów wantowych, jak również szczególny przypadek takiego obiektu z pomostem składanym. Dla tego ostatniego wykonano analizy w zakresie statycznym (według teorii I- i II-rzędu), dynamicznym oraz stateczności, dokonując parametryzacji wybranych wielkości. W ramach rozprawy wykonano również analizę obliczeniową wraz z równoległe przeprowadzoną weryfikacją empiryczną wybranego stalowego mostu wantowego o ciągach w układzie harfowym, które umożliwiły potwierdzenie słuszności przyjętych algorytmów obliczeniowych dla innych układów tego typu mostów.

Wyniki teoretyczne i doświadczalne z poszczególnych analiz pozwoliły na sformułowanie **wniosków szczegółowych** (niektóre z nich znajdują swoje potwierdzenie również w literaturze dotyczącej poruszanych zagadnień):

1. Ocena wpływów nieliniowych w zakresie obciążeń statycznych dla różnych układów mostów wantowych (rozdz. 4, nieliniowości geometryczna i fizyczna):

- Nieliniowość geometryczna bez uwzględnienia zwisu want NLG-B1 (dla pomostu) ma największy wpływ na wielkość ugięć przęseł skrajnych od obciążeń własnych dla radialnego ($P^{\text{II-r}}$) i wachlarzowego ($P^{\text{II-w}}$) układu want w zakresie sztywności rosnącej (max. $-6,5\%$), a odwrotnie dla typu harfowego $P^{\text{II-h}}$ (max. $4,9\%$). Uwzględnienie tego czynnika również w elementach pylonów (NLG-B2) wpływa na redukcję bezwzględnych wartości przyrostów ugięć pomostu, a w przęsłach skrajnych dla dwóch pierwszych typów mostów dominuje trend sztywności malejącej, tzn. wyniki dla analizy nieliniowej są większe od rozwiązań wg klasycznej teorii sprężystości (*układy trójpłaszczyznowe*).
- Przy obciążeniu użytkowym (dla analizy NLG-B) w każdym z modeli 2D i 3D występuje tendencja do sztywności malejącej. Dla przekroju w $l/2$ przęsła głównego złożona nieliniowość geometryczna (NL-A1) ma największy wpływ na ugięcia w moście z radialnym olinowaniem ($-4,9\%$), a najmniejszy – dla typu harfowego. Jednocześnie uwzględnienie nieliniowości fizycznej decyduje o wzroście przemieszczeń pionowych pomostu w przęśle środkowym każdego z modeli z wyjątkiem przekroju $l/2$ dla $P^{\text{II-2D-r}}$; ekstremalne wartości występują w przęsłach skrajnych, co dotyczy również analizy NLG-B2 dla układów wachlarzowego i harfowego w zakresie obciążeń użytkowych. Te ostatnie sprawiają, że największy wpływ NLG-W obecny jest dla modelu $P^{\text{II-2D-r}}$ ($-5,5\%$), a najmniejszy dla $P^{\text{II-2D-h}}$, przy czym przyrosty ugięć pomostu są w każdym przekroju większe w porównaniu z analizą NL-A1. Udział nieliniowości fizycznej jest nieznaczny w zakresie tych obciążeń.
- Mimośrodowe obciążenie w większym stopniu wpływa na nieliniowość NLG-W ugięć dźwigara nieobciążonego bez względu na typ olinowania, natomiast najmniejsze zróżnicowanie nieliniowości w węzłach symetrycznych (względem osi podłużnej modelu) w $l/2$ przęsła środkowego występuje dla mostu z harfowym układem ciągów ($-4,3\%$), a maksymalne – z radialnym ($-5,1\%$).
- Nieliniowość geometryczna bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B) w zakresie momentów zginających w pomoście pod obciążeniem własnym wpływa na redukcję jego sztywności na całej

długości tego makroelementu, odpowiednio dla typu harfowego i radialnego bez względu na rodzaj analizy (NLG-B1/B2) – dotyczy to także tej wielkości w pylonach dla obciążenia użytkowego. Uwzględnienie zwisu cięgien (NLG-W i NL-A) sprawia, że wartości momentów zginających wg rozwiązań nieliniowych są mniejsze od liniowych w przęśle głównym dla modelu P^{II} -h i większe w pomoście P^{II} -r, zaś maksymalny wpływ nieliniowości w $l/2$ przęsła środkowego występuje dla układu harfowego (17,8%). W pomoście przęsła głównego pod obciążeniem własnym zauważono tendencje do sztywności malejącej (dla NL-A1) oraz jej stopniową redukcję przy dodatkowym uwzględnieniu nieliniowości fizycznej, co dotyczy również obciążenia użytkowego.

- Zastosowanie obciążenia mimośrodowego w analizie NLG-B1 ma istotny wpływ na wielkości podporowych momentów zginających w pomoście, jest on większy w przekroju bezpośrednio nie obciążonym (jak dla ugięć), jednak bez wyraźnych zależności w obrębie poszczególnych modeli mostów.
- Spośród analiz NLG-B i NLG-W dla obciążenia własnego zauważono większy wpływ tej pierwszej na momenty zginające w pylonie układu harfowego (9,3%), a drugiej – w mostach P^{II} -r i P^{II} -w (13,7%). Z kolei maksymalne wpływy nieliniowe występują przy uwzględnieniu nieliniowości fizycznej (NL-A2) we wszystkich przyjętych modelach, a największy przyrost tej wielkości odnotowano dla systemu harfowego (25,1%). W przekrojach pylonu powyżej poziomu pomostu (dla znacznie mniejszych wartości momentów zginających) są one jeszcze większe (dla P^{II} -h/w), na co ma główny wpływ lokalizacja zakotwień cięgien na jego wysokości.
- Obciążenie użytkowe wpływa w każdym z układów na zwiększenie sztywności pylonów w przekrojach zlokalizowanych na poziomie pomostu i powyżej dla NLG-W (z maksymalnym wpływem nieliniowości dla typu radialnego (14%), i minimalnym – dla harfowego). Uwzględnienie nieliniowości materiałowej (NL-A2) przyczynia się do nieznacznej redukcji przyrostu momentów zginających w podstawach pylonów w porównaniu ze złożoną nieliniowością geometryczną, natomiast są one identyczne dla układu harfowego.
- Nieliniowość NLG-B nie ma istotnego znaczenia na zróżnicowanie wyników momentów zginających w pylonach modeli 3D obciążonych mimośrodowo, przy czym większe wartości przyrostów zanotowano w przekrojach płaszczyzny I (obciążonej bezpośrednio). Większe wpływy II-rzędu zaobserwowano dla analiz NLG-W i NL-A w przekrojach pylonów wszystkich typów mostów wantowych na poziomie pomostu w II płaszczyźnie (podobnie jak dla analizy stanu przemieszczeń pionowych pomostu) oraz dla wszystkich przekrojów na wysokości pylonu w systemie radialnym.
- Wpływ nieliniowości na rozciągające siły osiowe w tych elementach want przęsła skrajnego, gdzie dla NLG-W występuje tendencja do sztywności malejącej, jest dwukrotnie większy w płaszczyźnie lokalizacji asymetrycznego obciążenia (max. 3,5%). Dla sztywności rosnącej, większe wartości bezwzględne przyrostu tej wielkości uzyskano dla cięgien położonych w płaszczyźnie symetrycznej względem osi podłużnej mostu.
- Ugięcia dźwigarów głównych w ujęciu nieliniowości geometrycznej (teoria dużych przemieszczeń i $P-\Delta$) dla wszystkich układów wielomodułowych (M1–M3) wykazują tendencję do malejącej sztywności konstrukcji niezależnie od schematu obciążenia, co z wyjątkiem przęseł skrajnych dotyczy również złożonej nieliniowości geometrycznej z uwzględnieniem zwisu want. Najmniejszy wpływ ma w tym przypadku zastosowanie analizy ujmującej wyłącznie efekt zwisu want (NLG-W), dla której rozważane układy pod obciążeniem użytkowym charakteryzują się sztywnością rosnącą (max. –0,4%). Redystrybucja wpływów nieliniowych tej wielkości dla modelu M1 jest podobna do mostu dwumodułowego, a dla NL-W w M2 są one mniejsze w przęsłach głównych i większe w przęśle skrajnym. Zastosowanie dodatkowego modułu (M3) sprzyja dalszej redukcji przyrostów ugięć pomostu w przęsłach głównych 2 i 3 dla analiz NLG-W i NL-A1 w porównaniu z mostem M2. Z kolei wpływy nieliniowe NL-A1 dla przęsła głównego 1 w modelu M2 są porównywalne z otrzymanymi dla

modelu M3 (max. 1,7%), a w przęsłach najbardziej oddalonych od modułu podstawowego, tj. 4 i 5 dla M3 – bliskie zero (*układy wielomodułowe*).

- W zakresie obciążeń asymetrycznych przyrosty ugięć pomostu w przęśle skrajnym i głównym 2 dla M2 są nieznacznie większe (średnio o 0,1%) dla przekrojów w płaszczyźnie lokalizacji obciążenia (I) w zakresie analiz NLG-B i NL-A, natomiast w przęsłach nieparzystych (1 i 3) – w płaszczyźnie II. W moście M3 zauważa się odwrotną tendencję dla przęsła skrajnego i identyczną dla przęseł głównych 1–3 w stosunku do wielkości otrzymanych dla układu M2.
- Rozkłady wpływów nieliniowych (NLG-B i NL-A1) dla poszczególnych analiz w zakresie przemieszczeń poziomych pylonu P1 (M1) od obciążeń własnych odpowiadają trendom otrzymanym dla ugięć w $l/2$ przęsła środkowego (sztywność malejąca), przy czym są one nieco większe (max. 3,5%). Przyjęcie modułów M2 i M3 przyczynia się do wzrostu tych wpływów dla P1 (do 4,5 i 5,7%) jednak z mniejszym zróżnicowaniem. Pylon modułu M2 (P3) odznacza się sztywnością rosnącą z największym wpływem nieliniowym pochodzącym od zwisu want (–23,3%) – dla modelu M3 następuje jej redukcja (do –6%) i jednoczesne trzykrotne zwiększenie udziału NLG-B2 (do 6,2%).
- Obciążenie użytkowe nie ma istotnego wpływu na nieliniowy charakter wartości analizowanych przemieszczeń poziomych pylonów w zakresie wszystkich rozpatrywanych analiz (modele 2D i 3D).
- Zastosowanie obciążenia ciężarem własnym modułów M2 i M3 dla analiz NLG-W i NL-A powoduje redukcję wpływów nieliniowych momentów zginających (w zakresie sztywności rosnącej) w dźwigarze głównym przęsła środkowego M1 (2–5%), przy jednoczesnym wzroście znaczenia współczynnika NLG-B2 (w największym stopniu dla M2). Dla przekroju podporowego pomostu (P1), maksymalne momenty zginające otrzymane z rozwiązania liniowego są większe od nieliniowych (–5,1%, NL-A1), jednak dla M2 następuje już redukcja tego przyrostu (do –1,5%), a dla mostu M3 – rozwiązanie nieliniowe jest większe od wyznaczonego według teorii I-rzędu (2%). Największe zróżnicowania wpływów nieliniowych obecne są na długości dźwigara, z którym połączone są ciąga, przy czym nie ma istotnych relacji w zakresie redystrybucji wpływów nieliniowych w tym elemencie z uwagi na momenty zginające dla poszczególnych modeli M1–M3.
- Obciążenie użytkowe powoduje na ogół niewielkie zwiększenie udziału złożonej nieliniowości geometrycznej (NL-A1) na wielkości momentów zginających w M2 w porównaniu z M1 (bez wyraźnych zależności w obrębie poszczególnych przęseł), a w moście M3 w każdym przekroju M1 występuje tendencja do sztywności rosnącej (max. –2,6%). W przęsłach głównych nieobciążonych zewnętrznie 2 i 4 modelu M3 występują identyczne trendy w rozkładach poszczególnych nieliniowości, przy czym większą (rosnącą) sztywnością (dla NL-A1) charakteryzuje się przęsło *najbliższe* modułowi M1 (2) (–2,5%), a w zakresie NL-W największy wpływ nieliniowości występuje dla najbardziej *oddalonego* – czwartego (2,4%).
- Największe zróżnicowanie wpływów nieliniowych analizowanych wielkości statycznych dla modeli przestrzennych M1–M3 obciążonych asymetrycznie występuje w przypadku wielkości momentów zginających (1,2, 2,2 i 11,8%, NLG-W, węzeł 24, M1–M3). Dla przęseł skrajnych i pierwszego głównego (1) oraz w przekroju podporowym P1 mostów M2 i M3 stwierdzono w stosunku do M1 tendencję odwrotną dla maksymalnych wielkości przyrostów (NLG-B2) w przekrojach symetrycznych, tj. występują większe wartości dla płaszczyzny nieobciążonej. W mniejszym stopniu dotyczy to również $l/2$ przęseł 2 i 3. W pozostałych przekrojach przęseł 3–5 nie ma istotnych zależności matematycznych w zakresie wpływów nieliniowych analizowanej wielkości.
- Zastosowanie modułu M2 w zakresie obciążeń własnych wpływa na wzrost sztywności w przekroju podporowym pylonu P1 w zakresie momentów zginających dla NL-A1 w stosunku do M1 (o 7,2%). Dla modelu M3 przyrost dla tej wielkości ulega dalszemu zwiększeniu o 7,6% (przy nieistotnym udziale efektu zwisu want), jednak maksymalny wpływ nieliniowy dotyczy analizy NLG-B2. W

pylonie P3 drugiego modułu występują podobne tendencje, przy czym zwiększa się udział współczynnika NLG-W dla sztywności malejącej (o 20%). Najmniejsze wartości przyrostów momentów zginających występują w pylonie P5 modułu ostatniego.

- Dla obciążenia mimośrodowego występuje duże podobieństwo w rozkładzie poszczególnych wpływów nieliniowych dla momentów zginających w podstawie pylonu P1, z dodatnią wartością przyrostów dla NLG-W (max. 2,6%, M1) oraz ujemnymi (sztywność rosnąca) dla pozostałych dwóch analiz, tj. NLG-B2 i NL-A1 dla wszystkich typów mostów (M1–M3) (max. –5,2%, NLG-B2, M3). Dla tych dwóch ostatnich współczynników nieliniowych, w miarę zwiększania długości mostu, następuje przyrost sztywności.
- Wprowadzenie do rozważań dodatkowych modułów M2 i M3 zwiększa stopniowo udział nieliniowości dla uzyskanych wartości sił osiowych wciągach zewnętrznych modułu podstawowego (P1, M1) przy obciążeniu własnym (np. 4,1, 5,6 i 5,9%, NL-A1, ciągnio W1, M1–M3). Ta zależność nie występuje jednak dla want modułu M2 po zastosowaniu dodatkowego (model M3). Jednocześnie wpływy nieliniowe dla sił osiowych wciągach modułu M3 są nieco mniejsze w porównaniu z pozostałymi (tj. w M1 i M2).
- Obciążenie użytkowe nie wpływa na znaczące zróżnicowanie przyrostów sił osiowych w wantach dla każdego z układów mostów wieloprzęsłowych (M1–M3). Większy wpływ na tą wielkość wciągach mostów M2 i M3 ma uwzględnienie teorii dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ (NLG-B2), przy czym nieznacznie większy udział nieliniowości zauważono dla want zlokalizowanych w przęsłach głównych bezpośrednio obciążonych, tj. 1, 3 i 5 (np. 1,1%, ciągnio W66, M2).

2. Parametryzacja mostu wantowego z wachlarzowym układem cięgien w zakresie obciążeń statycznych (rozdz. 4, łączne uwzględnienie nieliniowości geometrycznej i fizycznej):

- Powszechnie znane jest stwierdzenie – potwierdzone również i w tym przypadku – że dla każdej z analiz, wzrost sztywności dźwigara głównego powoduje redukcję jego ugięć w $l/2$ przęsła środkowego, przemieszczeń poziomych pylonu oraz sił osiowych w tych elementach konstrukcyjnych, a także momentów zginających w przekrojach podstawy pylonu i na wysokości pomostu.
- Ugięcia pomostu oraz momenty zginające w podstawach pylonów ulegają redukcji wraz ze wzrostem liczby want niezależnie od schematu obciążenia. Dotyczy to również momentów zginających w przekroju pylonów położonym na wysokości pomostu dla obciążenia własnego, natomiast siły osiowe w pomoście i pylonach rosną wraz ze zwiększaniem liczby cięgien niezależnie od rodzaju obciążenia.
- Zastosowanie obciążeń użytkowych znacząco wpływa na nieliniowe przebiegi krzywych w większym przedziale zmiany sztywności dźwigara głównego.
- Zmienna sztywność pylonów w zakresie obciążenia własnego ma mało istotny wpływ na wielkości ugięć pomostu, przemieszczeń poziomych pylonów, oraz sił osiowych w tych elementach – ulegają one stopniowej redukcji z trendem bliskim liniowemu wraz ze wzrostem tego parametru. Podobną zależność obserwowano w przypadku ugięć dźwigara głównego dla obciążenia użytkowego.
- Zmienna liczba want na długości mostu wpływa znacząco na rozkład rozważanych wielkości statycznych we wszystkich podstawowych elementach konstrukcyjnych – przy zmiennej sztywności pylonów jest on analogiczny jak dla parametru sztywności pomostu niezależnie od rodzaju obciążenia. Wyjątek w zakresie obciążeń użytkowych stanowią wartości sił osiowych oraz momentów zginających w pylonie, dla których przebiegi krzywych cechują się dużą zbieżnością dla liczby cięgien $i = 2-6$.
- Redukcja sztywności pylonów wywołuje wyraźne – prawie liniowe – zmniejszenie wartości momentów zginających w przekrojach pylonu niezależnie od schematu obciążenia. Odwrotna relacja zachodzi dla wielkości sił osiowych w pomoście i pylonie oraz dla przemieszczeń poziomych pylonów w zakresie obciążenia użytkowego – dla tej ostatniej obowiązuje trend o najbardziej nieliniowym charakterze w przedziale mniejszych wartości tego parametru.

- Zauważalne w niektórych przypadkach odstępstwa od ogólnego trendu większości uzyskanych krzywych dla poszczególnych wielkości statycznych w moście z najmniejszą liczbą want ($i = 1$) spowodowane jest przede wszystkim zwiększeniem długości środkowej, nie podpartej, części przęsła głównego (ponad dwukrotnym) w stosunku do pozostałych mostów (dla których była ona stała).

3. Kompleksowa analiza niekonwencjonalnej konstrukcji mostu wantowego z pomostem składanym (rozdz. 5):

- Zastosowane w pomoście przeguby wpływają na wzrost ugięć przęsła dla analizy uwzględniającej nieliniowość geometryczną i fizyczną (max. o 3,0 i 7,0%) w porównaniu z teorią I-rzędu. Ze względu na efekt redukcji siły osiowej w pomoście w przegubie zlokalizowanym najbliżej pylonu, wpływ nieliniowości geometrycznej dla teorii dużych przemieszczeń i efektu $P-\Delta$ na ugięcie pomostu w tym przekroju jest nieznaczny (0,5%), zaś większy (6,0%) – przy uwzględnieniu nieliniowości fizycznej want (*analiza statyczna*).
- Podobnie jak w przypadku uprzednio wykonanych analiz dla różnych układów mostów wantowych, najmniejszy udział nieliniowości zaobserwowano dla sił osiowych wciągach (max. 1,6%).
- Uwzględnienie zwisu want poprzez przyjęcie dla ich materiału równoważnego modułu sprężystości wpływa na zmniejszenie dokładności rozwiązań w odniesieniu do modelu ciągu dyskretyzowanego większą liczbą ES (nawet o 30%).
- Dla modeli płaskich dominującą jest postać drgań pionowych, a dla wyższych postaci zwiększa się wyraźnie udział drgań podłużnych (*analiza modalna*).
- Kolejne formy drgań własnych modeli 3D charakteryzują się brakiem wyraźnego uporządkowania. Zauważone nakładanie się poszczególnych, wyższych postaci drgań własnych konstrukcji mostu w obrębie układów 2D i 3D zostało również potwierdzone dla znacznie niższego przedziału częstotliwości przy uwzględnieniu drgań cięgien (rozdz. 5 i 6).
- Różnica w otrzymanych wartościach podstawowych drgań własnych (wg klasyfikacji form) dla całkowicie usztywnionego pomostu (M2D-ST i M3D-ST), oraz dla pozostałych modeli na poziomie max. 12% wskazuje na możliwość znacznego zwiększenia przedziału częstotliwości drgań własnych takiego układu przy dokonywaniu określonych zabiegów mających na celu, np. usztywnienie pomostu.
- Minimalna wartość obciążenia krytycznego występuje przy sile skupionej znajdującej się w miejscach lokalizacji przegubów pomostu. Mają one też zasadniczy wpływ na zależność obciążenia krytycznego od wielkości parametru sztywności giętej pylonów i pomostu. Z kolei duże wartości kątów nachylenia cięgien w stosunku do poziomu pomostu ($\alpha > 40^\circ$) wpływają na redukcję minimalnego obciążenia krytycznego (*analiza stateczności*).
- Minimalne obciążenie krytyczne wzrasta wraz ze wzrostem parametru sztywności giętej EI_p/EI_d , z jednym tylko wyjątkiem dla $H/L = 0,12$, oraz gdy siła skupiona znajduje się nad przegubami środkowymi przęsła (G_2 i G_3).
- Znalezione przedziały wartości sztywności na obrót w zakresie sprężystym (dla których pomost jest przegubowy bądź usztywniony) pozwalają w sposób wystarczający oszacować, bez utraty dokładności dla założonych parametrów geometrycznych, zabezpieczenie takiego mostu przed utratą stateczności.

4. Weryfikacja teoretyczno-doświadczalna rzeczywistego mostu wantowego (rozdz. 6 i 7, zał. 1 i 2, nieliniowość geometryczna):

- Uwzględnienie w obliczeniach zwisu cięgien wpływa nieznacznie na zróżnicowanie w nich rozkładu sił osiowych, a największe wartości występują w pobliżu punktów podparć, stanowiąc średnio 100,02–100,09% wartości siły w środku ich rozpiętości. Z kolei weryfikacja MES obliczeń wykonanych z wykorzystaniem zależności geometrycznych dla krzywej łańcuchowej cięgien wskazuje, że strzałka ich zwisu jest wprost proporcjonalna do naciągów, co znacznie ułatwia interpretację aktualnego wyężenia tego elementu w konstrukcjach mostów wantowych (*analiza statyczna*).

- Przy założonym małym wyężeniu want (rzędu 80–160 kN), oraz dla obciążeń przęsła najdłuższego P2, jego ugięcia i przemieszczenia poziome pylonu wskazują na niewielki udział wpływów nieliniowości geometrycznej (odpowiednio do 6,0% i 3,6% dla pomostu i pylonu) dla teorii dużych przemieszczeń i $P-\Delta$. Uwzględniając w analizach zwis want zauważono dla tych wielkości trend odwrotny (znaczny wzrost sztywności konstrukcji), max. –22,4% oraz –26,7%, odpowiednio dla pomostu i pylonu.
- Imperfekcje geometryczne mają większy wpływ na ugięcia przęseł niż na przemieszczenia poziome pylonu dla węzłów symetrycznych względem osi podłużnej pomostu - jest on największy (dla ugięć przęsła P2) w punktach najbardziej oddalonych od pylonu dla obciążeń zlokalizowanych w jego pobliżu (max. 9,8%). Dla przemieszczeń poziomych pylonu zanotowano sporadycznie największe różnice dla punktów niżej zlokalizowanych (7,9%) oraz najwyższych (6,2%), odpowiednio dla obciążeń w środku rozpiętości przęsła P2 i w pobliżu osi pylonu dla analizy nieliniowej bez uwzględnienia zwisu want.
- Zmiana początkowej konfiguracji geometrycznej modeli wpłynęła na nieznaczne zmniejszenie sił osiowych w środkowej części pylonu i na ich zwiększenie w części dolnej, odpowiednio o 8 i 13%.
- Rozkład różnic wyężeń w każdym z dwóch symetrycznych względem osi podłużnej mostu cięgien (model 3D) był na ogół wyrównany, a największe wartości (rzędu 9–10%) stwierdzono w środkowych wantach kotwiących w obu typach analiz nieliniowych (bez, i z uwzględnieniem ich zwisu) przy obciążeniu przęsła P2 w środku jego rozpiętości.
- Największe różnice w wartościach sił osiowych wystąpiły w punktach symetrycznych pomostu przęsła P2 – nawet rzędu 50% – dla obciążenia przyłożonego najbliżej pylonu (analiza NLG-B) (dla punktów położonych na wysokości pylonu były one pomijalnie małe).
- Największe różnice między rozwiązaniami I- i II-rzędu – przy braku wyraźnych matematycznych zależności – występowały dla ugięć tych przęseł, do których obciążenie nie było przykładane bezpośrednio. Wynikało to m.in. z mniejszej dokładności rozwiązań dla małych wartości przemieszczeń. Podobnych zależności nie stwierdzono w przemieszczeniach poziomych pylonu.
- Uwzględnienie zwisu cięgien w analizach nieliniowych wywołało spadek sił osiowych w najdłuższych wantach średnio o 30%.
- Uwzględnienie w obliczeniach wg teorii II-rzędu zwisu cięgien wpłynęło na wzrost wartości sił osiowych w przekrojach pylonu (max. ponad 30%) oraz na ich redukcję w dźwigarach obciążonego przęsła najdłuższego – prawie 50%.
- W wyniku analizy nieliniowej (bez uwzględnienia zwisu want) wartości momentów zginających w pomoście (P2) i pylonie były charakterystyczne dla konstrukcji o sztywności malejącej (odpowiednio 5,2 i 5,7%) – podobnie jak w przypadku przemieszczeń tych makroelementów.
- Wyężenie osiowe wahaczy podporowych zlokalizowanych w przęśle najdłuższym modelu 3D mostu ($F1/F1'$) dla analizy nieliniowej bez udziału zwisu want było największe, a różnica wpływów nieliniowych między symetrycznymi elementami względem osi podłużnej mostu wynosiła max. 5%.
- Na podstawie oceny obrazu pracy poszczególnych makroelementów analizowanych modeli mostu przy założonych stanach wyężeń want stwierdzono, że bardziej wiarygodne do dalszej analizy porównawczej z wynikami otrzymanymi z badań na obiekcie rzeczywistym są obliczone wg teorii I-rzędu (L) oraz dla nieliniowości bez uwzględnienia zwisu want (NLG-B).
- Zmiana warunków brzegowych w modelu 2D mostu z przegubowych podpór przesuwnych na stałe wpłynęła na zwiększenie częstotliwości drgań własnych z różnicą nie przekraczającą 8% dla podstawowego tonu (*analiza modalna*).
- Formy pionowych drgań pomostu, oraz poziomych pylonu miały podobny charakter dla wszystkich rozważanych modeli mostu z wyjątkiem wyższych postaci ($n = 4-6$), dla których dominujące były drgania przęseł P4 i P5 dla etapów IIb i IIIb (z dodatkowym obciążeniem przęsła nurtowego P2).

- Uwzględnienie drgań cięgien w globalnym modelu mostu wpływa na zwiększenie częstotliwości drgań układu pomost–pylon w zakresie od 0,5–5,8% dla dwóch stanów rozważanych obciążeń.
- Porównując przyjęte stany wyężenia want, największe wartości drgań własnych stwierdzono przy założeniu większych ich naciągów, a średnia różnica wyników między modelem mostu i wyizolowanego ciągu W1 wynosiła 3–12% dla trzech pierwszych form drgań swobodnych i dwóch stanów jej naciągu.
- W analizowanym modelu dyskretnym wyizolowanego najdłuższego przeszłowego ciągu mostu (W1) otrzymano większe wartości częstotliwości drgań swobodnych średnio o 7% przy przejściu ze stanu naciągu 1 do 2, równoważnemu obciążeniu statycznemu pojazdem przeszła mostu (schemat III). Na podstawie zestawienia częstotliwości drgań tego ciągu uzyskanych z analizy modelu wyizolowanego oraz z modelu globalnego mostu zauważono najmniejsze różnice przy ciągach napiętych według stanu obciążenia 1 (5,5%) dla pierwszej postaci własnej, a największe dla wyższych postaci przy stanie obciążenia 2 (13,7% dla postaci czwartej).

Reasumując, można wyciągnąć następujące **wnioski końcowe** o charakterze ogólnym:

1. Nie wszystkie ogólnie dostępne programy numeryczne spełniają w pełni wymagania odnośnie analiz nieliniowych tego typu ustrojów. Nie pozwalają one, np. na modelowanie cięgien izoparametrycznymi elementami, co skróciłoby znacznie czas obliczeń. Wydaje się jednak, że w obecnej fazie rozwoju komputeryzacji, niedostatek ten może być w satysfakcjonujący sposób spełniony poprzez wykorzystanie dyskretyzacji tych makroelementów większą liczbą liniowych dwuwęzłowych elementów skończonych, co potwierdziły obliczenia wykonane z zastosowaniem pakietu *Cosmos/M*.
2. Specyfika bardziej złożonych modeli obliczeniowych mostów wantowych (np. z uwzględnieniem zwisu cięgien) sprawia, że algorytmy iteracyjne MNR i BFGS mają mniejsze zastosowanie w porównaniu z klasyczną metodą Newtona–Raphsona. Cechuje ją dobrze uwarunkowana zbieżność obliczeń dla nieosobliwych macierzy sztywności układu. Stosowana do rozwiązań zagadnień nieliniowych metoda kontroli długości łuku, przy mniejszym poziomie zbieżności uzyskanych rozwiązań, jest znacznie szybsza w porównaniu ze sterowaniem obciążeniowym, jednak charakteryzuje się zbyt małą precyzją otrzymanych wyników, a brak stałej długości kroku powoduje utrudnienia w śledzeniu ścieżki równowagi układu. Zmiana parametru sterującego podczas prowadzenia obliczeń komplikuje i narusza ich konsystentność, jednak przy braku zbieżności rozwiązań dla algorytmów newtonowskich stanowi ona dodatkową alternatywę, z której – w odniesieniu do układów mostów wantowych – można korzystać w ostateczności (**teza 2**).
3. Uwzględnienie nieliniowości geometrycznej wpływa istotnie na stan przemieszczeń konstrukcji mostu, co uzależnione jest m.in. od wielkości i lokalizacji obciążenia na długości przęsła, co potwierdziły również wyniki empiryczne (**teza 1**).
4. Początkowa faza obciążenia ciężarem własnym konstrukcji mostu wantowego ma największy wpływ na stopień nieliniowości układu, a zastosowanie dodatkowego obciążenia z lokalizacją na całej długości przęsła głównego powoduje znaczną redukcję udziału tego czynnika dla wszystkich wielkości statycznych (nawet o ponad 15%). Zróznicowanie obciążenia w przekroju poprzecznym mostu (symetryczne 2D i asymetryczne 3D) generalnie tylko w nieznacznym stopniu wpływa na zmiany w trendach nieliniowych dla poszczególnych analiz, jednak dla modeli przestrzennych może wystąpić dość znaczne zróznicowanie przyrostów rozważanych wielkości dla przekrojów symetrycznych względem osi podłużnej obiektu, np. o 5,3% dla momentów zginających w pomoście modelu P^{II}-w (**teza 1 i 2**).
5. Uwzględnienie zwisu cięgien jest zasadniczym czynnikiem wpływającym na nieliniowy charakter większości analizowanych wielkości statycznych, szczególnie ugięć pomostu oraz momentów zginających w nim występujących (do 17% w układach mostów trójprzęsłowych). Poziom wstępny naciąg want ma jednocześnie decydujący wpływ na nieliniowość geometryczną uwzględniającą ich zwis.

Pozostałe czynniki, tj. efekt dużych przemieszczeń i $P-\Delta$ oraz dodatkowe uwzględnienie nieliniowości fizycznej ma mniejsze znaczenie, zaś efekt $P-\Delta$ wpływa na zwiększenie wartości momentów zginających w pylonach do około 10% (**teza 1**).

6. Obciążenie użytkowe wpływa na wzrost sztywności pomostu i pylonów w zakresie przemieszczeń (do -6%) i momentów zginających (do 11%) dla rozwiązań według teorii II-rzędu przy uwzględnieniu zwisu want (NLG-W, NL-A). Redystrybucja momentów zginających w przekrojach pomostu wpływa znacząco na rozkład wpływów nieliniowych – wielkość ta może mieć większe lub mniejsze wartości (nieraz ze znacznym zróżnicowaniem) w stosunku do rozwiązań liniowych. Jednocześnie większy wpływ efektów II-rzędu w porównaniu z rejestrowanymi w połowie rozpiętości przęsła głównego dotyczy tych przekrojów pomostu, w których zlokalizowane są jego połączenia z wantami (**teza 1**).

7. Wartości rozciągających sił osiowych w wantach w największym stopniu uzależnione są od nieliniowości geometrycznej uwzględniającej zwis cięgien (do 4,8%), natomiast w mniejszym – pomijalnym – od nieliniowości fizycznej ich materiału (na granicy błędu obliczeń). Nie ma też wyraźnych zależności wielkości wpływów II-rzędu w wybranych trzech typach mostów z cięgnami w układach radialnym, wachlarzowym i harfowym, przy czym nieco większe zróżnicowanie wyników, bez wyraźnej zależności matematycznej, dotyczy want odciągowych (**teza 1**).

8. Przyjęcie płaskich i przestrzennych modeli mostów wantowych do analizy nieliniowej w zakresie identycznej lokalizacji obciążeń nie ma większego wpływu na otrzymane wyniki przy zachowaniu płaszczyzn pionowych olinowania, a nieznaczne różnice mogą wynikać, m.in. z odmiennych warunków brzegowych dla pomostu oraz z przestrzennej współpracy poszczególnych elementów konstrukcyjnych w przenoszeniu obciążeń. Dużą zaletą modelowania przestrzennego jest jednak możliwość uwzględnienia wpływu efektów II-rzędu na wielkości statyczne przy przenoszeniu obciążeń mimośrodowych. Konstrukcyjne zwiększenie sztywności giętno-skrętnej pylonu wpływa korzystnie na pracę konstrukcji, w postaci redukcji wpływów nieliniowych, niezależnie od przyjętego schematu obciążeń, np. 22,5 i 0,5%, 13,3 i -0,1% oraz 22,7 i -5,9%, odpowiednio dla ugięć i momentów zginających w $l/2$ przęsła głównego oraz w podstawach pylonów dla układów bez, i ze zwiększoną sztywnością tych makroelementów dla złożonej analizy nieliniowej NL-A2 (**teza 2**).

9. Mosty z radialnym układem want są bardziej niekorzystnym typem konstrukcji z uwagi na występujące w nich większe wpływy nieliniowe (max. 26,4%), np. w porównaniu z systemem harfowym, chociaż jest on korzystniejszy w przenoszeniu obciążeń w porównaniu z układem wachlarzowym i harfowym (**teza 1**).

10. Zastosowanie dodatkowego (drugiego) modułu dla układów mostów wieloprzęsłowych na ogół w większym stopniu (niż dla trzeciego) wpływa na wzrost udziału nieliniowości w wielkościach statycznych w przekrojach modułu podstawowego (do ok. 4%) z wyjątkiem ugięć dźwigara głównego w $l/2$ przęsła środkowego (jest on pomijalnie mały) oraz przemieszczeń poziomych pylonów i momentów zginających w ich podstawach (np. dla analizy NL-W następuje jego wzrost nawet o 16%) (**teza 1**).

11. Rozkłady nieliniowości (teoria dużych przemieszczeń i efekt $P-\Delta$) w zakresie ugięć dźwigara głównego wskazują dla wszystkich układów wielomodułowych (M1-M3) na tendencję do malejącej sztywności niezależnie od schematu obciążenia (max. 3,7%), co, z wyjątkiem przęseł skrajnych, dotyczy również złożonej nieliniowości geometrycznej. Najmniejszy wpływ ma w tym przypadku zastosowanie analizy ujmującej wyłącznie efekt zwisu want (NLG-W), dla której rozważane układy pod obciążeniem użytkowym charakteryzują się sztywnością rosnącą (max. -1,8%) (**teza 1**).

12. Obciążenie asymetryczne nie ma istotnego wpływu na wartości momentów zginających w pylonach modułów dodatkowych w ujęciu analiz nieliniowych (0,1-1,2%) – są one na porównywalnym poziomie z układami płaskimi 2D (**teza 1 i 2**).

13. Przedstawione zależności dla niekonwencjonalnej konstrukcji mostu wantowego z pomostem składanym stanowią cenne wskazówki przy ustalaniu optymalnej kombinacji przyjętych parametrów w celu maksymalnego zwiększenia jego nośności – można je także uogólnić dla innych tego typu układów. Należy mieć jednak na uwadze, że dokonanie określonych zabiegów pozwalających choćby na uproszczenie montażu obiektu, może wpłynąć na niekorzystny rozkład wielkości przemieszczeń i sił wewnętrznych w jego konstrukcji. Z drugiej strony, eliminacja tego typu czynników – minimalizując oddziaływania uznane za negatywne – może jednocześnie przyczynić się do ujawnienia innych wad – niekoniecznie w zakresie obciążeń statycznych. Wykonane analizy dały też podstawę do potwierdzenia możliwości realizacji takich mostów z modyfikacjami konstrukcji pomostu w celu przystosowania ich na obiekty stałe (**teza 3**).

14. Wykorzystane w analizach teoretycznych algorytmy uwzględniające nieliniowość geometryczną w celu określenia poziomu wyężenia cięga pozwalają na perspektywiczne ich wykorzystanie w trakcie badań nie tylko mostów wantowych, ale również innych konstrukcji, w których stanowią elementy nośne (**teza 4**).

15. Uzasadnione jest uwzględnianie w analizach nieliniowości geometrycznej konstrukcji mostów wantowych imperfekcji geometrycznych, które przyczyniają się do znacznego zróżnicowania reakcji podporowych przęśła głównego w modelach 3D. Dotyczy to również wartości sił osiowych, ugięć dźwigarów głównych i przemieszczeń poziomych pylonu z maksimum dla bardziej oddalonych przekrojów przęśła głównego przy obciążeniu zlokalizowanym w pobliżu pylonu (podpory przeciwnieległej). W zakresie wpływów nieliniowych różnica ta może przekroczyć nawet 10% (**teza 4 i 1**).

16. Przyjęcie na etapie obliczeń mostu wantowego według teorii II-rzędu (z uwzględnieniem zwisu cięgien) wstępnego naciągu want, odpowiadającemu stanowi rzeczywistemu – przy jednoczesnym zachowaniu zinwentaryzowanej niwelety pomostu, czy zaktualizowanej geometrii pylonu (imperfekcji geometrycznych) – wpływa na znaczną rozbieżność wyników (nawet o ponad 50%), a tym samym na, często nierealny, stan sił wewnętrznych w całym modelu obliczeniowym. Istotne jest wówczas właściwe rozpoznanie etapów montażu mostu, bądź pominięcie w obliczeniach udziału tego efektu (**teza 4 i 1**).

17. W prawidłowo wykonanej analizie modalnej mostów wantowych należy uwzględniać wpływ sił statycznych z udziałem nieliniowości geometrycznej (z uwagi na obecność elementów cięgowych – efekt zwisu want), a w przypadku obiektów o lekkich konstrukcjach przęseł (np. kładki dla pieszych) – ewentualną dodatkową masę obciążenia statycznego (bądź dynamicznego) przęśła.

Uwzględnienie drgań cięgien w modelu globalnym mostu przyczynia się do otrzymania wyników zbliżonych do wielkości empirycznych, a dla analizy podstawowych charakterystyk dynamicznych want dla niższych (bliskich podstawowej) częstotliwości drgań własnych możliwe jest przyjęcie uproszczonego modelu wyizolowanego cięga (**teza 4**).

18. Wzajemność oddziaływań poszczególnych składowych elementów konstrukcyjnych mostów wantowych uniemożliwia prawidłową ocenę obrazu ich pracy, dlatego też przed przystąpieniem do ich analiz teoretycznych należy dążyć do – przynajmniej częściowego – uzyskania na podstawie pomiarów podstawowych wielkości statycznych (**teza 4**).

19. W pełni uzasadniono, że użycie metody wizyjno-komputerowej jako narzędzia badawczego umożliwia identyfikację zachowania się konstrukcji mostów wantowych. Zastosowanie techniki podpikselowej pozwoliło na wykonanie pomiarów przebiegów przemieszczeń w trudnodostępnych punktach konstrukcji mostu, co może być bardzo przydatne w określaniu parametrów dynamicznych tego typu obiektów (**teza 5**).

Na podstawie przedstawionego w niniejszej pracy materiału teoretyczno-badawczego uważa się, że zasadnicze cele rozprawy doktorskiej zostały osiągnięte oraz, że udowodniono postawione we wstępie główne tezy pracy.

Przy opracowaniu dysertacji nasunęły się następujące **uwagi i zalecenia** o charakterze praktycznym (**rozdz. 7, zał. 1 i 2**):

- Należy dążyć do dalszego rozwoju metod i zwiększenia precyzji w wyznaczaniu modułu sprężystości podłużnej elementów ciągnowych dla obiektów z większą liczbą want.
- Wskazuje się na potrzebę weryfikacji wyznaczania zmian naciągu liny z zastosowaniem geometrycznych zależności dla krzywej łańcuchowej oraz poprzez pomiar częstotliwości drgań własnych w warunkach laboratoryjnych.
- Przypadki znacznego zróżnicowania wyników empirycznych dla wyteżeń cięgien, z uwagi na niejednorodność tych elementów, powoduje konieczność stosowania kontrolnych pomiarów odkształceń jednostkowych, np. w ich zakotwieniach, a w przypadkach uzasadnionych zaleca się wręcz rezygnację z pomiaru tych wielkości bezpośrednio na linie, jeśli możliwy jest pomiar alternatywny na elemencie stalowym (np. zakotwienia) o pełnym przekroju.
- Podczas badań stalowych mostów bądź kładek wantowych należy dążyć do zwiększenia częstotliwości próbkowania dla przebiegów czasowych przemieszczeń rejestrowanych przez aparaturę wykorzystywaną w metodzie wizyjno-komputerowej.
- Uwzględnienie w obliczeniach drgań elementów ciągnowych, a także udziału sił statycznych i zwisu want jest bardzo istotnym czynnikiem wpływającym zasadniczo na poprawność otrzymanych wyników, co w głównej mierze dotyczy lekkich konstrukcji przęseł mostowych.
- Należy dążyć do opracowania uniwersalnej metody pozwalającej na jednoczesne uwzględnienie w obliczeniach aktualnego (rzeczywistego) wyteżenia want z równoczesnym zachowaniem geometrii poszczególnych elementów konstrukcyjnych mostu wantowego.

ROZDZIAŁ 9

Literatura

- [1] Abdel-Ghaffar A.M., Khalifa M.A., Importance of Cable Vibration in Dynamics of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 117, 1991, no. 11, pp. 2571–2589.
- [2] Abdel-Ghaffar A.M., Nazmy A.S., 3-D Nonlinear Seismic Behavior of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 117, 1991, no. 11, pp. 3456–3476.
- [3] Abdel-Ghaffar A.M., Rubin L.I., Nonlinear Free Vibrations of Suspension Bridges: Application. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 109, 1983, no. 1, pp. 330–345.
- [4] Adeli H., Zhang J., Fully Nonlinear Analysis of Composite Girder Cable-Stayed Bridges. *Computers and Structures*, vol. 54, 1995, no. 2, pp. 267–277.
- [5] Agrawal T.P., Cable-Stayed Bridges – Parametric Study. *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, vol. 2, May 1997, no. 2, pp. 61–67.
- [6] Ang A.H.S., Lopez L.A., Discrete Model Analysis of Elastic-Plastic Plates. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol. 94, 1968, no. EM1, pp. 271–293.
- [7] Argyris J.H., *Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis*. Pergamon Press 1964.
- [8] Argyris J.H., Scharpf D.W., Large Deflection Analysis of Prestressed Networks. *Journal of Structural Division*, ASCE, vol. 98, 1972, no. ST3, pp. 633–653.
- [9] Armen H., Pifko A.B., Levine H.S., Isakson G., Plasticity, Finite Element Techniques in Structural Mechanics. ed. by H. Tottenham et al., Southampton University Press, 1970.
- [10] Baron F., Lien S.Y., Analytical Studies of a Cable-Stayed Girder Bridge. *Computers and Structures*, vol. 3, 1973, pp. 443–465.
- [11] Baron F., Venkatesan M.S., Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 97, 1971, no. ST2, pp. 679–711.
- [12] Bathe K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1982.
- [13] Berkowski P., Elementy geometrycznej nieliniowości w analizie statycznej ram płaskich. *Inżynieria i Budownictwo*, vol. XLII, 1985, nr 1, s. 36–40.
- [14] Białobrzeski T., *Mosty składane*. WKiŁ, Warszawa 1978.
- [15] Bień J., Kmita J., Rawa P., Zwolski P., Badania mostu Świętokrzyskiego przez Wisłę w Warszawie. *Inżynieria i Budownictwo*, vol. LVIII, 2002, nr 3–4, s. 166–170.
- [16] Birnstiel Ch., Iffland J.S.B., Factors Influencing Frame Stability. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 106, 1980, no. ST2, pp. 88–99.
- [17] Branicki C., Kłosowski P., Analiza statyczna wiszących przekryć tekstylnych w zakresie nieliniowym (cz. I. Analiza teoretyczna i cz. II. Analiza numeryczna). *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXIX, 1983, z. 3, s. 189–219.
- [18] Brebbia C., Connor J., Geometrically Non-linear Finite Element Analysis. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 1969, Proc. Paper no. 6516.
- [19] Bruno D., Leonardi A., Nonlinear Analysis of Cable-Stayed Bridges Eccentrically Loaded. *IABSE Periodica*, vol. 4, 1986, pp. 129–140.
- [20] Cafarella F., The Nonlinear Calculation of a Cable-Stayed Bridge with Multiple Cable System. *Costruzioni Metalliche*, vol. 33, 1981, no. 1, pp. 13–21.
- [21] Casas J.R., Full-Scale Dynamic Testing of the Alamillo Cable-Stayed Bridge in Sevilla (Spain). *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 24, 1995, no. 1, pp. 35–51.
- [22] Cheung M.S., Li W., Jaeger L., Nonlinear Analysis of Cable-Stayed Bridge by Finite Strip Method. *Computers and Structures*, vol. 29, 1988, no. 4, pp. 687–692.
- [23] Cheung M.S., Li W., Jaeger L.G., Improved Finite Strip Method for Nonlinear Analysis of Long-Span Cable-Stayed Bridges. *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 17, 1990, pp. 87–93.
- [24] Chmielewski T., Zembaty Z., *Podstawy dynamiki budowli*. Arkady, Warszawa 1998.
- [25] Clough R.W., Penzien J., *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, New York 1975.
- [26] Crisfield M.A., *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, vol. 2: Advanced Topics. John Wiley & Sons, Chichester 1997.
- [27] Dąbrowski R., Równania teorii II-rzędu przy uwzględnieniu odkształceń postaciowych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XVI, 1970, z. 3, s. 463–472.

- [28] Dilger W.H., Tadros G.S., Giannelia P., Method Proposed for Construction of Multi-Span Cable-Stayed Bridges, *Journal of Construction Engineering & Management*, ASCE, vol. 118, 1992, no. 2, pp. 273–282.
- [29] Ellyin F., Nonlinear Response and Stability of Structures. *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 10, 1983, pp. 27–35.
- [30] Ermopoulos J.Ch., Vlahinos A.S., Wang Y.Ch., Stability Analysis of Cable-Stayed Bridges. *Computers & Structures*, vol. 44, 1992, no. 44, pp. 1083–1089.
- [31] Ernst H.J., Der E-Modul von Seilen Unter Berücksichtigung des Durchhanges (The Modulus of Elasticity of Cables Taking into Account the Catenary Action). *Bauingenieur*, B. 40, 1965, H. 2, S. 52–55.
- [32] Fischer von M., Hildenbrand P., Entwurf und Konstruktion eines Fussgängersteges über den Neckar in Ludwigsburg. *Der Stahlbau*, J. 50, 1981, H. 3, S. 73–79.
- [33] Fleming J.F., Non-Linear Static Analysis of Cable-Stayed Bridge Structures. *Computers and Structures*, vol. 10, 1979, no. 4, pp. 621–635.
- [34] Fleming J.F., Egeseli E.A., Dynamic Behaviour of a Cable Stayed Bridge. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 8, 1980, no. 1, pp. 1–16.
- [35] Fleming J.F., Zenk J.D., Fabian R.A., Non-linear Behavior of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Civil Engineering for Practicing and Design Engineers*, vol. 2, 1983, no. 3, pp. 325–343.
- [36] Frisch-Fay R., *Flexible Bars*. Butterworths, London 1962.
- [37] Fung Y.C., *Podstawy mechaniki ciała stałego*. PWN, 1969.
- [38] Gallagher R.J., Gellatly R.A., Padlog J., Mallet R.H., A Discrete Element Procedure for Thin Shell Instability Analysis. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 1, 1967, no. 5, pp. 138–145.
- [39] Gimsing N.J., Multispan Stayed Girder Bridges. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 102, 1976, no. ST10, pp. 1989–2003.
- [40] Gimsing N.J., *Cable Supported Bridges, Concept & Design*. Second Edition. John Wiley & Sons, Chichester 1997.
- [41] Grochowski I., Statyka masztu radiowo–telewizyjnego z trzonem nieprostoliniowym. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXVI, 1980, z. 3, s. 523–532.
- [42] Gutkowski W., Osiecki J., Sawczuk A., Nieliniowe zagadnienia mechaniki konstrukcji. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XIX, 1973, z. 4, s. 577–595.
- [43] Haisler W.E., Stricklin J.E., Stebbins F.J., Development and Evaluation of Solution Procedures for Geometrically Non-linear Structural Analysis by the Discrete Stiffness Method. AIAA/ASME 12th Structure, *Structural Dynamics and Materials Conference*, Anaheim, California, April 1971.
- [44] Hajduk J., Osiecki J., *Ustroje ciągnowe. Teoria i obliczanie*. WNT, Warszawa 1970.
- [45] Hajduk J., Jendo S., Kączkowski Z., Główne problemy analizy statycznej konstrukcji ciągnowych. *Prace IPPT PAN*, nr 35, 1972.
- [46] Harris H.G., Pifko A.B., Elasto-Plastic Buckling of Stiffened Rectangular Plates. *Proceedings Symposium on Appl. of Finite Element Methods in Civil Engineering*, Vanderbilt University, ASCE, 1969, pp. 207–253.
- [47] Hegab H.I.A., Parametric Investigation of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 114, 1988, no. 8, pp. 1917–1928.
- [48] Herzog M.A.M., Anschauliche Vorberechnung versteifter Hängebrücke nach der Theorie zweiter Ordnung. *Bauingenieur*, J. 58, 1983, H. 6, S. 337–340.
- [49] Holand I., Moan T., The Finite Element in Plate Buckling. *Finite Element Method in Stress Analysis*, ed. by I. Holand et al., Tapir 1969.
- [50] Hotłoś Z., *Projekt techniczny budowy kładki dla pieszych przez rzekę Wartę w Sieradzu*. Płockie Przedsiębiorstwo Robót Mostowych, Płock 1977.
- [51] <http://www.confederationbridge.com/fr/more/video/index.htm>
- [52] Hutton D.V., Dynamic Analysis of Active-Control, Cable-Stayed Guideway. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 119, 1993, no. 8, pp. 2403–2419.
- [53] Ingham T.J., Rodriguez S., Nader M., Nonlinear Analysis of the Vincent Thomas Bridge for Seismic Retrofit. *Computers and Structures*, vol. 64, 1997, no. 5/6, pp. 1221–1238.
- [54] Irvine H.M., Caughey T.K., The Linear Theory of Free Vibration of a Suspended Cable. *Proc. Royal Society*, London, England, Series A, vol. 341, 1994, pp. 65–74.
- [55] Jakiel P., *Ocena zjawisk nieliniowych w stalowych mostach podwieszonych*. Instytut Inżynierii Lądowej, Politechnika Wrocławska. Raport z serii PRE-7/2003, Wrocław, czerwiec 2003.
- [56] Jakiel P., Mańko Z., Non-linear Analysis of Cable-Stayed Steel Bridge with Folding Plate Deck. *Proceedings of International Scientific Conference on Challenges to Civil and Mechanical Engineering in 2000 and Beyond*, Wrocław University of Technology, Wrocław, June 2–5, 1997, vol. II, pp. 567–576. (*Journal of Bridge Engineering*, ASCE, in print).
- [57] Jakiel P., Mańko Z., Analiza modalna stalowego mostu wantowego z pomostem składanym. *Konferencja Naukowo-Techniczna Mosty w drodze do XXI wieku*, Gdańsk–Jurata, 3–5 września 1997, t. I, s. 227–249.

- [58] Jakiel P., Mańko Z., Ocena wpływów nieliniowych w stalowym moście wantowym z pomostem składanym. XLIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB *Krynica '97*, Poznań-Krynica, 15–21 września 1997, Konstrukcje Metalowe, t. 4, s. 41–48.
- [59] Jakiel P., Mańko Z., Ocena wpływów nieliniowych w stalowym moście wantowym z pomostem składanym. *Inżynieria i Budownictwo*, vol. LV, 1999, nr 7–8, s. 507–510.
- [60] Jakiel P., Mańko Z., Analiza numeryczna stalowego mostu wantowego w Sieradzu w aspekcie badań doświadczalnych. XLV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB *Krynica '99*, Wrocław-Krynica, 13–18 września 1999, t. 6, s. 127–136.
- [61] Jakiel P., Mańko Z., Stateczność stalowego mostu podwieszonoego z pomostem składanym. IV Konferencja Naukowo-Techniczna pt. *Problemy projektowania, budowy i utrzymania mostów małych*, Wrocław, 2–3 grudnia 1999, s. 140–147.
- [62] Jakiel P., Mańko Z., Badania dynamiczne stalowego mostu wantowego w Sieradzu. XLVI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB *Krynica '2000*, Wrocław-Krynica, 17–22 września 2000, t. 4, s. 34–40.
- [63] Jakiel P., Mańko Z., Analiza modalna stalowego mostu wantowego z pomostem składanym. *Metody Komputerowe w Inżynierii Lądowej*, 2001, nr 5, s. 45–66.
- [64] Janiak W., *Wstęp do „Mathematica”*. Program do obliczeń matematycznych. PLJ, Warszawa 1994.
- [65] Judd B.J., Wheen R.J., Nonlinear Cable Behavior. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 104, 1978, no. ST3, pp. 567–575.
- [66] Kacprzak J., Kukliński Z., Pefelski M., *Katalog liny stalowe. SWW 0651*. Warszawa, Wydawnictwo Przemysłu Maszynowego „WEMA”, 1982.
- [67] Kaczurin W.K., *Teoria konstrukcji wiszących*. Arkady, Warszawa, 1965.
- [68] Kaczurin W.K., Bragin A.W., Jerunov B.G., *Projektirowanije wisjaczich i wantowych mostow*. Transport, Moskwa 1971.
- [69] Kajita T., Cheung Y.K., Finite Element Analysis of Cable-Stayed Bridges. *International Association for Bridge and Structural Engineering*, IABSE, 1973, Paper no. 33-II, pp. 101–112.
- [70] Kanok-Nukulchai W., Hong G., Nonlinear Modelling of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 26, 1993, no. 2–3, pp. 249–266.
- [71] Kanok-Nukulchai W., Yiu P.K.A., Brotton D.M., Mathematical Modelling of Cable-stayed Bridges. *Journal of Structural Engineering International*, IABSE, SEI 2, 1992, no. 2, pp. 108–113.
- [72] Kar A.K., Okazaki C.Y., Convergence in Highly Nonlinear Cable Net Problems. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 99, 1973, no. ST3, pp. 321–332.
- [73] Kleiber M., Numeryczne aspekty analizy ciał i konstrukcji sprężysto-plastycznych. *Mechanika i Komputer*, 1980, no. 3, s. 19–56.
- [74] Kleiber M., Woźniak Cz., *Nonlinear Mechanics of Structures*. PWN, Warszawa, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1991.
- [75] Kleiber M. i inni, *Mechanika techniczna. Komputerowe metody mechaniki ciał stałych*. PWN, Warszawa 1995.
- [76] Konderla P., Kasprzak T., *Metody komputerowe w teorii sprężystości. Część I: Metoda elementów skończonych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1997.
- [77] Konderla P., Kasprzak T., Marciniowski J., Waśniewski G., Analiza dynamiczna prefabrykowanej chłodni kominowej poddanej działaniu obciążeń sejsmicznych. XLV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i KN PZITB *Krynica '99*, Wrocław-Krynica, 13–18 września 1999, t. I, s. 79–86.
- [78] Krishna P., Arya S., Agrawal T.P., Effect of Cable Stiffness on Cable-Stayed Bridges. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 111, 1985, no. 9, pp. 2008–2020.
- [79] Kröplin B.H., Dinkler D., A Creep Type Strategy Used For Tracing the Load Path in Elastoplastic Post-Buckling Analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, vol. 32, 1982, pp. 365–376.
- [80] Kumarasena T., Scanlan R.H., Morris R., Deer Isle Bridge: Field and Computed Vibrations. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 115, 1989, no. 9, pp. 2313–2328.
- [81] Kuzniecowa E.N., *Wwiedienije w teoriiu wantowych sistiem*. Strojizdat, Moskwa 1969.
- [82] Lazar B.E., Stiffness Analysis of Cable-Stayed Bridges. *Journal of Structural Division*, ASCE, vol. 98, 1972, no. ST7, pp. 1725–1740.
- [83] Leonhardt F., *Brücken*. Architectural Press, London 1982.
- [84] Leonhardt F., Zellner W., Past, Present and Future of Cable-stayed Bridges. Cable-Stayed Bridges, Recent Developments and Their Future, (Ed. by M. Ito et. al.), Elsevier Science Pub., B.V., 1991, pp. 1–33.
- [85] Lewandowski R., Pryputniewicz S., Świtka R., Krzywa łańcuchowa w ujęciu dyskretnym. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXV, 1979, z. 2, s. 163–175.
- [86] Loo Y.C., Iseppi G., Nonlinear Effects of Cable Sag – A Case Study. Cable Stayed Bridges – Experiences & Practice, Proceedings of International Conference on *Cable-Stayed Bridges*, Bangkok, Thailand, Nov. 18–20, 1987 (Ed. by W. Kanok-Nukulchai), pp. 289–300.
- [87] Majcherczyk B., Mendera Z., Pilujski B., Most Kotlarski w Krakowie – najdłuższy most łukowy w Polsce. *Inżynieria i Budownictwo*, vol. LXXIV, 2002, no. 3–4, s. 125–130.

- [88] Mallet R.H., Schmidt L.A., Non-linear Structural Analysis by Energy Search. *Journal of Structural Division*, ASCE, vol. 93, 1967, no. ST3, pp. 221–234.
- [89] Mańczak K., Nahorski Z., *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*. PWN, Warszawa 1983.
- [90] Mańko Z., Jakiel P., Badania stalowego mostu wantowego przez rzekę Wartę w Sieradzu. Raporty Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, PRE 32/99.
- [91] Mańko Z., Jakiel P., Model Analysis of Cable-Stayed Steel Bridge with Folding Plate Deck. Proceedings of Bridge Engineering Conference 2000 *Past Achievements-Current Practices-Future Technology*, Sharm El-Sheikh, Sinai, Egypt, March 26–30, 2000, vol. 1, pp. 669–683. (*Journal of Bridge Engineering*, ASCE, in print).
- [92] Marcal P.V., Finite Element Analysis of Combined Problems of Non-linear Material and Geometric Behaviour. *Proceedings American Society of Mechanics Conference on Computer Approaches in Applied Mechanics*, June 1969.
- [93] Marcal P.V., Pilgrim W.R., A Stiffness Method for Elasto-Plastic Shells of Revolution. *Journal of Strain Analysis*, vol. 1, 1966, no. 4, pp. 227–242.
- [94] Masarovic S., Gasparini D., Dynamic Behavior of Nonlinear Cable System I & II. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 118, 1992, no. 5, pp. 890–903, 904–920.
- [95] Matuszkiewicz M., Analiza statyczna ustrojów cięgowych w zakresie sprężysto-plastycznym. Politechnika Koszalińska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, (Praca doktorska) Koszalin 2001.
- [96] McMinn S.J., The Effect of Axial Loads on the Stiffness of Rigid Joined Plane Frames. *Matrix Methods in Structural Mechanics*, Conf. Proc., Wright Patterson Air Force Base, Ohio, (ed. by J.S. Przemieniecki), pp. 717–726.
- [97] Msc/Nastran Encyclopedia. Knowledge Solutions For MCAE Professionals. Third Edition, Edited by Ken Petersen, Dec. 1996 (electronic documentation).
- [98] Murray D., Rajasekaran S., Technique for Formulating Beam Equations. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol. 101, 1975, no. EM2, pp. 561–573.
- [99] Murray D.W., Wilson E.L., An Approximate Non-linear Analysis of Thin-Plate. Proceedings of Air Force 2nd Conference on *Matrix Methods in Structural Mechanics*, Wright –Patterson Air Force Base, Ohio, Oct. 1968.
- [100] Nayak G.C., Zienkiewicz O.C., Elasto-Plastic Stress Analysis. A Generalisation for Various Constitutive Relationships Including Strain Softening. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 4, 1972, no. 4, pp. 113–135.
- [101] Nayak G.C., Zienkiewicz O.C., Note on the ‘Alpha-Constant’ Stiffness Method of the Analysis of Non-linear Problems. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 4, 1972, no. 5, pp. 579–582.
- [102] Nazmy A.S., Abdel-Ghaffar A.M., Three Dimensional Non-Linear Static Analysis of Cable-stayed Bridges. *Computers and Structures*, vol. 34, 1990, no. 2, pp. 257–272.
- [103] Newmark N.M., A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol. 85, 1959, no. 3, pp. 67–94.
- [104] Noor A.K., Peters J.M., Recent Advances in Reduction Methods for Instability Analysis of Structures. *Computers and Structures*, vol. 16, 1983, no. 1, pp. 67–80.
- [105] Nooshin H. (Ed.), Noguchi Y., Taido Y., Nakai H., Theoretical and Experimental Stress Analysis of Cable-Stayed Bridges with Multi-Cellular Box Girders. International Conference on *Space Structures*, UK, Guildford, Sep. 11–14, 1984, no. 3, pp. 186–191.
- [106] Oden J.T., Numerical Formulation of Non-linear Elasticity Problems. *Journal of Structural Division*, ASCE, vol. 93, 1967, no. ST3.
- [107] Olszek P., Wizyjno-komputerowa metoda wyznaczania charakterystyk dynamicznych w trudnodostępnych punktach konstrukcji mostowych. Wydział Mechaniki Precyzyjnej Politechniki Warszawskiej (Praca doktorska), Warszawa 1995.
- [108] Olszek P., Investigation of the Dynamic Characteristic of Bridge Structures Using a Computer Vision Method. *Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 25, 1999, pp. 227–236.
- [109] Orkisz J., Stanuszek M., Zastosowanie elementów wyższego rzędu do analizy skończonych deformacji wiotkich układów cięgowych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXXI, 1985, z. 4, s. 423–445.
- [110] Pałkowski S., Obliczanie siatek cięgowych metodą elementów skończonych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXV, 1979, z. 2, s. 177–194.
- [111] Pałkowski S., Zastosowanie elementów krzywoliniowych do analizy ustrojów cięgowych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXX, 1984, z. 1, s. 65–80.
- [112] Pałkowski S., Statik und Stabilität von Zweigelenkbögen mit schrägen Hängern und Zugband (Static and Stability of Two-Hinged Arches with Slant Hangers and Tie). *Der Stahlbau*, J. 56, 1987, H. 8, S. 246–250.
- [113] Pałkowski S., *Konstrukcje cięgnowe*. WNT, Warszawa 1994.
- [114] Parvez S.M., Wieland M., Earthquake Behaviour of Proposed Multi-Span Cable-Stayed Bridge over River Jamuna in Bangladesh. Cable Stayed Bridges – Experiences & Practice, Proceedings of International Conference on *Cable-Stayed Bridges*, Bangkok, Thailand, Nov. 18–20, 1987 (Ed. by W. Kanok-Nukulchai), pp. 474–489.
- [115] Patnaik S.N., Coroneos R.M., Hopkins D.A., Finite Element Method for the 21st Century. <http://www.abpi.net/T2007/am4/finite.html>.
- [116] Pippard A.J.S., Chitty L., Some Problems Presented by Cable Bracing. The I.C.E. Division Papers 3, Structural and Building Engineering Division, Paper no. 10, pp. 1944–1945.
- [117] PN-77/S-10040. Żelbetowe i betonowe konstrukcje mostowe. Wymagania i badania.

- [118] PN-82/S-10052. Obiekty mostowe. Konstrukcje stalowe. Projektowanie.
- [119] PN-85/S-10030. Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [120] PN-89/S-10050. Stalowe konstrukcje mostowe. Wymagania i badania.
- [121] PN-91/S-10042. Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Projektowanie.
- [122] Podolny W. Jr., Scalzi J.B., *Construction and Design of Cable-Stayed Bridges*. John Wiley, New York 1976.
- [123] Pope G., A Discrete Element Method for Analysis of Plane Elastic-Plastic Stress Problems. Royal Aircraft Estab., TR SM, 1965, pp. 65–110.
- [124] Popov E.P., Khojasteh Baht M., Yaghmai S., Bending of Circular Plates of Hardening Materials. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 3, 1967, no. 3, pp. 975–987.
- [125] Praca zbiorowa, Wyniki badań przeprowadzonych podczas próbnego obciążenia mostu im. Orłat Przemyskich. Maszynopis, Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Warszawa 1993.
- [126] Pugsley A.G., *The Theory of Suspension Bridges*. Second Edition, Edward Arnold, London 1968.
- [127] Pulikowski J., Rakowski J., Ocena nieliniowości geometrycznej pewnej klasy siatek ciągnowych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXIX, 1983, z. 4, s. 325–336.
- [128] Rajaraman A., Loganathan K., Ramon N.V., Nonlinear Analysis of Cable-Stayed Bridges. *IABSE Periodica*, vol. 4, 1980, pp. 205–216.
- [129] Rakowski G., *Metoda elementów skończonych. Wybrane problemy*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1996.
- [130] Rakowski G., Kacprzyk Z., *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. OWPW, Warszawa, 1993.
- [131] Rakowski J., Świtka R., Sprężysto-plastyczne odkształcenia i proces niszczenia siatek ciągnowych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, t. XXXV, 1989, z. 1, s. 15–30.
- [132] Ramberg W., Osgood W.R., Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters. NACA, TN 902.
- [133] Robot Millennium. *Podręcznik użytkownika*. RoboBAT, Kraków 2001.
- [134] Rothert H., Gensichen V., Nichtlineare Stabstatik. Baustatische Methoden, Grundlagen und Anwendungen. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1987.
- [135] Ryżyński A., *Badania konstrukcji mostowych*. WKiŁ, Warszawa 1983.
- [136] Seide P., *Theoretical Manual for Cosmos/M. Users Manual*. Structural Research and Analysis Corporation, Santa Monica, California.
- [137] Seif S.P., Dilger W.H., Nonlinear Analysis and Collapse Load of P/C Cable-Stayed Bridges. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 116, 1990, no. 3, pp. 829–849.
- [138] Sharifi P., Popov E.P., Nonlinear Buckling Analysis of Sandwich Arches. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol. 97, 1971, no. EM2, pp. 1397–1411.
- [139] Shimada T., Estimating Method of Cable Tension from Natural Frequency of High Mode. *Proceedings of JSCE*, 501/1–29, 1994, pp. 163–171.
- [140] Shinke T., Hironaka K., Zui H., Nishimura H., Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method. *Proceedings of JSCE*, vol. 294, 1980, pp. 25–34.
- [141] Siemaszko A., Wrażliwość nośności przystosowania konstrukcji optymalnych na nieliniowe efekty geometryczne. *Prace IPPT PAN*, nr 40, 1989.
- [142] Stricklin J.A., Haisler W.E., Von Riseseman W.A., Computation and Solution Procedures for Non-linear Analysis by Combined Finite Element – Finite Difference Methods. *Computers and Structures*, vol. 2, 1972, no. 2, pp. 955–974.
- [143] Svitka R., Problemy analiza vantovyh konstrukci. *Uspehy Mehaniki*, t. 11, 1988, nr 4, s. 3–51.
- [144] Sygulski R., Drgania własne siatek ciągnowych z uwzględnieniem masy otaczającego powietrza. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, vol. XXIX, 1983, z. 4, s. 337–344.
- [145] Szulc J., Flaga A., Liny produkcji krajowej do mostów wiszących. *Inżynieria i Budownictwo*, vol. XLII, 1985, nr 9, s. 308–312.
- [146] Tang M.-Ch., Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 97, 1971, no. ST5, pp. 1481–1496.
- [147] Tang M.-Ch., Buckling of Cable-Stayed Girder Bridges. *Journal of Structural Division*, ASCE, vol. 102, 1976, no. ST9, pp. 1675–1684.
- [148] Troitsky M.S., *Cable-Stayed Bridges. Theory and Design*. Clowes & Sons Ltd., London 1977.
- [149] Troitsky M.S., Lazar B.E., Model Analysis and Design of Cable-Stayed Bridges. *Proceedings of the ICE*, London, March, 1971, vol. 48, pp. 439–464.
- [150] Tseng W.S., Penzien J., Seismic Analysis of Long Multiple Span Highway Bridges. *Earthquake Engineering and Dynamics*, vol. 4, 1975, no. 1, pp. 3–24.
- [151] Tseng W.S., Penzien J., Seismic Response of Long Multiple Span Highway Bridges. *Earthquake Engineering and Dynamics*, vol. 4, 1975, no. 1, pp. 25–48.
- [152] Turner M.J., Dill E.H., Martin H.C., Melosh R.J., Large Deflection of Structures Subject to Heating and External Load. *Journal of Aeronautics Science*, 1960, no. 27, pp. 97–106.

