

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
WYDZIAŁ MECHANICZNY

INSTYTUT MATERIAŁOZNAWSTWA I MECHANIKI TECHNICZNEJ

**Uwarunkowania dynamiczne w konstruowaniu i
identyfikacji lekkich osłon balistycznych poddanych
obciążeniom uderzeniowym**

Rozprawa doktorska

mgr inż. Krzysztof Jamroziak

promotor:

dr hab. inż. Maciej Kulisiewicz
prof. nadzw. Politechniki Wrocławskiej

Wrocław

2003

SPIS TREŚCI

	str.
1. WSTĘP	4
1.1. Wprowadzenie	4
1.2. Cel, zakres i układ pracy	7
2. UJĘCIE PROBLEMATYKI W ŚWIETLE LITERATURY	9
3. ISTOTA I TEZA PRACY	16
4. WSTĘPNE ROZWAŻANIA TEORETYCZNE ZJAWISK DYNAMICZNYCH PROCESU PRZEBICIA	18
4.1. Wpływ podparcia na ugięcie	18
4.2. Siła a energia uderzenia	23
4.3. Masa osłony a efekt zniszczenia	28
5. ANALIZA ZJAWISKA PRZEBICIA W OPARCIU O DYSKRETNY MODEL ZDEGENEROWANY	32
5.1. Wybór i opis modelu	32
5.2. Obciążenia statyczne	37
5.3. Próba quasistatyczna	40
5.4. Model matematyczny przestrzeliwania	44
5.5. Analiza matematyczna modelu uproszczonego	47
5.6. Identyfikacja parametryczna modelu zdegenerowanego osłony balistycznej	55
6. BADANIA DOŚWIADCZALNE OSŁON BALISTYCZNYCH	61
6.1. Badanie charakterystyk wytrzymałościowych osłon metodami tradycyjnymi	63
6.2. Wyznaczanie wartości parametrów modelu standardowego	65
6.3. Eksperyment przebijania osłony w teście identyfikacji metodą EA i czujników piezoelektrycznych	70
6.4. Elektronowo – optyczne badanie przebicia osłon	74
7. WPŁYW PARAMETRÓW MODELU ZDEGENEROWANEGO NA PROCES PRZEBICIA	78
7.1. Analiza wyników w zależności od zmiany poszczególnych parametrów modelu dla 9 mm pocisku Parabellum FMJ	80
7.2. Ocena poszczególnych parametrów modelu w stosunku do masy i prędkości uderzenia	86

8. ANALIZA NUMERYCZNA PRZESTRZELENIA LEKKIEJ OSŁONY BALISTYCZNEJ 9 MM POCISKIEM PARABELLUM FMJ	90
8.1. Matematyczny opis modelowania własności mechanicznych materiału	90
8.2. Model układu pocisk – osłona balistyczna.....	94
8.3. Analiza numeryczna.....	97
9. PODSUMOWANIE WYNIKÓW. WNIOSKI	103
LITERATURA	107

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

Lekkie osłony balistyczne to na ogół konstrukcje przekładkowe typu sandwich, których zadaniem jest skuteczna ochrona przed oddziaływaniem udarowym pocisków i odłamków. Połączone ze sobą warstwy dają w sumie sztywną i lekką konstrukcję, której zaletą jest m. in. duża sztywność i wytrzymałość przy stosunkowo małym ciężarze. Ciężar tego typu osłon może być o około 30% mniejszy od tradycyjnych rozwiązań. Ponadto konstrukcje warstwowe odznaczają się dobrymi własnościami zmęczeniowymi, dobrą izolacją termiczną i akustyczną oraz dobrym tłumieniem drgań [53].

Ze względu na swe zalety konstrukcje warstwowe znalazły zastosowanie m. in. w przemyśle zbrojeniowym, budowie samolotów, okrętów, pojazdów samochodowych i szynowych, a także w budownictwie [50, 51, 52, 88].

Wiele problemów dotyczących konstrukcji warstwowych sprowadza się do ciągłego poszukiwania optymalnych rozwiązań m. in. w następujących zagadnieniach [47, 52, 67, 76]:

- pochłaniania energii; problem dotyczący budowy pancerzy warstwowych sprzętu pancernego oraz kamizelek kuloodpornych,
- koncentracji naprężeń,
- przenoszenia obciążeń dynamicznych,
- tłumienia drgań akustycznych i mechanicznych.

Problematyka związana z konstrukcjami warstwowymi w zastosowaniach wojskowych nie jest zagadnieniem nowym. Ciągłe poszukiwanie kompromisu między pociskiem a pancerzem powoduje, że współczesny pancerz charakteryzuje się „wyszukanymi” konstrukcjami warstwowymi ze specyficznymi pasywnymi i aktywnymi elementami różnorodnie rozmieszczonymi. Zatem konstrukcja taka przeznaczona na pancerz (jako osłona balistyczna) powinna charakteryzować się następującymi podstawowymi parametrami:

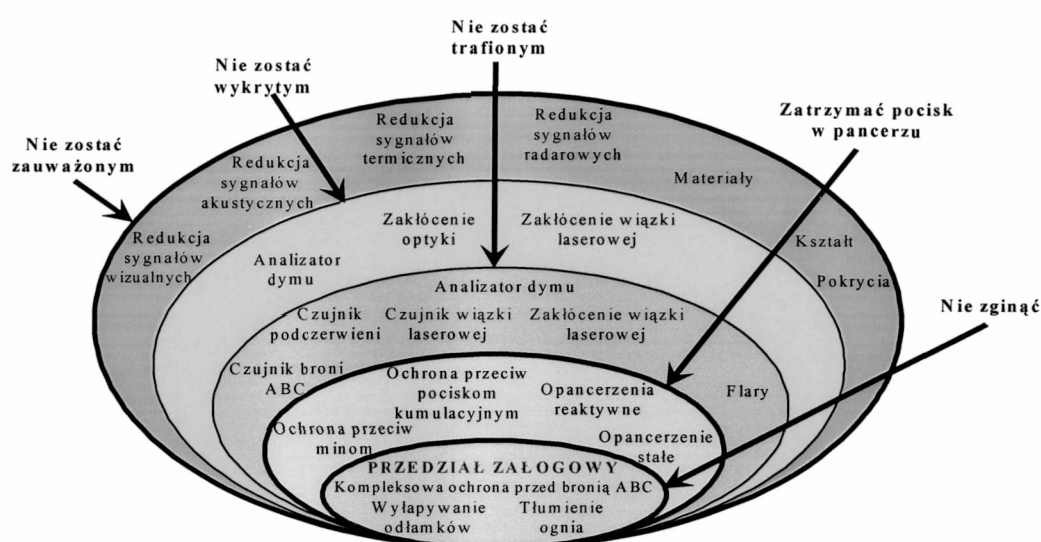
- efektywnością masową,
- efektywnością grubości.

Pod pojęciem efektywności masowej - należy rozumieć stosunek masy opancerzenia składającego się z jednorodnych płyt walcowanych (RHA) do masy ekwiwalentnego pod względem odporności pancerza wykonanego z innego materiału. Zakłada się, że jednorodne płyty walcowane charakteryzują się wartością współczynnika równą jedności, zatem jeżeli współczynnik ten przyjmuje wartość mniejszą od jedności, to zastosowanie analizowanego materiału prowadziłooby do wzrostu ciężaru pancerza.

Własności ochronne lekkich osłon balistycznych wykonanych z materiałów włóknistych w postaci laminatów zależą od ich dynamicznych charakterystyk materiałowych (sztywności, wytrzymałości na rozciąganie) oraz zdolności do pochłaniania energii [1, 20]. Biorąc pod uwagę wartości prędkości zderzenia pocisku lub odłamka w taką osłonę ważnym zagadnieniem z punktu widzenia konstruktora jest znajomość problematyki z dziedziny identyfikacji i modelowania konstrukcji obciążonych udarowo. W przypadku analizy sygnalizowanych problemów konstruktor staje przed dylematem jaką drogą je rozwiązać. Najpewniejszym rozwiązaniem jest stworzenie pewnego modelu fizycznego obciążeń udarowych, który najlepiej poddać identyfikacji w warunkach rzeczywistych. Proces ten nie jest łatwy gdyż wymaga zastosowania skomplikowanych technik identyfikacji układów na ogół nieliniowych. Dodatkowo istotnym ograniczeniem eksperymentu są warunki bezpieczeństwa. Najczęściej identyfikacja taka odbywa się na podstawie analizy teoretycznej. Elementem wyjściowym jest tradycyjnie statyczna charakterystyka materiału naprężenie (σ) - odkształcenie (ε). Charakterystykę tę traktuje się jako liniową, gdzie podstawowym parametrem jest moduł sprężystości. Przyjmując tak daleko idące uproszczenia analiza zjawiska przebicia osłony balistycznej odłamkiem/pociskiem nie odzwierciedla w pełni rzeczywistego zjawiska przebicia. Na wstępie takiej analizy należy poszukiwać takiego modelu reologicznego, który odzwierciedli rzeczywiste warunki procesu przebicia. Analizy takich modeli przedstawione są w pracach [11, 18, 71, 82]. W analizach tego typu należy przyjąć pewne warunki brzegowe, gdyż np. w przypadku deformowania się osłony balistycznej w zakresie sprężysto - plastycznym w wyniku zjawisk falowych powstałych od udaru, otrzymuje się różniczkowe cząstkowe równania ruchu typu hiperbolicznego. Rozwiązanie tych równań wymaga stosowania złożonych metod matematycznych oraz komputerowych programów symulacyjnych.

Kolejnym narzędziem oceny uwarunkowań dynamicznych osłon balistycznych poddanych obciążeniom udarowym są złożone techniki związane z metodą elementów skończonych lub punktów swobodnych [7, 22, 23, 55, 56, 84]. Zwykle konstruktor zawęża swą analizę jedynie do interpretacji modelu od strony fizycznej nie zważając na precyzję sformułowań matematycznych szeregu definicji, założeń i aproksymacji. Analiza ta może być stosowana do dowolnego modelu materiału nie powodując ograniczeń w zakresie ugięć, czyli rozpatrywania zagadnień nieliniowości problemu.

Biorąc pod uwagę szczególny charakter zjawisk dynamicznych zachodzących w osłonach balistycznych obciążonych udarowo wymaga się szczególnej precyzji w doborze metod identyfikacji, gdyż najważniejszym problemem jest w tym przypadku wyhamowanie masy działającej udarowo w zakresie bezpiecznej granicy plastyczności osłony. Reasumując należy stworzyć komfort bezpieczeństwa sile żywej znajdującej się za osłoną balistyczną. Dla przykładu w ujęciu zagrożenia przedziałów załogowych wozów bojowych idealnym rozwiązaniem byłby układ osłon ochronnych spełniający kryteria przedstawione schematycznie na rys. 1.1.



Rys. 1.1. Schematyczne ujęcie zagrożenia przedziału załogowego pojazdu bojowego na jaki jest on narażony [65]

Wydaje się, że optymalne projektowanie i konstruowanie takich osłon wymaga uwzględnienia uwarunkowań dynamicznych bez których to poszukiwanie optymalnych rozwiązań okazać się może na zasadzie poszukiwania „igły w stogu siana”.

1.2. Cel, zakres i układ pracy

Celem niniejszej pracy jest analiza teoretyczna i eksperymentalna uwarunkowań dynamicznych lekkich osłon balistycznych poddanych obciążeniom udarowym pociskami małokalibrowymi z niskimi prędkościami (np.: 9 mm pociskiem Parabellum, pełnopłaszczowym - FMJ).

Do tego celu konieczne jest stworzenie „uniwersalnego” modelu matematycznego opisującego własności szerokiej gamy materiałów w sposób możliwie prosty.

Zakres pracy obejmuje:

- przegląd literatury w ujęciu problematyki identyfikacji lekkich osłon balistycznych poddanych obciążeniom udarowym,
- charakterystykę materiałów stosowanych na osłony balistyczne,
- analizę procesu przebijania osłony,
- opracowanie modelu matematycznego poddanego weryfikacji programem symulacyjnym „Simulink”,
- analizę wpływu parametrów modelu na zachowanie się dynamiczne osłony,
- analizę wyników otrzymanych z badań doświadczalnych,
- analizę numeryczną bazującą na metodzie elementów skończonych,
- porównanie wyników otrzymanych z wyżej wymienionych analiz,
- określenie założeń i ograniczeń do identyfikacji dynamicznych w konstruowaniu lekkich osłon balistycznych obciążonych udarowo.

W pracy przedstawiono wyniki badań osłon balistycznych, które zbudowane są z dwóch warstw w postaci okładzin wykonanych z blachy aluminiowej oraz rdzenia w postaci laminatu balistycznego. Badania dotyczą zjawiska uderzenia wywołanego 9 mm pociskiem Parabellum FMJ o masie 0,008 kg uderzającego w osłonę z prędkością 356 m/s.

W analizie procesu przebijania przyjęto szereg założeń upraszczających aby można było w miarę potrzeb zdefiniować matematycznie materiał. Analiza numeryczna opierała się na założeniach nie uwzględniając oporów powietrza i przemian termodynamicznych.

Pierwsze rozdziały mają charakter wstępny. Obok wprowadzenia w rozdziale drugim pracy scharakteryzowano osłony balistyczne, metody ich identyfikacji w skutek obciążania udarem, weryfikację analityczną, analizy numeryczne i testy eksperymentalne na przykładzie dostępnej literatury. W kolejnym rozdziale sformułowano tezę pracy.

Rozdział czwarty poświęcono na rozważaniach teoretycznych wokół procesu przestrzelenia osłony posługując się przyjętym modelem dyskretnym. Zjawiskom przebicia poświęcono rozdział piąty, w którym podano matematyczną analizę tego procesu w oparciu o dyskretny model o dwóch stopniach swobody, w których własności materiału w sferze odkształceń odwracalnych opisuje układ standardowy. W rozdziale tym skonstruowano pewien model matematyczny, który stał się podstawowym obiektem do dalszej analizy. W oparciu o ten model przeanalizowano wpływ zmian jego poszczególnych parametrów za pomocą programu „Simulink” aby odpowiedzieć na pytanie jakie czynniki mają istotny wpływ na proces przebicia.

W rozdziale szóstym opisano wykonane przez autora badania doświadczalne osłon balistycznych. Pomierzono parametry niezbędne od określenia bilansu energetycznego układu „osłona – pocisk”. Zidentyfikowano charakterystyki dynamiczne osłony w czasie rzeczywistym za pomocą kamer. Wyniki uzyskane w tym rozdziale stanowiły pewien wzorzec porównawczy. Wpływ parametrów modelu zdegenerowanego na proces przebijania był przedmiotem rozważań w rozdziale siódmym. W rozdziale tym dokonano weryfikacji eksperymentalnej wpływu najistotniejszych elementów decydujących o energii uderzenia.

Rozdział ósmy poświęcono analizie numerycznej, w której przedstawiono opis matematyczny materiału. W oparciu o model ciągły przy zastosowaniu metody elementów skończonych dla określonych modeli numerycznych dokonano analizy procesu przebijania osłony balistycznej ze zniszczeniem. Analizie poddano kilka rodzajów osłon, które różniły się między sobą grubością rdzenia.

Zakończenie pracy stanowi podsumowanie wyników z przeprowadzonych analiz. Przedstawiono istotne wnioski wraz z określeniem dalszego kierunku badań w tym zakresie.

2. UJĘCIE PROBLEMATYKI W ŚWIECIE LITERATURY

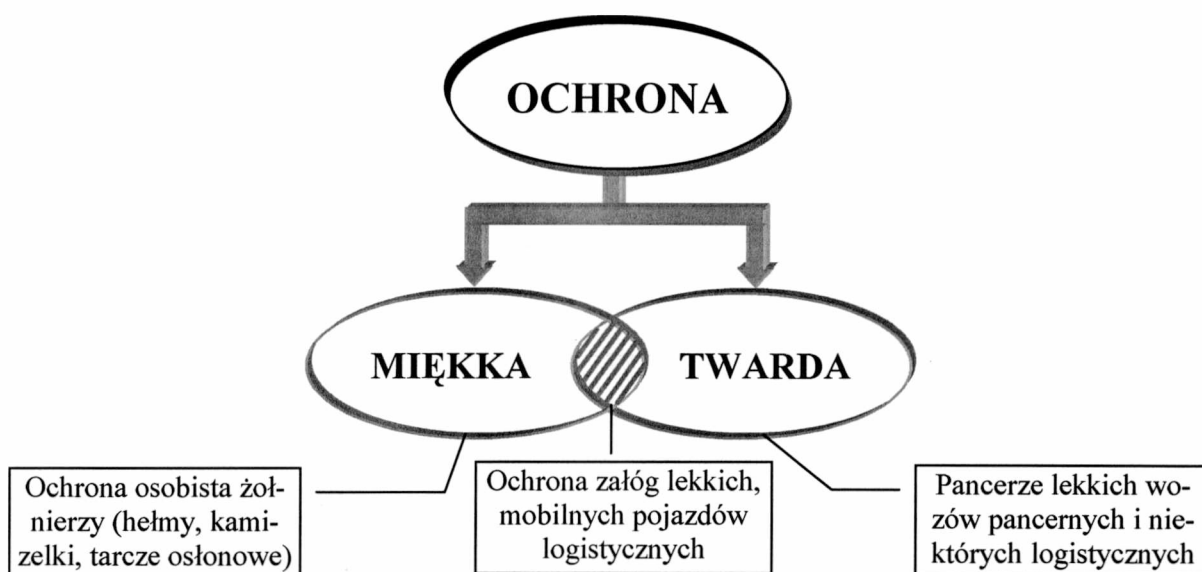
W obrębie tematu pracy związanej z balistyką mieści się wiele zagadnień w zakresie mechaniki ciała stałego oraz inżynierii materiałowej. Dynamicznym zagadnieniom związanym z procesem penetracji różnego rodzaju osłon poświęcono setki prac. Samej problematyce idealnego uderzenia pocisku w tarczę w dostępnej literaturze można doszukać się około 300 pozycji. Jeszcze więcej uwagi skoncentrowano na problemach penetracji nieidealnej, której poświęcono ponad 350 prac. Proces mechaniki penetracji sprowadzono do zagadnień wnikania penetratorów w tarcze. Tarcze penetracji podzielono na:

- półnieskończone,
- grube,
- średnie,
- cienkie.

Opisane mechanizmy niszczenia prezentowano w postaci tzw. wykresów fazowych, w których zaznaczano charakterystyczne fazy penetracji tj. obszary wbicia, perforacji i rykoszetu. Analizy te prowadzono dla różnych prędkości zderzenia. W literaturze zderzenia ciał rozpatrywane są w trzech kategoriach prędkości uderzenia:

- 1) prędkości w przedziale 100 – 1000 m/s,
- 2) prędkości w przedziale 1000 – 10000 m/s.
- 3) prędkości odpowiadające prędkościom kosmicznym (wielkości rzędu dziesiątek km/s),

Kategoria pierwsza jest przedziałem prędkości oddziaływania pocisków broni strzeleckiej. Natomiast rozpatrywany problem od strony materiałów stosowanych na osłony balistyczne sprowadza się do pojęcia ochrony balistycznej. Szeroko rozumianą ochronę balistyczną można ująć schematycznie w postaci przedstawionej na rys. 2.1.



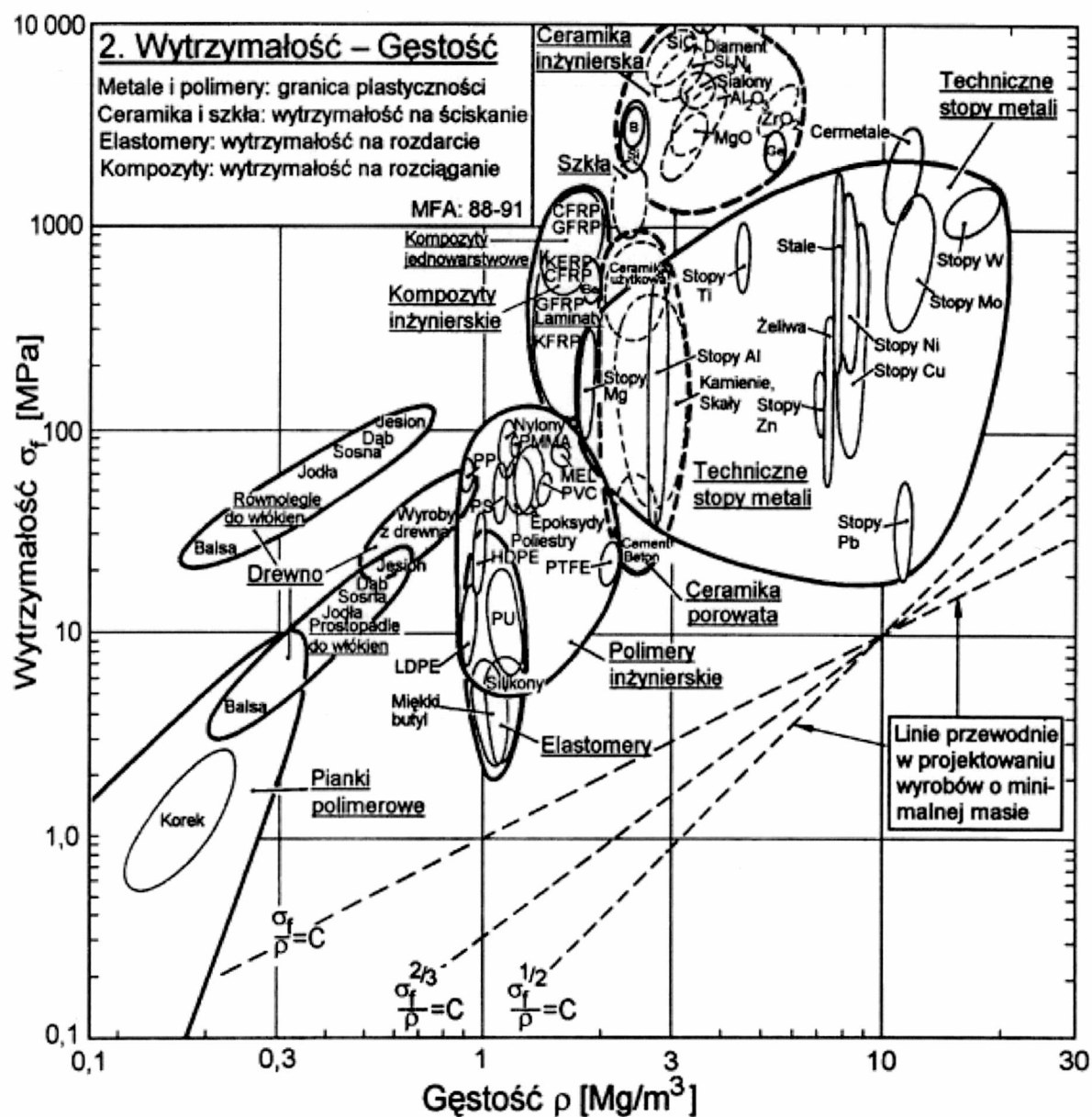
Rys. 2.1. Obszary ochrony i jej zastosowanie [62]

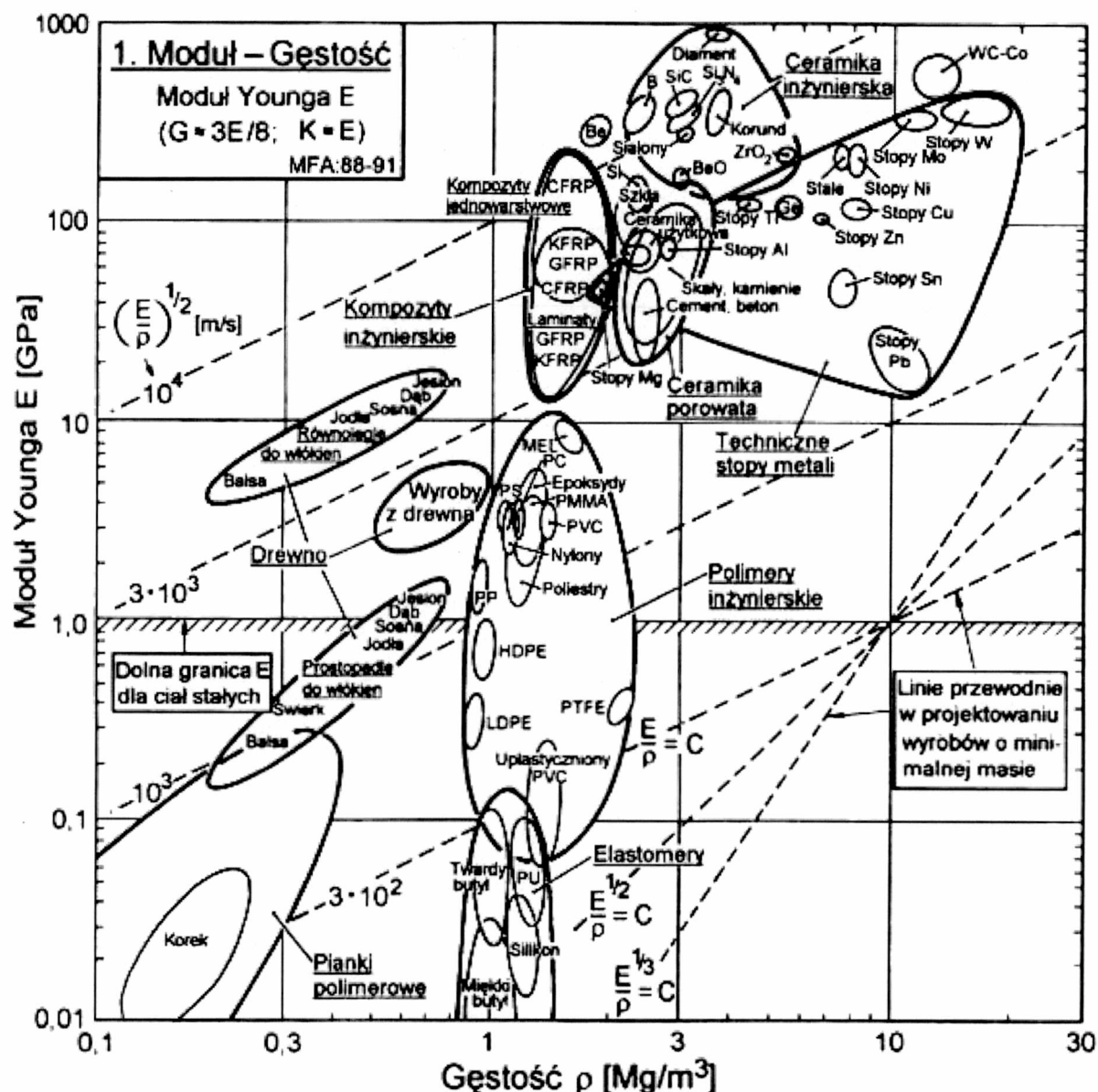
Ochrona miękka znalazła głównie zastosowanie w ochronie osobistej i w lekkich pojazdach opancerzonych o przeznaczeniu głównie logistycznym oraz w zastosowaniach cywilnych. Ochrona ciężka, stała się podstawą głównie w zastosowaniach wojska ze zrozumiałych względów. Zastosowane materiały ochronne w postaci różnorodnych kombinacji materiałowych uszeregowane są w klasy ochrony. Klasy te szczegółowo omówiono w pracach [24, 59]. Koncentrując się na układach materiałowych stosowanych w ochronie balistycznej należy tutaj zaznaczyć, że najważniejszymi elementami opisującymi ocenę stopnia odporności balistycznej są dwa wskaźniki:

- gęstość powierzchniowa materiału,
- prędkość V_{50} ¹⁾.