- [153] Van der Veen C., Kaptijn N., Nonlinear Analysis of a Cable-Stayed Bridge. Proceedings of 5th International Conference on *Computing in Civil & Building Engineering*, V ICCCB E 1993 (Publ. by ASCE), NY, USA, pp. 1002–1009.
- [154] Walther R., Houriet B., Isler W., Moia P., *Cable Stayed Bridges*. Thomas Telford Ltd., London 1988.
- [155] Waszczyszyn Z., Cichoń Cz., Metody rozwiązywania nieliniowych zagadnień statyki i stateczności konstrukcji w ujęciu MES. s. 227–266. Praca zbiorowa pod red. Z. Waszczyszyna pt. *Wybrane zagadnienia stateczności konstrukcji*. Wrocław, Ossolineum 1987.
- [156] Waszczyszyn Z., Cichoń C., Radwańska M., *Metoda elementów skończonych w stateczności konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1990.
- [157] Weseli J., Salamak M., Sposób wyznaczania oraz kryteria oceny wartości tłumienia w mostach. I Sympozjum nt. *Diagnostyka i Badania Mostów*, Opole, 4–6 kwietnia 2001, s. 357–367.
- [158] West H.H., Suhoski J.E., Geschwindner L.F. Jr., Natural Frequencies and Modes of Suspension Bridges. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 110, 1984, no. 10, pp. 2471–2486.
- [159] Wethayavorn B., Dynamic Behaviour of Cable-Stayed Bridges. Ph.D. Thesis, University of Pittsburgh, USA, 1987.
- [160] Whang B., Elasto-Plastic Orthotropic Plates and Shells. Proceedings Symposium on *Applied of Finite Element Methods in Civil Engineering*, Vanderbilt University, ASCE, 1969, pp. 481–516.
- [161] Wilson J.C., Gravelle W., Modelling of a Cable-Stayed Bridge for Dynamic Analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, 1991, no. 7, pp. 707–721.
- [162] Wood B.R., Beaulieu D., Adams P.F., Further Aspects of Design by P-Delta Method. *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 102, 1976, no. ST3, pp. 134–141.
- [163] Yamamura N., Hasegawa S., An Influence-Line Analysis of Geometrically Non-linear Bridges by the Finite Displacement Method. *Der Stahlbau*, J. 55, 1986, H. 3, S. 90–94.
- [164] Yiu P.K.A., Brotton D.M., The Principle of Force Control Design of Cable-Stayed Bridges. Proceedings of First East Asian Conference on *Structural Engineering and Construction*. Bangkok, Thailand, Nov. 18–20, 1986, pp. 1233–1246.
- [165] Yiu P.K.A., Brotton D.M., Mathematical Modelling of Cable-Stayed Bridges for Computer Analysis. Cable-Stayed Bridges – Experiences & Practice, Proceedings of International Conference on *Cable-Stayed Bridges*, Bangkok, Thailand (Ed. by W. Kanok-Nukulchai), Nov. 18–20, 1987, pp. 249–260.
- [166] Zdravkovic S., Ristic D., Dynamic Response of a Full Scale Tested Bridge. IABSE Symposium on *Long-Span and High-Rise Structures*, Kobe, Sept. 2–4, 1998, vol. 79, pp. 389–390.
- [167] Zienkiewicz O.C., *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1972.
- [168] Zienkiewicz O.C., Valliapan S., King I.P., Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems. Initial Stress, Finite Element Approach, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 1, 1969, no. 3, pp. 75–100.
- [169] Zui H., Shinke T., Namita Y., Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 122, 1996, no. 6, pp. 651–656.

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
Instytut Inżynierii Lądowej
Zakład Mostów

Na prawach rękopisu
Do użytku służbowego

Raport z serii PRE-7/2003

**OCENA
ZJAWISK NIELINIOWYCH
W STALOWYCH MOSTACH
PODWIESZONYCH**

Przemysław Jakiel

**ROZPRAWA DOKTORSKA
(Załączniki)**

Promotor: dr hab. inż. Zbigniew Mańko, prof. PWr.

Słowa kluczowe:

*most podwieszony, nieliniowość geometryczna,
nieliniowość fizyczna, dźwigar główny (pomost), pylon,
ciągno, MES, modelowanie komputerowe, analiza
numeryczna, statyka, dynamika (analiza modalna), ,
stateczność, badania doświadczalne, weryfikacja wyników*

Wrocław, czerwiec 2003 r.

SPIS TREŚCI

ZAŁĄCZNIK NR 1. OCENA ZACHOWANIA SIĘ STALOWEGO MOSTU WANTOWEGO PODCZAS BADAŃ W ZAKRESIE OBCIĄŻEŃ STATYCZNYCH	1
z1.1. Wprowadzenie	1
z1.2. Pomiar przemieszczeń w mostach wantowych	2
z1.2.1. Deformacje geometryczne	2
z1.2.2. Metody pomiaru przemieszczeń w mostach wantowych	2
z1.3. Opis konstrukcji badanego mostu wantowego	3
z1.4. Cel i program badań mostu w zakresie obciążeń statycznych	4
z1.5. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań mostu w zakresie statycznym	6
z1.6. Zakres, organizacja oraz technika przeprowadzania badań	8
z1.6.1. Charakterystyka pojazdów obciążających	8
z1.6.2. Zakres i kolejność wykonywanych pomiarów	8
z1.7. Dokładność wyników pomiarów	11
z1.7.1. Błędy pomiaru	11
z1.7.2. Sposób obliczania wielkości mierzonych	12
z1.8. Postulowana konwencja badań	13
z1.9. Wyniki z badań doświadczalnych mostu	14
z1.9.1. Zarejestrowane imperfekcje geometryczne mostu	14
z1.9.2. Ugięcia dźwigarów głównych i poprzecznic	17
z1.9.3. Przemieszczenia poziome pylonu	19
z1.9.4. Strzałka ugięcia (zwis) want	21
z1.10. Odształcenia jednostkowe w elementach konstrukcyjnych badanego mostu	22
z1.10.1. Uwagi ogólne	22
z1.10.2. Odształcenia jednostkowe w wahaczach	22
z1.10.3. Odształcenia jednostkowe w dźwigarach głównych	23
z1.10.4. Odształcenia jednostkowe w pylonie	26
z1.10.5. Odształcenia jednostkowe w wantach	26
z1.11. Analiza wyników otrzymanych z badań doświadczalnych	27
z1.11.1. Uwagi ogólne	27
z1.11.2. Analiza imperfekcji geometrycznych	28
z1.11.3. Analiza przemieszczeń	32
z1.11.4. Analiza odkształceń jednostkowych w wybranych elementach mostu	34
z1.12. Wnioski szczegółowe z badań mostu w zakresie obciążeń statycznych	38
 ZAŁĄCZNIK NR 2. OCENA CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH STALOWEGO MOSTU WANTOWEGO NA PODSTAWIE BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH	 40
z2.1. Wprowadzenie	40
z2.2. Cel i program badań mostu w zakresie dynamicznym	40
z2.3. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań dynamicznych mostu	41
z2.3.1. Uwagi ogólne	41
z2.3.2. Metoda konwencjonalna	42
z2.3.3. Metoda wizyjno-komputerowa	43
z2.4. Ocena dokładności pomiarów podczas badań dynamicznych	45
z2.4.1. Drgania rejestrowane metodą tradycyjną	45
z2.4.2. Drgania rejestrowane metodą wizyjno-komputerową	46
z2.5. Wyniki badań doświadczalnych	46
z2.5.1. Postulowana konwencja badań dynamicznych	46
z2.5.2. Sposób przygotowania wyników	46
z2.5.3. Drgania pomostu	48
z2.5.4. Drgania want	55
z2.5.5. Drgania układu pomost-wanta	58
z2.5.6. Drgania pylonu	65
z2.6. Analiza wyników otrzymanych z badań pod obciążeniem dynamicznym	73
z2.6.1. Współczynnik przeciążenia dynamicznego	73
z2.6.2. Charakter drgań mostu	77
z2.6.3. Częstotliwości drgań własnych mostu	81
z2.6.4. Tłumienie drgań	86
z2.6.5. Analiza wiarygodności metody wizyjno-komputerowej	89
z2.7. Uwagi końcowe	89

ZAŁĄCZNIK NR 1

Ocena zachowania się mostu wantowego podczas badań doświadczalnych w zakresie obciążeń statycznych

z1.1. Wprowadzenie

W załączniku nr 1 skupiono się głównie na ocenie charakterystycznych dla mostów wantowych wyników pomiarów w zakresie obciążeń statycznych wykonanych na przykładzie zrealizowanych badań stalowego mostu wantowego przez rzekę Wartę w Sieradzu.

Badania tego mostu – podobnego w swej konstrukcji choćby do kładki przez rzekę Neckar w Ludwigsburgu [32], czy też do mostu *Nordbrücke* w Düsseldorfie – miały m.in. na celu ocenę wyężenia poszczególnych jego elementów pod znanym obciążeniem statycznym, a następnie porównanie otrzymanych wyników z uzyskanymi z analizy teoretycznej (rozdz. 6 i 7). Innym, równie istotnym celem było poznanie rzeczywistej pracy mostów wantowych w warunkach naturalnych w celu perspektywicznego wykorzystania otrzymanych wniosków dla diagnoz technicznych innych tego typu konstrukcji.

Badany obiekt należał do niedawna do niewątpliwie jednych z największych mostów o konstrukcji wantowej w kraju (rozmiarami przewyższając go jedynie wybudowane w ostatnim okresie czasu mosty przez Wisłę im. Jana Pawła II w Gdańsku oraz Świętokrzyski i Siekierski w Warszawie). Wybudowany w roku 1979, most w Sieradzu stanowił na ówczesne czasy duże osiągnięcie polskiej myśli inżynierskiej. Obiekt ten z różnych przyczyn nigdy nie doczekał się realizacji próbnego obciążenia (rys. z1.1 i z1.2).

Uwarunkowania ekonomiczne, w jakich znalazła się Polska w tamtych latach, a także znana powszechnie ówczesna tendencja do szybkiego i planowego ukończenia (wymuszenia) budowy były zasadniczymi przyczynami powstania paru błędów i usterek w fazie jego budowy. Do zasadniczych można zaliczyć m.in. zastosowanie nieodpowiedniej stali półuspokojonej na dźwigary główne (pochodzącej z hut hiszpańskich), uszkodzenia poszczególnych stalowych elementów konstrukcyjnych w trakcie transportu, czy też brak właściwych zabezpieczeń antykorozyjnych stali, w tym przede wszystkim want. Jeszcze w początkowym okresie eksploatacji mostu – przewidzianego pierwotnie wyłącznie dla ruchu pieszego – dopuszczono do przejazdu ciężkie samochody wożące piasek z pobliskiej żwirowni. Takie niedopatrzenie spowodowało dość poważne zmiany w geometrii pomostu oraz częściowe uszkodzenia niektórych wahaczy w łożyskach na kilku podporach.

Przedstawione wyżej przyczyny, a także atrakcyjność obiektu z naukowego punktu widzenia, zadecydowały o podjęciu wykonania jego badań pod próbnym obciążeniem w zakresie statycznym i dynamicznym po przeszło 20 latach jego eksploatacji. Założono bowiem, że pewne stwierdzone na podstawie przeglądu szczegółowego usterki w postaci niedokładności montażowych (imperfekcje



Rys. z1.1. Widok z boku od strony górnej wody na most wantowy przez rzekę Wartę w Sieradzu

geometryczne), naderwanych splotów niektórych lin nośnych oraz nierównego wyężenia want negatywnie wpływają na pracę całej konstrukcji mostu.

W rozdziale tym przedstawiono i porównano wybrane wyniki pochodzące z próbnego obciążenia tego mostu, tj. przemieszczeń i odkształceń jednostkowych w pomoście, pylonie i cięgnach. Podano również niektóre przyczyny ewentualnych nieprawidłowości w zachowaniu się tego obiektu oraz sposoby ich perspektywicznego wyeliminowania [90].

z1.2. Pomiar przemieszczeń w mostach wantowych

z1.2.1. Deformacje geometryczne

Sposoby wykonywania pomiarów oraz opracowywanie uzyskanych wyników są uzależnione od rodzaju badanego obiektu, a tym samym od mierzonych elementów geometrycznych i wymaganych dokładności. Istotne przy tym są takie cechy badanego obiektu, jak jego wymiary, reagowanie na zmiany temperatury czy parcie wiatru, błędy kształtu niemożliwe do uniknięcia (wynikające z technologii wykonania) i możliwość występowania deformacji lokalnych, a szczególnie ich minimalny zasięg.

Pomiary deformacji geometrycznych są jedną z podstawowych metod pozwalających na określenie prawidłowego rozkładu sił w poszczególnych elementach składowych konstrukcji takiego obiektu, mówiąc ogólnie, świadczą o prawidłowości pracy konstrukcji.

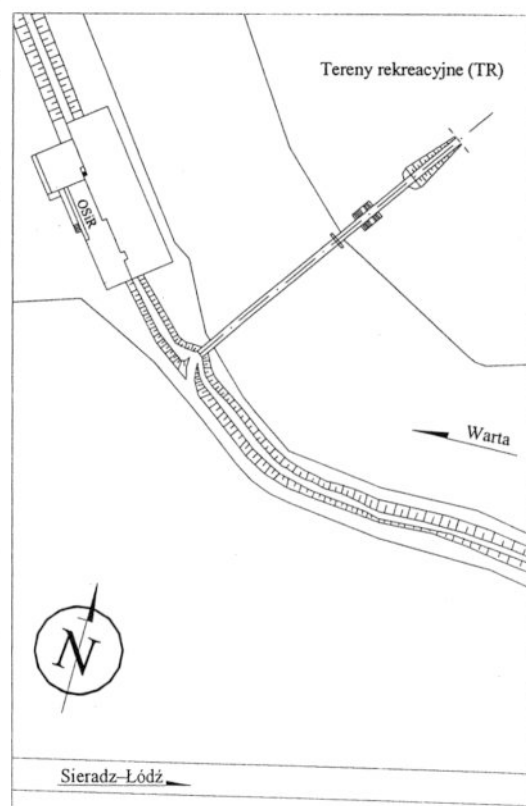
Podstawowym warunkiem geometrycznym, jaki musi spełniać pylon w moście wantowym, jest pionowość jego podłużnej osi geometrycznej (jeśli takie było założenie projektowe). Jej odchyłki od pionu mogą być spowodowane następującymi czynnikami:

- wadami wykonawstwa,
- nierównomiernością osiadań fundamentów, która powoduje wychylenie osi pylonu o kąt równy kątowi nachylenia płyty fundamentowej do poziomu,
- bocznym parciem wiatru, powodującym wygięcie trzonu pylonu,
- zmianami termicznymi powstałymi na skutek jednostronnego i zmiennego ogrzewania trzonu przez słońce,
- agresywnym działaniem atmosfery, która poprzez zjawiska korozyjne wywołuje ubytki (wżery) w konstrukcji pylonu, i tym samym osłabienie jego konstrukcji nośnej.

z1.2.2. Metody pomiaru przemieszczeń w mostach wantowych

Istnieje kilka sposobów realizacji pomiarów deformacji geometrycznych mostów wantowych, do których należy zaliczyć np. grupę metod geodezyjnych, metodę fotogrametryczną, metodę pomiaru kątów obrotu konstrukcji za pomocą promienia laserowego, czy też ostatnio wdrożoną metodę wizyjno-komputerową.

W mostach wantowych, oprócz tradycyjnie wykonywanych pomiarów przemieszczeń pionowych pomostu i podpór, wykonywane są również pomiary przemieszczeń pylonu, czy wielkości zwisu want.



Rys. z1.2. Plan sytuacyjny badanego mostu

Wymaga to zastosowania do takich pomiarów urządzeń geodezyjnych o dużej precyzji.

Nieuniknione stałe błędy pomiaru, drgania pylonu podczas wykonywania pomiarów pod wpływem wiatru oraz błędy wykonania pylonu (przekroje poziome odbiegające od założonych w projekcie) powodują, że wyznaczone w ten sposób trzy kierunki, określające jeden punkt na osi pylonu, nie przetną się w jednym punkcie, ale wyznaczają pewien trójkąt, tzw. trójkąt błędów, w środku którego przyjmuje się położenie punktu badanego.

Wykonując pomiary wysokich pylonów, lub innych obiektów wysmukłych, trzeba się liczyć z szybkimi zmianami ich położenia pod wpływem wiatru. Pomiary należy wykonywać szybko i na wszystkich stanowiskach jednocześnie, a pomiary dokonywane podczas silnego wiatru powinny być zaniechane.

Metody fotogrametryczne obecnie nie mają większego zastosowania w tego typu pomiarach. Przyczyną tego jest m.in. mniejsza ich dokładność w porównaniu choćby z metodami geodezyjnymi, czy większa pracochłonność w opracowywaniu otrzymanych wyników z pomiarów.

Metoda laserowego pomiaru kąta obrotu przyjętego punktu na konstrukcji pozwala w zasadzie jedynie na dokonywanie pomiarów na długości przęsła, przy czym wymaga ona dużej precyzji w doborze stanowiska, z którego dokonywany jest pomiar, a w szczególności jego zastabilizowania przed niepożądanymi drganiami.

Od niedawna stosowana jest również z dużym powodzeniem tzw. metoda wizyjno-komputerowa, która w oparciu o technikę podpikselową pozwala na rejestrację z dużą dokładnością przemieszczeń w wybranych punktach konstrukcji w zakresie statycznym, jak i dynamicznym [108]. Szczegóły dotyczące zasad jej działania zostały przedstawione w załączniku 2.

z1.3. Opis konstrukcji badanego mostu wantowego

Badany most pieszo-jezdny zlokalizowany w Sieradzu jest stalową konstrukcją wantową w układzie jednopylonowym o podwójnym, harfowym systemie want (rys. z1.1 i z1.3). Został on zaprojektowany z przeznaczeniem dla ruchu pieszego i awaryjnego przejazdu samochodu osobowego, bądź straży pożarnej. Całkowita długość tego pięcioprzęsłowego obiektu wynosi 142,00 m, natomiast rozpiętości teoretyczne poszczególnych przęseł wynoszą odpowiednio: 9,13 + 75,88 + 19,00 + 19,00 + 19,00 m, licząc od strony Ośrodka Sportu i Rekreacji OSiR (rys. z1.2 i z1.4) [50], [90].

Konstrukcję niosącą mostu stanowią: stalowy portalowy pylon o prostokątnym (ramowym), zmiennym na wysokości, przekroju zamkniętym, wanty (ciągna) umieszczone po obu jego stronach i zamocowane parami w regularnych odstępach na jego wysokości, odpowiednio co 14,65 + 14,00 + 14,00 m licząc od podstawy, oraz stalowy pomost złożony z płyty ortotropowej (rys. z1.1, z1.3 i z1.4). Całkowita wysokość pylonu, stężonego poprzecznie w miejscach zamocowania want, tj. od punktu jego podparcia do wierzchołka, wynosi 43,48 m. Liny stanowiące ciągna w moście wykonane są z drutów okrągłych i kształtowych typu 43+5+z, o całkowitej średnicy $\phi = 48$ mm [50], [66].

Konstrukcja pomostu o szerokości użytkowej 4,10 m składa się z dwóch dźwigarów walcowanych o przekroju dwuteowym 550 mm w rozstawie osiowym 4,20 m, a także z ażurowych i pełnościennych poprzecznic (odpowiednio pierwszo- i drugorzędnych) ułożonych naprzemiennie o przekrojach dwuteowych i wysokości średników odpowiednio 525 i 250 mm. Średni rozstaw poprzecznic ażurowych wynosi 7,40 m, zaś pośrednich – 1,90 m. W konstrukcji pomostu nie wykonano stężeń dolnych. Bezpośrednio na poprzecznicach (w formie ich górnych pasów) wykształtowana jest płyta ortotropowa złożona z blachy płaskiej o grubości 10 mm i żeber podłużnych wykonanych z blach 12 × 200 mm (9 sztuk) w rozstawie 400 mm. Na płycie pomostu ułożona jest warstwa asfaltu o grubości 0,05 m ograniczona na zewnątrz pomostu kątownikami 100 × 50 × 8 mm (rys. z1.3 i z1.5).

Na dolnych pasach dźwigarów głównych zastosowano na całej długości mostu dodatkowe nakładki z blach 210×22 mm (nie przewidziane w projekcie), przy czym nad filarem F1 znajdują się trzy nakładki o wymiarach odpowiednio: 280×22 , 255×22 oraz 230×22 mm.

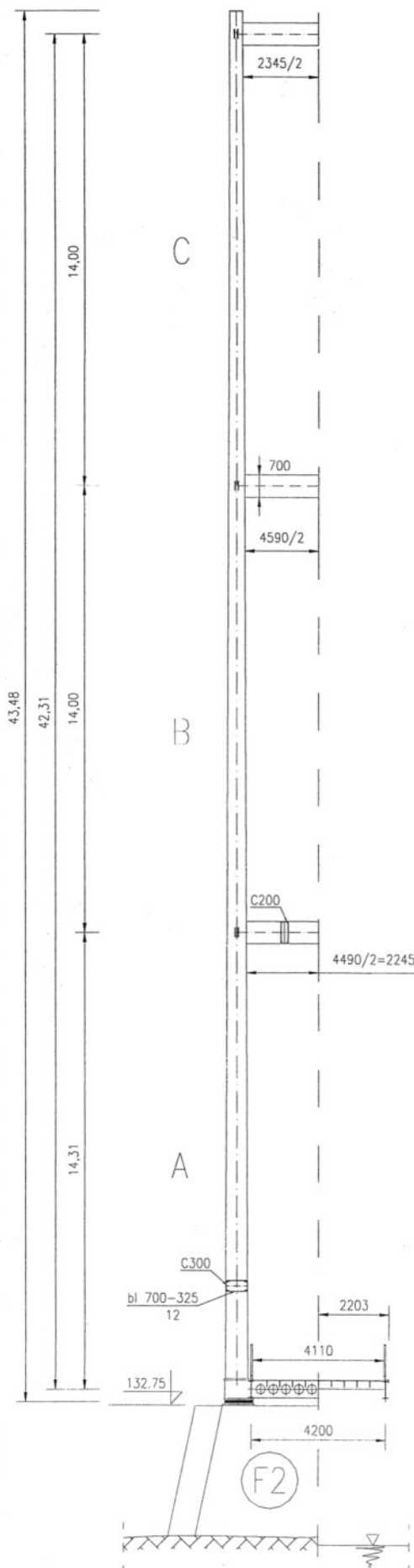
Słupy pylonu połączone są sztywno z dźwigarami pomostu i oparte za pośrednictwem przegubowych łożysk stalowych na filarze F2 (rys. z1.6). Połączenia want zarówno w pylonie, jak i w dźwigarach pomostu, zostały wykonane jako przegubowe poprzez umieszczenie ich w odpowiednich stalowych blokach kotwiących. W przęsłach znajdujących się na terenach zalewowych – w celu m.in. odpowiedniego rozmieszczenia want z powodu nierównych długości przęseł (stateczność pylonu) oraz zabezpieczenia ich przed nadmiernymi przemieszczeniami – ciągną zamocowano w dźwigarach pomostu nad filarami F3 i F4 oraz nad przyczółkiem prawobrzeżnym PP (rys. z1.4).

Konstrukcja przęseł, z wyjątkiem dźwigarów głównych (stal półspokojona produkcji hiszpańskiej), wykonana jest ze stali St3M, natomiast druty lin w warstwie zewnętrznej ze stali o wysokiej wytrzymałości na rozciąganie rzędu 1,08 GPa [66].

Wszystkie przęsła mają możliwość ograniczonych przemieszczeń w miejscach nad podporami (PL, F1, F3, F4 i PP) za pośrednictwem specjalnie do tego celu wykonanych wahaczy o średniej długości 350 mm. Przyczółki wykonano jako konstrukcje lekkie ze skrzydełkami zawieszonymi, oparte na płytach fundamentowych i dwóch rzędach pali żelbetowych o przekroju $0,30 \times 0,30$ m każdy. Filary (F1, F3 i F4) – smukłe elementy tarczowe o grubości ścian 0,40 m i średniej wysokości 3,00 m – posadowiono także za pośrednictwem ław żelbetowych na jednym rzędzie pali o identycznym przekroju. Jedynie w przypadku filara pod pylonem F2 obciążenie na grunt przekazywane jest przez cztery rzędy takich samych pali (26 sztuk). Konstrukcję wszystkich podpór stanowi beton zbrojony odpowiadający współczesnej klasie B25 [50].

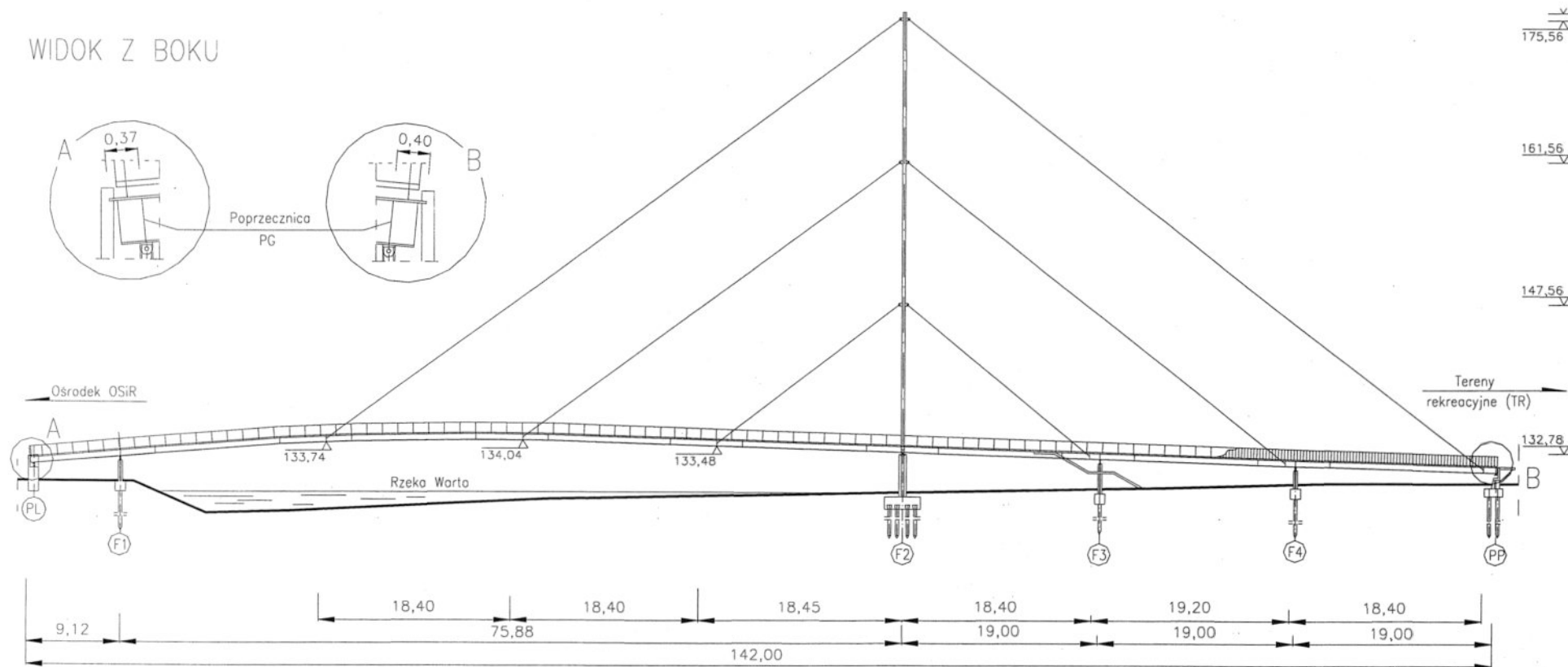
z1.4. Cel i program badań mostu w zakresie obciążeń statycznych

Opisane badania zostały przeprowadzone zgodnie z wcześniej przygotowanym programem [90], zgodnym również z obowiązującymi wymogami odpowiednich przepisów bran-

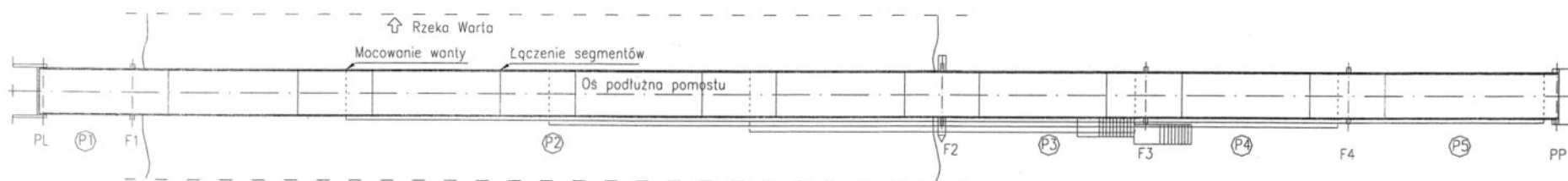


Rys. z1.3. Widok na pylon w przekroju poprzecznym badanego mostu

WIDOK Z BOKU



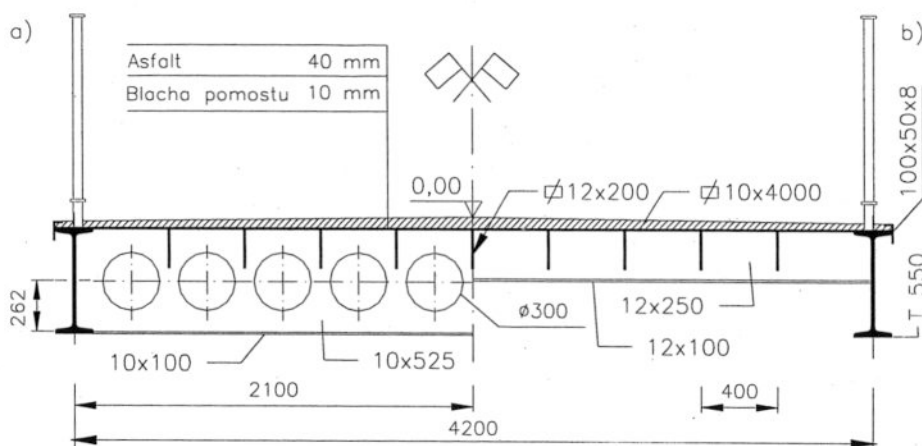
RZUT Z GÓRY



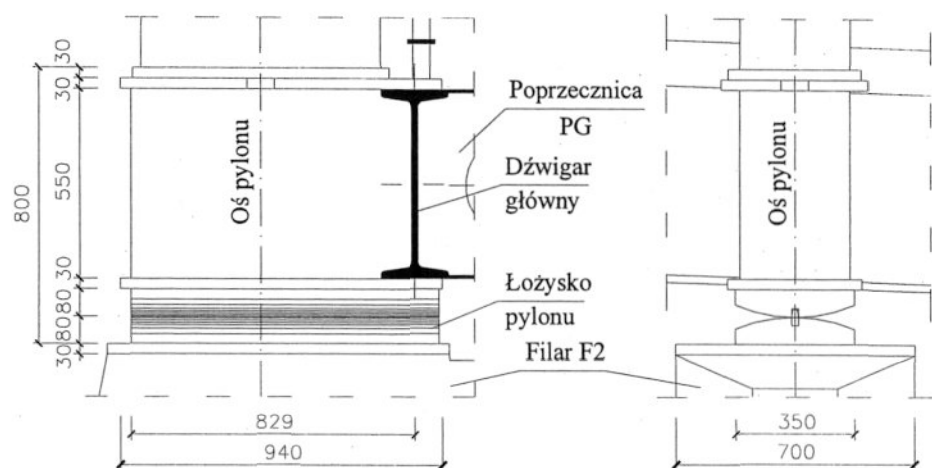
Rys. z1.4. Badany most wantowy w Sieradzu: a) widok z boku, b) rzut z góry

ży mostowej kwalifikującymi (bądź nie) obiekt do dalszej normalnej eksploatacji [117], [118], [120], [121].

Badania mostu w zakresie statycznym zrealizowano w kilku, następujących po sobie lub występujących jednocześnie, etapach, dokonując pomiarów



Rys. z1.5. Przekroje poprzeczne badanego mostu wawowego w Sieradzu dla poprzecznic: a) głównej PG i b) drugorzędnej PD



Rys. z1.6. Szczegół łożyska pylonu oraz połączenia pomostu z pylonem: a) w przekroju poprzecznym mostu i b) w widoku od strony górnej wody

następujących wielkości:

- lokalnych imperfekcji geometrycznych w odniesieniu do konfiguracji projektowej z zastosowaniem metod geodezyjnych,
- ugięć dźwigarów głównych za pomocą czujników indukcyjnych i niwelacji precyzyjnej,
- wychyleń osi pionowej pylonu w płaszczyźnie osi podłużnej mostu,

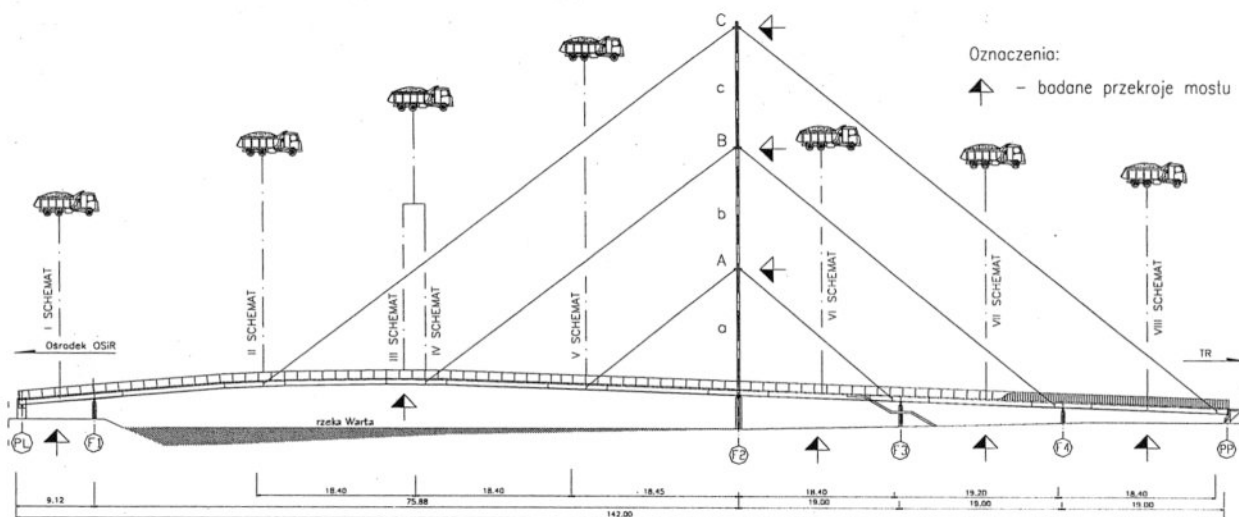
- wychyleń osi pionowej słupów pylonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej mostu,
- przemieszczeń (zwisów) oraz kształtu wybranych want mostu,
- przemieszczeń wybranych punktów w trudnodostępnych miejscach konstrukcji obiektu metodą wizyjno-komputerową (zastosowanie techniki podpixselowej) [60], [108],
- przemieszczeń łożysk na podporach za pomocą czujników zegarowych,
- odkształceń jednostkowych w wybranych przekrojach stalowego pomostu (żebra + blacha pomostowa), pylonu oraz want,
- odkształceń jednostkowych w wybranych wahaczach nad podporami,
- temperatury otoczenia i konstrukcji stalowej pomostu i pylonu.

Rozmieszczenie badanych przekrojów na długości mostu (czujniki indukcyjne przemieszczeń i czujniki tensometryczne) przedstawiono na rys. z1.7.

Szczegóły dotyczące celu wykonanych badań zawarto w pracy [55].

z1.5. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań mostu w zakresie statycznym

W trakcie badań mostu prowadzono równolegle manualną i automatyczną rejestrację wielkości przemieszczeń z zastosowaniem trzech metod: geodezyjnej, wizyjno-komputerowej oraz opartej na wykorzystaniu czujników mechanicznych. W celu dokonania rejestrów odkształceń wykorzystano metodę tensometrii elektrooporowej.



Rys. z1.7. Lokalizacja podstawowych badanych przekrojów mostu wantowego w Sieradzu w trakcie realizacji próbnego obciążenia w zakresie statycznym

W ramach pomiarów geodezyjnych wychylenia osi pionowej pylonu w płaszczyznach równoległej i prostopadłej do osi podłużnej mostu oraz zwisu want wykorzystano zestaw pomiarowy o wysokiej precyzji, w skład którego wchodził dalmierz Total Station firmy Zeiss R50 oraz teodolit firmy Zeiss 010 (pomiar wcięć katowych). Niwelację ugięć dźwigarów głównych rejestrowano z zastosowaniem niwelatora precyzyjnego typu Ni 007 firmy Zeiss.

Do pomiaru wielkości przemieszczeń i odkształceń jednostkowych (ugięć dźwigarów głównych i poprzecznic), wykorzystano odpowiednio zestaw czujników indukcyjnych typu HBM WT50S oraz tensometrycznych (połączonych w układy półmostkowe z tensometrami kompensacyjnymi w celu wyeliminowania wpływu zmian warunków atmosferycznych) połączone z zestawem pomiarowym typu UPM 60 firmy Hottinger.

Czujniki elektrooporowe umieszczono we wcześniej wyznaczonych miejscach badanych



Rys. z1.8. Lokalizacja stanowiska pomiarowego nr 1

elementów po uprzednim przygotowaniu ich powierzchni. Dla uzyskania większej stabilności wyników, do badań użyto czujników foliowych typu TFs-5/120, TFs-10/120 i TFws-5/120, produkcji krajowej. Miały one bazę pomiarową równą odpowiednio 8,20, 16,40 i 9,20 mm, oporność $120 \Omega \pm 0,2\%$ oraz stałą $k_1 = 2,1 \div 2,2 \pm 0,5\%$.

Wartości naprężeń normalnych w poszczególnych punktach pomiarowych wyznaczono z zależności (z1.1):

$$\sigma = \varepsilon \times E, \quad (z1.1)$$

gdzie

σ – naprężenia normalne w [MPa],

ε – odkształcenia jednostkowe (względne) w [1×10^{-6} m/m] oraz

E – moduł sprężystości podłużnej dla stali St3M (przyjęto $E_{st} = 2,05 \times 10^5$ MPa).

Tablica z1.1. Zestawienie nacisków w [kN] na osie samochodów obciążających badany most

Numer pojazdu	Numer rejestracyjny	Marka pojazdu	Naciski na osie			Ciężar całego pojazdu
			przednia	tylna 1	tylna 2	
1.	SAB 3234	Kraz 3	42,200	106,400	102,000	250,600
2.	SAB 3235		40,000	99,100	92,900	232,000

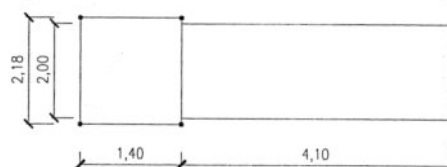
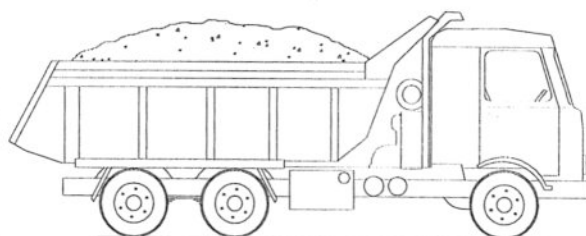
poblizu przęsła skrajnego P1 mostu. Całość badań przeprowadzono w godzinach rannych i południowych przy pogodzie bezdeszczowej i bezwietrznej.

Opis metody wizyjno-komputerowej, służącej w większym stopniu do realizacji pomiarów w zakresie obciążeń dynamicznych podano w załączniku nr 2. Na rysunku z1.8 przedstawiono jedno ze stanowisk pomiarowych zlokalizowanych w

z1.6. Zakres, organizacja oraz technika przeprowadzania badań

z1.6.1. Charakterystyka pojazdów obciążających

Wartość przyjętego obciążenia dobrano i ustawiono na obiekcie w taki sposób, aby otrzymane wartości przemieszczeń lub/i sił wewnętrznych były zbliżone do obliczonych w projekcie wartości ekstremalnych od obciążenia normatywnego. We wstępnych obliczeniach przyjęto dwa pojazdy obciążające, tj. samochody ciężarowe marki Kraz 3 (załadowane piaskiem o masie całkowitej około 25 Mg każdy). Parametry techniczne obu pojazdów (rys. z1.9 i tablica z1.1) nieznacznie różniły się od wcześniej zakładanych, stąd przeprowadzono ponowne obliczenia spodziewanych wielkości statycznych w poszczególnych elementach konstrukcji mostu.



Rys. z1.9. Parametry geometryczne samochodu obciążającego marki Kraz 3

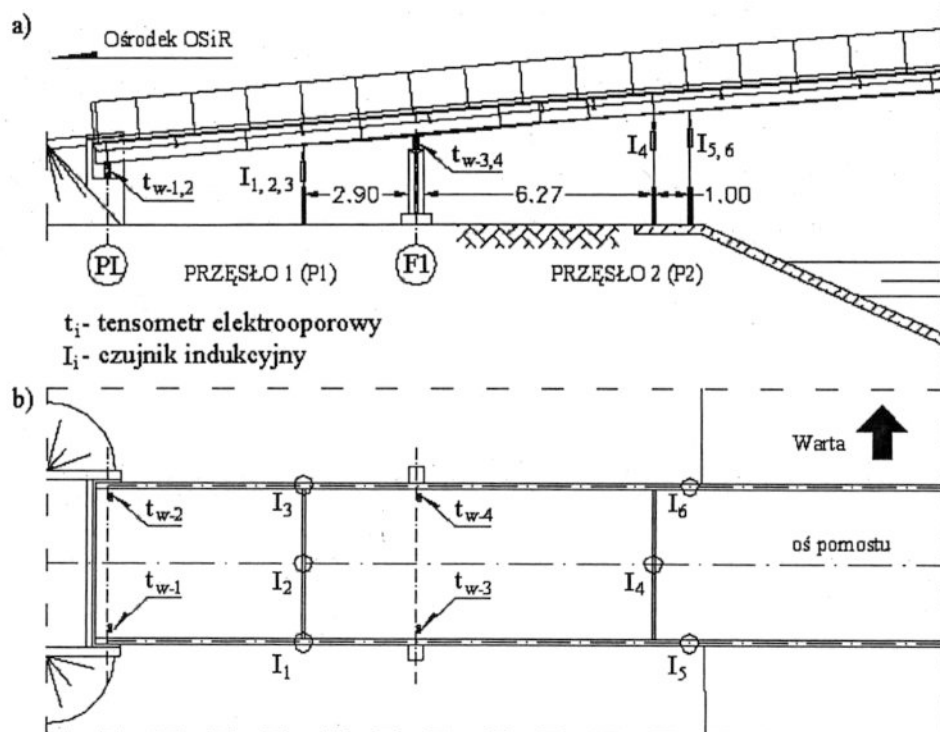
Dla wszystkich schematów obciążeń mostu zastosowano symetryczne usytuowanie obciążenia w przekroju poprzecznym. Ustawienie samochodu (-ów) obciążających poszczególne przęsła mostu dobrano tak, aby uzyskać maksymalne wyężenie poszczególnych elementów przęseł, tj. w połowie ich rozpiętości (powyższe stwierdzenie nie dotyczy przęsła najdłuższego, tj. nurtowego, dla którego zrealizowano kilka schematów obciążeń statycznych). Samochody ustawiano środkową osią nad badanym przekrojem przęsła.

z1.6.2. Zakres i kolejność wykonywanych pomiarów

Uwagi ogólne. Badania przeprowadzono dla ośmiu schematów obciążeń statycznych, przy czym dla przęsła P2 (nurtowego) wykonano badania dla czterech schematów obciążeń (II-V), a dla pozostałych przęseł – po jednym (rys. z1.7).

Założono wstępnie, że w trakcie pierwszej fazy badań mostu, do jego obciążenia zostanie wykorzystany jeden samochód, a następnie – po pozytywnej weryfikacji otrzymanych na bieżąco wyników – na przęsła będzie mógł wjechać drugi pojazd.

Czujniki tensometryczne umieszczono na elementach stalowych pomostu w trzech przekrojach poprzecznych wybranych przęseł mostu, tj. w przęsłach P2, P3 i P4. Rozmieszczenie badanych przekrojów na długości mostu wraz z lokalizacją czujników indukcyjnych i tensometrycznych przedstawiono na rys. z1.10–z1.14.



Rys. z1.10. Schemat lokalizacji czujników indukcyjnych i tensometrycznych w przęsłach P1 i P2 mostu dla 5 schematów obciążeń: a) w widoku od strony górnej wody i b) w rzucie z góry

Tensometry na wantach umieszczono w ich dolnych częściach, w odległości około 1,0–2,0 m od punktów ich zakotwienia do dźwigara głównego. Badaniami objęto 9 lin (W1–W3 i W1'–W3') przęsła nurtowego P2 od strony górnej i dolnej wody, gdzie zainstalowano 7 czujników, oraz 3 dla want przęsła zalewowego W4–W6 (rys. z1.15).

Na pylonie umieszczono trzy tensometry, po jednym dla każdego z poziomów mocowania

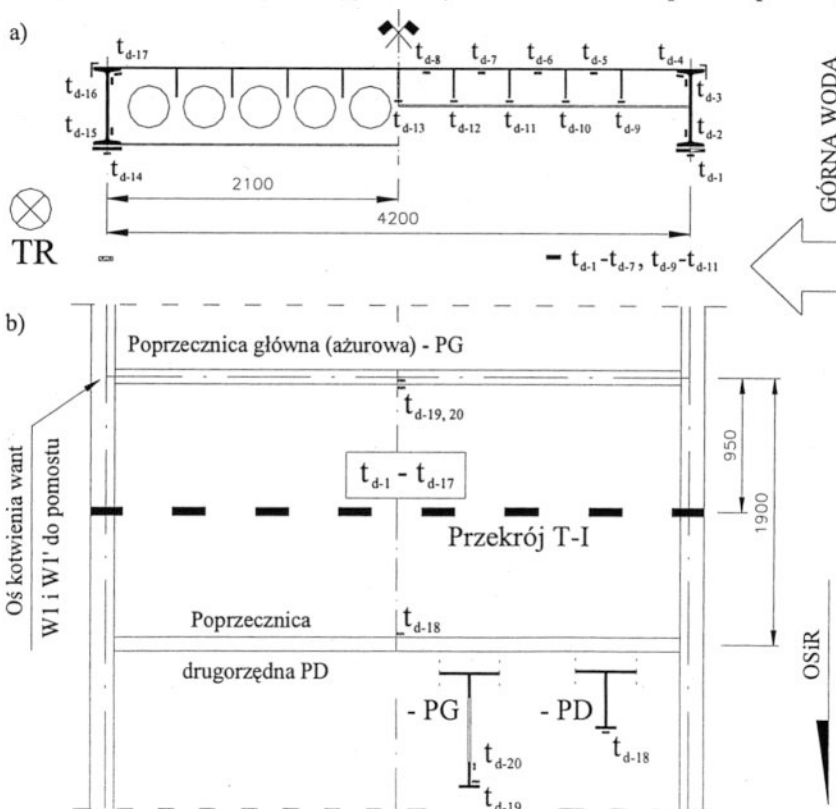
want (A, B i C), a ich rozmieszczenie przedstawiono na rys. z1.16.

Reasumując, do badań mostu wykorzystano 74 sztuk czujników tensometrycznych, z czego 60 naklejono na elementach pomostu, 11 – na wantach i 3 – na pylonie.

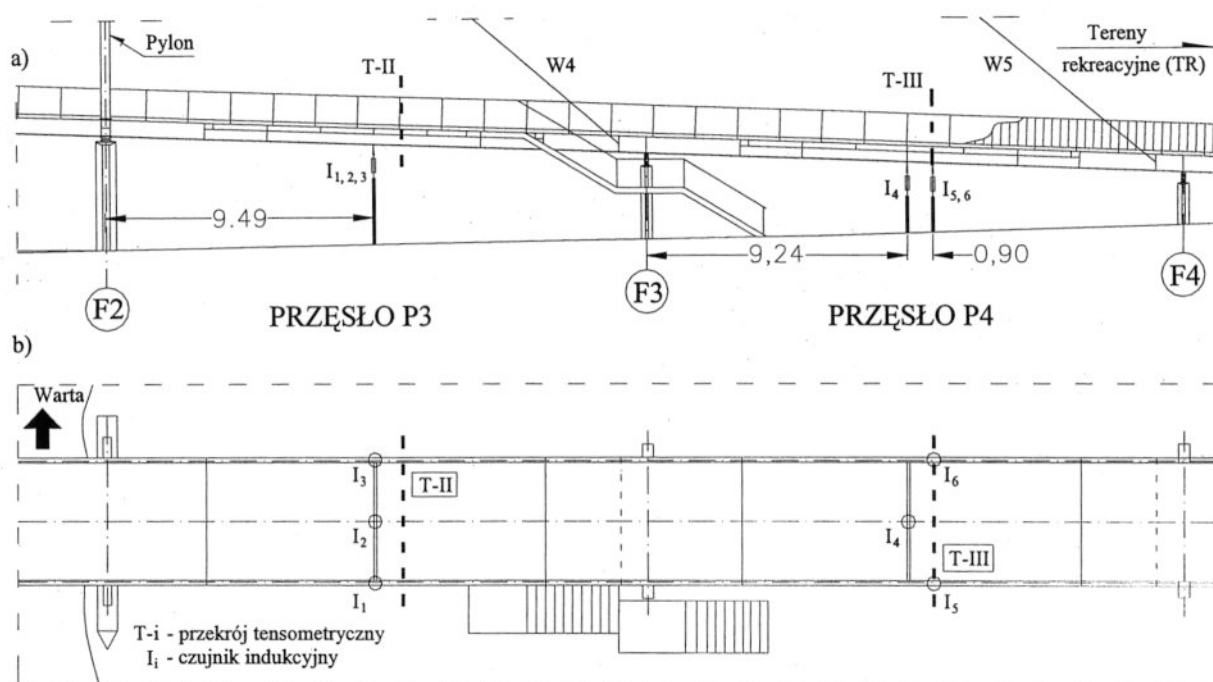
Ze względu na występujące trudnodostępne punkty konstrukcji mostu, do pomiaru przemieszczeń pomostu, pylonu czy want wykorzystano metodę geodezyjną. Wykonano w ten sposób pomiary przemieszczeń pionowych pomostu, poziomych pylonu (w dwóch płaszczyznach) oraz zwis wybranych want (w jednej płaszczyźnie).

Kontrolę niwelacyjną powtarzano według klasycznej procedury, obciążając kolejne przęsła. Na zakończenie każdego schematu obciążeń, po zjeździe pojazdu z obiektu, dokonano ponownie kilka odczytów zerowych.

Pomiar kształtu want (strzałki ugięcia) mostu przeprowadzono metodą przestrzennych wcięć kątowych dziewięciu punktów sygnalizowanych na linach. Założono bazę o długości 66,567 m o końcach



Rys. z1.11. Lokalizacja tensometrów elektrooporowych: a) w przekroju poprzecznym T-I przęsła P2 mostu oraz b) w rzucie z góry



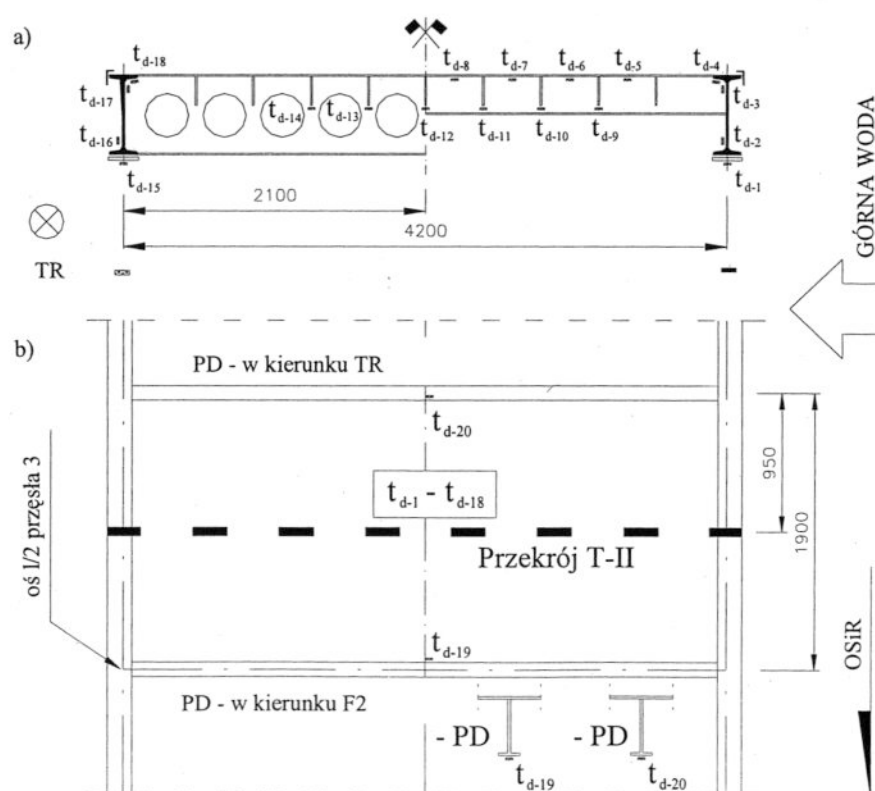
Rys. z1.12. Schemat lokalizacji czujników indukcyjnych i tensometrycznych w przęsłach P3 i P4 mostu dla 7 schematów obciążeń: a) w widoku od strony górnej wody i b) w rzucie z góry

usytuowanych po obu stronach rzeki Warty (rys. z1.17 i z1.18).

Wykonano cztery pomiary, wykorzystując do tego celu metodę wcięć kątowych instrumentem firmy Zeiss 010.

Badanie wychylenia osi pionowej pylonu w płaszczyźnie want W1–W6 przeprowadzono z prawobrzeżnego stanowiska bazy oddalonego od pylonu o 75,27 m w nawiązaniu do kierunku bazy.

Badanie to przeprowadzono dla trzech punktów na wysokości pylonu przy obciążeniu przęsła nurtowego dla trzech schematów obciążeń (II, III i V).



Rys. z1.13. Lokalizacja tensometrów elektrooporowych: a) w przekroju poprzecznym T-II przęsła P3 mostu oraz b) w rzucie z góry

Badanie wychylenia osi pylonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej mostu przeprowadzono ze stanowiska oddalonego o 75,37 m od pylonu. Zarejestrowano kształt osi pylonu (dla trzech punktów na jego wysokości A, B i C) przed obciążeniem oraz przemieszczenie osi przy obciążeniu w środku rozpiętości przęsła nurtowego (schemat III).

W trakcie badań mostu pomiary rejestrowano łączne na siedmiu stanowiskach, pięciu głównych geodezyjnych i dwóch dla odczytów z czujników mechanicznych.

z1.7. Dokładność wyników pomiarów

Prowadzone pomiary wielkości przemieszczeń i odkształceń na obiekcie mogły być obarczone pewnymi błędami. Do najważniejszych z nich można zaliczyć:

- błędy pomiaru,
- błędy obliczeniowe.

z1.7.1. Błędy pomiaru

Przemieszczenia (ugięcia) konstrukcji.

Prawdopodobny błąd ugięcia konstrukcji przęsła δ_f przy najniekorzystniejszym zestawieniu przetworników i aparatury określono dla metody wykorzystującej czujniki indukcyjne przemieszczeń ze wzoru (z1.2):

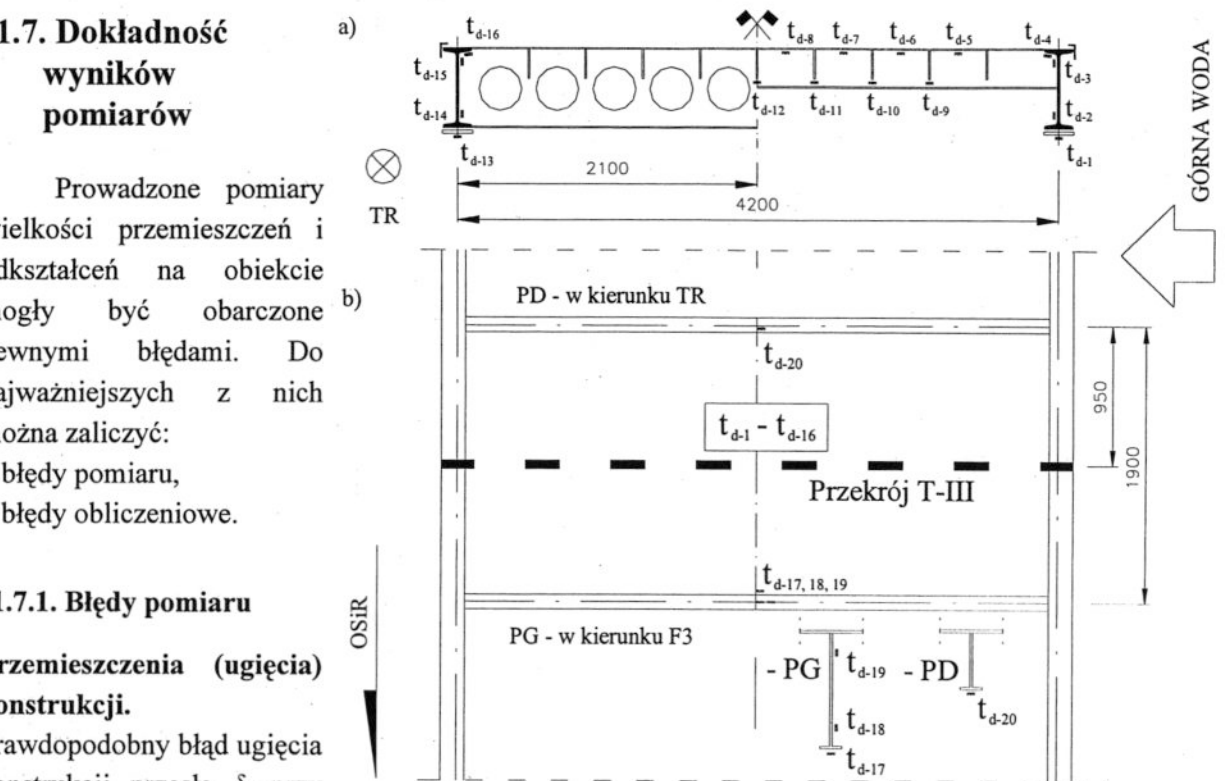
$$\delta_f = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2} = \sqrt{2,0^2 + 1,0^2 + 2,5^2 + 0,5^2} = \pm 3,39\%, \quad (z1.2)$$

w którym

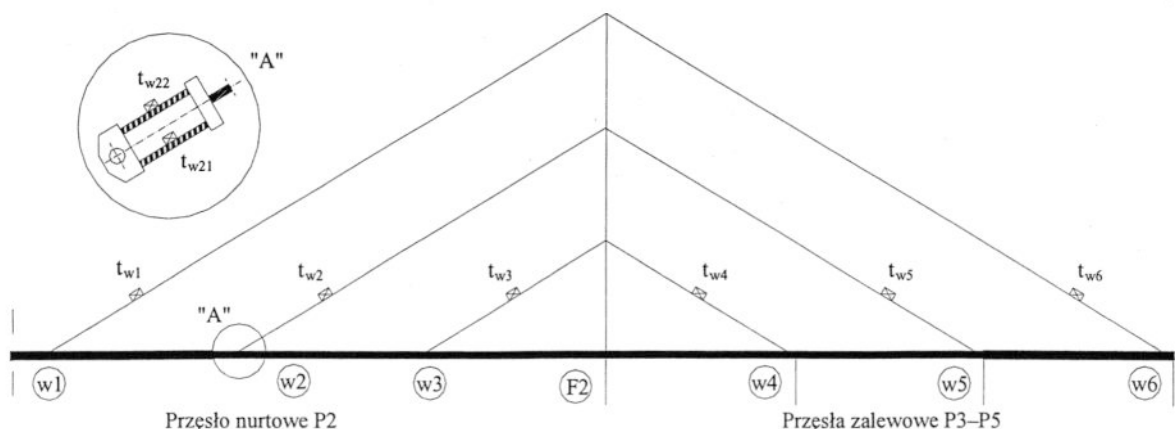
- $\delta_1 = \pm 2,0\%$ – błąd przetwornika przemieszczenia,
- $\delta_2 = \pm 1,0\%$ – błąd jednostki wyrównawczej przełącznika,
- $\delta_3 = \pm 2,5\%$ – błąd wzmacniacza pomiarowego (mostka),
- $\delta_4 = \pm 0,5\%$ – błąd kalibracji.

Odnosnie wyznaczania przemieszczeń konstrukcji metodami geodezyjnymi, błędy pomiaru uzależnione były od rodzaju zastosowanego instrumentu:

- Total Station firmy Zeiss R50, którego błąd pojedynczego pomiaru założonej długości wynosił ± 5 mm,
- teodolit firmy Zeiss 010 o zdolności odczytowej $2''$ oraz
- niwelator Zeiss Ni 007, dla którego dokładność odczytu wynosiła w przedziale $0,05 \div 0,5$ mm w zależności od odległości stanowiska od danego punktu pomiarowego.



Rys. z1.14. Lokalizacja tensometrów elektrooporowych: a) w przekroju poprzecznym T-III przęsła P4 mostu oraz b) w rzucie z góry



Rys. z1.15. Schemat rozmieszczenia tensometrów na wantach mostu od strony górnej wody GW

Naprężenia normalne w elementach konstrukcji. Najmniejsza wartość odkształcenia jednostkowego (inaczej czułość lub rozdzielczość przyrządu), jaka jest możliwa do uchwycenia, z określonym błędem, wynosiła $\pm 1 \times 10^{-6}$ m/m.

Prawdopodobny błąd pomiaru naprężenia normalnego δ_σ w elemencie konstrukcji przesłał przy najniekorzystniejszym zestawieniu aparatury wynosi (z1.3):

$$\delta_\sigma = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2} =$$

$$\sqrt{2,5^2 + 1,0^2 + 2,5^2 + 2,0^2} = \pm 4,18\%, \quad (z1.3)$$

w którym

$\delta_1 = \pm 2,5\%$ – błąd tensometru,

$\delta_2 = \pm 1,0\%$ – błąd jednostki wyrównawczej przełącznika,

$\delta_3 = \pm 2,5\%$ – błąd wzmacniacza pomiarowego,

$\delta_4 = \pm 2,0\%$ – błąd przyjętego modułu sprężystości stali.

z1.7.2. Sposób obliczania wielkości mierzonych

Poniżej podano sposób obliczania różnych wielkości uzyskiwanych z pomiarów. Sposób ten omówiono na przykładzie naprężeń normalnych. I tak, wartość naprężenia normalnego w [MPa] w badanym punkcie przekroju mostu określono na podstawie wzoru (z1.4):

$$\sigma = \frac{2CB_i E}{A_i k}, \quad (z1.4)$$

w którym

C – zakres przyrządu w [%], w tym przypadku $C = 0,2\%$,

B_i – chwilowa wartość odkształcenia odczytywana z przyrządu w [10^{-6} m],

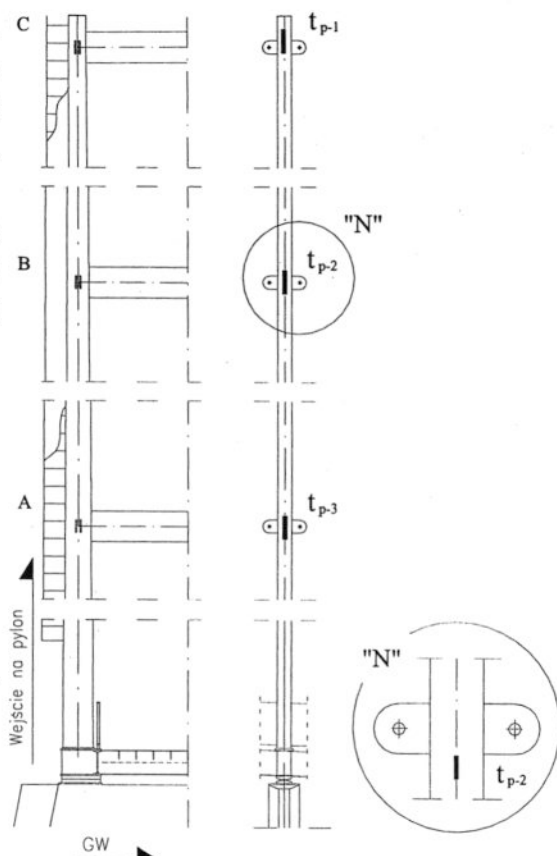
E – moduł sprężystości materiału (stali) podany dla (z1.1),

A_i – wartość kalibracji w [10^{-3} m],

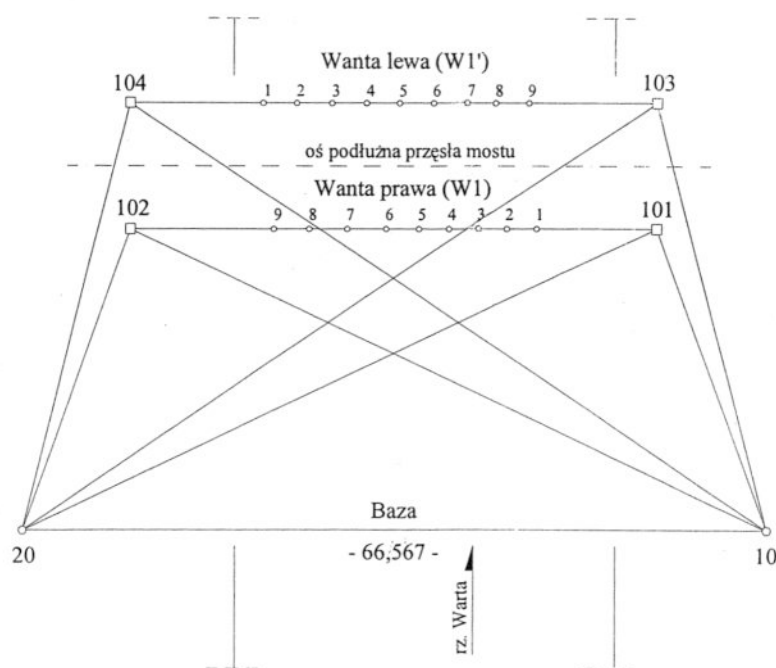
k – czułość zastosowanego tensometru, $k = 2,15$.

Kalibrację indukcyjnych przetworników przemieszczeń (ugięcia) oraz czujników tensometrycznych przeprowadzono przed rozpoczęciem zasadniczych pomiarów.

Dla opracowania kameralnego wyników uzyskanych z pomiarów



Rys. z1.16. Rozmieszczenie tensometrów na wysokości pylonu mostu



Rys. z1.17. Schemat rozmieszczenia geodezyjnych stanowisk bazy oraz punktów charakterystycznych dla pomiaru strzałek zwisu wybranych want W1 i W1' mostu

geodezyjnych otrzymano następującą precyzję obliczeń:

a) dla wyznaczenia współrzędnych zwisu want:

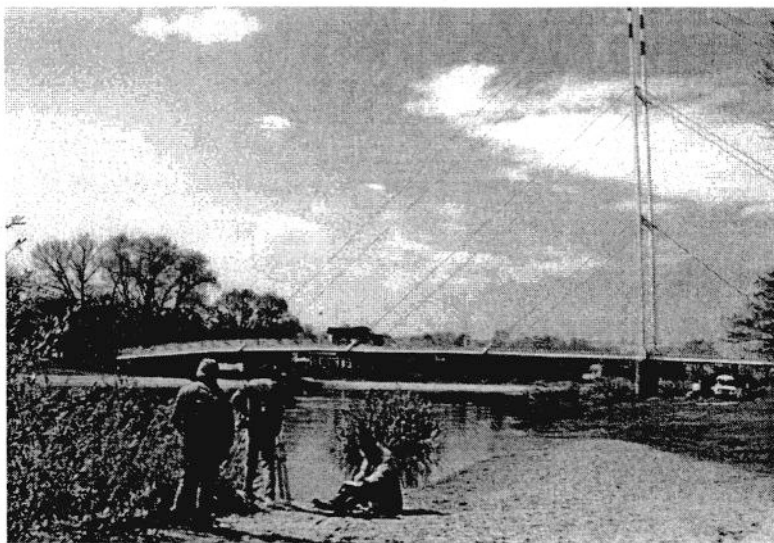
– $\delta_p = 0,01\text{--}2,47\text{ mm}$ – błąd średni dla współrzędnych punktów,

– $\delta_o = 0,01\text{--}2,41\text{ mm}$ – błąd średni dla odległości między bazą i płaszczyzną lin,

– $\delta_k = 5''$ – dokładność odczytu kąta obserwowanego.

b) dla wyznaczenia przemieszczeń pylonu:

– $\delta_m = \pm 1,3\text{ mm}$ – średni błąd uzyskanych przemieszczeń wychYLENIA pylonu w obu płaszczyznach wyznaczony metodą kierunkową.



Rys. z1.18. Widok na stanowisko geodezyjne bazy nr 10 (wg oznaczeń z rys. z1.17) oraz na obciążane przęsło P2 mostu (schemat III)

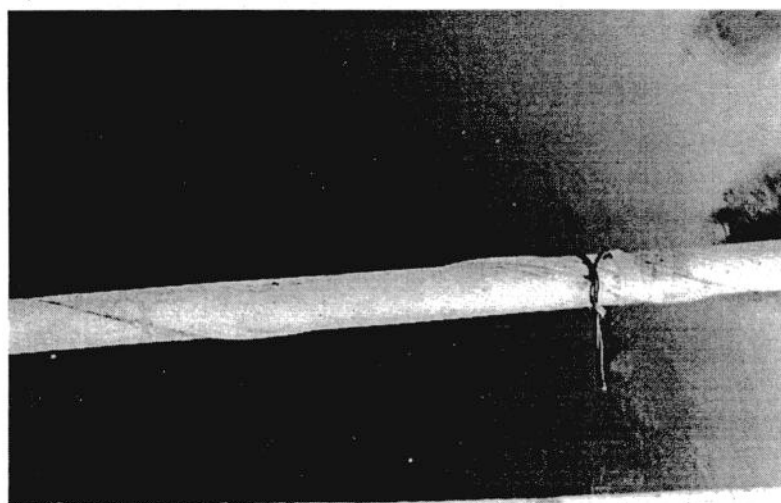
z1.8. Postulowana konwencja badań

Smukły typ konstrukcji badanego mostu sugerował ograniczenie balastu obciążającego ten obiekt do jednego samochodu. Jednak przeprowadzone wcześniej obliczenia statyczno-wytrzymałościowe dla konstrukcji mostu potwierdziły możliwość zastosowania jej obciążenia w postaci dwóch samochodów ciężarowych.