W trakcie doboru układu materiałowego nie należy zapominać o podstawowym założeniu pancerza a między innymi o efektywności masowej (przedstawionej we wstępie pracy). Wskaźnikiem efektywności masowej jest stosunek wytrzymałości do gęstości. Przykładowe takie charakterystyki przedstawiono na rys. 2.2 i rys. 2.3, gdzie według opracowania [2] w oparciu o poniższe wykresy autor wykazuje zależności doboru materiału na konstrukcje.

¹⁾ V_{50} – jest to prędkość, przy której dany typ pocisku lub odłamka ma energię kinetyczną wystarczającą do uzyskania 50 % przebić pancerza.

Rys. 2.2. Charakterystyka materiałów w układzie σ - ρ w stosunku do kompozytów [2]



Od momentu kiedy pancerze stały się „wyszukanymi” kombinacjami materiałowymi, w których ważną rolę przejęły nowe materiały kompozytowe, identyfikacja uderzenia balistycznego przyjęła formę bardziej złożoną. Charakterystyki kompozytów i ich własności wytrzymałościowe przedstawione są między innymi w opracowaniach [6, 10, 16, 37, 38, 68, 72, 77]. Metody analityczne przybrały skomplikowany kształt a równania opisujące penetrację często nie dają się rozwiązać. Pewne parametry muszą zostać wyznaczone w drodze empirycznej zaś całe zagadnienie można rozpatrzyć metodami analizy komputerowej. Cały przegląd tych zagadnień został przedstawiony

między innymi w pracach [26, 27]. Autorzy tych opracowań zamieścili zbiór publikacji różnych autorów, które zostały podzielone na następujące bloki tematyczne:

- charakterystyka strat wywołanych od uderzenia,
- opór i tolerancja strat uderzeniowych,
- skuteczność balistycznego uderzenia,
- efektywna szybkość odkształcenia i pękania,
- absorpcja i kumulacja energii uderzenia,
- modelowanie.

Dokonywanie oceny skuteczności osłon sprowadza się na ogół do porównywania dwóch parametrów tj.: w normach wojskowych są stosowane szczegółowe zalecenia dotyczące sposobu przeprowadzania i opisu prób oraz kryteria przebijalności dla konkretnych gatunków materiałów [35, 60, 61]. Nie są podawane ogólne wymagania dla blach o podwyższonej odporności balistycznej. Wymagania te określa praca [63], w której są scharakteryzowane wszystkie gatunki stali obecnie stosowane. W rozwiązywaniu zagadnień związanych z działaniem przebijającym pocisków zwykle jest stosowany wzór J. De Marre'a. [86]. Szczegóły wyprowadzania formuły przebijalności twardej płyty pociskiem według praw opartych na sile oporu jak też empirycznych zależności jednej ze swych prac podał rosyjski naukowiec prof. Żdanow, gdzie na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdził, że najbardziej bliską odpowiedniość wykazuje wzór J. De Marre'a. Dla blach odpornych na przebicia w warunkach przemysłowych można wykorzystywać zależności twardości od odporności balistycznej. Przy wstępnej ocenie odporności osłon stalowych na przebicia i oddziaływania odłamków jest wykorzystywana wytrzymałość statyczna uzyskiwana w próbie rozciągania materiałów. Współczynnik właściwości pancerza a wg J. de Marre'a dla stali balistycznych można wstępnie ocenić na podstawie dynamicznej granicy plastyczności $R_{0,2d}$. Zależności te zostały szczegółowo opracowane przez autorów prac [13, 14, 74, 75, 76], w których zostały rozpatrzone zagadnienia z pociskiem nieodkształcalnym i odkształcalnym. Autorzy ci definiują najogólniej efektywność ochronną osłony poddanej działaniu pocisków (broni strzeleckiej) jako głębokość penetracji P opisaną wzorem:

$$P = \eta L \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_t}} \quad (2.1)$$

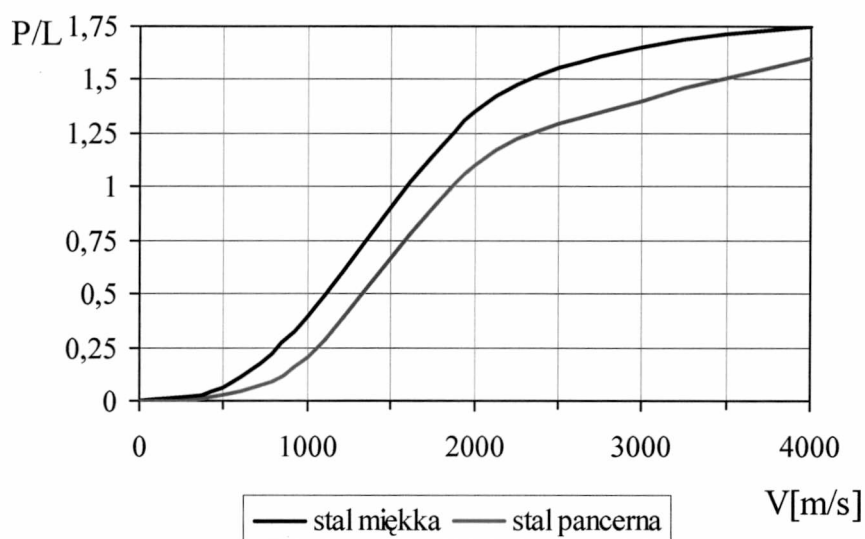
gdzie: η – współczynnik efektywności,

L – długość pocisku,

ρ_p – gęstość materiału pocisku,

ρ_t – gęstość materiału tarczy (pancerza).

Posługując się wynikami z eksperymentów podają oni zależności, w których dla danego pocisku, posiadającego odpowiednią energię kinetyczną (KE), wartość stosunku P/L zależy od prędkości uderzenia V_p w pancerz oraz od twardości dynamicznej materiału pancerza HB_t . Przykładową zależność taką dla pocisku wykonanego ze stopu ciężkiego WHA (W-Ni-Fe – spiek wolframu, niklu i żelaza), wnikaącego w pancerze stalowe, których dynamiczna twardość Brinella zawarta jest w przedziale od $HB_t = 1800$ MPa (stal miękka) do $HB_t = 4400$ MPa (stal pancerna - RHA), przedstawiono na rys. 2.4.



Rys. 2.4. Wykres zmian wartości stosunku P/L w funkcji prędkości uderzenia V_p pocisku wykonanego ze stopu ciężkiego W-Ni-Fe ($HB_t = 2700$ MP) [76]

Należy podkreślić, że tradycyjne pancerze nie spełniają wymagań efektywności masowej. Toteż wszędzie tam gdzie jest wymagana lekka osłona wyłania się potrzeba poszukiwania odpowiednich materiałów. Takimi materiałami są laminaty balistyczne. Kombinacje materiałowe z kompozytowych osłon balistycznych również poddaje się

testom na przebijanie według odpowiedniej klasy ochrony. W obszarze tym można w literaturze wyszukać wiele publikacji. Uwaga zagadnień dynamicznych w identyfikowaniu osłon balistycznych, koncentruje się tutaj przede wszystkim na modelach numerycznych, których stałe wyznacza się metodami empirycznymi. W szczególności w pracach [9, 17, 19, 22, 57, 73, 79, 80, 83, 85, 87] autorzy uwypuklają rolę modeli numerycznych. W pracach [8, 58, 62, 65, 66, 70] podstawą badań są wyniki empiryczne, służące do oceny kombinacji materiałowych w poszczególnych klasach ochrony na konkretny rodzaj pocisku.

Najogólniej rzecz ujmując, metody numeryczne są w stanie zbadać te obszary balistyki celu, w których napotyka się istotne trudności stosując metody doświadczalne lub/i analityczne. Należy jednak pamiętać, że w każdych warunkach badań najważniejsze jest zagadnienie związane z modelowaniem. W fazie modelowania przyjmuje się bowiem określone założenia, które jeśli są zbyt ogólne to rezultaty badań mogą być fałszywie przenoszone i interpretowane w warunkach rzeczywistego procesu przebiecia.

3. ISTOTA I TEZA PRACY

Optymalne projektowanie osłon balistycznych jest możliwe gdy proces przebicia materiału wywołany cząstką masową (pociskiem) zostanie należycie zbadany. Badania takie można wykonać w oparciu o różne modele matematyczne procesu przebijania. Dotychczasowe tendencje w tym zakresie dotyczą głównie modeli ciągłych, w których rozmaite modele związków konstytutywnych są przyjmowane [3, 28, 43, 71]. W modelach tych przyjmuje się na ogół idealną liniową sprężystość w zakresie deformacji odwracalnych opisaną modułem Younga i współczynnikiem Poissona w zakresie zaś deformacji nieodwracalnych wielu autorów przyjmuje rozmaite złożone zależności konstytutywne tworzone pod kątem różnych materiałów (np. model Perzyny, funkcja płynięcia Hubera – Misesa, model Cowpera – Symondsa, funkcje izotropowego zniszczenia itp.). Tymczasem z punktu widzenia projektowania optymalnych osłon balistycznych najistotniejsze rzeczy to:

- 1) maksymalnie możliwe niedopuszczenie do tworzenia się deformacji nieodwracalnych,
- 2) maksymalne zminimalizowanie drogi hamowania pocisku w strefie deformacji nieodwracalnych.

Innymi słowy dobrze jest jeśli własności materiału są tak dobrane, że następuje maksymalnie możliwy spadek energii kinetycznej pocisku przed osiągnięciem pewnej deformacji granicznej osłony po której przekroczeniu materiał zachowuje się już plastycznie. Dlatego decydujące znaczenie mogą mieć właściwe własności materiału w zakresie deformacji odwracalnych to jest deformacji przed osiągnięciem granicy plastyczności. Ażeby to wykazać konieczne jest należyte dokładne zamodelowanie procesu przebijania w zakresie deformacji odwracalnych. Toteż, po analizie modeli reologicznych oraz przeprowadzeniu badań wstępnych oceny identyfikacji lekkich osłon balistycznych obciążonych udarem wywołanym od pocisków broni strzeleckiej (broni krótkiej czyli takiej, z której wystrzeliwuje się pociski pistoletowe), proponuje się w niniejszej pracy identyfikację procesu przebicia poprzez zastosowanie modelu zdege-

nerowanego. Model ten wprowadza więcej informacji w zakresie zachowania materiału w przedziale odkształceń odwracalnych badanej osłony.

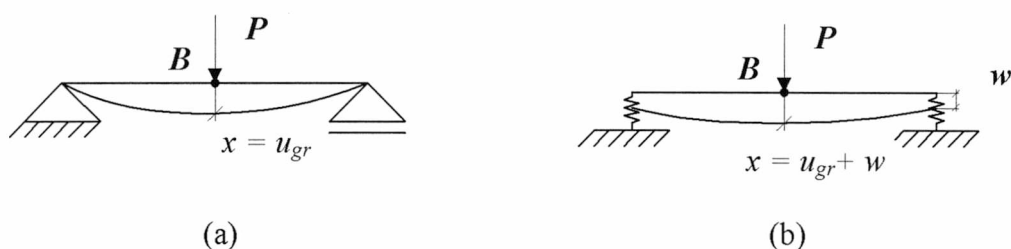
W pracy wykazano, że niektóre parametry tego modelu istotnie wpływają na wielkości deformacji trwałych i długości drogi hamowania pocisku. Można zatem sformułować tezę, że **odpowiednia analiza modelu zdegenerowanego istotnie wzbogaca tradycyjny sposób opisu procesu przebicia osłon balistycznych**.

Wykazanie słuszności tej tezy poprzedzono wstępnymi rozważaniami teoretycznymi, które przedstawiono w kolejnym (czwartym) rozdziale niniejszej pracy.

4. WSTĘPNE ROZWAŻANIA TEORETYCZNE ZJAWISK DYNAMICZNYCH PROCESU PRZEBICIA

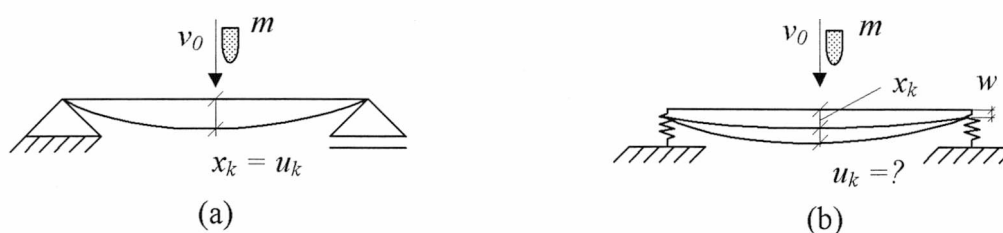
4.1. Wpływ podparcia na ugięcie

Wpływ podparcia na efekt zniszczenia dla osłon wykonanych z lekkich materiałów może być istotny. Fakt ten, można wytłumaczyć przykładem z życia codziennego np. przecięcie siekierką kawałka deski jest łatwiejsze w warunkach jej sztywnego usadowienia na twardym podłożu niż na podłożu miękkim i podatnym. Jako dowód można rozważyć przypadek swobodnie podpartej belki zamocowanej na sztywnych podporach (rys. 4.1a) oraz na podporach sprężystych (rys. 4.1b).



Rys. 4.1. Wpływ podparcia na efekt ugięcia u_{gr} powstałego od siły P

Oznaczając przez u_{gr} maksymalnie dopuszczalne ugięcie belki po przekroczeniu którego następują nieodwracalne zmiany (odkształcenia plastyczne, zniszczenie), uważa się, że dla obciążeń statycznych zarówno w przypadku (a) jak i (b) siła P wywołująca ugięcie u_{gr} będzie identyczna albowiem wykres momentów gnących będzie identyczny dla podpór sprężystych jak i sztywnych. Inaczej jednak sprawa będzie się przedstawiać w przypadku uderzenia masą m zadaną prędkością v_0 (rys. 4.2a-b). Poniżej wykazano, że wpływ rodzaju podpór jest dla tego przypadku istotny.



Rys. 4.2. Wpływ podparcia na efekt ugięcia u_k powstałego w skutek uderzenia masą m

Dla uproszczenia rozważań założmy, że punkt materialny o masie m spada z prędkością v_0 w środek nieważkiej idealnie sprężystej belki. Pod wpływem tego uderzenia belka osiąga pewne maksymalne ugięcie u_k w przypadku podpór sztywnych (przypadek - a).

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

- $t=0$ - chwila uderzenia punktu m w belkę,
- t_k - chwila w której belka osiąga ugięcie maksymalnie duże u_k ($x(t_k) = u_k$),
- x - bieżące przemieszczenie masy m ,
- S - siła (bieżąca) reakcji belki na masę m ,
- u - ugięcie bieżące belki,
- c_b - współczynnik sztywności belki.

Równanie różniczkowe ruchu masy m można na podstawie II zasady dynamiki Newtona zapisać w postaci:

$$m\ddot{x} + S = 0 \quad (4.1)$$

Założmy, że belka w zakresie ugięć ($0 < u < u_k$) jest idealnie liniowo sprężysta czyli, że:

$$S = c_b \cdot u \quad (\text{jeśli } u < u_k) \quad (4.2)$$

Mnożąc równanie (4.1) przez $dx = \dot{x}dt$ i całkując od $t = 0$ do $t = t_k$ mamy:

$$\int_0^{t_k} m\ddot{x} \cdot \dot{x}dt + \int_0^{t_k} c_b u dx = 0 \quad (4.3)$$

W przypadku podpór sztywnych $u = x$ mamy:

$$\int_0^{t_k} m \frac{d\dot{x}}{dt} \cdot \dot{x}dt + \int_0^{t_k} c_b x dx = 0 \quad (4.4)$$

Uwzględniając jednak, że $\dot{x}$ oznacza prędkość masy m z powyższego równania otrzymujemy:

$$\frac{mv^2}{2} \Big|_{v_0}^{v(t_k)} + c_b \frac{x^2}{2} \Big|_{x(0)}^{x(t_k)} = 0$$

co po uwzględnieniu warunków początkowych $v(0) = v_0$; $v(t_k) = 0$; $x(0) = 0$; $x(t_k) = x_k = u_k$ daje znany wynik dla układów bezstratnych w postaci:

$$\frac{m0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + c_b \frac{u_0^2}{2} - c_b \frac{0^2}{2} = 0 \quad (4.5)$$

Wynik (4.5) można również uzyskać stosując wprost zasadę zachowania energii. Stąd wzór na u_k przyjmuje postaci:

$$u_k = \sqrt{\frac{m}{c_b}} \cdot v_0 \quad (4.6)$$

Założmy następnie przypadek (b), w którym masa m uderza z tą samą prędkością v_0 , na tą samą belkę ale podpartą sprężystości. Postępując w ten sam sposób kolejno mamy:

$$m\ddot{x} + S = 0$$

gdzie $S = c_b \cdot u$ lecz $x \neq u$ bowiem:

$$x = u + w \quad (4.7)$$

gdzie: w oznacza ugięcie podpór obciążonych siłą $\frac{S}{2}$. Oznaczając przez c_p współczynnik sztywności podpór mamy dalej:

$$\frac{S}{2} = c_p \cdot w$$

skąd

$$\frac{c_b u}{2} = c_p \cdot w$$

$$w = \frac{c_b}{2c_p} u \quad (4.8)$$

Podstawiając wynik (4.8) do (4.7) otrzymamy:

$$x = u + \frac{c_b}{2c_p} u = \left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right) u \quad (4.9)$$

Zauważamy, że jeśli $c_p = \infty$, (podpory stają się sztywne) wówczas $x = u$. Wyrażając siłę oddziaływania S poprzez x równanie (4.1) w tym przypadku przyjmie postać:

$$m\ddot{x} + c_z x = 0 \quad (4.10)$$

gdzie c_z oznacza sztywność zastępczą układu równą:

$$c_z = \frac{c_b}{1 + \frac{c_b}{2c_p}} = \frac{2c_p c_b}{2c_p + c_b} \quad (4.11)$$

Przechodząc podobnie jak poprzednio z równania (4.10) do równania bilansu energii mamy:

$$\int_0^{t_k} m\ddot{x} \cdot \dot{x} dt + \int_0^{t_k} c_z x dx = 0$$

$$-\frac{mv_0^2}{2} + c_z \frac{[x(t_k)]^2}{2} = 0 \quad (4.12)$$

gdzie:

$$x(t_k) = u_k + w_k \quad (4.13)$$

przy czym u_k oznacza teraz $u(t_k)$ czyli ugięcie belki dla chwili w której masa m się zatrzymała. Z rozważań wynika, że nowe u_k jest inne od poprzedniego określonego wzorem (4.6).

Na podstawie wyniku (4.12) otrzymuje się bowiem:

$$c_z x_k^2 = mv_0^2$$

$$x_k = \sqrt{\frac{m}{c_z}} v_0$$

co po uwzględnieniu (4.9) daje

$$\left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right) u_k = \sqrt{\frac{m}{c_z}} v_0$$

lub (patrz oznaczenie 4.11):

$$u_k = \frac{1}{\left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right)} \sqrt{\frac{m}{c_z}} v_0 = \frac{c_z}{c_b} \sqrt{\frac{m}{c_z}} v_0 = \sqrt{\frac{c_z m}{c_b^2}} v_0 = \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right) c_b}} \cdot v_0$$

$$u_k = \sqrt{\frac{m}{c_b \left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right)}} \cdot v_0 \quad (4.14)$$

Jak łatwo zauważyć porównując wzory (4.6) i (4.14), końcowe ugięcie belki podpartej sprężystości jest mniejsze niż ugięcie końcowe belki podpartej sztywno. Równość natomiast tych ugięć zachodzi dla $c_p \rightarrow \infty$.

Z powyższej analizy wynika więc, że dla $c_p > 0$ jest spełniona następująca nierówność:

$$u_k = \sqrt{\frac{m}{c_b \left(1 + \frac{c_b}{2c_p}\right)}} \cdot v_0 < u_k = \sqrt{\frac{m}{c_p}} \cdot v_0 < u_{gr} \quad (4.15)$$

w której v_0 oznacza dowolnie dużą prędkość pocisku i dla której to nie obserwuje się jeszcze trwałych deformacji osłony. Zauważamy jeszcze, że w przypadku gdy sztywność podpór jest coraz mniejsza ($c_p \rightarrow 0$) wówczas:

$$\lim_{c_p \rightarrow 0} u_k = \lim_{c_p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{c_b}{2c_p}} = \lim_{c_p \rightarrow 0} \frac{2c_p}{2c_p + c_b} = 0$$

czyli odkształcenie belki niepodpartej i uderzonej masą m_0 z prędkością v_0 jest równe zeru (belka idealna bezpieczna). Należy jednak pamiętać, że podstawowym założeniem przy, którym powyższe rozważania były przeprowadzone, było założenie bezmasowości belki co w przypadku lekkich osłon balistycznych jest tylko częściowo spełnione i powinno być osobno dokładniej analizowane.

Uzyskane wzory na ugięcie końcowe można więc zapisać jednolicie w sposób następujący:

$$u_k = \sqrt{\frac{m}{c}} \cdot v_0 = \sqrt{\frac{mv_0^2}{c}} = \sqrt{\frac{2E_k}{c}} \quad (4.16)$$

$$\text{gdzie: } c = \begin{cases} c_b & \text{- dla osłony niepodpartej} \\ c_b + \frac{c_b^2}{2c_p} & \text{- dla osłony podpartej} \end{cases}$$

zaś $E_k = \frac{mv_0^2}{2}$ jest energią kinetyczną pocisku w momencie uderzenia.

Można zauważyć, że deformacja końcowa zależy od energii kinetycznej uderzenia a nie od stosunku m/v_0 . Innymi słowy ze wzoru (4.16) wynika, że uszkodzenie osłony będzie takie samo dla masy dużej m_2 uderzającej z małą prędkością v_2 i masy małej m_1 uderzającej z dużą prędkością v_1 jeżeli tylko będzie spełniony warunek:

$$m_1 \cdot v_1^2 = m_2 \cdot v_2^2 \quad (4.17)$$

Badania doświadczalne i obserwacja procesu przebicia od uderzeń z dużymi prędkościami świadczą jednak, że proces ten zależy nie tylko od wartości energii uderzenia ale również od prędkości penetracji pocisku. Wynika to ze zbyt daleko przyjętej idealizacji umownego modelu (model Hooke'a).

Podsumowując zauważamy, że uzyskany wynik można przenieść na dowolną konstrukcję bezmasową podpartą sprężystości przy czym symbol c_b oznaczać będzie sztywność tej konstrukcji wyliczoną według odpowiednich wzorów wytrzymałościowych.

4.2. Siła a energia uderzenia

Pewne przyzwyczajenia do stosowania pojęć mechanicznych w statyce często przenosi się (niewłaściwie) do zagadnień dynamicznych. W przypadku obciążeń udarowych często używa się sformułowań, które można opacznie rozumieć. Dotyczy to pojęcia siły uderzenia. Dla przykładu przytoczymy następujące zdanie: „Osoba X podeszła do osłony A (np. pień drzewa) i uderzyła ją młotem a następnie podeszła do osłony B (np. blacha stalowa) i uderzyła ją tym samym młotem z tą samą siłą lecz efekty akustyczne tych uderzeń były diametralnie różne.”

W znaczeniu potocznym w powyższym zdaniu w określeniu „z tą samą siłą” rozumie się na ogół uderzenie wykonane w „ten sam sposób” i w ścisłym sensie mechaniki sformułowanie drugie byłoby poprawne podczas gdy sformułowanie pierwsze „z tą samą siłą” jest tutaj użyte wadliwie. Aby to stwierdzić załóżmy, że osłona A jest miękka (o sztywności c_A) zaś osłona B jest twarda (o sztywności c_B gdzie $c_A < c_B$) oraz, że obydwie osłony są nieruchome (sztywno zamocowane).

Dodatkowo załóżmy także, że osłony uderzane są na tyle słabo, że nie wywołują deformacji trwałych w obu przypadkach. Pisząc równania różniczkowe ruchu młota dla przypadku A i B uzyskuje się:

$$m\ddot{x}_A + S_A(x_A) = 0 \quad (4.18)$$

$$m\ddot{x}_B + S_B(x_B) = 0 \quad (4.19)$$

gdzie:

m - masa młotka,

S_A, S_B - siły oddziaływania osłon na młotek.

Równania (4.18) i (4.19) są poprawne jeśli siła ręki na młotek (po zetknięciu się masy młotka z osłoną) jest równa zero. Oznaczmy przez $t = 0$ chwilę czasu zetknięcia się masy m z osłoną zaś przez t_A czas, w którym rozpatrywany młotek osiągnie pręd-

kość zerową w osłonie A zaś przez t_B czas, w którym młotek osiągnie prędkość zerową w osłonie B.

Jeśli uderzenia w obydwu przypadkach A i B odbyły się w „ten sam sposób” wówczas prędkość początkowa w obydwu przypadkach będzie jednakowa równa np. wartości v_0 . Zakładając, że osłony będą idealnie liniowo sprężyste mamy:

$$S_A = c_A x_A; \quad S_B = c_B x_B$$

Równania różniczkowe ruchu przyjmują postać:

$$m\ddot{x}_A + c_A x_A = 0 \quad (4.20)$$

$$m\ddot{x}_B + c_B x_B = 0 \quad (4.21)$$

Mnożąc te równania przez dx_A i dx_B otrzyma się:

$$m\ddot{x}_A dx_A + c_A x_A dx_A = 0 \quad (4.22)$$

$$m\ddot{x}_B dx_B + c_B x_B dx_B = 0 \quad (4.23)$$

Pamiętając, że $dx_A = \dot{x}_A dt$, $dx_B = \dot{x}_B dt$ oraz całkując w granicach $t \in (0, t_A)$ - równanie (4.22) a równanie (4.23) w granicach $t \in (0, t_B)$ dla przypadku A będzie:

$$\int_0^{t_A} \ddot{x}_A \cdot \dot{x}_A dt + \int_{x_A(0)}^{x_A(t_A)} c_A \cdot x_A dx_A = 0$$

co dalej daje:

$$m \frac{v_A^2}{2} \Big|_0^{t_A} + c_A \frac{x_A^2}{2} \Big|_0^{t_A} = 0$$

$$-\frac{mv_0^2}{2} + c_A \frac{x_A^2(t_A)}{2} = 0 \quad \parallel \cdot 2$$

$$mv_0^2 = c_A x_A^2(t_A)$$

$$x_A^2 = \frac{mv_0^2}{c_A}$$

$$x_A(t_A) = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_A}}$$

Postępując podobnie w przypadku B będzie:

$$x_B(t_B) = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_B}}$$

Zauważamy, że maksymalne siły oddziaływań będą różne jeśli $c_A \neq c_B$ albowiem:

$$S_A = c_A x_A(t_A) = v_0 \sqrt{c_A m}$$

$$S_B = c_B x_B(t_B) = v_0 \sqrt{c_B m}$$

Jeśli więc osłona A jest bardziej miękka to przy uderzeniu w ten sam sposób siła oddziaływania na osłonę A będzie mniejsza niż na osłonę B, wobec czego:

$$S_A < S_B$$

Jednakowa natomiast jest energia kinetyczna dla obu przypadków równa:

$$\frac{mv_A^2(0)}{2} = \frac{mv_B^2(0)}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$$

Ta „przyłożona” energia kinetyczna będzie dalej nazywana „energią uderzenia”.

Wyniki powyższych rozważań analitycznych można potwierdzić odpowiednimi testami eksperymentalnymi. Mianowicie uderzając młotem udarowym w ten sam sposób w różne osłony, zarejestrowano siły, które przedstawiono na rys. 4.3. Widać, że zmierzone impulsy różnią się od siebie i zależą od typu osłony (test nr 1).

Test nr 1

1. Opis:

Test wykonano w Instytucie Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej.

Stosowano młotek udarowy firmy PCB typ 086C20 oraz analizator dwukanałowy HP 35665A.

Badane osłony to:

- osłona 1 - laminat LIM 1 (8 warstw tkaniny aramidowej) na podłożu z „miękkiej wykładziny”,
- osłona 2 - okładziny z blachy aluminiowej z rdzeniem laminatu LIM 1 (5warstw tkaniny aramidowej) na podłożu z „miękkiej wykładziny”,
- osłona 3 - „miękka wykładzina” na podłożu posadzki pomieszczenia.

Młotek puszczano z wysokości około 50 cm na powierzchnie badanych osłon. Młotek był zaopatrzony w twardą (czarną) końcówkę (model 084A63).

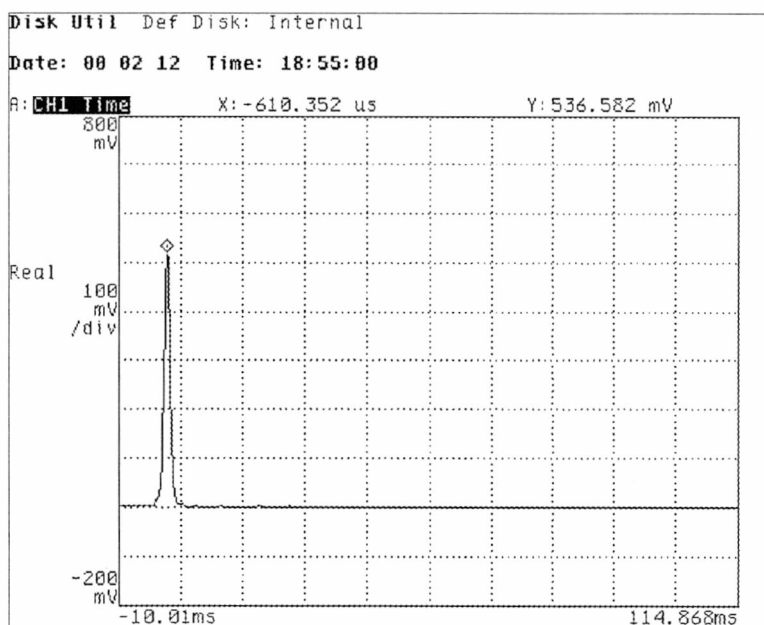
2. Wyniki:

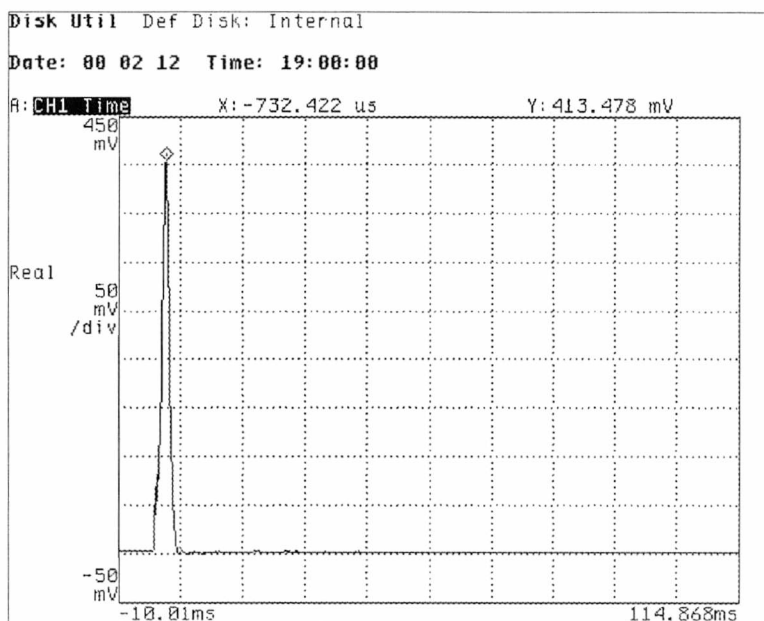
Impulsy siły uderzenia obserwowano na monitorze analizatora (przykłady przedstawia rys. 4.3). Każde uderzenie w powierzchnię dokonywano wielokrotnie (w sumie trzy uderzenia na osłonę). Wyniki szczytowych wartości sił zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1

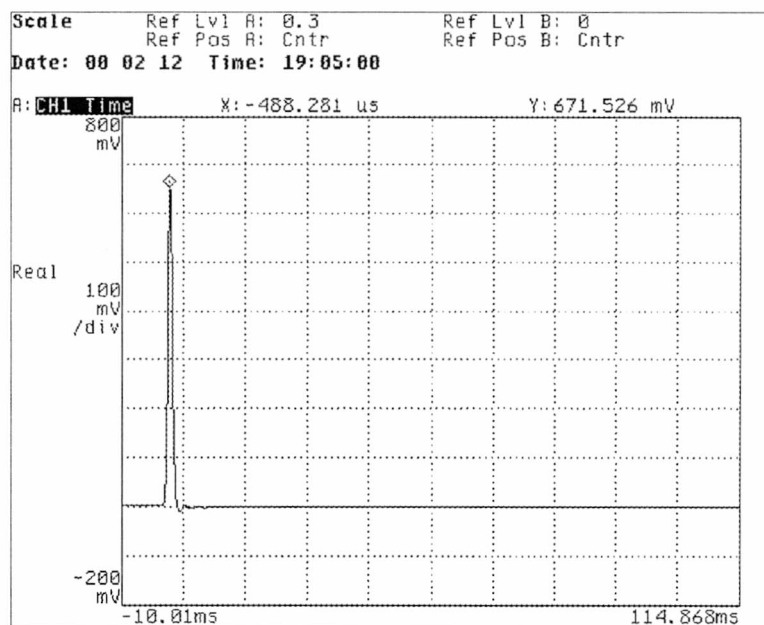
Zestawienie pomiarów Testu nr 1

L.p.	Wyszczególnienie	Impuls zarejestrowany [mV]	Średni impuls [mV]	Uwagi
1	Ośłona 1	536,6 566,5 547,7	550,3	PLOT Nr 1 ośłona 1 - (laminat LIM 1 składający się z 8 warstw tkaniny aramidowej klejonej klejem Neopren)
2	Ośłona 2	415,5 375,3 480,9	423,9	PLOT Nr 2 ośłona 2 - (okładziny aluminiowe gr. 1mm oraz rdzeń z laminatu LIM 1 składający się z 5 warstw tkaniny aramidowej)
3	Ośłona 3	670,9 762,5 654,8	696,1	PLOT Nr 3 ośłona 3 - (podłoga - miękka wykładzina)

PLOT Nr 1
(a)



PLOT Nr 2
(b)



PLOT Nr 3
(c)

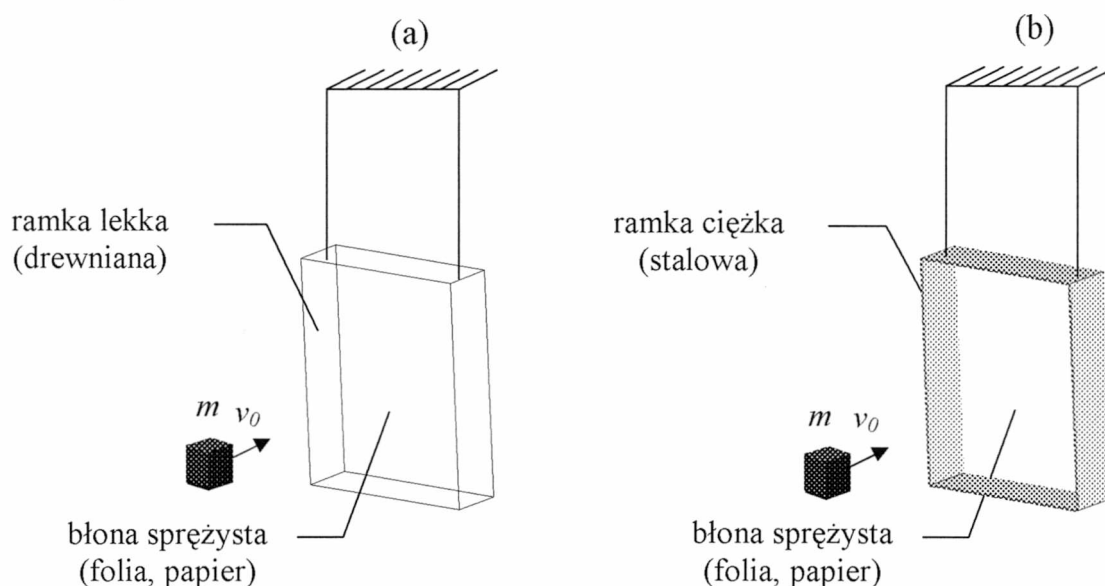
Rys. 4.3. Przykłady impulsów siły uderzenia w Teście nr 1 zarejestrowane dla różnych osłon:

- (a) – laminat LIM 1 o grubości ośmiu warstw tkaniny aramidowej,
- (b) – osłona z okładzinami aluminiowymi i rdzeniem laminatu LIM 1,
- (c) – podłoga wyłożona wykładziną dywanową.

4.3. Masa osłony a efekt zniszczenia

Wzory na deformację (ugięcie) końcową u_k wyprowadzone w podrozdziale 4.1 są słuszne dla osłony bezmasowej i idealnie sprężystej. W tym punkcie rozważony zostanie przypadek wpływu masy osłony na efekt zniszczenia osłony niepodpartej. Zauważamy, że osłona niepodparta ulega także zniszczeniu o czym świadczą proste obserwacje z życia codziennego (np. uderzenie rzucanym kamieniem w stojącą swobodnie butelkę powoduje najczęściej jej rozbitcie a rzadko jedynie jej strącenie z postumentu na którym stała).

Wpływ masy osłony można zaobserwować w doświadczeniu, którego szkic przedstawiono rys. 4.4.

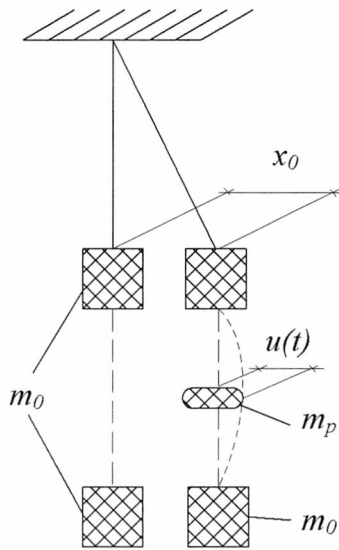


Rys. 4.4. Wpływ masy osłony na jej zniszczenie (przebicie).

Dla przypadku (b) przebicie nastąpi wcześniej
(dla mniejszych prędkości v_0) niż w przypadku (a)

Przyjmijmy, że strzelamy z procy kamieniem o masie m z prędkością v_0 do dwu różnych osłon swobodnie wiszących na długich (pionowych) linach. W obydwu przypadkach osłony zbudowane są z tej samej błony sprężystej (np. papier, folia itp.) rozpiętej na ramce lekkiej (np. drewnianej, plastikowej) – przypadek (a) oraz ciężkiej (np. stalowej, ołowianej) – przypadek (b). Nietrudno jest spostrzec, że w przypadku (b)

przebiecie osłony nastąpi dla niższych prędkości v_0 niż w przypadku (a) w którym to osłona ulega na ogół odbiciu. Zjawisko to można udowodnić analitycznie w oparciu o proste prawa mechaniki. W tym celu oznaczamy podobnie jak poprzednio przez u_{gr} granicę deformacji błony po przekroczeniu której następuje proces przebijania. Zmienna $u(t)$ określa ugięcie materiału osłony względem ramki (rys. 4.5).



m_0 - masa osłony,

m_p - masa pocisku,

u - przemieszczenie pocisku względem ramki,

x_0 - przemieszczenie ramki.

Rys. 4.5. Wpływ masy osłony na jej zniszczenie

Równania różniczkowe ruchu dla pocisku i osłony są następujące:

$$\text{dla } m_p: \quad m_p \ddot{x}_p + S = 0 \quad (4.24)$$

$$\text{dla } m_0: \quad m_0 \ddot{x}_0 = S \quad (4.25)$$

gdzie: S jest siłą oddziaływania pocisku na osłonę (tzw. siła interakcji). Dalej zauważamy, że:

$$x_p = x_0 + u \quad (4.26)$$

gdzie: u oznacza wzajemne przemieszczanie obu mas wywołane deformacją osłony (tzw. przemieszczenie względne).

Niech t_k oznacza chwilę czasu, w którym przemieszczenie względne u osiąga wartość maksymalną. Dla t_k musi zajść:

$$\dot{u}(t_k) = 0 \quad (4.27)$$

Napiszmy warunki początkowe i końcowe dla wszystkich zmiennych występujących w równaniach (4.24), (4.25) i (4.26). Z zasady zachowania pędu wiadomo, że dla dowolnej chwili $t \in (0, t_k)$ musi być spełnione:

$$m_p \dot{x}_p(t) + m_o \dot{x}_o(t) = m_p v_0 \quad (4.28)$$

gdzie: $m_p v_0$ – początkowy pęd układu.

Dla $t = 0$ otrzymuje się więc:

$$\dot{x}_p(0) = v_0 \quad - \text{prędkość uderzenia pocisku w osłonę,} \quad (4.29)$$

$$\dot{x}_o(0) = 0 \quad - \text{prędkość początkowa osłony,}$$

$$\dot{u}(0) = v_0 \quad - \text{początkowa prędkość deformacji osłony.}$$

Dla $t = t_k$ na podstawie (4.26) i (4.27) otrzymuje się warunki końcowe następujące:

$$\dot{u}(t_k) = 0 \quad (4.30)$$

$$\dot{x}_p(t_k) = \dot{x}_o(t_k) \quad (4.31)$$

co na podstawie (4.28) daje:

$$m_p \dot{x}_p(t_k) + m_o \dot{x}_p(t_k) = m_p v_0$$

skąd:

$$\dot{x}_p(t_k) = \dot{x}_o(t_k) = \frac{m_p}{m_p + m_o} v_0 \quad (4.32)$$

Na podstawie równań (4.24) i (4.25) oraz związku (4.26) uzyskuje się równanie różniczkowe na zmianę u w następującej postaci:

$$m_p \ddot{u} + \left(1 + \frac{m_p}{m_o}\right) S = 0 \quad (4.33)$$

Mnożąc równanie (4.33) obustronnie przez $du = \dot{u}dt$ i całkując w czasie od $t = 0$ do $t = t_k$ otrzymuje się:

$$\begin{aligned} m_p \ddot{u} \cdot \dot{u}dt + \left(\frac{m_o + m_p}{m_o}\right) S du &= 0 \\ m_p \int_{\dot{u}(0)}^{\dot{u}(t_k)} \dot{u} du + \frac{m_o + m_p}{m_o} \int_{u(0)}^{u(t)} S du &= 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

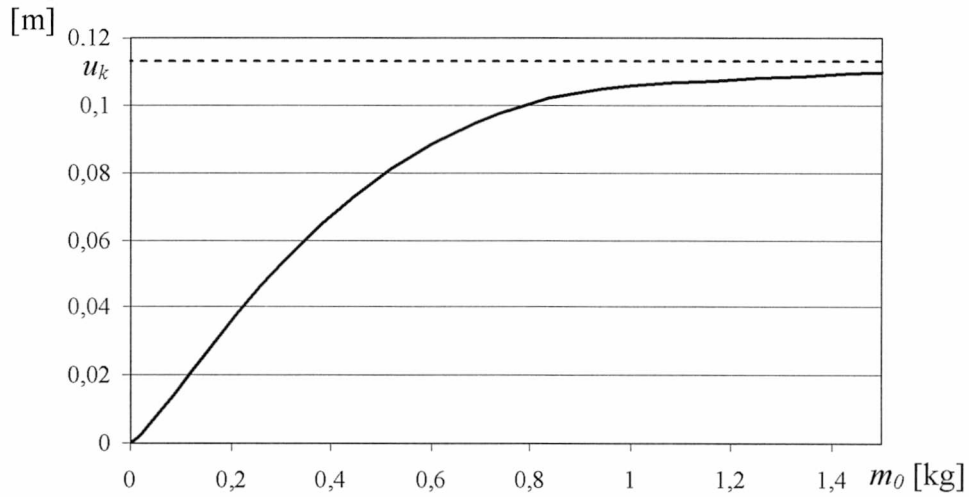
Zakładając dalej najprostszy liniowy model siły $S(u) = cu$ oraz uwzględniając go w równaniu (4.34) powstanie równanie:

$$m_p \left(\frac{\dot{u}^2(t_k)}{2} - \frac{\dot{u}^2(0)}{2} \right) + \frac{m_o + m_p}{m_o} \cdot c \cdot \left[\frac{u_k^2}{2} - \frac{u^2(0)}{2} \right] = 0 \quad (4.35)$$

a stąd po uwzględnieniu warunków początkowych:

$$u_k = \sqrt{\frac{m_0 m_p}{(m_0 + m_p)c}} v_0 \quad (4.36)$$

Jak można zauważyć, że na podstawie uzyskanego wzoru (4.36) na deformację końcową osłony u_k , deformacja ta maleje wraz ze zmniejszaniem się masy osłony m_0 . Dla osłony bezmasowej ($m_0 = 0$) u_k też jest równe zero co potwierdzają spostrzeżenia eksperymentalne oraz wnioski wysunięte dla osłon niepodpartych i bezmasowych. Wykres zależności $u_k(m_0)$ dla przykładowych danych m_p , c , v_0 przedstawiono na rys. 4.6.



Rys. 4.6. Zależność maksymalnej deformacji u_k osłony w zależności od jej masy.
Wykres sporządzono dla wartości $m_p = 0,008 \text{ kg}$, $c = 90000 \text{ N/m}$, $v_0 = 356 \text{ m/s}$

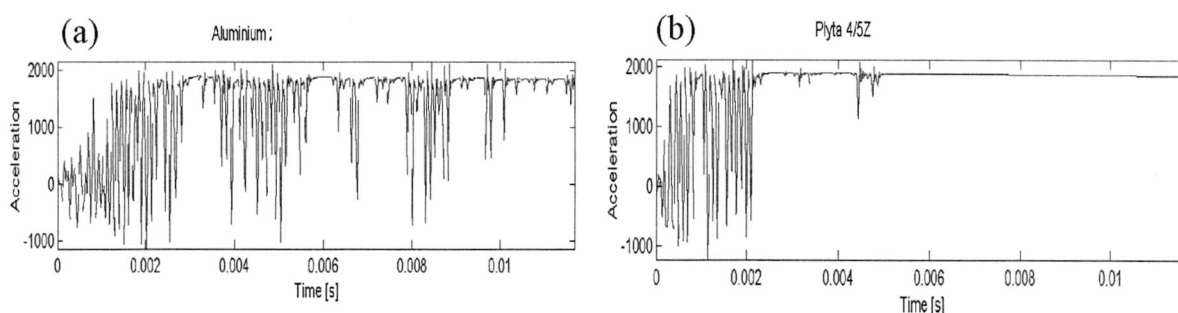
Dodatkowo stwierdza się, że im większa masa m_0 tym wartość u_k bardziej zbliża się do pewnej granicznej wartości u_{gr} po przekroczeniu, której następuje trwałe uszkodzenie osłony. Jest to ważne zwłaszcza w sytuacjach gdy cechy materiału (określające

przecież u_{gr}) są takie, że $u_{gr} < \sqrt{\frac{m_p}{c}} v_0$.

5. ANALIZA ZJAWISKA PRZEBICIA W OPARCIU O DYSKRETNY MODEL ZDEGENEROWANY

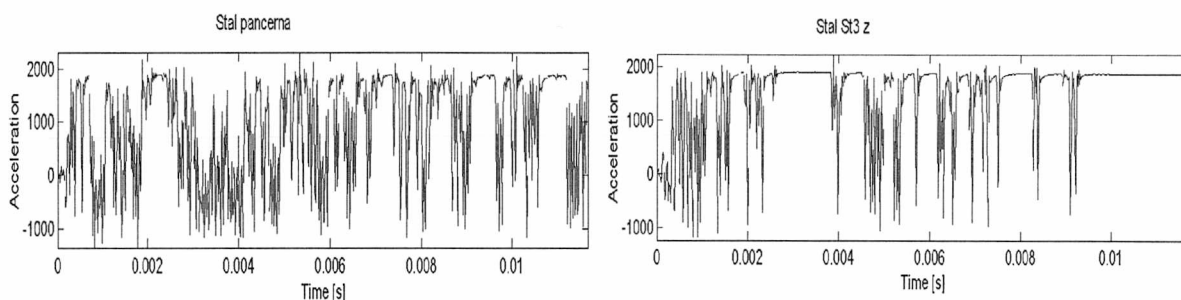
5.1. Wybór i opis modelu

Modelowanie zjawisk udarowych jest nadzwyczaj złożone. Wpływa na to różnorodność materiałów stosowanych na osłony oraz różne prędkości i kształty pocisków. Dla przykładu już zwykłe porównanie uderzenia w osłonę drewnianą z uderzeniem w osłonę stalową wykazuje, że w tym drugim przypadku efekty akustyczne są długotrwałe i doraźniejsze niż w pierwszym. Świadczy to o tym, że efekty drgań i rozchodzenia się fal w ośrodku stalowym są dominujące. Jak wiadomo czynnikami istotnymi powstawaniu drgań są cechy sprężyste i rozkład mas, a także własności rozproszenia energii. Stąd wynika, że im mniejsze masy osłon oraz większe rozproszenie (tłumienie) energii tym drgania i efekty falowe są do pominięcia. Badania symulacyjne zjawiska uderzenia spotykane w dostępnej literaturze są wykonywane najczęściej numerycznymi metodami elementów skończonych. Badania te wykorzystują najczęściej typowe dane materiałowe związane z modelem Hooke'a (stałe: E , G , ν), który to model został zastosowany dla izotropowych ośrodków ciągłych. Wyniki tych badań wykazują, że w krótkim procesie przebicia efekty falowe są tu niezauważalne nawet w przypadku osłon aluminiowych a tym bardziej w przypadku osłon lekkich kompozytowych.



Rys. 5.1. Przyspieszenia dla osłon: aluminiowej i kompozytowej uzyskane z czujników umocowanych na ramie mocującej osłony (uderzenie 9 mm pociskiem Parabellum FMJ)

Odpowiednie badania porównawcze wykonane przez autora niniejszej pracy wykazują, że szумы związane z drganiami są dużo mniejsze dla osłon laminatowych niż dla osłon stalowych czy aluminiowych (rys. 5.1 i 5.2).



Rys. 5.2. Przyspieszenia dla osłon stalowych uzyskane z czujników umocowanych na ramie mocującej osłony (uderzenie 9 mm pociskiem Parabellum FMJ)

Drugi aspekt wzięty pod uwagę w wyborze modelu to chęć opracowania modelu możliwie najprostszego, jednak takiego, który mógłby być przydatny dla osłon wykonanych z różnych materiałów. Przyjęto w niniejszej pracy koncepcję, że użyteczne informacje odnośnie projektowania osłon balistycznych można wyciągnąć przede wszystkim na podstawie analizy prostych modeli dynamicznych, które dadzą się (choć z pewnymi ograniczeniami) analizować metodami analitycznymi w celu wyprowadzenia użytecznych wzorów praktycznych.

Dlatego w proponowanym modelu przyjęto następujące uproszczenia:

- a) pocisk jest nieodkształcalną cząstką materialną o masie m ,
- b) osłona wykonana jest z materiału, którego właściwości sprężysto-tłumiące opisują parametry:
 - c_0 – współczynnik „udziału sztywności tłumienia” osłony^{*)},
 - c_1 – współczynnik statycznej sztywności osłony,
 - k_0 – współczynnik tłumienia materiału (rozproszenia energii) w zakresie sprężystym,
- c) po przekroczeniu deformacji krytycznej u_{gr} siła przebijania zależy liniowo od prędkości pocisku, lecz nie zależy od jego położenia w osłonie,

^{*)} Współczynnik c_0 zostanie zdefiniowany przy opisie modelu. Jego wartość wpływa na sztywność dynamiczną osłony. Współpracując ze współczynnikiem k_0 określa on tłumienie podczas deformacji dynamicznych.

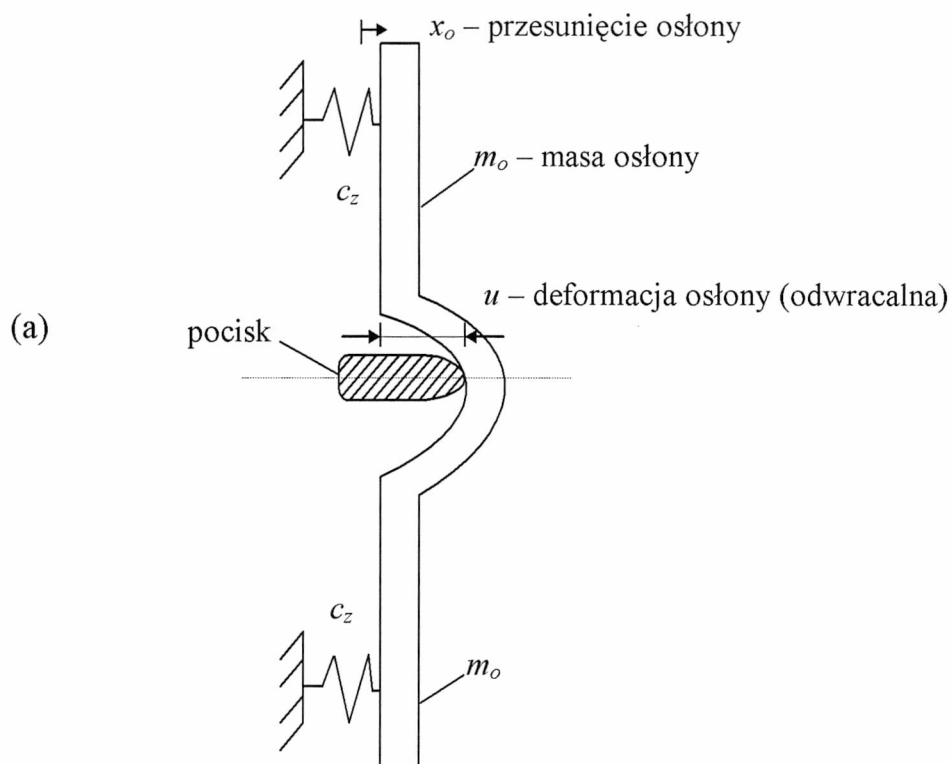
- d) materiał osłony jest na tyle lekki, że poddana bezpośrednio uderzeniu sfera osłony (materiał na który bezpośrednio działa pocisk) ma masę do pominięcia.