W związku z powyższym, zaplanowano badania z zastosowaniem dwóch samochodów obciążających najdłuższe nurtowe przęsło mostu P2. Z uwagi na fakt stosunkowo niedużej szerokości użytkowej pomostu (jezdni), pierwotnie założono ustawienie ich symetrycznie względem osi podłużnej mostu.

Zastosowanie do badań dwóch pojazdów uzależniono od dwóch podstawowych czynników, tj. stanu technicznego mostu (zdecydował o tym jego szczegółowy przegląd wizualny) oraz od jego zachowania się w trakcie badań pod obciążeniem jednym samochodem.

Uzyskane z wstępnych prób obciążeniowych wyniki nie dały podstaw do obaw odnośnie przekroczenia dopuszczalnych wielkości statycznych po wprowadzeniu dodatkowego pojazdu. Jednak po



Rys. z1.19. Widok na zerwane druty warstwy zewnętrznej liny W1' mostu od strony dolnej wody

dokładnych oględzinach obiektu (po I fazie badań) okazało się, że jeden z wahaczy na przyczółku lewobrzeżnym PL jest nieco odchylony od pionu w płaszczyźnie pionowej równoległej do osi podłużnej mostu. Dodatkowo, niemal we wszystkich wahaczach zauważono ogniska korozji, szczególnie rozwinięte u ich podstaw, a więc w miejscu ich zakotwień w podporach.

Innym zauważonym i niepokojącym aspektem było osłabienie przekroju wanty W1' (od strony dolnej wody), powstałym

najprawdopodobniej z nadmiernego jej wyężenia (rys. z1.19).

Stąd, na podstawie powyższych czynników, podjęto decyzję o niewprowadzeniu na most obciążenia w postaci dwóch samochodów ciężarowych. Przy zwiększonym obciążeniu, np. przęsła P2, wahacze na przyczółku lewobrzeżnym PL zostałyby poddane zbyt dużym siłom rozciągającym, a przekroczenie siły krytycznej, mogłoby nawet spowodować wyrwanie blach kotwiących wahacze z korpusu przyczółka.

Ograniczenie balastu obciążającego obiekt do jednego pojazdu pozwoliło równocześnie na bardziej szczegółowe wykonanie badań mostu – skrócono tym samym czas ich trwania do trzech dni.

Przedstawione wyżej rozbieżności wstępnych założeń oznaczały również zmianę pierwotnej koncepcji badań, co jednak nie wpłynęło na ogólny charakter otrzymanych z pomiarów wyników.

z1.9. Wyniki z badań doświadczalnych mostu

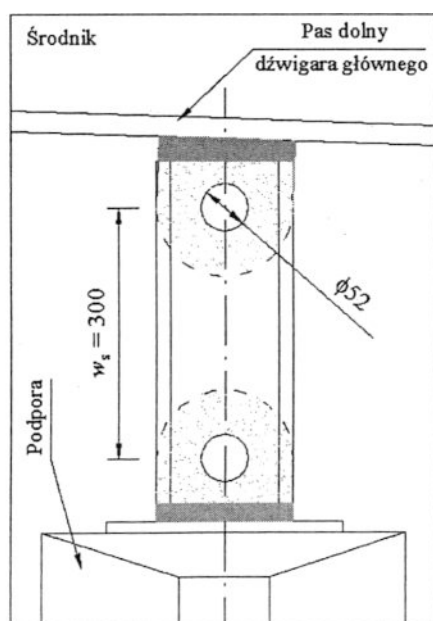
z1.9.1. Zarejestrowane imperfekcje geometryczne mostu

W przypadku tego mostu, eksploatowanego od ponad 20 lat, trudno odnieść się do niektórych zarejestrowanych wartości imperfekcji geometrycznych w porównaniu z danymi zamieszczonymi w projekcie technicznym [50]. Przyczyną takiego stanu jest brak jakiejkolwiek dokumentacji dotyczącej odbioru technicznego mostu, oraz informacja o niewykonaniu jego próbnego obciążenia przed oddaniem go do eksploatacji. Stąd też, zdecydowano się na wykonanie pomiaru długości i przekrojów podstawowych stalowych elementów konstrukcyjnych przy założeniu ich niezmienności w czasie użytkowania obiektu.

Zarejestrowane wartości niwelety pomostu, wszelkie odchyłki jego szerokości, rozstawu podpór, czy pionowości pylonu w dwóch prostopadłych pionowych płaszczyznach, a także różnice w niwelecie dźwigarów głównych w danym przekroju poprzecznym nie mogły być skomentowane w odniesieniu do stanu pierwotnego mostu (bezpośrednio po oddaniu go do eksploatacji).

Wahacze. Projekt techniczny mostu zakładał identyczną geometrię każdego wahacza (rys. z1.20) oraz stalowych uszu połączonych z dolnymi pasami dolnymi dźwigarów głównych oraz z płytami podłożyskowymi (kotwionymi do trzonów podpór). Po wykonaniu obiektu – najprawdopodobniej na skutek niewłaściwego montażu – długości poszczególnych wahaczy odbiegały w sposób znaczący od stanu projektowego. W tablicy z1.2 podano zarejestrowane rozbieżności [50].

Osiowy rozstaw dźwigarów głównych w przekroju poprzecznym, zgodnie z projektem technicznym mostu, powinien



Rys. z1.20. Widok z boku na konstrukcję wahacza

Tablica z1.2. Uzyskane z pomiarów osiowe rozstawy przegubów w wahaczach nad wszystkimi podporami mostu [$\times 10^{-3}$ m]

Lp.	Długości wahaczy w osiach przegubów wałkowych dla podpór									
	PL		F1		F3		F4		PP	
	GW	DW	GW	DW	GW	DW	GW	DW	GW	DW
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	575	580	127	125	164	166	170	168	154	157
Odchyłka od danych projektowych [%]										
2.	191,7	193,3	-57,7	-58,3	-45,3	-44,7	-43,3	-44,0	-48,7	-47,7
Uśrednione rzeczywiste długości wahaczy dla danej podpory										
3.	577,5		126,0		165,0		169,0		155,5	

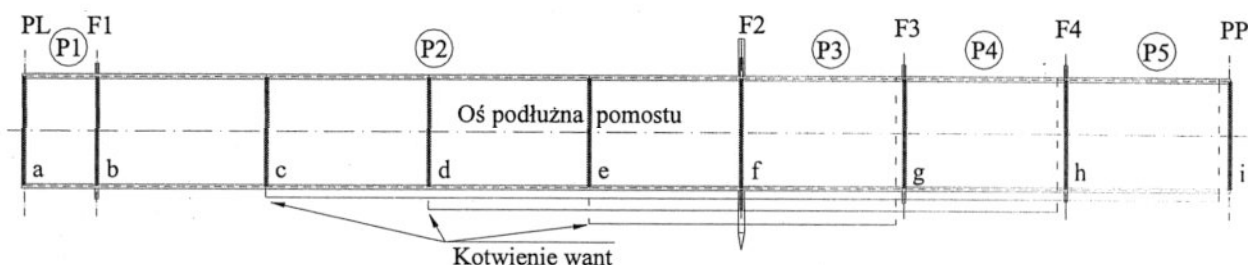
GW i DW – wahacz od strony odpowiednio górnej i dolnej wody.
Osiowy rozstaw przegubów w każdym wahaczu powinien wynosić zgodnie z projektem $w_s = 300$ mm [50] (rys. z1.20).

Tablica z1.3. Osiowe rozstawy dźwigarów głównych mostu w [m]

Lp.	Rozstaw osiowy dźwigarów głównych w przekrojach								
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	4,169	4,175	4,180	4,190	4,185	4,195	4,210	4,185	4,179
Odchyłka od danych projektowych [%]									
2.	-0,74	-0,60	-0,48	-0,24	-0,36	-0,12	+0,24	-0,36	-0,50

Lokalizację przekrojów a-i podano na rys. z1.21.
Osiowy rozstaw dźwigarów głównych powinien wynosić zgodnie z projektem $d_s = 4200$ mm [50].

być stały na całej długości mostu i wynosić $d_s = 4200$ mm [50]. Zgodnie z wykonanymi pomiarami, wielkość ta okazała się nieściśła. W tablicy z1.3 zestawiono pomierzone wartości rozstawu dźwigarów głównych w wybranych 9 przekrojach na długości prześłu mostu (rys. z1.21).



Rys. z1.21. Lokalizacja przekrojów (a-i) dla pomiaru rozstawu osiowego dźwigarów głównych

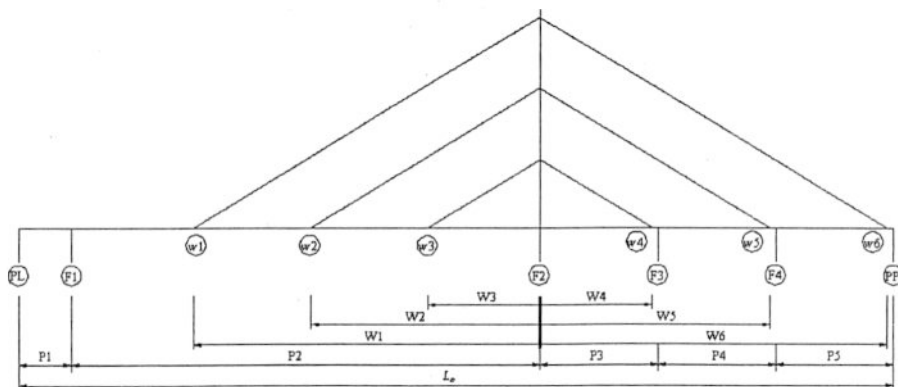
Osiowy rozstaw podpór i punktów zakotwień want w pomoście na długości obiektu ma podstawowe znaczenie w rozkładzie sił wewnętrznych i ugięć każdej konstrukcji mostowej, a w szczególności mostu wawowego. Stąd też wykonano szczegółowe pomiary inwentaryzacyjne rozpiętości teoretycznych dla wszystkich prześłów badanego obiektu. Projektowany i rzeczywisty osiowy rozstaw podpór tego mostu, oraz punktów zakotwień want do dźwigarów głównych podano w tablicy z1.4 wg oznaczeń z rys. z1.22.

Na podstawie wykonanych pomiarów zauważono, że największe odchyłki w stosunku do stanu projektowego wystąpiły dla rozpiętości prześłów skrajnych P1 oraz P5, odpowiednio rzędu 7,2 i 1,0%. Największe różnice w odległościach zakotwień want w pomoście między założeniami projektowymi i stanem rzeczywistym zarejestrowano dla ciągu W1 oraz W3 – 3,0 i 1,5%.

W trakcie opracowywania otrzymanych z niwelacji rzędnych niwelaty mostu odniesiono się do podanych w projekcie technicznym obiektu rzędnych spodu konstrukcji prześłów dla każdego styku montażowego stalowych modułów wysyłkowych pomostu z dokładnością do $1,0 \times 10^{-2}$ m. Wyniki

Tablica z1.4. Różnice w rozpiętościach teoretycznych prześłów i rozstawach want dla stanu projektowego i rzeczywistego mostu

Lp.	Oznaczenie	Wymiar [m]		Odchyłka [%]	
		projektowany	rzeczywisty		
1	2	3	4	5	
1.	Prześło	P1	9,12	8,46	−7,24
2.		P2	75,88	76,15	+0,36
3.		P3	19,00	19,17	+0,89
4.		P4	19,00	19,00	0,00
5.		P5	19,00	19,20	+1,04
6.	L_c	142,00	141,98	−0,01	
7.	Rozstaw want	W1	55,25	53,60	−2,99
8.		W2	36,85	37,11	+0,70
9.		W3	18,45	18,17	−1,52
10.		W4	18,40	18,20	−1,09
11.		W5	37,60	37,20	−1,06
12.		W6	56,00	56,07	+0,13



Rys. z1.22. Oznaczenia lokalizacji przekrojów dla pomiaru rozstawu osiowego podpór stałych i sprężystych (dla ciągów) prześłów na długości mostu

Tablica z1.5. Rzędne niwelacyjne w [$\times 10^{-2}$ m] dla pomostu w odniesieniu do punktu w osi łożysk przyczółka PP

Lp.	Punkt	Rzędne w osi podłużnej mostu		Różnica	Rzędne dźwigara głównego		Różnica	
		projektowe	rzeczywiste		D _{GW}	D _{DW}	D _{GW}	D _{DW}
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	pp	0,00	0,00	0,00	-0,90	+0,25	-0,90	+0,25
2.	p5	32,49	31,37	-1,12	31,77	32,72	+0,40	+1,35
3.	f5	64,97	65,75	+0,78	64,60	68,05	-1,15	+2,30
4.	p4	97,97	101,52	+3,55	101,02	99,82	-0,50	-1,7
5.	f4	130,97	138,28	+7,31	137,38	139,78	-0,90	+1,5
6.	p3	163,46	172,62	+9,16	-	-	-	-
7.	f2	195,94	203,95	+8,01	202,75	202,40	-1,20	-1,55
8.	p28	231,29	230,44	-0,85	232,04	-	+1,60	-
9.	w3	263,51	252,98	-10,53	257,73	249,78	+4,75	-3,20
10.	p26	292,17	260,75	-31,42	256,10	261,75	-4,65	+1,00
11.	w2	314,12	266,28	-47,84	270,23	265,23	+3,95	-1,05
12.	p24	315,86	275,08	-40,78	268,63	277,78	-6,45	+2,70
13.	p23	306,26	264,33	-41,93	255,63	269,93	-8,70	+5,60
14.	w1	284,53	252,59	-31,94	254,99	250,49	+2,40	-2,10
15.	p21	219,24	194,63	-24,61	-	-	-	-
16.	fl	143,57	139,73	-3,84	140,53	138,91	+0,80	-0,82
17.	p1	104,73	107,68	+2,95	105,38	109,63	-2,30	+1,95
18.	pl	62,00	73,44	+11,44	71,71	75,09	-1,73	+1,65

D_{GW} i D_{DW} – dźwigary główne odpowiednio od strony górnej i dolnej wody.

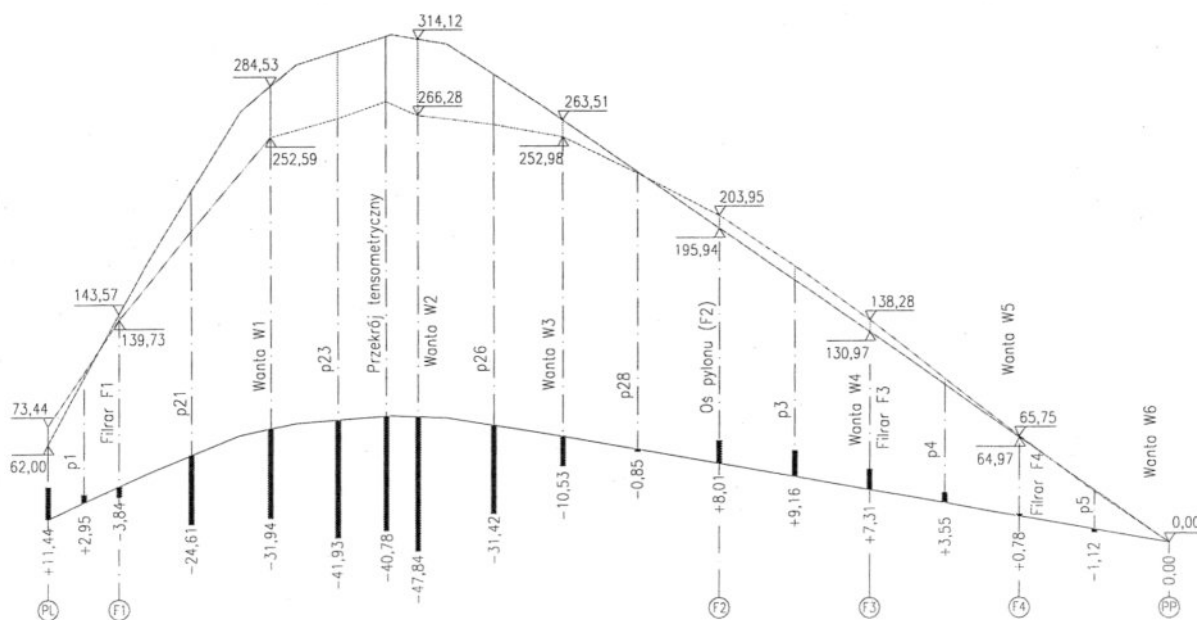
przeprowadzonych pomiarów w osi podłużnej pomostu oraz nad dźwigarami głównymi wraz z zarejestrowanymi rozbieżnościami zestawiono w tablicy z1.5 i na rys. z1.23.

Pionowość pylonu. Ze względu na znaczny wpływ układu geometrycznego pylonu i want na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji mostu wykonano kontrolne sprawdzenie pionowości tego elementu w dwóch płaszczyznach, tj. prostopadłej i równoległej do osi podłużnej mostu. Wyniki

Tablica z1.6. Zarejestrowane odchyłki osi pylonu od pionu w [$\times 10^{-3}$ m] w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach pionowych

Lp.	Punkt pomiarowy	Odchyłka pylonu od pionu w płaszczyźnie	
		równoległej do OPD	prostopadłej do OPD
1	2	3	4
1.	A	301,0	9,0
2.	B	564,0	24,0
3.	C	782,0	43,0

OPD – oś podłużna pomostu.
Oznaczenia punktów pomiarowych na wysokości pylonu znajdują się na rys. z1.3.



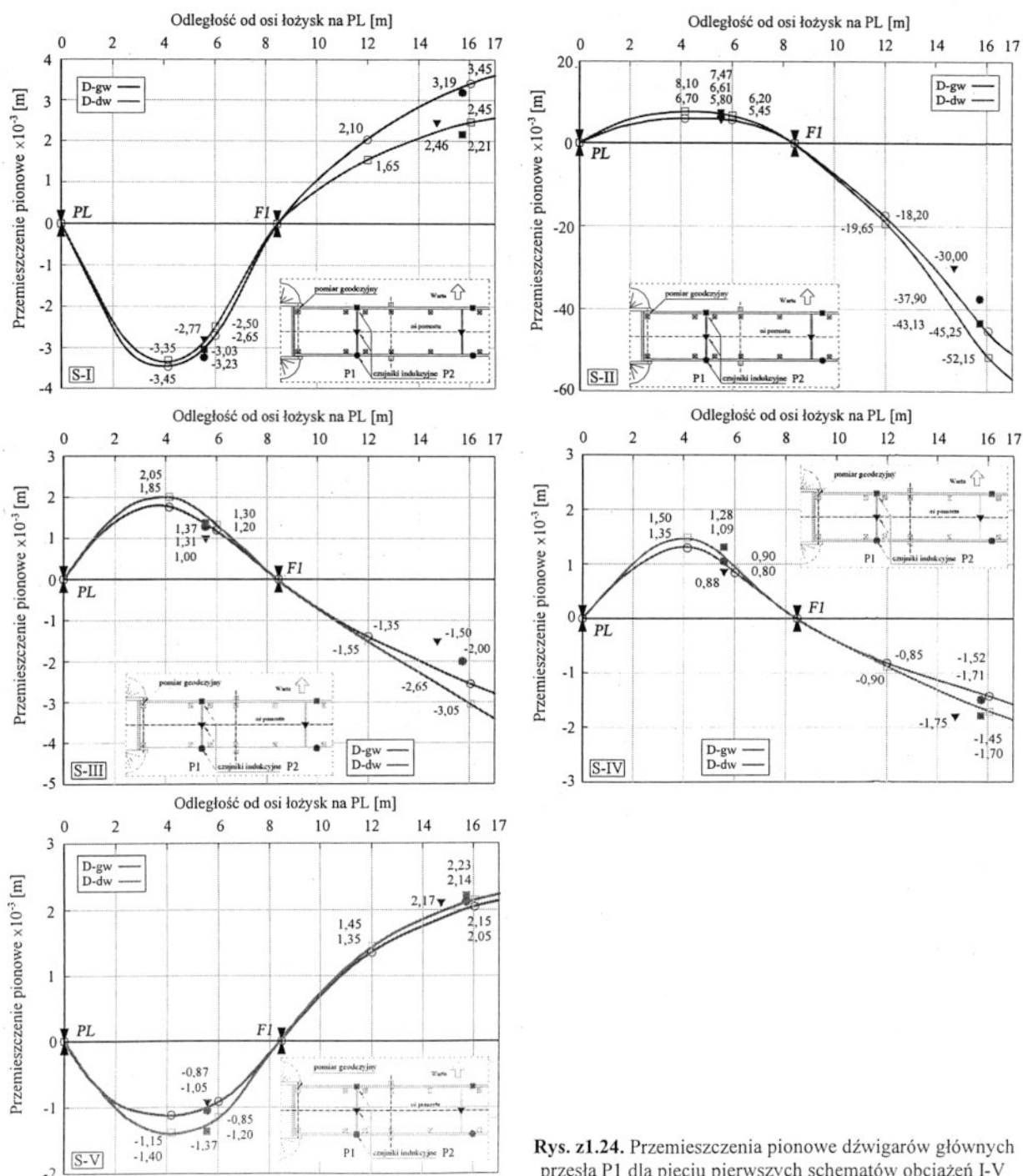
Rys. z1.23. Aktualna niweleta pomostu w środku przekroju poprzecznego (linia czerwona) w nawiązaniu do niwelety projektowej (linia niebieska) w skali skazonej 20: 1

pomiarów z zastosowaniem metody wcięć kątowych dla trzech charakterystycznych punktów na wysokości pylonu (w miejscu mocowania want) zestawiono w tablicy z1.6.

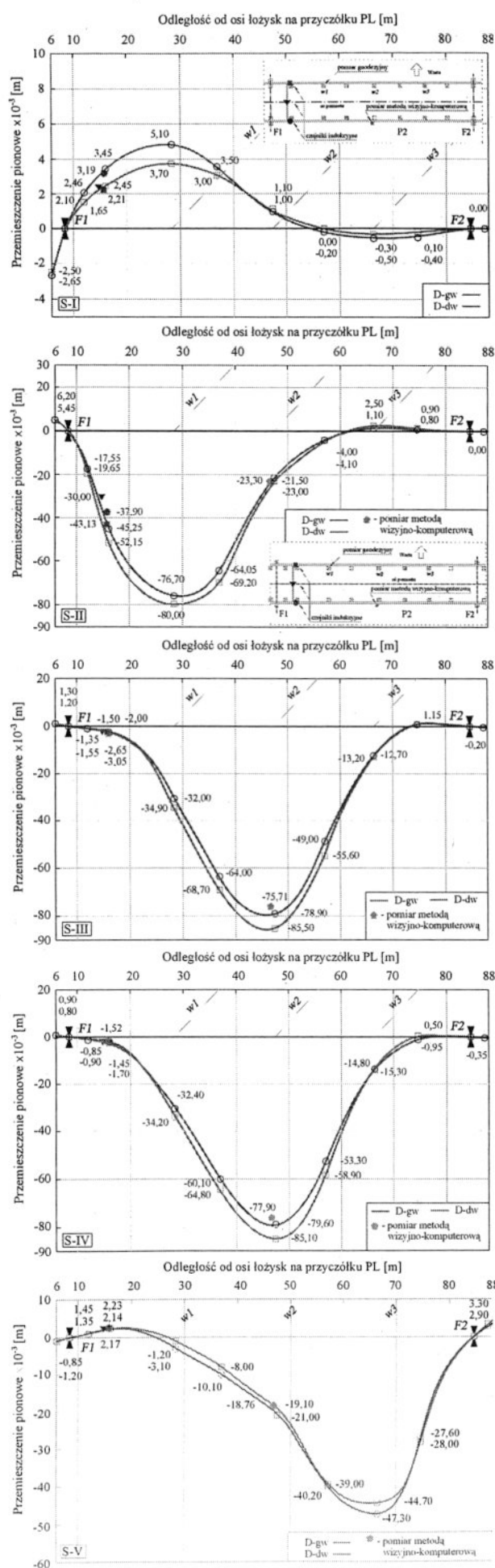
W trakcie pomiarów terenowych nie wykonano kontroli rozstawu zakotwień want na wysokości pylonu, zakładając, że jego elementy składowe wykonano z podaną dokładnością w wytwórni [32].

z1.9.2. Ugięcia dźwigarów głównych i poprzecznic

Zestawienie pomierzonych za pomocą czujników indukcyjnych i metodą niwelacji precyzyjnej wartości ugięć dźwigarów głównych w charakterystycznych punktach dla wszystkich przęseł mostu (P1–P6) podano dla wszystkich ośmiu schematów obciążeń w pracy [90]. Jednocześnie na rysunkach z1.24–z1.28 przedstawiono wykresy ugięć dla obu dźwigarów głównych oraz wybranych poprzecznic środkowych przęseł dla ośmiu schematów obciążeń statycznych (I–VIII). Na wykresach podano w celach porównawczych wartości przemieszczeń pionowych uzyskanych jednocześnie metodą niwelacji precy-



Rys. z1.24. Przemieszczenia pionowe dźwigarów głównych przęsła P1 dla pięciu pierwszych schematów obciążeń I-V



zyjnej, za pomocą czujników indukcyjnych, a dla przęsła nurtowego P2 – z wykorzystaniem metody wizyjno-komputerowej. Wykresy ugięć wykonano z zastosowaniem interpolującej funkcji *spline*.

Ze względu na nieznaczne oddziaływania obciążenia ustawionego na przęsłach zalewowych od strony terenów rekreacyjnych, ugięcia obu dźwigarów głównych na długości przęsła P1 mostu zestawiono dla I-V schematów obciążeń, które znajdują się na rys. z1.24. Podobnie postąpiono w przypadku obciążeń ustawionych na przęsle P1 w stosunku do wykresów ugięć dla przęseł P3–P5. Kolorem czerwonym i zielonym oznaczono odpowiednio przemieszczenia dźwigarów od strony górnej i dolnej wody.

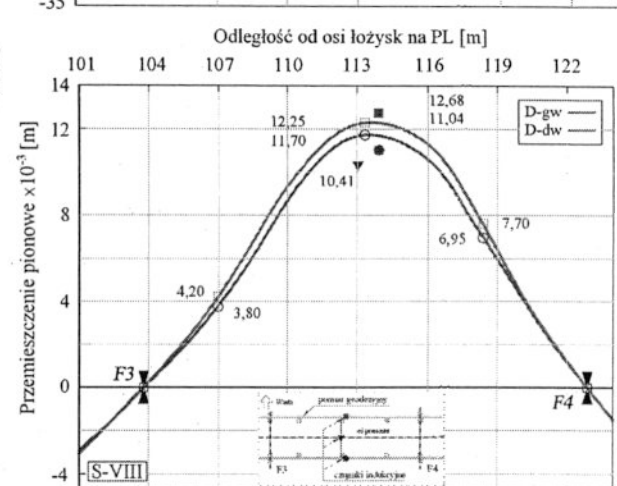
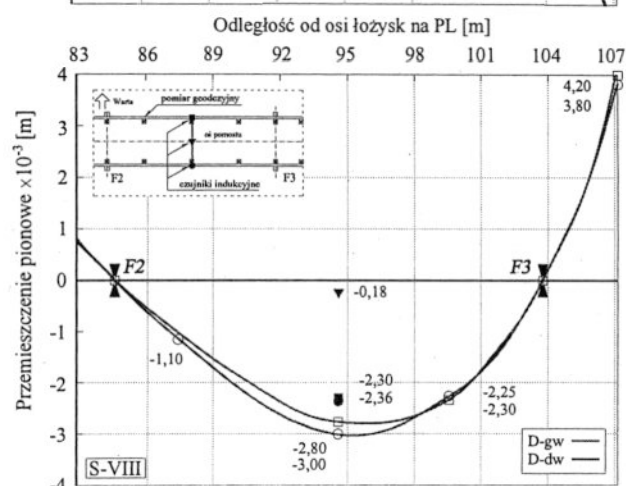
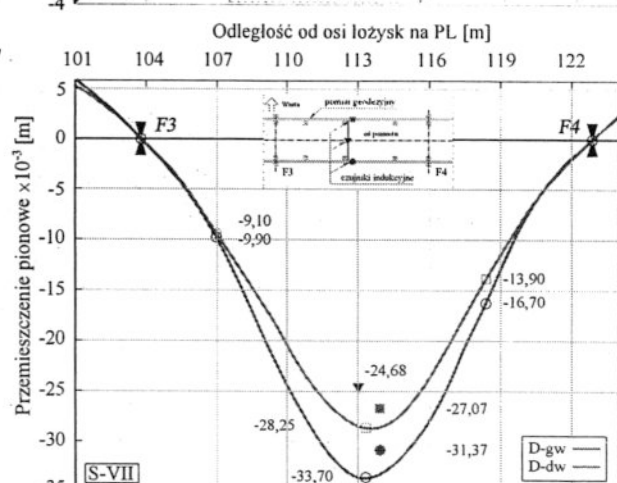
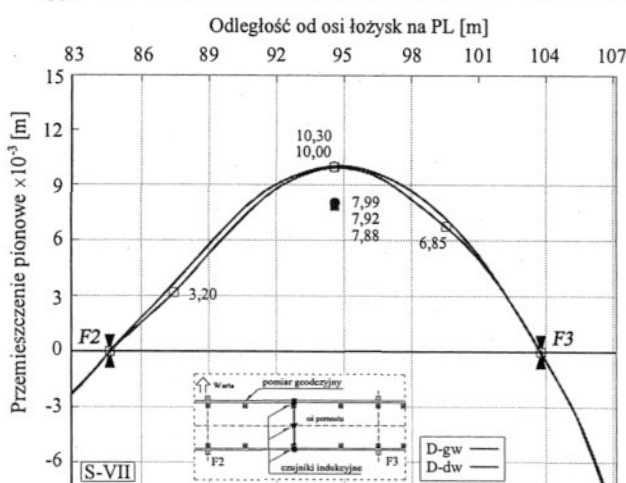
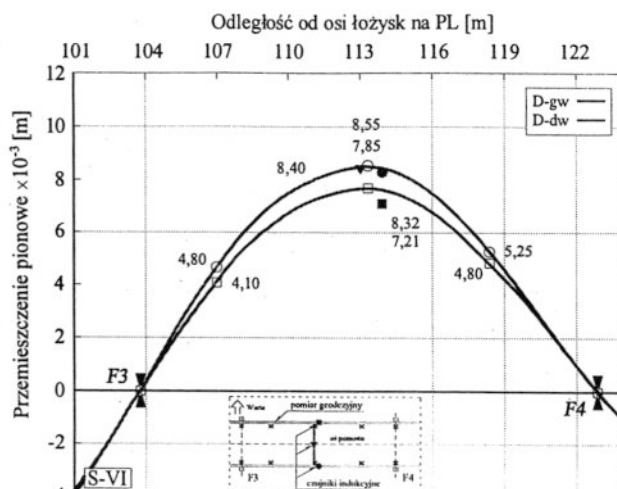
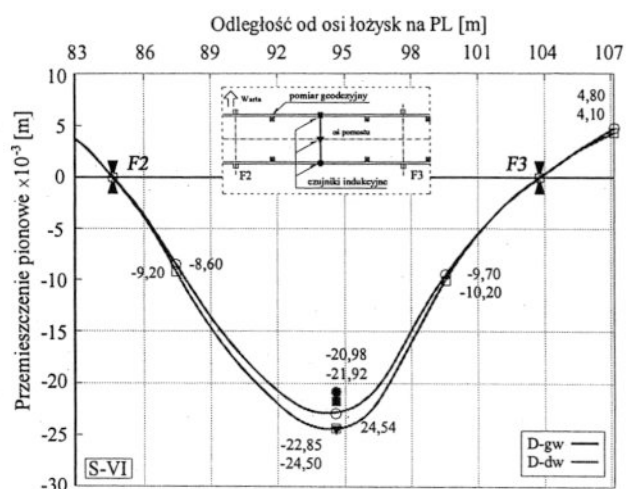
Na rysunku z1.25 przedstawiono wykresy ugięć na długości obu dźwigarów głównych dla przęsła nurtowego P2 dla pięciu pierwszych schematów obciążeń statycznych I-V, które otrzymano z pomiarów za pomocą niwelacji precyzyjnej, metody wizyjno-komputerowej oraz z zastosowaniem czujników indukcyjnych.

Na rysunkach z1.26 i z1.27 zestawiono wykresy przemieszczeń pionowych na długości obu dźwigarów głównych oraz poprzecznic środkowych dla przęseł P3 i P4 (nad terenem zalewowym) dla VI, VII i VIII schematu obciążeń statycznych, które otrzymano z pomiarów za pomocą czujników indukcyjnych oraz niwelacji precyzyjnej.

Rysunek z1.28 przedstawia wykresy przemieszczeń pionowych obu dźwigarów głównych dla przęsła P5 (nad terenem zalewowym) dla VII i VIII schematu obciążeń statycznych, które otrzymano z pomiarów aparaturą identyczną jak powyżej.

W tablicy z1.7 zestawiono maksymalne wartości przemieszczeń pionowych (ugięć) dźwigarów głównych w połowie rozpiętości teoretycznej każdego z pięciu przęseł dla ośmiu schematów statycznych obciążeń mostu, przy czym w nawiasach podano oznaczenie dźwigara głównego, dla którego zarejestrowano wartość ekstremalną.

Rys. z1.25. Przemieszczenia pionowe dźwigarów głównych na długości przęsła P2 dla schematów statycznych I-V



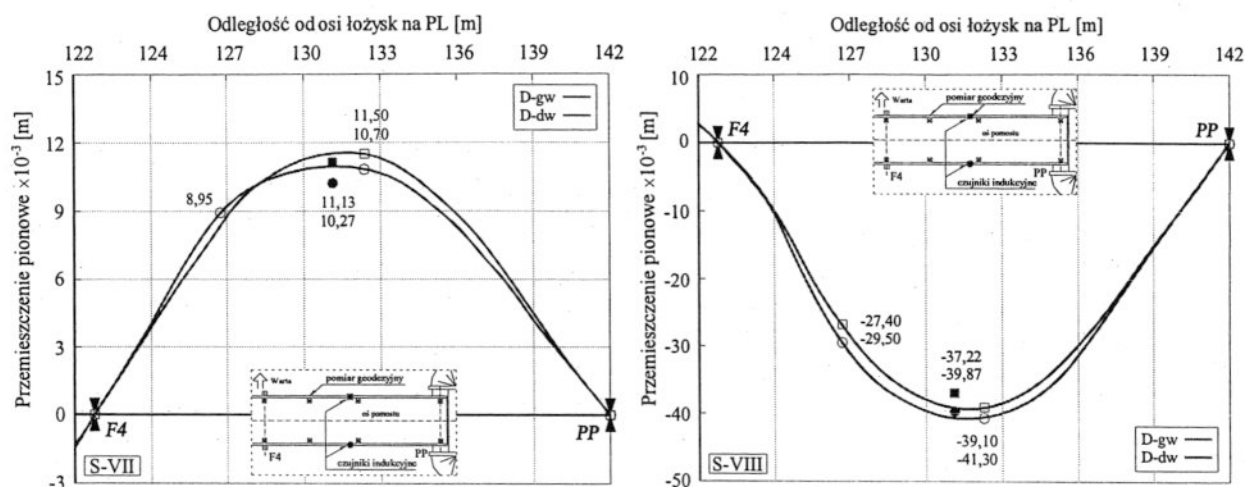
Rys. z1.26. Przeszczenia pionowe dźwigarów głównych na długości przęsla P3 dla schematów VI-VIII

Rys. z1.27. Przeszczenia pionowe dźwigarów głównych w przęśle P4 dla schematów statycznych obciążeń VI-VIII

z1.9.3. Przeszczenia poziome pylonu

Przeszczenia pylonu otrzymano z pomiarów geodezyjnych z dwóch niezależnych stanowisk w dwóch płaszczyznach pionowych, tj. równoległej i prostopadłej do osi podłużnej mostu. Pomiary wykonano dla trzech schematów obciążeń statycznych (II, III i V) dla trzech punktów zlokalizowanych na wysokości lewego słupa (od strony GW) A, B i C. Wyniki dla przeszczeń pionowej osi pylonu w płaszczyźnie równoległej do osi mostu zestawiono w tablicy z1.8 i na rys. z1.29.

Na podstawie uzyskanych wyników zauważono zależność występowania maksymalnych przeszczeń poziomych w punktach odpowiadających zamocowaniu wanty zlokalizowanej najbliższej



Rys. z1.28. Przemieszczenia pionowe dźwigarów głównych na długości przęsła P5 dla VII i VIII schematu statycznego

Tablica z1.7. Maksymalne przemieszczenia pionowe dźwigarów głównych w $[\times 10^{-3}]$ m w połowie rozpiętości każdego z 5 przęseł dla ośmiu schematów statycznych obciążeń mostu

Numer schematu statycznego	Maksymalne przemieszczenie pionowe w przęśle							
	P1	P2				P3	P4	P5
		W1	l/2	W2	W3			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
SI	-3,45 (gw)	5,10 (gw)	0,83 (gw)	1,10 (dw)	-0,50 (gw)	-1,20 (dw)	0,00	-
SII	8,10 (dw)	-80,00 (dw)	-23,30 (gw)	-23,00 (dw)	2,50 (dw)	1,65 (gw)	-0,25 (dw)	-
SIII	2,05 (dw)	-34,90 (dw)	-75,71 (gw)	-85,50 (dw)	-13,20 (dw)	6,10 (dw)	-2,00 (dw)	0,00
SIV	1,50 (dw)	-34,20 (dw)	-77,90 (gw)	-85,10 (dw)	-15,30 (gw)	8,20 (dw)	-2,50 (dw)	0,50 (gw)
SV	-1,40 (dw)	-3,10 (gw)	-19,10 (gw)	-21,20 (gw)	-47,30 (gw)	10,65 (dw)	-6,50 (dw)	2,40 (dw)
SVI	-1,00 (dw)	-0,50 (gw)	-	2,00 (gw)	7,00 (dw)	-24,50 (dw)	8,55 (gw)	-
SVII	0,00	-	-	-1,00 (gw)	-1,50 (gw)	10,30 (gw)	-33,70 (gw)	11,50 (dw)
SVIII	-	-	-	0,00	0,00	-3,00 (gw)	12,68 (dw)	-41,30 (gw)

W nawiasach podano oznaczenia dźwigarów głównych (dw / gw), odpowiednio od strony dolnej i górnej wody.

Tablica z1.8. Wychylenia pionowej osi pylonu mostu w płaszczyźnie równoległej do osi mostu

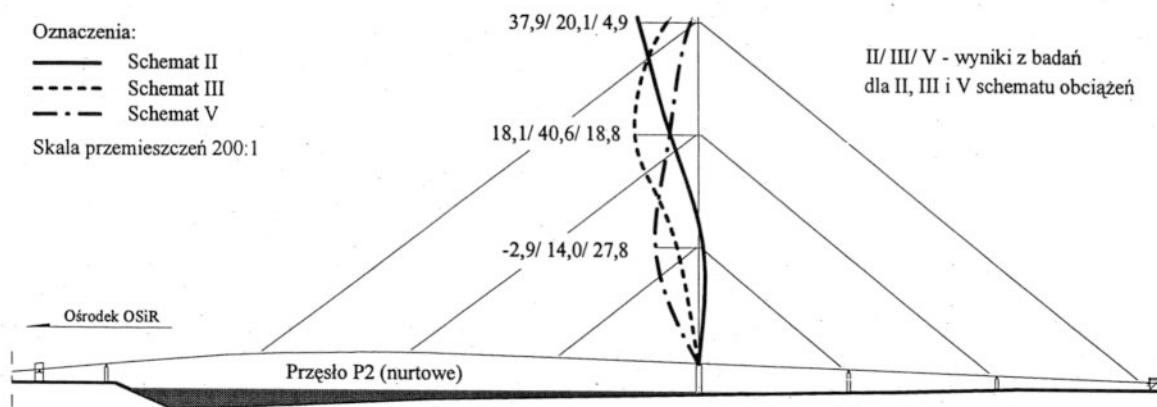
Stanowisko	Cel	Obserwacje	Schemat obciążeń		
		„zerowa”	II	III	V
		α_0	Kąt nawiązujący α_0 [g]		
			Zmiana kąta $\alpha_n - \alpha_0$ [cc]		
			Wychylenie punktu [$\times 10^{-3}$ m]		
1	2	3	4		
10	S ₂	0,00 00	0,00 00	0,00 00	0,00 00
	P ₁	90,34 89	90,35 14	90,33 72	90,32 58-
			+25	-117	231
	P ₂	90,23 51	+2,9	-13,8	-27,3
			90,22 00	90,20 14	90,21 95
	P ₃	90,18 47	-151	-337	-156
			-17,8	-39,8	-18,4
	P ₃	90,15 32	90,16 80	90,18 06	
			-315	-167	-41
	P ₃	90,18 47	-37,2	-19,7	-4,8
Przemieszczenia w płaszczyźnie lin w [$\times 10^{-3}$ m]					
P ₁	0,00	+2,9	-14,0	-27,8	
P ₂	0,00	-18,1	-40,6	-18,8	
P ₃	0,00	-37,9	-20,1	-4,9	

Odległość stanowiska - $D_1 = 75,22$ m.

Odległość stanowiska - $D_1 = 75,22$ m.

obciążanego przekroju przęsła P2 mostu. Maksymalne wartości przemieszczeń zarejestrowano w punkcie środkowym i najwyższym pylonu (B i C) i wynosiły odpowiednio -40,6 i -37,9 mm (rys. z1.29).

Przemieszczenia prawego słupa pylonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi mostu (w widoku od strony terenów rekreacyjnych) wykonano dla dwóch stanów obciążeń mostu, tj. w stanie nieobciążonym oraz dla trzeciego schematu obciążeń (z ustawieniem samochodu w środku rozpiętości przęsła nurtowego - P2). Pierwszy pomiar pozwolił na dokonanie oceny stopnia odchylenia tego elementu konstrukcyjnego od pionu. Uzyskane wartości przemieszczeń poziomych dla każdego z trzech rozpatrywanych punktów na wysokości pylonu (A, B i C) podano w tablicy z1.9 i na rys. z1.30.



Rys. z1.29. Przemieszczenia poziome pionowej osi pylonu w płaszczyźnie równoległej do osi podłużnej mostu

z1.9.4. Strzałka ugięcia want

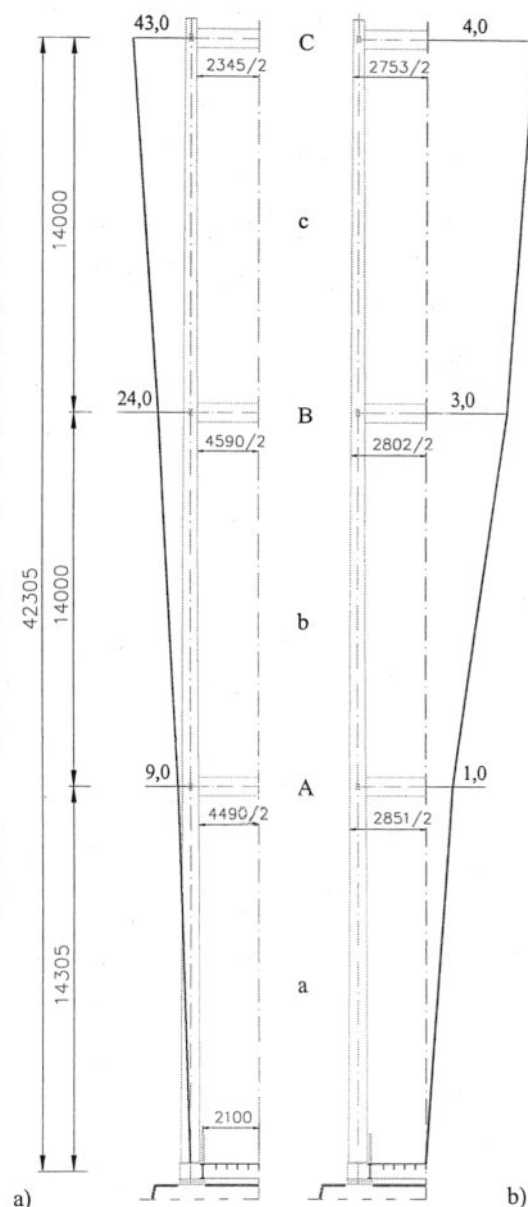
Wielkości zwisów wybranych want w trakcie badań mostu, których pomiary wykonano metodą wcięć przestrzennych, obliczono przy pomocy programu komputerowego¹. W ich wyniku otrzymano współrzędne x i y zastabilizowanych punktów na długościach lin (tablica z1.10) oraz odległości pomiędzy bazą i płaszczyznami analizowanych cięgien (tablica z1.11). W tablicy z1.12 zestawiono zmierzone obserwowane kąty, natomiast tablice z1.13–z1.16 zawierają dane i obliczenia rzędnych wysokościowych lin oraz wielkości strzałek ugięcia (zwisu).

Na rysunkach z1.31 i z1.32 przedstawiono w postaci graficznej obliczone strzałki zwisu dwóch najdłuższych want przęsła nurtowego P2, tj. W1 (od strony górnej wody) i W1' (od strony wody dolnej) bez obciążenia przęsła nurtowego mostu i po jego obciążeniu w środku rozpiętości wg III schematu obciążeń.

Na rysunkach z1.33 przedstawiono widok na zwis najdłuższych want W1 i W1' przęsła nurtowego P2 odpowiednio dla mostu nieobciążonego i obciążonego pojazdem wg III schematu obciążeń.

Tablica z1.9. Wchylenia osi pionowej pylonu mostu w płaszczyźnie prostopadłej do osi mostu w [$\times 10^{-3}$ m]

Stanowisko	Cel	Przemieszczenia w płaszczyźnie lin	
		most nieobciążony	schemat III
1	2	3	4
30	A	-9,0	-1,0
	B	-24,0	-3,0
	C	-43,0	-4,0
Odległość stanowiska – $D_2 = 75,37$ m.			



Rys. z1.30. Przemieszczenia osi pionowej pylonu w płaszczyźnie pionowej prostopadłej do osi podłużnej mostu w widoku od strony TR dla: a) mostu nieobciążonego w skali 50 : 1 oraz b) po jego obciążeniu w $l/2$ przęsła nurtowego P2 w skali 1000 : 1 (podane skale odnoszą się do aktualnych wymiarów na rysunku)

¹ Program komputerowy opracowany w Akademii Rolniczej we Wrocławiu POZ 86

Tablica z1.10. Współrzędne punktów dla ciągu W1 i W1' dla dwóch stanów obciążeń

Lp.	Opis punktu	Współrzędne wanty W1 w [m]				Błędy średnie [$\times 10^{-3}$ m]		Błąd punktu
		bez obciążenia		z obciążeniem		dx	dy	[$\times 10^{-3}$ m]
		x	y	x	y			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	20	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	0,01	0,01	0,01
2	10	100,0000	166,5670	100,0000	166,5670	0,01	0,01	0,01
3	102	176,7043	100,5817	176,7146	100,5706	1,39	0,60	1,52
4	9	176,4459	106,8205	176,4571	106,7949	1,31	0,55	1,42
5	8	176,2359	111,6459	176,2408	111,6075	1,26	0,53	1,36
6	7	175,9988	117,0488	176,0034	117,0045	1,21	0,52	1,31
7	6	175,7711	122,3560	175,7784	122,3043	1,17	0,51	1,27
8	5	175,5611	126,9748	175,5562	126,9274	1,15	0,50	1,25
9	4	175,3891	131,1354	175,3749	131,0859	1,13	0,50	1,24
10	3	175,1909	135,4077	175,1811	135,3604	1,13	0,50	1,23
11	2	174,9769	140,6518	174,9578	140,6095	1,13	0,50	1,24
12	1	174,7555	145,3584	174,7409	145,3172	1,15	0,50	1,25
13	101	174,3324	154,6633	174,3159	154,6377	1,21	0,52	1,31
Współrzędne wanty (W1') w [m]								
14	20	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	0,01/0,02	0,01/0,02	0,01/0,02
15	10	100,0000	166,5670	100,0000	166,5670	0,01/0,02	0,01/0,02	0,01/0,02
16	104	181,3472	100,7423	181,3537	100,7341	1,51/2,42	0,63/1,01	1,64/2,62
17	1	181,1000	106,9828	181,1368	106,9601	1,43/2,29	0,58/0,93	1,54/2,47
18	2	180,9306	111,7046	180,9739	111,6679	1,38/2,20	0,56/0,90	1,49/2,38
19	3	180,7335	117,4882	180,7743	117,4454	1,33/2,12	0,54/0,87	1,43/2,29
20	4	180,5625	122,3859	180,6005	122,3386	1,29/2,07	0,53/0,85	1,40/2,24
21	5	180,3987	126,9319	180,4350	126,8805	1,27/2,04	0,53/0,84	1,38/2,20
22	6	180,2549	131,1218	180,2866	131,0707	1,26/2,02	0,52/0,84	1,36/2,19
23	7	180,1102	135,3532	180,1356	135,3040	1,26/2,01	0,52/0,84	1,36/2,18
24	8	179,9230	140,7729	179,9471	140,7308	1,26/2,02	0,52/0,84	1,37/2,19
25	9	179,7705	145,2978	179,7900	145,2614	1,28/2,05	0,53/0,85	1,38/2,21
26	103	179,4304	154,8485	179,4349	154,8364	1,34/2,14	0,55/0,88	1,45/2,31

z1.10. Odształcenia jednostkowe w elementach konstrukcyjnych

z1.10.1. Uwagi ogólne

Wyniki pomiarów wartości odkształceń jednostkowych w wybranych elementach konstrukcyjnych przęsła badanego mostu (rys. z1.10–z1.15) od obciążenia wg ośmiu rzeczywistych schematów obciążeń (I–VIII) zamieszczono w pracy [90].

W punkcie tym zastawiono ekstremalne wartości odkształceń jednostkowych dla wybranych przekrojów wahaczy, dźwigarów głównych, pylonu i want – tj., dla których wykonano szczegółową analizę teoretyczną (rozdz. 6).

z1.10.2. Odształcenia jednostkowe w wahaczach

Na rysunku z1.34 przedstawiono przebiegi czasowe odkształceń jednostkowych w wahaczach 1–4 przęsła P1 mostu dla trzech pierwszych schematów obciążeń.

Ze względu na małe wartości odkształceń rejestrowanych w wahaczach przęsła P1 dla kolejnych schematów obciążeń mostu (IV–VIII) nie przedstawiono ich w pracy.

Tablica z1.11. Odległości między bazą i płaszczyzną ciągien W1 i W1' dla dwóch stanów obciążeń

Lp.	Od punktu		Do punktu		Odległość obserwowana		Poprawka		Odległość wyrównana				Błąd średni	
									bez obciążenia		z obciążeniem			
					[m]		[×10 ⁻³ m]		[m]				[×10 ⁻³ m]	
1	2		3		4		5		6		7		8	
1.	20/10	20/10	10/20	10/20	66,572	66,572(5)	-5,0	-5(-8)	66,5670	66,5670	66,5670	66,56700	0,01	0,01/0,02
2.	102	104	101	103	0,000	0,0000	0,0	0,0	54,1336	54,1401	54,1203	54,13632	0,81	0,85/1,36
3.	102	104	9	1	0,000	0,0000	0,0	0,0	6,2441	6,2454	6,2296	6,22979	0,85	0,90/1,43
4.	102	104	8	2	0,000	0,0000	0,0	0,0	11,0741	10,9702	11,0470	10,94040	0,83	0,88/1,40
5.	102	104	7	3	0,000	0,0000	0,0	0,0	16,4822	16,7571	16,4492	16,72135	0,82	0,86/1,38
6.	102	104	6	4	0,000	0,0000	0,0	0,0	21,7942	21,6579	21,7539	21,61764	0,81	0,85/1,36
7.	102	104	5	5	0,000	0,0000	0,0	0,0	26,4178	26,2067	26,3822	26,16260	0,81	0,85/1,35
8.	102	104	4	6	0,000	0,0000	0,0	0,0	30,5820	30,3991	30,5447	30,35541	0,80(1)	0,84/1,35
9.	102	104	3	7	0,000	0,0000	0,0	0,0	34,8588	34,6330	34,8236	34,59136	0,80	0,84/1,35
10.	102	104	2	8	0,000	0,0000	0,0	0,0	40,1073	40,0560	40,0774	40,02147	0,80	0,84/1,35
11.	102	104	1	9	0,000	0,0000	0,0	0,0	44,8190	44,5834	44,7901	44,55482	0,80	0,84/1,35
12.	20	20	102	104	0,000	0,0000	0,0	0,0	76,7065	81,3506	76,7167	81,35701	1,39	1,51/2,41
13.	20	20	9	1	0,000	0,0000	0,0	0,0	76,7495	81,4000	76,7585	81,43480	1,29	1,40/2,25
14.	20	20	8	2	0,000	0,0000	0,0	0,0	77,1203	81,7726	77,1194	81,81016	1,22	1,34/2,15
15.	20	20	7	3	0,000	0,0000	0,0	0,0	77,8876	82,6059	77,8824	82,63670	1,16	1,28/2,04
16.	20	20	6	4	0,000	0,0000	0,0	0,0	79,0003	83,6148	78,9927	83,63883	1,11	1,23/1,98
17.	20	20	5	5	0,000	0,0000	0,0	0,0	80,2316	84,7896	80,2111	84,80776	1,08	1,20/1,93
18.	20	20	4	6	0,000	0,0000	0,0	0,0	81,5655	86,0780	81,5334	86,08908	1,06	1,19/1,90
19.	20	20	3	7	0,000	0,0000	0,0	0,0	83,1106	87,5642	83,0816	87,56759	1,05	1,17/1,88
20.	20	20	2	8	0,000	0,0000	0,0	0,0	85,2883	89,7225	85,2514	89,72473	1,04	1,17/1,88
21.	20	20	1	9	0,000	0,0000	0,0	0,0	87,4400	91,7345	87,4062	91,73353	1,05	1,18/1,89
22.	20	20	101	103	0,000	0,0000	0,0	0,0	92,2680	96,5274	92,2395	96,52426	1,09	1,23/1,97
23.	10	10	102	104	0,000	0,0000	0,0	0,0	101,1811	104,6435	101,1961	104,65372	1,29	1,42/2,27
24.	10	10	9	1	0,000	0,0000	0,0	0,0	97,0238	100,6354	97,0485	100,67856	1,20	1,32/2,12
25.	10	10	8	2	0,000	0,0000	0,0	0,0	93,9587	97,7735	93,9852	97,82986	1,15	1,27/2,04
26.	10	10	7	3	0,000	0,0000	0,0	0,0	90,7076	94,4809	90,7357	94,53793	1,10	1,22/1,96
27.	10	10	6	4	0,000	0,0000	0,0	0,0	87,7261	91,8819	87,7585	91,93801	1,07	1,20/1,92
28.	10	10	5	5	0,000	0,0000	0,0	0,0	85,3055	89,6376	85,3231	89,69287	1,06	1,18/1,89
29.	10	10	4	6	0,000	0,0000	0,0	0,0	83,3002	87,7338	83,3083	87,78342	1,05	1,18/1,89
30.	10	10	3	7	0,000	0,0000	0,0	0,0	81,3915	85,9764	81,4006	86,01758	1,06	1,18/1,89
31.	10	10	2	8	0,000	0,0000	0,0	0,0	79,3292	83,9823	79,3250	84,01810	1,07	1,20/1,92
32.	10	10	1	9	0,000	0,0000	0,0	0,0	77,7058	82,5574	77,7030	82,58554	1,10	1,22/1,95
33.	10	10	101	103	0,000	0,0000	0,0	0,0	75,27950	80,2901	75,2673	80,29642	1,17	1,30/2,08
W kolumnach od 2 do 8 podano wartości, odpowiednio dla ciągów W1 i W1'.														

W kolumnach od 2 do 8 podano wartości, odpowiednio dla ciągien W1 i W1'.

z1.10.3. Odształcenia jednostkowe w dźwigarach głównych

Odształcenia jednostkowe w obu dźwigarach głównych rejestrowano w trzech charakterystycznych przekrojach na długości mostu, tj. T-I, T-II i T-III, odpowiednio w przęsłach nurtowym P2 i zalewowych P3 i P4. Czujniki tensometryczne umieszczono w czterech punktach na wysokości przekroju, tj. w pasach górnym i dolnym oraz na środnikach w odległości 50 mm od skrajnych włókien danego dźwigara.

W tablicach z1.17–z1.19 podano wykresy odkształceń w przekrojach dźwigarów głównych odpowiednio T-I, T-II i T-III dla wybranych charakterystycznych dla danego przekroju schematach obciążeń statycznych.

Tablica z1.12. Kąt obserwowany dla ciągów W1 i W1' dla dwóch stanów obciążeń

Lp.	Punkty						Kąt obserwowany w [grad]				Błąd średni	
	L		P		C		bez obciążenia		z obciążeniem		[cc]	
1	2		3		4		5		6		7	
1	10/20	10	102	104	20/10	20	300,483	300,581	54,772	300,574	5,0	5,0
2.	10/20	10	9	1	20/10	20	305,665	305,468	57,759	305,448	5,0	5,0
3.	10/20	10	8	2	20/10	20	309,651	309,144	60,237	309,111	5,0	5,0
4.	10/20	10	7	3	20/10	20	314,049	313,580	63,213	313,542	5,0	5,0
5.	10/20	10	6	4	20/10	20	318,265	317,255	66,345	317,212	5,0	5,0
6.	10/20	10	5	5	20/10	20	321,829	320,578	69,241	320,532	5,0	5,0
7.	10/20	10	4	6	20/10	20	324,934	323,551	71,991	323,507	5,0	5,0
8.	10/20	10	3	7	20/10	20	328,018	326,458	74,953	326,418	5,0	5,0
9.	10/20	10	2	8	20/10	20	331,629	330,032	78,777	329,997	5,0	5,0
10.	10/20	10	1	9	20/10	20	334,720	332,878	82,365	332,849	5,0	5,0
11.	10/20	10	101	103	20/10	20	340,367	338,473	89,867	338,465	5,0	5,0
12.	20/10	20	102	104	10/20	10	54,773	56,690	300,474	56,688	5,0	5,0
13.	20/10	20	9	1	10/20	10	57,767	59,661	305,643	59,664	5,0	5,0
14.	20/10	20	8	2	10/20	10	60,256	62,074	309,619	62,070	5,0	5,0
15.	20/10	20	7	3	10/20	10	63,237	65,227	314,013	65,216	5,0	5,0
16.	20/10	20	6	4	10/20	10	66,375	68,066	318,223	68,050	5,0	5,0
17.	20/10	20	5	5	10/20	10	69,274	70,842	321,795	70,820	5,0	5,0
18.	20/10	20	4	6	10/20	10	72,030	73,523	324,902	73,499	5,0	5,0
19.	20/10	20	3	7	10/20	10	74,990	76,347	327,988	76,320	5,0	5,0
20.	20/10	20	2	8	10/20	10	78,814	80,126	331,608	80,101	5,0	5,0
21.	20/10	20	1	9	10/20	10	82,401	83,412	334,699	83,389	5,0	5,0
22.	20/10	20	101	103	10/20	10	89,891	90,675	340,360	90,666	5,0	5,0

W kolumnach od 2 do 8 podano wartości, odpowiednio dla ciągów W1 i W1'.

Tablica z1.13. Rzędne wysokościowe i strzałki ugięcia dla ciągu W1 bez obciążenia w [m]

Stanowisko	Nr punktu	Odległość b_i	Kąt pionowy β	Wysokość punktu h	Odległość d_i	h_o	h_f	h_{fg}	f
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	102	76,706	3,1143	3,755	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	9	76,749	6,8600	8,302	6,244	4,713	0,166	0,168	0,134
	8	77,120	9,7031	11,846	11,074	8,358	0,267	0,267	0,213
	7	77,887	12,7749	15,843	16,482	12,440	0,352	0,353	0,282
	6	79,000	15,6380	19,806	21,794	16,449	0,398	0,402	0,321
	5	80,232	17,9778	23,279	26,418	19,939	0,415	0,416	0,332
	4	81,565	19,9520	26,434	30,581	23,081	0,402	0,407	0,325
	3	83,110	21,8401	29,686	34,859	26,310	0,379	0,387	0,309
	2	85,288	23,9631	33,711	40,107	30,271	0,315	0,318	0,254
	1	87,440	25,6983	37,347	44,819	33,828	0,236	0,239	0,191
10	101	92,268	28,6797	44,627	54,133	40,858	+0,014	0,000	0,000
	102	101,181	2,4738	3,934	—	—	0	—	—
	9	97,024	5,5478	8,476	—	—	0,170	—	—
	8	93,959	8,1034	12,025	—	—	0,267	—	—
	7	90,708	11,1288	16,020	—	—	0,354	—	—
	6	87,726	14,2541	19,977	—	—	0,406	—	—
	5	85,305	17,0835	23,457	—	—	0,416	—	—
	4	83,300	19,6799	26,603	—	—	0,412	—	—
	3	81,391	22,3773	29,849	—	—	0,395	—	—
	2	79,329	25,6985	33,883	—	—	0,321	—	—
	1	77,706	28,6368	37,519	—	—	0,242	—	—
	101	75,279	34,1624	44,779	—	—	0,013	—	—

Tablica z1.14. Rzędne wysokościowe i strzałki ugięcia dla ciągu W1 z obciążeniem w [m]

Stanowisko	Nr punktu	Odległość b_i	Kąt pionowy β	Wysokość punktu h	Odległość d_i	h_o	h_f	h_{fsr}	f
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	102	76,716	3,0695	3,702	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	9	76,758	6,8356	8,273	6,229	4,706	0,135	0,134	0,106
	8	77,119	9,6929	11,833	11,047	8,346	0,215	0,214	0,171
	7	77,882	12,7786	15,846	16,449	12,427	0,283	0,281	0,224
	6	78,993	15,6487	19,818	21,754	16,435	0,319	0,319	0,254
	5	80,211	17,9934	23,294	26,382	19,932	0,340	0,340	0,271
	4	81,533	19,9685	26,447	30,544	23,076	0,331	0,330	0,263
	3	83,082	21,8590	29,703	34,823	26,309	0,308	0,309	0,246
	2	85,251	23,9799	33,722	40,077	30,278	0,258	0,259	0,207
	1	87,406	25,7107	37,353	44,790	33,839	0,188	0,185	0,147
	101	92,239	28,6695	44,595	54,120	40,891	0,002	0,000	0,000
10	102	101,196	2,4443	3,887	–	–	0,000	–	–
	9	97,048	5,5358	8,460	–	–	0,133	–	–
	8	93,985	8,0984	12,021	–	–	0,212	–	–
	7	90,736	11,1355	16,035	–	–	0,279	–	–
	6	87,758	14,2671	20,003	–	–	0,319	–	–
	5	85,323	17,0942	23,477	–	–	0,341	–	–
	4	83,308	19,6998	26,635	–	–	0,328	–	–
	3	81,400	22,4008	29,886	–	–	0,310	–	–
	2	79,325	25,7138	33,904	–	–	0,260	–	–
	1	77,703	28,6541	37,544	–	–	0,181	–	–
	101	75,267	34,1648	44,776	–	–	0,000	–	–

Tablica z1.15. Rzędne wysokościowe i strzałki ugięcia dla ciągu W1' bez obciążenia w [m]

Stanowisko	Nr punktu	Odległość b_i	Kąt pionowy β	Wysokość punktu h	Odległość d_i	h_o	h_f	h_{fsr}	f
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	104	81,357	2,9887	3,8222	0,0000	0,000	–	–	–
	1	81,435	6,5011	8,345	6,2298	4,695	0,172	0,177	0,141
	2	81,810	9,1245	11,807	10,9404	8,245	0,260	0,265	0,211
	3	82,637	12,2361	16,082	16,7214	12,602	0,342	0,345	0,275
	4	83,639	14,1489	19,731	21,6176	16,292	0,383	0,385	0,307
	5	84,803	16,9552	23,137	26,1626	19,718	0,403	0,403	0,322
	6	86,089	18,8774	26,303	30,3554	22,817	0,396	0,395	0,315
	7	87,568	20,7019	29,524	34,5914	26,070	0,368	0,368	0,294
	8	89,725	22,8574	33,675	40,0215	30,162	0,309	0,307	0,245
	9	91,734	24,5093	37,172	44,5548	33,579	0,229	0,231	0,184
	103	96,5243	27,5672	44,6219	54,1363	40,800	–	–	–
10	104	104,6537	2,4376	4,0091	0,0000	0,000	–	–	–
	1	100,679	5,3766	8,523	–	–	0,181	–	–
	2	97,830	7,7605	11,985	–	–	0,269	–	–
	3	94,538	10,8452	16,263	–	–	0,348	–	–
	4	91,938	13,5805	19,915	–	–	0,386	–	–
	5	89,693	16,1962	23,324	–	–	0,403	–	–
	6	87,783	18,6600	25,493	–	–	0,393	–	–
	7	86,018	21,1718	29,710	–	–	0,369	–	–
	8	84,018	24,3926	33,866	–	–	0,305	–	–
	9	82,586	27,0422	37,355	–	–	0,233	–	–
	103	80,2964	32,4039	44,8091	–	–	–	–	–

Tablica z1.16. Rzędne wysokościowe i strzałki ugięcia dla ciągu W1' z obciążeniem w [m]

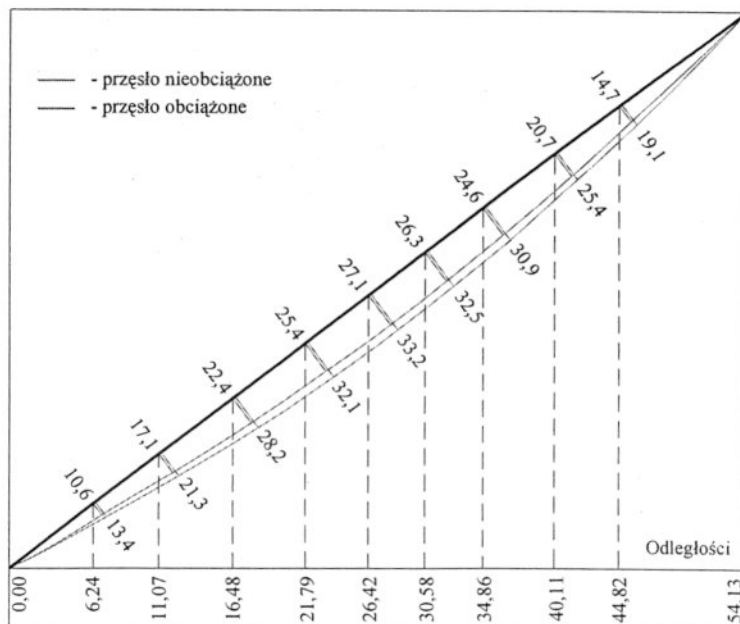
Stanowisko	Nr punktu	Odległość b_i	Kąt pionowy β	Wysokość punktu h	Odległość d_i	h_o	h_f	h_{fsr}	f
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	104	81,351	2,9429	3,763	0,000				
	1	81,400	6,4793	8,313	6,245	4,713	0,163	0,167	0,133
	2	81,773	9,1168	11,791	10,970	8,278	0,250	0,256	0,204
	3	82,606	12,2411	16,082	16,757	12,645	0,326	0,331	0,264
	4	83,615	14,7668	19,750	21,658	16,343	0,355	0,365	0,291
	5	84,790	16,9731	23,157	26,207	19,776	0,382	0,390	0,311
	6	86,078	18,8988	26,331	30,399	22,940	0,372	0,382	0,305
	7	87,564	20,7213	29,552	34,633	26,135	0,346	0,355	0,283
	8	89,722	22,8727	33,698	40,056	30,227	0,292	0,301	0,240
	9	91,734	24,5192	37,188	44,583	33,643	0,218	0,228	0,182
10	103	96,527	27,5646	44,618	54,140	40,855	–	–	–
	104	104,643	2,4051	3,955	–	0,000	–	–	–
	1	100,635	5,3633	8,498	–	–	0,170	–	–
	2	97,773	7,7561	11,971	–	–	0,262	–	–
	3	94,481	10,8526	16,264	–	–	0,336	–	–
	4	91,882	13,5943	19,924	–	–	0,374	–	–
	5	89,638	16,2115	23,333	–	–	0,398	–	–
	6	87,734	18,6761	26,503	–	–	0,392	–	–
	7	85,976	21,1916	29,726	–	–	0,364	–	–
	8	83,982	24,4059	33,872	–	–	0,310	–	–
104	9	82,557	27,0533	37,359	–	–	0,239	–	–
	103	80,290	32,4064	44,810	–	–	–	–	–
104	103				54,140	–	–	–	–

z1.10.4. Odkształcenia jednostkowe w pylonie

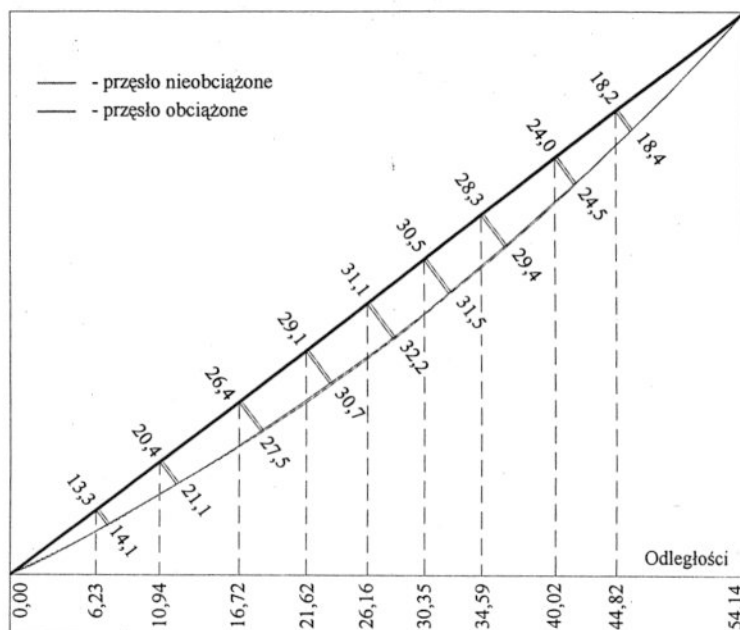
Na wysokości słupa (od strony górnej wody) pylonu badanego mostu umieszczono w sumie 3 czujniki tensometryczne (po jednym dla każdego z poziomów mocowania want – A, B i C). Na rysunkach z1.35– z1.37 podano w formie graficznej zarejestrowane wyniki odkształceń jednostkowych w tym elemencie konstrukcyjnym dla wszystkich schematów obciążeń (I–VIII).

z1.10.5. Odkształcenia jednostkowe w wantach

Odkształcenia jednostkowe we wszystkich wantach (od strony górnej wody) rejestrowano za pomocą tensometrów umieszczonych na zewnętrznej warstwie drutów złożonych z profilów zamkniętych. Należy przy tym mieć na uwadze, że tak wykonany pomiar obarczony był większym błędem ze względu na niejednorodną budowę lin, w których rdzeń przekroju może przenosić większe obciążenia w



Rys. z1.31. Strzałki zwisu wanty prawej W1 dla mostu nieobciążonego i pod obciążeniem w skali skażonej 10 : 1

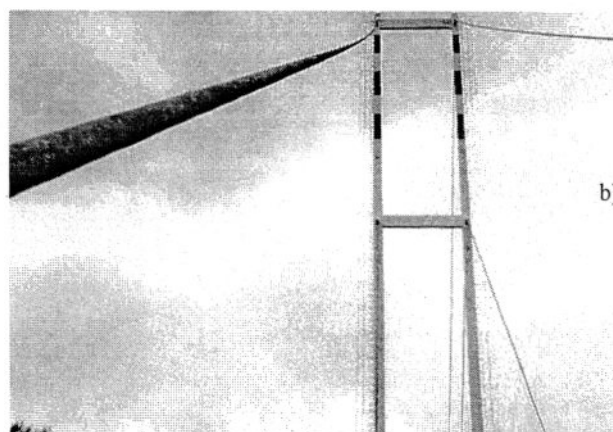
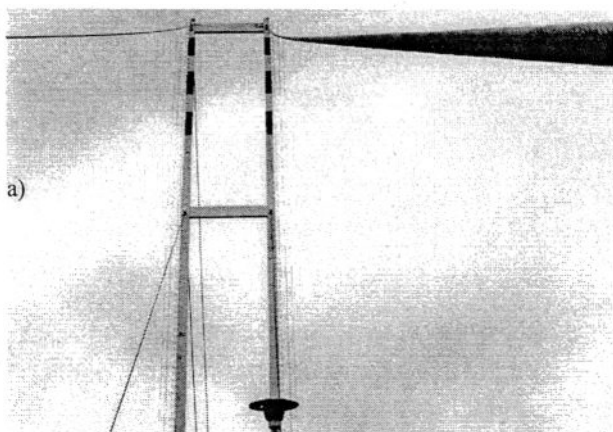


Rys. z1.32. Strzałki zwisu wanty lewej W1' dla mostu nieobciążonego i pod obciążeniem w skali skażonej 10 : 1

stosunku do warstw zewnętrznych lub na odwrót, w zależności od jakości wykonania zakotwień want. W trakcie przeprowadzanych pomiarów, z przyczyn technicznych, nie wykonano rejestrów dla want przęsła nurtowego od strony dolnej wody (W1'–W3').