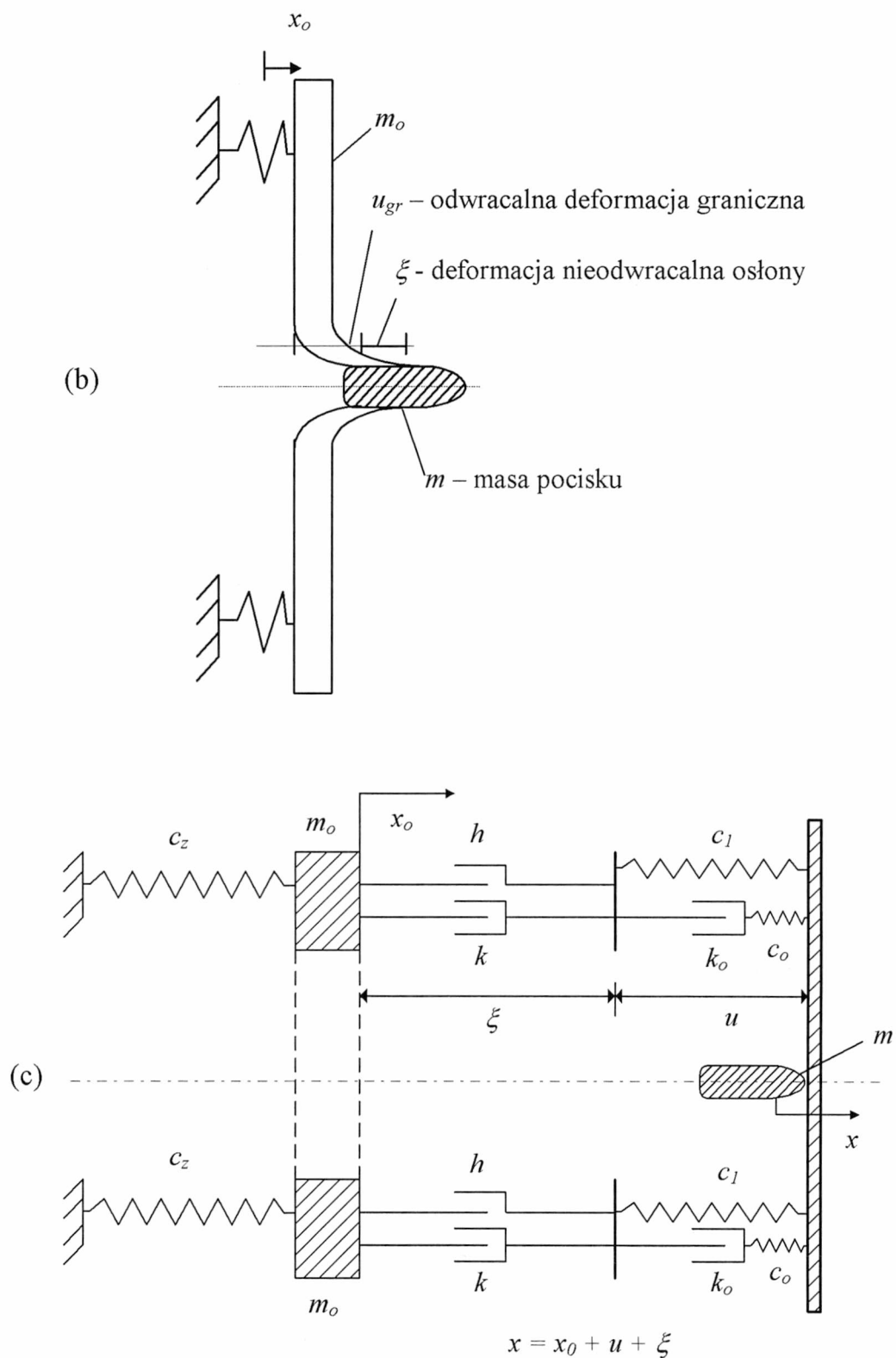
Ponadto na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych, wykonanych przez autora niniejszej pracy na modelu ciągłym (patrz punkt 8.3 rys. 8.6) oraz pozostałych innych badaniach wykonanych przez innych autorów [8, 42, 58, 64, 70] wynika, że podczas procesu przebicia znaczna część osłony (leżąca poza sferą bezpośredniego przebijania) nie podlega odkształceniom do momentu przejścia (lub zatrzymania) pocisku w osłonie. Fakt ten potwierdzają także obserwacje rzeczywistego procesu przebicia (rys. 6.17). Dlatego też w niniejszym modelu założono ponadto, że:

- e) materiał osłony leżący w odpowiednim oddaleniu od punktu uderzenia pocisku jest nieodkształcalny i ma stałą masę m_o .

Dzięki powyższym założeniom skonstruowano model dyskretny, którego schemat przedstawia rys. 5.3.

W modelu tym ruch pocisku względem ziemi opisuje zmienna $x(t)$, która jest sumą przemieszczenia osłony x_o oraz całkowitej deformacji osłony. Całkowita deformacja osłony jest sumą deformacji odwracalnej u (osłona ma właściwości sprężyste do pewnej granicznej wartości u_{gr}) oraz deformacji nieodwracalnej ξ , która pojawia się głównie w momencie gdy zostanie przekroczona granica plastyczności materiału.





Rys. 5.3. Konstrukcja modelu dyskretnego:
schemat zjawiska przebicia w stanie deformacji
odwracalnej (a) i nieodwracalnej (b), schemat modelu (c)

Z uwagi na to, że sprężysto - tłumiące własności materiałów stosowanych obecnie do budowy osłon są niezwykle złożone do ich opisu (w zakresie deformacji odwracalnych) przyjęto standardowy model reologiczny (tzn. model Zenera [11]). W skład tego modelu wchodzi element Maxwella opisany stałymi k_0 , c_0 w połączeniu równoległym z elementem Hooke'a o stałej c_1 . Ponadto w modelu występuje element opisany stałymi h , k . Podstawowym zadaniem tego elementu jest umożliwienie uzyskania deformacji plastycznych (nieodwracalnych) ξ po przekroczeniu w tym elemencie pewnej ograniczonej wartości h siły oddziaływania pocisku m na masę osłony m_0 . Zważywszy na to, że siła oporu plastycznego zależy na ogół od prędkości deformacji, wprowadzono także współczynnik k oporu wiskotycznego. Założono ponadto, że:

- f) zamocowanie osłony ma charakter czysto sprężysty i jest opisane współczynnikiem c_z .

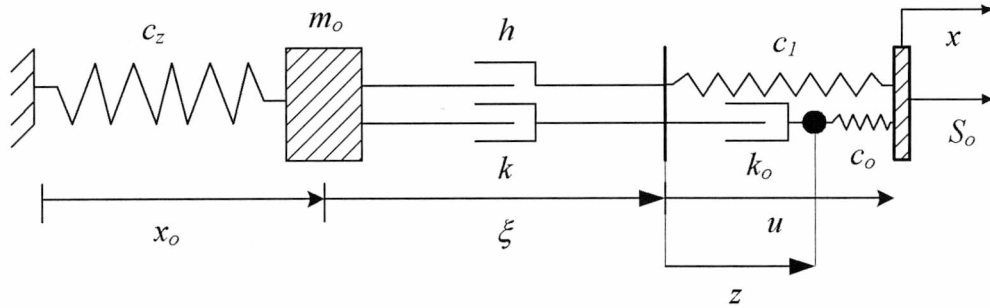
Zauważamy, że przy sztywnym zamocowaniu osłony można przyjąć $c_c \rightarrow \infty$. Ponadto model umożliwia także opis bardziej prostych modeli materiałów, to jest następujących:

- materiał idealnie sprężysty (przyjąć należy $c_0 = 0$),
- materiał idealnie plastyczny (przyjąć należy $c_1 = 0$, $c_0 = \infty$),
- materiał sprężysto – plastyczny ($c_0 = \infty$),
- materiał o stałej (niezależnej od prędkości odkształcenia) granicy plastyczności (przyjąć $k = 0$).

Wszystkie stałe występujące w przyjętym modelu: c_z , h , k , c_1 , k_0 , c_0 można wyznaczyć doświadczalnie, np.: przy obciążeniach statycznych, próbach quasistatycznego przebiegania (przy zadanych prędkościach deformacji) a także w warunkach obciążeń dynamicznych stosując odpowiednie metody identyfikacji dla modeli zdegenerowanych [30, 31, 69].

5.2. Obciążenia statyczne

Zachowanie układu pod wpływem obciążeń statycznych, to jest obciążenia stałą siłą S_0 zamiast uderzeniem pocisku o masie m , (rys. 5.4) opisują następujące równania:



Rys. 5.4. Schemat modelu pod stałym obciążeniem S_0

a) dla elementu sprężystego:

$$m_0 \ddot{x}_0 + c_z x_0 = S_0 \quad (5.1)$$

b) dla elementu plastycznego:

$$\begin{aligned} h \operatorname{Sgn} \dot{\xi} + k \dot{\xi} &= S_0 & \text{dla } S_0 > h \\ \dot{\xi} &= 0 & \text{dla } S_0 \leq h \end{aligned} \quad (5.2)$$

c) dla modelu zdegenerowanego:

$$c_1 u + c_0 (u - z) = S_0 \quad (5.3)$$

$$k_0 \dot{z} = c_0 (u - z) \quad (5.4)$$

Jak wiadomo dla zerowych warunków początkowych rozwiązaniem równania (5.1) jest funkcja:

$$x_0(t) = \frac{S_0}{c_z} - \frac{S_0}{c_z} \cos \omega_0 t, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_z}{m}} \quad (5.5)$$

Natomiast w przypadku elementu (b) z równania (5.2) otrzymuje się:

- dla $S_0 > h$, ($h > 0$) $\rightarrow \dot{\xi} = \frac{S_0 - h}{k} = \text{const} \rightarrow \xi = \xi_0 + \frac{S_0 - h}{k} \cdot t$
- dla $S_0 \leq h \rightarrow \xi = \xi_0$

gdzie ξ_0 jest odkształceniem plastycznym w chwili początkowej to jest w chwili przyłożenia siły S_0 ^{*)}. Deformacja plastyczna ξ rośnie zatem w czasie proporcjonalnie ze stałą prędkością $\dot{\xi} = \frac{S_0 - h}{k}$ jeżeli siła $S_0 > h$. Jeżeli natomiast siła $S_0 \leq h$, wówczas deformacja plastyczna nie ulega zmianie (jest stała i równa początkowej wartości ξ_0). Zadziałanie elementu zdegenerowanego (przypadek c) jest bardziej złożone i wynika z równań (5.3) i (5.4). Rugując zmienną „z” z tych równań otrzymujemy:

$$z = \left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \right) u - \frac{S_0}{c_0} \quad (5.6)$$

co po zróżniczkowaniu, po czasie daje:

$$\dot{z} = \frac{c_1 + c_0}{c_0} \dot{u} \quad (5.7)$$

Podstawiając wyniki (5.6) i (5.7) do równania (5.4) otrzymujemy:

$$k_0 \left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \dot{u} \right) = c_0 \left(u - \frac{c_1 + c_0}{c_0} u + \frac{S_0}{c_0} \right)$$

a stąd:

$$k_z \dot{u} + c_1 u = S_0 \quad (5.8)$$

gdzie przez k_z oznaczono:

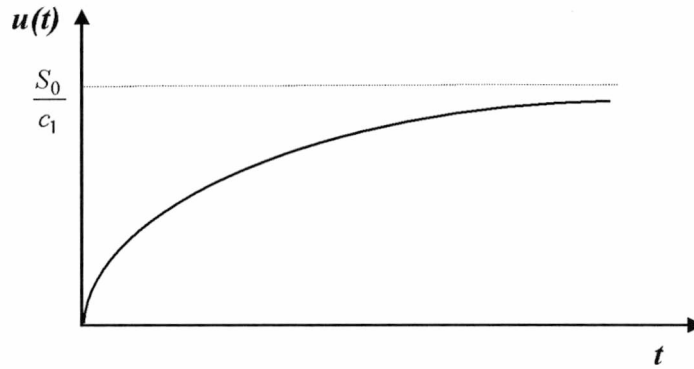
$$k_z = k_0 \frac{c_1 + c_0}{c_0} = k_0 \left(1 + \frac{c_1}{c_0} \right) \quad (5.9)$$

Stałą k_z będziemy dalej nazywać tłumieniem zastępczym. Jeśli $c_0 \rightarrow \infty$ to $k_z = k$. W takim przypadku element zdegenerowany staje się typowym elementem sprężysto – tłumiącym typu Kelvina – Voigta, który to element jest powszechnie stosowany w układach liniowych uwzględniających tłumienie drgań. W przypadku stałej siły S_0 element zdegenerowany pracuje identycznie jak model Kelvina – Voigta z tłumieniem k_z o czym świadczy postać równania (5.8). Rozwiązanie równania (5.8) jest łatwo otrzymać. Ma ono dla zerowych warunków początkowych następującą postać:

$$u(t) = \frac{S_0}{c_1} \left[1 - e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \right] \quad (5.10)$$

^{*)} Dla układu dziewiczego (to jest układu wcześniej nieobciążonego) jest $\xi_0 = 0$

Wykres funkcji $u(t)$ postaci (5.10) przedstawia rys. 5.5.



Rys. 5.5. Deformacja elementu zdegenerowanego pod wpływem stałego obciążenia S_0

Zauważamy, że kiedy $c_0 = \infty$ (model Kelvina – Voigta) zmienia się jedynie wartość współczynnika k_z na wartość k natomiast charakter zależności $u(t)$ pozostaje niezmienny. Jednak w przypadku, gdy $k_0 = 0$ (model Hooke’a) jest $k_z = 0$ dla dowolnych wartości c_0, c_1 . Wówczas

$$u(t) = \lim_{k_z \rightarrow 0} \left[\frac{S_0}{c_1} - \frac{S_0}{c_1} e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \right] = \frac{S_0}{c_1} \quad (5.11)$$

co znaczy, że deformacja jest natychmiastowa z wartości zerowej do stałej $\frac{S_0}{c_1}$.

Zauważamy, że w przypadkach, w których obciążenie badanego rzeczywistego układu jest wolno – zmienne (zaś obserwacja zachowań układu dynamicznego jest długa) co ma miejsce przy obciążeniach statycznych lub/i quasistatycznych, uproszczenie modelem Hooke’a jest uzasadnione albowiem przedział czasu do ustalenia się wartości $\frac{S_0}{c_1}$

jest do pominięcia. Sytuacja jednak jest diametralnie różna w przypadku krótkotrwałych obciążeń dynamicznych, w których chwilowe zachowanie się materiału może mieć decydujący wpływ na ruch układu. Ma to miejsce zwłaszcza w przypadku penetracji osłony przez pocisk. Jako przykład weźmy pod uwagę przestrzeliwanie szyby pociskiem. Mechanizm zniszczenia szyby jest inny w przypadku pocisku (pozostaje otwór w szybie) a inny w przypadku powolnego punktowego naciskania (pękanie całej szyby). Na gruncie modelu Hooke’a nie da się tego rozsądnie wytłumaczyć.

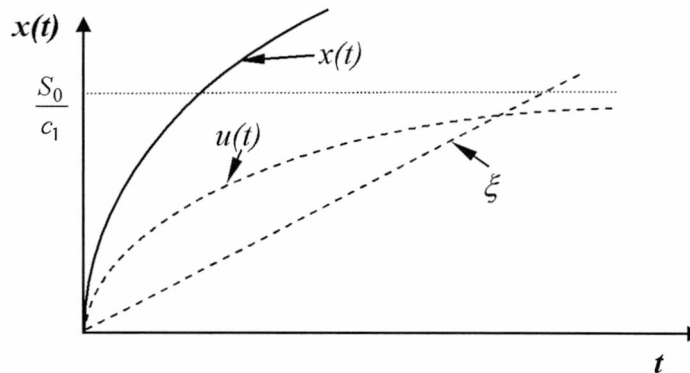
Na zakończenie tego punktu rozważmy próbę przebijania materiału zamocowanego sztywno. Odpowiada to przypadkowi $c_z = \infty$ dla którego (na podstawie równania 5.1) jest $x_0 = 0$. Jeśli stała przebijania jest mniejsze od stałej h wówczas $\xi = 0$ a stąd $x = u$ i zależność $x(t)$ stanowi wykres przedstawiony na rysunku 5.6 i opisany funkcją $x(t) = u(t)$ postaci (5.11). Jednakże dla $S_0 > h$ mamy:

$$\xi = \frac{S_0 - h}{k} \cdot t = v_p \cdot t \quad (5.12)$$

gdzie stała $v_p = \frac{(S_0 - h)}{k}$ określa prędkość deformacji trwałej materiału w warunkach obciążeń statycznych. Całkowita deformacja x będzie zatem w tym przypadku równa:

$$x = u + \xi = \frac{S_0}{c_1} \left(1 - e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \right) + v_p t \quad (5.13)$$

Wykres tej zależności przedstawia rys. 5.6.



Rys. 5.6. Zachowanie się modelu materiału pod wpływem stałej siły przebijania $S_0 > h$

5.3. Próba quasistatyczna

Próba quasistatyczna polega na przebijaniu sztywno zamocowanej osłony ze stałą (zwykle małą) prędkością v_0 i jednoczesnym pomiarze siły S oraz przemieszczenia x . Wynikiem takiej próby jest zwykle wykres zależności $S(x)$ sporządzony dla określonej prędkości v_0 przebijania. Siła S , którą należy przykładać nie jest już stałą, to jest:

$$S(t) \neq S_0 = \text{const} \quad (5.14)$$

Równanie ruchu układu dla $c_z = \infty$ (sztywne zamocowanie) opisują w tym przypadku następujące równania:

$$\begin{aligned} hSgn\dot{\xi} + k\dot{\xi} &= S & S > h \\ \dot{\xi} &= 0 & S \leq h \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$c_1 u + c_0(u - z) = S \quad (5.17)$$

$$k_0 \dot{z} = c_0(u - z) \quad (5.18)$$

Rugując zmienną „ z ” z równania (5.17) mamy:

$$z = \left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \right) u - \frac{S}{c_0} \quad (5.19)$$

Różniczkując zmienną „ z ” po czasie otrzymujemy

$$\dot{z} = \left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \right) \dot{u} - \frac{\dot{S}}{c_0} \quad (5.20)$$

co po podstawieniu do równania (5.18) daje:

$$k_0 \left[\left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \right) \dot{u} - \frac{\dot{S}}{c_0} \right] = c_0 \left[u - \left(\frac{c_1 + c_0}{c_0} \right) u + \frac{S}{c_0} \right]$$

a stąd:

$$S = \frac{k_0}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} - \dot{S}] + c_1 u \quad (5.21)$$

W przypadku $S \leq h$ jest $\dot{\xi} = 0$ i wtedy $\dot{x} = \dot{u}$.

Jeżeli przebijanie odbywa się ze stałą prędkością v_0 wówczas:

$$\dot{x} = \dot{u} = v_0 = const \quad (5.22)$$

$$u = v_0 t + u(0)$$

Lecz dla $t = 0$ wartość $u = 0$ czyli:

$$u = v_0 t \quad (5.23)$$

Podstawiając funkcje (5.22), (5.23) do (5.21) otrzymujemy równanie różniczkowe na siłę S w postaci:

$$S = \frac{k_0}{c_0} [(c_0 + c_1) v_0 - \dot{S}] + c_1 v_0 t$$

co po uporządkowaniu wyrazów daje:

$$\dot{S} + \frac{c_0}{k_0} S = (c_0 + c_1)v_0 + \frac{c_1 c_0}{k_0} v_0 t \quad (5.24)$$

Powyższe równanie daje się prosto rozwiązać techniką operatora Laplace'a. Łatwo jest sprawdzić, że rozwiązaniem jest funkcja postaci:

$$S(u) = k_0 v_0 + c_1 u - k_0 v_0 e^{-\frac{c_0}{k_0 v_0} u} \quad (5.25)$$

gdzie $u = v_0 t$.

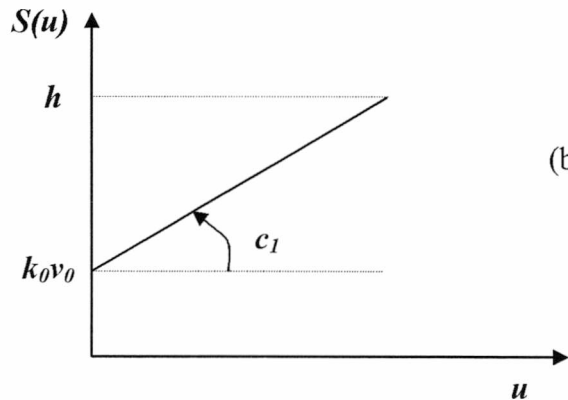
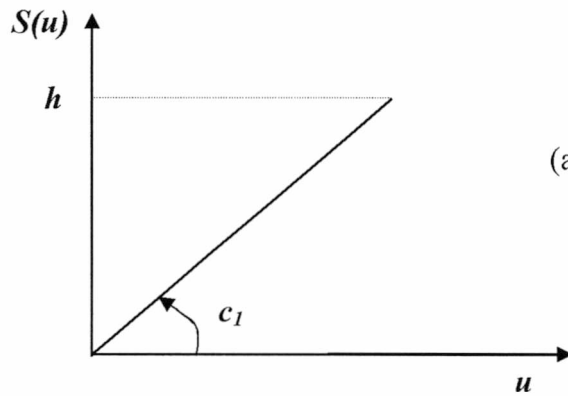
Łatwo zauważyć, że zależność $S(u)$ dla modelu standardowego różni się od zależności $S(u)$ dla modelu Kelvina – Voigta. Przy $c_0 \rightarrow \infty$ jest bowiem:

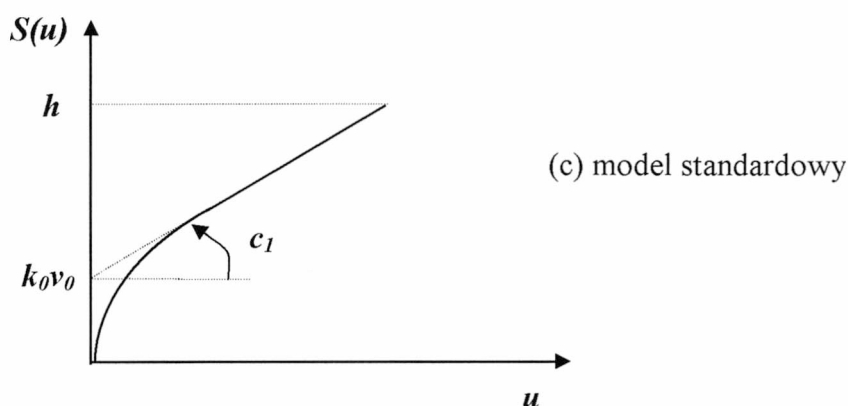
$$S(u) = k_0 v_0 + c_1 u \quad (5.26)$$

zaś jeżeli $k = 0$ (model Hooke'a) łatwo jest wykazać, że dla dowolnej wartości v_0 jest:

$$\lim_{k_0 \rightarrow 0} S(u) = c_1 u \quad (5.27)$$

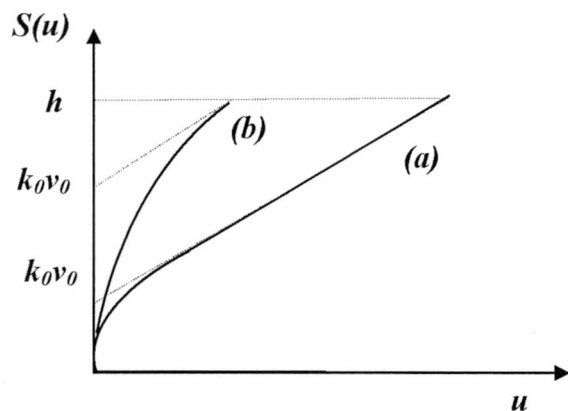
Zależność $S(u)$ dla poszczególnych modeli przedstawia rys. 5.7 (a-c).





Rys. 5.7. Zależność $S(u)$ quasistatycznego przebijania dla rozpatrywanych modeli materiału

Jak łatwo zauważyć w miarę zbliżania się wartości v_0 do zera (przebijanie powolne) wszystkie zależności $S(u)$ stają się coraz bardziej podobne do zależności dla modelu Hooke'a. Zaś dla $v_0 = 0$ wszystkie one są dokładnie równe $S(u) = c_1 u$. Istotne różnice występują natomiast dla dużych prędkości przebijania ($v_0 \gg 0$) co ma miejsce w przypadkach przestrzeliwania osłony przez pocisk (rys. 5.8)



Rys. 5.8. Porównanie zależności $S(u)$ dla modelu standardowego w przypadku małych (a) i dużych (b) wartości prędkości przebijania v_0

Zauważamy więc, że stosując model Hooke'a zarówno w przypadku (a) jak i przypadku (b) obserwuje się pozorny wzrost sztywności materiału (wzrost modułu Younga) wraz ze wzrostem prędkości przebijania co jak wiadomo ma miejsce w badaniach materiałowych. Tymczasem to nie moduł Younga się zmienia lecz przyczyna tkwi w nieuwzględnianiu stałej k_0 w związkach konstytutywnych materiału.