W celu weryfikacji dokładności wykonanych pomiarów, przeprowadzono również jednoczesny pomiar odkształceń w obu prętach stalowych zakotwienia dolnego (rys. z1.15) dla ciągu W2 (przęsło P2).

Na rysunkach z1.38– z1.41 przedstawiono maksymalne odkształcenia jednostkowe w wantach od strony górnej wody dla wszystkich schematów obciążeń statycznych mostu.



Rys. z1.33. Widok na zwis want W1 i W1' w przęśle nurtowym P2 mostu: a) nieobciążonego i b) obciążonego wg III schematu obciążeń statycznych

z1.11. Analiza wyników otrzymanych z badań doświadczalnych

z1.11.1. Uwagi ogólne

W załączniku nr 1 opisano badania doświadczalne stalowego mostu wantowego w skali naturalnej w zakresie obciążeń statycznych. Podczas prowadzonego eksperymentu dokonano pomiarów wielkości przemieszczeń dźwigarów głównych, pylonu i wybranych want oraz odkształceń jednostkowych dla wyżej wymienionych elementów konstrukcyjnych wraz z elementami pomostu (blacha pomostowa, podłużnice i poprzecznice płyty ortotropowej pomostu) pod znanym obciążeniem statycznym. Dokonano również analizy imperfekcji geometrycznych układu pomost–podpora–pylon w stosunku do stanu projektowego.

Przeprowadzone badania pozwoliły ustalić zachowanie się badanego mostu w wybranych przekrojach poprzecznych pomostu, pylonu i want. Wszystkie pomiary przeprowadzone zostały zgodnie z ogólnie przyjętą metodyką podaną w punktach z1.2, z1.4 i z1.5.

Tak przedstawione zestawienie i porównanie było podstawą do sprawdzenia zgodności wyników pomiarów i obliczeń, oraz oceny przydatności przyjętych metod w zastosowaniu do innych tego typu konstrukcji (rozdz. 6 i 7).

z1.11.2. Analiza imperfekcji geometrycznych

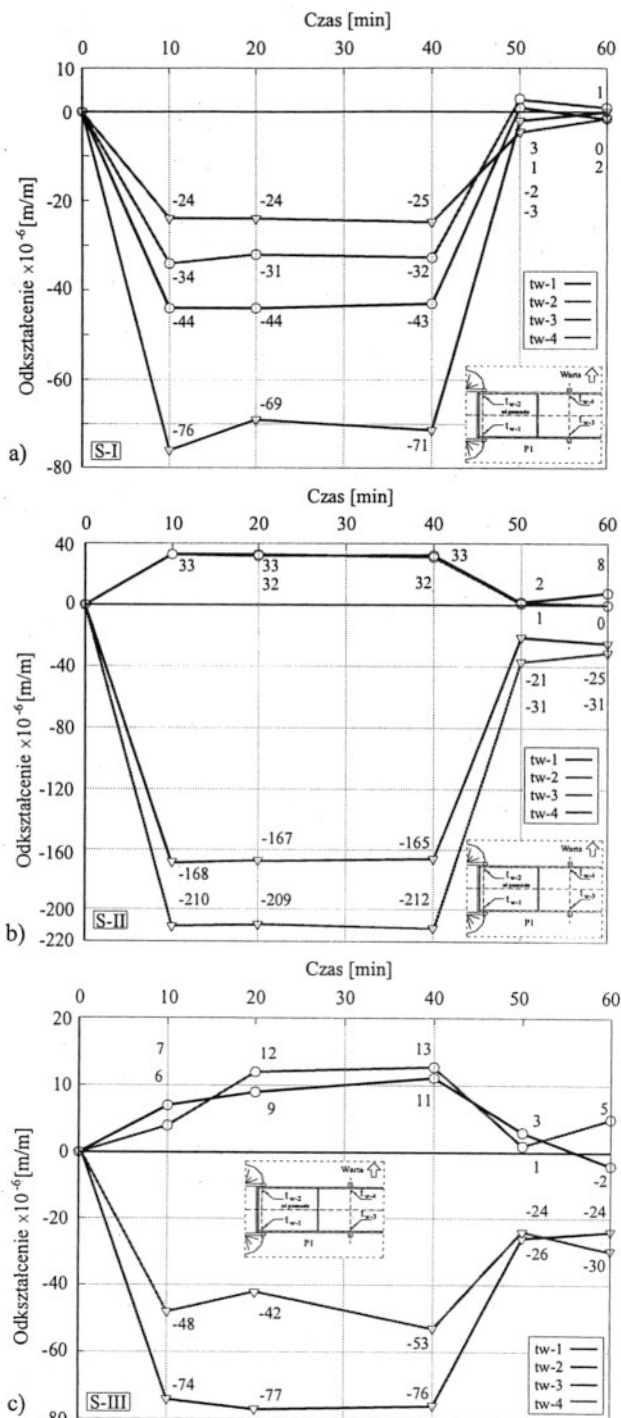
Uwagi wstępne. Na powstawanie i wielkość imperfekcji geometrycznych konstrukcji mostu mają wpływ dwa zasadnicze czynniki, tj. niedokładności związane z montażem obiektu, jak również niewłaściwa jego eksploatacja. W przypadku badanego obiektu wykonano pomiary imperfekcji geometrycznych dla obu dźwigarów głównych, wahaczy, pylonu, a także wybranych want w przęśle nurtowym P2.

Rozstaw podpór. W celu wiernego odwzorowania konstrukcji badanego mostu do potrzeb analizy teoretycznej wykonano precyzyjny pomiar aktualnego rozstawu osiowego wszystkich podpór obiektu oraz lokalizacji zakotwień want w pomoście (por. p. z1.9.1). W tablicy z1.4 oraz na rys. z1.22 podano relacje między stanem projektowym i rzeczywistym dla tych wielkości geometrycznych, przy czym maksymalną różnicę zarejestrowano dla przęsła P1 o wartości 7,24%, najmniejszą zaś dla przęsła P4, nie odbiegającą od założeń projektowych [50]. Dla całkowitej długości obiektu wynoszącej w trakcie wykonywania pomiarów 141,98 m, różnica ta nie była znacząca, gdyż wynosiła zaledwie 0,01%.

Średnie odstępstwa dla rozstawu zakotwień want w pomoście wynosiły około 1–2% w stosunku do danych projektowych, z wyjątkiem odległości między zakotwieniem wanty W1 i osią pylonu, gdzie różnica osiągnęła wartość 2,99%.

Dźwigary główne. Dla dźwigarów głównych wykonano dwa rodzaje pomiarów imperfekcji geometrycznych, tzn. sprawdzając ich wzajemny rozstaw oraz przemieszczenia pionowe (ugięcia) względem rzędnych projektowych. W punkcie z1.9.1 podano dla nich stosowne zestawienie tabelaryczne tych wielkości (tablice z1.2, z1.3 i z1.5) wraz z linią niwelety przęseł mostu (rys. z1.23) oraz punktami pomiarowymi (rys. z1.21 i z1.23).

Rozważając rozstaw osiowy dźwigarów głównych zauważono, że w stosunku do stanu projektowego, gdzie $l_d = 4,200$ m, odstępstwa od tego wymiaru zawierały się w granicach 4,169 nad przyczółkiem lewobrzeżnym (PL) do 4,210 m – nad filarem F3. Tak więc różnice te były stosunkowo niewielkie i nie przekroczyły 1%.



Rys. z1.34. Przebiegi odkształceń jednostkowych w czterech wahaczach przęsła P1 mostu od schematu obciążenia: a) I, b) II i c) III

Tablica z1.17. Odształcenia jednostkowe w $[\times 10^{-6} \text{ m/m}]$ w dźwigarach głównych w przekroju T-I dla siedmiu schematów obciążeń (II-VIII)

Lp.	Dźwigar	Odształcenia w przekroju T-I w przęśle P2 dla schematu obciążeń			
		II	III	IV	
1	2	3	4	5	
1.	GW				
2.	DW				
Schematy:		V	VI	VII	VIII
1.	GW		—	—	—
2.	DW				

Tablica z1.18. Odształcenia jednostkowe w $[\times 10^{-6} \text{ m/m}]$ w dźwigarach głównych w przekroju T-II dla trzech schematów obciążeń (VI-VIII)

Lp.	Dźwigar	Odształcenia w przekroju T-II w przęśle P3 dla schematu obciążeń		
		VI	SVII	SVIII
1	2	3	4	5
1.	GW			
2.	DW			

Na szczególną uwagę zasługują jednak wykonane pomiary niwelety mostu nad dźwigarami głównymi (tablica z1.5 i rys. z1.23), na podstawie których zauważono nie tylko znaczne odstępstwa od stanu projektowego, lecz również znaczące różnice między wysokościowym wzajemnym położeniem obu

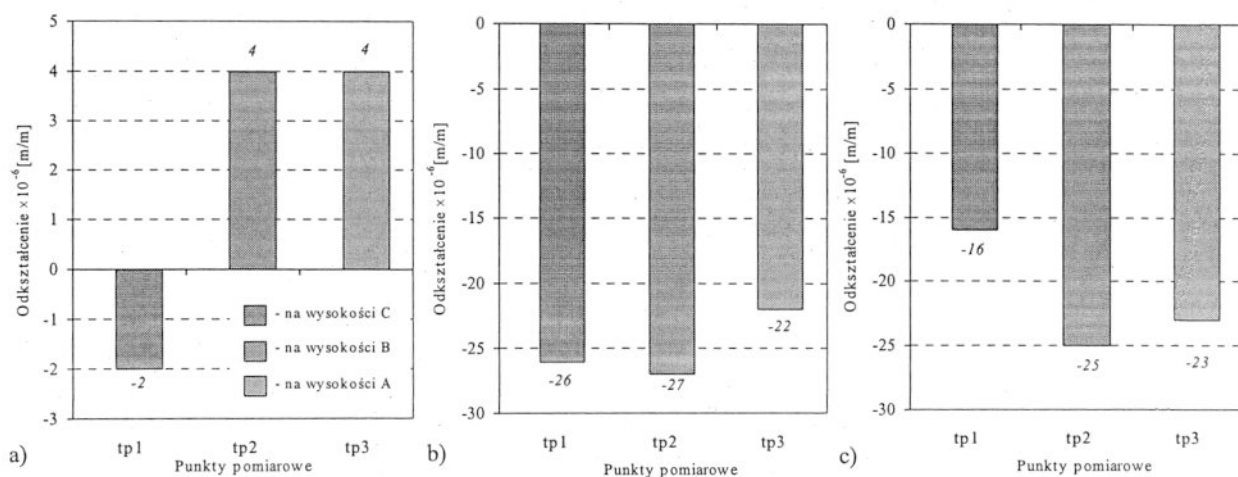
dźwigarów. Niweleta obu tych elementów przebiegała znacznie poniżej projektowanego poziomu, przy czym największe różnice zanotowano dla przęsła nurtowego P2, sięgające dla punktu w2 (mocowania wanty W2) wartość 0,478 m. Z kolei w przęsłach P3 i P4 znajdowała się ona nieco powyżej projektowanego poziomu (około 0,03–0,09 m).

Tablica z1.19. Odształcenia jednostkowe w $[\times 10^{-6} \text{ m/m}]$ w dźwigarze głównym od strony dolnej wody (dw) w przekroju T-III dla trzech schematów obciążeń (VI-VIII)

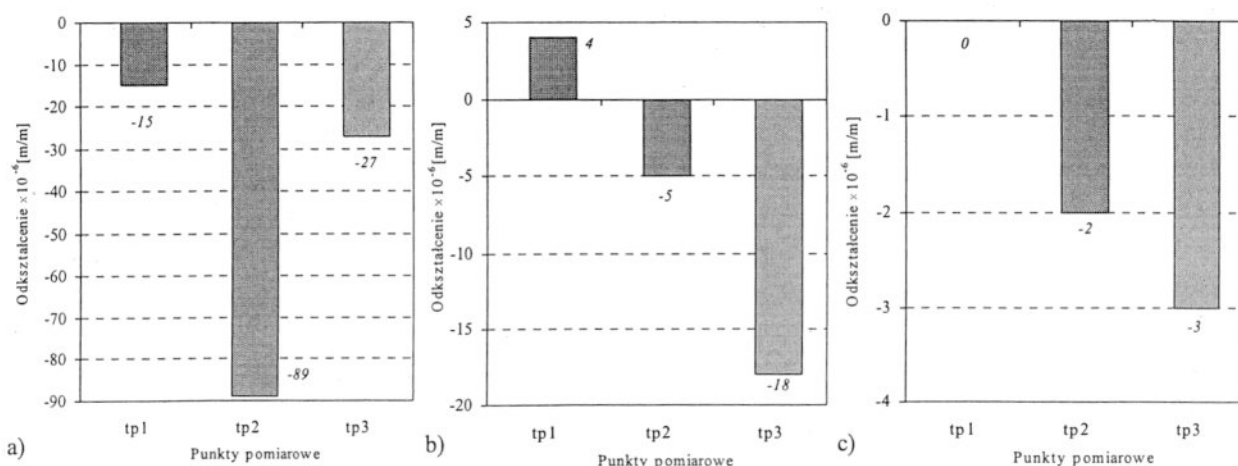
Lp.	Odształcenia w dźwigarze DW w przekroju T-III (przęsło P4) dla schematu obciążeń		
	VI	VII	VIII
1	2	3	4
1.			

Odnośnie poziomu wzajemnego położenia dźwigarów głównych w danym przekroju, największe różnice zarejestrowano dla punktów p23 – 8,70% i p24 – 6,45% (obydwa dla przęsła P2).

Wahacze. Zgodnie z projektem technicznym mostu [50], osiowy rozstaw przegubów w łożyskach przęseł obiektu (długość wahaczy) powinna być zestandaryzowana i wynosić $w_s = 0,300 \text{ m}$ (rys. z1.20). W wyniku przeprowadzonych pomiarów okazało się jednak, że rozstaw ten praktycznie dla każdego łożyska jest inny (tablica z1.2) i największy jest dla wahaczy położonych na przyczółku lewobrzeżnym (PL) $w_{PL} = 0,5775 \text{ m}$, natomiast najmniejszy nad filarem F1 – $w_{F1} = 0,126 \text{ m}$, co stanowi odpowiednio +192 i – 58% nominalnego ich rozstawu.

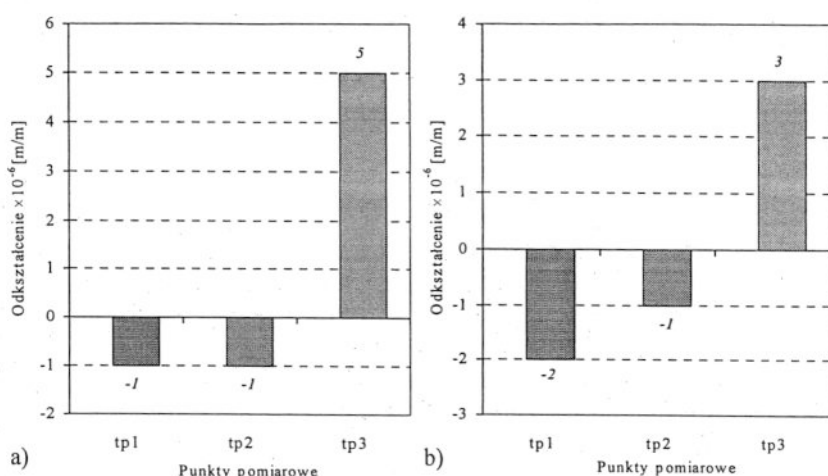


Rys. z1.35. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe we wszystkich punktach pomiarowych na wysokości pylonu dla schematu obciążeń: a) I, b) II i c) III

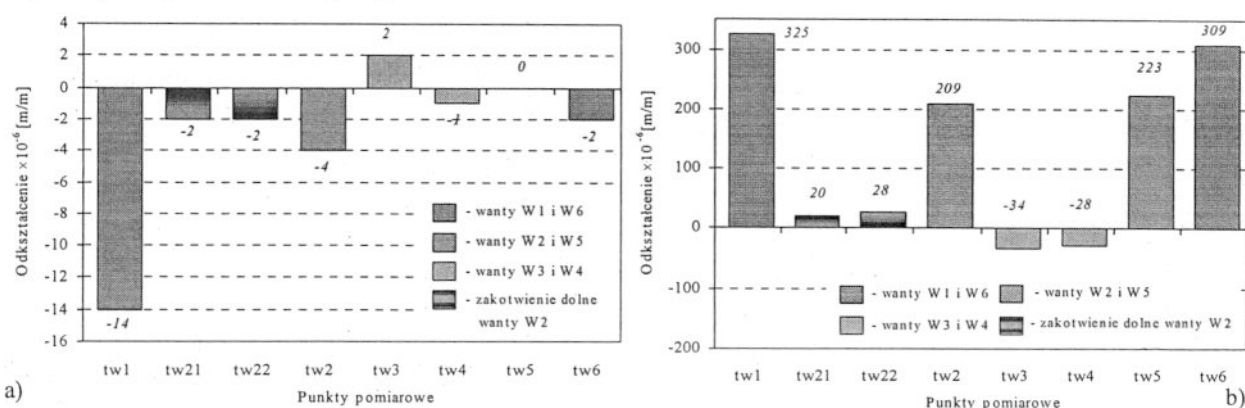


Rys. z1.36. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe we wszystkich punktach pomiarowych na wysokości pylonu dla schematu obciążeń: a) IV, b) V i c) VI

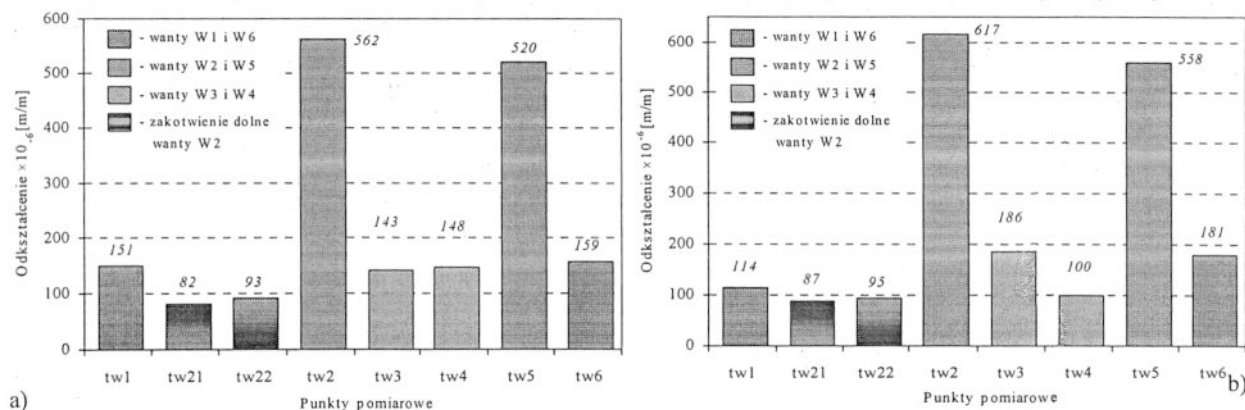
Pionowość pylonu. Pomiar odchyłki osi pionowej pylonu wykonano dla trzech punktów na jego wysokości w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach pionowych, odpowiednio równoległej i prostopadłej do osi podłużnej mostu (tablica z1.6, rys. z1.3 i z1.30). Największe różnice stwierdzono dla płaszczyzny równoległej do osi podłużnej mostu (w widoku z boku), które wynosiły odpowiednio 0,782,



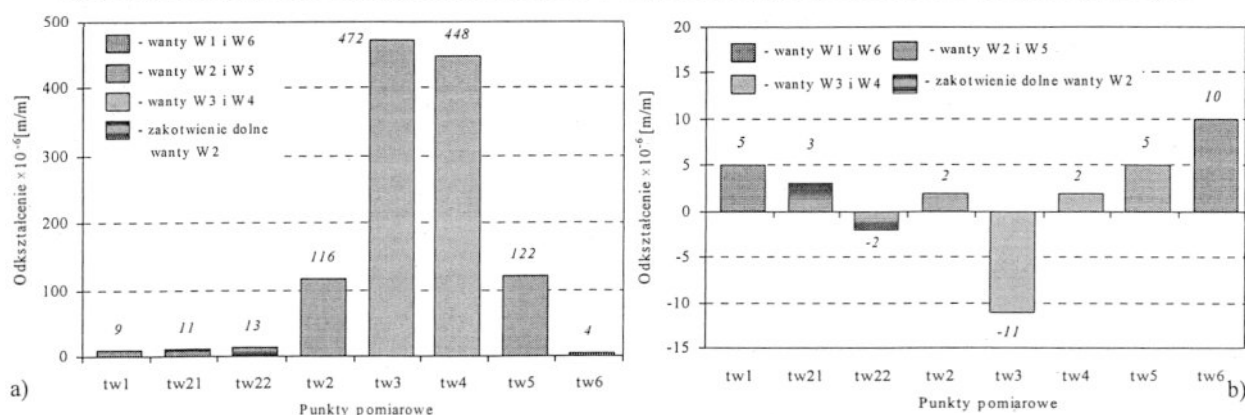
Rys. z1.37. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe we wszystkich punktach pomiarowych pylonu dla schematów obciążeń: a) VII i b) VIII



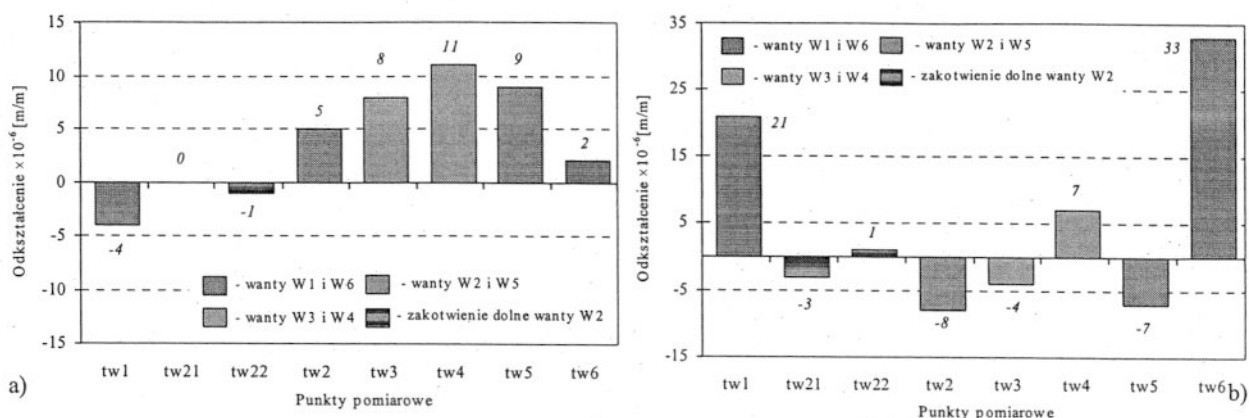
Rys. z1.38. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe w wantach mostu (GW) dla schematów obciążeń: a) I i b) II



Rys. z1.39. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe w wantach mostu (GW) dla schematów obciążeń: a) III i b) IV



Rys. z1.40. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe w wantach mostu (GW) dla schematów obciążeń: a) V i b) VI



Rys. z1.41. Zarejestrowane odkształcenia jednostkowe w wantach mostu (GW) dla schematów obciążeń: a) VII i b) VIII

0,564 i 0,301 m w kierunku przęsła nurtowego P2 odpowiednio dla punktów C, B i A. W płaszczyźnie prostopadłej do poprzedniej wynosiły one odpowiednio: 0,043, 0,024 i 0,09 m w kierunku górnej wody.

z1.11.3. Analiza przemieszczeń

Ugięcia dźwigarów głównych i poprzecznic. Pomiar geodezyjny wykonano dla każdego przęsła mostu i dla każdego z ośmiu schematów statycznych obciążeń, natomiast pozostałe dwie zastosowane metody (czujniki indukcyjne oraz metoda wizyjno-komputerowa) miały na celu zweryfikowanie uzyskanych wyników. Dlatego czujniki indukcyjne zlokalizowano w dostępnych punktach, a więc w przęsłach P1, P3–P5, oraz częściowo dla P2, natomiast metodą wizyjno-komputerową wykonano pomiar przemieszczeń punktu w środku rozpiętości przęsła P2 (nurtowego). Szczególną uwagę poświęcono zachowaniu się nurtowego najdłuższego przęsła (P2) oraz przęsłom z nim sąsiadującym – P1 i P3.

Na rysunkach z1.24–z1.27 przedstawiono w postaci graficznej wykresy ugięć dla dwóch dźwigarów głównych, natomiast w tablicy z1.7 podano maksymalne przemieszczenia w $l/2$ każdego z przęsł dla wszystkich rozważanych schematów obciążeń. Pomiary przemieszczeń wybranych poprzecznic wykonano metodą konwencjonalną, wykorzystującą czujniki mechaniczne, w przęsłach P1, P2, P3 i P4. W zależności od schematu obciążeń, dla przęsł krótszych o rozpiętościach do 20 m, maksymalne zarejestrowane ugięcie wynosiło –41,3 mm dla przęsła P5, a najmniejsze dla przęsła P1 (o mniejszej rozpiętości), wynoszące –3,45 mm. Niemal dla wszystkich wykonanych pomiarów przemieszczeń, wyniki uzyskane z metody geodezyjnej były nieco większe od tych, uzyskanych za pomocą czujników indukcyjnych, bądź metodą wizyjno-komputerową.

Zrealizowane pomiary wykazały, że przemieszczenia pionowe obu dźwigarów głównych w danym przekroju poprzecznym mostu różniły się między sobą. Dla przęsła P1 zauważono, że w trakcie jego obciążenia nieco bardziej ugina się dźwigar od strony górnej wody, a przy obciążeniu przęsła sąsiedniego (P2) – maksimum przemieszczeń pionowych osiąga dźwigar od strony dolnej wody, przy czym największa różnica wzajemnych ugięć obu dźwigarów w tym przęśle wynosiła 8,4% dla III schematu obciążeń. W przypadku przęsła P1 trudno odnieść się do porównania wartości uzyskanych z czujników indukcyjnych w stosunku do pomiarów geodezyjnych, gdyż punkty pomiarowe nie pokrywały się ze sobą. Na poprzecznicy środkowej zarejestrowano mniejsze przemieszczenia w stosunku do dźwigarów głównych – średnio o około 13% przy obciążeniu przęsła P1 i 21,4% – przy obciążeniu przęsła sąsiedniego (P2).

W przypadku obciążenia przęsła P3 (na terenie zalewowym od strony TR) dźwigar główny od strony dolnej wody wykazywał większe przemieszczenia o 7,2% w stosunku do dźwigara przeciwnego, natomiast przy obciążeniu przęsła sąsiedniego (P4) nieco większym przemieszczeniom podlegał dźwigar od strony górnej wody. W przęśle tym mniejsze ugięcia zarejestrowano dla poprzecznic środkowych w porównaniu z dźwigarami średnio o ponad 18%. Na uwagę przy tym

zasługuje zachowanie się poprzecznicy przęsła P3 w trakcie realizacji schematu VIII, która przemieściła się o wartość ponad dziesięciokrotnie mniejszą ($-0,18$ mm) w porównaniu z dźwigarami głównymi ($-2,36$ i $-2,30$ mm).

Na rysunku z1.25 przedstawiono krzywe ugięć obu dźwigarów głównych w przęśle nurtowym P2 dla pięciu schematów obciążeń statycznych (I-V), przy czym dla czterech z nich obciążenie ustawiano w różnych punktach zlokalizowanych na długości tego przęsła. Praktycznie dla każdego, z wyjątkiem V schematu obciążeń, największe przemieszczenia zauważono dla dźwigara od strony dolnej wody, które wynosiły odpowiednio: 80,0, 85,5, 85,1 i 44,7 mm dla schematów II-V. W stosunku do sąsiedniego dźwigara (GW), różnice przemieszczeń maksymalnych znajdowały się na zbliżonym poziomie i wynosiły odpowiednio: 4,3, 8,4, 6,9 i $-5,5\%$. W wyniku zastosowania I schematu obciążeń, większe przemieszczenia w pobliżu zakotwienia wanty W1 zarejestrowano dla dźwigara od strony górnej wody (do 38%), natomiast w miarę zbliżania się do osi pylonu, obydwa dźwigary wykazywały zbliżone wartości przemieszczeń. Należy przy tym dodać, że wartości przemieszczeń mierzone metodą wizyjno-komputerową były w większości przypadków nieco mniejsze, jednak zbliżone do tych, uzyskanych metodą niwelacji precyzyjnej dla dźwigara od strony górnej wody.

Na podstawie uzyskanych wyników przemieszczeń dla rozpatrywanych schematów obciążeń stwierdzono, że wszystkie przęsła mostu zachowywały się sprężysto, a ich ugięcia trwały nie przekroczyły 3,6% wartości ugięć całkowitych.

Przemieszczenia pylonu. Ocenie przemieszczeń poziomych pylonu pod zadaniem obciążeniem statycznym mostu poświęcono punkt z1.9.3, w którym uzyskane wyniki zestawiono w formie tabelarycznej (tablice z1.8 i z1.9) i graficznej (rys. z1.29 i z1.30). Większą uwagę przywiązano do jego przemieszczeń w płaszczyźnie równoległej do osi podłużnej mostu (schemat p1), wykonując pomiary dla trzech schematów obciążeń przęsła nurtowego P2, tj. II, III i V. Dla wychyleń osi pionowej pylonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi mostu (schemat p2) wykonano jeden pomiar przy ustawieniu pojazdu obciążającego zgodnie z III schematem obciążeń.

Dla schematu pomiarowego tego elementu (p1) największe przemieszczenie uzyskano w III schemacie obciążeń w punkcie B o wartości 40,6 mm, czyli dla punktu zakotwienia want środkowych W2 i W5. Najmniejsze wartości przemieszczeń zarejestrowano dla schematu V, i w najniższym punkcie A wynosiło ono 27,8 mm. W zasadzie dla wszystkich rozważanych schematów obciążeń wychylenie pylonu – wg przewidywań – nastąpiło w kierunku przęsła najdłuższego P2, a jedyny wyjątek stanowił schemat II, w którym dolna część pylonu (A) doznała przemieszczenia w kierunku przeciwnym (rys. z1.29).

Dla schematu p2, w trakcie pomiarów poziomych odchyłek osi pylonu od pionu (w płaszczyźnie prostopadłej do osi mostu) zarejestrowano maksymalną wartość w najwyższym punkcie (C), która wynosiła 43,0 mm, natomiast w najniższym (A) wynosiła ona 9,0 mm. Ustawiając obciążenie w $l/2$ przęsła P2 mostu zauważono tendencje do jego powrotu do pionu w porównaniu ze stanem pierwotnym przy moście nieobciążonym (rys. z1.30). W wyniku obciążenia przęsła nurtowego, wierzchołek pylonu (C) przemieścił się w kierunku pionu o wartość 4,0 mm, a mierzony punkt najniższy A – o 1,0 mm, która oscyluje wokół wartości błędu pomiarowego na poziomie $\pm 1,3$ mm.

Przemieszczenia (zwis) want. W trakcie badań mostu pod obciążeniem statycznym wykonano pomiary strzałki zwisu dla dwóch najdłuższych równoległych want przęsła nurtowego P2. W punkcie z1.9.4, w tablicach z1.10–z1.16 przedstawione zostały uzyskane wyniki z badań, przy czym zastosowano następującą metodologię pomiarów: w pierwszej kolejności wykonano pomiar ich zwisu dla mostu nieobciążonego po to, aby zmierzyć poziom ich zmian pod znanym obciążeniem. Pomiar ten stanowi jednocześnie istotny czynnik porównawczy w trakcie analizy teoretycznej w zakresie nieliniowości geometrycznej badanego mostu, przeprowadzonej w rozdziałach 6 i 7.

Na podstawie pomiarów geodezyjnych strzałek ugięć obu lin (metodą wcięć przestrzennych), maksymalny zwis want nieobciążonych ustalono na poziomie 33,2 i 32,2 mm odpowiednio od strony górnej – W1 i dolnej wody – W1' (rys. z1.33a). Biorąc pod uwagę zachowanie się obu lin pod przyłożo-

nym obciążeniem w przęśle P2 (schemat III) zauważono, że zmiana zwisu wanty W1 była większa w porównaniu z wantą W1' i wynosiła odpowiednio 6,1 oraz 1,1 mm (rys. z1.31, z1.32 i z1.33b).

Przyjmując za identyczne długości cięciw obu lin, oraz zakładając ich stały przekrój i ciężar właściwy, można wnioskować, że lina pierwsza (W1) wykazywała nieco mniejszy naciąg w porównaniu z ciędnem W1' przy moście nieobciążonym. Jednak zauważone znaczne różnice w zmianach zwisów dla obu tych elementów przy zastosowaniu schematu obciążenia statycznego III najwyraźniej wskazuje na nieprawidłowości w ich pracy. Istotną wydaje się być wskazówka dotycząca uszkodzenia liny W1' (por. p. z1.6.8), w której nastąpiło zerwanie dwóch profilowanych drutów warstwy zewnętrznej (rys. z1.16). Stąd też, do dalszych rozważań teoretycznych posłużono się danymi pomiarowymi uzyskanymi dla wanty nieuszkodzonej W1.

z1.11.4. Analiza odkształceń jednostkowych w wybranych elementach mostu

Uwagi ogólne. Wybrane wyniki odkształceń jednostkowych w badanych przekrojach elementów wahaczy, dźwigarów głównych, pylonu i want zestawiono w punkcie 10. Wartości naprężeń normalnych dla odpowiednich wartości odkształceń jednostkowych podano w nawiasach.

Wahacze. Dane dotyczące przebiegów zarejestrowanych odkształceń w czasie dla wahaczy przęsła P1 badanego mostu podano dla trzech pierwszych schematów obciążeń w p. z1.10.2. Sporządzony wykres odkształceń jednostkowych dla I schematu obciążeń wskazuje na nierównomierną pracę wahaczy znajdujących się nad filarem F1 (rys. z1.34a), gdzie uśredniona różnica odkształceń wynosi 37%. Wyraźnie duże wartości (niemal dwukrotnie większe) w stosunku do trzech pozostałych wahaczy na poziomie około 70×10^{-6} m/m (14,4 MPa) zanotowano dla znajdującego się pod dźwigarem głównym od strony górnej wody.

Przy obciążeniu przęsła sąsiedniego (nurtowego) dla schematu II, rozkład sił wewnętrznych w wahaczach był bardziej równomierny w przekroju poprzecznym mostu, przy czym bardziej obciążone były te, zlokalizowane na filarze F1. W tym przypadku zarejestrowano odkształcenia ściskające o wartości 210×10^{-6} m/m (43,1 MPa), natomiast ponad sześciokrotnie mniejsze na przyczółku (PL) – 33×10^{-6} m/m (6,8 MPa) (rys. z1.34b).

Z wyników przedstawionych dla obu powyższych schematów obciążeń wynika, że wahacze zachowywały się sprężysto po zjeździe obciążenia z przęsła, czego nie zaobserwowano w takim stopniu dla III schematu obciążeń. W tym przypadku – przy obciążeniu przęsła P2 – zarejestrowano stosunkowo małe wartości odkształceń (na przyczółku PL), a większe dla łożysk przęsła bezpośrednio obciążonego. Fakt ten można tłumaczyć większą bezwładnością aparatury pomiarowej na pogodowe efekty termiczne przy relatywnie małych wartościach odkształceń, jak również długim czasem *odprężania się* konstrukcji mostu po zjeździe obciążenia.

Dźwigary główne. Pomiary odkształceń jednostkowych w tych elementach przeprowadzono dla trzech przekrojów pomiarowych na długości mostu, tj. T-I (przęsło P2), T-II (przęsło P3) i T-III w przęśle P4 (rys. z1.10–z1.14). Badania wykonano dla każdego schematu statycznego obciążeń oraz dla czterech punktów w dwóch dźwigarach w danym przekroju poprzecznym. Wyjątek stanowi przekrój T-III, w którym uszkodzone czujniki nie pozwoliły na dokonanie pomiaru w części przekroju zlokalizowanego od strony górnej wody. W pracy zamieszczono wybrane wyniki dla poszczególnych przęsła mostu (p. z1.10.3).

Na ich podstawie można stwierdzić, że wyężenie dźwigarów było w zasadzie równomierne, a różnice w odkształceniach na założonej wysokości przekroju danego elementu nie różniły się o więcej niż 2–4%. Największe wartości zarejestrowano w przekroju T-I dla dźwigara od strony dolnej wody, w którym wynosiły one -109×10^{-6} m/m (–22,4 MPa) i 222×10^{-6} m/m (45,5 MPa), odpowiednio dla ściskania w pasie górnym i rozciągania w pasie dolnym dla III schematu obciążeń. Porównywalne wartości uzyskano dla schematu IV, natomiast dla schematów II i V były one ponad dwukrotnie mniejsze

(tablica z1.17). Obciążenie przęseł zalewowych od strony terenów rekreacyjnych (P3–P5) wykazało bardzo małe wartości odkształceń jednostkowych w dźwigarach przekroju T–I w przedziale $3\text{--}6 \times 10^{-6}$ m/m, które można uznać za graniczące z poziomem dopuszczalnego błędu.

Wyteżenie dźwigarów w przęśle P3 (dla przekroju T–II) było zbliżone do poprzedniego, jednak przy obciążeniu przęsła P5 (schemat VIII), odkształcenia we włóknach dolnych zmniejszyły się niemal dwunastokrotnie do wartości 18×10^{-6} m/m dla naprężeń rozciągających (tablica z1.18). Z kolei w przekroju T–III (przęsło P4) odnotowano maksymalne odkształcenia rozciągające mniejsze o 29×10^{-6} m/m (5,9 MPa) dla analogicznego obciążenia przekroju T–II przęsła sąsiedniego (P3). Ze względu na brak odczytów z czujników tensometrycznych dźwigara sąsiedniego w tym przekroju, nie można było wykonać analizy porównawczej obu dźwigarów głównych.

Wyznaczona geometrycznie oś obojętna dla odkształceń dźwigarów głównych we wszystkich przekrojach znajdowała się w przedziale 140–186 mm licząc od górnej krawędzi profilu.

Pylon. Wyniki z pomiarów odkształceń dla wybranych punktów na wysokości pylonu (rys. z1.16) od ośmiu rzeczywistych schematów obciążeń przedstawiono w postaci wykresów na rys. z1.35–z1.37 w p. z1.10.4. Na każdym z poziomów A, B i C (dla want W1 i W6, W2 i W5 oraz W3 i W4) umieszczano po jednym tensometrze wzdłuż osi pionowej słupa pylonu (nieco poniżej punktu zakotwienia want), oznaczając je przez tp1, tp2 i tp3. Dzięki takiemu rozmieszczeniu czujników tensometrycznych spodziewano się uzyskać wartości sił osiowych w słupie pylonu od strony górnej wody (GW) przekazywane z obciążonych przęseł za pośrednictwem ciągów. Należy zaznaczyć, że ze względu na znaczne przekroje poprzeczne elementów konstrukcyjnych pylonu nie spodziewano się uzyskania znacznych wartości odkształceń jednostkowych, co potwierdziły wykonane badania.

W wyniku obciążenia przęsła P1 wg I schematu statycznego otrzymano bardzo małe wartości odkształceń jednostkowych w pylonie – w zasadzie na granicy błędu – które zawierały się w przedziale $2\div 4 \times 10^{-6}$ m/m. Dla punktów niżej położonych uzyskane wartości odkształceń były dodatnie z wyjątkiem tensometru tp1 umieszczonego na poziomie C odpowiedzialnego za pomiar siły osiowej przekazywanej przez wanty W1 i W6.

Dla drugiego schematu, przy obciążeniu ustawionym w miejscu zakotwienia wanty W1 do dźwigara pomostu zauważono nieco większy przyrost odkształceń dla tensometrów zlokalizowanych na poziomach B i C. Tendencje ujemnych wartości odkształceń w tych tensometrach były dominujące także dla III i IV schematu obciążeń.

Obciążenie ustawione nad przekrojem tensometrycznym T–I w przęśle P2, zgodnie z III schematem obciążeń, wywołało większe odkształcenia w punkcie zakotwienia wanty W2 w pylonie na poziomie B, gdzie zarejestrowano odkształcenia o wartości $\varepsilon_{tp2} = -25 \times 10^{-6}$ m/m.

Zgodnie z wcześniejszymi przewidywaniami, również dla IV schematu obciążeń największe odkształcenia ściskające zauważono dla punktu tp2, jednak były one kilkakrotnie większe w porównaniu z poprzednim przypadkiem ($\varepsilon_{tp2} = -89 \times 10^{-6}$ m/m), co mogło być spowodowane chwilową wadliwością pracy czujnika, bądź wpływami termicznymi przy niesprawnej czasowo jego kompensacji. Jednocześnie nie wykonano powtórnych pomiarów weryfikacyjnych dla tego punktu wg IV schematu obciążeń.

W przypadku obciążenia ustawionego w miejscu połączenia wanty W3 z pomostem (schemat V), największe odkształcenia jednostkowe (ściskające) zarejestrowano dla tensometru umieszczonego na poziomie A pylonu (tp3). Oscylowały one w przedziale $\varepsilon_{tp3} = -10 \times 10^{-6} \div -18 \times 10^{-6}$ m/m (rys. z1.36b). Z kolei w wyższych przekrojach (B i C) wystąpiły niewielkie odkształcenia ściskające i rozciągające.

Dla pozostałych trzech schematów statycznych obciążeń mostu (VI–VIII) wartości odkształceń były jeszcze mniejsze ($-3\div 5 \times 10^{-6}$ m/m), w związku z czym pominięto je w dalszych rozważaniach.

Tensometry umieszczone w trakcie badań na nieosłoniętych przed słońcem stalowych blachach pylonu na wysokości przekraczającej nawet 35 m ponad poziomem pomostu, szczególnie narażone były na wpływy warunków atmosferycznych (np. nasłonecznienie). Stąd też, właśnie ze względu na ten element ekipa badawcza, pomimo znacznego wydłużenia czasu trwania badań obiektu, zmuszona była do

kilkukrotnego powtarzania niektórych schematów obciążeń pomimo zastosowania tensometrów kompensacyjnych. Jednak dzięki takiemu zabiegowi otrzymane wyniki odkształceń jednostkowych w tym elemencie nie były obciążone dużym błędem (z wyjątkiem wspomnianego pomiaru w punkcie B dla schematu IV), zaś dla rozpatrywanych schematów obciążeń stwierdzono, że każdy z badanych punktów tego elementu zachowywał się sprężysto.

W tablicy z1.20 zestawiono wyliczone z uzyskanych odkształceń jednostkowych wartości sił wewnętrznych (osiowych) dla poszczególnych przekrojów na wysokości pylonu.

Analizując wartości sił osiowych zestawione w tablicy z1.20 zauważono, że dominującą tendencją jest wzrost sił ściskających na wysokości pylonu, tak, że u jego podstawy (A) uzyskuje ona maksimum.

Wanty. Uzyskane wyniki z pomiarów terenowych odkształceń w wybranych wantach przedstawiono w p. z1.10.5 na wykresach (rys. z1.38–41) dla wszystkich schematów obciążeń. Właściwy pomiar wykonano dla wszystkich 6 want zlokalizowanych w moście od strony górnej wody, przy czym ze względu na ich złożoną (niejednorodną) budowę, szczególnie w tym przypadku uciążliwa jest jednoznaczna interpretacja wyników. Jak wspomniano w p. z1.10.5, zrealizowane pomiary na zewnętrznej warstwie tych elementów mogły być obciążone większym błędem z uwagi np. na możliwość wystąpienia na etapie budowy mostu nierównomiernego zalania drutów lin w tulei zakotwień, czy na brak danych odnośnie wstępnego przeciągnięcia lin przed ich wmontowaniem. Ma to istotne znaczenie dla wartości modułu sprężystości podłużnej takiego elementu [44], [113], [145]. Przedstawione tu dwa zasadnicze zagadnienia nie zostały w trakcie badań mostu ostatecznie zdeterminowane, tak więc w jednym przypadku wprowadzano dodatkowe czujniki w innych miejscach konstrukcji mostu, mogących stanowić weryfikacyjną alternatywę dla pomiarów wykonywanych bezpośrednio na linach (zakotwienie dolne). Wybrano do tego celu ciągną W2, umieszczając dwa tensometry na prętach stalowych (o pełnych przekrojach) tego zakotwienia (rys. z1.15).

Na rysunku z1.38 przedstawiono wykresy odkształceń jednostkowych w 6 wantach (W1–W6) dla dwóch pierwszych schematów obciążeń. Zauważono, że przy obciążeniu przęsła P1, podobnie jak dla pylonu, jego wpływ na odkształcenia w wantach jest praktycznie niezauważalny, a wartość odkształceń jednostkowych dla wanty W1 na poziomie $\varepsilon_{tw1} = -14 \times 10^{-6}$ m/m. Odbiega ona kilkukrotnie od pozostałych, co świadczy o większym oddziaływaniu obciążenia ściskającego na ten element, ale mogła też być spowodowana zaburzeniami natury termicznej.

Przy ustawieniu pojazdu obciążającego wg schematu II, największe odkształcenia jednostkowe (rozciągające) dominowały w wantach skrajnych, tj. W1 i W6 oraz środkowych (W2 i W5), dla których uzyskano wartości odpowiednio $\varepsilon_{tw1} = 325 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{tw6} = 309 \times 10^{-6}$ m/m oraz $\varepsilon_{tw2} = 209 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{tw5} = 223 \times 10^{-6}$ m/m. Z kolei w linach zlokalizowanych najbliżej pylonu (W3 i W4) zarejestrowano odkształcenia o wartościach ujemnych na poziomie $\varepsilon_{tw3} = -34 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{tw4} = -28 \times 10^{-6}$ m/m.

Dla schematu obciążeń III (nad przekrojem T-I) maksimum odkształceń zarejestrowano na większym i porównywalnym poziomie w wantach W2 i W5 o wartościach odpowiednio $\varepsilon_{tw2} = 562 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{tw5} = 520 \times 10^{-6}$ m/m. W pozostałych cięgnach uzyskano wyrównany poziom wytyżenia w przedziale 143×10^{-6} – 159×10^{-6} m/m (rys. z1.39).

Największe wartości odkształceń jednostkowych w wantach W2 i W5 zauważono dla schematu IV, które wynosiły $\varepsilon_{tw2} = 617 \times 10^{-6}$ m/m oraz $\varepsilon_{tw5} = 558 \times 10^{-6}$ m/m. W tym przypadku poziom wytyżenia w pozostałych linach był mniej wyrównany i zawierał się w przedziale 100×10^{-6} – 181×10^{-6} m/m.

Dla schematu V (obciążenie przęsła P2 nad punktem zamocowania wanty W3 do pomostu) maksimum osiągnęły odkształcenia w wantach W3 i W4 ($\varepsilon_{tw3} = 412 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{tw4} = 448 \times 10^{-6}$ m/m), nieco

Tablica z1.20. Zestawienie sił osiowych w [kN] uzyskanych z pomiarów odkształceń jednostkowych w pylonie dla wybranych 4 schematów obciążeń

Lp.	Schemat	Wartości sił osiowych dla poziomów		
		A	B	C
1	2	3	4	5
1.	S-II	-197,13	-184,43	-118,84
2.	S-III	-206,09	-170,77	-73,13
3.	S-IV	-241,94	-608,09	-68,56
4.	S-V	-161,29	-34,15	18,28

mniejsze w linach W2 i W5 ($\varepsilon_{w2} = 116 \times 10^{-6}$ m/m i $\varepsilon_{w5} = 122 \times 10^{-6}$ m/m), a bliskie zero – dla W1 i W6. Odształcenia jednostkowe zarejestrowane w ciągach dla pozostałych schematów obciążeń (VI-VIII) z pojazdem ustawionym na przęsłach krótszych (od strony TR) miały znacznie mniejsze wartości w porównaniu z podanymi wyżej przypadkami. Największe z nich zauważono dla want zewnętrznych (W1 i W6), przy czym nie były one większe od 33×10^{-6} m/m. Tak małe wartości sił wewnętrznych były spowodowane zakotwieniem ciągów W4–W6 w pobliżu podparć przęseł P3–P5 (rys. z1.4).

W trakcie wykonywania badań mostu zrealizowano również pomiar wpływu zmienności warunków pogodowych na odkształcenia jednostkowe w wantach przęsła P2 mostu, zlokalizowanych w płaszczyźnie położonej od strony dolnej wody. Zarejestrowane wahania odkształceń jednostkowych w tych elementach dla mostu nieobciążonego miały na celu jedynie uzyskanie informacji o charakterze poglądowym. W rezultacie wykonanych pomiarów w interwale ponadgodzinnym dla zmiennych warunków pogodowych (naprzemienne nasłonecznienie i zachmurzenia) uzyskano następujące wartości odkształceń: $\Delta \varepsilon_{w1} = 7\text{--}16 \times 10^{-6}$ m/m, $\Delta \varepsilon_{w2} = 5\text{--}12 \times 10^{-6}$ m/m i $\Delta \varepsilon_{w3} = 1\text{--}20 \times 10^{-6}$ m/m.

W tablicy z1.21 zestawiono obliczone wartości sił osiowych wciągach i elementach zakotwień w wnty W2 zgodnie z podanymi założeniami.

Na szczególne zainteresowanie zasługuje porównanie wartości uzyskanych dla wanty W2 z dwóch pomiarów (lp. 2 i 3, 4), z którego wynika, że przy obciążeniu ustawionym w jej pobliżu, wielkości sił uzyskane z pomiaru odkształceń w zakotwieniu są mniejsze niż dla pomiaru wykonanego bezpośrednio na ciągnie (średnio o 50%), jednak przy wzroście naciągu różnica ta ulega redukcji. Zachowanie takie można przypisać np. nierównomiernemu rozkładowi wyężeń poszczególnych drutów liny, związanemu głównie z częściową utratą sprawności takiego połączenia w wyniku długotrwałej eksploatacji obiektu.

Na uwagę, w trakcie pomiaru odkształceń w wantach, zasługuje także, zdaniem autora rozprawy, obserwacja występowania sił ściskających w tych elementach dla schematu obciążeń I i II (rys. z1.38, z1.40 i z1.41). W spotykanych w literaturze założeniach dla ustrojów ciągnowych zjawisko to eliminowane jest przez wprowadzenie wstępnych sił sprężających [113], [148]. Zaobserwowany stan ujemnych odkształceń wciągach mostu można uzasadnić towarzyszącemu obniżeniu wielkości naciągu – z uwagi na pomijalnie małą sztywność giętą i pole powierzchni lin przy znacznej ich długości, nie można przyjąć założenia przenoszenia przez te elementy sił ściskających.

Pomiar odkształceń jednostkowych w wantach mostu dla rozpatrywanych schematów obciążeń, podobnie jak to miało miejsce w przypadku pylonów, był kilkakrotnie powtarzany, pomimo że tensometry na linach były umieszczone na znacznie niższej wysokości. Analizując czasowy rejestr tych wielkości można stwierdzić, że wszystkie badane ciągną zachowywały się sprężysto, a ich odkształcenia trwale nie przekroczyły 4% wartości odkształceń całkowitych.

Tablica z1.21. Obliczone wartości sił osiowych wciągach w [kN] dla wybranych schematów obciążeń

Lp.	Numer wauty	Siła osiowa w wautach dla schematu statycznego obciążeń							
		II		III		IV		V	
1	2	3		4		5		6	
1.	W1 (tw1)	100,961		46,908		35,414		2,796	
2.	W2 (tw2)	64,926		174,585		191,671		36,035	
3.	W2 (tw21)	13,604	32,649	55,776	119,034	59,177	123,795	7,482	16,325
4.	W2 (tw22)	19,045		63,258		64,618		8,843	
5.	W3 (tw3)	-10,562 ^{*)}		44,423		57,781		146,626	
6.	W4 (tw4)	-8,698 ^{*)}		45,976		31,065		139,171	
7.	W5 (tw5)	69,275		161,538		173,343		37,899	
8.	W6 (tw6)	95,991		49,393		56,228		1,243	

Wartości sił osiowych wyznaczono przy następujących założeniach:
 $E_w = 1,90 \times 10^{11}$ Pa, $A_L = 1,6350 \times 10^{-3}$ m² – dla lin o średnicy nominalnej $\phi = 42$ mm [50] oraz
 $E_{st} = 2,05 \times 10^{11}$ Pa, $A_z = 3,3183 \times 10^{-3}$ m² – dla prętów zakotwienia dolnego wauty o średnicy $\phi = 65$ mm.
^{*)} obliczenia dla ściskania wykonano w sposób uproszczony, analogicznie jak dla rozciągania.

z1.12. Wnioski szczegółowe z badań mostu w zakresie obciążeń statycznych

Uzyskane wyniki pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

W zakresie przemieszczeń

- Imperfekcje geometryczne w konstrukcji mostu wantowego mogą mieć istotne znaczenie dla redystrybucji w niej sił wewnętrznych, co potwierdziła analiza przemieszczeń w wybranych przekrojach obiektu pod założonymi obciążeniami [87]. Największe z nich, w stosunku do stanu projektowego, dochodziły do 480 mm dla pomostu oraz 782 i 43 mm dla wierzchołka pylonu, odpowiednio w płaszczyźnie pionowej osi podłużnej mostu i prostopadłej do niej.
- Pomiar przemieszczeń pomostu za pomocą trzech metod, tj. niwelacji precyzyjnej (a), opartej na czujnikach indukcyjnych (b) i wizyjno-komputerowej (c) wykazał większą zgodność dla większych wartości przemieszczeń przy lokalizacji obciążenia w mierzonym przęśle (do 15%) dla metod b) i c) w stosunku do metody geodezyjnej, oraz mniejszą przy mniejszych wielkościach ugięć – do 30%.
- Zastosowanie trzech metod pomiarowych pozwoliło na ocenę ich dokładności, a w przyszłości wybór metody wizyjno-komputerowej – szczególnie przydatnej w pomiarach wykonywanych w trudnodostępnych punktach konstrukcji – może znacznie skrócić czasu pomiarów.
- Zaobserwowane różnice przemieszczeń obu dźwigarów głównych dla tego samego przekroju (średnio na poziomie 7%) mogły wynikać z nierównomiernego ustawienia obciążenia dla przęseł o mniejszych rozpiętościach), ale w przęśle nurtowym P2 – z powodu niewłaściwego naciągu want, oraz w wyniku istniejących znacznych imperfekcji geometrycznych pomostu.
- W trakcie obciążeń przęsła nurtowego zauważono tendencje osi podłużnej pylonu (z imperfekcjami geometrycznymi) do jej *powrotu* do pionu o wielkości 4 mm w stosunku do pierwotnie przechylonej pozycji (punkt C).
- Pomiar zwisu dwóch najdłuższych want przęsła nurtowego (W1 i W1') wykazał ich nierównomierne strzałki zwisu zarówno dla mostu nieobciążonego, jak i z obciążeniem ustawionym w 1/2 przęsła P2. Wielkość ta była 3,6% mniejsza dla wanty W1 dla przęsła nieobciążonego i o 5,8% większa przy założonym obciążeniu w stosunku do wanty W1', co świadczy o nierównomiernym ich wyłączeniu.
- Perspektywiczny, podstawowy pomiar geometrii want dla innych tego typu mostów – szczególnie dla większych długości tych elementów – może przyczynić się do lepszego poznania ich zachowania się ze względu na małą sztywność giętną. Należy jednak mieć na uwadze dużą czasochłonność tego typu pomiarów.

W zakresie odkształceń jednostkowych

- Na podstawie analizy pomierzonych wielkości w cięgnach mostu, oraz po przeprowadzonych dyskusjach w trakcie trwania sympozjum nt. konstrukcji mostów podwieszonych w Kobe (Japonia, 18–23 sierpnia 1998 r.) ustalono, że na wyniki pomiarów odkształceń w wantach ma pewien wpływ konwencja badań. Ustalono bowiem, że wyniki uzyskane z czujników tensometrycznych umieszczonych na tych elementach nie są jednoznaczne z uzyskanymi w ich zakotwieniach. Zaobserwowane w trakcie badań różnice są mniejsze dla obciążenia zlokalizowanego w pobliżu badanej liny i większe (nawet o ponad 100%) przy jego oddaleniu.
- Zauważono niewielkie wartości odkształceń ujemnych w wantach, świadczące o możliwości rejestru za pomocą tensometrów redukcji siły ich naciągu dla wybranych schematów obciążeń mostu.
- W trakcie wykonywanych badań pewnym problemem okazała się bezwładność zastosowanej aparatury pomiarowej na temperaturę otoczenia pomimo użycia kompensacji czujników i kabli. Miało to nieznaczący wpływ na wartości otrzymywanych odkształceń, co w kilku przypadkach zmuszało zespół badawczy do powtórnej realizacji pomiarów. Płyne stąd pewna konkluzja, przemawiająca za zwróceniem większej uwagi na pomiar przemieszczeń danych przekrojów mostu wantowego – pomiar niezależny od czynników termicznych.

- Reasumując, na podstawie wykonanych pomiarów odkształceń jednostkowych wybranych elementów konstrukcyjnych mostu uznano, że na ogół wszystkie one zachowywały się sprężysto, przy czym większe *pozostałości* odkształceń rejestrowano dla małych wartości (np. w elementach wahaczy czy lin) oraz w przekrojach nie obciążanych bezpośrednio, dla których wartości odkształceń były mniejsze od $\Delta \varepsilon = -32 \div 20 \times 10^{-6}$ m/m.
- Badania odkształceń jednostkowych potwierdziły zgodność z oczekiwanymi wartościami przemieszczeń dla wybranych elementów konstrukcyjnych mostu (pomost, pylon), co zgodne jest z wcześniejszym założeniem, że dla tego typu obiektów zasadniczą mierzoną wielkością są przemieszczenia pod znanym obciążeniem.

Szczegółowe uwagi dotyczące oceny stanu technicznego badanego obiektu wraz ze stosownymi zaleceniami w zakresie usunięcia zaobserwowanych nieprawidłowości w konstrukcji mostu i jego zachowaniu się podano w pracy [90].

W rozdziale tym przedstawiono wyniki badań w zakresie statycznym wybranego mostu wantowego przeprowadzone z zastosowaniem dwóch zasadniczych metod pomiarowych, wykorzystujących czujniki mechaniczne oraz geodezję precyzyjną. Dodatkowo wykonano pomiary z użyciem nowopoznanej metody wizyjno-komputerowej, pozwalającej na wykonanie pomiarów w trudnodostępnych miejscach na konstrukcji mostu. Zgodnie z zasadami mechaniki konstrukcji przygotowano i zrealizowano szczegółowy program badań dla tego typu obiektu, biorąc pod uwagę niemal każdy istotny element mający wpływ na jego nośność i trwałość.

Jak stwierdzono, uwzględniany w trakcie analizy teoretycznej nieliniowości geometrycznej i fizycznej ma pewien wpływ na otrzymane wielkości statyczne w tego typu konstrukcjach, stąd starano się zachować możliwie dużą dokładność na etapie pomiarów i opracowywania wyników badań (por. rozdz. 2 i 7).

ZAŁĄCZNIK NR 2

Ocena charakterystyk dynamicznych stalowego mostu wantowego na podstawie badań doświadczalnych

z2.1. Wprowadzenie

W przypadku stalowych mostów wantowych, budowli o przęsłach niezwykle lekkich w stosunku do ich rozpiętości, a więc także wrażliwych na drgania, analiza dynamiczna staje się wręcz nieodzowna i wymaga doboru właściwego modelu obliczeniowego uwzględniającego zasadnicze cechy konstrukcji. Dla tego typu mostów istotna jest również analiza wrażliwości i uciążliwości drgań przeseł odczuwanych przez ludzi.

Aspektem o dużym znaczeniu dla konstrukcji podwieszonych jest potrzeba uwzględnienia częstości drgań want i ich oddziaływań na całą konstrukcję mostu. W wielu pracach spotyka się również analizy dokonywane w celu oceny zachowań takich obiektów pod obciążeniem sejsmicznym, jednak ze względu na dość znaczne koszty badań dynamicznych w skali naturalnej należą one raczej do rzadkości [318].

Badania dynamiczne mostów wantowych ograniczane są zazwyczaj do pomiaru przemieszczeń globalnych w wybranych punktach konstrukcji, i odkształceń jednostkowych w punktach występowania największych wartości naprężeń. Interpretacja wyników z reguły sprowadza się tu do wyznaczenia tak zwanego współczynnika dynamicznego ϕ .

W załączniku nr 2 skupiono się głównie na ocenie charakterystycznych dla mostów wantowych wyników pomiarów dynamicznych wykonanych na przykładowym obiekcie, tj. stalowym moście przez rzekę Wartę w Sieradzu.

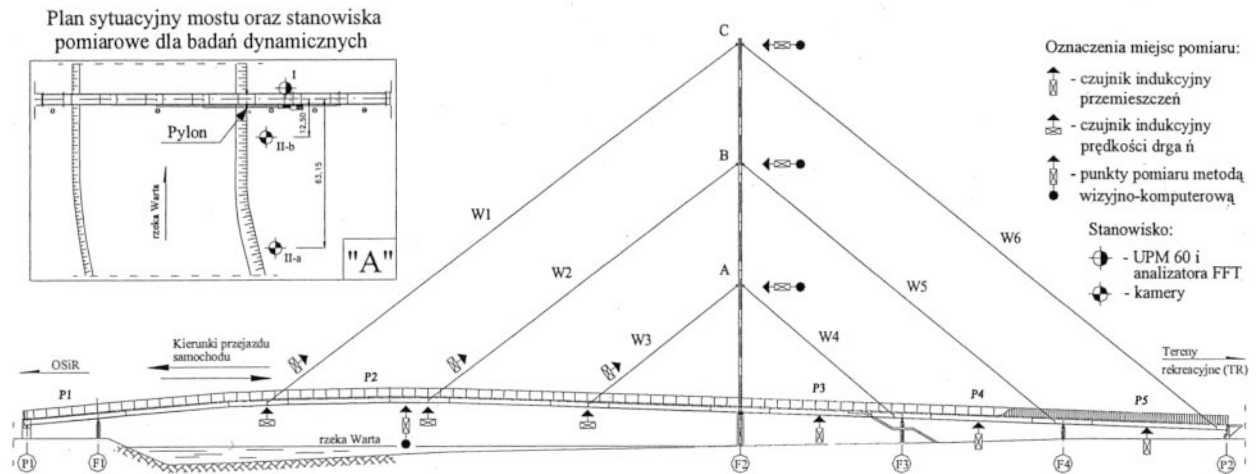
Zakładano, że wyniki otrzymane z badań będą mogły zostać w przyszłości wykorzystane w diagnozach technicznych, jak i do celów poznawczych dla tego typu konstrukcji, a także posłużyć do celów porównawczych z wynikami otrzymanymi z analiz teoretycznych z uwzględnieniem obciążeń ruchomych (przy doborze stosownych modeli dynamicznych i identyfikacji ich parametrów).

z2.2. Cel i program badań mostu w zakresie dynamicznym

Zastosowanie od dawna znanych metod pomiarowych w zakresie przemieszczeń wiąże się z pewnymi ograniczeniami związanymi choćby z warunkami terenowymi oraz możliwością prowadzenia rejestracji przebiegów dynamicznych. Czujniki mechaniczne wymagają z reguły dostępu do terenu pod badaną konstrukcją, a zastosowanie do badań dynamicznych metod fotogrametrycznych, ze względu na pracochłonną obróbkę zdjęć, jest dość kłopotliwe.

Celem badań dynamicznych było m.in. poznanie dynamicznego zachowania się ciągłych przeseł mostu i określenie stosownych wielkości mechanicznych występujących przy znanych obciążeniach ruchomych i oddziaływaniach dynamicznych.

Przedstawione w końcowej części tego załącznika wnioski dotyczą przede wszystkim poprawności zastosowanych technik pomiarowych dla tego typu konstrukcji, oceny zmierzonych wielkości dynamicznych wraz z podaniem zaleceń związanych z dalszą eksploatacją tego mostu. Wyniki uzyskane z badań i dotyczące podstawowych charakterystyk dynamicznych zostały następnie porównane z otrzymanymi z analizy teoretycznej (rozdz. 6 i 7).



Rys. z2.1. Widok na badany most oraz lokalizację punktów pomiarowych

W trakcie badań dynamicznych zastosowano dwa rodzaje obciążeń mostu, tj. samochodem ciężarowym marki Kraz 3 o numerze rejestracyjnym SAB 3235 (jego charakterystyki podano w załączniku nr 1) oraz poprzez wymuszenie drgań want w płaszczyźnie pionowej, równoległej do osi podłużnej obiektu w celu uzyskania wartości częstości drgań własnych.

Schematy próbných obciążeń dynamicznych przyjęto tak, aby zidentyfikować wpływ inercji i prędkości taboru ruchomego, stany rezonansowe wywołane cyklicznymi obciążeniami ruchomymi, wpływ nierówności progowych i nierówności nawierzchni oraz częstości drgań własnych konstrukcji.

Warianty zrealizowanych próbných obciążeń dynamicznych obejmowały podstawowe, możliwe do zrealizowania na tym odcinku drogi, schematy dynamiczne. Wykonano przejazdy samochodu w dwóch kierunkach z prędkościami odpowiednio $v = 5, 10, 15$ i 20 km/h. Przez wzgląd na bezpieczeństwo (nie-duża szerokość użytkowa pomostu) ustalono, że prędkość przejazdów nie będzie większa od $v = 20$ km/h.

Pomiary drgań wymuszonych wybranych want odbywały się zarówno przy moście nieobciążonym, jak i obciążonym w środku rozpiętości teoretycznej przęsł: nurtowego - P2 i zalewowych - P3 i P4. Miejsca pomiarów wybrano w kilkunastu charakterystycznych punktach konstrukcji, dokonując pomiaru drgań pionowych oraz poziomych równoległych do osi podłużnej dla przęsł i pylonu. Rozmieszczenie badanych przekrojów w konstrukcji mostu przedstawiono na rys. z2.1, podając lokalizację czujników indukcyjnych przemieszczeń i bezwładnościowych oraz wzorce dla badań metodą komputerowo-wizyjną.

Badania w zakresie dynamicznym zrealizowano w kilku etapach, dokonując pomiarów wielkości:

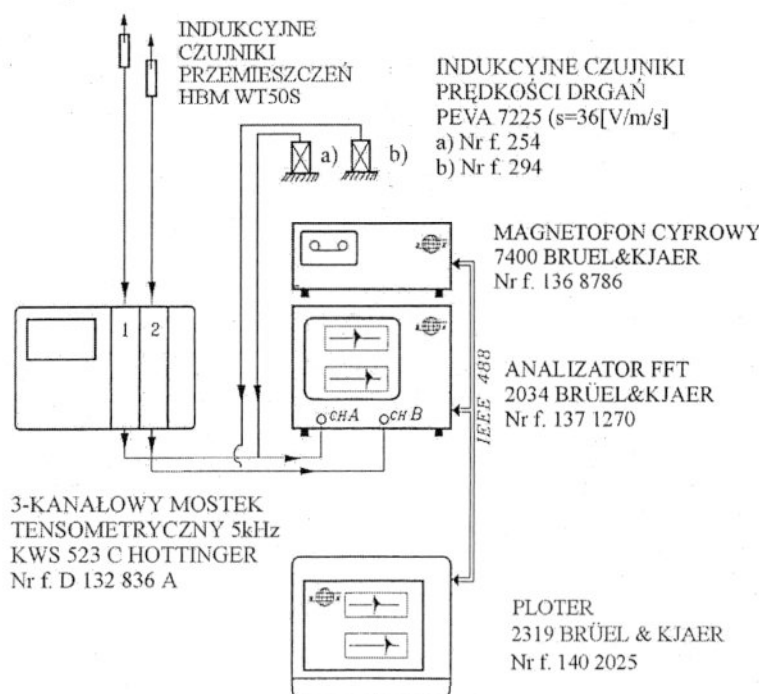
- przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych i prędkości drgań dźwigarów głównych i want za pomocą czujników indukcyjnych oraz
- przemieszczeń pionowych i poziomych w trudnodostępnych punktach konstrukcji mostu metodą wizyjno-komputerową (z zastosowaniem tzw. techniki podpikselowej) [107], [108].