5.4. Model matematyczny przestrzeliwania

Równania opisujące ruch pocisku o masie m uzyskamy podstawiając $S_0 = -m\ddot{x}$ w równaniach (5.1), (5.2), (5.3). Uzyskamy wtedy układ równań różniczkowych następującej postaci:

$$m_0\ddot{x}_0 + c_z x_0 = -m\ddot{x} \quad (5.28)$$

$$hSgn\dot{\xi} + k\xi = -m\ddot{x} \quad dla \quad (-m\ddot{x}) > h \quad (5.29)$$

$$\dot{\xi} = 0 \quad dla \quad (-m\ddot{x}) \leq h \quad (5.30)$$

$$c_1 u + c_0(u - z) = -m\ddot{x} \quad (5.31)$$

$$k_0 \dot{z} = c_0(u - z) \quad (5.32)$$

Rugując z dwóch ostatnich równań zmienną z (która jest niemierzalna w układzie rzeczywistym) otrzymujemy kolejno:

$$(c_1 + c_0) \cdot u - c_0 z = -m\ddot{x}$$

$$z = \frac{1}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot u + m\ddot{x}]$$

$$\dot{z} = \frac{1}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} + m\ddot{x}]$$

$$\frac{k_0}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} + m\ddot{x}] = c_0 u - [(c_1 + c_0) \cdot u + m\ddot{x}]$$

a stąd jedno równanie postaci:

$$m\ddot{x} + c_1 u + \frac{k_0}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} + m\ddot{x}] = 0 \quad (5.33)$$

Jak łatwo jest zauważyć, siłę oddziaływania materiału osłony na pocisk opisuje w przypadku naszego modelu wyrażenie:

$$S = c_1 u + \frac{k_0}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} + m\ddot{x}] \quad (5.34)$$

Powyższe wyrażenie opisuje siłę S przy założeniu, że stała c_0 jest różna od zera. Natomiast dla $c_0 \rightarrow \infty$ mamy:

$$\lim_{c_0 \rightarrow \infty} S = c_1 u + k_0 \dot{u} = S_{k-v} \quad (5.35)$$

zaś dla $k_0 = 0$

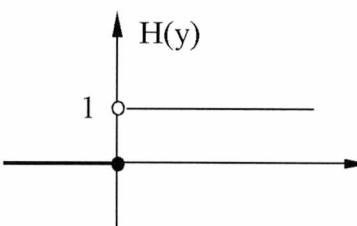
$$\lim_{k_0 \rightarrow 0} S = c_1 u = S_H \quad (5.36)$$

gdzie przez S_{k-v} oznaczono siłę oddziaływania dla modelu Kelvina-Voigta, a przez S_H – siłę oddziaływania dla modelu Hooke’a.

Równanie (5.33) zastępuje nam dwa równania o numerach (5.31) i (5.32). Natomiast biorąc pod uwagę równania (5.29) i (5.30) zauważamy, że jeśli siła oddziaływania S ($S = -m\ddot{x}$) przekroczy wartość h wówczas wyzwala się zmienna ξ , która opisuje trwałą deformację materiału. Równania te można również zapisać jednym równaniem postaci:

$$(h \cdot \text{Sgn} \dot{\xi} + k \dot{\xi}) = -m\ddot{x} \cdot H(-m\ddot{x} - h) \quad (5.37)$$

gdzie przez $H(y)$ oznaczono tzw. funkcję Heaviside’a postaci:

$$H(y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } y \leq 0 \\ 1 & \text{dla } y > 0 \end{cases}$$


W tym przypadku zmienna y przyjmuje postać:

$$y = -m\ddot{x} - h = S - h \quad (5.38)$$

co daje:

$$H(S) = \begin{cases} 0 & \text{dla } S \leq h \\ 1 & \text{dla } S > h \end{cases}$$

Równoważność równań (5.29) i (5.30) z równaniem (5.37) można prosto udowodnić.

Zauważamy, że dla $-m\ddot{x} \leq h$ jest $H = 0$ i równanie (5.37) przyjmuje postać:

$$h \text{Sgn} \dot{\xi} + k \dot{\xi} = 0 \quad (5.39)$$

Łatwo udowodnić, że jedyne możliwe rozwiązanie jest postaci:

$$\dot{\xi} = 0$$

albowiem stałe h, k są nieujemne^{*)}. Natomiast dla $-m\ddot{x} > h$ wartość $H = 1$ i równanie (5.37) przyjmuje postać równania (5.29).

Ostateczna matematyczna postać przyjętego modelu przyjmuje więc kształt następującego układu równań różniczkowych:

$$m_0 \ddot{x}_0 + c_z \dot{x}_0 = -m\ddot{x} \quad (5.40)$$

$$(h \text{Sgn} \dot{\xi} + k \dot{\xi}) + m\ddot{x} \cdot H(-m\ddot{x} - h) = 0 \quad (5.41)$$

$$m\ddot{x} + c_1 u + \frac{k_0}{c_0} [(c_1 + c_0) \cdot \dot{u} + m\ddot{x}] = 0 \quad (5.42)$$

przy czym cztery zmienne występujące w tych równaniach, to jest x_0 , ξ , u , x związane są zależnością:

$$x = x_0 + u + \xi \quad (5.43)$$

gdzie:

x_0 - przemieszczenie osłony względem ziemi,

u - deformacja odwracalna osłony,

ξ - deformacja nieodwracalna osłony,

x - zmienna opisująca ruch pocisku względem ziemi.

*) Dowód:

(a) Przyjmijmy $\dot{\xi} > 0$ wówczas $Sgn \dot{\xi} = 1$ i wtedy:

$$h \cdot 1 + k \dot{\xi} = 0 \quad \text{skąd} \quad \dot{\xi} = -\frac{h}{k} < 0$$

co przeczy założeniu.

(b) Przyjmujemy $\dot{\xi} < 0$ wówczas $Sgn \dot{\xi} = -1$ i wtedy:

$$h \cdot (-1) + k \dot{\xi} = 0 \quad \text{skąd} \quad \dot{\xi} = \frac{h}{k} > 0$$

co przeczy założeniu.

(c) Przyjmijmy $\dot{\xi} = 0$ wówczas $Sgn \dot{\xi} = 0$ i wtedy:

$$h \cdot 0 + k \cdot 0 = 0$$

nie przeczy założeniu i jest jedynym możliwym rozwiązaniem.

5.5. Analiza matematyczna modelu uproszczonego

Układ równań opisujących model dynamiczny procesu przestrzeliwania osłony jest złożony przy czym równanie (5.41) zawiera elementy nieliniowe. Stąd pełna analiza matematyczna takiego układu jest praktycznie niemożliwa do wykonania. Pozostają jednak do dyspozycji numeryczne metody symulacji komputerowej, których wyniki przedstawiono w dalszej części niniejszej pracy. W niniejszym podrozdziale przeprowadzono jednak analizę modelu uproszczonego. Uproszczenie to polega na pominięciu zjawiska rozproszenia energii podczas deformacji odwracalnych. Zaś dla deformacji nieodwracalnych założono, że siła oporu ruchu jest stała i nie zależy od prędkości $\dot{\xi}$. Dla $k = k_0 = 0$ równania modelu przyjmują uproszczoną następującą postać:

$$m_o \ddot{x}_0 + c_z x_0 = -m\ddot{x} \quad (5.44)$$

$$h \text{Sgn} \dot{\xi} = -m\ddot{x} \cdot H(-m\ddot{x} - h) \quad (5.45)$$

$$m\ddot{x} + c_1 u = 0 \quad (5.46)$$

gdzie: $x = x_0 + u + \xi$.

Rozpatrzmy następnie dwa przypadki:

- 1) – uderzenie słabe ($-m\ddot{x} < h$),
- 2) – uderzenie silne ($-m\ddot{x} \geq h$).

Przypadek 1

Dla ($-m\ddot{x} < h$) wartość $H = 0$ a stąd $\dot{\xi} = 0$. Wtedy (dla układu dziewiczego) jest $\xi(t) = 0$ więc $x = x_0 + u$. Równania różniczkowe ruchu dla tego przypadku przyjmują postać:

$$\begin{aligned} m_o \ddot{x}_0 + m\ddot{x} + c_z x_0 &= 0 \\ m\ddot{x} + c_1 (x - x_0) &= 0 \end{aligned} \quad (5.47)$$

Układ równań (5.47) można zapisać w postaci równania macierzowego, gdzie przyjmując:

$$M = \begin{bmatrix} m & m_0 \\ m & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & c_z \\ c_1 & -c_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} x \\ x_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

mamy:

$$M\ddot{\bar{q}} + C\bar{q} = \bar{0} \quad (5.48)$$

Równanie (5.48) opisuje drgania swobodne układu o 2 – ch stopniach swobody nie-tłumionych. Zmienna $x(t)$ opisuje drgania pocisku, zaś zmienna x_0 – drgania osłony. Równanie (5.48) opisuje ruch pocisku do momentu oderwania się jego (tj. chwili odbicia) od osłony. Ponieważ nie uwzględniono tłumienia po odbiciu się pocisku osłona będzie drgała do nieskończoności wg równania:

$$m_o\ddot{x}_0 + c_z x_0 = 0$$

z częstotścią $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_z}{m_o}}$. Jak widać uproszczenie analizowanego modelu jest znaczne albowiem w rzeczywistości drgania po uderzeniu, jakkolwiek występują to jednak zwykle szybko zanikają o czym świadczą liczne testy eksperymentalne wykonane między innymi przez autora niniejszej pracy (rys. 5.1).

Przypadek 2

W przypadku drugim zauważamy na wstępie, że jeśli pomija się stałą tłumienia wi-skotycznego k , wówczas nie może zajść $-m\ddot{x} > h$. Możliwa jest wtedy jedynie równość:

$$-m\ddot{x} = h \quad (5.49)$$

co zachodzi dla każdego $\xi > 0$. Załóżmy najpierw sztywne zamocowanie osłony co odpowiada przyjęciu $c_z = \infty$. Na podstawie równania (5.44) mamy wówczas:

$$\frac{m_o}{c_z} \ddot{x}_0 + x_0 = -\frac{m}{c_z} \ddot{x} \quad (5.50)$$

Jeśli $c_z \rightarrow \infty$ to w tym przypadku $x_0(t) = 0$ a stąd:

$$x = u + \xi \quad (5.51)$$

Rozwiązaniem równania (5.49) jest funkcja

$$x(t) = -\frac{h}{2m} t^2 + v_e t + x(0) \quad (5.52)$$

z której stałe v_e , $x(0)$ oznaczają:

v_e - prędkość początkową,

$x(0)$ - ugięcie początkowe,

$t = 0$ - chwila początkowa odpowiadająca przyjęciu przez przyspieszenie wartości

$$\ddot{x} = -\frac{h}{m}.$$

Ugięcie początkowe $x(0)$ uzyskamy z równania (5.46) przyjmując, że dla $t \geq 0$ jest $m\ddot{x} = -h$. Wówczas z równania tego otrzymujemy:

$$u = -\frac{m\ddot{x}}{c_1} = \frac{h}{c_1} \quad (5.53)$$

Z powyższego wynika, że jeśli $\xi > 0$ to deformacja odwracalna u modelu osiąga stałą graniczną wartość równą:

$$u(t \geq 0) = u_{gr} = \frac{h}{c_1} \quad (5.54)$$

podstawiając powyższy wynik do związku (5.50) mamy:

$$x = \frac{h}{c_1} + \xi \quad (5.55)$$

a stąd:

$$x(0) = \frac{h}{c_1} + \xi(0) \quad (5.56)$$

Jeśli założymy, że analizowany układ nie był wcześniej obciążany powyżej granicy plastyczności wówczas $\xi(0) = 0$ i

$$x(0) = \frac{h}{c_1} \quad (5.57)$$

co daje

$$x(t) = -\frac{h}{2m}t^2 + v_e t + \frac{h}{c_1} = u + \xi \quad (5.58)$$

Z powyższego równania otrzymujemy rozwiązanie na $\xi(t)$ w postaci:

$$\xi(t) = -\frac{h}{2m}t^2 + v_e t \quad (5.59)$$

Różniczkując funkcję (5.59) po czasie otrzymujemy prędkość deformacji plastycznej w postaci:

$$\dot{\xi}(t) = -\frac{h}{m}t + v_e \quad (5.60)$$

Ponieważ $u(t) = \text{const} = u_{gr}$ więc:

$$\dot{x}(t) = \dot{\xi}(t) = -\frac{h}{m}t + v_e \quad (5.61)$$

Rozwiązania (5.59), (5.60), (5.61) są spełnione jednak dla $\dot{\xi} > 0$ co ma miejsce dla czasu t spełniającego nierówność:

$$-\frac{h}{m}t + v_e > 0$$

czyli dla

$$t < \frac{mv_e}{h} = t_{gr} \quad (5.62)$$

gdzie stała t_{gr} określa czas przebijania materiału liczonego od osiągnięcia granicy plastyczności. Ażeby czas graniczny t_{gr} oraz uszkodzenie nieodwracalne $\xi(t_{gr})$ wyliczyć, konieczne jest określenie jeszcze stałej v_e . Stałą tą uzyskamy analizując ruch pocisku dla $t < 0$. Wprowadźmy dla wygody nową zmienną czasową:

$$\tau = \tau_h + t \quad (5.63)$$

gdzie τ_h oznacza odstęp czasu między chwilą uderzenia a chwilą osiągnięcia przez przyspieszenie wartości $\ddot{x} = -\frac{h}{m}$. Dla τ od $\tau = 0$ do $\tau = \tau_h$ jest $-m\ddot{x} < h$ oraz $\dot{\xi} = 0$ co daje $\xi = \xi_0 = 0$ a stąd $x = u$. Równanie (5.46) przyjmuje wtedy postać:

$$m\ddot{x} + c_1 x = 0 \quad (5.64)$$

o warunkach początkowych $x(\tau = 0) = 0$, $\dot{x}(\tau = 0) = v_0$, gdzie v_0 jest prędkością uderzenia. Rozwiązanie tego równania jest jak wiadomo postaci:

$$x(\tau) = A \sin(\omega_0 \tau + \alpha), \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_1}{m}} \quad (5.65)$$

gdzie stałe A , α muszą być równe:

$$\alpha = 0, \quad A = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1}} \quad (5.66)$$

ażeby warunki początkowe były spełnione. Uwzględniając stałe (5.66) otrzymujemy wzór na przyspieszenie $\ddot{x}(\tau)$ w postaci:

$$\ddot{x}(\tau) = -v_0 \sqrt{\frac{c_1}{m}} \sin(\omega_0 \cdot \tau) \quad (5.67)$$

Przesunięcie czasowe τ_h wyliczamy z warunku:

$$\ddot{x}(\tau_h) = -\frac{h}{m} \quad (5.68)$$

Mamy więc:

$$\dot{x}(\tau_h) = -v_0 \sqrt{\frac{c_1}{m}} \cdot \sin(\omega_0 \tau_h) = -\frac{h}{m} \quad (5.69)$$

a stąd:

$$\sin(\omega_0 \tau_h) = \frac{h}{mv_0} \sqrt{\frac{m}{c_1}} = \frac{h}{v_0 \sqrt{mc_1}} \quad (5.70)$$

Podstawiając wyniki (5.70) do wzoru na prędkość mamy:

$$\begin{aligned} \dot{x}(\tau_h) &= A \omega_0 \cos(\omega_0 \tau_h) = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_1}{m}} \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\omega_0 \tau_h)} = \\ &= v_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{h^2}{v_0^2 mc_1}} = \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{mc_1}} \end{aligned} \quad (5.71)$$

a stąd:

$$v_e = \dot{x}(\tau_h) = \dot{x}(t=0) = \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{mc_1}} \quad (5.72)$$

Podstawiając wynik (5.72) do wzoru (5.62) otrzymujemy:

$$t_{gr} = \frac{m}{h} \cdot \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{mc_1}} \quad (5.73)$$

Z powyższego wzoru wynika, że czas przebijania będzie większy od zera jeśli:

$$v_0^2 > \frac{h^2}{mc_1} \quad (5.74)$$

co z uwagi, że $v_0, h, m, c_1 > 0$ zajdzie gdy prędkość uderzenia będzie większa od stałej $\frac{h}{\sqrt{mc_1}}$. Deformacja trwała będzie wówczas równa:

$$\xi(t_{gr}) = -\frac{h}{2m} t_{gr}^2 + v_e t_{gr} = \frac{mv_0^2}{2h} - \frac{h}{2c_1} = \xi_{gr} \quad (5.75)$$

Z powyższego wzoru wynika ważny wniosek praktyczny. Można stwierdzić, że im większa jest sztywność materiału (większe c_1) tym dłuższa jest droga hamowania pocisku $\xi(t_{gr})$. Dla $c_1 = \infty$ droga hamowania jest największa i wynosi:

$$\xi_{gr}(c_1 = \infty) = \lim_{c_1 \rightarrow \infty} \left[\frac{mv_0^2}{2h} - \frac{h}{2c_1} \right] = \frac{mv_0^2}{2h} \quad (5.76)$$

Natomiast dla c_1 dążącego do zera, drugi (ujemny) człon wyrażenia (5.76) staje się coraz większy, zaś ξ_{gr} maleje. Dla wartości:

$$c_1 = \frac{h^2}{mv_0^2} \quad (5.77)$$

odkształcenie trwałe materiału będzie równe zeru.

Reasumując materiał bardziej podatny (z niższym modułem sprężystości) lepiej nadaje się na osłony balistyczne niż materiał sztywny.

Ponadto można jeszcze zauważyć, że identyczne rezultaty uzyskamy dla $m_0 = \infty$ i dowolnej (skończonej) wartości c_z . Wynika to z równania (5.50). Po przyjęciu $m_0 = \infty$ mamy bowiem:

$$\lim_{m_0 \rightarrow \infty} \left[\ddot{x}_0 + \frac{c_z}{m_0} x_0 = -\frac{m}{m_0} \ddot{x} \right] = [\ddot{x}_0 = 0] \quad (5.78)$$

a stąd (dla zerowych warunków początkowych na $x_0(0)$, $\dot{x}_0(0)$) jest $x_0(t) = 0$ czyli również zachodzi związek (5.51).

Rozpatrzmy jeszcze przypadek gdy c_z ma wartość skończoną, zaś masa m_0 osłony jest pomijalnie mała. Przypadek ten wydaje się być istotny dla lekkich osłon balistycznych. Równania opisujące ten przypadek są następującej postaci:

$$c_z x_0 = -m\ddot{x} \quad (5.79)$$

$$h \text{Sgn} \dot{\xi} = -m\ddot{x} \cdot H(-m\ddot{x} - h) \quad (5.80)$$

$$m\ddot{x} + c_1 u = 0 \quad (5.81)$$

$$x = x_0 + u + \xi \quad (5.82)$$

Przy silnym uderzeniu jest $H = 1$ oraz (na podstawie równania (5.80)) $\dot{\xi} > 0$ a stąd:

$$\ddot{x} = -\frac{h}{m}, \quad \dot{x} = -\frac{h}{m}t + v_e, \quad x = -\frac{h}{2m}t^2 + v_e t + x(0) \quad (5.83)$$

Natomiast na podstawie równania (5.81) mamy:

$$c_1 u = -m\ddot{x} = h, \quad u = \frac{h}{c_1} = \text{const} = u_{gr} \quad (5.84)$$

Podobnie z równania (5.79) jest:

$$c_z x_0 = h, \quad x_0 = \frac{h}{c_z} = \text{const} = x_{0_{gr}} \quad (5.85)$$

Na podstawie związku (5.82) możemy napisać:

$$x(t) = x_0(t) + u(t) + \xi(t) \quad (5.86)$$

co po uwzględnieniu wyników (5.84) i (5.85) daje:

$$x(t) = \frac{h}{c_z} + \frac{h}{c_1} + \xi(t) = -\frac{h}{2m}t^2 + v_e t + x(0) \quad (5.87)$$

Różniczkując związek (5.87) otrzymujemy:

$$\dot{x}(t) = \dot{\xi}(t) = -\frac{h}{m}t + v_e \quad (5.88)$$

Stała v_e oznacza prędkość odkształcenia trwałego (jednocześnie prędkość pocisku) w chwili $t = 0$, oznaczającej chwilę, w której przyspieszenie $\ddot{x}$ osiąga wartość $-\frac{h}{m}$.

Wprowadzając podobnie jak poprzednio czas $\tau \in (0, \tau_h)$ związany z czasem t w sposób opisany wzorem (5.63) mamy układ równań następującej postaci:

$$c_z x_0 = -m\ddot{x} \quad (5.89)$$

$$m\ddot{x} + c_1 u = 0 \quad (5.90)$$

$$x = x_0 + u \quad (5.91)$$

który jest ważny dla $0 \leq \tau \leq \tau_h$.

Rugując w powyższym układzie zmienną x_0 oraz zmienną u kolejno mamy:

$$x_0 = \frac{c_1}{c_z} u, \quad x = \left(1 + \frac{c_1}{c_z}\right) u \quad (5.92)$$

co daje jedno równanie postaci:

$$m\ddot{x} + \tilde{c}x = 0 \quad (5.93)$$

gdzie $\tilde{c}$ jest zastępczą sztywnością równą:

$$\tilde{c} = \frac{c_1 c_z}{c_1 + c_z} \quad (5.94)$$

Rozwiązaniem równania (5.93) jest funkcja:

$$x(\tau) = A \sin(\omega_0 \tau + \alpha), \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\tilde{c}}{m}} \quad (5.95)$$

Stałe A , α wyznaczamy z warunków początkowych: $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ co daje:

$$x(\tau) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 \tau) \quad (5.96)$$

Dla $\tau = \tau_h$ wartość przyspieszenia $\ddot{x}$ jest równa $-\frac{h}{m}$ czyli:

$$\ddot{x}(\tau_h) = -v_0 \omega_0 \sin(\omega_0 \tau_h) = -\frac{h}{m} \quad (5.97)$$

skąd mamy:

$$\sin(\omega_0 \tau_h) = \frac{h}{mv_0 \omega_0} \quad (5.98)$$

Obliczając prędkość $\dot{x}$ dla czasu $\tau = \tau_h$ mamy:

$$\begin{aligned} \dot{x}(\tau_h) &= v_0 \cdot \cos(\omega_0 \tau_h) = v_0 \sqrt{1 - \sin^2(\omega_0 \tau_h)} = v_0 \sqrt{1 - \frac{h^2}{m^2 v_0^2 \omega_0^2}} \\ &= \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{m \tilde{c}}} = \dot{x}(t=0) = v_e \end{aligned} \quad (5.99)$$

Podstawiając wyliczoną stałą v_e do funkcji (5.88) otrzymujemy funkcję deformacji plastycznej w postaci:

$$\xi(t) = -\frac{h}{2m} t^2 + \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{m \tilde{c}}} \cdot t \quad (5.100)$$

spełnionej dla $t \in (0, t_{gr})$. Czas graniczny t_{gr} wyznaczymy z zależności (5.88) czyli z równania:

$$\dot{\xi}(t_{gr}) = -\frac{h}{m} t_{gr} + v_e = 0 \quad (5.101)$$

którego rozwiązanie jest postaci:

$$t_{gr} = \frac{m}{h} v_e = \frac{m}{h} \sqrt{v_0^2 - \frac{h^2}{m \tilde{c}}} \quad (5.102)$$

Całkowita deformacja trwała osłony będzie równa:

$$\xi_{gr} = \xi(t_{gr}) = -\frac{h}{2m} \cdot \frac{m^2}{h^2} v_e^2 + v_e \frac{m}{h} v_e = \frac{1}{2} \frac{m}{h} v_e^2 = \frac{1}{2} \frac{m v_0^2}{h} - \frac{1}{2} \frac{h}{\tilde{c}} \quad (5.103)$$

Zauważamy, że wyrażenia (5.103) i (5.75) są identyczne. Różnica polega jedynie na innej wartości stałej c . W przypadku osłony sztywno zamocowanej c oznacza sztywność materiału. W przypadku osłony zamocowanej sprężystością stała c oznacza sztyw-

ność zastępczą liczoną w znany sposób. Ze wzoru (5.94) wynika, że jeśli c_z maleje do zera wówczas maleje również stała $\tilde{c}$ co pociąga za sobą (wzór (5.103)) spadek wartości deformacji trwałej ξ_{gr} .

5.6. Identyfikacja parametryczna modelu zdegenerowanego osłony balistycznej

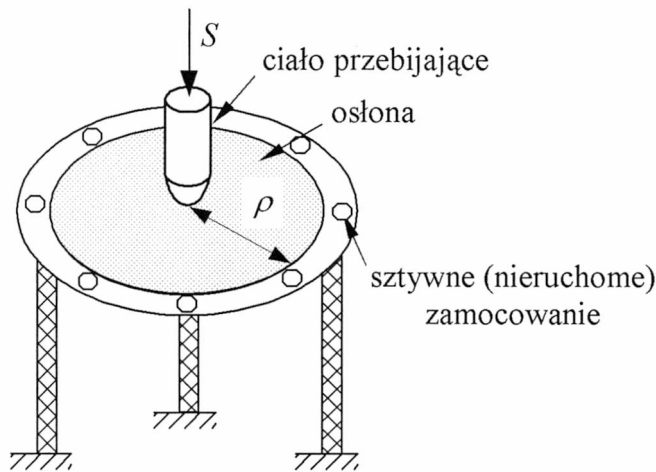
Wykonanie badań symulacyjnych zachowania pocisku w danej osłonie balistycznej jest możliwe tylko wtedy, gdy wszystkie parametry mają określone wartości liczbowe. Prowadzi to do konieczności opracowania metody identyfikacji parametrycznej, której celem jest wyznaczenie wszystkich występujących w modelu stałych. Jak wiadomo w przypadku przyjętego modelu zdegenerowanego, stałymi tymi są:

- a) stałe określające zachowanie się materiału osłony balistycznej w warunkach deformacji odwracalnych – stałe c_1 , c_0 , k_0 ,
- b) stałe określające zachowanie się materiału osłony balistycznej w warunkach deformacji nieodwracalnych – stałe h , k ,
- c) stała określająca sztywność zamocowania osłony c_z (zazwyczaj dana i nie wymaga na ogół wyznaczania w procesie identyfikacji).

Spotykane w literaturze metody badań własności materiałów wywodzą się z powszechnie przyjmowanego ciągłego modelu, w którym dominują określone relacje między tensorem odkształcenia a tensorem naprężenia. Relacje te (tzw. związki konstytutywne) bazują tradycyjnie na modelu Hooke'a. Rozszerzenie tych związków na bardziej złożone modele jest w przypadku modelu ciągłego znacznie skomplikowane, zaś uzyskane rezultaty są trudne do praktycznego stosowania. Dlatego w niniejszej pracy proponuje się alternatywne rozwiązanie, w którym to badania materiałowe prowadziło by się nie w relacji naprężenie – odkształcenie lecz w relacji siła - deformacja przy czym zarówno siła jak i deformacja mają określony (stały) kierunek (np. prostopadły do powierzchni osłony). Skupiając się na badaniach materiałowych w procesie przebicia materiałów proponuje się stanowisko pomiarowe (rys. 5.9), spełniające następujące założenia:

- a) zamocowanie idealnie sztywne osłony,

- b) kształt osłony kolisty o znormalizowanym promieniu ρ ,
- c) ciało przebijające (pocisk) idealnie sztywne (nieodkształcalne) o znormalizowanym kształcie posiadające przynajmniej jedną oś symetrii,
- d) możliwość ustalenia stałej prędkości v_0 procesu przebijania,
- e) możliwość pomiaru siły S przebijania w dowolnej chwili czasu t oraz możliwość wyznaczenia jej pochodnych $\dot{S}, \ddot{S}$,
- f) możliwość pomiaru deformacji osłony traktowanej jako przebyta droga x ciała przebijającego po czasie $t = 0$ zetknięcia się osłony z ciałem przebijającym,
- g) możliwość pomiaru bądź wyznaczenia prędkości i przyspieszenia deformacji w dowolnej chwili czasu t .



Rys. 5.9. Idea stanowiska do badań identyfikacyjnych

Przytaczając wyniki uzyskane z analizy przedstawionej w punktach 5.2 i 5.3 można zauważyć, że:

- a) dla stałej siły S_0 przebijania mniejszej od stałej h deformację x opisuje funkcja postaci:

$$x(t) = u(t) = \frac{S_0}{c_1} \left(1 - e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \right) \quad (5.104)$$

- b) dla stałej siły S_0 przebijania większej od stałej h deformacji x opisuje funkcja postaci:

$$x(t) = u(t) + \xi(t) = \frac{S_0}{c_1} \left(1 - e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \right) + \frac{S_0 - h}{k} \cdot t \quad (5.105)$$

- c) dla zmiennej siły S sterowanej tak aby prędkość deformacji była stała i równa określonej wartości v_0 związek siła – deformacja określa funkcja postaci:

$$S(x) = S(u) = k_0 v_0 + c_1 x - k_0 v_0 e^{-\frac{c_0}{k_0 v_0} x} \quad (5.106)$$

przy czym związek ten jest spełniony dla $S \leq h$. Zauważamy, że w związkach (5.104) i (5.105) nie występują stałe c_0 , k_0 a jedynie stała k_z równa:

$$k_z = k_0 \cdot \frac{c_1 + c_0}{c_0} \quad (5.107)$$

Znajomość tłumienia zastępczego k_z (które jest możliwe do wyznaczenia na podstawie próby ze stałą siłą S_0) nie daje możliwości oszacowania stałych k_0 , c_0 . Możliwość taką daje jedynie próba quasistatycznego przebijania wykonana ze stałą prędkością v_0 .

Różniczkując funkcję (5.106) mamy:

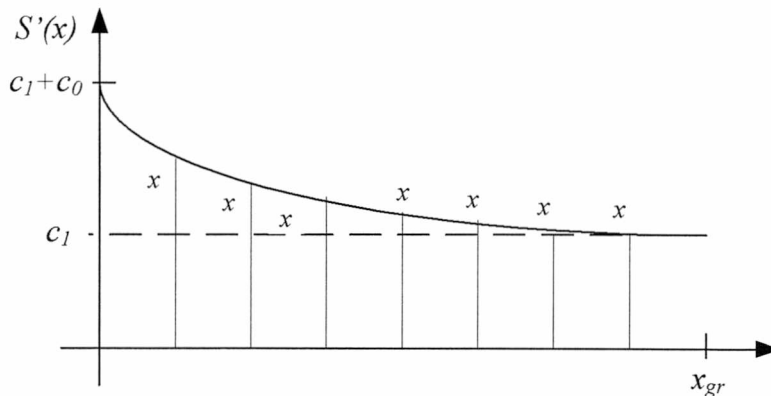
$$S'(x) = c_1 + c_0 e^{-\frac{c_0}{k_0 v_0} x}$$

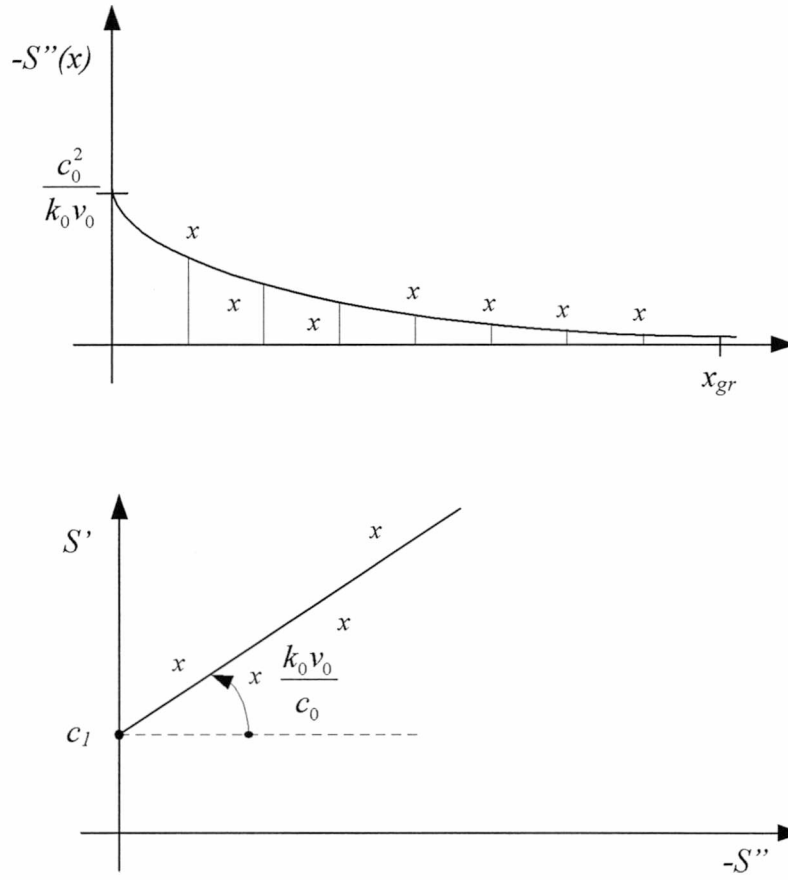
$$S''(x) = -\frac{c_0^2}{k_0 v_0} \cdot e^{-\frac{c_0}{k_0 v_0} x} \rightarrow e^{-\frac{c_0}{k_0 v_0} x} = -\frac{S'' k_0 v_0}{c_0^2}$$

a stąd rugując zmienną x otrzymujemy:

$$S' = c_1 + \frac{k_0 v_0}{c_0} (-S'') \quad (5.108)$$

Stałe c_1 , $\frac{k_0 v_0}{c_0}$ można wyznaczyć jeśli dana będzie z pomiarów eksperymentalnych zależność $S'(-S'')$. Zależność tę można otrzymać na podstawie wykresów uzyskanych doświadczalnie relacji $\hat{S}'(x)$ oraz $\hat{S}''(x)$ (rys. 5.10) zdjętych w zakresie deformacji odwracalnych.





Rys. 5.10. Wyznaczanie zależności $S'(S'')$ w próbie quasistatycznej umożliwia oszacowanie stałych $c_1, \frac{k_0}{c_0}$

Stosując metodę analizy regresyjnej [32, 46] można wyznaczyć estymaty stałych modelu liniowego postaci (5.108) zależności eksperymentalnej $\hat{S}'(\hat{S}'')$. Znając stałą c_1 oraz stałą $\alpha_0 = \frac{k_0 v_0}{c_0}$ możemy zależność (5.106) zapisać w postaci:

$$\frac{S(x) - c_1 x}{v_0} = k_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha_0} x} \right) \quad (5.109)$$

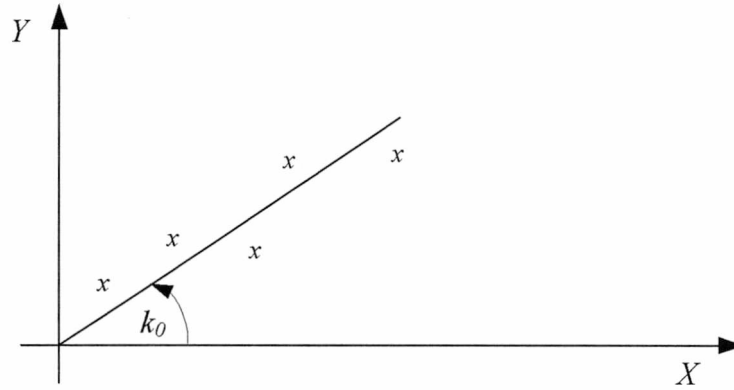
Wprowadzając oznaczenia Y, X w postaci następującej:

$$Y = \frac{S(x) - c_1 x}{v_0}, \quad X = \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha_0} x} \right) \quad (5.110)$$

zależność (5.109) można zapisać w postaci:

$$Y = k_0 X \quad (5.111)$$

Stosując wielokrotnie quasistatyczne próby przebijania z różnymi prędkościami v_0 można oszacować stałą k_0 tłumienia materiału w zakresie deformacji odwracalnych (rys. 5.11).



Rys. 5.11. Szacowanie stałej k_0 na podstawie zależności $Y(X)$ uzyskanej w próbie quasistatycznego przebijania

W ten sposób znając wartości k_0 , α_0 możemy wyznaczyć także wartość c_0 ze wzoru:

$$c_0 = \frac{k_0 v_0}{\alpha_0} \quad (5.112)$$

Tak więc wyniki uzyskane w drodze quasistatycznej próby przebijania w zakresie deformacji odwracalnych umożliwiają pełną identyfikację parametrów odpowiadających za przebieg tej deformacji, to jest parametrów: c_1 , c_0 , k_0 .

Pozostałe dwa parametry k , h są odpowiedzialne za zachowanie się materiału w warunkach deformacji trwałych. Można je także wyznaczyć ale na podstawie badań statycznych obciążając materiał osłony stałymi siłami S_0 większymi od stałej h i dokonując przy tym pomiaru prędkości i przyspieszeń deformacji. Zauważamy, że różniczkując funkcję (5.105) otrzyma się prędkość w postaci:

$$v = \dot{x} = \frac{S_0}{k_z} e^{-\frac{c_1}{k_z} t} + \frac{S_0 - h}{k} \quad (5.113)$$

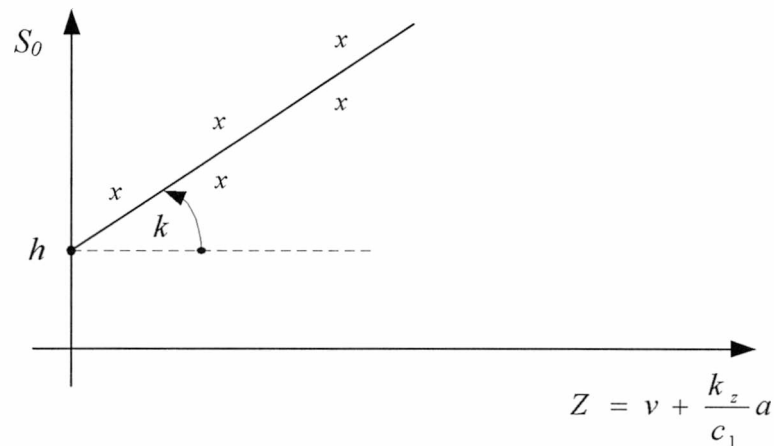
zaś przyspieszenie przyjmie kształt:

$$a = \dot{v} = -\frac{S_0 c_1}{k_z} \cdot e^{-\frac{c_1}{k_z} t} \quad (5.114)$$

Rugując z obydwu równań parametr t otrzymamy zależność postaci:

$$S_0 = h + k \left(v + \frac{k_z}{c_1} a \right) \quad (5.115)$$

Stosując metodę analizy regresyjnej można wyznaczyć wartości stałych h i k na podstawie zależności zmiennej $Z = v + \frac{k_z}{c_1} a$ w funkcji różnych wartości S_{0i} ($i = 1, 2, \dots, n$) (rys. 5.12). Należy wcześniej jednak wyliczyć zgodnie ze wzorem (5.107) wartość tłumienia zastępczego k_z .



Rys. 5.12. Zależność $S_0(Z)$ umożliwia wyznaczenie stałych h , k modelu

Podsumowując należy dodać, że wartości stałych k_0 , c_0 , c_1 można określić także stosując metodę dynamicznej identyfikacji opartej na równaniach bilansu energii i mocy a opisane w pracach [30, 46, 69]. W tym przypadku jednak należy zmodyfikować stanowisko badawcze poprzez przymocowanie masy skupionej w punkcie środkowym osłony (w punkcie, w którym przykładana jest siła przebijająca). Procedura identyfikacyjna sprowadza się wtedy do analizy drgań tej masy przy dowolnym cyklicznym wymuszeniu dynamicznym w zakresie nie doprowadzającym jeszcze do deformacji trwałej materiału osłony.

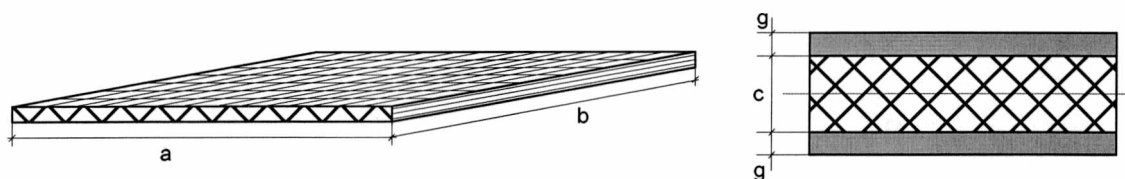
6. BADANIA DOŚWIADCZALNE OSŁON BALISTYCZNYCH

Literatura w zakresie badań doświadczalnych przebicia osłon balistycznych stanowi wąski zakres informacji. Nie ma jednoznacznych wskazań jak powinno się przeprowadzać takie eksperymenty. Dla przykładu w pracach [8, 58, 64, 70] eksperymenty inicjujące proces przebijania były dostosowywane do oczekiwań wykonującego to doświadczenie i odbywało się ono w warunkach laboratoryjnych. W zastosowaniach wojskowych i policyjnych sposób testowania osłon balistycznych jest ściśle określony a ponadto każdy atest posiada umowny poziom ochrony. Zagadnienia te szczegółowo podają normy i procedury zawarte w opracowaniach [35, 59, 60, 61, 62, 81]. Prezentowany w niniejszej pracy sposób przeprowadzonych badań eksperymentalnych stanowi własne rozwiązanie, w którym identyfikację prowadzono w trzech następujących etapach:

- etap I – badania charakterystyk wytrzymałościowych osłon metodami tradycyjnymi oraz wyznaczanie parametrów opracowanego modelu, opisanego w rozdziale 5,
- etap II – badania skuteczności osłon balistycznych za pomocą czujników przyspieszeń i metody eksperymentu akustycznego (EA),
- etap III – badania charakterystyk dynamicznych osłon za pomocą szybkich kamer, metodą elekronowo - optyczną.

Weryfikacji i analizie poddano osłonę balistyczną o kształtach geometrycznych przedstawionych na rys. 6.1. i parametrach zamieszczonych w tabeli 6.1, w której zastosowano następującą kombinację materiałową:

- okładziny aluminiowe (blacha aluminiowa A1(1054)Z4 o utwardzeniu H24),
- rdzeń aramidowy (laminat balistyczny LIM 1).



Rys. 6.1. Schemat badanej osłony

Tabela 6.1

Charakterystyki elementów osłony balistycznej

L.p.	a	b	g	c	ρ
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[kg/m ³]
1	300	200	1,0	0,6	2378
2	300	200	1,0	1,2	2145
3	300	200	1,0	1,8	1986
4	300	200	1,0	2,4	1871
5	300	200	1,0	3,0	1783
6	300	200	1,0	3,6	1714
7	300	200	1,0	4,2	1658
8	300	200	1,0	4,8	1612
9	300	200	-	4,8	1135

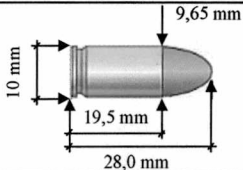
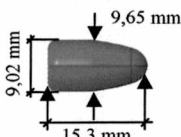
^{a)} a, b, c, g – wymiary próbek

ρ – gęstość badanych próbek (zauważalny spadek gęstości w próbkach o grubszym rdzeniu wynika z faktu, że udział procentowy laminatu wzrasta w stosunku do aluminium. Jak wiadomo laminat ma dużo mniejszą gęstość niż aluminium, dlatego próbki z grubszym rdzeniem mają mniejszą gęstość)

Wielkości próbek zostały ustalone na podstawie pracy [60], a odległość strzału tj. odległość osłony balistycznej od wylotu pocisku z lufy wystrzeliwanej broni ustalono według pracy [61, 62] (odległość ta wynosiła 3 m). Eksperyment został przeprowadzony w warunkach rzeczywistych, w którym użyto naboju produkcji polskiej z tej samej partii o właściwościach podanych w tabeli 6.2.

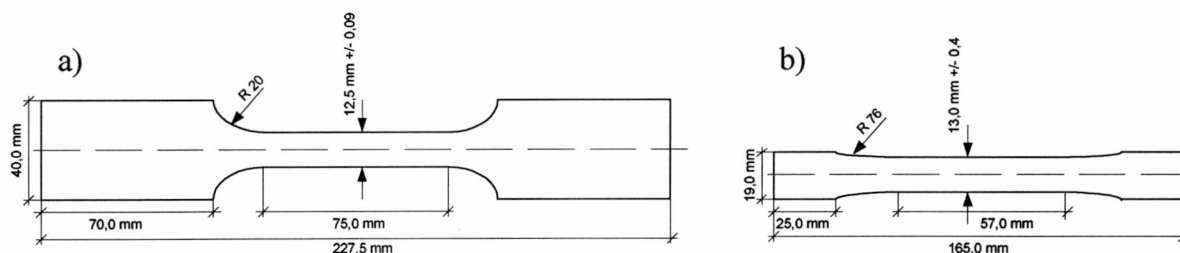
Tabela 6.2

Podstawowe parametry amunicji użytej w eksperymencie

L.p.	Wyszczególnienie	Dane
1	rodzaj amunicji	9 mm x 19 nabój Parabellum
2	masa naboju	0,012 kg
3	masa pocisku	0,008 kg
4	rodzaj pocisku	pełnopłaszczowy (FMJ)
5	prędkość początkowa pocisku wg instrukcji	356 m/s
6	średnia prędkość zmierzona	356,3 m/s
7	energia wylotowa pocisku wg instrukcji	518 J
8	wymiary naboju	
9	wymiary pocisku	

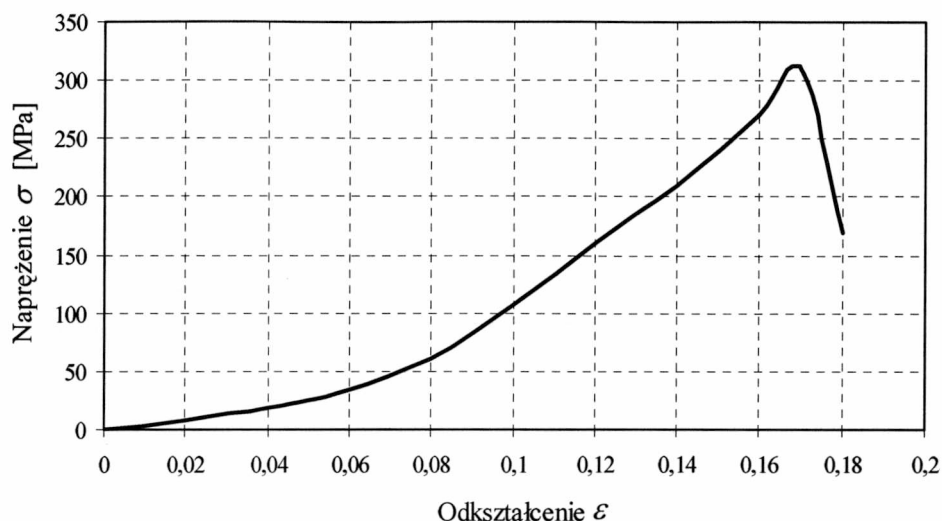
6.1. Badanie charakterystyk wytrzymałościowych osłon metodami tradycyjnymi

Badania tradycyjne własności wytrzymałościowych osłon polegają na określeniu stałych materiałowych uzyskanych zwykle z próby statycznego rozciągania. Przedmiotem badań był laminat balistyczny LIM 1 wyprodukowany przez polską firmę MIKANIT oraz blacha aluminiowa A1(1054)Z4 o utwardzeniu H24 wraz z atestem PN EN 10204+A1/3.1B. Laminat LIM 1 to kombinacja materiałowa ośmiu warstw tkaniny aramidowej z klejem elastomerowym, otrzymywanym w określonym procesie technologicznym. Badania charakterystyk wytrzymałościowych laminatu i blachy aluminiowej wykonano według metodyki zalecanej w pracach [36, 37, 38, 48] na maszynie wytrzymałościowej MTS 810 o zakresie siły ± 100 kN. Próbkę do badań zostały przygotowane według kształtu przedstawionym na rys. 6.2. Próbkę z laminatu wycięto strugą wodną, celem uzyskania jak najdokładniejszego kształtu (inne techniki cięcia powodowały wyciąganie włókien) a próbki aluminiowe były wycięte z blachy wzdłuż jej walcowania.



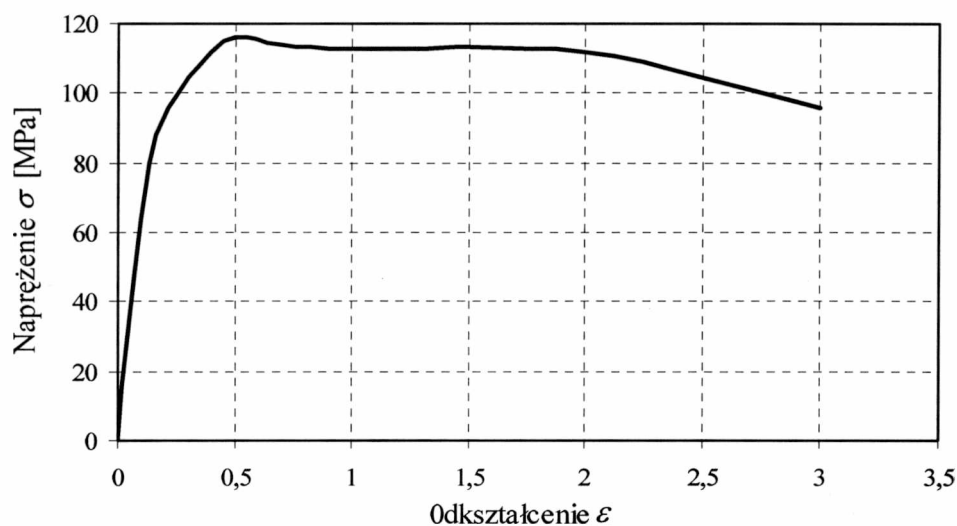
Rys. 6.2. Kształt próbek użytych w badaniach wytrzymałościowych
a) dla metali, b) dla materiałów kompozytowych

Wyniki badań wytrzymałościowych na rozciąganie przedstawiono na rys. 6.3 i 6.4 odpowiednio dla laminatu LIM 1 i blachy aluminiowej. Są to uśrednione wyniki z kilku prób. Z przebiegu krzywej $\sigma - \varepsilon$ dla laminatu wynika, że stosunkowo wolny wzrost naprężenia w funkcji odkształcenia występuje w początkowej fazie rozciągania. Ze względu na naturę splotu obciążenie przejmowane jest głównie przez gumową osnowę. W dalszej części wykresu zauważa się szybki wzrost krzywej odkształcenia, z której wynika wzrost roli włókien tkaniny aż do odkształcenia plastycznego i w efekcie do ich zerwania.



Rys. 6.3. Krzywa rozciągania dla próbki laminatu LIM 1

Charakterystyka wytrzymałościowa próbek aluminiowych potwierdziła zgodność z atestem, uzyskane wyniki mieściły się w granicy błędu. Rozrzut ten nie przekroczył 2,5 %. W pracy [29] została ujęta kompleksowa charakterystyka aluminium w testach zmęczeniowego pęknięcia.



Rys. 6.4. Krzywa rozciągania dla próbki aluminium

Z prób statycznych na rozciąganie wyznaczono średnie wartości maksymalnej wytrzymałości na rozciąganie, umowną granicę plastyczności oraz wydłużenie w chwili zerwania. Wyniki zostały zestawione w tabeli 6.3. Dodatkowo podano również moduł Younga, określonego z metodyką [49]. Szczególnej uwadze poddano laminat balistyczny LIM 1, w którym określono szereg dodatkowych parametrów. Parametry te

zestawiono z parametrami pojedynczej tkaniny aramidowej w tabeli 6.4, z której wykonany jest laminat. Tkanina ta scharakteryzowana jest w pracy [33].

Tabela 6.3

Charakterystyki wytrzymałościowe badanych materiałów

Wyszczególnienie	Moduł Younga	Wytrzymałość na rozciąganie R_m	Granica plastyczności R_e	Wydłużenie w chwili zerwania
	[GPa]	[MPa]	[MPa]	[%]
LIM 1	7,5	319	319	18
Aluminium	72,5	116,5	113,5	11

Tabela 6.4

Charakterystyka laminatu i tkaniny

Wyszczególnienie	Laminat LIM 1	Tkanina pojedyncza (aramidowa)	Charakterystyka matrycy
Grubość [mm]	4,8	0,6	0,2
Gęstość powierzchniowa [kg/m ²]	5,2	0,46	0,02
Gęstość [g/cm ³]	1,135	0,766 (66 nici/10cm)	-
Rodzaj kleju	-	-	Neopren WRT
Wagowy udział włókien [%]	70,8	-	-
Wytrzymałość na rozciąganie [MPa]	309,3	466,7 ¹	-
Moduł Younga [MPa]	7458	7500	-
Odkształcenie przy max obciążeniu [mm]	10,24	11	-
Napężenie przy max obciążeniu [MPa]	303,4	500	-
Wytrzymałość na rozdzielanie ¹ [kN]	0,0893	-	-
Wytrzymałość na ścinanie ² [kN]	1,42	-	-

¹ próbka posiadała szerokość 50 mm,

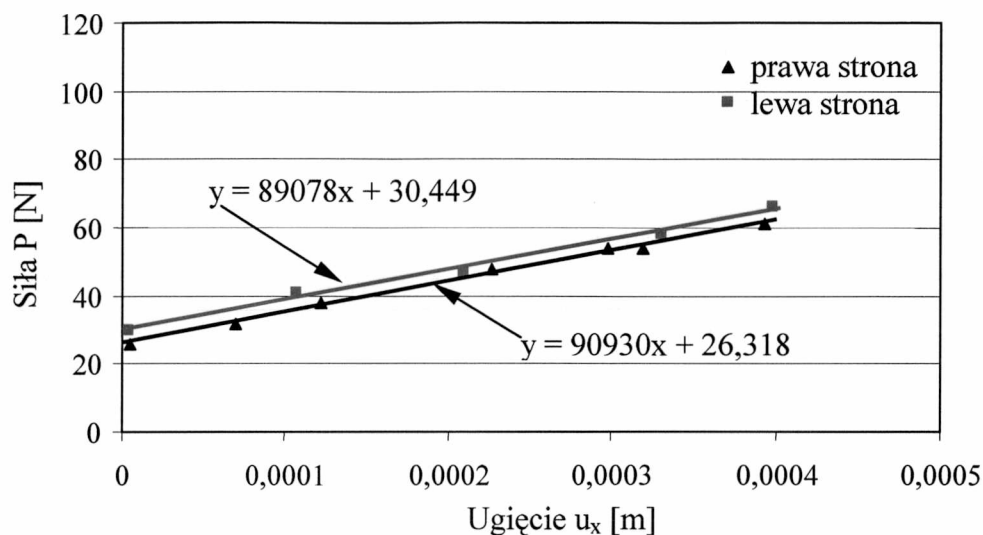
² próbka o pow. 25 x 25 mm

6.2. Wyznaczanie wartości parametrów modelu standardowego

Kolejnym elementem badań była identyfikacja parametrów modelu przedstawionego na rys. 5.3. Wyznaczeniu podlegały parametry: m_0 , c_z , m , c_l , c_0 , k_0 .