Badania zostały przeprowadzone zgodnie z wcześniej przygotowanym programem w zakresie obciążeń dynamicznych, zgodnym również z obowiązującymi wymogami i odpowiednimi przepisów branży mostowej [117], [120].

z2.3. Aparatura pomiarowa zastosowana do badań dynamicznych mostu

z2.3.1. Uwagi ogólne

W trakcie badań prowadzono automatyczną i półautomatyczną rejestrację wielkości przemieszczeń w czasie, a także prędkości drgań z zastosowaniem metody tradycyjnej (I), wykorzystującej czujniki mechaniczne.



Rys. z2.2. Schemat zestawu aparatury do pomiarów dynamicznych metodą I

natomiast do pomiaru prędkości drgań – indukcyjne czujniki prędkości drgań (tzw. czujniki bezwładnościowe) typu PEVA 7225, stanowiące przetworniki sygnału, w zakresie zamiany drgań konstrukcji na napięcie.

Czujniki indukcyjne przemieszczeń połączono z 3-kanałowym mostkiem tensometrycznym 5 kHz KWS 523.C firmy Hottinger, przy czym o doborze ich rodzaju w poszczególnych punktach pomiarowych decydowały - podobnie jak dla badań w zakresie statycznym - spodziewane wartości ugięć dźwigarów głównych w pomoście.

Wszystkie zastosowane typy czujników były połączone do wejść rejestrującego sygnały dwukanałowego analizatora FFT 2034 firmy Brüel & Kjaer. W zależności od poziomu sygnałów, dokonywano ich maksymalnego wzmocnienia (od 100 do 200) oraz zapisywano za pośrednictwem łącza typu IEEE 48 w zbiorach na magnetofonie cyfrowym 7400 firmy Brüel & Kjaer. Każdy zbiór zawierał dwa sygnały, a ich koherentny rejestr sygnałów dla obu kanałów stanowił istotną zaletę wykonanych pomiarów w dwóch różnych punktach konstrukcji dla tego samego czasu zdarzenia dynamicznego.

Schemat zestawu aparatury służącej do rejestru wyników otrzymanych z pomiarów dynamicznych przedstawiono na rys. z2.2, natomiast stanowisko w trakcie badań na rys. z2.3.

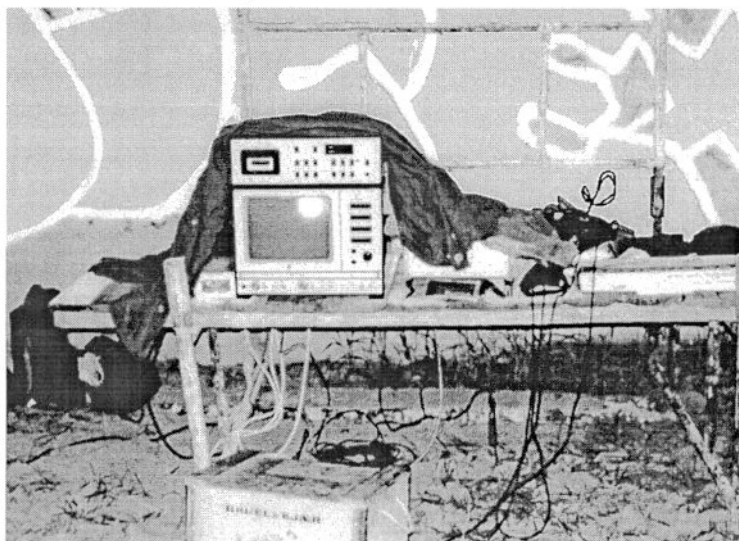
Podczas testowania aparatury (kalibracja torów pomiarowych), przed przystąpieniem do zasadniczych badań dynamicznych, odpowiedź mostu była mierzona przy pomocy zestawu złożonego z czujników indukcyjnych przemieszczeń umieszczonych pod dolnymi pasami środkowej poprzecznicy w prześle P4 mostu.

W związku z charakterem sygnału

Przez wzgląd na typ konstrukcji mostu, z szeregiem punktów trudno-dostępnych w trakcie badań, niektóre charakterystyki dynamiczne badanego obiektu wyznaczono w oparciu o nowo opracowaną metodę pomiaru przemieszczeń, tj. metodę wizyjno-komputerową (II). Pozwala ona na wykonywanie rejestrów wielkości przemieszczeń bez względu na warunki terenowe i rodzaj występujących obciążeń (statyczne i dynamiczne) [108].

z2.3.2. Metoda konwencjonalna (I)

W metodzie I – tzw. tradycyjnej, opartej na czujnikach mechanicznych – do pomiaru wielkości przemieszczeń – wykorzystano czujniki indukcyjne przemieszczeń typu HBM WT50S,



Rys. z2.3. Stanowisko pomiarowe służące do rejestracji przemieszczeń i przyspieszeń drgań w trakcie badań dynamicznych mostu

przewodzenia, badane sygnały odpowiedzi mostu próbkowano w analizatorze w interwale 31,3 ms, a wynikające stąd czasy nagrania sygnałów wynosiły odpowiednio od 50 do 120 sekund. Pozwoliło to zarejestrować między innymi sygnały odpowiedzi odpowiednich elementów konstrukcyjnych mostu w czasie dojazdu obciążenia na przęsła skrajne obiektu, dalej - przejazdu przez całą długość mostu oraz częściowo zjazdu z drugiej jego strony. W trakcie badań aparatura pomiarowa znajdowała się pod przęsłem P3, tj. przy filarze F2 pylonu).

z2.3.3. Metoda wizyjno-komputerowa

Uwagi ogólne. Wśród wielu metod wizyjnych, wykorzystywanych do pomiaru przemieszczeń konstrukcji, na uwagę zasługuje m.in. metoda optyczna wykorzystująca transformację Hougha (HT), czy też wizyjno-komputerowa.

Do badań mostu zastosowano inną metodę pomiarową, polegającą na obserwacji interesujących nas punktów konstrukcji obiektu za pomocą kamery telewizyjnej (np. monochromatycznej) wyposażonej w teleobiektyw (rys. z2.4). W punktach tych umieszczane były wzorce w postaci np. tablicy z naniesionym czarnym krzyżem na białym tle. W następnej fazie obraz z kamery wprowadzono za pomocą karty wizyjnej do komputera. Po jego przetworzeniu na postać cyfrową obraz był analizowany w celu wyznaczenia położenia osi x i y krzyża. Ostatecznie zaś, analiza sekwencji obrazów umożliwia znalezienie poszukiwanego przebiegu przemieszczeń badanego punktu położonego na konstrukcji [108].

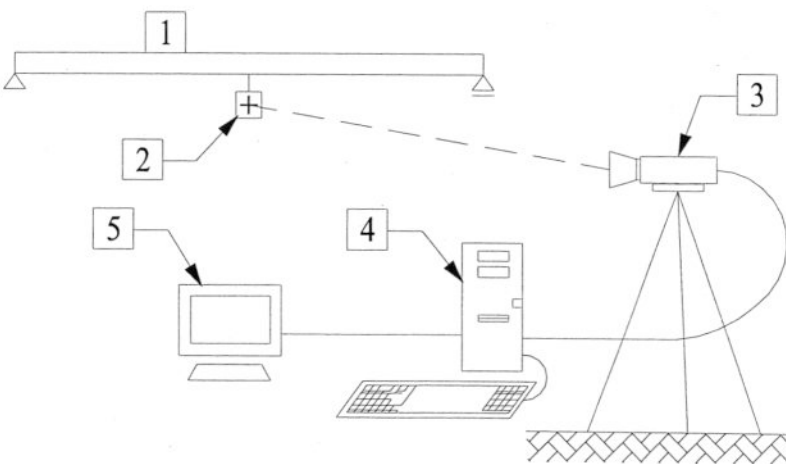
Badania mostu przy użyciu metody wizyjno-komputerowej prowadzono w przęśle nurtowym P2. Były one dublowane metodą tradycyjną (I), wykorzystującą bezwładnościowe czujniki indukcyjne prędkości drgań, natomiast w przypadku wybranych punktów na wysokości pylonu¹⁾. Ze względu na brak bezpośredniego dostępu do tego elementu konstrukcyjnego mostu, zastosowanie nowej metody (II) umożliwiło wyznaczenie parametrów dynamicznych także w miejscach trudnodostępnych, dotychczas z reguły pomijanych.

Opis sprzętu pomiarowego. Wykorzystany do badań – opracowany iteracyjnie – zestaw służący do badań za pomocą metody wizyjno-komputerowej spełniał podstawowe opisane wcześniej wymagania funkcjonalne. W skład tego zestawu wchodziły: wzorce, kamera z teleobiektywem, komputer z kartą cyfrowej analizy obrazu, monitor telewizyjny oraz magnetowid.

- **Wzorce** zostały umieszczone we wcześniej wyznaczonych, badanych punktach konstrukcji mostu. Wzorce w postaci krzyża zapewniały pomiar przemieszczeń w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach. Zdecydowano się na binarny (czarno-biały) charakter wzorca w celu uzyskania możliwości łatwego wyznaczania położenia krawędzi krzyża. Dla określonych w badaniach przedmiotowego mostu odległościach wzorcowo-kamera

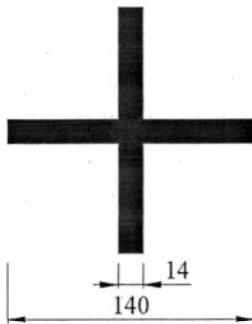
zastosowano taką grubość ramion krzyży, aby w uzyskanym obrazie nie była ona mniejsza niż 10-15 pikseli. Wzorce wykonane były w formie wydruków laserowych oraz według szablonu (w warunkach polowych) z dokładnością w zakresie od 0,07-0,2 mm (rys. z2.5).

- **Kamera i teleobiektywy.** W podanym schemacie pomiarowym wykorzystano kamerę monochromatyczną z matrycą elementów światłoczułych CCD firmy Panasonic (typ WV-CD20).

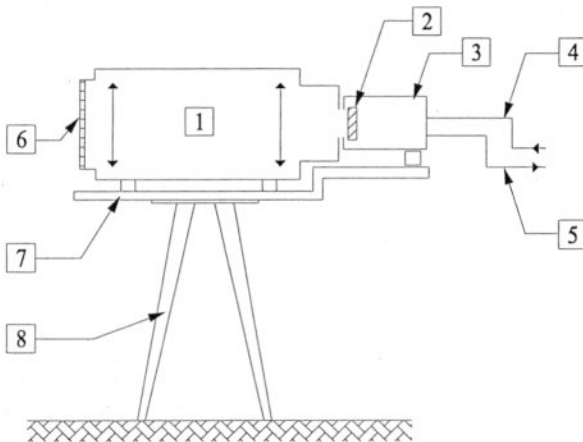


Rys. z2.4. Schemat pomiaru przemieszczeń metodą wizyjno-komputerową dla wariantu jednokanałowego. Oznaczenia: 1 – badane przęsło mostu, 2 – wzorec, 3 – kamera z układem jednokanałowym (UJK) wraz ze statywem, 4 – komputer z kartą cyfrowej analizy obrazu, 5 – monitor TV [107]

¹⁾ Pomiary wykonały ekipy IBDiM w Warszawie oraz Instytutu Inżynierii Lądowej PWr.



Rys. z2.5. Postać wzorca zastosowanego w badaniach mostu



Rys. z2.6. Schemat układu jednokanałowego (UJK) zintegrowanego z kartą cyfrową. Oznaczenia:
1 – teleobiektyw $f' = 1000$ mm, 2 – matryca CCD,
3 – kamera, 4 – zasilanie, 5 – wyjście do komputera,
6 – filtry, 7 – głowica statywu, 8 – statyw [107]

Podstawowe dane techniczne kamery zestawiono w pracy [107].

W trakcie pomiarów wykorzystano układ jednokanałowy (UJK) sprzęgający teleobiektyw z kamerą. Jego działanie opiera się na sprzęgnięciu kamery z jednym tylko teleobiektywem o ogniskowej $f' = 1000$ mm. Schemat i widok na wykorzystany układ przedstawiono odpowiednio na rys. z2.6 i z2.7. Dobór obiektywu wynikał z przedstawionych wcześniej założeń funkcjonalnych (odległości analizowanego punktu od kamery, dokładności i zakresów mierzonych przemieszczeń). Taki teleobiektyw zapewniał przy pomiarze z odległości od 10 do 100 m, zakres mierzonych pionowych przemieszczeń od 50 do 500 mm. W celach upraszczających przyjęto, że zakres pomiaru pokrywał się z wysokością obserwowanego obrazu (w rzeczywistości był on nieco mniejszy), oraz że

rozdzielczość równa jest w przybliżeniu wymiarowi 1 piksela. Przy powyższych założeniach zakres mierzonych przemieszczeń poziomych był większy o około 1,5 razy, co wynika ze stosunku rozmiarów poziomych i pionowych matrycy CCD. Jest rzeczą powszechnie uznaną, że na ogół przemieszczenia poziome konstrukcji są zdecydowanie mniejsze od pionowych, tak więc UJK zapewnił pomiar przemieszczeń w obu kierunkach. W celu zapewnienia ochrony kamery przed prześwietleniem stosowano także odpowiednie filtry [107].

• **Systemy akwizycji obrazu.** W układzie pomiarowym wykorzystano kartę cyfrowej analizy obrazu firmy VISIONETICS typu VFG-512. Służyła ona do wprowadzania obrazu do komputera i jego dalszej obróbki. Obraz po zamianie na postać

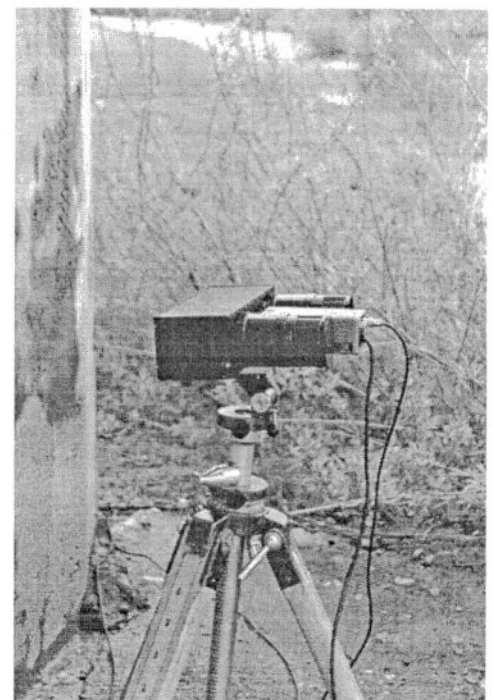
cyfrową składał się z dwuwymiarowej tablicy o wymiarach 512×512 pikseli, do których istniał programowy dostęp, pozwalający na przetwarzanie obrazu. Podstawowe dane techniczne karty znajdują się w pracy [107].

Do przetwarzania obrazu wykorzystano komputer typu IBM PC 386SX o charakterystykach: procesor Intel 386SX, zegar 20 MHz, pamięć RAM 4MB, dysk twardy 40 MB, koprocessor arytmetyczny oraz *expansion box* $1 \times 16 + 2 \times 8$.

W systemie wykorzystano również monitor telewizyjny o rozdzielczości w poziomie 720 linii, który służył do podglądania obrazu otrzymywanego z kamery lub obrazu przetworzonego przez kartę wizyjną.

Opis algorytmu przetwarzania obrazu.

• **Wymagania narzucone na algorytm.** W trakcie pomiarów korzystano ze specjalnie opracowanego algorytmu przetwarzania obrazu. Zastosowanie komputerowej analizy obrazu do wyznaczania przebiegów dynamicznych narzucało wymagania na czas przetwarzania pojedynczego obrazu. Pomimo, że z reguły częstotliwość drgań tradycyjnych konstrukcji mostowych nie przekracza 5 Hz, to jednak



Rys. z2.7. Kamera wizyjna wraz z teleobiektywem w trakcie badań nurtowego przęsła mostu w Sieradzu

wydawało się celowe do analizy takich drgań w tym moście wykorzystanie pełnych możliwości systemu wizyjnego, tj. analizy wszystkich obrazów (25 obrazów na sekundę). Ze względów ekonomicznych algorytm opracowano dla jednostki przetwarzającej obraz w postaci komputera osobistego.

W przypadku badań dynamicznych konstrukcji przeseł tego mostu należało liczyć się z minimalnym czasem trwania pojedynczego pomiaru rzędu 30-50 s. Nawet w przypadku minimalnego czasu 10 s, wymagana pamięć do rejestracji wszystkich obrazów wynosi $10 \times 25 \times 256 = 62$ MB. W przypadku zastosowanego sprzętu (dla pracy w trybie *off-line*) nie było możliwe dysponowanie tak dużą pamięcią typu RAM, natomiast prowadzenie na bieżąco zapisu obrazów na dysk magnetyczny komputera było niemożliwe ze względu na zbyt długi czas trwania tej operacji [107].

Dodatkowym argumentem przemawiającym za analizą w trybie *on-line* była możliwość prowadzenia wstępnej kontroli przebiegu przemieszczeń w czasie trwania wymuszenia, co miało istotne znaczenie dla prowadzonych badań mostu [62]. Tak więc, z opisanych wyżej powodów zdecydowano się na przetwarzanie obrazów w trybie *on-line*.

• **Algorytm.** Zasada działania oprogramowania komputera wykorzystanego w metodzie wizyjno-komputerowej oparta jest na algorytmie, w którym zastosowano podejście polegające na znalezieniu osi symetrii krzyża na etapie określenia położenia krawędzi jego ramienia. W kolejnej fazie zawarto jedynie korektę położenia osi symetrii na podstawie wartości (liczby) pikseli w pobliżu krawędzi [107].

Do wyznaczania współrzędnych poszczególnych wybranych odcinków ramion krzyża przyjęto do analizy po 10 pikseli po obu stronach ramion krzyża. Przy takich założeniach zapas ten umożliwiał maksymalny obrót krzyża o kąt równy 20° . Wynika to z maksymalnej dopuszczalnej prędkości przemieszczania się wybranego punktu na konstrukcji. Jego maksymalną wartość oszacowano na podstawie dwóch kryteriów.

W pierwszym założono, że maksymalne przemieszczenie konstrukcji następuje pod wpływem przejazdu pojazdu przez przeseł z maksymalną prędkością nie większą niż 200 km/h. Maksymalna prędkość przemieszczania się konstrukcji wystąpi dla przeseła o minimalnej długości (równej podwojonej minimalnej odległości wzorca od kamery). Otrzymano w ten sposób maksymalną wartość przemieszczenia przypadającą na czas jednego obrazu (40 ms) nie przekraczającą 50 pikseli.

W kryterium drugim założono występowanie drgań o częstotliwości równej 5 Hz (czyli, że podstawowa częstotliwość drgań własnych obiektów mostowych nie przekracza tej wartości) i amplitudzie równej 1/4 zakresu, tj. 125 pikseli. Także w tym przypadku otrzymano maksymalną wartość przemieszczenia przypadającą na czas jednego obrazu nie przekraczającą 50 pikseli.

Doświadczenia zdobyte podczas kilku wcześniejszych badań przeprowadzonych tą metodą udowodniły, że w rzeczywistości występujące prędkości przemieszczania się konstrukcji mostowych są dużo mniejsze [125].

Więcej szczegółów dotyczących algorytmu oraz przyjętego oprogramowania podano w pracach [107], [108].

z2.4. Ocena dokładności pomiarów podczas badań dynamicznych

z2.4.1. Drgania rejestrowane metodą tradycyjną

W trakcie badań dynamicznych założono stałą prędkość przejazdu taboru samochodowego po moście (pominięto efekt ewentualnego przyspieszenia lub hamowania, co z pewnością nie powodowało większego błędu). Podobnie jak w przypadku badań statycznych, prowadzone pomiary wielkości przemieszczeń i amplitud drgań na obiekcie mogły być obarczone pewnymi błędami.

Drgania rejestrowane metodą tradycyjną, wykorzystującą czujniki mechaniczne, obarczone były pewnym błędem. Przy najniekorzystniejszym zestawieniu aparatury prawdopodobny błąd pomiaru drgań δ_d w konstrukcji przęsła wynosił (z2.1):

$$\delta_d = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2} = \sqrt{1,0^2 + 2,0^2 + 3,0^2} = \pm 3,74\%, \quad (z2.1)$$

gdzie

$\delta_1 = \pm 1,0$ i $1,5\%$ – błąd odczytu wskazań czujników indukcyjnych przemieszczeń lub prędkości drgań,

$\delta_2 = \pm 2,0\%$ – błąd kalibracji,

$\delta_3 = \pm 3,0\%$ – błąd odczytu z wykresu.

z2.4.2. Drgania rejestrowane metodą wizyjno-komputerową

Drgania rejestrowane metodą wizyjno-komputerową również charakteryzowały się pewnym błędem, a złożoność procedur ich przetwarzania nie pozwala na jego precyzyjne określenie. Dokładność tej metody zależy nie tylko od precyzji algorytmu analizy obrazu, ale także od błędów wszystkich składników systemu wizyjnego (kalibracja systemu, postać wzorca, oświetlenie, refrakcja powietrza, dystorsja układu optycznego i elektronicznego, układ odniesienia, przetwarzanie obrazu przez komputer). Każdy z tych składników został wnikliwie skomentowany w pracy [107] oraz w skróconej formie w [55].

z2.5. Wyniki badań doświadczalnych

z2.5.1. Postulowana konwencja badań dynamicznych

W trakcie przejazdów wstępnych z prędkościami 5 i 10 km/h, zarejestrowano odpowiedź konstrukcji mostu na poziomie niskich częstotliwości. Tak więc, ze względu na pewne ograniczenia rozdzielczości aparatury pomiarowej zastosowanej w metodzie wizyjno-komputerowej, zwiększono prędkości przejazdów do 15 i 20 km/h, co pozwoliło na zwiększenie miarodajności pomiarów przebiegów czasowych przemieszczeń dla wszystkich założonych wcześniej przekrojów.

Pewne utrudnienie w badaniach dynamicznych obiektu stanowiło ograniczenie prędkości przejazdów samochodu do $v_{max} = 20$ km/h, co spowodowane było względami bezpieczeństwa z uwagi na zbyt krótki dojazd do mostu od strony OSiR, a także stosunkowo małą szerokością pomostu.

Należy jednocześnie dodać, że podane czynniki nie dyskryminują dokonywania na podstawie otrzymanych i przeanalizowanych wyników z badań pewnych uogólnień na mosty wantowe o podobnej konstrukcji i większych rozpiętościach przęsła. W zasadzie zasadnicza wątpliwość może być związana z charakterystykami dynamicznymi tego typu konstrukcji przy przejazdach samochodu z większymi prędkościami (np. $v = 60$ km/h i większą).

z2.5.2. Sposób przygotowania wyników

Identyfikacja dynamiczna mostu polegała przede wszystkim na dokonaniu obserwacji charakteru jego drgań własnych i wymuszonych, ich amplitud, a także częstotliwości.

Ze względu na niejednokrotnie losowy charakter drgań otrzymanych z przebiegów, interpretacja wyników pomiarów była dosyć trudna i nie zawsze jednoznaczna.

Współczynnik przeciążenia dynamicznego. Dotychczasowe prace badawcze ograniczają się zwykle do pewnych uproszczonych, a więc teoretycznych przypadków, jak np. obciążenia jedną siłą, założenia niewrażliwości przęsła mostowego (dla małych rozpiętości) lub pominięcia masy poruszającego się pojazdu wobec dużej masy przęsła (dla dużych rozpiętości).

Współczynnik dynamiczny dla danego elementu mostu (np. przęsła) obliczony został jako stosunek maksymalnego ugięcia dynamicznego y_{dyn}^{max} (określonego jako największa wartość wychylenia na wykresie) do maksymalnego ugięcia statycznego y_{stat}^{max} , określonego jako średnia z minimalnego i maksymalnego wychylenia na wykresie wg zależności (z2.2):

$$\varphi = y_{dyn}^{max} / y_{stat}^{max} \quad (z2.2)$$

Należy przy tym zwrócić uwagę, że tak ustalony współczynnik odnosi się do miejsca, w którym wykonano pomiar. Dlatego do badań stalowego mostu wantowego w Sieradzu wybrano miejsca krytyczne, którymi były połowy rozpiętości teoretycznych przęseł nurtowego i zalewowych prawobrzeżnych, punkty połączeń want z pomostem w przęśle nurtowym P2, a także 3 punkty A, B i C, które umieszczono na wysokości pylonu (rys. z2.1).

Metoda I - konwencjonalna. Przebiegi czasowe przemieszczeń i prędkości drgań rejestrowane dla poszczególnych elementów badanego mostu wantowego poddane były laboratoryjnej obróbce z zastosowaniem analizatora wykorzystanego podczas eksperymentów dynamicznych na obiekcie.

Widma drgań uzyskano stosując metodę FFT oraz wykorzystując filtr górno przepustowy 6,4 kHz, co umożliwiło częściowe odszumienie przebiegów w zakresie wyższych częstotliwości. W obróbce sygnału nie stosowano niskopasmowych filtrów cyfrowych zakładając, że filtrowanie sygnału w zakresie niskich częstotliwości może być obciążone większym błędem. Otrzymane wykresy spektralne drgań zapisywano w postaci graficznej na ploterze 2319 B & K.

Metoda II - wizyjno-komputerowa.

- **Przetwarzanie wstępne.** W metodzie opartej na technice podpikselowej, przetwarzanie wstępne zarejestrowanego przebiegu z reguły miało na celu wyeliminowanie wpływu ubocznych czynników, takich jak trendy, składowe oscylacyjne lub składowe szybkozmienne o charakterze szumu.

Przedstawiona wcześniej analiza przyczyn błędów tej metody pozwala na stwierdzenie, że dla większości przypadków zarejestrowane przebiegi były pozbawione składowych zmiennych o charakterze szumu. Przemawiają za tym głównie stosunkowo wysokie dokładności pomiarów wartości chwilowych w stanie ustalonym.

W celu wykrycia ewentualnych błędów, przeanalizowano wstępnie fragment przebiegu odpowiadający tzw. *zeru pomiarowemu*, tzn. fragmentowi, gdy konstrukcja nie była obciążona, a następnie posłużono się oceną wartości średniej i odchylenia standardowego. W przypadku, gdy wystąpiły wartości pomiaru różniące się od średniej o więcej niż dwa lub trzy odchylenia standardowe przeprowadzano *wygładzanie* przebiegu, np. metodą wielomianu aproksymującego.

W przypadku badań pod obciążeniem statycznym może występować zjawisko trendu opowiadające wpływowi zmian temperatury na zachowanie się konstrukcji (miało to miejsce np. w trakcie badań statycznych mostu). Z reguły trend ten miał charakter liniowy i wystarczająca była korekcja przebiegu na podstawie wyznaczonego przebiegu liniowego odpowiadającego *zeru pomiarowemu*. W przypadku badań pod obciążeniem dynamicznym ze względu na krótki czas pomiaru wpływ zmian temperatury był niezauważalny.

Po wykonanej analizie przyczyn błędów metody ustalono, że decydującym czynnikiem była zmienność mierzonego sygnału (błąd dynamiczny), jednak zmierzona w określonej chwili wartość przemieszczenia konstrukcji była w wystarczającej zgodności z wartością rzeczywistą.

O wystarczającej dokładności pomiaru świadczyła przeprowadzona analiza pozwalającą na określenie liczby punktów, w których należy wyznaczyć wartości funkcji interpolującej. Przeprowadzono ją na podstawie danych uzyskanych z próbkowania co 40 ms przebiegów z równaniami dla drgań niegasnących, gasnących i sumy sinusoidalnych drgań gasnących podanych w pracy [107].

- **Wyznaczanie własności dynamicznych konstrukcji mostowej.** Wykazana za pomocą twierdzenia o

próbkowaniu Shannona możliwość analizy w dziedzinie częstotliwości [107] pozwala dla przyjętej metody na analizę składowych częstotliwości poniżej 12,5 Hz. Jest to wartość wystarczająca z uwagi na charakter drgań występujących w konstrukcjach mostów wantowych.

Jednym z celów badań było określenie charakteru drgań wymuszonych i swobodnych konstrukcji, jednak ze względu na złożony charakter drgań swobodnych przeprowadzono analizę widmową, która umożliwiła wyznaczenie poszczególnych częstotliwości drgań składowych.

Podczas przeprowadzonych badań obserwowano większe drgania pomostu czy pylonu przy wyższych prędkościach przejazdu samochodu. Ich występowanie dowodzi jak duży wpływ na pracę konstrukcji o podobnym schemacie statycznym i kształcie przekroju poprzecznego mają obciążenia dynamiczne. Jednak to przemieszczenia są charakterystyczną wielkością drgań dla konstrukcji budowlanych, do których można zastosować analizę Fouriera w celu rozkładu drgań na harmoniki, otrzymując poszczególne amplitudy i częstotliwości drgań.

Analizie dynamicznej poddano wyniki otrzymane z pomiarów przemieszczeń, przy czym należy zaznaczyć, że częściowo była ona wykonywana automatycznie w komputerze sterującym pomiarami. W ten sposób otrzymano szeregi czasowe danych, które następnie poddano dalszej obróbce matematycznej.

Po określeniu podstawowych parametrów danego szeregu czasowego, w celu sprecyzowania charakterystyk częstotliwościowych danego przebiegu, przeprowadzano jego analizę dynamiczną. Zakładano przy tym, że drgania określane są deterministycznie.

W tym celu wyznaczano spektrum drgań w dziedzinie częstotliwości przy wykorzystaniu szybkiej transformaty Fouriera (FFT) według zależności $F = FFT\{f(t)\}$. Kolejnym krokiem w analizie był wybór odpowiedniego okna widmowego w celu wyeliminowania pewnych błędów związanych z określeniem widma. W tym wypadku wykorzystano okno Hamminga lub/i Hanninga. Do powyższych celów wykorzystano program komputerowy *SigVIEW32* w wersji 1.7.

Na podstawie analizy zarejestrowanych wybranych przebiegów wyznaczono także logarytmiczne dekrementy tłumienia, przy czym wartości częstotliwości drgań swobodnych i dekrementu tłumienia, wyznaczone dla różnych prędkości przejazdu, różniły się między sobą jedynie o wartości wynikające z dokładności pomiarów.

W trakcie obróbki wyników otrzymanych z badań metodą wizyjno-komputerową (II), zarejestrowano dla pomostu drgania o wysokich częstotliwościach, będące poza zakresem pomiaru metody. Tak więc, w związku z występowaniem zakłóceń dla przemieszczeń pomostu wykonano filtrację metodą ruchomej średniej. W przypadku przemieszczeń pylonu, przebiegi zostały zmierzone bez żadnej obróbki, gdyż nie występowały tu istotne drgania o wysokich częstotliwościach.

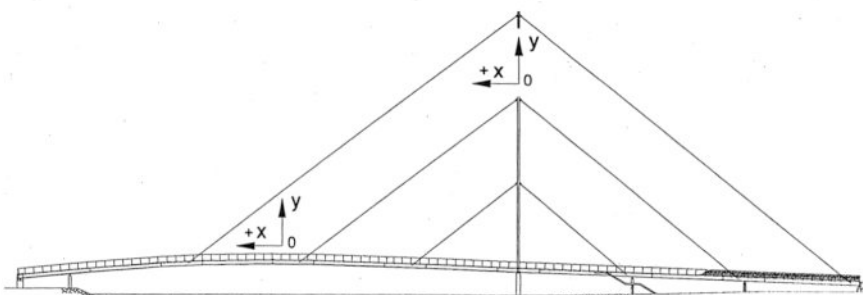
z2.5.3. Drgania pomostu

Uwagi ogólne. Pomiary drgań pomostu zrealizowano za pomocą dwóch wspomnianych metod, tj. konwencjonalnej (I) opartej na czujnikach indukcyjnych służących do pomiaru odpowiednio przemieszczeń i prędkości drgań, oraz wizyjno-komputerowej (II) – pozwalającej na pomiar przebiegów przemieszczeń w kierunkach pionowym i poziomym. Punkty pomiarowe zlokalizowano w miejscach mocowania want do dźwigarów głównych przęsła nurtowego P2 oraz w środkach rozpiętości

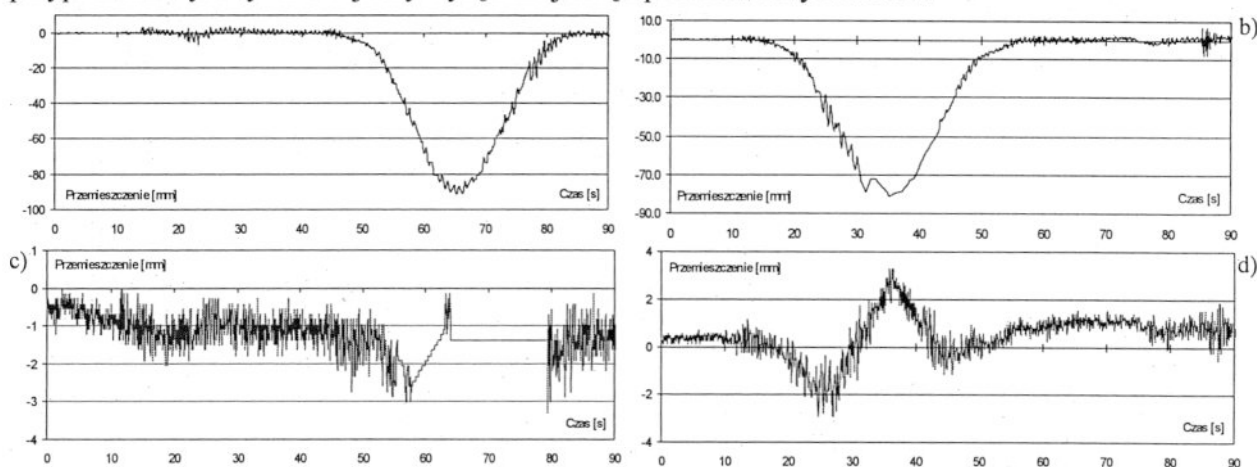


Rys. z2.8. Przejazd samochodu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku terenów rekreacyjnych TR

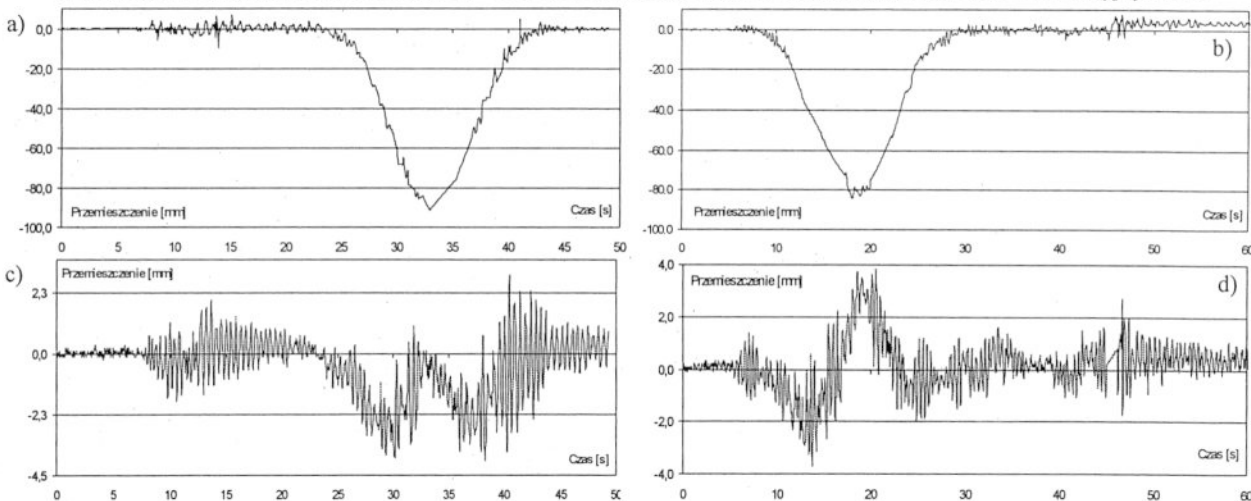
przęseł P3–P5 dla metody I, oraz w środku rozpiętości przęsła P2 (miejsce lokalizacji przekroju tensometrycznego T-II, zgodnie z oznaczeniami podanymi na rys. z2.1. Część pomiarów dynamicznych odbywała się z jednoczesną rejestracją przy wykorzystaniu obu metod, natomiast w szczególnych przypadkach wykonywano rejestry wyłącznie jedną z przedstawionych metod.



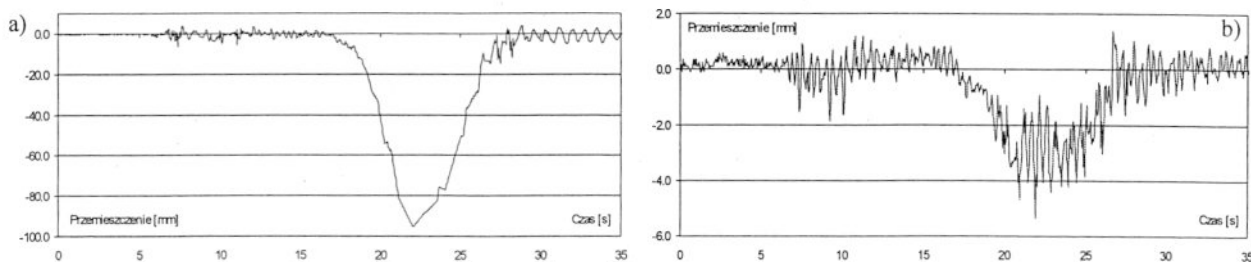
Rys. z2.9. Oznaczenie kierunków i zwrotów mierzonych przemieszczeń w trakcie badań dynamicznych mostu metodą wizyjno-komputerową II w widoku z punktu bazowego ustawienia kamery dla pomostu i pylonu



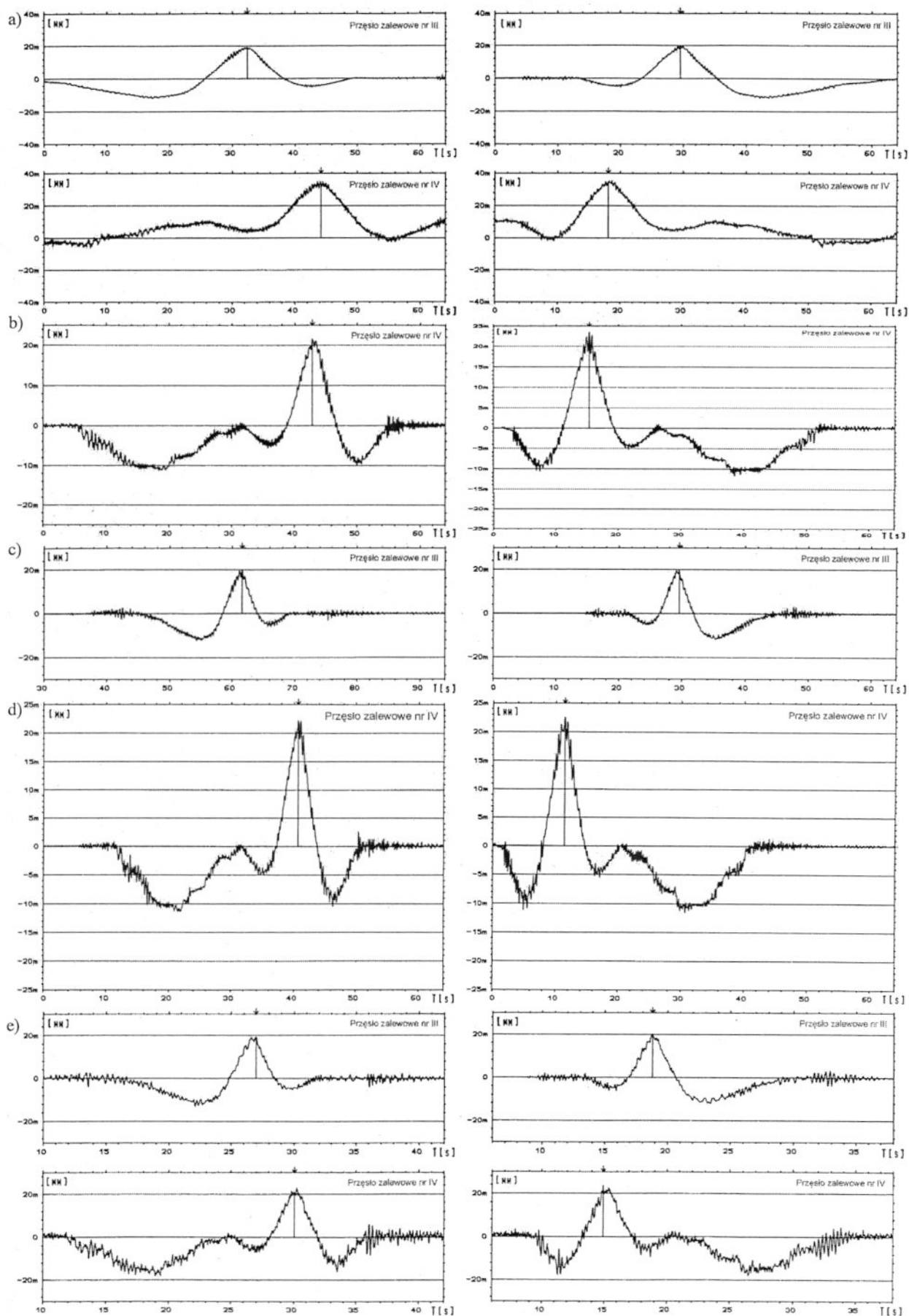
Rys. z2.10. Przebiegi czasowe przemieszczeń: a) i b) pionowych y , oraz c) i d) poziomych x , w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2 dla przejazdu samochodu z $v = 5$ km/h w kierunkach: a) i c) OSiR oraz b) i d) terenów rekreacyjnych TR



Rys. z2.11. Przebiegi czasowe przemieszczeń: a) i b) pionowych y , oraz c) i d) poziomych x , w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2 dla przejazdu samochodu z $v = 15$ km/h w kierunkach: a) i c) OSiR oraz b) i d) TR



Rys. z2.12. Przebiegi czasowe przemieszczeń: a) pionowych y , oraz b) poziomych x , w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2, dla przejazdu samochodu z $v = 20$ km/h w stronę OSiR



Rys. z2.13. Przebiegi czasowe przemieszczeń pionowych dźwigara głównego od strony górnej wody dla przejazdów z prędkościami: a) 5 i b) 10 km/h dla przęsła P4, c) 15 km/h dla przęsła P3 i d) 15 km/h dla przęsła P4 oraz e) 20 km/h. W kolumnach I i II podano odpowiednio przejazdy w kierunkach TR i OSiR

Na rysunku z2.8 przedstawiono jeden z przejazdów samochodu ciężarowego w kierunku terenów rekreacyjnych TR z prędkością $v = 15$ km/h w trakcie próby dynamicznej.

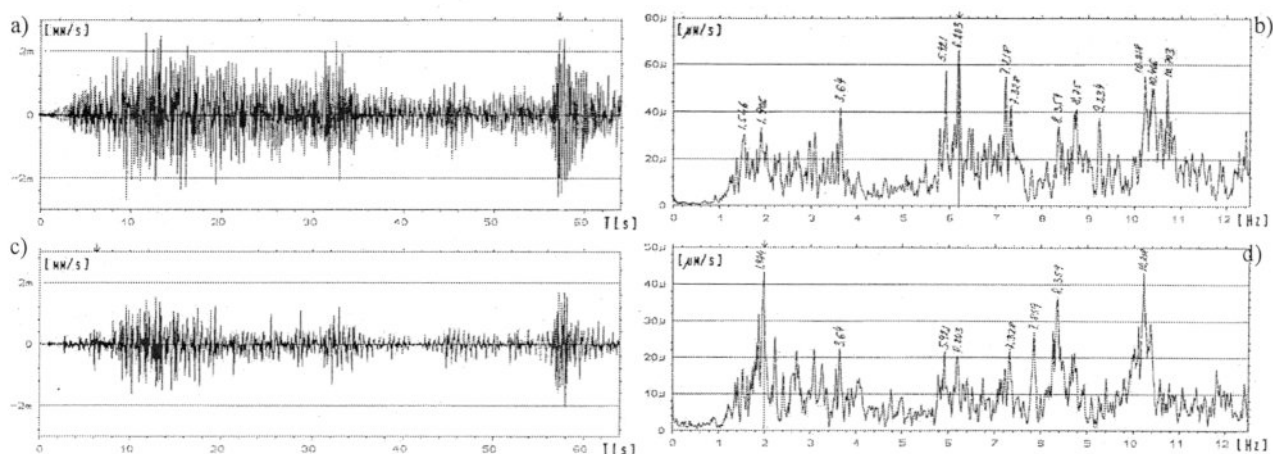
W czasie pomiarów drgań pomostu i pylonu metodą wizyjno-komputerową zastosowano następującą notację zwrotów ortogonalnych przemieszczeń w pionowej płaszczyźnie równoległej do osi podłużnej mostu: wartości dodatnie na osi pionowej y odpowiadają zwrotom ku górze, natomiast wartości dodatnie na osi poziomej x – zwrotom w kierunku OSiR (rys. z2.9).

Wzorce umieszczone na wysokości pylonu znajdowały się w odległości około 0,10–0,15 m powyżej trzech poziomów zakotwień want (A, B i C).

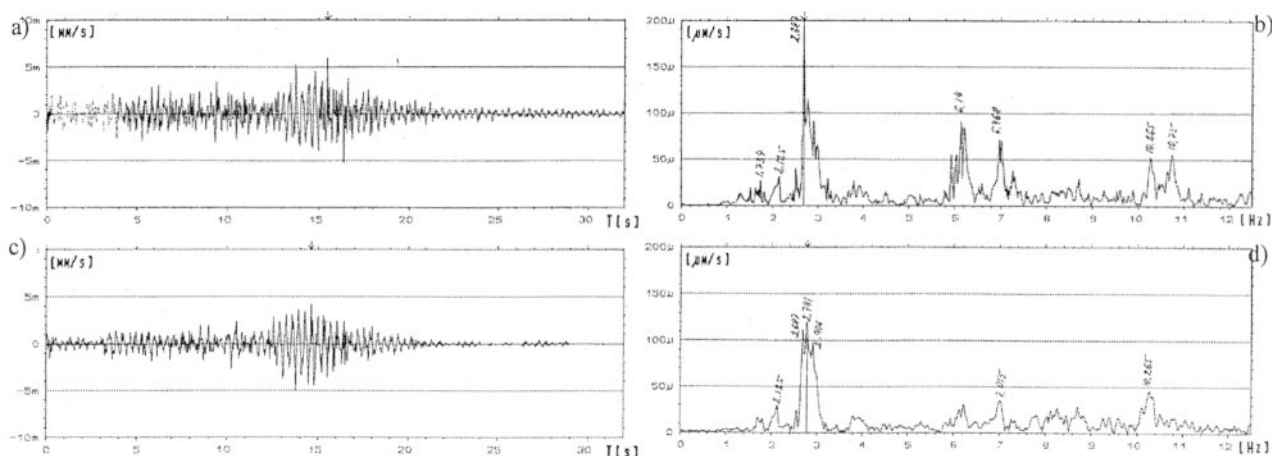
Wyniki pomiarów. Ze względu na dużą liczbę wykonanych rejestrów, wyniki zmierzonych wielkości zamieszczono w postaci wybranych przebiegów, dla których wykonano zestawienia w formie tabelarycznej.

Na rysunkach z2.10–z2.12 przedstawiono przebiegi przemieszczeń dla pomostu (rejestr metodą wizyjno-komputerową od strony górnej wody) prześła nurtowego P2 dla prędkości przejazdów $v = 5, 15$ i 20 km/h. Na wykresach przedstawiono przebiegi dynamiczne przemieszczeń jednocześnie dla dwóch kierunków, tj. x i y danego schematu dynamicznego. W wybranych przypadkach wykonano przejazdy bądź w jednym tylko kierunku (OSiR), bądź z pominięciem prędkości 10 km/h, co uzależniono, np. od warunków dojazdu i zjazdu obciążenia z mostu.

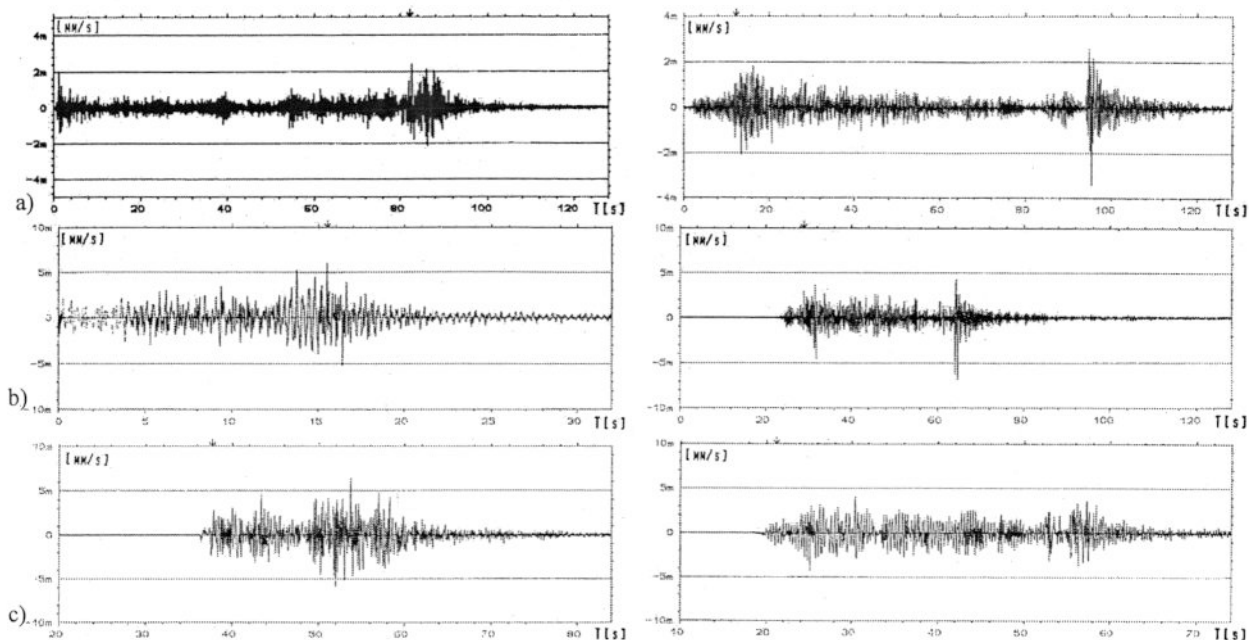
Z powyższych wykresów wynika, że większą dynamicznością charakteryzowały się przebiegi przemieszczeń poziomych, przy czym zdarzały się sporadyczne przypadki nieciągłości dla danego



Rys. z2.14. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań pionowych i odpowiadające im spektra pomostu w punktach: a) i b) P2-2 oraz c) i d) P2-1, nad dźwigarem głównym D_{DW} od strony dolnej wody dla przejazdów z prędkością 10 km/h w kierunku terenów rekreacyjnych TR



Rys. z2.15. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań pionowych i odpowiadające im widma częstotliwości pomostu w punktach: a) i b) P2-2 oraz c) i d) P2-1, nad dźwigarem głównym D_{DW} od strony dolnej wody dla prędkości przejazdów $v = 15$ km/h w kierunku OSiR



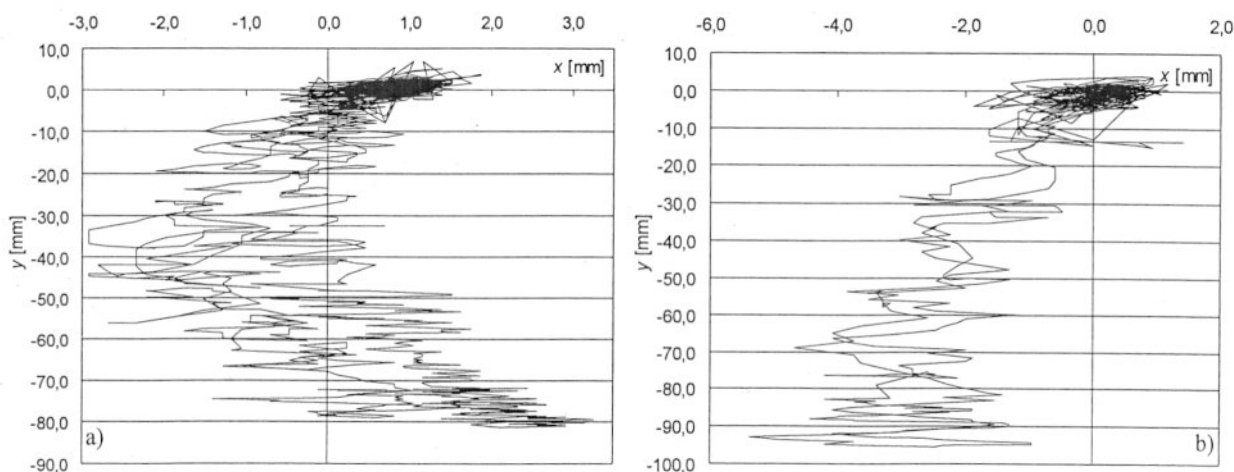
Rys. z2.16. Przebiegi prędkości drgań pomostu w punkcie P2-2 nad dźwigarem głównym D_{DW} od strony dolnej wody dla prędkości przejazdów odpowiednio: a) $v = 5$ km/h, b) $v = 15$ km/h i c) $v = 20$ km/h. W kolumnach I i II podano drgania odpowiednio dla kierunku jazdy do OSiR i TR

rejestr, co spowodowane było chwilową niestabilnością, bądź początkowym brakiem kalibracji aparatury (np. rys. z2.10c). W takich sytuacjach, ze względu na założoną dużą liczbę schematów dynamicznych, nie dokonywano powtórnych pomiarów.

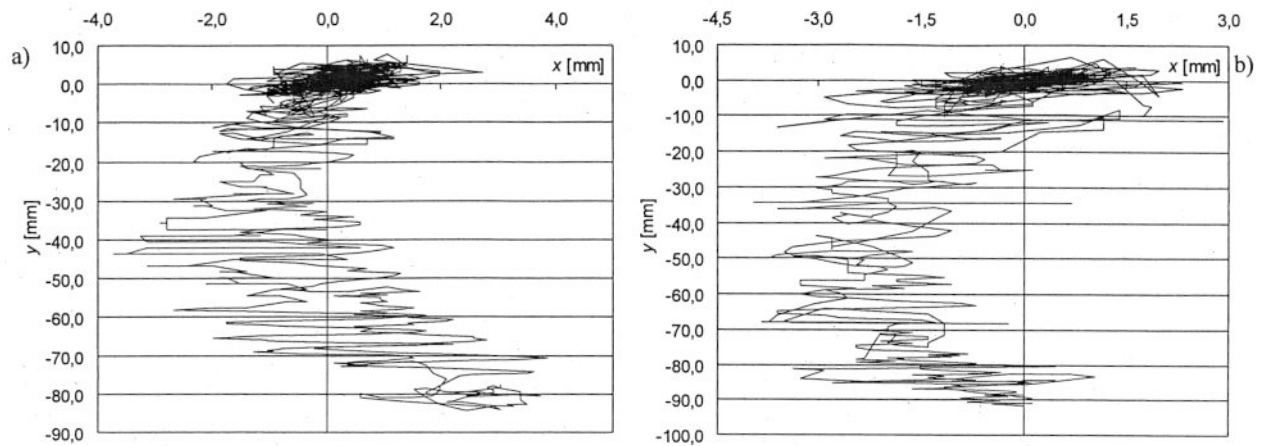
Z kolei na rysunku z2.13 zestawiono wybrane przebiegi przemieszczeń pionowych dla dźwigara głównego od strony górnej wody z zastosowaniem metody konwencjonalnej (I), wykorzystującej czujniki indukcyjne) w przęsłach zalewowych P3 i P4 dla schematów dynamicznych z prędkościami przejazdu samochodu odpowiednio $v = 5, 10, 15$ i 20 km/h w obu kierunkach.

Skalowanie przedstawionych wydruków dostosowano do maksymalnej zarejestrowanej amplitudy, nie przekraczającej 30 mm. Z wykresów tych (np. z2.14 a i c) można wyodrębnić skokowe zmiany amplitud drgań przy przejeździe pojazdu przez przęsło najdłuższe P2, co spowodowane jest występowaniem połączeń want dźwigarami głównymi (ciągną W1, W2 i W3 stanowiły rodzaj podpór sprężystych). W związku z powyższym wykonano jednocześnie pomiary drgań w tych punktach.

Na rysunkach z2.14–z2.16 przedstawiono w postaci graficznej przykładowe prędkości drgań zarejestrowane w miejscach połączeń want W1 (P2-1) i W2 (P2-2) w przęśle nurtowym P2 mostu od przejazdu samochodu z prędkościami $v = 10, 15$ i 20 km/h (metoda I). Obok wykresów drgań



Rys. z2.17. Trajektoria przebiegu przemieszczeń w czasie dla punktu w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2 od przejazdu samochodu z prędkością: a) $v = 5$ km/h w kierunku TR oraz b) $v = 20$ km/h w kierunku OSiR (metoda wizyjno-komputerowa II)



Rys. z2.18. Trajektorie przebiegu przemieszczeń w czasie dla punktu w środku rozpiętości przęsła nurtowego P2 od przejazdu samochodu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunkach: a) TR oraz b) OSiR (metoda wizyjno-komputerowa)

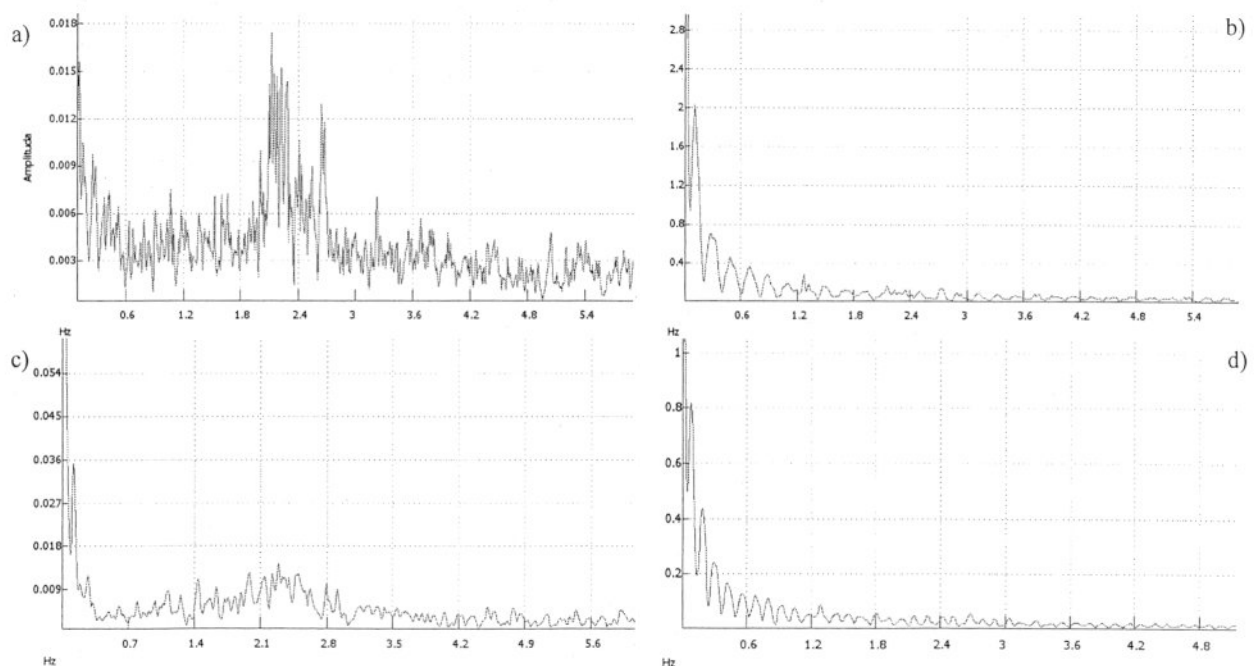
zamieszczono otrzymane, odpowiadające im, widma częstotliwości drgań.

Przedstawione na rys. z2.14b i d spektrogramy drgań wskazują na losowy charakter drgań pionowych przęsła P2. Trzykrotne zwiększenie prędkości pojazdu wpłynęło na wyodrębnienie charakterystycznych częstości drgań w badanych punktach, natomiast amplituda wzrosła niemal dwukrotnie z wartości około 2 do prawie 4 mm/s.

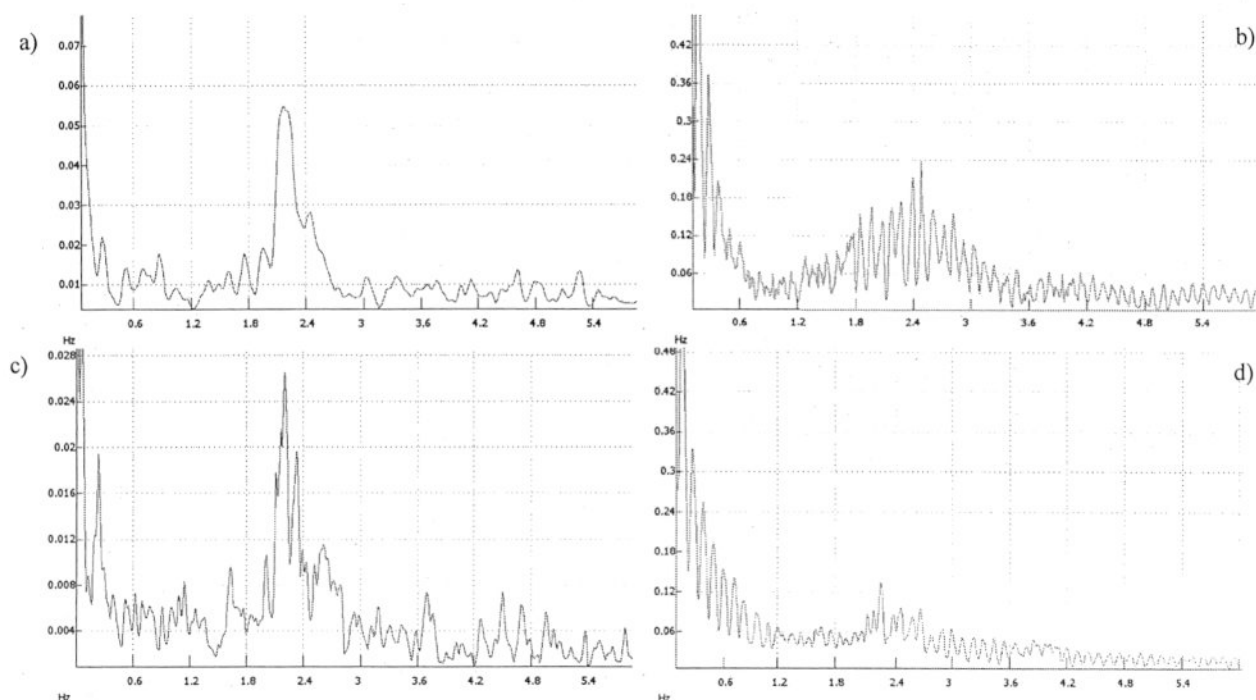
Zastosowanie metody wizyjno-komputerowej umożliwiło stworzenie trajektorii przemieszczeń na płaszczyźnie dla badanego punktu w czasie trwania cyklu obciążeniowego. Na rysunkach z2.17 i z2.18 przedstawiono przykładowe trajektorie przemieszczeń (w ortogonalnych kierunkach osi x i y) punktu w środku rozpiętości teoretycznej przęsła nurtowego P2 dla przejazdu samochodu z prędkościami $v = 5, 15$ i 20 km/h dla przejazdu obciążenia w obu kierunkach.

Trajektorie wybranego punktu w środku rozpiętości najdłuższego przęsła dla przejazdu w kierunku TR są kształtem zbliżone do siebie pomimo zastosowania różnych prędkości przejazdu samochodu, a ich charakter nieco różni się w stosunku do przejazdów w stronę przeciwną – szczególnie dla niższych prędkości przejazdów (rys. z2.17 i z2.18).

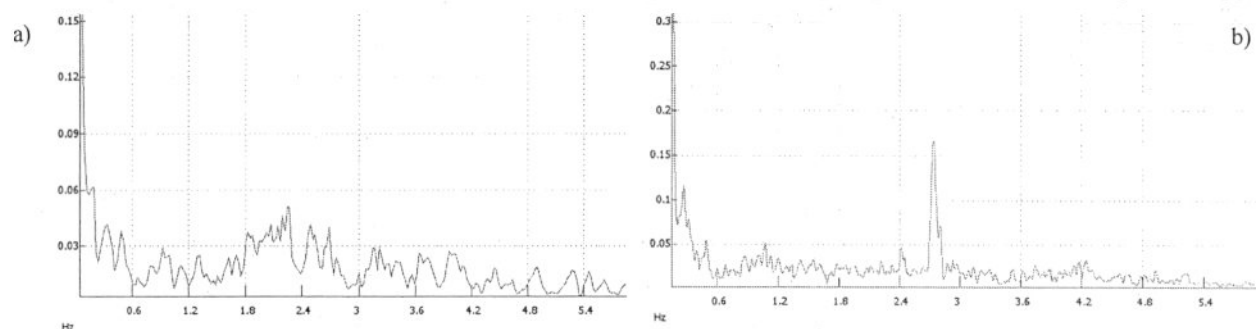
Na podstawie uzyskanych metodą II przebiegów przemieszczeń w $l/2$ przęsła P2 badanego mostu, wykonano analizę fourierowską danych, otrzymując spektra drgań. Na rysunkach z2.19–z2.21



Rys. z2.19. Widma gęstości mocy dla częstotliwości drgań pomostu w $l/2$ rozpiętości przęsła P2 dla przejazdów z prędkością 5 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) TR (w kolumnie I przedstawiono drgania podłużne x , oraz w II – pionowe y)



Rys. z2.20. Widma gęstości mocy dla częstotliwości drgań pomostu w $l/2$ rozpiętości przęsła P2 dla przejazdów z prędkością 15 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) TR (w kolumnie I przedstawiono drgania podłużne – x , oraz w II – pionowe – y)



Rys. z2.21. Widma gęstości mocy dla częstotliwości drgań pomostu w $l/2$ rozpiętości przęsła P2 dla przejazdów z prędkością 20 km/h w kierunku OSiR dla kierunku drgań: a) poziomych – x , oraz b) pionowych – y

przedstawiono widmową analizę drgań dla dwóch kierunków x i y od przejazdu samochodu z prędkościami $v = 5, 15$ i 20 km/h w obu kierunkach mostu.

Tablica z2.1. Ekstremalne przemieszczenia pionowe w $[\times 10^{-3} \text{ m}]$ zarejestrowane w $l/2$ rozpiętości przęseł mostu dla obciążeń dynamicznych od przejeżdżającego pojazdu

Lp.	Przęsło	Przemieszczenie (min/max)– dla przejazdu w kierunku OSiR z prędkością:					
		5		15		20	
		x	y	x	y	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	P2	-3,30/0,00*	3,57/-91,73*	2,92/-3,97*	5,14/-91,71*	1,42/-5,45*	3,14/-95,45*
2.	P3	–	12,3/-20,1	–	12,7/-20,2	–	13,3/-20,8
3.	P4	–	14,4/-22,3	–	11,6/-22,2	–	18,2/-23,9
4.	P5	–	13,3/-23,7	–	13,0/-24,0	–	13,8/-24,5
Lp.	Przęsło	– dla przejazdu w kierunku TR z prędkością:					
		5		10	15	20	
		x	y	y	x	y	y
5.	P2	-2,92/3,29*	4,66/-82,23*	–	3,93/-3,80*	6,46/-84,24*	–
6.	P3	–	11,8/-19,9	11,7/-19,5	–	13,8/-20,3	12,6/-19,8
7.	P4	–	16,6/-23,5	12,3/-22,1	–	11,4/-22,3	18,1/-23,3
8.	P5	–	14,8/-24,6	–	–	14,9/-25,2	15,2/-25,1

*) – pomiar wykonany za pomocą metody wizyjno-komputerowej.

Tablica z2.2. Dominujące częstotliwości drgań własnych w [Hz] przęseł P2–P5 mostu wymuszone przejeżdżającym pojazdem

Lp.	Przęsło	Rozpiętość [m]	Częstość drgań dla kierunków przejazdu:							
			OSiR z v = [km/h]				TR z v = [km/h]			
			5	15	20	5	10	15	20	
1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	
1.	P2	76,15	–	2,514*	2,767*	–	–	2,283*	–	
			2,124**	2,243**	2,215**	–	–	2,196**	–	
2.	P3	19,17	3,952	–	4,520	3,831	–	3,620	4,585	
3.	P4	19,00	3,814	4,760	–	3,824	4,815	3,158	–	
4.	P5	19,20	–	4,488	4,424	4,627	–	4,493	4,711	

*/**) – dotyczy odpowiednio częstotliwości pionowych i poziomych drgań własnych wyznaczonych z pomiaru metodą wizyjno-komputerową.

W wyniku sporządzenia wykresów spektralnych dla obu metod zauważono, że w zakresie małych prędkości przejazdu samochodu nie pojawiły się znaczące piki dla częstotliwości pionowych drgań własnych przęsła P2 mostu. Zwiększenie prędkości jazdy wywołało silniejszą odpowiedź konstrukcji w zakresie częstotliwości 2,2–2,8 Hz, co można interpretować jako podstawową częstotliwość drgań dla tego przęsła.