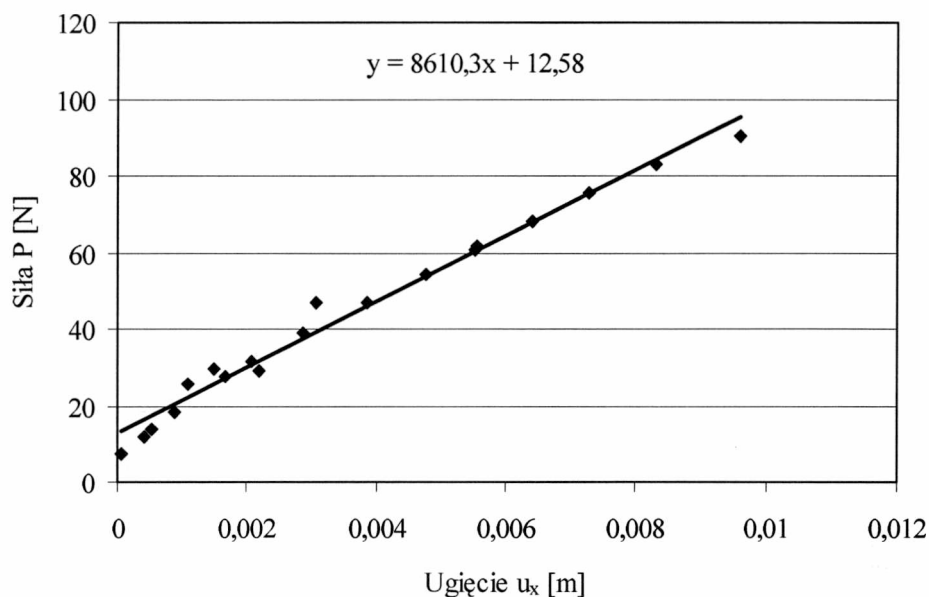
Parametr m_0 został określony na podstawie oszacowania masy układu osłona – rama, w której mocowano próbkę do testów przebijalności,

Parametr c_z został określony doświadczalnie. Sztywność zamocowania osłony wyznaczono z zależności siły w funkcji przemieszczenia $P = f(u_x)$ w przedziale 0 – 100 N w warunkach obciążeń statycznych. Charakterystykę sztywności przedstawiono na wykresie rys. 6.5.

Rys. 6.5. Charakterystyka sztywności ramy (c_z)

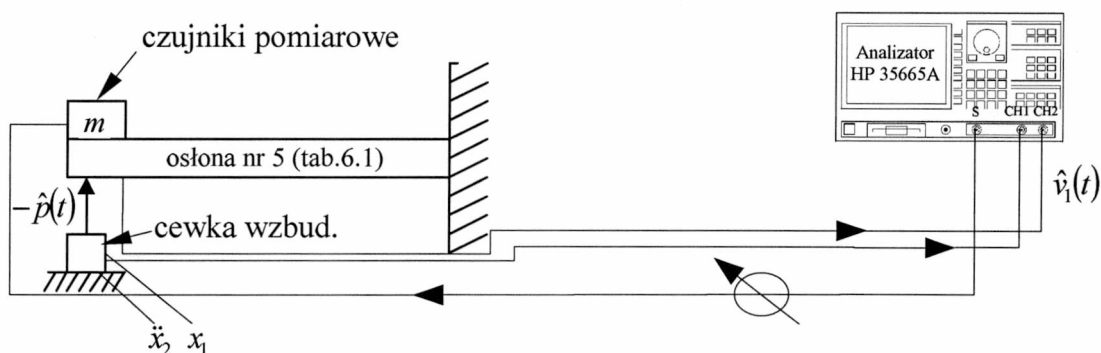
Wartość parametru m została przyjęta z katalogu [15].

Statyczna sztywność osłony w modelu (c_l) określona została w drodze eksperymentu dla próbki nr 5 z tabeli 6.1. Badaną osłonę obciążano i odciążano siłą w przedziale 0 – 92,2 N. Charakterystyka c_l przedstawiona została na wykresie rys. 6.6.

Rys. 6.6. Charakterystyka statycznej sztywności płyty (c_l)

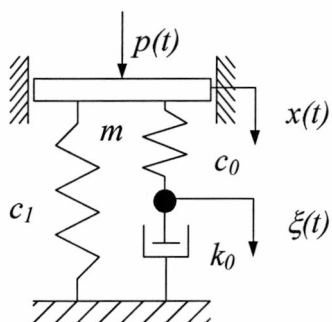
Natomiast wyznaczenie parametru c_0 wymagało zorganizowania odpowiedniego stanowiska. Kryteria i uwarunkowania przygotowania takiego stanowiska omówiono w podrozdziale 5.6. Identyfikowaną osłonę balistyczną poddano wymuszeniom okresowym $p(t)$ typu harmonicznego z przyłożoną masą 1,5 kg co dawało częstotliwość

rezonansową równą około $12,06 \text{ Hz}$. Badania wykonano dla częstości przedrezonansowych ($6-8 \text{ Hz}$) o amplitudzie wymuszenia zewnętrznego $36,6 \text{ N}$. Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 6.7. Eksperyment polegał na określeniu pętli histerezy pod wymuszeniem dynamicznym osłony. Postępując według prac [30, 46, 69] wyznaczono eksperymentalnie zmienne α , które posłużyły (z algorytmu metody bilansu mocy i energii) do wyznaczenia szukanych parametrów.



Rys. 6.7. Schemat stanowiska z układem pomiarowym

Zgodnie z metodą algorytmu bilansu mocy i energii w zakresie deformacji odwracalnych przyjęto wstępnie schemat układu rys. 6.8. Równania ruchu tego układu są postaci:



Rys. 6.8. Układ związany z identyfikacją c_0

$$k_0 \dot{\xi} + c_0 (\xi - x) = 0 \quad (6.1)$$

$$m \ddot{x} + c_1 x - c_0 (\xi - x) = p(t) \quad (6.2)$$

Równania te można zapisać w postaci jednego równania, rugując zmienną ξ w sposób:

$$m \ddot{x} + c_1 x - \frac{k d}{c_o dt} [p(t) - m \ddot{x} - (c_o + c_1)x] = p(t) \quad (6.3)$$

Mnożąc powyższe równanie obustronnie przez dx i całkując w okresie T uzyskujemy następujące równanie, będące podstawą do wyprowadzenia równania bilansu energii:

$$m \int_T \ddot{x} dx + c_1 \int_T x dx - \frac{k}{c_o} \left\{ \int_T \frac{d}{dt} [p(t) - m \ddot{x} - (c_o + c_1)x] dx \right\} = \int_T p(t) dx \quad (6.4)$$

Zgodnie z pracami [30, 46, 69] równanie to w naszym przypadku przyjmie postać:

$$\frac{k_0}{c_0} [\alpha_v^p - m\alpha_v^a + (c_0 + c_1)\alpha_x^v] = \alpha_x^p \quad (6.5)$$

Rozwiązując równanie (6.5) metodami regresji liniowej można otrzymać wartości parametrów następującej postaci:

$$c_0 = \frac{A_1}{A_2} - c_1, \quad k_0 = A_2 \cdot c_0$$

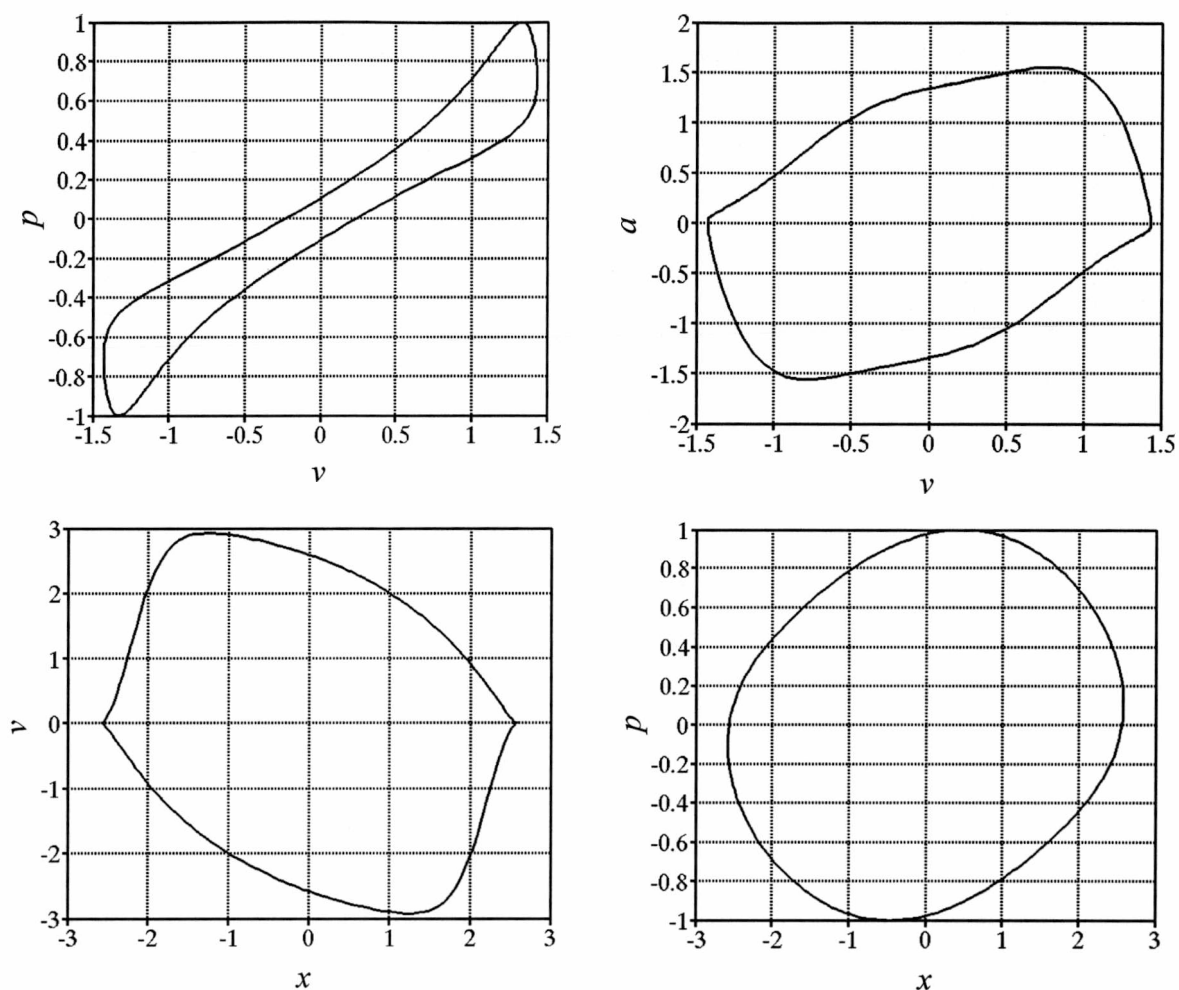
Przykładowe pętle histerezy analizowanej osłony podano na rys. 6.9, zaś wartości zmiennych α zestawiono w tabeli 6.5. Wyliczone w ten sposób wartości parametrów c_0 , k_0 dla badanej osłony wynoszą:

- $c_0 = 2500 \text{ N/m}$,
- $k_0 = 2,5 \text{ Ns/m}$.

Tabela 6.5

Wartości całek dla identyfikowanej osłony

Lp.	α_v^p	α_v^a	α_x^v	α_x^p
1	-220,021	2702,754	1,250881	10,28646
2	-228,451	3382,262	2,320106	10,70577
3	-205,328	4555,651	2,535349	10,87612
4	-111,999	6218,727	2,497321	10,41073
5	-105,704	585,7491	1,049943	10,19982
6	-134,34	757,2218	2,871876	10,24189
7	-164,83	935,1308	2,064491	10,38256
8	-197,827	1147,998	2,118066	10,34407
9	-234,413	1341,634	2,094115	10,50303
10	-275,106	1588,876	2,111569	11,0005



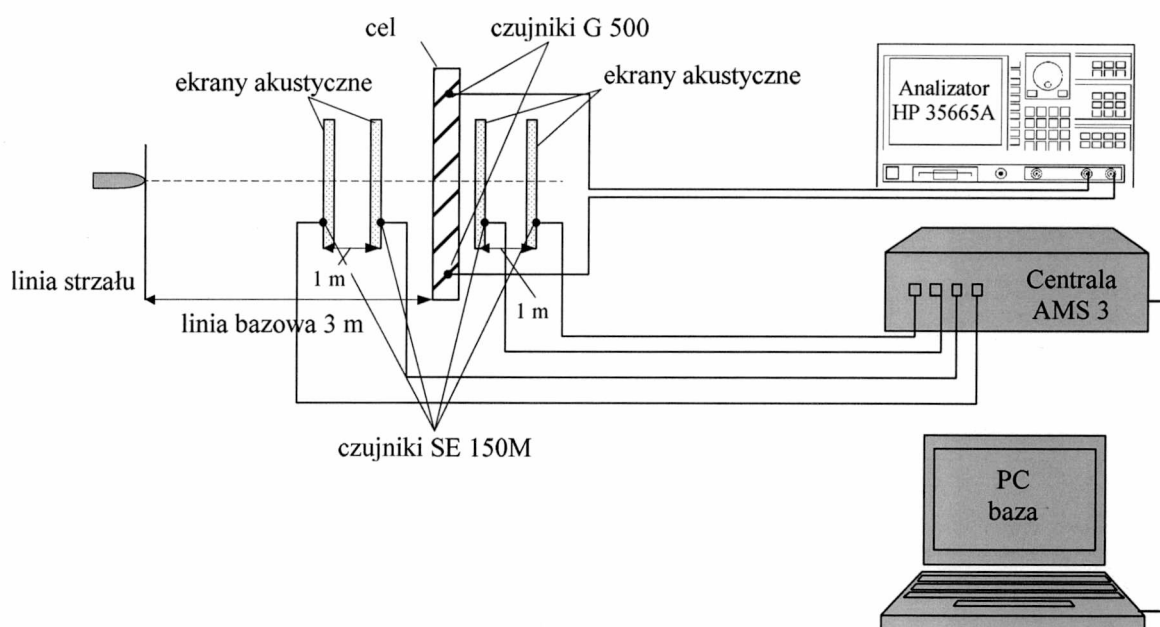
Rys. 6.9. Przykładowe pętle histerezy z identyfikowanego układu (rys. 6.8)

Reasumując w niniejszym podrozdziale zostały zaprezentowane badania eksperymentalne, których wyniki stały się podstawą kontynuacji dalszych badań w zakresie skuteczności ochronnej lekkich osłon balistycznych.

6.3. Eksperyment przebijania osłony w teście identyfikacji metodą EA i czujników piezoelektrycznych

W celu oceny skuteczności osłon balistycznych w warunkach rzeczywistych poddano weryfikacji osłony, których odpowiednie wymiary geometryczne zestawiono w tabeli 6.1. Do tego celu zostało opracowane stanowisko badawcze (rys. 6.10). Test został przeprowadzony przy uwzględnieniu wszystkich warunków i norm w jakich testowane są wojskowe układy balistyczne [61, 62]. Test był przeprowadzony na strzelnicy bojowej broni strzeleckiej w Wyższej Szkole Oficerskiej Wojsk Lądowych. W trakcie testu rejestrowano następujące dane:

- prędkości pocisku przed uderzeniem w osłonę i jego prędkości po przebiciu osłony,
- przyspieszenia wyznaczonych punktów ramy do której przymocowywano osłonę.



Rys. 6.10. Schemat stanowiska pomiarowego

Eksperyment został poprzedzony przygotowaniem i skalowaniem aparatury badawczej, przeprowadzenia testów wstępnych w celu sprawdzenia poprawności zamocowania czujników, pomiaru prędkości rozchodzenia się dźwięku, określenia maksymalnej odległości pomiędzy czujnikami itp. Następnie przystąpiono do zasadniczego badania pomiaru prędkości.

Zastosowane urządzenie AMS3 do rejestracji EA firmy VALLEN składa się z czterech czujników typu SE-150M (będących odpowiednikami amerykańskich czujników firmy DUNEGAN). Czujniki mogą pracować w zakresie temperatur od -50°C do $+100^{\circ}\text{C}$. Charakterystyka częstotliwościowa w zakresie od 100 do 500 kHz - jest dość płaska z pikiem w okolicy 150 kHz (około 7 dB ponad średni poziom charakterystyki). Szerokość stopki czujnika wynosi 0,8 cala (około 20 mm). Czujnik miał akustyczne sprzężenie z folią aluminiową przez film ze smaru silikonowego. Sygnał z czujnika podawany jest na niskoszumowy przedwzmacniacz o charakterystyce dopasowanej do parametrów czujnika, a następnie podawany na układ centralny AMS3 do wzmocnienia i obróbki sygnału EA. Zastosowane całkowite wzmocnienie sygnału wynosiło 40,7 dB (przy poziomie odcięcia sygnału 34 dB we wszystkich kanałach). Szczegółowy zakres wykorzystania tego urządzenia oraz jego możliwości można między innymi znaleźć w opracowaniach [4, 5]. Dodatkowym celem eksperymentu było zdjęcie charakterystyk związanych z ruchem falowym układu osłona – rama w stosunku do prędkości uderzenia pocisku. Zastosowany analizator HP 35665A jest urządzeniem używanym w badaniach dynamicznych układów mechanicznych [21].

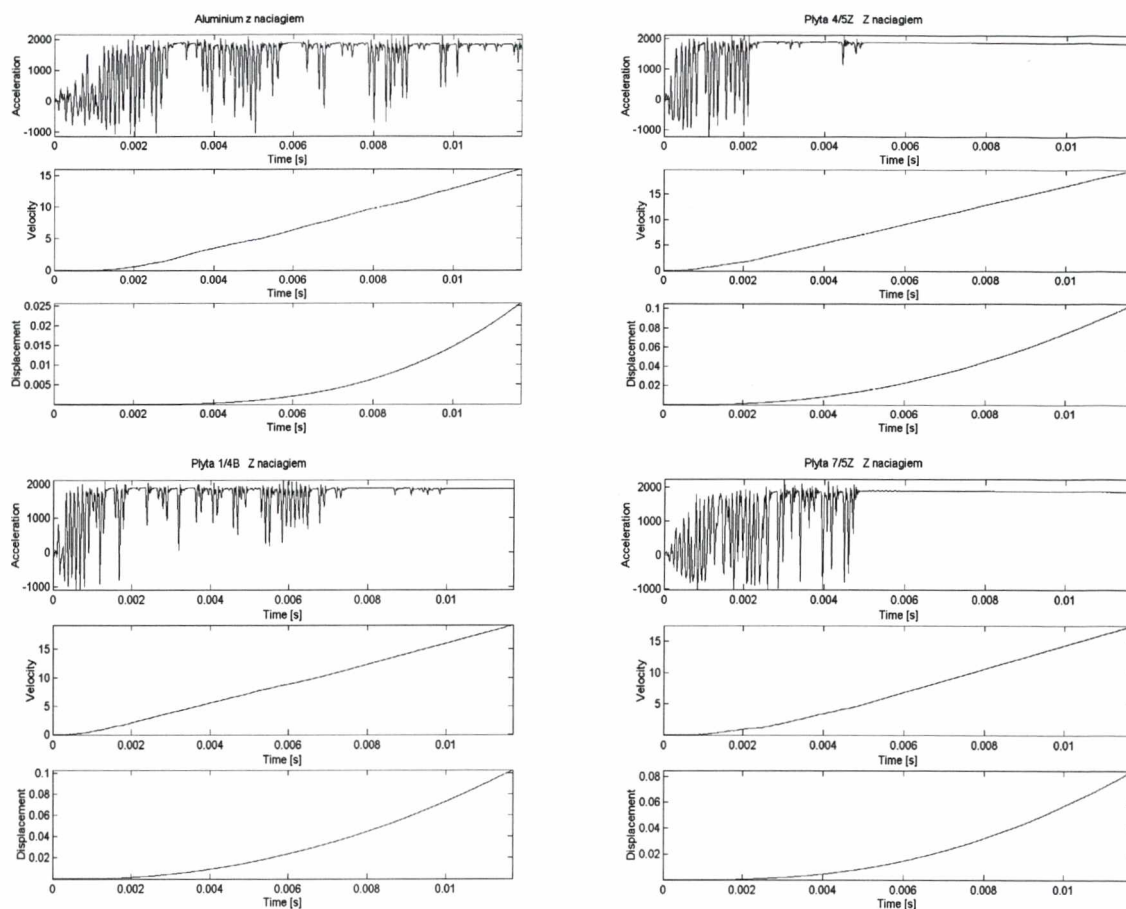
Zarejestrowane wyniki badań w postaci tekstowej przedstawiono w tabeli 6.6. a wyniki w postaci graficznej przedstawiono na poniższych rysunkach.

Tabela 6.6

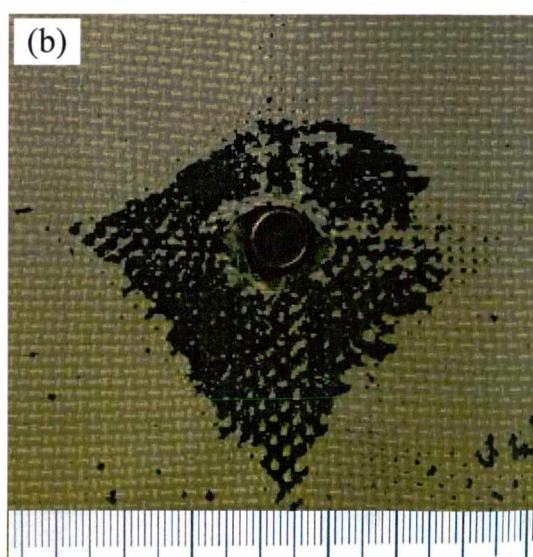
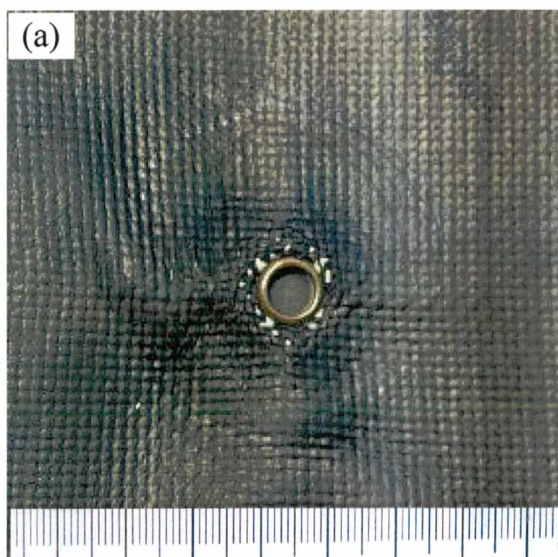
Wartości zarejestrowane w eksperymencie

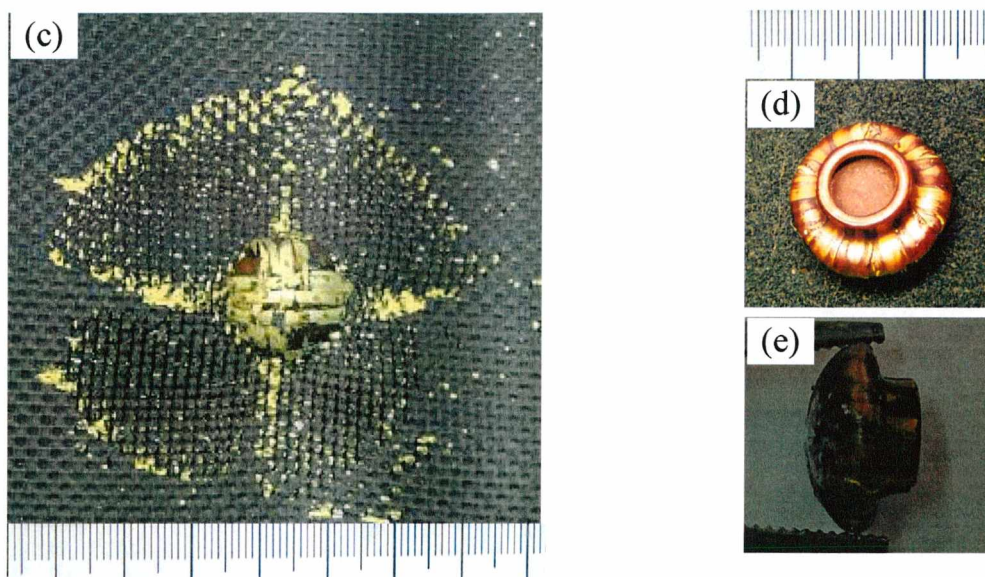
Numer osłony	Nr próby	Mierzone prędkości [m/s]			Szacunkowa utrata E_k [J]
		przed celem	za celem	średni spadek	
1/1	1	357,1	312,5	44,4	113
	2	356,5	333,3		
	3	370,3	314		
2/2	1	357	312	46,9	125
	2	357,5	310		
	3	356,7	309		
3/1	1	357	277,7	76,5	195
	2	357,1	285,8		
	3	356,8	277,7		
4/2	1	356,6	268	78,3	199
	2	356,5	272,7		
	3	356,4	294		
5/1	1	357	240	trudno oszacować	trudno oszacować
	2	356,8	częściowe przebicie		
	3	357			
6/1		357	brak przebicia	0	100 %
7/1		356,7			100 %

^{*)} w modelach nr 8 i 9 uzyskano te same rezultaty co dla modelu nr 7



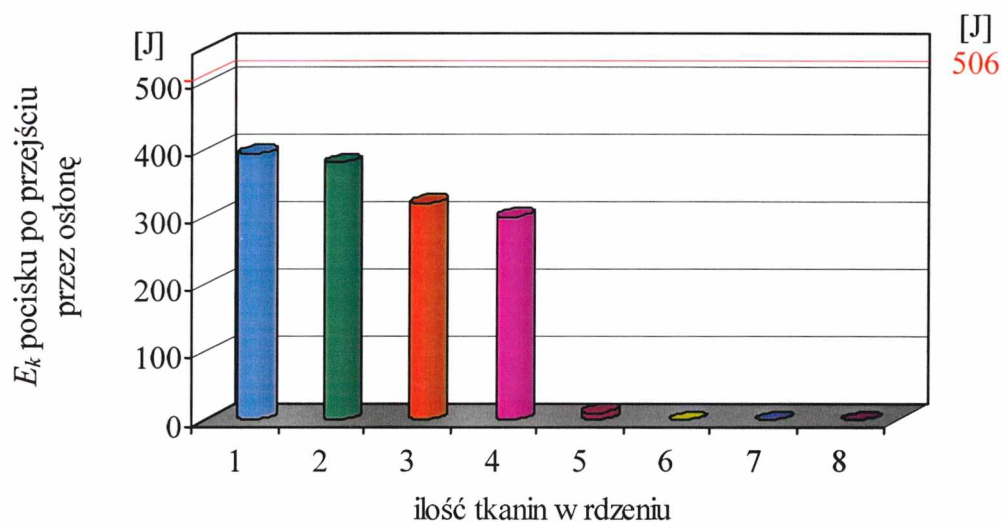
Rys. 6.11. Przykładowe wartości przyspieszeń uzyskane w trakcie eksperymentu