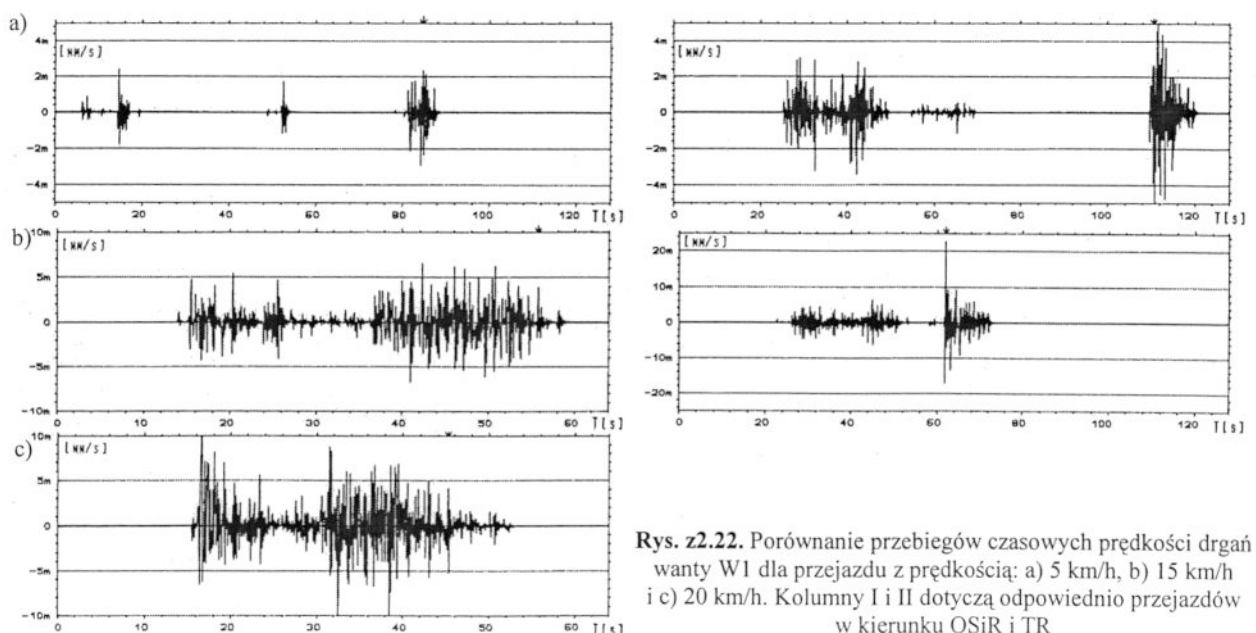
W tablicy z2.1 podano ekstremalne przemieszczenia pionowe dla przęsła nurtowego P2 oraz dla przęseł zalewowych mostu w środkach ich rozpiętości w trakcie przejazdów z prędkościami 5, 10, 15 i 20 km/h. Dla pomiarów wykonanych metodą wizyjno-komputerową dotyczących przęsła P2 załączono również przemieszczenia poziome.

W oparciu o uzyskane z analizy spektralnej przebiegów przemieszczeń dla przęseł P2–P5 badanego mostu, w tablicy z2.2 zestawiono ich dominujące częstotliwości drgań w zależności od prędkości i kierunku jazdy obciążenia ruchomego. Ze względu na efekt quasi-statycznego obciążenia dynamicznego dla niższych prędkości przejazdu, pod uwagę brano częstotliwości drgań w zakresie wyższym od 0,5 Hz.

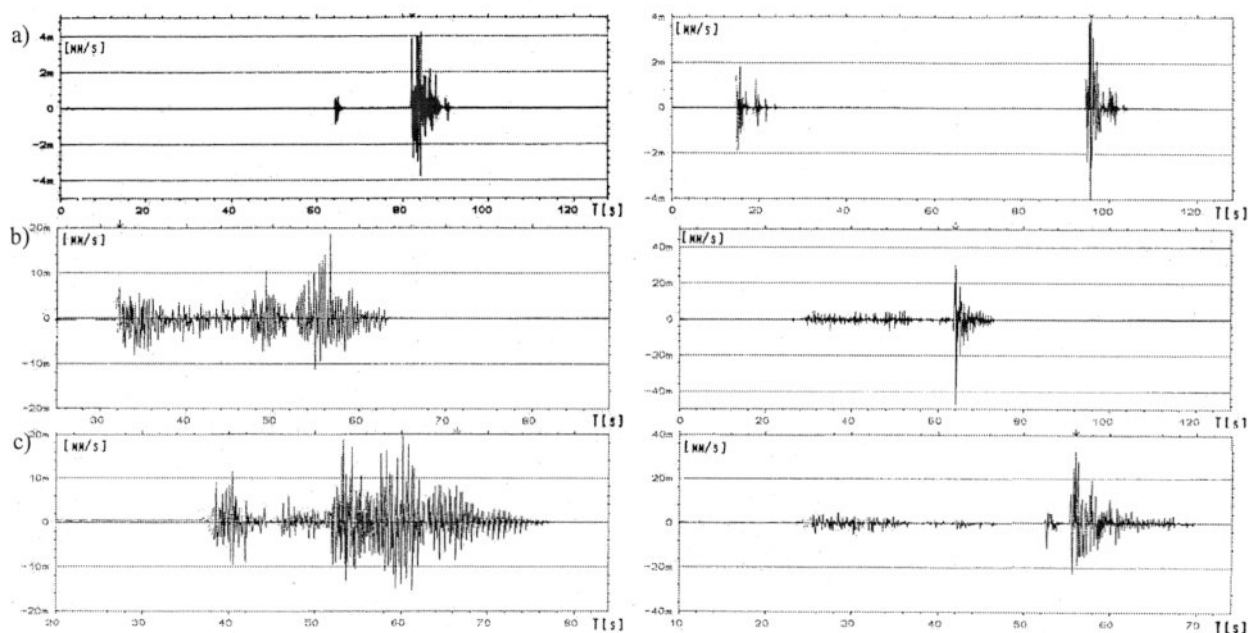
Wyznaczone eksperymentalnie częstotliwości drgań własnych dla przęseł P2–P5 wskazują na wyraźne różnice między poszczególnymi przęsłami. Większe wartości są dominujące dla przęseł o mniejszych rozpiętościach, natomiast dla przęsła nurtowego są one mniejsze średnio o ponad 2 Hz w stosunku do wyższych częstotliwości przęsła P3. Należy jednak dodać, że ze względu na mało czytelne spektrum drgań dla niektórych przebiegów drgań nie udało się wyznaczyć wartości własnych.

z2.5.4. Drgania want

W ramach badań mostu w zakresie dynamicznym wykonano analizę drgań want od obciążenia

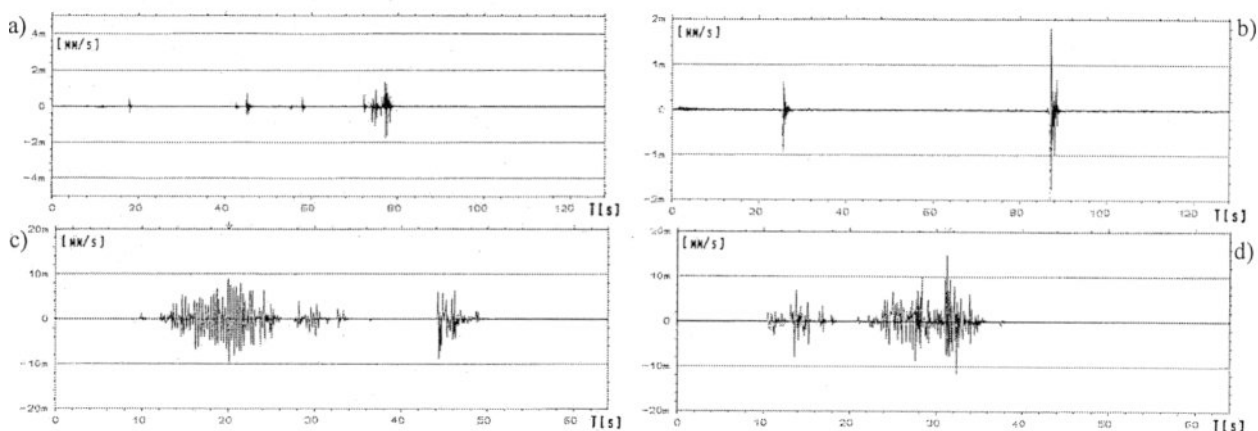


Rys. z2.22. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań wanty W1 dla przejazdu z prędkościami: a) 5 km/h, b) 15 km/h i c) 20 km/h. Kolumny I i II dotyczą odpowiednio przejazdów w kierunku OSiR i TR



Rys. z2.23. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań wanty W2 dla przejazdu z prędkością w [km/h]:

a) 5, b) 15 i c) 20. Kolumny I i II dotyczą odpowiednio przejazdów w kierunku OSiR i TR



Rys. z2.24. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań wanty W3 dla przejazdu z prędkością w [km/h]:

a) i b) 5, c) 15 i d) 20. Przejazdy w kierunku OSiR podano na wykresach a) i c), natomiast w kierunku TR – b) i d)

przejeżdżającym pojazdem, jak również dokonując w nich wzbudzeń drgań harmoniczných dla uzyskania częstości drgań własnych.

Na rysunkach z2.22–z2.24 przedstawiono przebiegi prędkości drgań wybranych want W1, W2 i W3 przęsła nurtowego pod obciążeniem dynamicznym od przejeżdżającego samochodu z prędkościami 5, 15 i 20 km/h.

Na podstawie sporządzonych wykresów można zauważyć wyraźną różnicę w zachowaniu się cięgien w zależności od kierunku poruszania się pojazdu. Drgania dla kierunku OSiR charakteryzują się większym tłumieniem, poza tym dla tego samego kierunku poruszania się obciążenia dostrzeżono większe amplitudy wzbudzonych drgań szczególnie dla dłuższych want, tj. W1 i W2.

Na rysunku z2.25 zestawiono przebiegi wymuszonych drgań want W1, W2 i W3 w kierunku prostopadłym do ich cięciw przy moście nieobciążonym

Tablica z2.3. Zestawienie uzyskanych z analizy widmowej częstości drgań własnych want przęsła nurtowego P2 w [Hz] przy harmonicznym wymuszeniu ich drgań

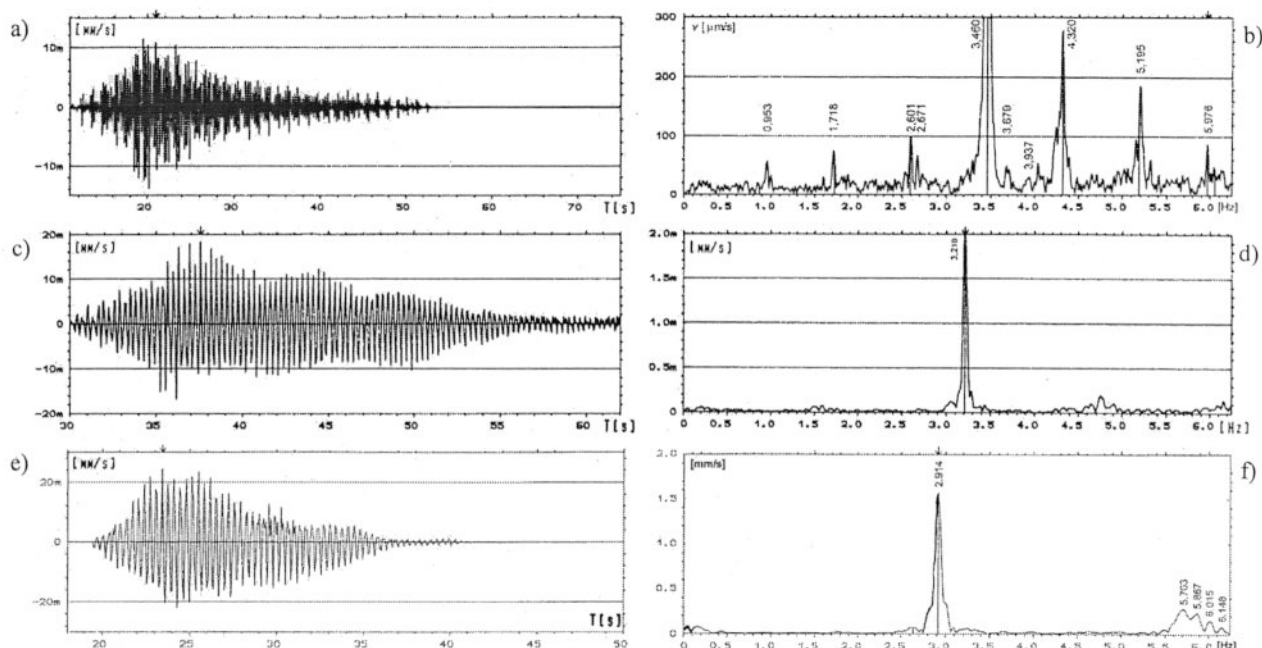
Lp.	Wanta	Długość [m]	Typ obciążenia	Częstość
1	2	3	4	5
1.	W1	67,8	MN	1,718 (2)
2.				2,601 (3)
3.				3,460 (4)
4.			P2-2'	2,796 (3)
5.			P5-I/2	2,640 (3)
6.				3,523 (4)
7.	W2	46,1	MN	3,210 (2)
8.			P2-2	3,898 (2)
9.			P5-I/2	3,187 (2)
10.	W3	22,7	MN	2,914 (1)
11.			P2-3	3,721 (1)

MN – most nieobciążony, P_{i/j} – obciążenie statyczne przęsła *i* z lokalizacją w punkcie *j*. W nawiasach podano numer dominującej postaci własnej *n*.

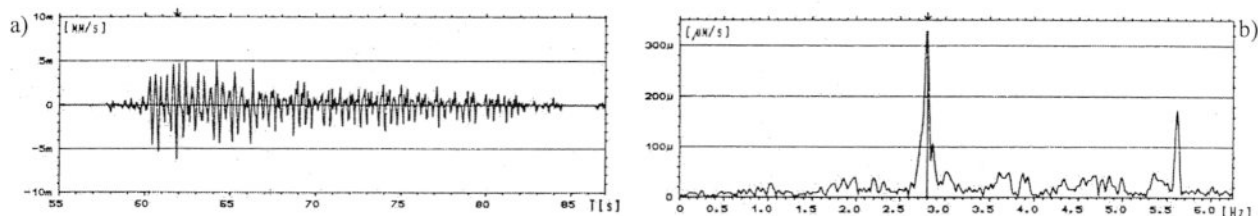
statycznie, oraz odpowiadające im widma w dziedzinie częstotliwości. Ze względu na niskie wartości podstawowych częstości drgań własnych, przedstawione wykresy analizy drgań przeprowadzono w maksymalnym zakresie 0–6 Hz.

Na rysunkach z2.26–z2.28 zestawiono przykładowe przebiegi harmonicznie wymuszonych drgań tych samych want (W1, W2 i W3) przy moście obciążonym statycznie pojazdem w środku rozpiętości teoretycznej przęsła P2, bądź przęsła P5, oraz odpowiadające im widma drgań.

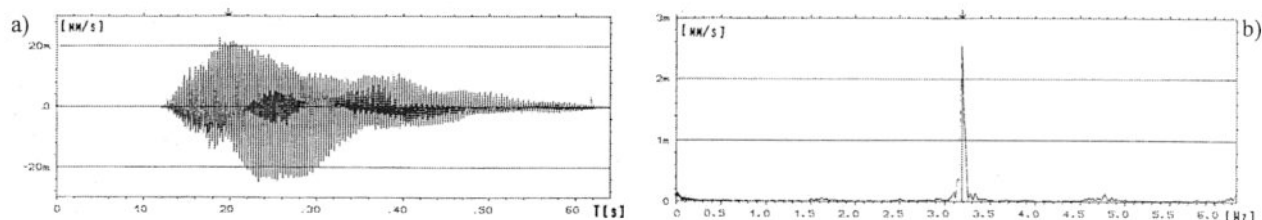
W trakcie wykonywania harmonicznych wymuszeń drgań wybranych cięgien mostu, dominującą



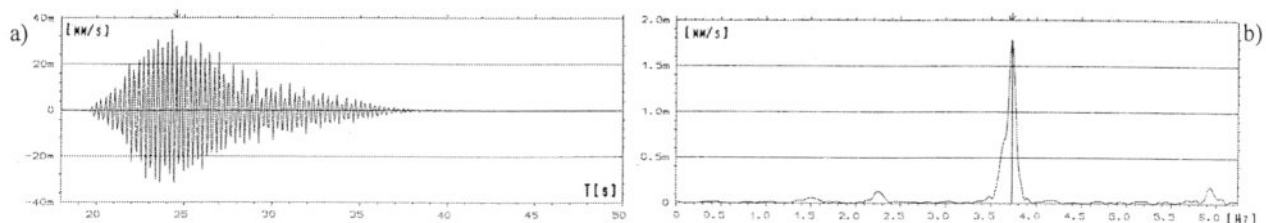
Rys. z2.25. Przebiegi prędkości drgań od wymuszenia drgań i odpowiadające im spektra odpowiednio dla want: a) i b) W1, c) i d) W2 oraz e) i f) W3 (most nieobciążony statycznie)



Rys. z2.26. Przebieg prędkości drgań wanty W1 dla: a) drgań wymuszonych oraz b) odpowiadające im spektrum (most obciążony statycznie w prześle nurtowym P2-2')



Rys. z2.27. Przebieg prędkości drgań wanty W2 dla: a) drgań wymuszonych oraz b) odpowiadające im spektrum (most obciążony statycznie w 1/2 przęsła P5)



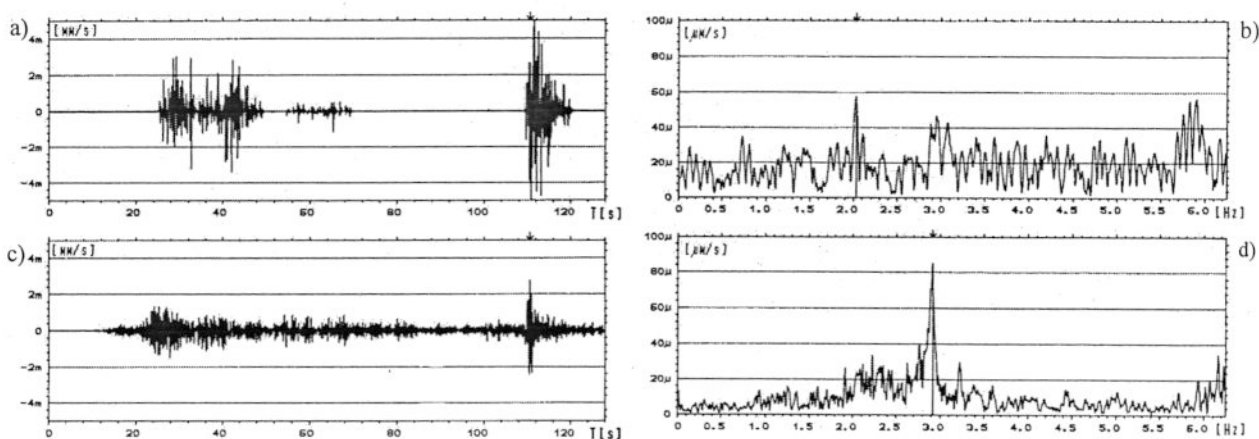
Rys. z2.28. Przebieg prędkości drgań wanty W3 dla: a) drgań wymuszonych oraz b) odpowiadające im spektrum (most obciążony statycznie w P2-3)

postacią własną wanty W1 była czwarta i trzecia w zależności od sposobu statycznego obciążenia mostu. Dominującymi postaciami własnymi want W2 i W3 były odpowiednio – druga i podstawowa.

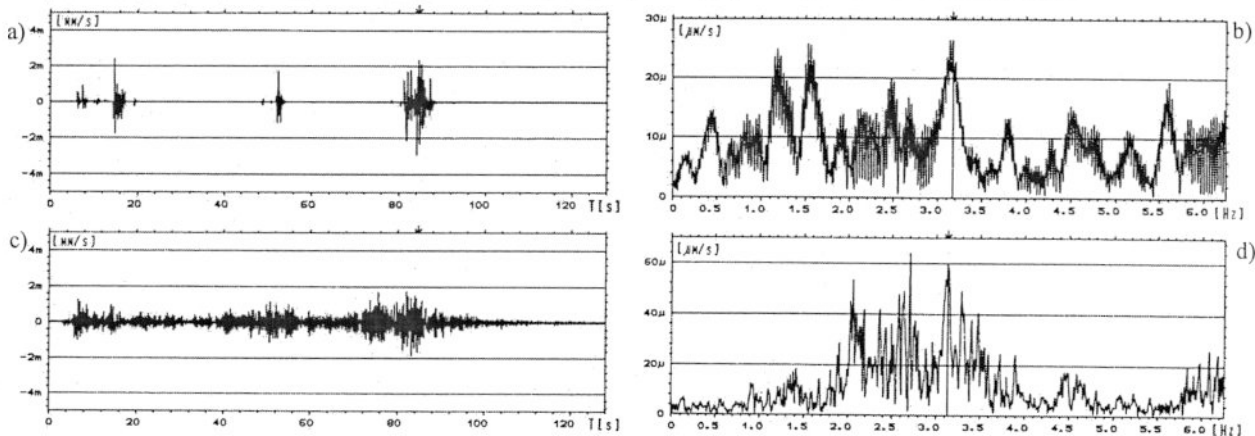
W tablicy z2.3 zestawiono wartości częstości dla wymuszonych drgań want przęsła nurtowego, podając w nawiasach numer postaci drgań.

z2.5.5. Drgania układu pomost–wanta

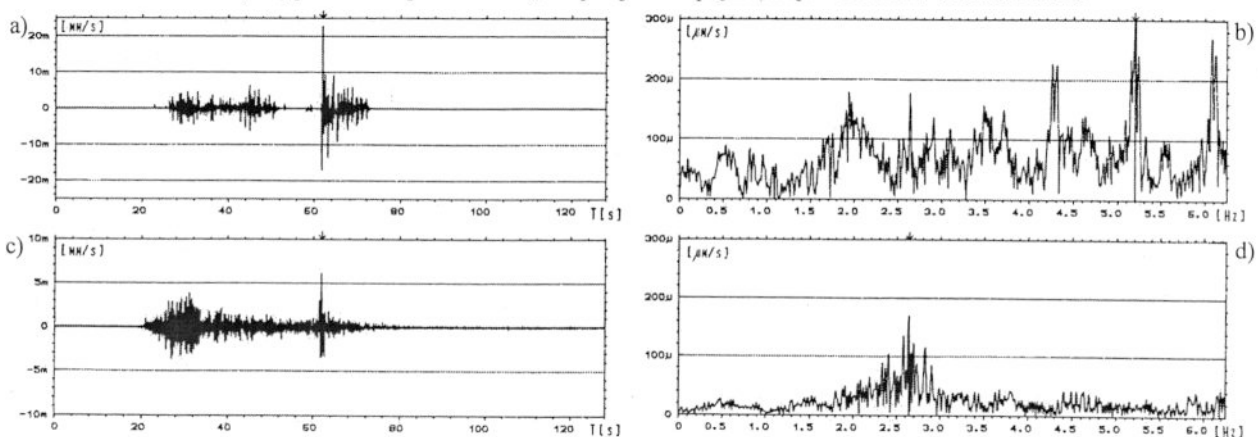
W trakcie badań dynamicznych mostu uwzględniono także interakcję ciągnopomost oraz określono dla tych elementów zależności w dziedzinie częstości drgań własnych i – w miarę możliwości – wartości tłumienia drgań od przejeżdżającego samochodu oraz dla drgań wzbudzonych dla przęseł nieobciążonych i obciążonych statycznie pojazdem. Na rysunkach z2.29–z2.46 przedstawiono czasowe



Rys. z2.29. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-1, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku TR



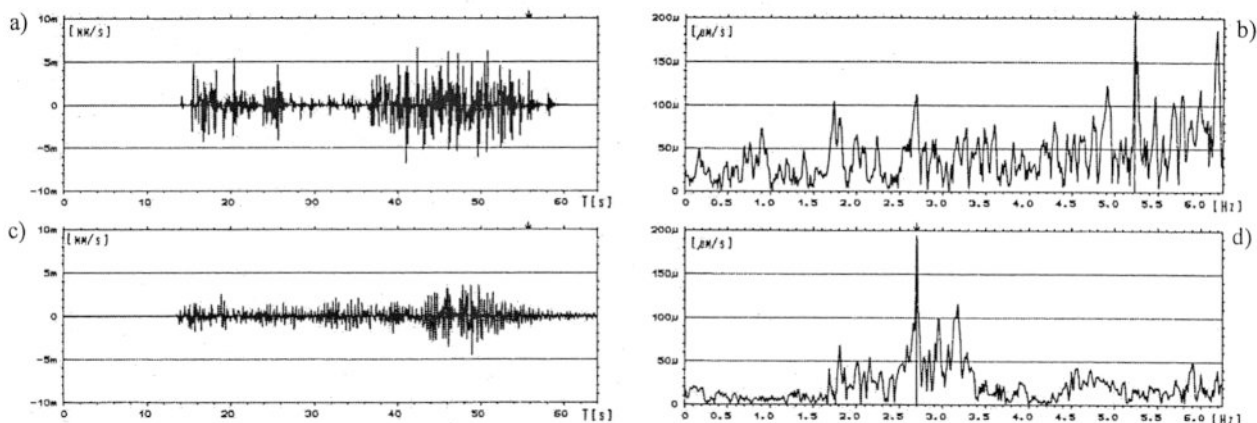
Rys. z2.30. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-1, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku OSiR



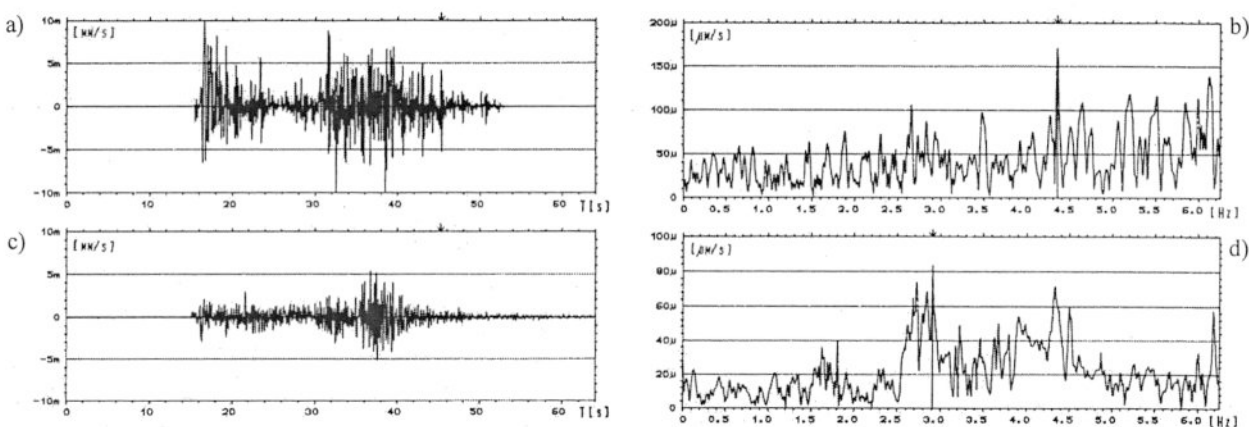
Rys. z2.31. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-1, dla przejazdu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku TR

przebiegi dla prędkości drgań oraz odpowiadające im widma częstotliwości drgań dla want przęsła nurtowego P2 (tj. W1, W2 i W3) oraz dla pomostu w miejscach ich zamocowania od przejeżdżającego taboru z prędkościami odpowiednio $v = 5, 15$ i 20 km/h w obu kierunkach. Wykresy na rys. z2.29–z2.33, z2.34–z2.38 i z2.39–z2.46 dotyczą odpowiednio pomiarów i analiz dla cięgien W1, W2 i W3.

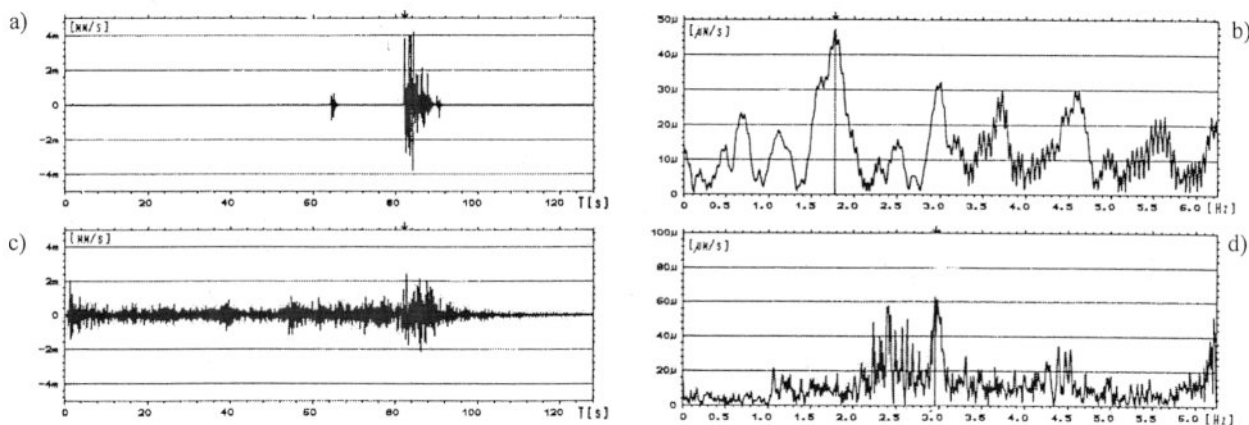
Na podstawie sporządzonych wykresów potwierdzono zależność występowania większych wzbudzeń, tak w elementach want, jak i pomostu, w zależności od kierunku przejazdu samochodu. Większe amplitudy drgań pionowych pomostu i prostopadłych do cięciw cięgien wystąpiły przy przejazdach w kierunku terenów rekreacyjnych TR.



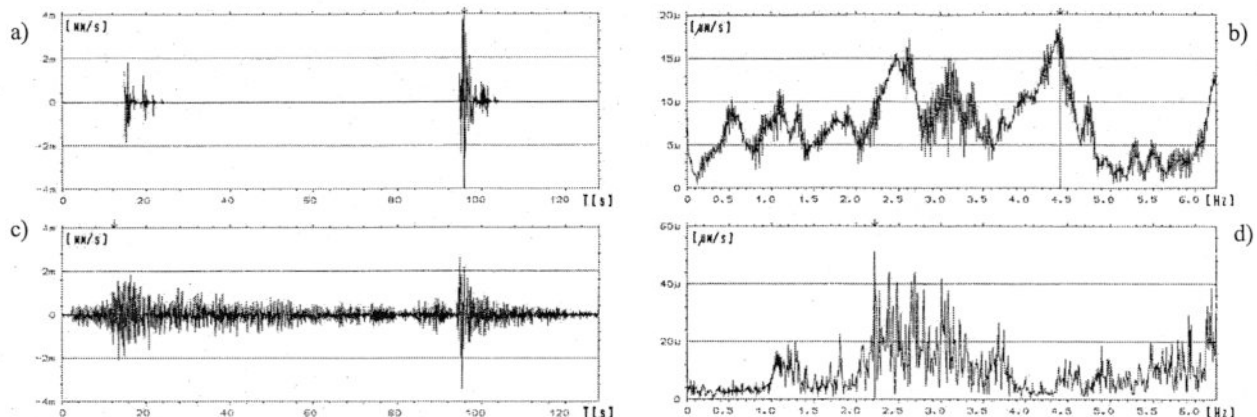
Rys. z2.32. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-1, dla przejazdu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku OSiR



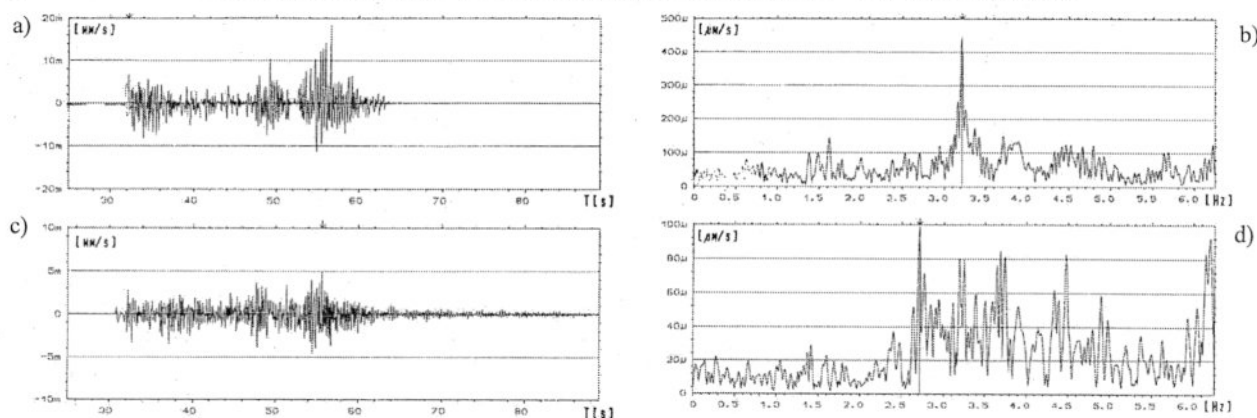
Rys. z2.33. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-1, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR



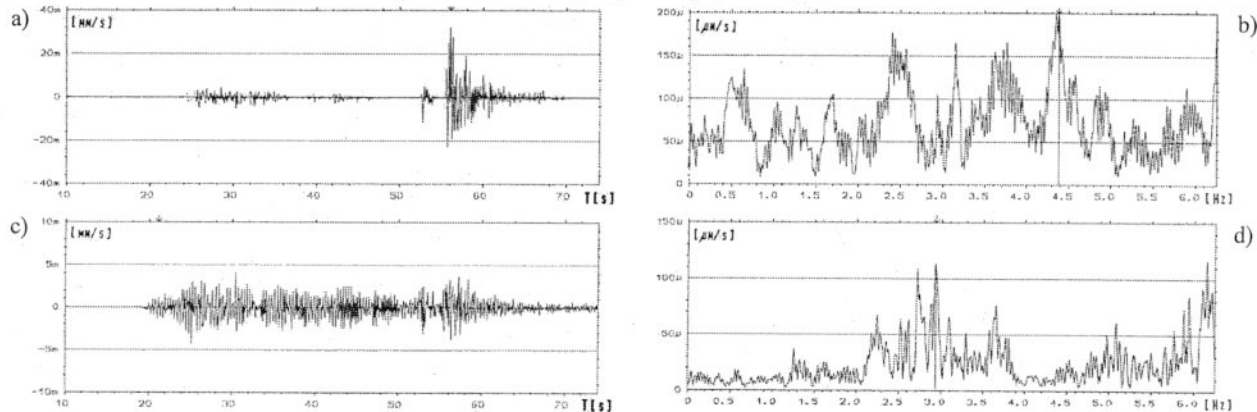
Rys. z2.34. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-2, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku OSiR



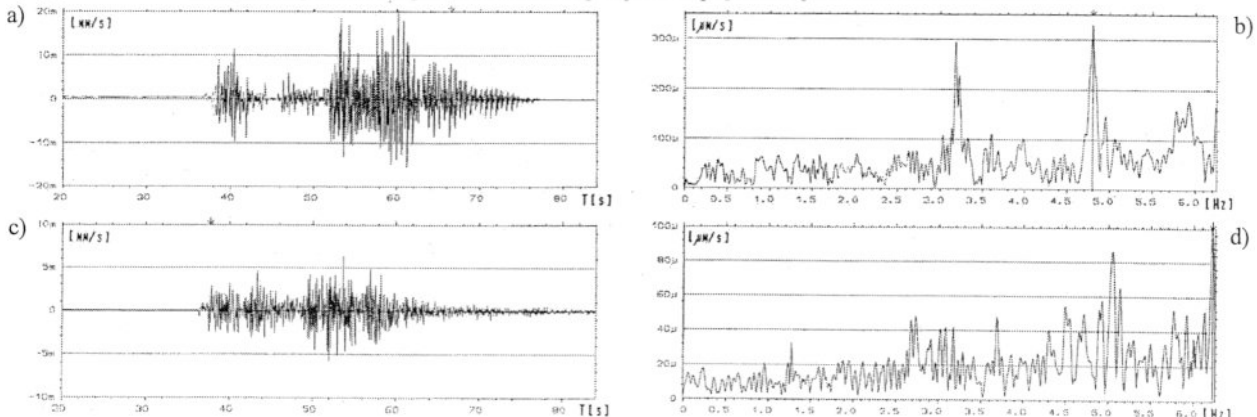
Rys. z2.35. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-2, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku TR



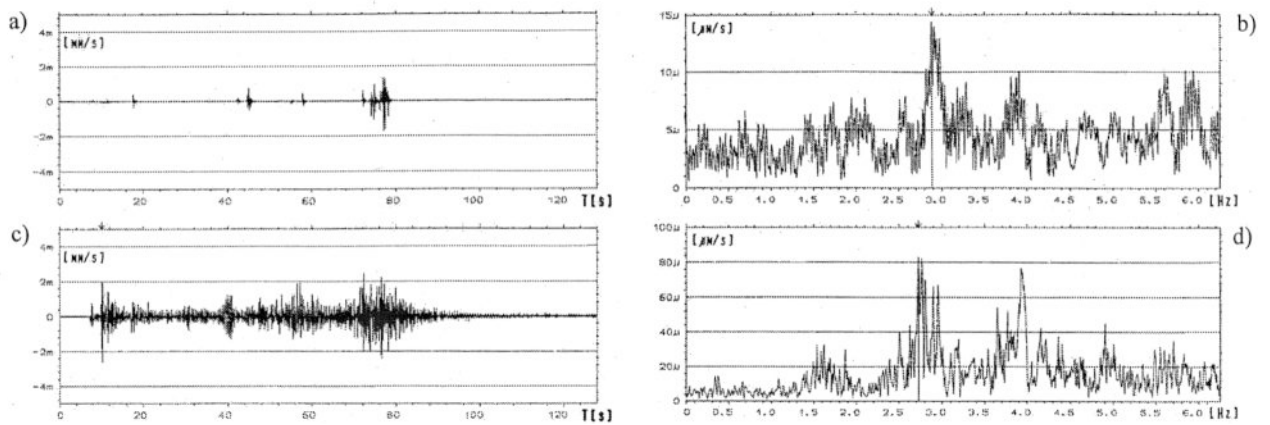
Rys. z2.36. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-2, dla przejazdu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku OSiR



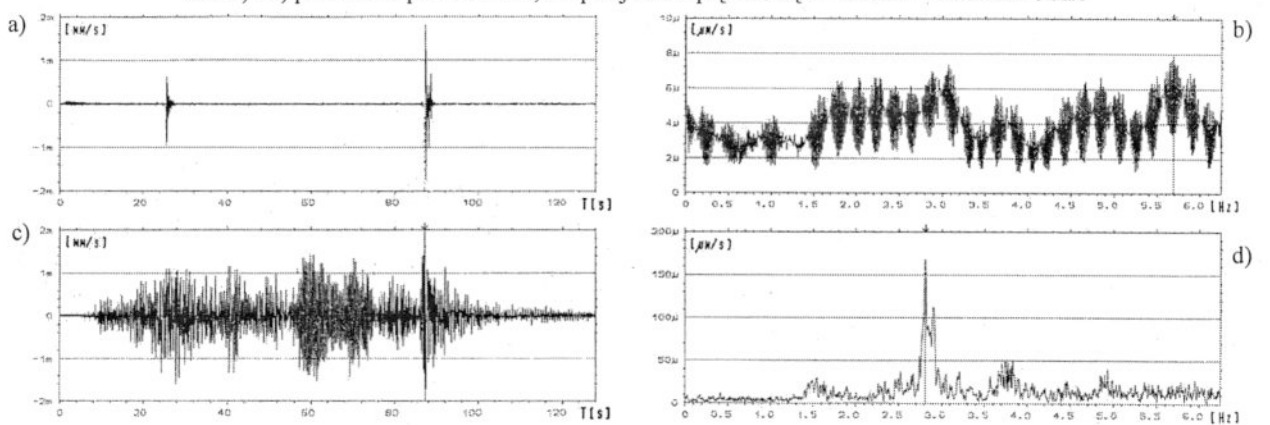
Rys. z2.37. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-2, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku TR



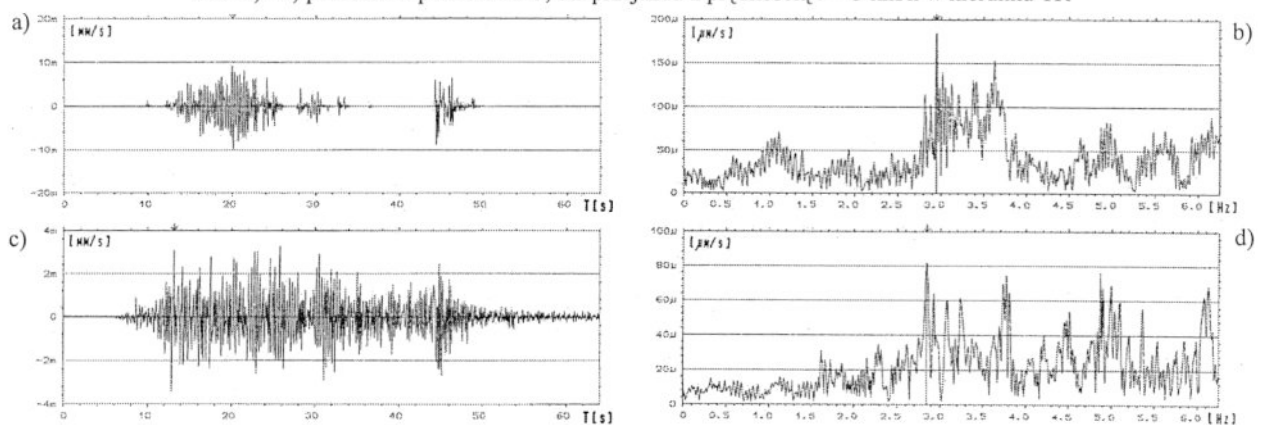
Rys. z2.38. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-2, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR



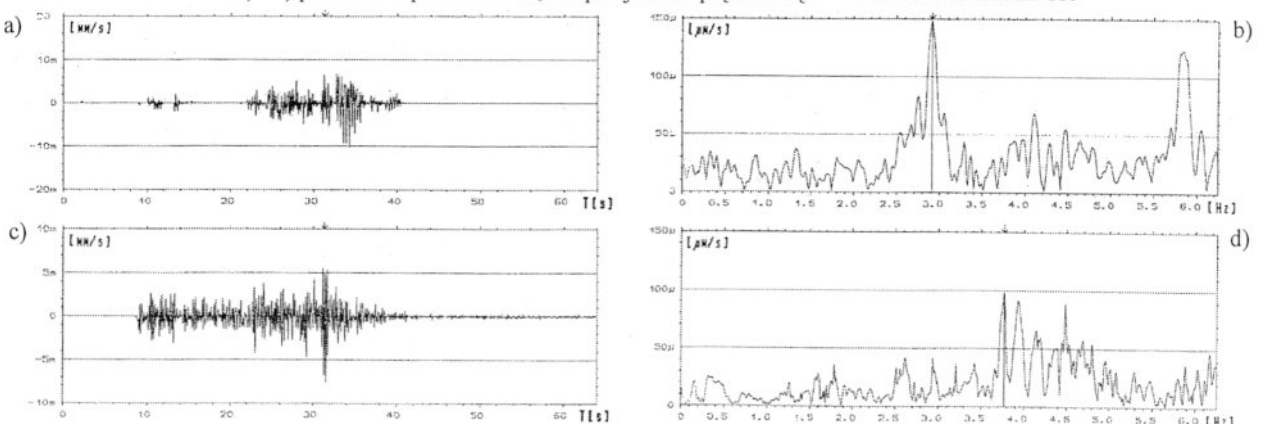
Rys. z2.39. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wawy W3 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-3, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku OSiR



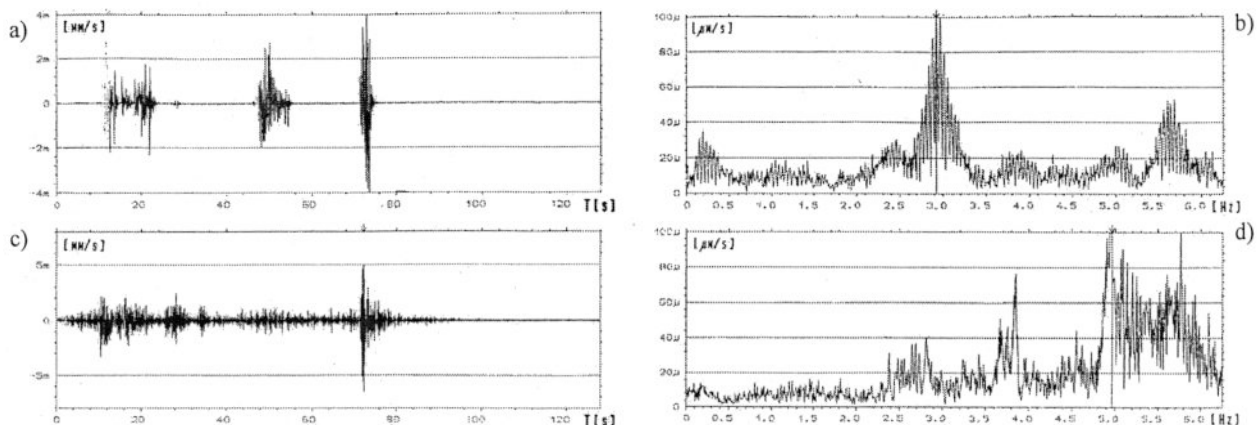
Rys. z2.40. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wawy W3 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-3, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku TR



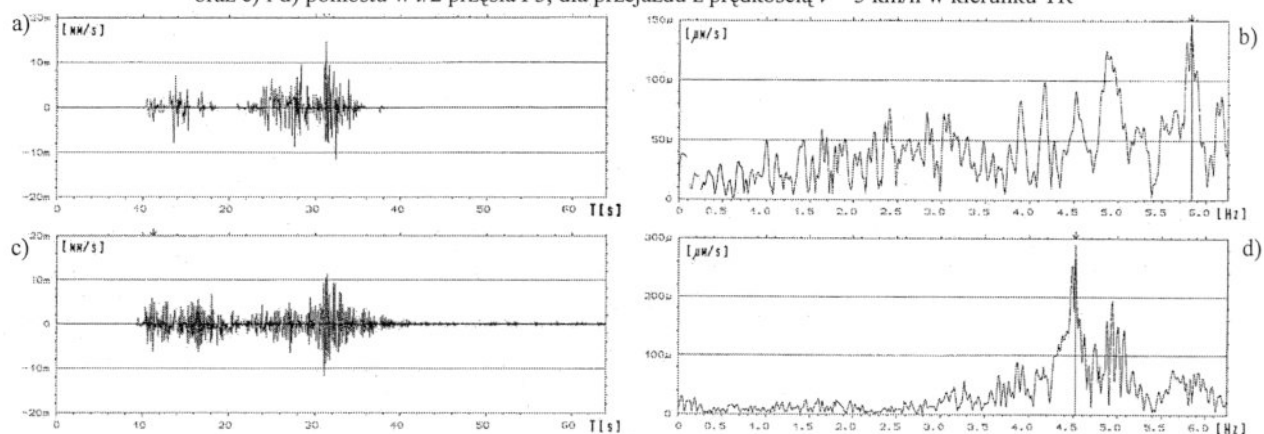
Rys. z2.41. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wawy W3 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-3, dla przejazdu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku TR



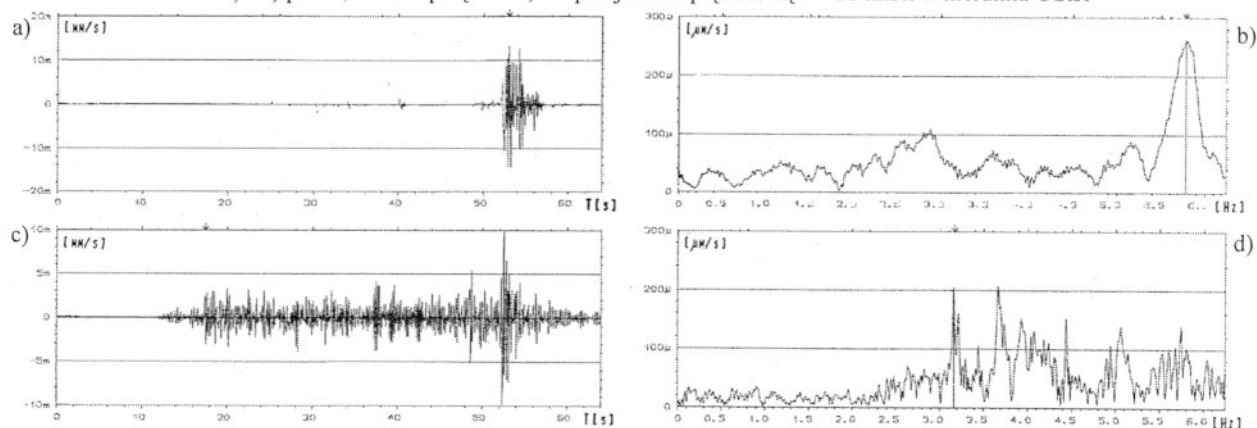
Rys. z2.42. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wawy W3 oraz c) i d) pomostu w punkcie P2-3, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR



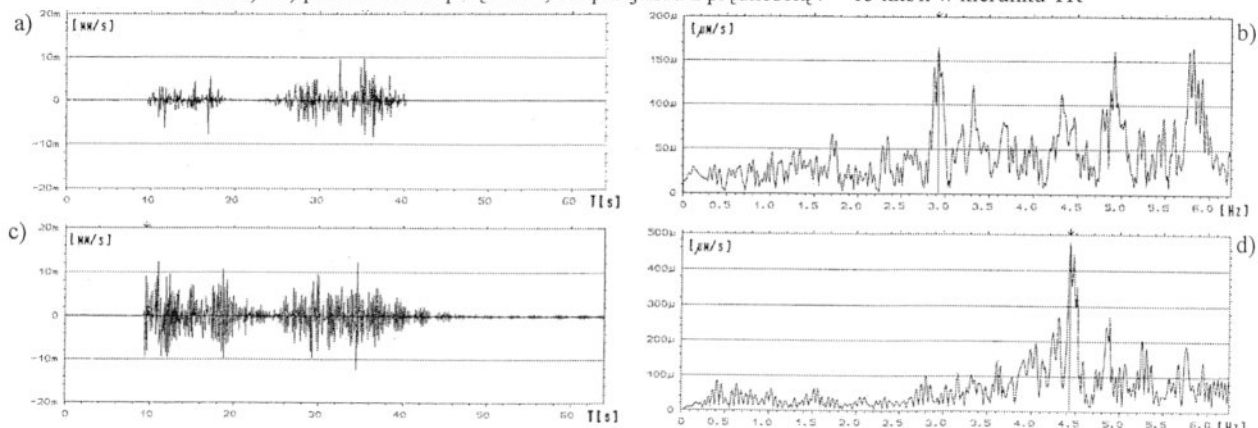
Rys. z2.43. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w $l/2$ przęsła P3, dla przejazdu z prędkością $v = 5$ km/h w kierunku TR



Rys. z2.44. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w $l/2$ przęsła P3, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR



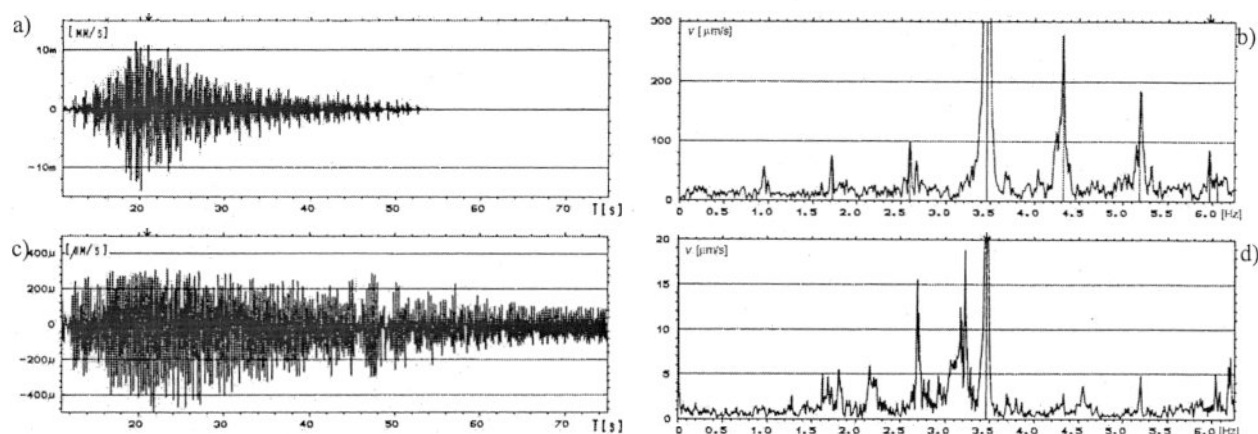
Rys. z2.45. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w $l/2$ przęsła P4, dla przejazdu z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku TR



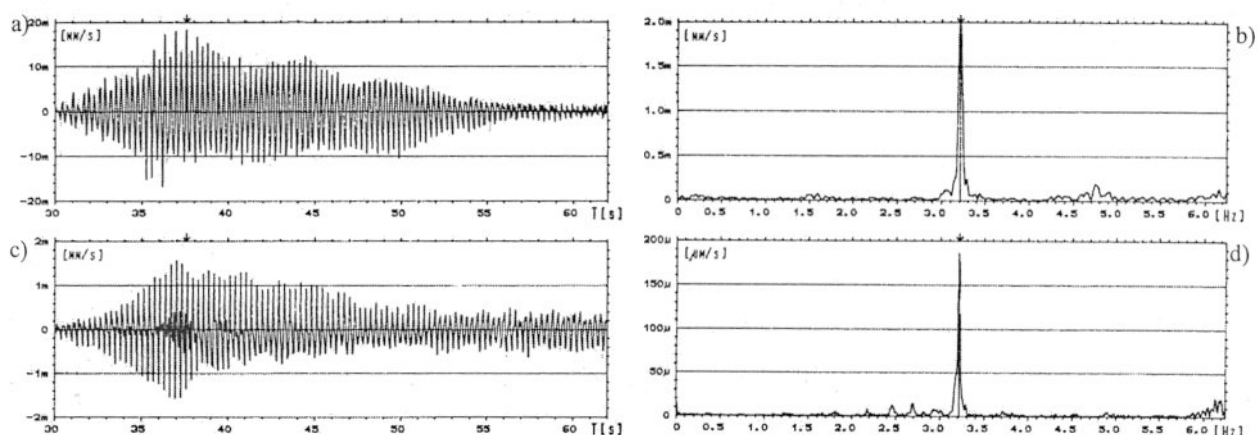
Rys. z2.46. Porównanie przebiegów czasowych prędkości drgań i odpowiadające im widma częstotliwości dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w $l/2$ przęsła P5, dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR

W celu uzupełnienia wyników badań dynamicznych obiektu dla interakcji ciągnopomost, poniżej zestawiono otrzymane przebiegi drgań want W1–W3 (przedstawione wcześniej na rys. z2.25) z drganiami pionowymi pomostu w miejscu ich zamocowania (punkty P2-*i*) od harmonicznego wzbudzenia want do wybranych postaci własnych, podając obok każdego wykresu odpowiadające im widma w dziedzinie częstotliwości (rys. z2.47–z2.49). W trakcie tego eksperymentu most nie był obciążany statycznie.

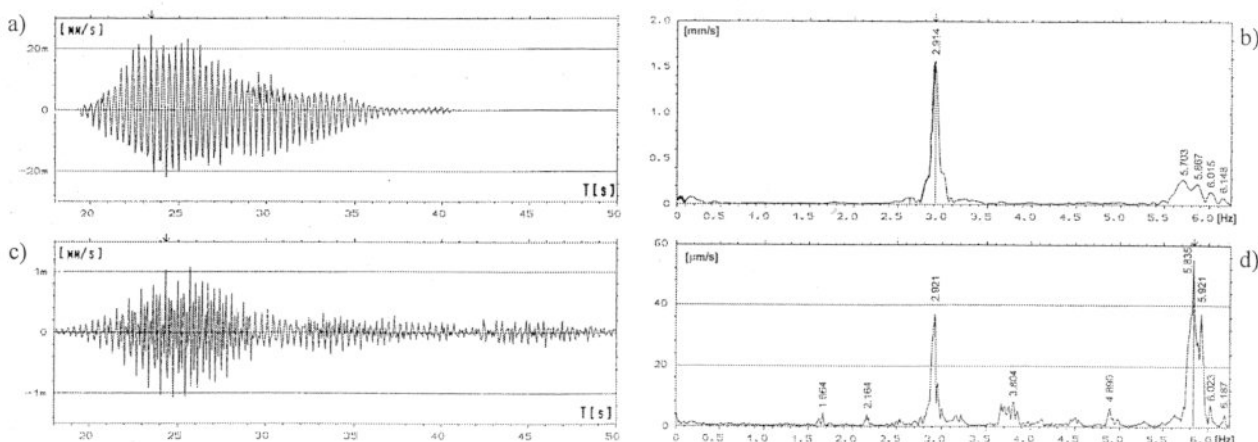
Zestawienie wykresów na rys. z2.50–z2.52 obejmuje z kolei przykładowe przebiegi prędkości drgań i odpowiadające im widma w dziedzinie częstotliwości dla want przęśła nurtowego P2, tj. W1–W3 oraz dla pomostu w miejscach ich zamocowania od wzbudzenia harmonicznego cięgien. W tym



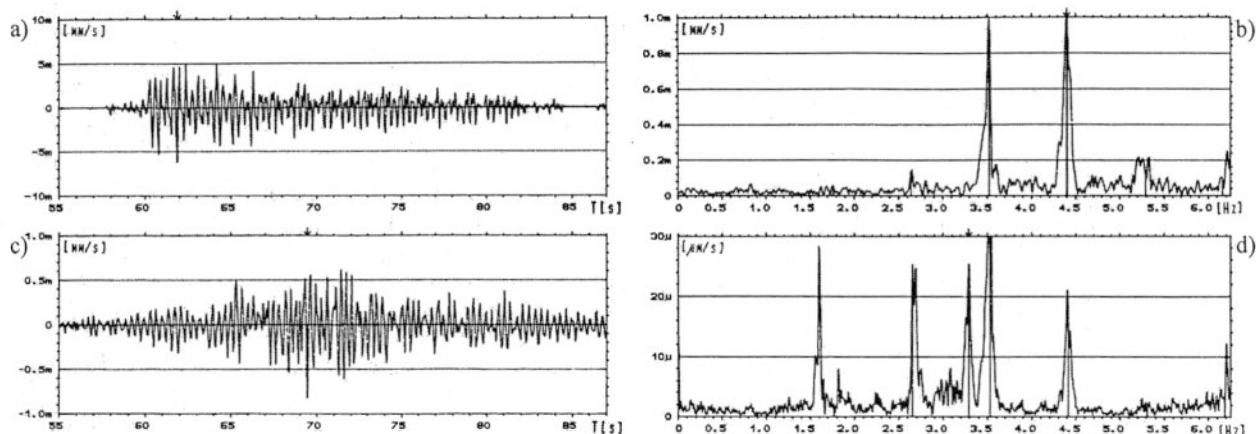
Rys. z2.47. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia drgań i odpowiadające im spektra dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w miejscu zamocowania wanty W1 do dźwigara głównego P2-1 (most nieobciążony)



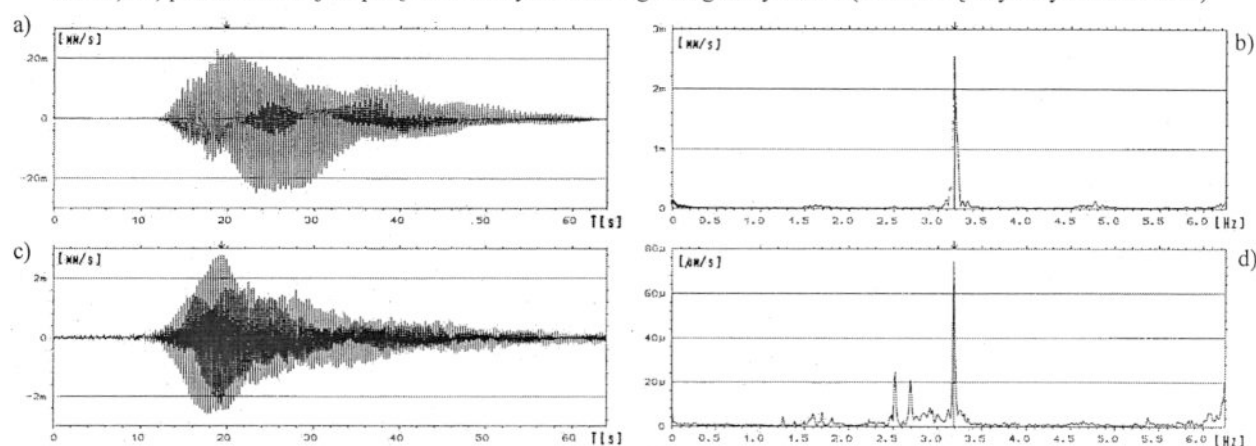
Rys. z2.48. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia drgań i odpowiadające im spektra dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w miejscu zamocowania wanty W2 do dźwigara głównego P2-2 (most nieobciążony)



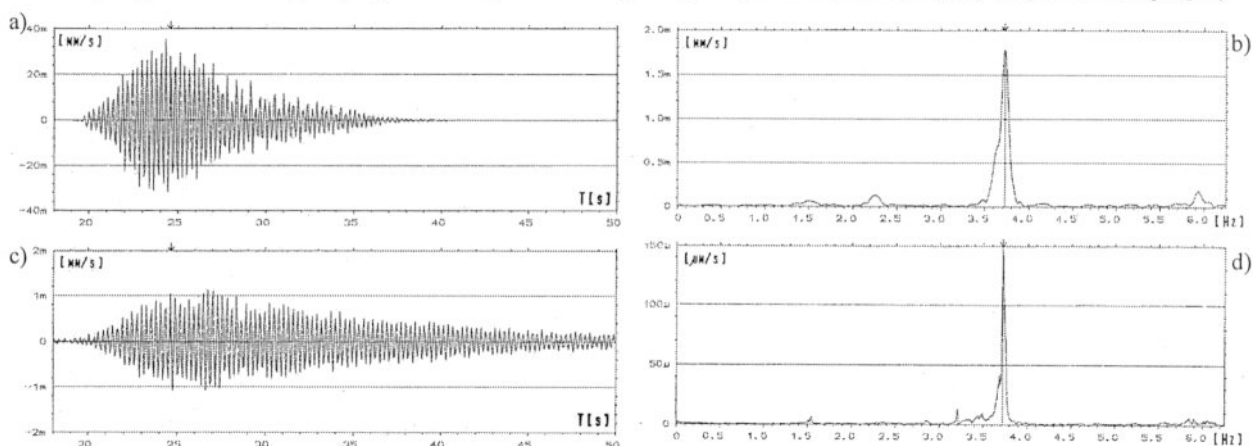
Rys. z2.49. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia drgań i odpowiadające im spektra dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w miejscu zamocowania wanty W3 do dźwigara głównego P2-3 (most nieobciążony)



Rys. z2.50. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia harmonicznego drgań i odpowiadające im spektrum dla: a) i b) wanty W1 oraz c) i d) pomostu w miejscu połączenia wanty W1 z dźwigarem głównym P2-1 (most obciążony statycznie w P5-l/2)



Rys. z2.51. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia harmonicznego drgań i odpowiadające im spektrum dla: a) i b) wanty W2 oraz c) i d) pomostu w miejscu połączenia wanty W2 z dźwigarem głównym P2-2 (most obciążony statycznie w l/2 przęsła)



Rys. z2.52. Przebieg prędkości drgań od wymuszenia harmonicznego drgań i odpowiadające im spektrum dla: a) i b) wanty W3 oraz c) i d) pomostu w miejscu zamocowania wanty W3 do dźwigara głównego P2-3 (most obciążony statycznie w P2-3)

przypadku wybrane przęsła P2, P4 i P5 zostały obciążone statycznie samochodem wykorzystywanym do realizacji podstawowych schematów dynamicznych obciążeń.

Z powyższych wykresów wynika duża zależność dynamicznego obciążenia poszczególnych want na oddziaływanie samego pomostu w miejscach ich zamocowania do dźwigara głównego. Dla przykładu, w przypadku cięgna W1 średnia amplituda prędkości jego drgań była ponad 25-krotnie większa od amplitudy pomostu przy moście nieobciążonym, oraz 8-krotnie większa dla mostu obciążonego pojazdem. Z kolei najbardziej dominująca częstość drgań własnych dla tego samego cięgna wynosiła 3,460 Hz, i była identyczna dla pomostu w przypadku mostu nieobciążonego. Dla identycznego układu,

Tablica z2.4. Porównanie wartości dominujących częstości drgań want i przęseł P2–P5 w [Hz] w miejscach ich zamocowania w przęśle nurtowym P2

Lp.	Element	Typ obciążenia	Częstość drgań	
			wanty	poMOSTU
1	2	3	4	5
1.	W1 / P2-1	WH / MN	3,460	3,460
		WH / MO-P2/2'	3,523	3,530
		5 / OSiR→TR	–	2,918
		15 / TR→OSiR	5,197	2,643
		15 / TR→OSiR	–	2,692
2.	W2 / P2-2	WH / MN	3,210	3,218
		WH / MO-P2/2	3,898	3,887
		WH / MO-P5/2	3,187	3,187
		15 / TR→OSiR	3,210	–
		20 / TR→OSiR	3,179/4,796	–
3.	W3 / P2-3	WH / MN	2,914	2,921
		WH / MO-P2/3	3,721	3,718
		5 / OSiR→TR	–	2,812
		5 / OSiR←TR	2,882	2,726
		20 / TR→OSiR	2,914	–
4.	W3 / P3-I/2	5 / OSiR→TR	2,921	–
		20 / TR→OSiR	–	4,523
5.	W3 / P4-I/2	15 / TR←OSiR	5,781	3,164
6.	W3 / P5-I/2	20 / TR→OSiR	2,921	4,429

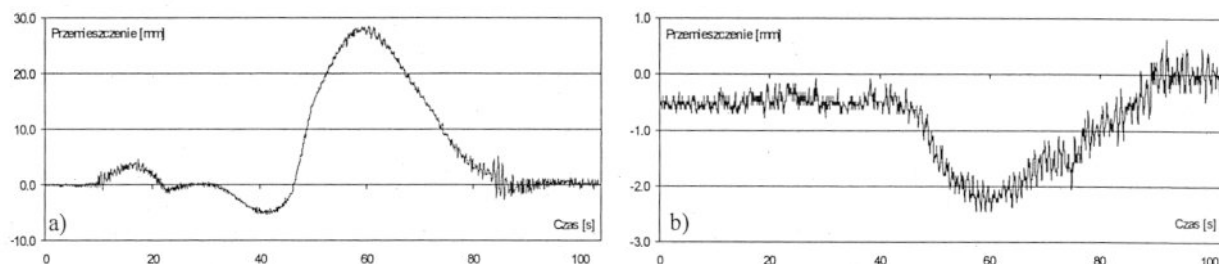
WH – wymuszenia harmoniczne drgań cięgien, MN – most nieobciążony, MO-P_i/j – most obciążony statycznie samochodem w przęśle *i* z lokalizacją w punkcie *j*, *k* / OSiR→TR – przejazd samochodu z $v = k$ km/h w kierunku TR.

ale przy obciążeniu przęśla nurtowego P2 w I/2 zarejestrowano następujące dominujące częstości drgań własnych – 3,523 Hz dla wanty W1 i 3,530 Hz dla pomostu.

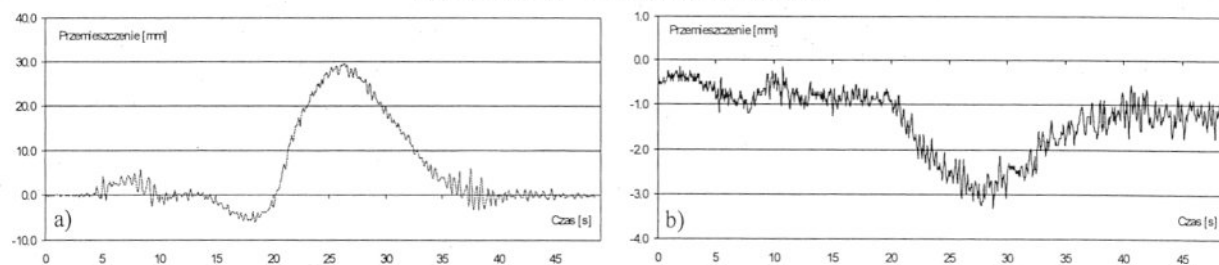
W tablicy z2.4 zestawiono w celach porównawczych wartości dominujących częstości drgań want i przęseł P2–P5 w miejscach ich zamocowania w przęśle nurtowym P2. W wielu analizowanych przypadkach nie udało się wyodrębnić dominujących częstości drgań swobodnych dla rozważanych cięgien i przęseł przy ruchomym obciążeniu samochodem ciężarowym. W przeważającej liczbie przypadków uzyskane przebiegi prędkości drgań miały losowy charakter.

z2.5.6. Drgania pylonu

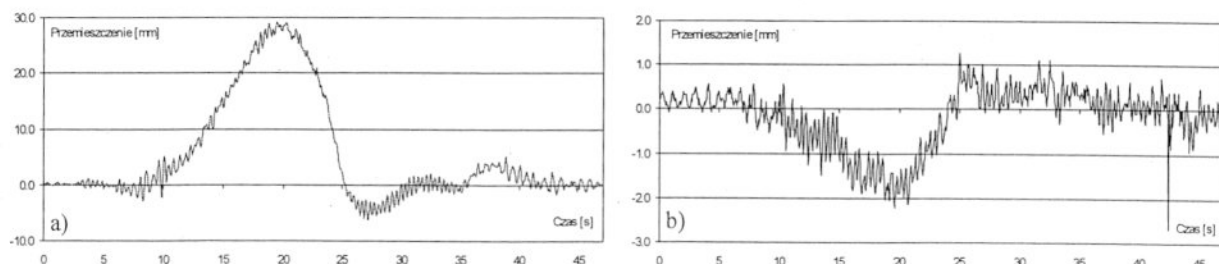
W celu dokonania rejestru przebiegów czasowych przemieszczeń na wysokości pylonu zastosowano metodę wizyjno-komputerową. Pomiar zrealizowano w trzech charakterystycznych punktach, tj. A, B i C od



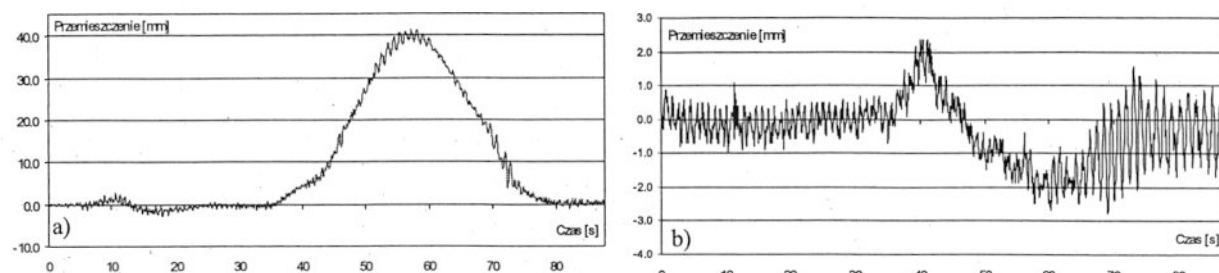
Rys. z2.53. Przebiegi czasowe przemieszczeń dolnej części pylonu (A): a) poziomych (*x*), oraz b) pionowych (*y*), dla przejazdu samochodu z $v = 5$ km/h w kierunku OSiR



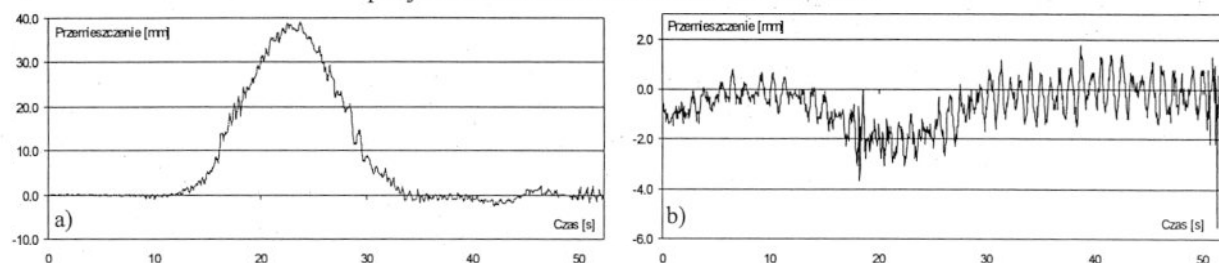
Rys. z2.54. Przebiegi czasowe przemieszczeń dolnej części pylonu (A): a) poziomych (*x*), oraz b) pionowych (*y*), dla przejazdu samochodu z $v = 15$ km/h w kierunku OSiR



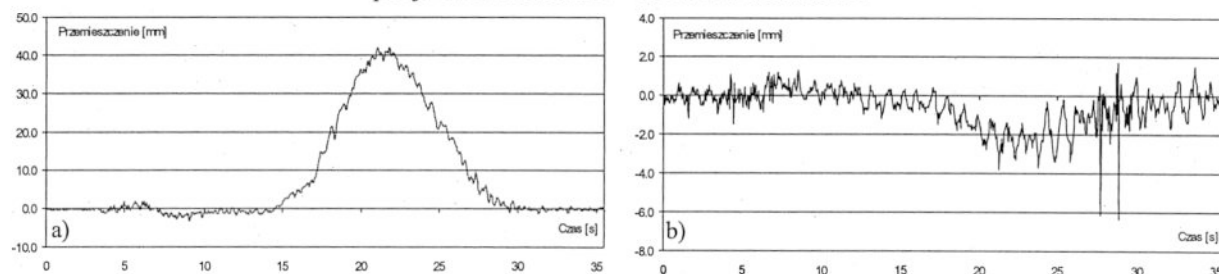
Rys. z2.55. Przebiegi czasowe przemieszczeń dolnej części pylonu (A): a) poziomych (*x*), oraz b) pionowych (*y*), dla przejazdu samochodu z $v = 20$ km/h w kierunku TR



Rys. z2.56. Przebiegi czasowe przemieszczeń części środkowej pylonu (B): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 5$ km/h w kierunku OSiR



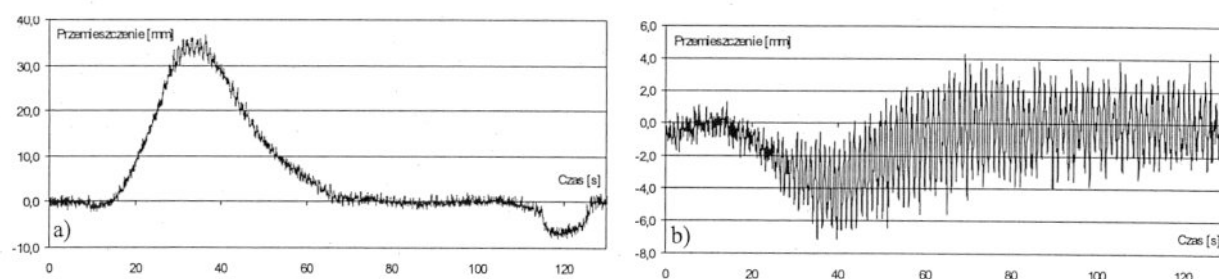
Rys. z2.57. Przebiegi czasowe przemieszczeń części środkowej pylonu (B): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 15$ km/h w kierunku TR



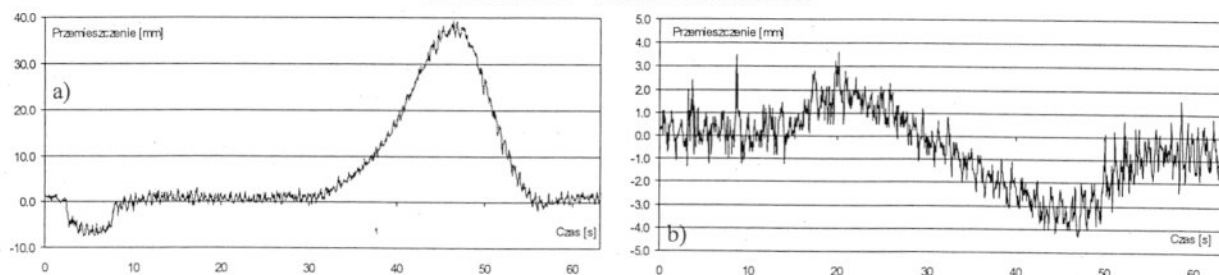
Rys. z2.58. Przebiegi czasowe przemieszczeń części środkowej pylonu (B): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 20$ km/h w kierunku OSiR

przejazdów samochodu z różnymi prędkościami (rys. z2.1). Na kolejnych rysunkach z2.53–z2.55 pokazano wybrane wykresy dla drgań w dwóch prostopadłych kierunkach dla punktu w dolnej części pylonu (A) w trakcie przejazdu samochodu z prędkościami odpowiednio 5, 15 i 20 km/h w kierunkach OSiR i/lub TR.

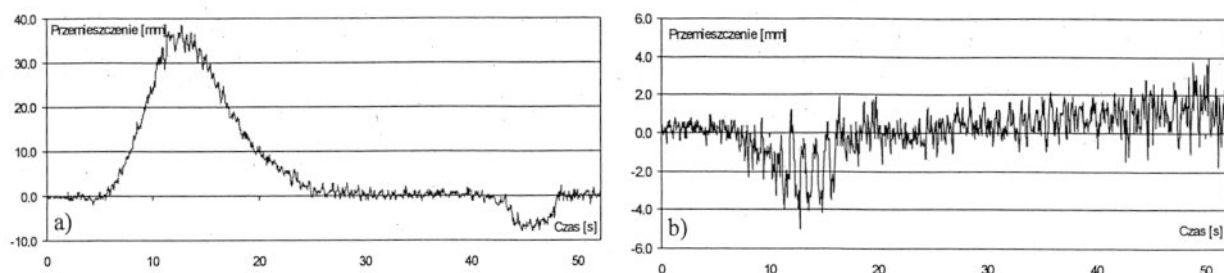
Na rysunkach z2.61–z2.62 zestawiono przebiegi przemieszczeń w dwóch prostopadłych



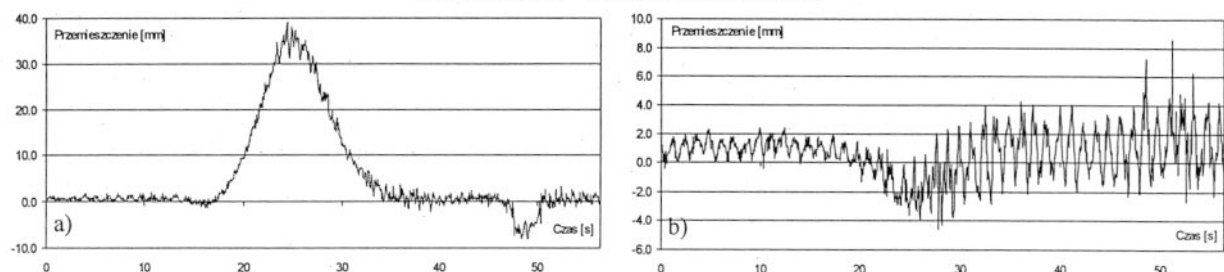
Rys. z2.59. Przebiegi czasowe przemieszczeń części górnej pylonu (C): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 5$ km/h w kierunku TR



Rys. z2.60. Przebiegi czasowe przemieszczeń części górnej pylonu (C): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 10$ km/h w kierunku OSiR



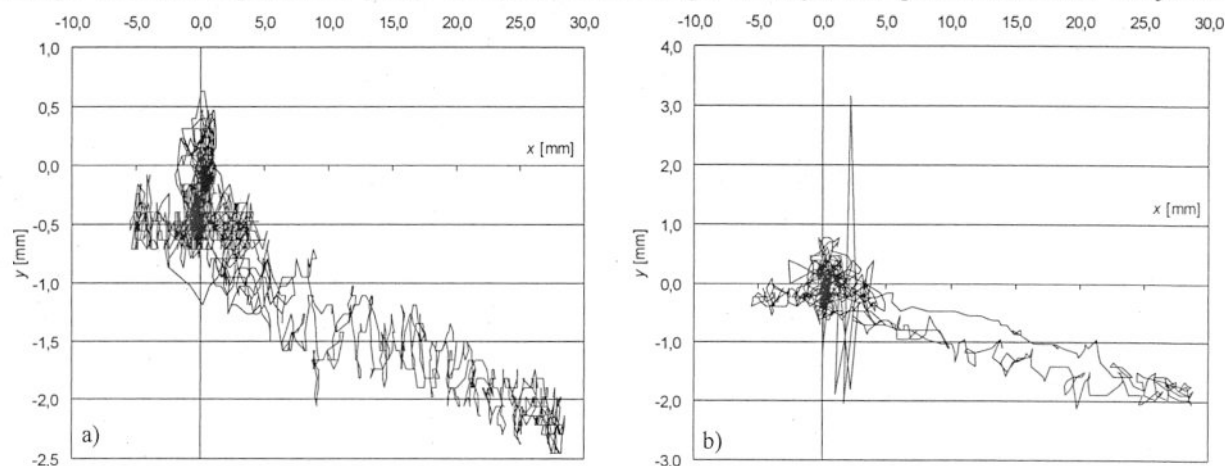
Rys. z2.61. Przebiegi czasowe przemieszczeń części górnej pylonu (C): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 15$ km/h w kierunku TR



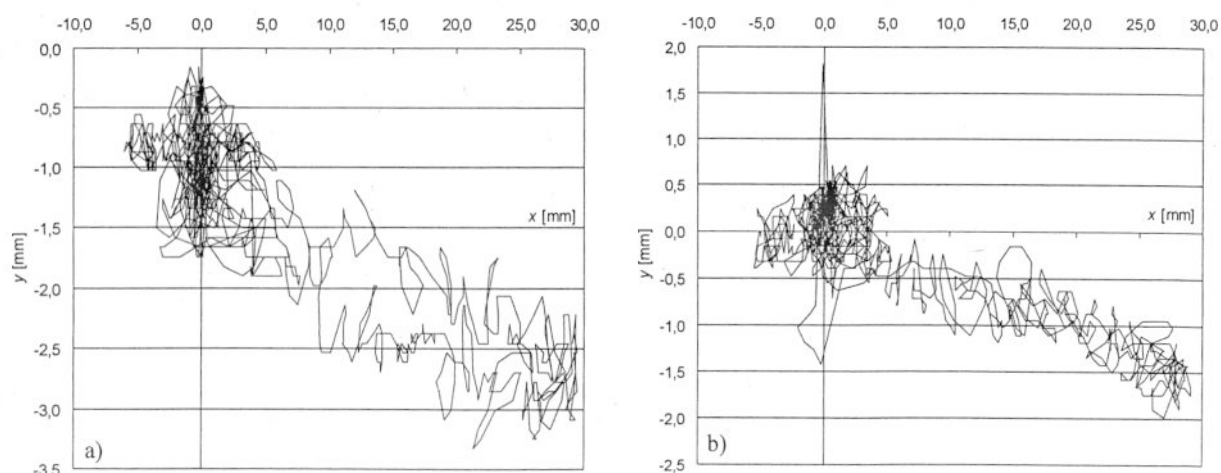
Rys. z2.62. Przebiegi czasowe przemieszczeń części górnej pylonu (C): a) poziomych (x), oraz b) pionowych (y), dla przejazdu samochodu z $v = 20$ km/h w kierunku TR

kierunkach x i y dla punktu w środkowej części pylonu B w trakcie przejazdu samochodu z prędkościami odpowiednio 5, 15 i 20 km/h w obu kierunkach mostu.

Przedstawione przebiegi wykazują podobne trendy w aspekcie czasowych rozkładów amplitud dla danego kierunku i prędkości jazdy obciążenia ruchomego. Maksymalne przemieszczenia wszystkich



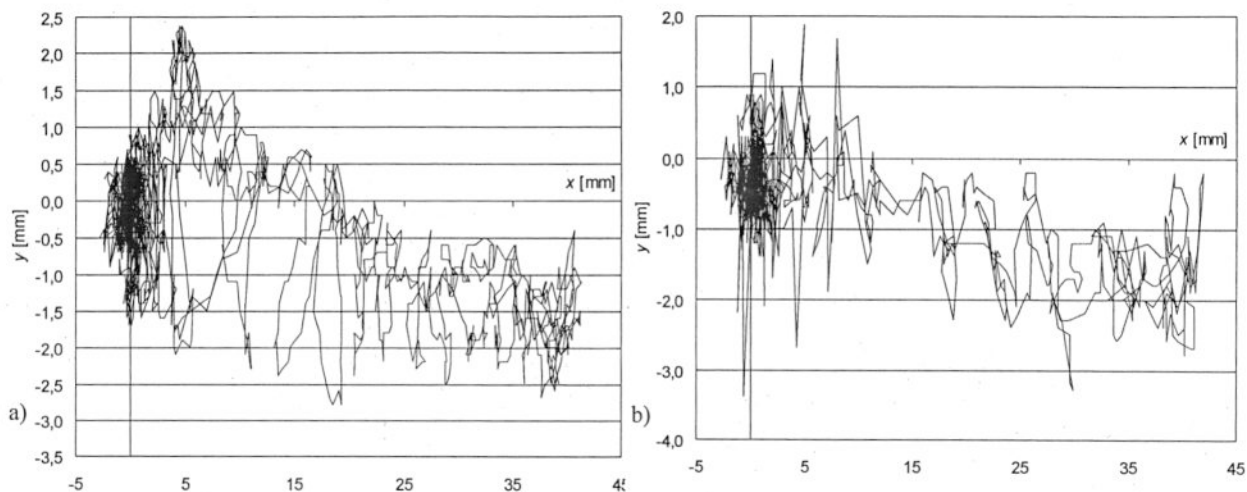
Rys. z2.63. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla dolnej części pylonu A od przejazdu samochodu jadącego w kierunku OSiR z prędkością: a) $v = 5$ km/h i b) $v = 20$ km/h (metoda wizyjno-komputerowa)



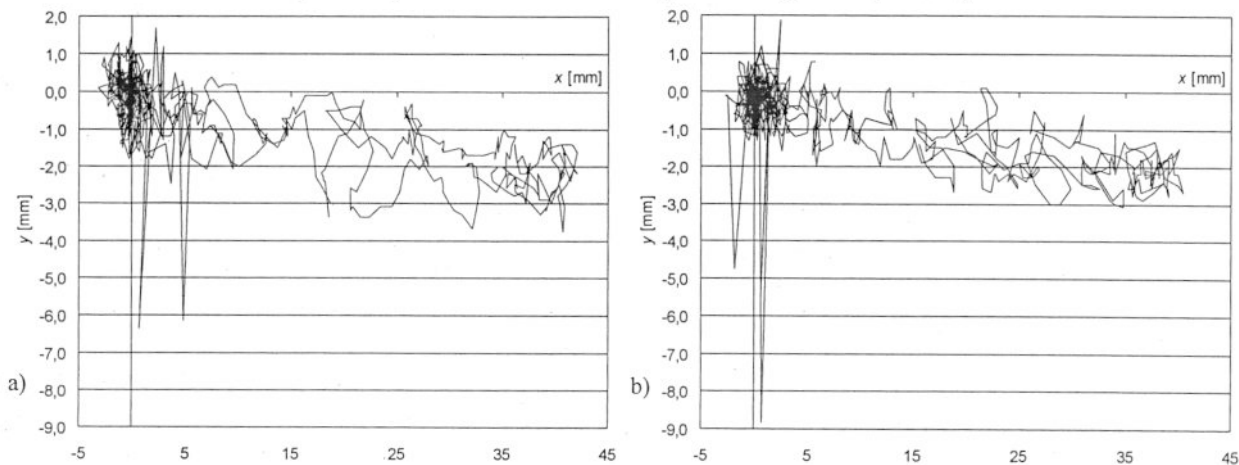
Rys. z2.64. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla dolnej części pylonu A od przejazdu samochodu jadącego z prędkością $v = 15$ km/h w kierunkach: a) OSiR i b) terenów rekreacyjnych TR (metoda wizyjno-komputerowa)

trzech mierzonych punktów na wysokości pylonu, zgodnie z przewidywaniami, wystąpiły dla obciążenia znajdującego się w obrębie najdłuższego przęsła P2.

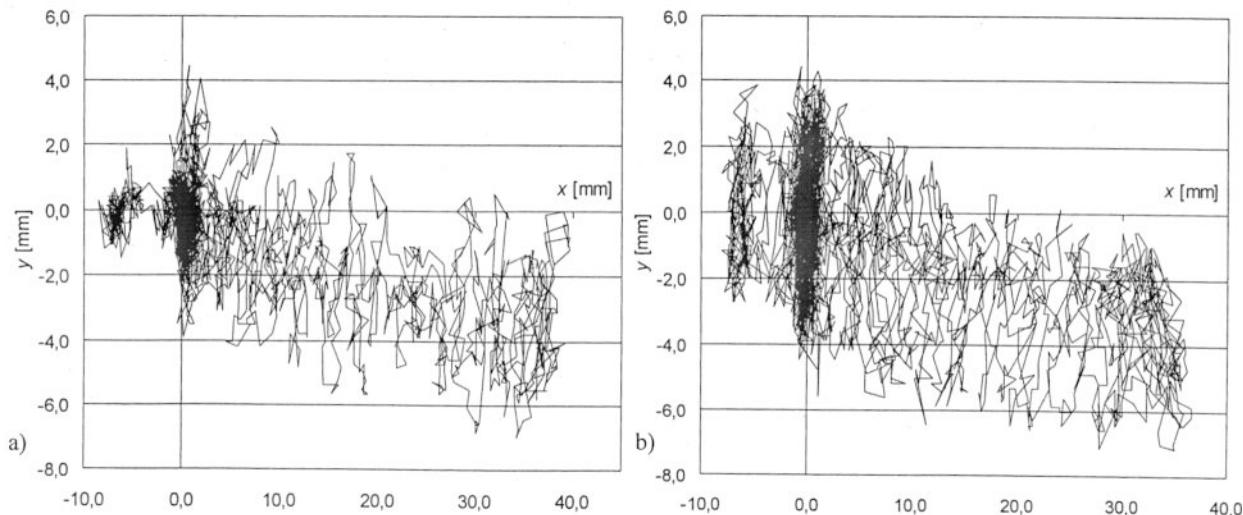
W sposób analogiczny jak dla pomostu, również dla przebiegów przemieszczeń pod obciążeniem dynamicznym mostu sporządzono trajektorie drgań punktów na wysokości pylonu (A, B i C), które przedstawiono na rys. z2.63–z2.69. Odpowiadają one wykresom zestawionym na rys. z2.53–z2.62 dla różnych prędkości i kierunków jazdy samochodu ciężarowego.



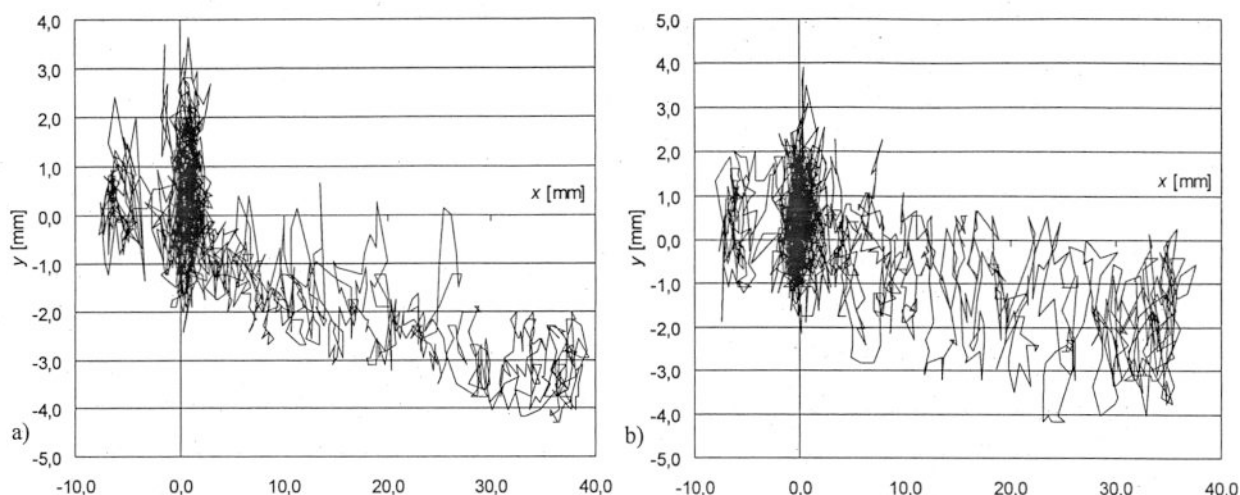
Rys. z2.65. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla środkowej części pylonu B od przejazdu samochodu jadącego z prędkością: a) $v = 5$ i b) 15 km/h w kierunku OSiR (metoda wizyjno-komputerowa)



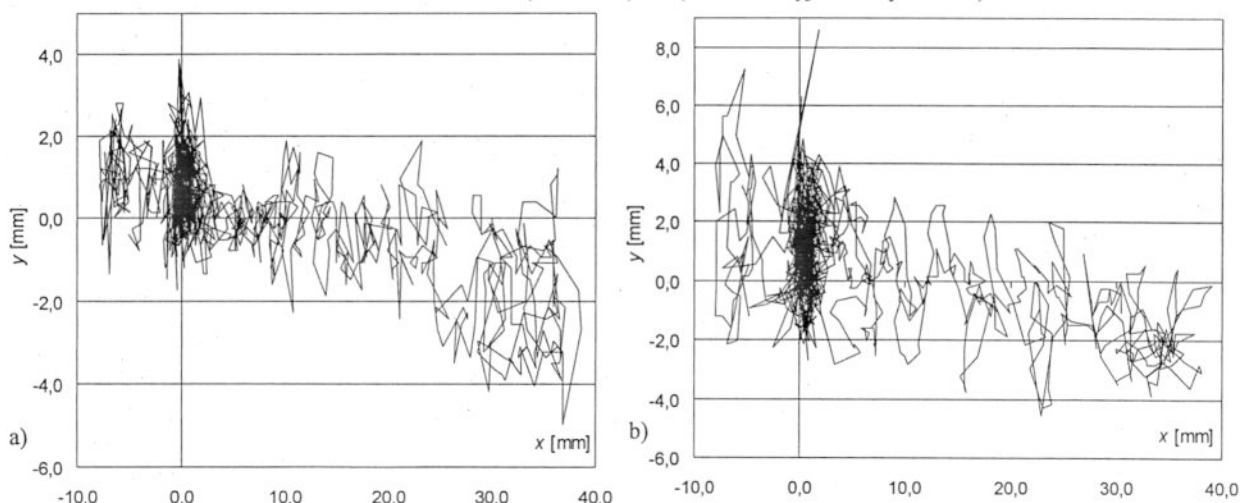
Rys. z2.66. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla środkowej części pylonu B od przejazdu samochodu jadącego z prędkością $v = 20$ km/h w kierunkach: a) OSiR i b) TR (metoda wizyjno-komputerowa)



Rys. z2.67. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla górnej części pylonu C od przejazdu samochodu jadącego z prędkością $v = 5$ km/h w kierunkach: a) OSiR i b) terenów rekreacyjnych TR (metoda wizyjno-komputerowa)



Rys. z2.68. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla górnej części pylonu C od przejazdu samochodu jadącego z prędkością $v = 10$ km/h w kierunkach: a) OSiR i b) TR (metoda wizyjno-komputerowa)

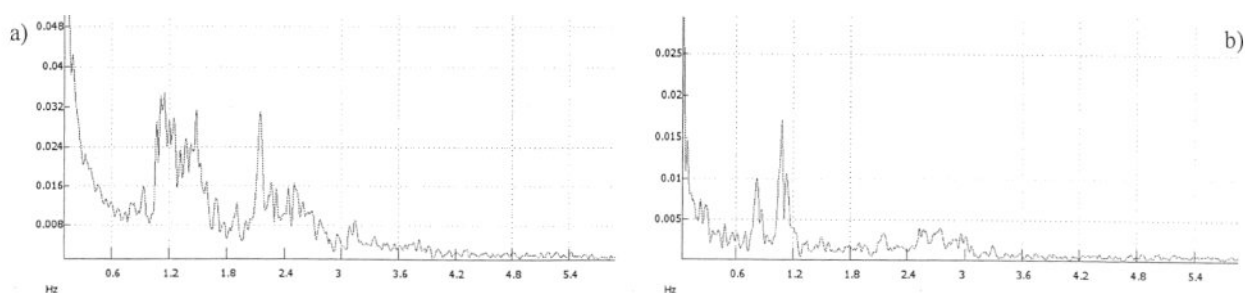


Rys. z2.69. Trajektorie przemieszczeń w czasie dla górnej części pylonu od przejazdu samochodu jadącego z prędkością: a) $v = 15$ km/h i b) 20 km/h w kierunku TR (metoda wizyjno-komputerowa)

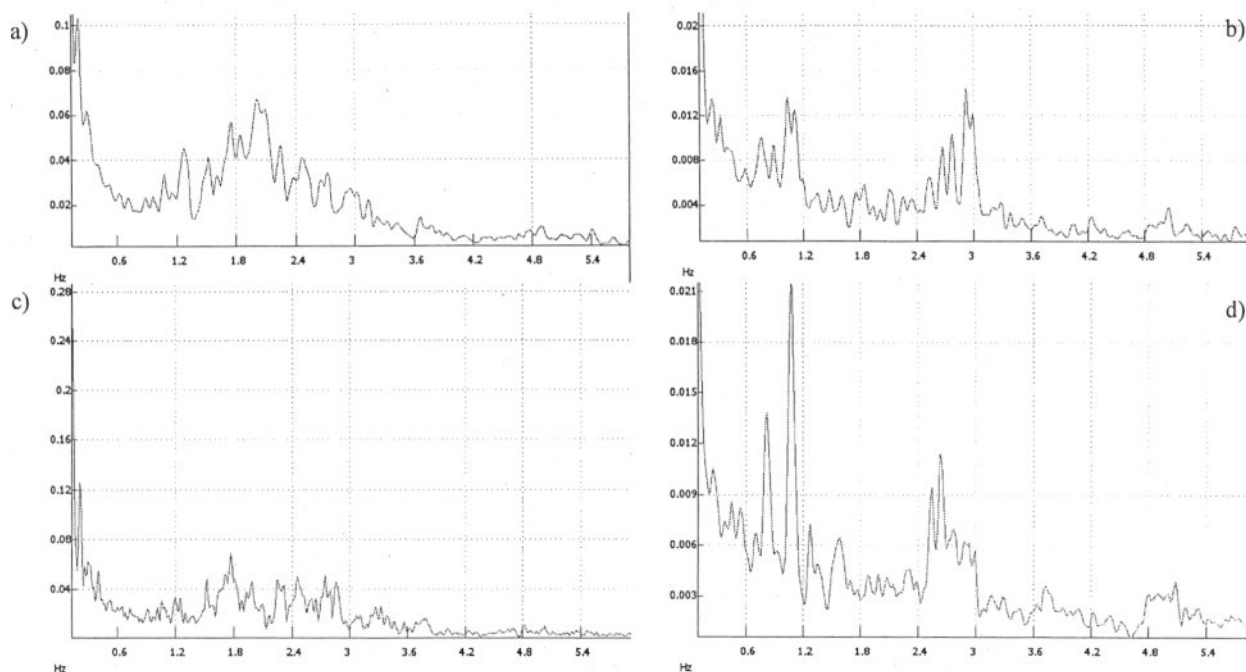
Na rysunkach z2.59–z2.62 zestawiono przebiegi przemieszczeń dla dwóch prostokątnych kierunków x i y w punkcie w górnej części pylonu C w trakcie przejazdu samochodu z prędkościami odpowiednio 5, 10, 15 i 20 km/h w obu kierunkach mostu.

Dla trajektorii trzech punktów na wysokości pylonu ustalono większe amplitudy dla drgań poziomych x w kierunku przęsła P2 bez względu na kierunek i prędkość obciążenia. Trendy uzyskanych trajektorii drgań dla poszczególnych punktów pylonu były kształtem podobne do siebie, jednak większą stabilność wykazywały te, sporządzone dla przejazdów z mniejszą prędkością ($v = 5$ km/h).

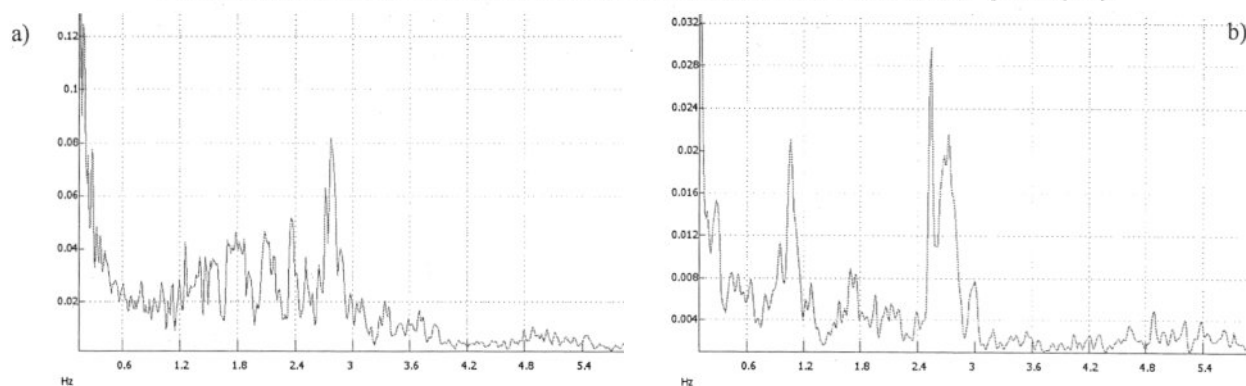
Na podstawie uzyskanych metodą II przebiegów przemieszczeń w punktach A, B i C pylonu badanego mostu wykonano analizę fourierowską danych, otrzymując spektra drgań. Na rysunkach z2.70–z2.79 przedstawiono widmową analizę drgań poziomych x i pionowych y od przejazdu samochodu w obu kierunkach z prędkościami $v = 5, 15$ i 20 km/h dla zakresu częstotliwości 0–6 Hz. Na rysunkach



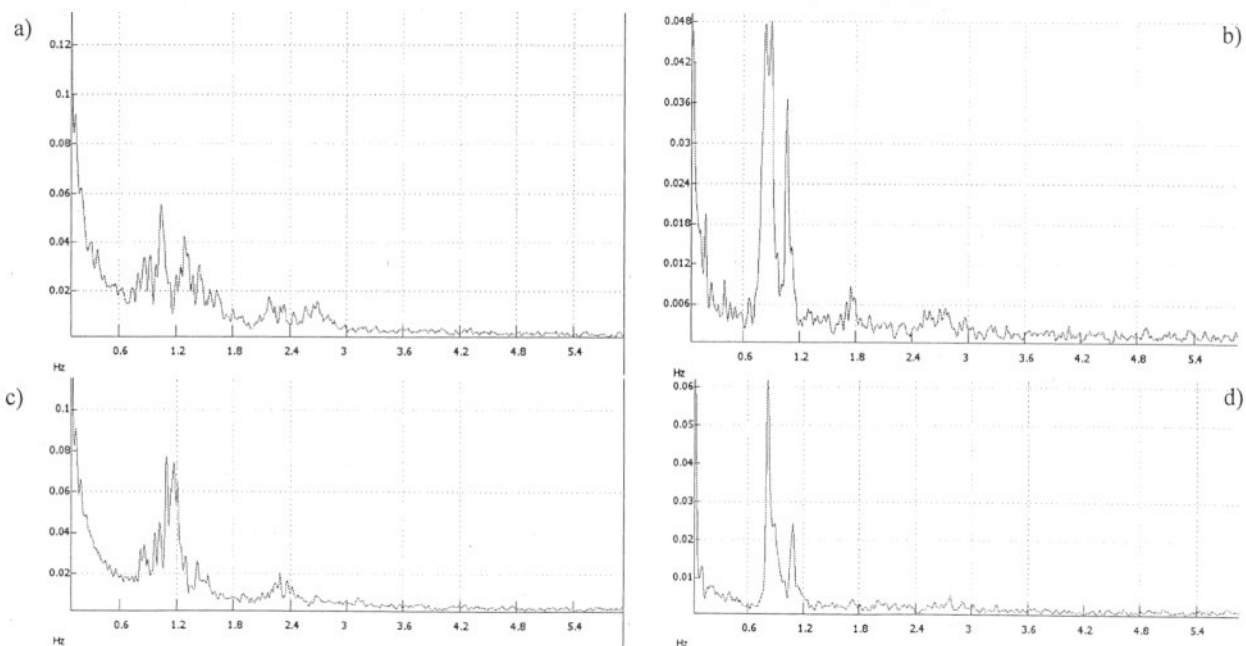
Rys. z2.70. Porównanie widm dla częstotliwości drgań dolnej części pylonu A od przejazdów z prędkością 5 km/h w kierunku OSiR dla: a) drgań poziomych x oraz b) drgań pionowych y



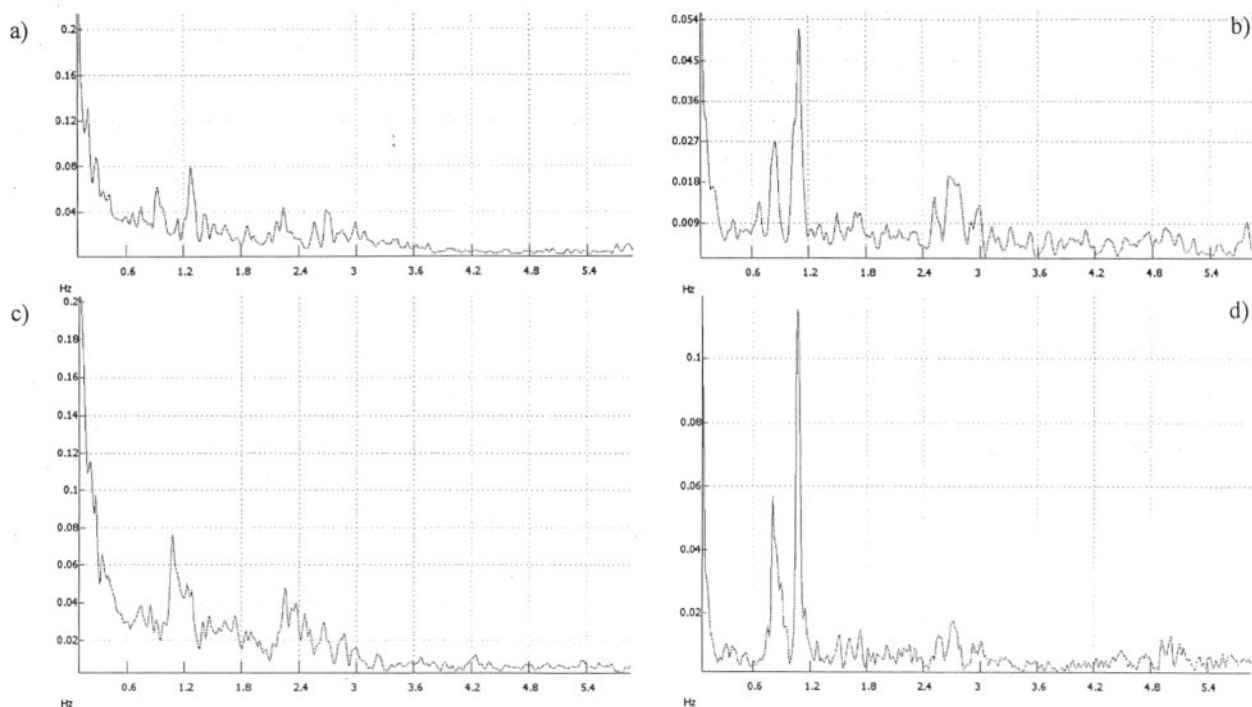
Rys. z2.71. Porównanie widm dla częstotliwości drgań dolnej części pylonu A od przejazdów z prędkością 15 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) TR dla: a) i c) drgań poziomych x , oraz b) i d) – pionowych y



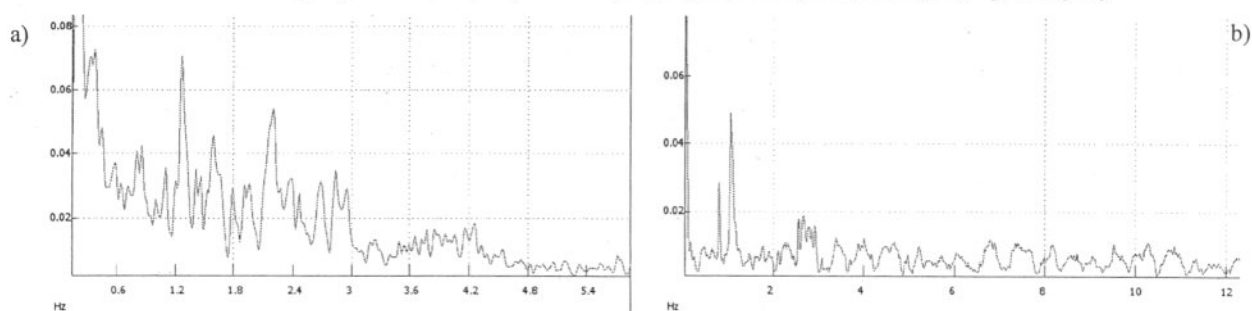
Rys. z2.72. Porównanie widm dla częstotliwości drgań dolnej części pylonu A od przejazdów z prędkością 20 km/h w kierunku TR dla: a) drgań poziomych x oraz b) pionowych y



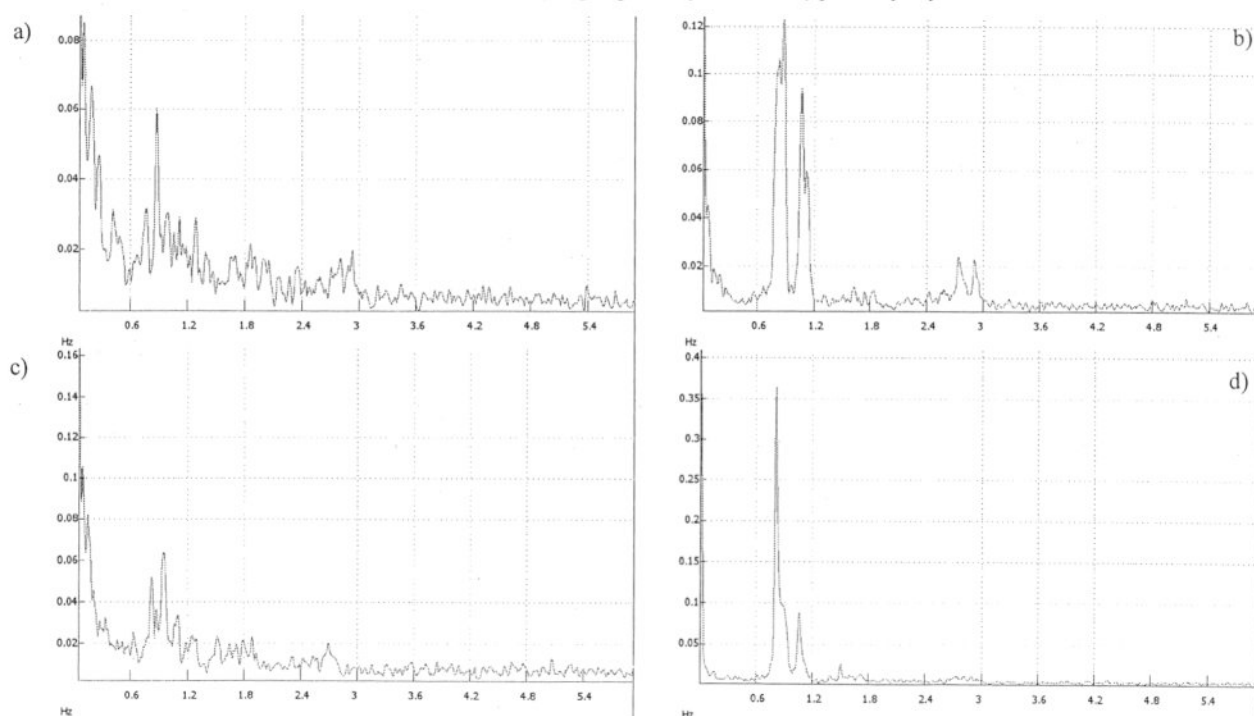
Rys. z2.73. Porównanie widm dla częstotliwości drgań środkowej części pylonu B od przejazdów z prędkością 5 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) terenów rekreacyjnych TR (w kolumnie I przedstawiono wyniki dla drgań w kierunku x , oraz w II – w kierunku y)



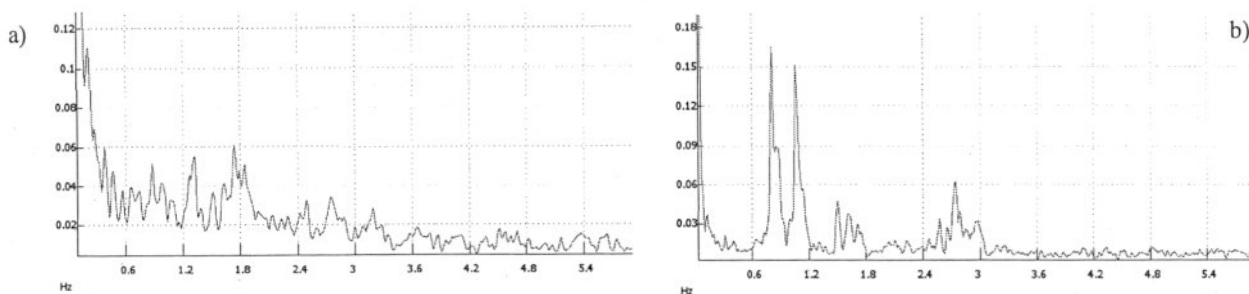
Rys. z2.74. Porównanie widm dla częstotliwości drgań środkowej części pylonu B od przejazdów z prędkością 15 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) TR dla: a) i c) drgań poziomych x, oraz b) i d) – pionowych y



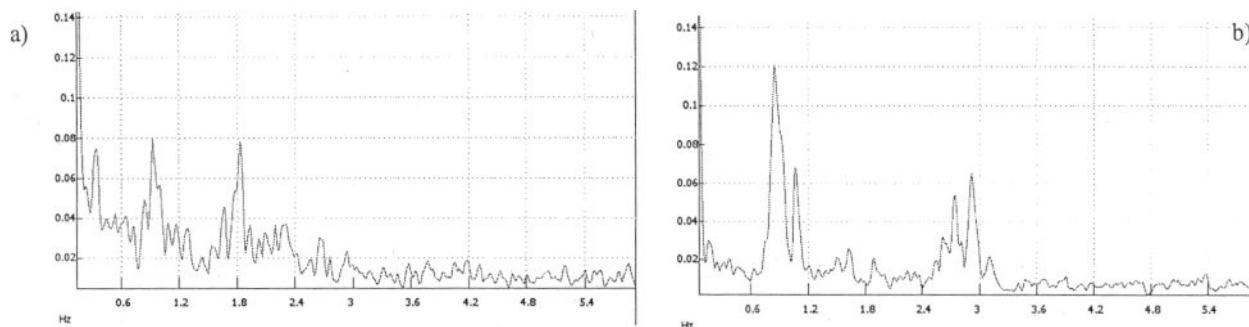
Rys. z2.75. Porównanie widm dla częstotliwości drgań środkowej części pylonu B od przejazdów z prędkością 20 km/h w kierunku TR dla: a) drgań poziomych x oraz b) pionowych y



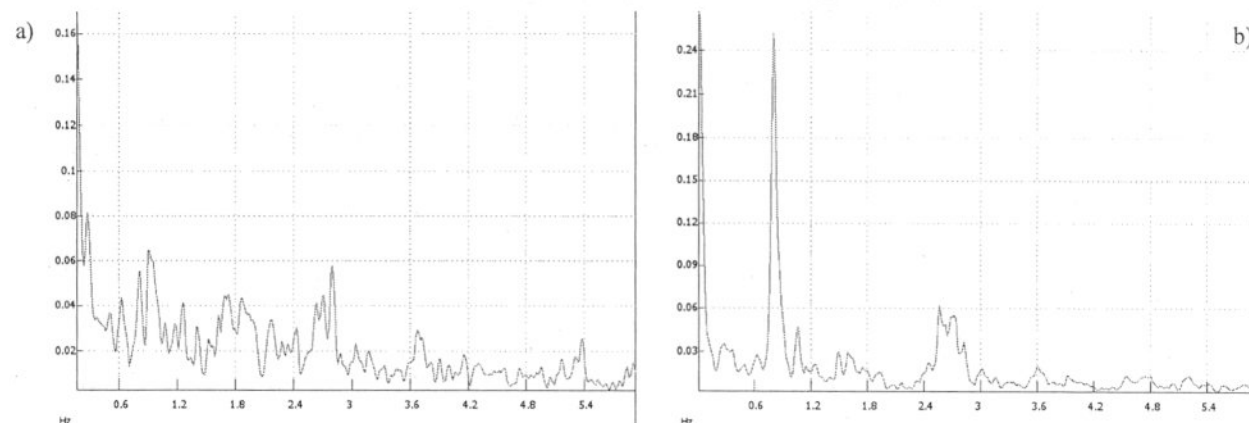
Rys. z2.76. Porównanie widm dla częstotliwości drgań górnej części pylonu C od przejazdów z prędkością 5 km/h w kierunkach: a) i b) OSiR oraz c) i d) TR (w kolumnie I przedstawiono wyniki dla drgań w kierunku x, oraz w II – w kierunku y)



Rys. z2.77. Porównanie widm dla częstotliwości drgań górnej części pylonu C od przejazdów z prędkością 10 km/h w kierunku TR dla: a) drgań poziomych x oraz b) pionowych y



Rys. z2.78. Porównanie widm dla częstotliwości drgań górnej części pylonu C od przejazdów z prędkością 15 km/h w kierunkach OSiR dla: a) drgań poziomych x oraz b) pionowych y



Rys. z2.79. Porównanie widm dla częstotliwości drgań górnej części pylonu C od przejazdów z prędkością 20 km/h w kierunkach TR dla: a) drgań poziomych x , oraz b) – pionowych y

z2.70–z2.72, z2.73–z2.75 i z2.76–z2.79 podano wybrane spektra drgań odpowiednio dla dolnego punktu A, środkowego B i najwyższego C pylonu.

Na podstawie wykresów spektralnych drgań pionowych i poziomych pylonu zauważono, że dla tych ostatnich trudno jest jednoznacznie ustosunkować się do uzyskanych wyników. Dotyczy to w szczególności najniżej zlokalizowanego punktu pomiarowego A. Ustalono jednak, że dominująca częstotliwość drgań występuje w zakresie 0,89–1,10 Hz, niezależnie od lokalizacji punktu pomiarowego. Dla drgań pionowych odpowiedź konstrukcji pylonu była bardziej jednoznaczna, przy czym wyraźne oddziaływania mogące charakteryzować podstawową częstość drgań własnych wystąpiły dla zakresu częstotliwości 0,86–1,16 Hz. Zwiększenie prędkości jazdy wywołało silniejszą odpowiedź konstrukcji w zakresie drgań pionowych, natomiast dla drgań poziomych zauważono sytuację odwrotną.

Podobnie, jak w przypadku drgań pionowych przęsła, również dla pylonu wystąpiły silniejsze oddziaływania dynamiczne przy przejeździe samochodu w kierunku TR.

W tablicy z2.5 podano ekstremalne przemieszczenia pionowe i poziome dla wybranych punktów pomiarowych pylonu mostu w trakcie przejazdów z prędkościami 5, 10, 15 i 20 km/h. Załączone wyniki są rezultatami uzyskanymi za pomocą metody wizyjno-komputerowej (II).

Tablica z2.5. Ekstremalne przemieszczenia w [$\times 10^{-3}$ m] zarejestrowane metodą wizyjno-komputerową w trzech charakterystycznych punktach na wysokości pylonu dla obciążenia dynamicznego od przejeżdżającego pojazdu z prędkościami 5, 10, 15 i 20 km/h

Lp.	Badane punkty	Przemieszczenie (lmin/maxl) dla prędkości przejazdu v , w kierunku:							
		5		10		15		20	
		x	y	x	y	x	y	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
OSiR									
1.	A	-5,435 / 28,478	0,633 / -2,453	–	–	-6,087 / 29,457	-0,158 / -3,323	-5,544 / 28,805	-2,136 / 3,165
2.	B	-2,847 / 41,337	2,381 / -2,778	–	–	-2,723 / 41,955	1,885 / -3,373	-3,218 / 42,079	1,687 / -6,349
3.	C	-8,567 / 39,607	4,436 / -6,989	-7,725 / 39,326	3,629 / -4,301	-8,567 / 38,624	3,764 / -6,183	–	–
TR									
4.	A	-4,783 / 28,913	–	–	–	-5,544 / 29,022	1,820 / -1,978	-6,196 / 29,239	-2,690 / 1,266
5.	B	-1,609 / 41,460	1,587 / -2,976	–	–	-2,475 / 39,109	1,786 / -5,556	-2,723 / 40,470	1,885 / -8,829
6.	C	-8,040 / 36,610	4,449 / -7,177	-8,006 / 37,640	3,898 / -4,167	-7,865 / 38,624	3,898 / -4,973	-8,006 / 39,045	-4,570 / 8,602

Z powodu ograniczonego czasu badań, nie zrealizowano wszystkich założonych wcześniej schematów dynamicznych, w związku z czym, w ww. tablicy nie zamieszczono wyników dla punktów A i B przy prędkości przejazdu samochodu 10 km/h w obu kierunkach jazdy, a także dla punktu C i prędkości 20 km/h w kierunku OSiR. Jednoczesny brak odczytu dla drgań pionowych (y) punktu A przy prędkości 5 km/h w kierunku TR związany był w tym jedynym przypadku z błędami odczytu aparatury.

Największe wartości poziomych przemieszczeń dynamicznych zarejestrowano dla punktu B, natomiast najmniejsze dla punktu A, niezależnie od prędkości i kierunków przejazdu samochodu. Maksymalne wartości dynamicznych przemieszczeń pionowych zarejestrowane dla punktu pomiarowego C były kilkukrotnie mniejsze w porównaniu z przemieszczeniami poziomymi.

W tablicy z2.6 podano średnie wartości dominujących częstotliwości drgań pylonu w trzech punktach na jego wysokości (A, B i C), zarejestrowanych w trakcie przejazdu samochodu z prędkościami $v = 5, 15$ i 20 km/h.

Tablica z2.6. Uśrednione wartości dominujących częstotliwości drgań trzech punktów pylonu A, B i C w [Hz] od przejazdu samochodu w obu kierunkach z uwzględnieniem jego prędkości

Lp.	Punkt pomiaru	Częstotliwości dominujących drgań dla przejazdu z prędkością					
		5		15		20	
		x	y	x	y	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	A	–	1,070	–	1,102	2,792	1,076
2.	B	1,04–1,16	0,862	1,064/1,297	1,135	1,308	1,113
3.	C	0,89–0,96	0,85–0,88	–	0,920/0,932	0,913	0,884

z2.6. Analiza wyników otrzymanych z badań pod obciążeniem dynamicznym

z2.6.1. Współczynnik przeciążenia dynamicznego

Wprowadzenie. Wyniki badań przeprowadzonych na przęsłach kilkunastu mostów wantowych o rozpiętościach w zakresie 150–500 m wykazują, że obliczony w ten sposób współczynnik dynamiczny waha się w przedziale 1,00–1,20, natomiast obowiązująca polska norma obciążeniowa nie zawiera

informacji dotyczących uwzględniania wpływów dynamicznych w obliczeniach statycznych dla tego typu konstrukcji [21], [119], [166].

Poziom współczynnik przeciążenia dynamicznego określono na podstawie pomiaru wielkości przemieszczeń, które w trakcie obciążenia mostu miały wartości jednego znaku.

Analiza wyników. Współczynniki przeciążenia dynamicznego wybranych elementów konstrukcyjnych badanego mostu obliczono na podstawie uzyskanych przebiegów czasowych przemieszczeń w środkach rozpiętości teoretycznych przęsł (wykorzystanie obu metod pomiarowych, tj. I i II). Przyjęto do tego celu zależności (z2.2). Na szczególną uwagę zasługuje uwzględnienie w prowadzonych rozważaniach również pylonu, elementu zintegrowanego z całą konstrukcją mostu (wykorzystanie metody II). Podejście takie stanowi swego rodzaju *novum* w badaniach tego typu obiektów, dla których – ze względu na trudności pomiarowe przebiegów czasowych przemieszczeń – ograniczano się jedynie do oceny dynamicznej samych przęsł. W tym przypadku określono wartości współczynników dynamicznych pylonu na podstawie pomiarów drgań dokonanych w trzech punktach rozmieszczonych na różnych jego wysokościach (A, B i C).

Przyjmując pylon jako ciągłą belkę wieloprzęsłową opartą jednym końcem przegubowo (u podstawy) oraz na sprężystych podporach (w miejscach zamocowania want), jego drgania w kierunku poziomym x pod obciążeniem dynamicznym stanowiły odpowiednik drgań pionowych y , np. dla pręseł – elementów konstrukcyjnych pozostających w układzie poziomym.

Dodatkową zaletą metody wizyjno-komputerowej była możliwość otrzymania czasowych przebiegów przemieszczeń poziomych, koherentnych z pionowymi dla tego samego punktu.

Obliczone współczynniki dynamiczne dla drgań pionowych przęsła nurtowego P2 i poziomych pylonu odniesiono *per analogiae* do współczynników przeciążenia dynamicznego wyznaczonych na podstawie drgań poziomych tego samego przęsła mostu, i pionowych – pylonu. Takie podejście usprawiedliwia nie tylko uzyskanie wyraźnych oscylacji przemieszczeń wokół wartości niezerowych dla danego przedziału czasu, ale również możliwość interpretacji uśrednionych wartości amplitud jako odpowiedników statycznego ugięcia (deformacji) danego elementu (np. rys. z2.59c i d).

Współczynniki przeciążenia dynamicznego obliczono zarówno dla różnych prędkości taboru samochodowego ($v = 5, 10, 15$ i 20 km/h), jak również dla dwóch kierunków jazdy, tj. na tereny rekreacyjne TR oraz do ośrodka OSiR.

W tablicy z2.7 zestawiono wartości doświadczalnie wyznaczonych współczynników dynamicznych φ dla prześel P2 (metoda II), P3–P5 (metoda I) mostu, przy czym w rozważaniach

Tablica z2.7. Zestawienie wartości doświadczalnie wyznaczonych współczynników dynamicznych ϕ dla poszczególnych przęseł stalowego mostu wawowego w Sieradzu

Lp.	Prędkość przejazdu [km/h]	Kierunek przejazdu	Współczynnik dynamiczny ϕ dla przęseł:									
			P2 ^{*)}				P3		P4		P5	
			x	x -S	y	y -S	y	y -S	y	y -S	y	y -S
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1.	5	OSiR→TR	1,5625	1,563	1,0557	1,043	1,0358	1,051	— ^{**}	—	— ^{**}	—
2.		OSiR←TR	—		1,0296		1,0652		— ^{**}		— ^{**}	
3.	10	OSiR→TR	— ^{**}	—	— ^{**}	—	— ^{**}	—	1,0886	1,106	— ^{**}	—
4.		OSiR←TR	— ^{**}		— ^{**}		— ^{**}		1,1224		— ^{**}	
5.	15	OSiR→TR	1,9411	1,666	1,0359	1,038	1,1111	1,082	1,0846	1,100	1,0751	1,081
6.		OSiR←TR	1,3914		1,0423		1,0532		1,1339		1,0877	
7.	20	OSiR→TR	— ^{**}	1,704	— ^{**}	—	1,0696	1,071	1,0900	1,098	1,1473	1,118
8.		OSiR←TR	1,7036		— ^{***}		1,0716		1,1064		1,0892	
9.	Wartość normowa [119]:		—				1,254 (1,208)					

^{*)} dla przęseł P2 podano wartości współczynników dla dwóch wzajemnie prostopadłych kierunków drgań;
 x/y -S – średnia dla kierunku, odpowiednio poziomego x i pionowego y przemieszczeń;
^{**)} brak pomiarów;
^{***)} brak wyraźnych odczytów dynamicznych.

pominięto przęsło najkrótsze P1, zlokalizowane najbliżej OSiR (rys. z2.1). Dla przęsła nurtowego obliczono współczynniki przeciążenia dynamicznego dla dwóch wzajemnie prostopadłych kierunków drgań (kolumny 4 i 6), tj. pionowych i poziomych (podłużnych), przy czym dla każdego z analizowanych przęseł podano uśrednione wartości współczynników z dwóch kierunków jazdy przy stałej prędkości pojazdu (kolumny 5, 7, 9, 11 i 13). W jednym przypadku (przęsło P2, $v = 20$ km/h, kierunek OSiR) przebieg drgań nie pozwolił na jednoznaczne obliczenie współczynnika dynamicznego.

Na rysunku z2.80 przedstawiono współczynniki przeciążenia dynamicznego z uwzględnieniem poszczególnych schematów obciążeń dynamicznych, wyrażając przejazdy w kierunku TR i do OSiR odpowiednio linią ciągłą i przerywaną.

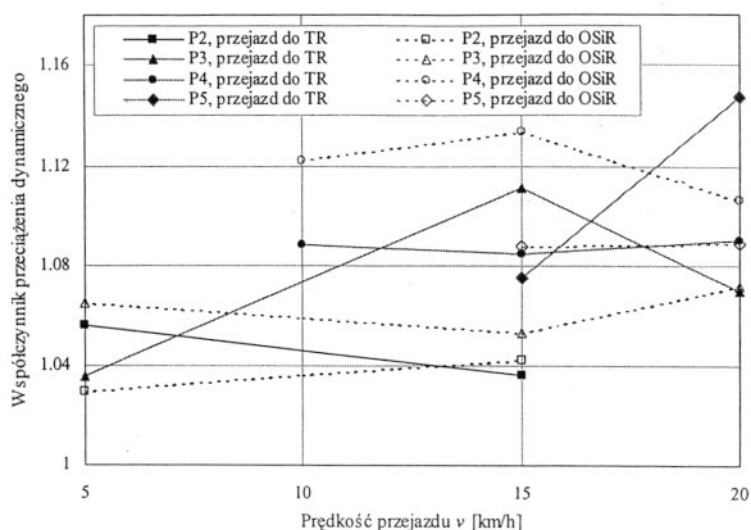
Z tablicy z2.7 i rys. z2.80 wynika, że oscylacje dynamiczne dla przęsła P2 nie przekraczają 5% maksymalnych przemieszczeń statycznych, z wyjątkiem przypadku przejazdu samochodu z prędkością 5 km/h w kierunku TR, dla którego otrzymano $\phi_y = 1,0557$. Rozważając pozostałe przęsła mostu (P3–P5), największą wartość współczynnika przeciążenia dynamicznego zarejestrowano dla ostatniego przęsła P5 przy prędkości pojazdu $v = 20$ km/h – $\phi_y = 1,1473$, przy czym była ona mniejsza od normowo wyliczonej wartości dla uśrednionej rozpiętości przęseł zalewowych – $\phi_y = 1,254$ oraz $\phi_y = 1,208$ dla uśrednionej rozpiętości wszystkich przęseł mostu (wiersz 9, tablica z2.7) [119].

Na rysunku z2.81 zestawiono uśrednione wartości współczynników dynamicznych uzyskane z przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych y dla przekrojów przęseł P2–P5, oraz poziomych dla przęsła P2.

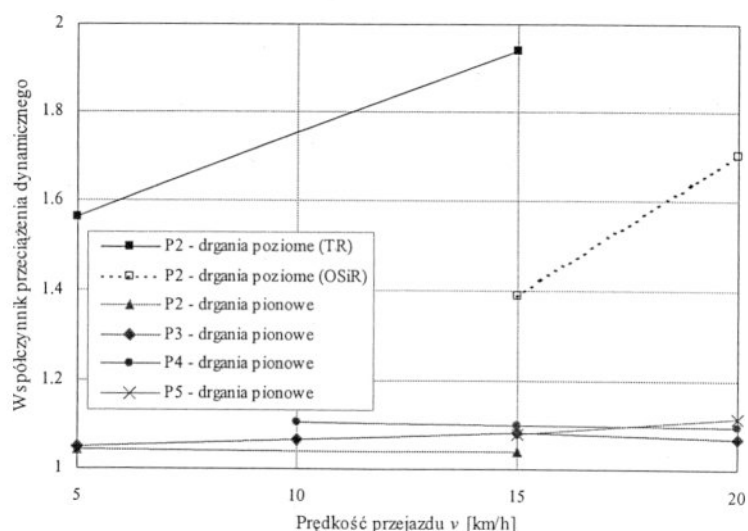
Na podstawie uzyskanych wartości, współczynniki przeciążenia dynamicznego dla drgań poziomych przęsła P2 odbiegają wyraźnie od wyznaczonych na podstawie drgań pionowych – średnio o ponad 60%.

Z kolei porównując wartości ϕ_x uzyskane z przebiegów czasowych przemieszczeń poziomych dla jazdy samochodu w dwóch różnych kierunkach, różnice rzędu 39% dla prędkości 15 km/h mogą świadczyć o znacznym wpływie czynnika związanego ze sposobem podparcia przęseł mostu i wzbudzaniem większych ich drgań przy najjeździe od strony OSiR.

W tablicy z2.8 podano wartości współczynników przeciążenia dynamicznego wyznaczonych na podstawie prze-



Rys. z2.80. Wartości współczynników dynamicznych wyznaczone na podstawie pomiarów przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych w rozważanych przekrojach przęseł P2–P5 mostu



Rys. z2.81. Uśrednione wartości współczynników dynamicznych wyznaczone na podstawie pomiarów przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych w rozważanych przekrojach przęseł P2–P5 mostu oraz poziomych przęsła P2

biegów czasowych drgań poziomych x i pionowych y w wybranych przekrojach pylonu (punkty A, B i C) dla wszystkich rozważanych schematów dynamicznego obciążenia mostu taborem samochodowym. Pomiaru dla tych wielkości wykonano za pomocą metody wizyjno-komputerowej (II).

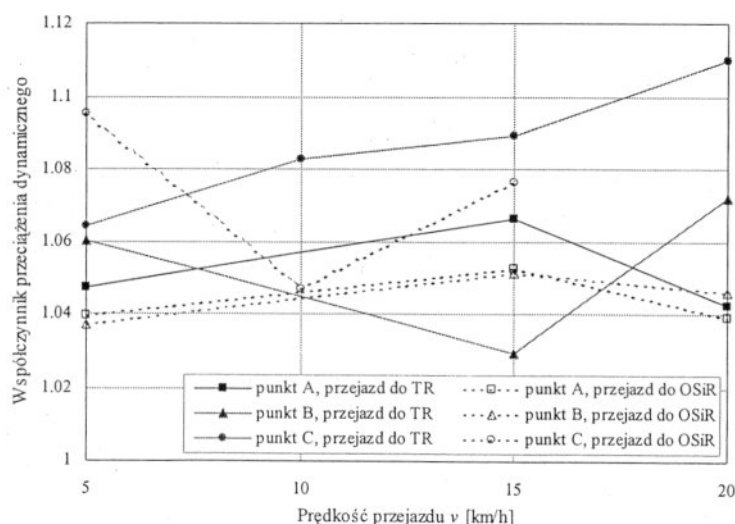
Obliczenie wartości współczynników dynamicznych nie nastręczało większych trudności z wyjątkiem jednego przypadku (przekrój C, $v = 20$ km/h, kierunek TR), dla którego przebieg i charakter drgań nie pozwolił na jednoznaczne jego wyznaczenie.

Na rysunku z2.82 przedstawiono współczynniki przeciążenia dynamicznego dla drgań poziomych z uwzględnieniem poszczególnych schematów obciążeń dynamicznych, oznaczając przejazdy w kierunku terenów rekreacyjnych i do OSiR odpowiednio liniami ciągłymi i przerywanymi.

Na podstawie wyników wymienionych w tabelicy z2.7 i na rys. z2.82 stwierdzono, że poziome oscylacje dynamiczne pylonu nie przekraczają 11% maksymalnych przemieszczeń statycznych. Największe wartości φ_x zanotowano dla najwyżej zlokalizowanego przekroju C, zaś najmniejsze dla środkowego – B.

Na rysunku z2.83 zestawiono współczynniki dynamiczne dla drgań pionowych wybranych przekrojów pylonu z uwzględnieniem poszczególnych schematów obciążeń dynamicznych, zachowując oznaczenia analogiczne jak na rys. z2.82.

Również dla tego elementu konstrukcyjnego mostu (pylonu), podobnie jak w przypadku przęsła nurtowego, współczynniki przeciążenia dynamicznego wyznaczone na podstawie drgań pionowych odbiegają wartościami w sposób znaczący od obliczonych z przebiegów czasowych przemieszczeń poziomych. O ile w pierwszym przypadku największa wartość $\varphi_x = 1,1098$, to dla drgań pionowych w tym samym przekroju $\varphi_y = 1,8974$ jest ona większa o ponad 70%.



Rys. z2.82. Wartości współczynników dynamicznych wyznaczone na podstawie pomiarów przebiegów czasowych przemieszczeń poziomych w rozważanych przekrojach pylonu

Tablica z2.8. Zestawienie wartości doświadczalnie wyznaczonych współczynników przeciążenia dynamicznego φ dla dwóch wzajemnie prostopadłych kierunków drgań pylonu

Lp.	Prędkość przejazdu [km/h]	Kierunek przejazdu	Współczynnik dynamiczny φ dla pylonu w punkcie:					
			A		B		C	
			x	y	x	y	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	5	OSiR→TR	1,0472	— ^{**}	1,0601	1,6218	1,0641	1,8517
2.		OSiR←TR	1,0397	1,1273	1,0373	1,3500	1,0952	1,6603
3.	10	OSiR→TR	— [*]	— [*]	— [*]	— [*]	1,0828	1,5000
4.		OSiR←TR	— [*]	— [*]	— [*]	— [*]	1,0467	1,3617
5.	15	OSiR→TR	1,0664	1,2819	1,0293	1,3192	1,0891	1,8974
6.		OSiR←TR	1,0526	1,1264	1,0512	1,3350	1,0763	1,8776
7.	20	OSiR→TR	1,0426	1,2657	1,0721	1,3192	1,1098	— ^{**}
8.		OSiR←TR	1,0392	1,1556	1,0462	1,7270	— [*]	— [*]

^{*}) brak pomiarów,

^{**}) brak możliwości wyznaczenia współczynnika dynamicznego.

W przypadku współczynników przeciążenia dynamicznego obliczonych na podstawie amplitud drgań pionowych pylonu dostrzeżono mniejsze różnice w ich wartościach dla danego przekroju przy zmianach kierunku ruchu obciążenia dynamicznego.

Na podstawie uzyskanych wyników należy stwierdzić, że przyczyna zwiększonych wartości φ_x w stosunku do φ_y dla pylonu nie jest jednoznaczna i łatwa w interpretacji. Przypadek ten dotyczy w równej mierze badanego najdłuższego przęsła P2 mostu. Należy sądzić, że podobne różnice między tymi wielkościami zarówno dla przęsła P2, jak

i pylonu (60–70%), mogą świadczyć o podobnym charakterze pracy tych elementów konstrukcyjnych w zakresie obciążeń dynamicznych.

Zapisy normowe [119] pomijają konstrukcje mostów wawowych w aspekcie współczynnika przeciążenia dynamicznego, natomiast praktycznie nie spotykanym w literaturze fachowej jest pojęcie współczynnika dynamicznego dla oscylacji poziomych w stosunku do osi podłużnej rozpatrywanego elementu. Zrealizowane badania w zakresie dynamicznym wykazały znaczące różnice między konwencjonalnie rozumianym

współczynnikiem dynamicznym, a wyznaczonym w oparciu o drgania w kierunku prostopadłym. Spostrzeżenie to możliwe było wyłącznie dzięki wdrożeniu do pomiarów metody wizyjno-komputerowej.

Przedstawione wyniki z doświadczalnie wyznaczonych współczynników przeciążenia dynamicznego w wybranych przekrojach przęseł i pylonu dały podstawę do stwierdzenia o występowaniu nieco większych ich wartości dla najmniejszej prędkości przejazdu obciążenia, co świadczy o dużej wrażliwości tej konstrukcji na oddziaływania dynamiczne. Z drugiej jednak strony należy wspomnieć o możliwości wystąpienia pewnego błędu związanego m.in. z trudnościami w uzyskaniu stałej prędkości przejazdu. Również zwiększenie prędkości samochodu mogłoby ujawnić szereg interesujących informacji na temat charakterystyk dynamicznych tego obiektu, np. wartości prędkości krytycznych, co jednak było niemożliwe do zrealizowania w trakcie badań tego mostu (p. z2.2).

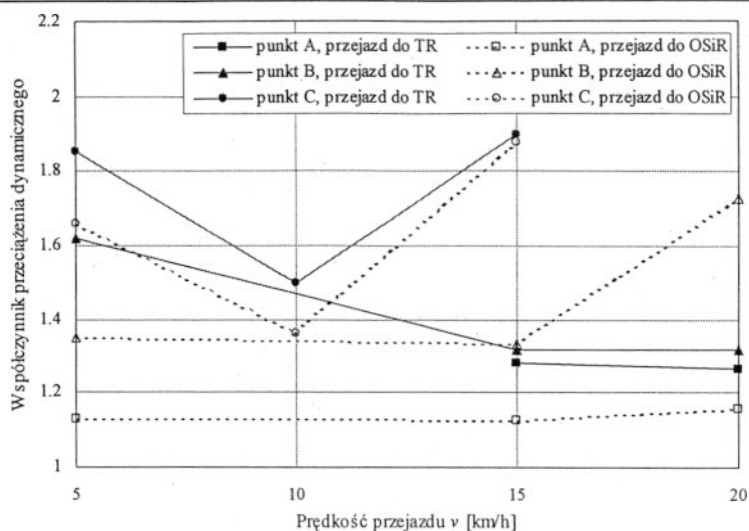
Należy też dodać, że udział efektów dynamicznych w stosunku do globalnych przemieszczeń statyczno-dynamicznych pylonu jest mniejszy tam, gdzie dominujące były czynniki statyczne.

Rozważając analogię pylonu do belki pionowej podpartej na sprężystych podporach, perspektywicznie należy dążyć do uwzględnienia w rozważaniach jego przekrojów *przęsłowych*, czyli usytuowanych między punktami mocowania want. Uwaga ta dotyczy w równej mierze analizy drgań swobodnych tego elementu.

z2.6.2. Charakter drgań mostu

Uwagi ogólne. Ze względu na dużą liczbę otrzymanych wyników badań, drgania dla tego obiektu sklasyfikowano wg trzech grup dotyczących przęseł, want przęsła nurtowego P2 oraz pylonu.

Drgania przęseł. Na rysunkach z2.10–z2.16 podano przebiegi czasowe drgań dla przęseł P2–P4 mostu, przy czym wykresy dotyczące pomiarów czasowych przemieszczeń pionowych i poziomych przęsła nurtowego przedstawiono na rys. z2.10–z2.12 (metoda II). Przykładowe przebiegi przemieszczeń statyczno-dynamicznych dla pozostałych przęseł, wyznaczone za pomocą metody (I) podano na rys. z2.13. Na ich podstawie stwierdzono znaczny udział drgań giętych w poszczególnych przęsłach mostu. Zauważono, że dla przęseł zalewowych (P3–P5) o mniejszych rozpiętościach teoretycznych, przebiegi czasowe drgań pionowych wykazywały większą regularność w porównaniu z przęsłem nurtowym P2. Przyczyn takiego stanu należy upatrywać w stosunkowo małej dysproporcji pomiędzy masą poruszającego się pojazdu i ciężarem najdłuższego przęsła, po którym czas przejazdu trwał najdłużej. Większe oscylacje w środku rozpiętości przęsła P2 towarzyszyły na ogół zjazdowi obciążenia z badanego przęsła. Dla małej prędkości ruchu pojazdu ($v = 5$ km/h) zauważono istotne różnice w drganiach między



Rys. z2.83. Wartości współczynników dynamicznych ϕ wyznaczone na podstawie pomiarów przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych w rozważanych przekrojach pylonu

dwoma kierunkami jazdy – większe wystąpiły przy zjeździe z przęsła P2 w kierunku OSiR oraz wjeździe na nie dla ruchu w kierunku TR.

Przebiegi przemieszczeń statyczno-dynamicznych dla przęseł zalewowych (P3–P5) wykazują podobne cechy dla danej prędkości i kierunku przejazdu. W pewnych przypadkach można wyodrębnić przedziały drgań, w których nastąpiły zauważalne skokowe zmiany ich amplitud przy przejeździe pojazdu przez przęsło najdłuższe P2 (np. rys. z2.13b i d). Było to spowodowane obecnością połączeń want z dźwigarami głównymi (ciągna W1, W2 i W3), które stanowiły rodzaj podpór sprężystych.

Na podstawie zarejestrowanych poziomych przemieszczeń statyczno-dynamicznych dla przęsła P2 zauważono stały trend, polegający na większym udziale amplitud ujemnych wartości dla przejazdów w kierunku OSiR, oraz dodatnich – przy przejazdach w kierunku TR (rys. z2.10–z2.11c i d oraz z2.12b). Występowanie znacznych poziomych drgań podłużnych (w stosunku do pionowych czysto dynamicznych), o charakterze wolnozaniakającym może świadczyć o *małej sztywności podłużnej* przęsła nurtowego obiektu mostowego z uwagi na sposób rozwiązania jego łożysk.

W zasadzie, z przebiegów oscylacji wynika, że mają one na ogół charakter złożony, zarówno dla drgań pionowych, jak i poziomych. W drganiach pionowych dla wszystkich rozważanych przęseł mostu dominuje charakter drgań, które można zaliczyć do quasi-statycznych. Przyrost przemieszczeń dynamicznych w zasadzie wzrasta ze wzrostem prędkości przejazdu pojazdu, brak jest jednak wyraźnej zależności matematycznej.

W tablicy z2.1 podano ekstremalne pionowe i poziome (podłużne) przemieszczenia statyczno-dynamiczne dla przęsła P2, oraz pionowe dla przęseł zalewowych mostu w środkach ich rozpiętości dla wszystkich dynamicznych schematów obciążeń. Na tej podstawie zauważono, że większą dynamiką dla przęseł P3–P5 charakteryzowały się przejazdy w kierunku TR.

Uzyskane na podstawie zmierzonych czujnikami bezwładnościowymi prędkości drgań przebiegi pionowych przemieszczeń dynamicznych w trzech wybranych przekrojach przęsła P2 (w miejscach połączeń want z dźwigarami głównymi, tj. P2-1, P2-2 i P2-3) potwierdzają niezależność występujących drgań od lokalizacji źródła drgań na moście (rys. z2.14–z2.16). Lokalizacja źródła (wymuszenie) drgań miała wpływ wyłącznie na wielkość amplitud prędkości drgań. Największe efekty dynamiczne występowały w punktach, w których źródło drgań znajdowało się najbliżej badanego punktu.

Sporządzone trajektorie drgań punktu w połowie przęsła nurtowego P2 pozwalają na stwierdzenie pewnych podobieństw ich kształtów dla rozważanych schematów dynamicznych obciążeń mostu (rys. z2.17 i z2.18). Na ogół, oscylacje występowały wokół punktu zerowego oraz osi pionowej y na wykresach, jednak zwiększenie prędkości taboru wpłynęło na odchylenia od pionu wypadkowej trajektorii do III ćwiartki układu współrzędnych ortogonalnych (rys. z2.17b).

Na podstawie przeprowadzonej analizy charakteru drgań wybranych przęseł mostu, zauważono, że są one w znacznym stopniu zaburzone czynnikami losowymi, takimi jak np. odchylenia od symetrii podłużnej, imperfekcje geometryczne niwelety dźwigarów głównych, czy pracą silnika samochodu, itp.

Należy również dodać, że ze względu na stosunkowo niedużą szerokość użytkową pomostu, nie wykonano pomiarów właściwych dla drgań skrętnych badanego mostu. Perspektywicznie, uwzględnienie drgań skrętnych i giętno-skrętnych może przyczynić się do lepszego poznania pracy tego typu obiektów. Dotyczy to również konstrukcji pylonu, dla którego zarejestrowano imperfekcje zarówno w płaszczyźnie równoległej, jak i prostopadłej, do osi podłużnej mostu.

Drgania want. Drgania want przedstawiono na rysunkach z2.22–z2.52 w postaci przebiegów przemieszczeń dynamicznych uzyskanych z pomiarów sygnału z zastosowaniem czujników indukcyjnych prędkości drgań (metoda I). W pierwszej kolejności zestawiono przebiegi oscylacji dla trzech ciągów przęsła P2, tj. W1–W3, dla różnych prędkości taboru samochodowego (rys. z2.22–z2.24). Następnie przedstawiono przebiegi drgań tych samych elementów przy harmonicznym wymuszeniu ich drgań dla mostu nieobciążonego oraz z obciążeniem pojazdem w przęśle nurtowym i w wybranych przęsłach zalewowych (rys. z2.25–z2.28). Dodatkowo wykonano koherentne zestawienie z pomiarów drgań

wymuszonych pojazdem przejeżdżającym z różnymi prędkościami dla want i pomostu – głównie w prześle nurtowym, a przykładowe przebiegi prędkości drgań podano na rys. z2.30–z2.52.

Analizując otrzymane z pomiarów wyniki zauważono w nielicznych przypadkach występowanie zdudnienia elementów ciągowych. Dotyczyło to w głównej mierze wanty W2 dla przejazdu z prędkością $v = 20$ km/h w kierunku OSiR (rys. z2.23c) oraz w mniejszym stopniu jej drgań wymuszonych harmonicznymi (rys. z2.25c). Zdudnienia w tym przypadku spowodowane były najprawdopodobniej dodatkowym nakładaniem się drgań w płaszczyźnie innej od prostopadłej do osi podłużnej mostu.

Najmniejsze amplitudy drgań występowały dla najkrótszego z rozważanych cięgien, tj. wanty W3, które w zależności od prędkości jazdy samochodu wahały się w przedziale 1,7–15 mm/s (rys. z2.24). Największe amplitudy drgań wystąpiły dla wanty W2, przy przejeździe z prędkością $v = 15$ km/h w kierunku TR, $A_{W2-max} = 44$ mm/s. Zauważono jednocześnie pewną zależność polegającą na rejestracji większych oscylacji tych elementów przy przejazdach w kierunku TR.

Inną dostrzeżoną prawidłowością było stwierdzenie dla małych prędkości przejazdów, drgań o charakterze szybkozanikającym. Efekt ten był wprost proporcjonalny do długości cięgna (rys. z2.22a, z2.23a i z2.24a).

Analizując drgania harmonicznymi wymuszone dla want W1–W3 do częstotliwości rezonansowych, ich przebieg był nieznacznie zakłócony w przypadku cięgna W2 (rys. z2.25–z2.28). W obu stanach obciążenia statycznego przęsła mostu, maksymalną amplitudę zarejestrowano dla wanty najkrótszej – W3.

Ciekawą informacją dla tego typu obiektów, zdaniem autora, ma porównawcza analiza koherentnych przebiegów czasowych prędkości drgań cięgna i pomostu (przęsła). Wzbudzeniom drgań danego punktu przęsła przez poruszający się pojazd towarzyszą wymuszone w tym samym punkcie drgania odpowiedniego cięgna.

Zarejestrowane maksima drgań want w zasadzie odpowiadają maksymalnym amplitudom drgań pomostu. Ogólnie dominującą tendencją jest uzyskanie większych amplitud drgań dla want niż dla pomostu w miejscu ich zamocowania przy identycznym schemacie dynamicznego obciążenia mostu, co wynika z wykonanego zestawienia dla maksymalnych zarejestrowanych amplitud drgań (tablica z2.9).

Zauważono, że dla małych prędkości jazdy samochodu ($v = 5$ km/h) amplitudy prędkości drgań są porównywalne dla wszystkich analizowanych want i pomostu w miejscu ich połączenia z dźwigarem głównym. Zwiększenie prędkości obciążenia ruchomego wywołało znaczące różnice w amplitudach oscylacji jednocześnie mierzonych punktów dwóch różnych elementów konstrukcyjnych mostu. Pewne zainteresowanie może wzbudzać niezachowanie tej zależności dla równoczesnego pomiaru drgań wanty W3 i ostatniego przęsła zalewowego P5 w środku jego rozpiętości (wiersz 6, tablica z2.9).

Wymuszone harmonicznymi drgania poszczególnych cięgien mostu (W1–W3), niezależnie od stanu statycznego obciążenia obiektu, wywoływały drgania pomostu w punktach ich zamocowania (rys. z2.47–z2.52). W przypadku mostu nieobciążonego statycznie, amplitudy prędkości drgań want były przynajmniej 10-krotnie większe od jednocześnie zarejestrowanych amplitud drgań dla pomostu. Dla cięgna W1 wartość ta

Tablica z2.9. Porównanie maksymalnych amplitud prędkości drgań dla koherentnie analizowanych przebiegów czasowych want i pomostu przy wymuszeniach drgań pojazdem samochodowym

Lp.	Punkty pomiaru	Prędkość przejazdu obciążenia	Amplitudy drgań A_{max} [mm/s]	
			wanty	pomostu
1	2	3	4	5
1.	W1 / P2-1	5	2,8 (4,3)	1,8 (2,6)
		15	7,1 (23,0)	4,3 (6,2)
		20	11,2 (–)	5,4 (–)
2.	W2 / P2-2	5	4,2 (4,8)	2,4 (3,5)
		15	18,1 (–)	5,0 (–)
		20	20,8 (32,0)	6,9 (4,1)
3.	W3 / P2-3	5	1,8 (1,9)	2,3 (2,0)
		15	– (8,0)	– (2,4)
		20	10,0 (–)	7,8 (–)
4.	W3 / P3-I/2	5	– (4,4)	– (7,5)
		20	15,4 (–)	11,7 (–)
5.	W3 / P4-I/2	15	– (14,9)	– (10,2)
6.	W3 / P5-I/2	20	10,0 (–)	12,1 (–)

Wartości i (j) podane w kolumnach 4 i 5 odpowiadają odpowiednio przejazdom w kierunku OSiR oraz terenów rekreacyjnych TR.

przewyższała 20-krotnie amplitudę prędkości drgań pomostu, co było spowodowane pewnym oddaleniem punktu pomiarowego w pomoście (P2-1) od źródła wzbudzenia (rys. z2.47).

Podobne relacje dla maksymalnych amplitud prędkości drgań badanych elementów obowiązywały w przypadku statycznego obciążenia samochodem przęsła P2 mostu (rys. z2.50–z2.52). Dostrzeżono przy tym, że dla wymuszenia harmonicznego drgań wanty W2, w przęsłach zalewowych P3–P5 wystąpiły oscylacje o znacznie większych amplitudach niż w przęśle nurtowym P2 (rys. z2.51). Oznacza to, że drgania want w przęśle nurtowym mostu są czynnikiem istotnie wpływającym na dynamiczne zachowanie się przęseł zalewowych.

Pomimo braku szczegółowej analizy drgań skrętnych w badanym obiekcie, wzbudzenie drgań harmonicznym wybranych want po jednej stronie mostu (od strony górnej wody) wywoływało w jego przęsłach drgania giętno-skrętne. Wnioskować należy, że wpłynęła na to mała sztywność giętna (dla przęseł P2–P5) i giętno-skrętna dla przęsła P2, a to z kolei mogło rzutować na stan pracy dynamicznej całego obiektu lub wybranych jego elementów, np. na nawierzchnię.

Drgania pylonu. Na rysunkach z2.53–z2.62 przedstawiono przebiegi czasowe przemieszczeń pionowych y i poziomych x pylonu w trzech jego charakterystycznych punktach (A, B i C) dla wszystkich rozważanych schematów dynamicznych. Wykorzystano do tego celu metodę wizyjno-komputerową (II). Pomimo występujących pewnych różnic w zarejestrowanych maksymalnych amplitudach dla poszczególnych schematów obciążeń, zauważono dużą regularność dla przebiegów czasowych drgań poziomych. Z małymi wyjątkami dotyczy to również pionowych przemieszczeń statyczno-dynamicznych, chociaż w tym przypadku w większym stopniu uwidocznił się czynnik losowy oscylacji. Jest to bardziej uwidocznione w kształtach trajektorii trzech mierzonych punktów, które podano na rys. z2.63–z2.69.

Drgania poziome pylonu są w znacznej mierze zbliżone do charakteru drgań pionowych w środku rozpiętości przęsła najdłuższego P2, co świadczy o ścisłej współpracy tych dwóch elementów konstrukcyjnych w przenoszeniu obciążeń dynamicznych. Dla poziomych przemieszczeń statyczno-dynamicznych nie dostrzeżono znaczących różnic między przebiegami charakteryzującymi przejazd w obu kierunkach mostu, co może przemawiać za mniejszą wrażliwością pylonu na sposób realizacji podparć przęseł mostu.

Na podstawie zarejestrowanych drgań pionowych zauważono w przeważającej liczbie przypadków większy udział amplitud o wartościach ujemnych bez względu na kierunek i prędkość przejazdów obciążenia ruchomego. Pewne wątpliwości poprawnej pracy pylonu może wzbudzać pojawienie się w dwóch przypadkach okresowych drgań o dodatnich amplitudach. Wzbudzenia takie zauważono w punktach położonych w wyższej części pylonu dla małych prędkości przejazdu, wyłącznie w kierunku OSiR (rys. z2.56c i z2.60c). Można to jednak wytłumaczyć efektem quasi-statycznego obciążenia najdłuższego przęsła mostu, dla którego *powrót* danego punktu pylonu do pierwotnego położenia równowagi osiągał chwilową dodatnią wartość na osi pionowych przemieszczeń statyczno-dynamicznych.

Występowanie znacznych pionowych drgań (w stosunku do poziomych czysto dynamicznych), o charakterze wolnozaniakającym świadczy o niekorzystnym rozwiązaniu sposobu podparcia tego elementu (łożysko przegubowe na filarze F2).

Otrzymane przebiegi oscylacji wskazują na ich złożony charakter, co dotyczy drgań pionowych i poziomych. W drganiach poziomych wszystkich rozważanych punktów pylonu dominują drgania quasi-statyczne, a przyrost przemieszczeń statyczno-dynamicznych wzrasta ze wzrostem prędkości przejazdu samochodu. Nie można tego jednak stwierdzić w przypadku czasowych przebiegów przemieszczeń pionowych w tych punktach, gdyż – z wyjątkiem najniżej położonego punktu A – zauważalna jest tendencja do zmniejszania przyrostu przemieszczeń statyczno-dynamicznych dla schematów obciążeń dynamicznych o większych prędkościach przejazdu.

W tablicy z2.5 zestawiono ekstremalne pionowe i poziome przemieszczenia statyczno-dynamiczne dla punktów A, B i C pylonu dla wszystkich dynamicznych schematów obciążeń. Zauważono, że

wartości dla zakresu minimalnych przemieszczeń są większe przy przejazdach w kierunku OSiR bez względu na prędkość taboru, natomiast występuje brak ścisłych zależności dla wartości maksymalnych.

Trajektorie drgań trzech wybranych punktów na wysokości pylonu charakteryzują się pewnym podobieństwem wypadkowej statycznej dla wszystkich schematów obciążeń dynamicznych (rys. z2.63–z2.69). Śledząc trajektorie każdego z badanych punktów można zauważyć, że w trakcie ruchu pojazdu po obiekcie następuje ich statyczno-dynamiczne przemieszczanie się w kierunku przęsła najdłuższego P2. W przypadku punktu środkowego B widoczne są znaczne wzbudzenia drgań pionowych o charakterze impulsowym przy większych prędkościach przejazdu. Podobną sytuację zaobserwowano również dla punktu najniższego A, co wynika z nierówności dylatacyjnej przy dojeździe do obiektu od strony TR. Świadczy to o negatywnym oddziaływaniu nierówności w części uszkodzonej dylatacji, która będzie ulegała dalszej degradacji wpływając tym samym na *osłabienie* innych elementów konstrukcyjnych.

Z pewnością ciekawą informację stanowiłoby prześledzenie trajektorii tych samych punktów na płaszczyźnie w przekroju poprzecznym mostu, co jednak w trakcie wykonywania badań, ze względu na ograniczenia sprzętowe, nie było możliwe do zrealizowania.

Należy też wspomnieć, że przy założeniu analogii elementu konstrukcyjnego pylonu do trójprzęsłowej pionowej belki ciągłej na sprężystych podporach w miejscu zamocowania want, podpartej jednym końcem przegubowo, wybranie określonych punktów pomiarowych (A, B i C) w jej węzłach *podporowych* mogło mieć pewien wpływ na rodzaj uzyskanych przebiegów czasowych przemieszczeń. Perspektywicznie cenną wskazówką byłoby uzyskanie wyników również dla punktów *przęsłowych* pylonu – głównie ze względu na analizę spektralną tego elementu.

z2.6.3. Częstotliwości drgań własnych mostu

Częstości drgań własnych przęseł mostu. Analizę spektralną (FFT) wykonano dla przęseł P2-P5 mostu, jednak szczególną uwagę poświęcono analizie przęsła o największej rozpiętości teoretycznej. Na rysunkach z2.14- z2.15b i d oraz z2.30-z2.46 d przedstawiono wybrane widma częstotliwości drgań pionowych przęsła P2 oraz P3-P5 (rys. z2.43-z2.46), uzyskane w wyniku analizy przebiegów zarejestrowanych metodą konwencjonalną (I). W celach porównawczych, na rysunkach z2.19-z2.21, zestawiono spektra drgań pionowych i poziomych przęsła P2 mostu wykonane w oparciu o czasowe przebiegi przemieszczeń zrealizowanych z zastosowaniem metody wizyjno-komputerowej (II).

Analizując otrzymane wykresy widmowe drgań dla przęseł mostu zauważono duże spiętrzenia składowych drgań o małych częstotliwościach poniżej 0,5 Hz, które są właściwie nierozróżnialne. Wynikały one m.in. z samej metody analizy harmonicznej i należało je od razu na wstępie odrzucić przez zastosowanie odpowiedniego filtra pasmowego. Nie można było do tych celów stosować filtrów dolno-przepustowych, które nie pozwalają na odrzucenie dolnych, najniższych częstotliwości [89], [157].

Biorąc pod uwagę maksymalne prędkości ruchu wybranych punktów na długości przęsła P2, stwierdzono, że występują one w pasmach częstości drgań własnych mostu, chociaż zauważono, że w trakcie realizacji podstawowych schematów obciążeń dynamicznych (wszystkich przejazdów samochodu), drgania pomostu wykazują dużą nieregularność spowodowaną m.in. oddziaływaniem silnika samochodu oraz znaczną w stosunku do mostu masą pojazdu, o czym wspomniano w p. z2.6.3. Można przypuszczać, że miało to również wpływ na pewien brak zbieżności uzyskanych wartości częstości drgań własnych przęsła P2 mostu.

Na wykresach spektrów drgań, uzyskanych na podstawie rejestrów przebiegów czasowych przemieszczeń pionowych (w przeciwieństwie do przemieszczeń poziomych) metodą II, nie odnotowano wyraźnych spiętrzeń gęstości mocy widmowej, co dotyczyło przejazdów ze stosunkowo małymi prędkościami (rys. z2.19b i d).

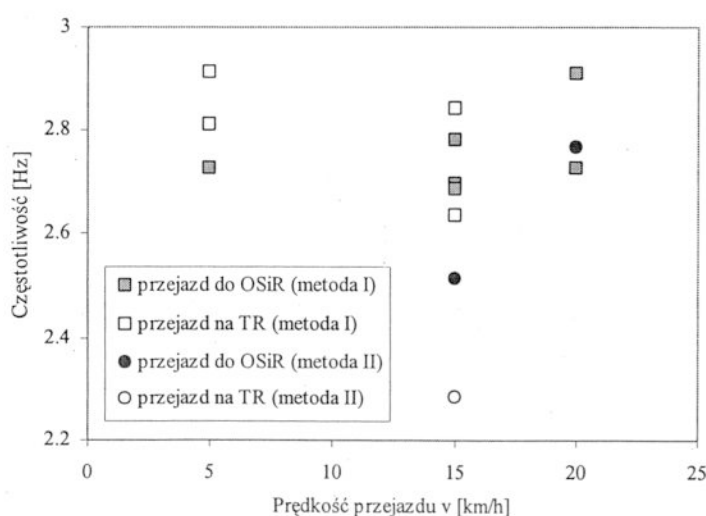
W tablicy z2.2 zestawiono dominujące częstości pionowych drgań swobodnych dla analizowanych przęseł mostu z uwzględnieniem wszystkich podstawowych schematów obciążeń dynamicznych. Wyniki

podane dla przęsła P2 pochodzą z przebiegów czasowych przemieszczeń wyznaczonych metodą II, w tym również dla drgań podłużnych. W trakcie opracowywania wyników dla częstości drgań swobodnych przęseł mostu okazało się, że w większości przypadków spektra drgań były mało

czytelne, czego przyczyny podano we wcześniejszym akapicie. Ustalono, że dla przęsła nurtowego dominująca częstość drgań własnych znajduje się w przedziale $f_{d-P2}^{II} = 2,283\text{--}2,767$ Hz (metoda II), natomiast dla przęseł zalewowych P3, P4 i P5 wartości te były większe niż dla przęsła nurtowego, znacznie różniąc się od siebie nawet w obrębie tego samego punktu pomiarowego dla danego przęsła, i wynosiły odpowiednio $f_{d-P3}^I = 3,158\text{--}4,585$ Hz, $f_{d-P4}^I = 3,158\text{--}4,815$ Hz, $f_{d-P5}^I = 4,424\text{--}4,711$ Hz (metoda I). Zastosowany dolny indeks „d” oznacza dominujące częstości drgań własnych rozpatrywanego elementu (tablica z2.2).

Zauważone spiętrzenia widma dla rozdzielnych przedziałów dominujących częstotliwości drgań przęseł zalewowych mogły wynikać w wybranych przypadkach, np. z ich wzbudzeń do następnej z rzędu częstości drgań własnych. Należy przy tym pamiętać, że występowanie zgrupowanych bądź wyraźnie wyodrębnionych pojedynczych pików pełnego przebiegu nie zawsze jest związane z częstościami własnymi układu. Tak więc, w celu dokładniejszego wyjaśnienia zauważonych dysproporcji wskazane było wykonanie teoretycznej analizy modalnej badanego ustroju. Brak szczegółowych obliczeń uniemożliwiał w konkretnym przypadku stwierdzenie, które z uzyskanych wartości własnych odpowiadają poszczególnym postaciom własnym, przez co ograniczono się w tym rozdziale do weryfikacji częstotliwości o charakterze dominującym.

W tablicy z2.10 porównano dominujące częstości drgań własnych przęsła P2 mostu, wyznaczone na podstawie przebiegów uzyskanych za pomocą dwóch odmiennych metod pomiarowych, tj. opartej na czujnikach indukcyjnych prędkości drgań (I) oraz wizyjno-komputerowej (II). Pomimo znacznej liczby



Rys. z2.84. Dominujące częstotliwości drgań własnych przęsła nurtowego P2 uzyskane w wyniku analizy spektralnej w funkcji prędkości pojazdu wymuszającego drgania mostu dla metody konwencjonalnej (I) i wizyjno-komputerowej (II)

Tablica z2.10. Porównanie dominujących częstości drgań własnych w[Hz] przęsła P2 mostu wyznaczonych dwiema niezależnymi metodami I i II

Lp.	Metoda pomiaru	Częstość drgań dla przejazdów z prędkością v [km/h], w kierunku:					
		OSiR			TR		
		5	15	20	5	15	20
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	I	2,726 (3)	2,695 (1)	2,908 (1)	2,913 (1)	2,637 (1)	2,728 (2)
			2,781 (1)	2,725 (2)	2,812 (3)	2,843 (3)	
			2,687 (2)				
2.	II	–	2,514	2,767	–	2,283	–

(i) – położenie punktu pomiarowego w przęśle P2, np. dla oznaczenia (3) obowiązuje zapis P2-3; dla pomiaru metodą II pomiary drgań wykonano w //2 P2.

wykonanych rejestrów przebiegów drgań przęsła P2 z użyciem metody I, otrzymane dominujące częstości drgań własnych różnią się między sobą nawet o 10,5% dla wartości ekstremalnych. Również częstości drgań własnych otrzymane z przebiegów zarejestrowanych metodą drugą (II), wykazują pewne odchylenia od wartości średniej o 10,4% (rys. z2.84).

Analizując otrzymane wartości nie zauważono wyraźnych zależności matematycznych dla poszczególnych schematów obciążeń dynamicznych. Stwierdzono jedynie obecność wyższych częstotliwości drgań własnych przęseł zalewowych przy przejazdach z wyższymi

prędkościami, jednak i w tym przypadku są odstępstwa od tej zależności (tablica z2.2).

Porównując największe i najmniejsze z uzyskanych częstości drgań swobodnych dla przęsła P2, wartości odpowiadające metodzie I są w większości przypadków większe niż te, otrzymane z przebiegów dla metody II odpowiednio o 5,3 i 15,5%. Zaniedbując na moment informację o odrębności przeprowadzonych eksperymentów w zakresie obciążeń dynamicznych, wykonano uśrednienie częstości drgań własnych dla metody I i II, które wynosiły odpowiednio $\bar{f}_{d-P2}^I = 2,769$ Hz i $\bar{f}_{d-P2}^{II} = 2,521$ Hz, uzyskując różnicę na poziomie 9,8%.

Na podstawie otrzymanych wyników należy stwierdzić, że nie udało się uzyskać wyraźnych dla częstości drgań własnych spiętrzeń mocy widmowej, chociaż w sporadycznych przypadkach (dla przęsła P2) pojawiły się zgrupowane wyższe składowe harmoniczne o zaburzonym charakterze. Rozważając częstotliwości drgań własnych odpowiadające ich maksymalnym pikom dla drgań pionowych, odczytano następujące wartości kolejnych częstości: $f_{d-P2}^I = 2,726$ Hz, $f_{(d+1)-P2}^I = 3,927$ Hz, $f_{(d+2)-P2}^I = 4,906$ Hz dla przebiegu czasowego przy prędkości $v = 5$ km/h w kierunku OSiR, oraz $f_{d-P2}^I = 2,843$ Hz, $f_{(d+1)-P2}^I = 3,762$ Hz, $f_{(d+2)-P2}^I = 4,890$ Hz dla przebiegu czasowego przy prędkości $v = 15$ km/h w kierunku TR (np. rys. z2.39d, czy z2.41d).

Podobieństwo uzyskanych poszczególnych częstotliwości drgań może świadczyć o słuszności wstępnego założenia dotyczącego harmonicznego charakteru składowych tych częstości drgań. Na tej podstawie, oraz wykorzystując fakt ciągłości konstrukcji wszystkich przęseł mostu, można również wnioskować o podobieństwie wybranych częstości drgań własnych przęsła P2 z wybranymi częstościami przęseł zalewowych P3–P5.

Relacje takie dostrzeżono dla częstości własnych drgań d+1 i d+2 przęsła P2 oraz dla uzyskanych częstotliwości drgań własnych przęseł zalewowych d i d+1, o wartościach odpowiednio $f_{(d)-P3}^I = 3,801$ Hz, $f_{(d)-P4}^I = 3,599$ Hz oraz $f_{(d+1)-P3}^I = 4,898$ Hz, $f_{(d+1)-P4}^I = 4,553$ Hz i $f_{(d+1)-P5}^I = 4,549$ Hz. Podane częstości drgań przęseł P3–P5 uśredniono na podstawie wyników otrzymanych dla przyjętych schematów obciążeń dynamicznych (tablica z2.2).

Z przedstawionych rozważań wynika wprost, że dominująca najniższa częstotliwość drgań swobodnych wszystkich przęseł zalewowych jest drugą z kolei częstością dominującą wyznaczoną na podstawie badań dla przęsła nurtowego P2 mostu.

Interpretacja częstości drgań podłużnych przęsła P2 nastrocza pewnych problemów. Duża zgodność uzyskanych wyników dla tej wielkości (z maksymalną różnicą 5,6%) przemawia za *ustabilizowanym* charakterem drgań poziomych wzdłuż tego elementu. Fakt ten tłumaczyć można wpływem sposobu podparcia tego elementu, jednak z pewnością nie są to podłużne drgania własne przęsła najdłuższego mostu (wiersz 1, tablica z2.2). Zauważono, że istnieje bliska relacja między wartością dominującej częstości pionowych (giętnych) drgań własnych $\bar{f}_{d-P2}^{II} = 2,521$ Hz a otrzymaną częstością drgań dla kierunku prostopadłego – $\bar{f}_{dp-P2}^{II} = 2,218$ Hz, co wynika m.in. z wzajemnej koherencji drgań tego samego elementu konstrukcyjnego w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach.

Reasumując, w analizowanym wieloprzęsłowym moście wantowym o ciągłej konstrukcji wszystkich jego przęseł stwierdzono wyraźną ich współpracę, gdyż - nawet po umieszczeniu obciążenia tylko na jednym z nich - częstości własne mierzone w różnych punktach były do siebie zbliżone. Na podstawie wykonanej analizy wyników nie można sprecyzować, która z otrzymanych częstości drgań własnych jest podstawową dla przęsła najdłuższego mostu. Uzyskano ją dopiero z obliczeń w zakresie analizy modalnej.

Częstości drgań własnych want. W badaniach mostu zwrócono szczególną uwagę na dynamiczne zachowanie się cięgien przęsła nurtowego (W1, W2 i W3). Na rysunkach z2.25b, d i f oraz z2.26-z2.28b przedstawiono wybrane widma częstotliwości drgań własnych wymuszonych siłą harmoniczną,

natomiast na rys. z2.29–z2.46b podano spektra drgań wymuszonych ruchem taboru po obiekcie, zgodnie z podstawowymi schematami obciążeń dynamicznych.

Na wykresach spektrów drgań elementów ciągowych, uzyskanych na podstawie rejestrów przebiegów czasowych prędkości drgań w kierunkach prostopadłych do ich cięciw, odnotowano występowanie niskiego czynnika harmonicznego drgań przy realizacji podstawowych schematów obciążeń dynamicznych (przejazdy samochodu w obu kierunkach z różnymi prędkościami). Wpływało to na małą czytelność spektrów drgań want, a w niektórych przypadkach widm drgań własnych tych elementów zauważono charakterystyczne skażenia wymuszeniem impulsowym (np. rys. z2.35b). Na tej podstawie niemożliwe było precyzyjne wyznaczenie pierwszych częstości drgań własnych analizowanych cięgien.

Dopiero analiza spektralna przebiegów prędkości drgań want uzyskanych na podstawie wymuszeń harmonicznymi drgań pozwoliła na wyodrębnienie poszczególnych częstości drgań swobodnych, które zestawiono w tablicy z2.3. Podstawową zależnością był wzrost częstotliwości drgań want w obrębie danej postaci własnej przy ich zwiększonym obciążeniu statycznym (rys. z2.26–z2.28). Analizując cięgna W1–W3, zarejestrowano przyrosty częstotliwości odpowiednio o 7,5% (dla trzeciej formy własnej), 21,4% (dla drugiej postaci własnej) oraz 27,7% dla pierwszej postaci (tablica z2.3, rys. z2.85).

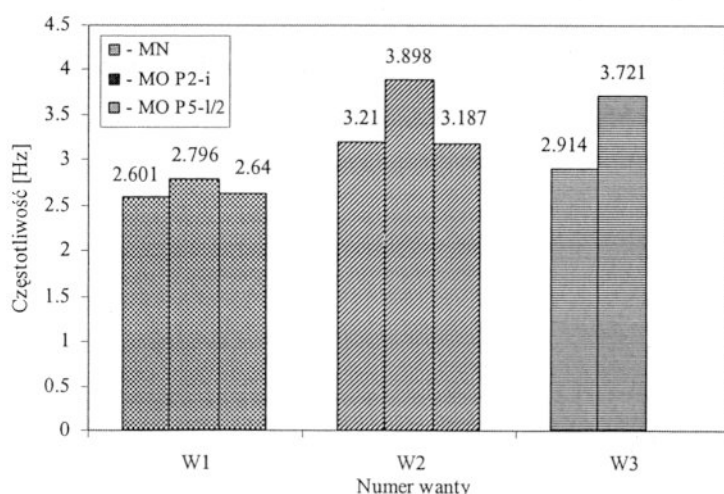
Na podstawie otrzymanych z analizy spektralnej częstości drgań własnych dla wybranych cięgien mostu – miarodajnych dla ich aktualnego stanu wyężenia – wyznaczono teoretyczne wartości sił osiowych w tych elementach (rozdz. 7).

Częstości drgań własnych pylonu. W oparciu o uzyskane przebiegi czasowe przemieszczeń poziomych i pionowych pylonu (metoda II) wykonano analizę widmową jego drgań. Na rysunkach z2.70–z2.79 przedstawiono widma częstotliwości drgań poziomych (kolumna I) i pionowych (kolumna II) pylonu, zestawiając je według kolejności wykonywanych podstawowych schematów obciążeń dynamicznych. Nie zarejestrowano przy tym występowania zjawiska procesu rezonansowego bądź zdudnienia.

Analizując otrzymane wykresy widmowe drgań dla pylonu zauważono znaczne spiętrzenia składowych drgań o małych częstotliwościach poniżej 0,4 Hz. Podobnie jak w przypadku analizy spektralnej przęseł mostu, wynikały one głównie z quasi-statycznego charakteru obciążeń obiektu.

W większości analizowanych przypadków, na wykresach spektrów drgań w obu wzajemnie prostopadłych kierunkach zauważono wyraźne przedziały spiętrzenia mocy widma, co dotyczyło każdego punktu i niemal wszystkich rozważanych podstawowych schematów obciążeń dynamicznych (np. rys. z2.72, czy z2.76).

W tablicy z2.11 zestawiono dominujące częstości poziomych i pionowych drgań dla



Rys. z2.85. Wykresy zależności częstości drgań własnych want W1–W3, odpowiednio dla trzeciej, drugiej i podstawowej formy własnej w zależności od miejsca lokalizacji statycznego obciążenia mostu

analizowanych punktów na wysokości pylonu z uwzględnieniem wszystkich podstawowych schematów obciążeń dynamicznych. Ze względu na brak możliwości precyzyjnej interpretacji odnośnie numeracji pierwszych postaci własnych, zdecydowano się podobnie jak dla przęseł na zastosowanie oznaczenia d oraz $d+1$ dla kolejnych częstości drgań (tablica z2.11).

Ustalono, że dla punktów A i B pylonu dominująca częstość poziomych drgań własnych znajduje się w przedziale $f_{d-P}^{II} = 1,052\text{--}1,296$ Hz, a kolejna $(d+1)$ – $f_{d+1-P}^{II} = 2,109\text{--}2,262$ Hz. Dla punktu C

Tablica z2.11. Zestawienie dwóch dominujących częstości drgań poziomych i pionowych w [Hz] wybranych punktów na wysokości pylonu dla podstawowych schematów obciążeń dynamicznych

Lp.	Punkty pomiaru	Prędkość i kierunek przejazdu	Częstość drgań:			
			poziomych		pionowych	
			d	d+1	d	d+1
1	2	3	5	6	7	8
1.	A	5 / OSiR←TR	1,093	2,109	1,063	–
		5 / OSiR→TR	1,105	2,214	–	–
		15 / OSiR←TR	–	–	1,062	2,910
		15 / OSiR→TR	–	–	1,095	2,625
		20 / OSiR←TR	1,296	–	–	–
		20 / OSiR→TR	–	–	1,188	2,543
2.	B	5 / OSiR←TR	1,052	–	1,049	–
		5 / OSiR→TR	1,074	–	1,073	–
		15 / OSiR←TR	–	–	1,102	–
		15 / OSiR→TR	1,091	2,262	1,086	–
		20 / OSiR←TR	–	–	1,087	–
		20 / OSiR→TR	–	2,187	1,074	–
3.	C	5 / OSiR←TR	0,886	–	0,824	–
		5 / OSiR→TR	0,946	–	0,793	–
		10 / OSiR←TR	–	1,846	0,790	2,725
		10 / OSiR→TR	–	1,726	0,805	2,730
		15 / OSiR←TR	0,936	1,840	0,831	2,740
		15 / OSiR→TR	0,925	1,691	0,903	2,706
		20 / OSiR→TR	0,920	–	0,869	2,586

d / d+1 – należy interpretować odpowiednio jako wyznaczoną dominującą częstość drgań rozpatrywanego elementu oraz kolejną z rzędu.

zauważono obniżenie częstości dominujących drgań poziomych średnio o 17% (d) oraz o 24% dla kolejnej częstości drgań swobodnych d+1.

Na rysunku z2.86 przedstawiono w formie graficznej przedziały wyznaczonych eksperymentalnie dwóch kolejnych dominujących częstości drgań poziomych (I i II) dla trzech punktów pomiarowych A, B i C pylonu.

Zauważalne są różnice w częstościach dominujących drgań między punktami A, B i C. Interpretacja takiego stanu nie jest w tym przypadku jednoznaczna. W zasadzie, z teoretycznego punktu widzenia, częstości drgań własnych dla różnych punktów zlokalizowanych na długości tego samego elementu (pylonu) powinny mieć te same wartości. Wyjątek mogą jedynie stanowić punkty podparcia (zakładając, że

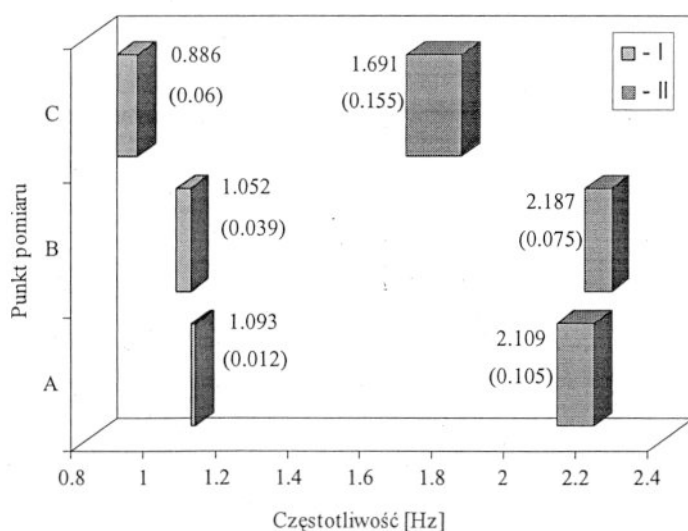
konstrukcja pylonu odzwierciedla układ wieloprzęsłowej belki ciągłej) oraz – ewentualnie – umiejscowienie punktów pomiarowych w węzłach danego modu. Dla tych przypadków analiza spektralna rejestrów pomiarowych nie wykaże wyraźnych spiętrzeń widma częstotliwości w przedziale częstości drgań swobodnych.

Rozważając zamieszczone w tablicy z2.11 dominujące drgania pionowe pylonu, zauważono duże podobieństwo uzyskanych wyników z jego dominującymi drganiami poziomymi w obrębie pierwszej

dominującej częstości (d). Także i w tym przypadku pierwsze dominujące częstości drgań w punkcie C są mniejsze od wyznaczonych dla pozostałych punktów średnio o 31%, natomiast dla wyższej częstości (d+1) zgodność dla częstości drgań w punktach A i C jest na znacznie wyższym poziomie (około 0,2%).

Na rysunku z2.87 przedstawiono przedziały wyznaczonych eksperymentalnie dwóch kolejnych dominujących częstości drgań pionowych (I i II) dla trzech punktów pomiarowych A, B i C pylonu.

Interpretacja uzyskanych dominujących częstości drgań pionowych punktów A, B i C pylonu – podobnie jak w przypadku poziomych dominujących



Rys. z2.86. Graficzna interpretacja otrzymanych przedziałów dominujących częstości drgań poziomych (I i II) dla punktów A, B i C pylonu mostu

częstości drgań przęsła P2 – nie jest jednoznaczna, jednak z całą pewnością nie są one związane z podłużnymi drganiami tego elementu konstrukcyjnego.

Drgania pionowe wybranych punktów pylonu, stanowią składową wypadkowej drgań danego punktu na

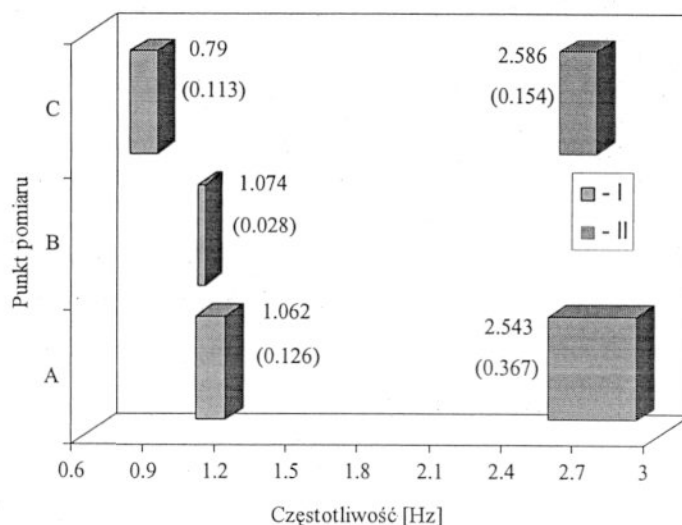
płaszczyźnie pionowej prostopadłej do osi podłużnej mostu, zatem ich częstości własne powinny w pewnym przedziale odpowiadać wyznaczonym częstościom dominujących drgań poziomych. W przeprowadzonej analizie ta zgodność jest zauważalna i dla pierwszej dominującej częstości wynosi 5,4, –0,6 oraz 11% odpowiednio dla punktów A, B i C.

Zestawienie porównawcze częstości dominujących drgań pionowych i poziomych dla pylonu i przęseł badanego mostu podano w tablicy z2.12. Na tej podstawie zauważono dużą zgodność częstości dominujących pionowych i poziomych drgań własnych rozważanych elementów konstrukcyjnych na poziomie odpowiednio 6,8% i –0,1% dla przęsła nurtowego P2 i pylonu.

Również w przypadku pylonu, w celu identyfikacji uzyskanych dominujących częstości drgań dla poszczególnych punktów charakterystycznych, niezbędne jest wykonanie teoretycznej analizy modalnej.

Tablica z2.12. Porównanie dominujących częstości drgań poziomych i pionowych w [Hz] wybranych punktów pylonu i przęsła P2 metodą II

Lp.	Częstość drgań:			
	poziomych		pionowych	
	Przęsło P2	Pylon	Przęsło P2	Pylon
1	2	3	4	5
1 - Zakres częstości	2,124–2,243	2,109–2,262	2,283–2,767	2,543–2,910
2 - Wartość średnia	2,195 (d)	2,193 (d+1)	2,521 (d)	2,693 (d+1)
W nawiasach podano numer otrzymanej dominującej częstości drgań własnych dla danego elementu konstrukcyjnego.				



Rys. z2.87. Graficzna interpretacja otrzymanych przedziałów dominujących częstości drgań pionowych (I i II) dla punktów A, B i C pylonu mostu

z2.6.4. Tłumienie drgań

Uwagi ogólne. Tłumienie charakteryzuje w równym stopniu drgania want w płaszczyźnie ich zwisu, które podobnie jak dla pozostałych elementów konstrukcyjnych można podzielić na zewnętrzne (siły oporu i tarcia powietrza oraz siły tarcia w punktach zawieszenia ciężna) i wewnętrzne (siły tarcia zachodzące w samym ciężnie wskutek tarcia między poszczególnymi elementami ciężna, np. między elementami spletek i drutów, oraz tarcia wewnętrznego materiału ciężna). Na tłumienie wewnętrzne mają także wpływ odkształcalne podpory, np. w postaci pylonu i dźwigara głównego.

Złożoność własności sił tłumienia związanych z konstrukcjami mostów wantowych potwierdziły nieliczne jak dotąd badania i analizy [1], [52], [143]. W praktyce inżynierskiej stosuje się tylko szacunkowe określenie wpływu tłumienia, w którym zakłada się *a priori*, że siły tłumienia są proporcjonalne do prędkości przemieszczeń lub odkształceń (współczynnik tłumienia).

Zdolność konstrukcji do tłumienia drgań opisuje się najczęściej przy zastosowaniu modelu tłumienia wiskotycznego za pomocą logarytmicznego dekrementu tłumienia Δ [24]. Wyznaczany jest na podstawie pomiaru amplitud A_1 i A_n występujących w początkowym i końcowym zakresie gasnących drgań własnych konstrukcji oraz ich liczby n , występujących pomiędzy nimi (przy czym wymagany jest przebieg analizowanych drgań bez zakłóceń, tj. dodatkowych wzbudzeń konstrukcji, rezonansów itp.) na podstawie znanej zależności (z2.3):

$$\Delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_1}{A_n}. \quad (z2.3)$$

Należy jednak dodać, że sposób określania tłumienia w konstrukcjach mostowych nie został sprecyzowany zarówno odnośnie sposobu pomiaru, jak i metody jego oceny [120], [135]. Weseli i Salamak w pracy [157] poddali analizie wpływ takich czynników jak np. częstość drgań własnych towarzyszących tłumieniu, przedział czasowy przebiegu uwzględniany przy określaniu liczby drgań, czy szerokość analizowanego pasma częstotliwości na wartości wyznaczonego na ich podstawie logarytmicznego dekrementu tłumienia, które mogą w sposób istotny wpływać na jego wielkość.

Tłumienie drgań wybranych elementów konstrukcyjnych mostu. Analizując przebiegi czasowe przemieszczeń wybranego punktu przęsła nurtowego mostu zauważono, że drgania swobodne pionowe były szybciej zanikające niż drgania poziome. Analogiczna sytuacja w odwrotnej sekwencji drgań wystąpiła w przypadku pylonu. Drgania swobodne want w przęśle nurtowym P2 były we wszystkich przypadkach zastosowanych schematów obciążeń dynamicznych szybciej zanikające w porównaniu z drganiami wszystkich analizowanych przęseł mostu.

W analizie przebiegów drgań, otrzymanych w wyniku wzbudzeń harmonicznym, stwierdzono w kilku przypadkach ich zdudnienia (np. rys. z2.35), których okres wynosił około $T_z = 10$ s dla pomostu oraz $T_z = 2,5$ s dla want.

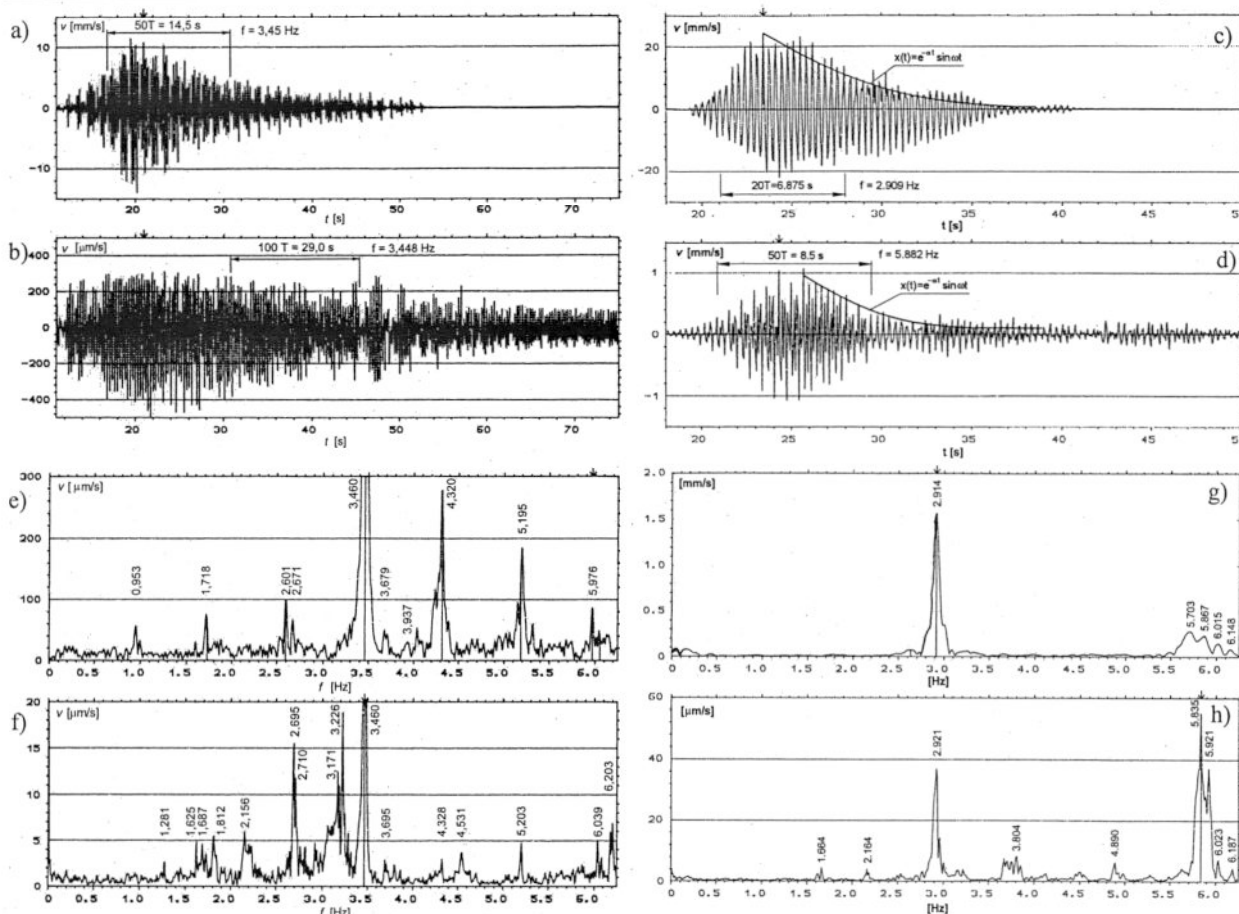
Na rysunku z2.88a i b przedstawiono sposób weryfikacji otrzymanych w wyniku analizy FFT (rys. z2.88e, f) częstości dominujących drgań wanty W1 i pomostu w punkcie P2-1. Z kolei na rysunku z2.88c i d podano przebieg zanikania w czasie swobodnych drgań tłumionych wraz z interpretacją obwiedniową dla ciągu W3 oraz przęsła P2 w punkcie P2-3. W podanym przykładzie zastosowano harmoniczne wymuszenia drgań dla mostu nieobciążonego statycznie.

W tablicy z2.13 zestawiono wartości logarytmicznych dekrementów tłumienia dla oscylacji wybranych elementów konstrukcyjnych badanego mostu wantowego, tj. dla przęseł P2, P4 i P5, pylonu oraz want W1–W3. W trakcie wyznaczania logarytmicznych dekrementów tłumienia drgań, w wielu przypadkach dotyczących niemal każdego analizowanego elementu konstrukcyjnego mostu (przęsła, pylon, ciągna), nie udało się wyodrębnić wyraźnie dominujących częstości drgań własnych, bądź obwiedniowych fragmentów świadczących o obrazie tłumienia, co nie pozostało bez wpływu na dokładność wyników w zakresie logarytmicznych dekrementów tłumienia. Wszystkie przebiegi charakteryzujące podstawowe schematy obciążeń dynamicznych były obciążone składowymi o losowym, stacjonarnym charakterze, którego źródłem były wymuszenia drganiami mechanicznymi silnika samochodu poruszającego się po obiekcie. Tego rodzaju szumy należało w pierwszej kolejności wyeliminować w trakcie prowadzonej analizy.

Na podstawie otrzymanych wyników zauważono, że większym tłumieniem drgań pionowych charakteryzowały się przęsła krótsze (zlokalizowane na terenach zalewowych) w stosunku do przęsła najdłuższego mostu. Różnym częstościom dominujących drgań o różnych amplitudach odpowiadały różne wartości logarytmicznych tłumienia, co szczególnie uwidocznione jest w przypadku przęsła P4 oraz ciągów przęsła P2. Z drugiej strony, przęsła mostu charakteryzowały się większym tłumieniem drgań w porównaniu z pylonem, na co może wskazywać znaczne zróżnicowanie sztywności giętych tych elementów (stosunek sztywności na zginanie pomostu do pylonu, wynosi $EJ_d/EJ_p = 3,66$).

Największe wartości logarytmicznego tłumienia uzyskano dla want W1–W3, niezależnie od lokalizacji statycznego obciążenia obiektu, który był największy dla najkrótszego ciągu, tj. W3 i wynosił $\Delta_{W3-\max} = 0,126$ dla pierwszej częstości drgań własnych.

Reasumując, należy stwierdzić, że drgania swobodne want były szybko zanikające, a tłumienie w nich można uważać za duże. Zauważone znaczne rozrzuty wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia dla elementów przęseł mostu są często oznaką większego wyeksploatowania obiektu. Można przy-



Rys. z2.88. Sposób weryfikacji otrzymanych w wyniku analizy FFT częstości dominujących drgań danego elementu konstrukcyjnego mostu oraz wyznaczania logarytmicznego dekrementu tłumienia na przykładzie drgań wymuszonych harmonicznie dla waw W1 i W3 a), c) oraz pomostu P2-1 i P2-3 b), d) wraz z podaniem ich widm odpowiednio e), g) i f), h) dla mostu nieobciążonego

puszczać, że dominującym czynnikiem wpływającym na taki stan rzeczy była nieliniowa praca obciążonych elementów cięgien i łożysk.

Dla konstrukcji stalowych przyjmowana jest z reguły wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia w zakresie 0,02-0,06, jednak w analizowanym przypadku mostu otrzymane wartości zdecydowanie wykaczały poza podany przedział, co można uzasadnić, np. mało precyzyjnym filtrowaniem wyników.

Położenie obciążenia ma istotny wpływ na charakterystyczną odpowiedź dynamiczną konstrukcji przęseł mostu. Może to wynikać m.in. z udziału dodatkowej, dużej w stosunku do ciężaru całej konstrukcji danego przęśla, masy pojazdu oraz zjawiska pseudorezonansowego z kolejnymi częstościami drgań całej konstrukcji lub jej poszczególnych elementów.

Tablica z2.13. Zestawienie wartości logarytmicznych dekrementów tłumienia dla wybranych elementów konstrukcyjnych badanego mostu wawotowego

Przęsło nurtowe P2					
Okres drgań własnych [s]	pionowych: $\approx 0,40$			poziomych: $\approx 0,46$	
Δ – zakres	0,008–0,260*				
Δ – <i>średnia</i>	0,031			0,010	
Przęsła zalewowe					
Numer elementu	P4			P5	
Okres drgań własnych [s]	$\approx 0,20$		$\approx 0,28$		$\approx 0,20$
Δ – zakres	0,021–0,320*				
Δ – <i>średnia</i>	0,042		0,056		0,038
Pylon – punkt C					
Okres drgań własnych [s]	pionowych: $\approx 1,20$			poziomych: $\approx 1,08$	
Δ – <i>średnia</i>	0,023			0,049	
Wanty					
Numer elementu	W1		W2		W3
Okres drgań własnych [s]	$\approx 0,29$	$\approx 0,35$	$\approx 0,26$	$\approx 0,31$	$\approx 0,27$
Δ – <i>średnia</i>	0,096	0,065	0,104	0,091	0,126

^{*)} z zakresów odrzucono wyższe wartości, wyznaczone bez odfiltrowania częstotliwości spoza zakresu drgań swobodnych.

*) z zakresów odrzucono wyższe wartości, wyznaczone bez odfiltrowania częstości spoza zakresu drgań swobodnych.

Należy dodać, że większą precyzją cechowałyby się otrzymane w wyniku analiz charakterystyki tłumienia mostu w przypadku zastosowania dynamicznego obciążenia w postaci wzbudnika drgań.

Własności sił tłumienia związanych z poszczególnymi wymienionymi źródłami tłumienia w konstrukcjach mostów wantowych są zagadnieniem mało poznanym, a praktycznie żadnej z tych sił nie można ująć krótkim opisem analitycznym, co potwierdziły również nieliczne badania sił tłumienia. [44].

z2.6.5. Analiza wiarygodności metody wizyjno-komputerowej

Na podstawie uzyskanych przebiegów przemieszczeń i prędkości drgań w czasie dla wybranych punktów położonych na długości przęsła nurtowego P2 mostu, dokonano porównania wyników otrzymanych z dwóch zastosowanych metod I i II, tj. tradycyjnej opartej na czujnikach mechanicznych oraz wizyjno-komputerowej. W wyniku przeprowadzonej analizy spektralnej, uzyskano dla nich satysfakcjonującą zbieżność wyników, z różnicą nie odbiegającą od 5–7% w zakresie najmniejszych dominujących częstotliwości drgań swobodnych.

Ponadto, przedstawiony wcześniej opis wraz z analizą błędów wizyjno-komputerowego systemu pomiaru przemieszczeń (p. z2.3.3) oraz podane w dalszej części tego załącznika możliwości analizy uzyskanych tą metodą przebiegów drgań dla konstrukcji stalowego mostu wantowego wskazują na prawidłowość przyjętych założeń. Opracowanie wizyjno-komputerowej metody przyczyniło się również do rozwoju automatyzacji metod fotogrametrycznego pomiaru zjawisk dynamicznych. Wykazano jednocześnie, że możliwe jest opracowanie systemu działającego w układzie czasu rzeczywistego, co stało się możliwe dzięki opracowaniu szybko działającego algorytmu przetwarzania obrazu o wysokiej (podpikselowej) dokładności, oraz przyjęciu oryginalnej koncepcji obserwacji przez jedną kamerę.

Można dodać, że już w obecnym systemie wartość błędów metody wizyjnej jest porównywalna w przypadku badań statycznych z innymi metodami a w trakcie badań obiektów o dużych ugięciach (mosty podwieszone) jest nawet mniejsza. W przypadku badań dynamicznych i analizowania wyższych częstotliwości drgań obiektu wartość błędów jest większa niż dla innych metod pomiaru przemieszczeń (stosowanych dla obiektów z dostępem do terenu pod badaną konstrukcją). Jednakże poprzez zastosowanie korekty metodą interpolacji krzywymi *sklejany*mi, wartość błędów metody wizyjnej jest w zasadzie taka sama jak innych metod pomiarowych [108]. Warto również wspomnieć, że jeszcze przed zrealizowanymi badaniami mostu w Sieradzu, działanie tego systemu przetestowano podczas badań polowych wielu innych obiektów mostowych o bardziej konwencjonalnych konstrukcjach nośnych (ustroje belkowe czy łukowe) [125].

Należy jednak zauważyć, że pomimo wielu jej zalet, sposób rozwiązania metody ma pewne niedostatki, do których można zaliczyć możliwość wyznaczania przemieszczenia jednocześnie tylko w jednym punkcie konstrukcji, a także trudności w uzyskaniu wyższych częstotliwości próbkowania (np. 200 Hz i więcej), co uniemożliwia realizację pomiarów drgań dla zakresu wyższych częstotliwości oscylacji.

z2.7. Uwagi końcowe

Faktem jest, że badania dynamiczne stanowią już element składowy norm, których przedmiotem są obciążenia próbne obiektów mostowych [54], [107], [120]. Pewien wyjątek stanowią jednak konstrukcje mostów wantowych z racji niedużej liczby tych obiektów w Polsce.

W rozdziale tym przedstawiono podstawowe charakterystyki dynamiczne konstrukcji jednopyłono-owego stalowego mostu wantowego w Sieradzu. Wyniki przeprowadzonych pomiarów przemieszczeń dynamicznych i prędkości drgań w badanych punktach mostu upoważniały do podania następujących wniosków:

- Nie zarejestrowano występowania zjawiska procesu rezonansowego dla podstawowych schematów

obciążeń dynamicznych, chociaż sporadycznie wystąpiły zdudnienia w przęsłach iciągach mostu. Zauważono przy tym w szczególnych przypadkach wymuszeń drgań harmonicznycch want zjawisko przenoszenia się zdudnień z elementów ciąguowych na przęsło mostu.

- Zarejestrowano występowanie znacznych oscylacji podłużnych dla przęsła P2 i pionowych pylonu, które są wolnozaniakające, co jednak nie świadczy o małej sztywności podłużnej tych elementów, a wynika raczej z określonych warunków brzegowych.
- Z przebiegów oscylacji wynika, że mają one na ogół charakter złożony, zarówno dla drgań pionowych, jak i poziomych przęsła nurtowego P2 i pylonu. W drganiach pionowych i poziomych odpowiednio przęsła P2 i pylonu dominuje charakter drgań, które można zaliczyć do quasi-statycznych.
- Drgania poszczególnych przęseł i ciągu W1-W3 są w znacznym stopniu zaburzone czynnikami losowymi, takimi jak odchyleniami od symetrii podłużnej, imperfekcją geometryczną pylonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej mostu, czy pracą silnika samochodu, itp.
- Podane wykresy trajektorii przemieszczeń pomostu i pylonu stanowią cenną informację dotyczącą obwiedniowego charakteru oddziaływań dynamicznych na dany element i mogą być przydatne w analizach dynamicznych innych mostów wantowych o podobnej konstrukcji. Na pewne utrudnienia interpretacji otrzymanych wyników może mieć wpływ sposób umiejscowienia punktu pomiarowego, tzn. czy nie jest on zlokalizowany w węźle jednej z postaci drgań własnych tego elementu.
- W oparciu o pomiary wielkości amplitud pionowych przemieszczeń pod obciążeniem statycznym i dynamicznym (dla różnych prędkości i kierunków przejazdu samochodu) dla wybranych przęseł mostu oraz pylonu uzyskano średnie wartości współczynników przeciążenia dynamicznego. Oscylacje dynamiczne nie przekraczały 5,5% dla maksymalnych przemieszczeń statycznych przęsła P2 i 14,7% dla przęseł zalewowych - wartości mniejszej od wyznaczonej na drodze analitycznej (normowej). Współczynnik dynamiczny dla oscylacji poziomych przęsła P2 był średnio większy o 63% w stosunku do wyznaczonego w tym samym punkcie dla drgań pionowych.
- Analogiczną relację dla współczynników przeciążenia dynamicznego obserwowano dla oscylacji pylonu, w którym dla drgań poziomych i pionowych nie przekroczył odpowiednio 11 i 90% maksymalnych przemieszczeń statycznych.
- Podstawowym formom pionowych drgań odpowiadają następujące dominujące częstotliwości, wyznaczone na podstawie pomiarów: $\bar{f}_{d-P2}^I = 2,769$ Hz i $\bar{f}_{d-P2}^{II} = 2,521$ Hz (metoda I i II), $f_{d-P3}^I = 3,158-4,585$ Hz, $f_{d-P4}^I = 3,158-4,815$ Hz, $f_{d-P5}^I = 4,424-4,711$ Hz (metoda I) dla przęseł mostu, oraz $f_{d-P}^{II} = 1,052-1,296$ Hz i $f_{d+1-P}^{II} = 2,109-2,262$ Hz dla dwóch kolejnych dominujących postaci drgań poziomych pylonu (punkty A i B).
- Położenie obciążenia oraz przyjmowane prędkości przejazdu samochodu mają istotny wpływ na charakterystyczną odpowiedź dynamiczną konstrukcji przęseł i pylonu mostu, co może wynikać m.in. z udziału dodatkowej, dużej w stosunku do ciężaru całej konstrukcji danego przęsła, masy pojazdu oraz zjawiska pseudorezonansowego z kolejnymi częstotliwościami drgań całej konstrukcji lub jej poszczególnych elementów.
- Częstotliwości drgań własnych analizowanych want mostu uzależnione były od stopnia ich wytężenia i np. dla mostu nieobciążonego statycznie wynosiły $f_{d+3-W1}^I = 2,601$ Hz, $f_{d+2-W2}^I = 3,210$ Hz, $f_{d-W3}^I = 2,914$ Hz odpowiednio dla ciągu W1, W2 i W3.
- Wyznaczone wartości LDT drgań odpowiadające najmniejszym wyznaczonym doświadczalnie częstotliwościom drgań własnych przęseł mostu zawierał się w zakresie mniejszych wartości 0,010-0,056, co może powodować wolne tłumienie wzbudzanych regularnie drgań mostu.
- Zwrócono również uwagę na kwestię tłumienia drgań pylonu - elementu dotychczas wykluczanego z tego typu badań. Wyznaczone wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia odpowiadające najmniejszym wyznaczonym doświadczalnie częstotliwościom drgań własnych pylonu wynosił 0,049 dla drgań poziomych i 0,023 dla drgań pionowych.

- Drgania swobodne want przęsła nurtowego P2 mostu są szybko zanikające, a ich tłumienie można uważać za duże.
- Wpływ tłumienia na drgania wymuszone zależy od charakteru obciążenia dynamicznego ciągłego. Gdy obciążenie to jest okresowo zmienne w czasie, to wpływ nawet niewielkiego tłumienia jest znaczny, szczególnie w pobliżu rezonansu drgań z obciążeniem okresowym. Przy obciążeniach impulsowych w określonych przypadkach wpływ niewielkiego tłumienia na wartości maksymalnego przemieszczenia może być znikomo mały.
- Otrzymane wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia dla analizowanego mostu nie zawsze znajdują się w przedziale 0,02-0,07, najczęściej przyjmowanym w obliczeniach konstrukcji stalowych.
- Uzasadniono, że użycie metody wizyjno-komputerowej jako narzędzia badawczego umożliwia identyfikację zachowania się konstrukcji mostów wantowych. Dzięki zastosowaniu techniki podpikselowej możliwe było wykonanie pomiarów przebiegów przemieszczeń w trudnodostępnych punktach konstrukcji mostu, co może być bardzo przydatne w określaniu parametrów dynamicznych tego typu konstrukcji.

Dla badanego obiektu w celu weryfikacji przedstawionych wyników badań w zakresie obciążeń dynamicznych wykonano analizę modalną (rozdział 6). Obliczenia te pozwoliły na ustalenie głównych parametrów dynamicznych mostu w postaci kolejnych najniższych częstotliwości i form drgań własnych, i jednocześnie na pełną identyfikację otrzymanych dominujących częstości drgań własnych konstrukcji mostu (rozdział 7).