Rys. 6.12. Efekty strzału 9 mm Parabellum FMJ w laminat LIM 1
(a) front laminatu, (b) druga warstwa, (c) wewnętrzna strona,
pocisk wyhamowany w laminacie – (d)- widok z góry, (e) - widok z boku

W wyniku pomiarów prędkości oszacowano spadek energii kinetycznej w stosunku do grubości rdzenia badanych osłon (rys. 6.13)



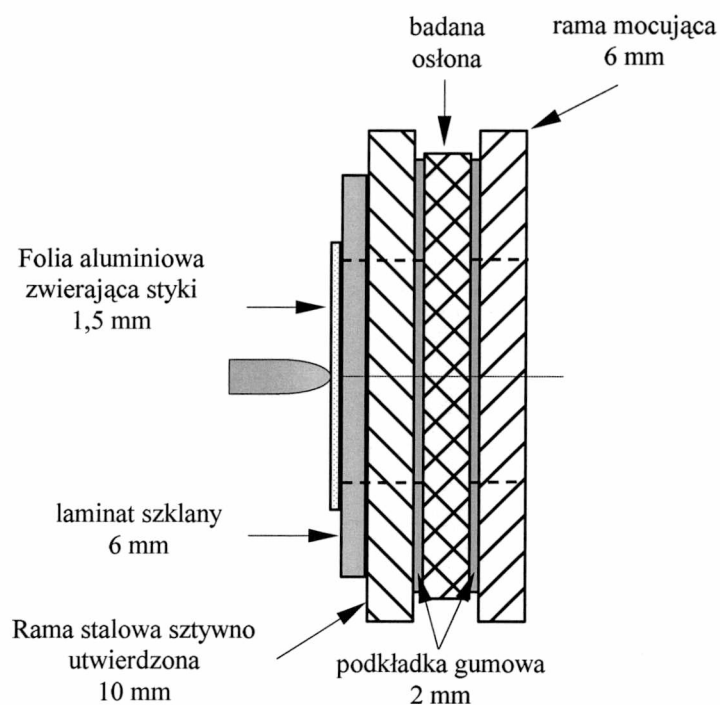
Rys. 6.13. Energia kinetyczna pocisku po przebiciu osłon

Z wykresu na rys. 6.13 łatwo zauważyć, że pięć warstw tkaniny aramidowej badanych modeli jest granicą obszaru, gdzie stwierdzono wyhamowanie pocisku. Na prawo od tej granicznej wielkości rozpatrywane osłony zatrzymywały całkowicie pocisk. Potwierdził to eksperyment ponieważ w tym przedziale stwierdzono przebicie częściowe. Wykresy przebiegów z czujników przyspieszeń potwierdziły rozważania z

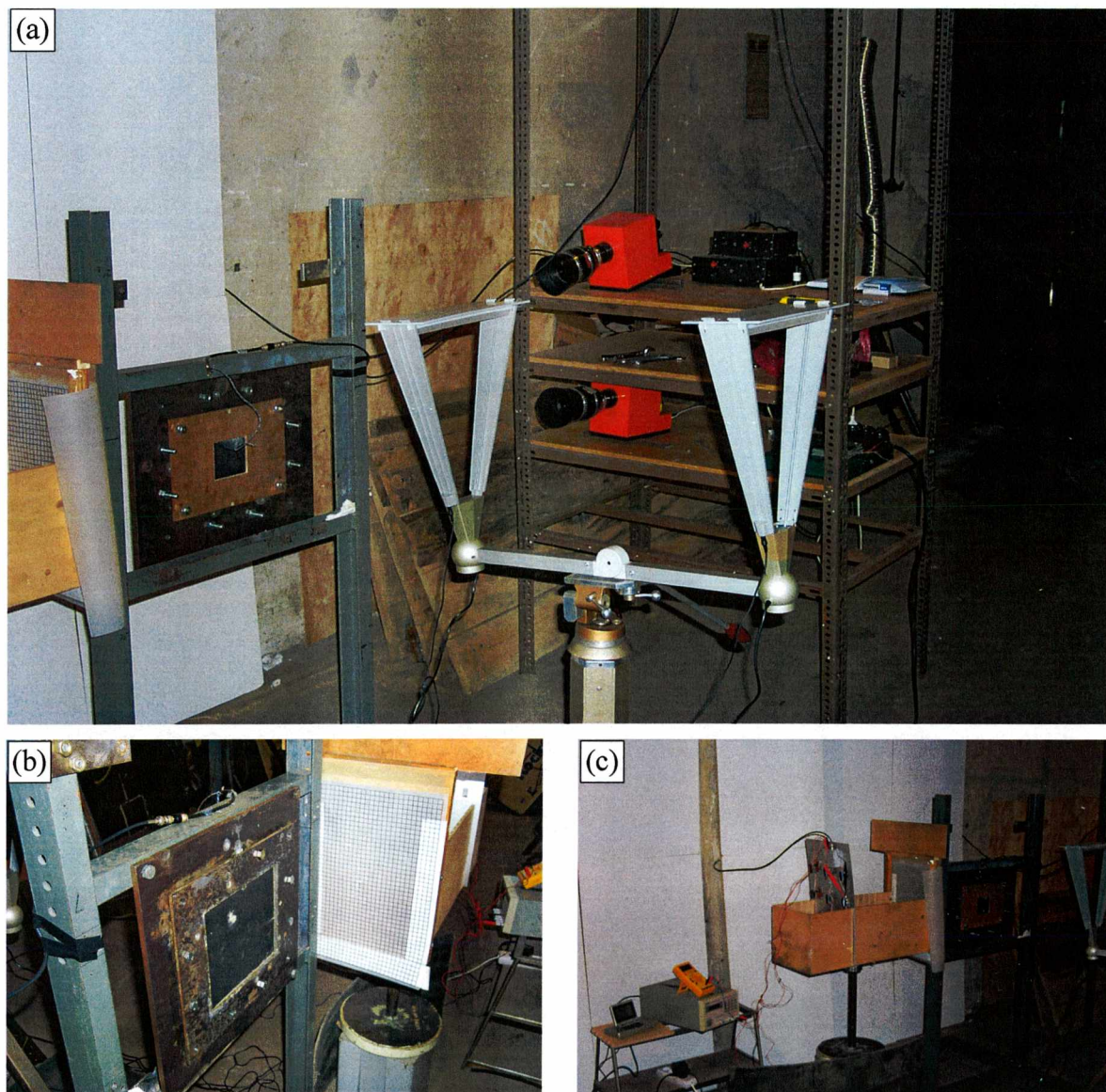
rozdziału 4. Dodatkowo zauważa się, że na histogramach szumy przebiegów przyspieszeń szybciej wygasały w osłonach o grubszym rdzeniu co świadczy o większym tłumieniu drgań w tych osłonach.

6.4. Elekronowo - optyczne badanie przebicia osłon

W niniejszym punkcie opisano eksperyment, którego celem było wyznaczenie drogi hamowania pocisku w funkcji czasu. Do tego celu zbudowano stanowisko badawcze, w którym za pomocą szybkich kamer należało zarejestrować deformację osłon w czasie aż do osiągnięcia zatrzymania pocisku. Problemem, który należało rozwiązać to sposób synchronizacji tzw. „wyzwalania stop – klatki”. Zostało to rozwiązane w sposób pokazany na rys. 6.14. Całe stanowisko i sposób jego funkcjonowania przedstawiono na rys. 6.15.



Rys. 6.14. Schemat mocowania synchronizacji wyzwalającej „stop – klatki” kamer

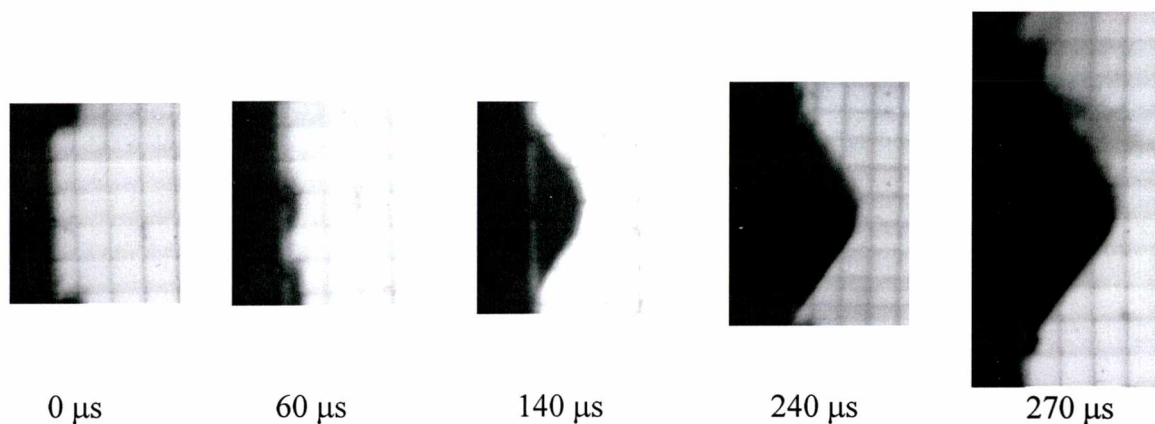


Rys. 6.15. Stanowisko do rejestracji odkształcenia osłony w czasie
(a) widok od strony strzału, (b) widok od strony narastania deformacji (perforacji),
(c) widok od strony wyzwalania lampy błyskowej

Eksperyment składał się z dwóch etapów. W etapie pierwszym dokonano synchronizacji kamer oraz ustalenia bazy pomiarowej. Synchronizacja polegała na tym, że w chwili gdy pocisk przechodził przez ekran z folii aluminiowej następowało zwarcie styków (rys. 6.15a) i uruchomienie wyzwalacza. W tym czasie została wykonana migawka z dwóch kamer, które działały z opóźnieniem $10 \mu\text{s}$ w stosunku do siebie. Różnica czasu podania impulsu i kontaktu pocisku z osłoną wynosiła $60 \mu\text{s}$. Różnica ta była stałą wartością a uzyskano to dzięki zamocowaniu folii na ramce z laminatu szklanego, który był przytwierdzony do ramy stalowej jak przedstawiono na schema-

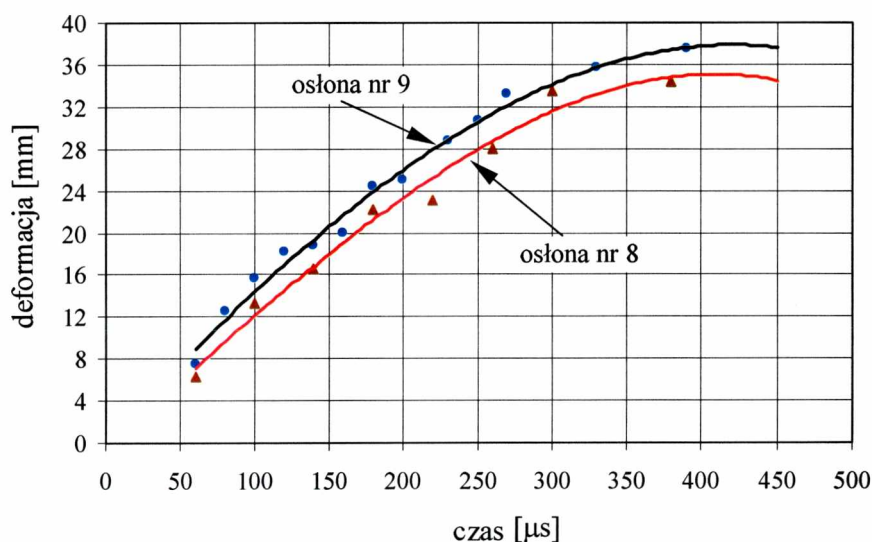
cie rys. 6.14. Zatem przy każdym kroku czasowym należało uwzględnić tę różnicę. Baza została tak ustalona, że do boku ramy przymocowano wzornik z podziałką co 10 mm (rys. 6.15b). Całość stanowiła zwartą konstrukcję. W etapie drugim przeprowadzono właściwy eksperyment. Mierzono prędkość wylotową chronografem, żeby w przypadku dużego rozrzutu prędkości dany wynik odrzucić. Sposób dokonywania pomiarów tym urządzeniem przedstawiono w opracowaniu [24].

Po przeprowadzeniu eksperymentu uzyskano obrazy deformacji badanej osłony, które podano wnikliwej analizie. Przykładowe fotografie przedstawiono na rys. 6.17.



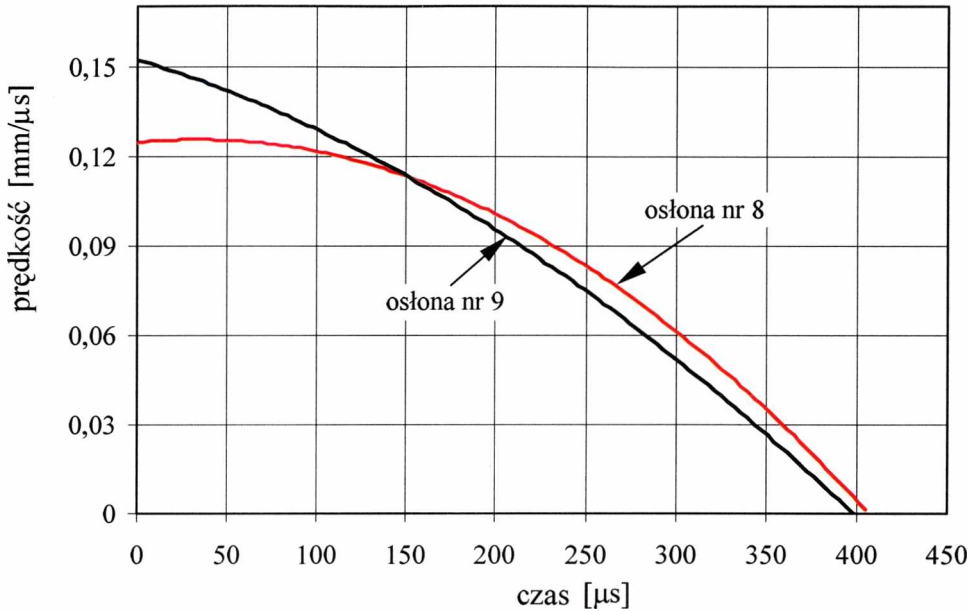
Rys. 6.17. Perforacja badanej osłony w poszczególnych przedziałach czasowych

Z analizy eksperymentu określono deformację osłon. Badano osłony o numerach 8 i 9 wg tabeli 6.1. Przebieg deformacji przedstawiono na wykresie rys. 6.18.



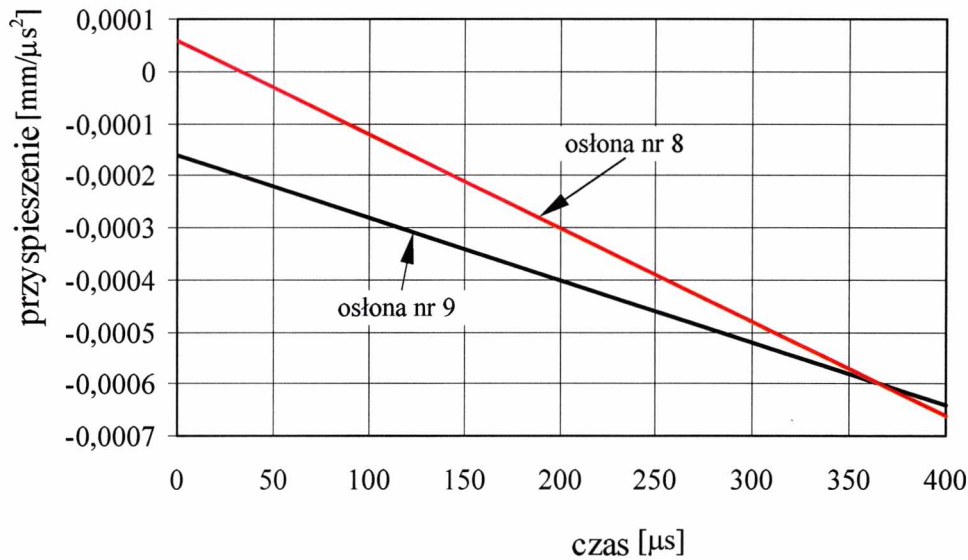
Rys. 6.18. Wykres deformacji osłony LIM1 i osłony z okładzinami aluminiowymi

Różniczkując te przebiegi po czasie otrzymano wykresy prędkości, które przedstawiono na rys. 6.19.



Rys. 6.19. Prędkość deformacji osłon w funkcji czasu

Ponowne zróżniczkowanie po czasie daje wykresy przyspieszeń tych deformacji (rys. 6.20).



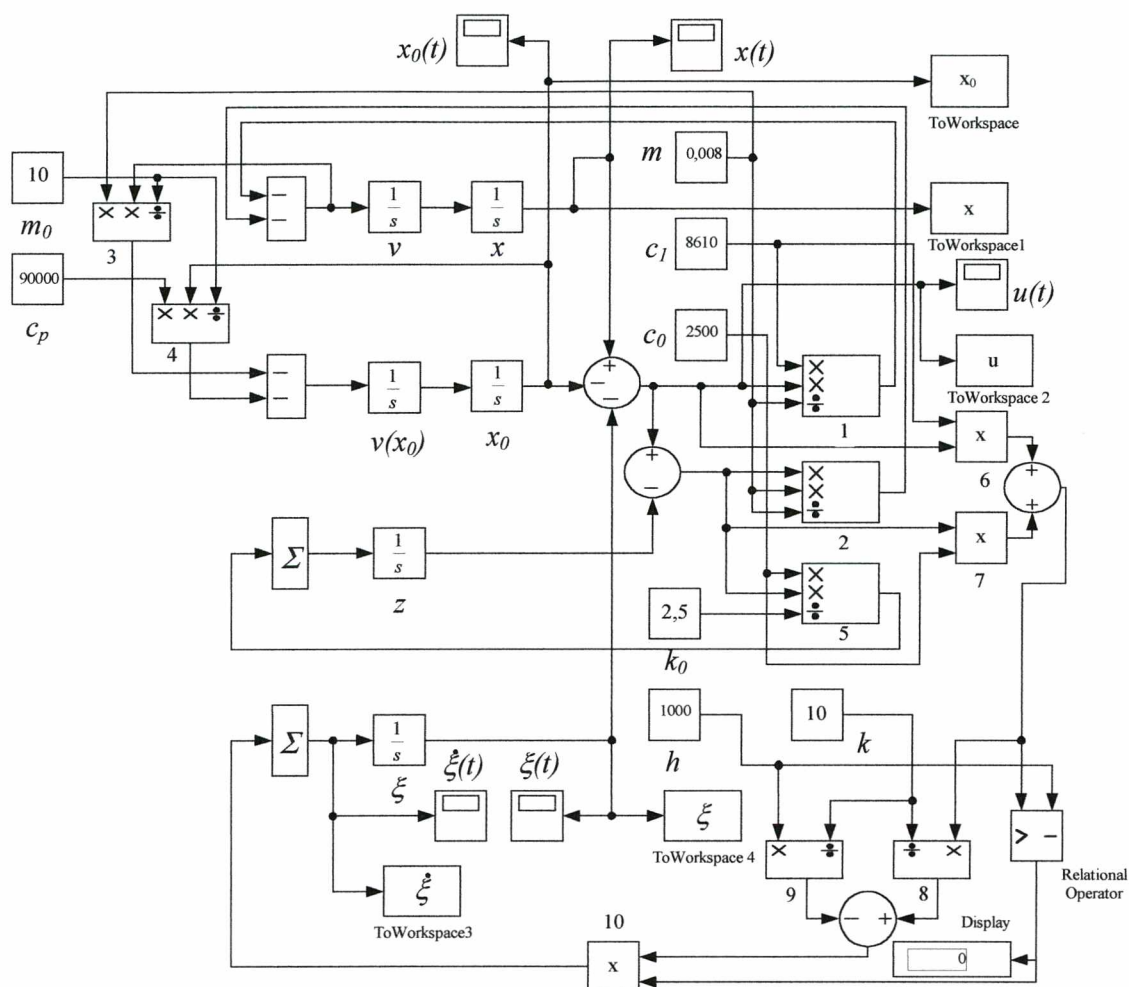
Rys. 6.20. Wykres przyspieszeń deformacji osłon w funkcji czasu

7. WPŁYW PARAMETRÓW MODELU ZDEGENEROWANEGO NA PROCES PRZEBICIA

Na podstawie analizy procesu przebicia oraz wyprowadzonych równań (podrozdział 5.4) dla modelu zdegenerowanego cały układ zamodelowano w programie symulacyjnym (rys. 7.1) „Simulink” [34]. Do badań symulacyjnych przyjęto wstępne następujące wartości parametrów

- masa osłony $m_0 - 10$ kg,
- sztywność ramy $c_p - 90000$ N/m,
- masa pocisku $m - 0,008$ kg,
- sztywność statyczna w modelu osłony $c_l - 8610$ N/m,
- sztywność dynamiczna osłony $c_0 - 2500$ N/m,
- tłumienie w zakresie sprężystym $k_0 - 2,5$ Ns/m,
- tłumienie w zakresie plastycznym $k - 10$ Ns/m,
- graniczna stała plastyczności $h - 1000$ N,
- czas $t - 0,001$ s,
- krok całkowania $\Delta t = 10^{-6}$ s

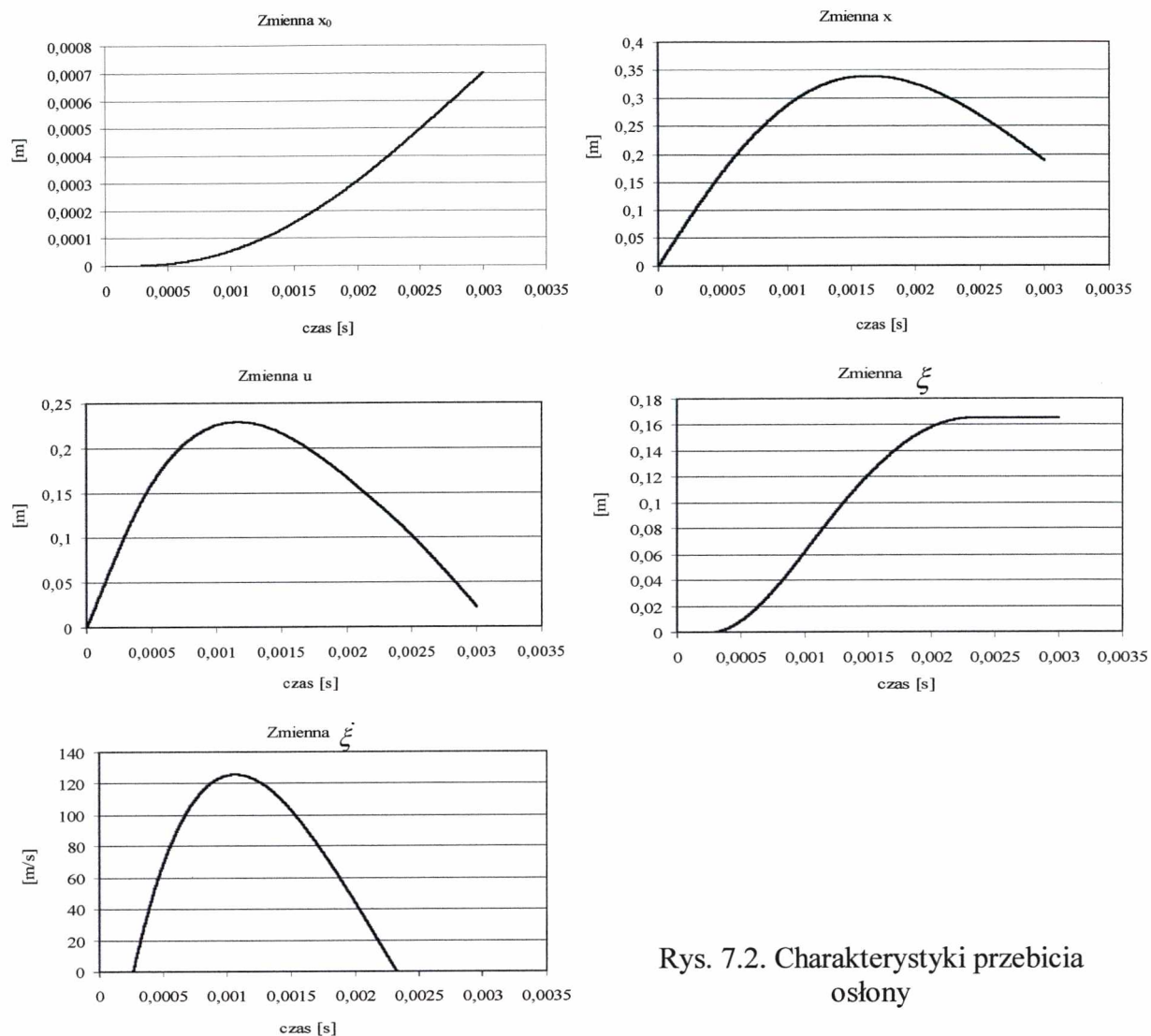
Wartości te zostały przyjęte jako zbliżone do warunków rzeczywistych w procesie przeprowadzonych prób eksperymentalnych. Jednak z uwagi na to, że proponowany model wymaga specjalnego stanowiska do identyfikacji w warunkach quasistatycznych, kierowano się głównie wynikami identyfikacji dynamicznej, którą opisano w podrozdziale 6.2. (dotyczy to stałych c_0 , k_0). Natomiast przyjęcie (intuicyjnie) stałej h na poziomie $h = 1000$ N wydaje się po analizie wyników dla tego typu osłon zbyt niskie. Nie jest to jednak zbyt istotne albowiem celem badań przedstawionych w tym punkcie jest zbadanie wpływu zmian parametrów na drogę hamowania deformacji.



Rys. 7.1. Schemat modelu badanego układu

Dla powyższych danych zmienne x_0 , x , u , ξ , $\dot{\xi}$ zostały rejestrowane w funkcji czasu. Symulację wykonano dla prędkości uderzenia $v_0 = 356 \text{ m/s}$. Wykresy tych zmiennych przedstawiono na rys. 7.2 gdzie:

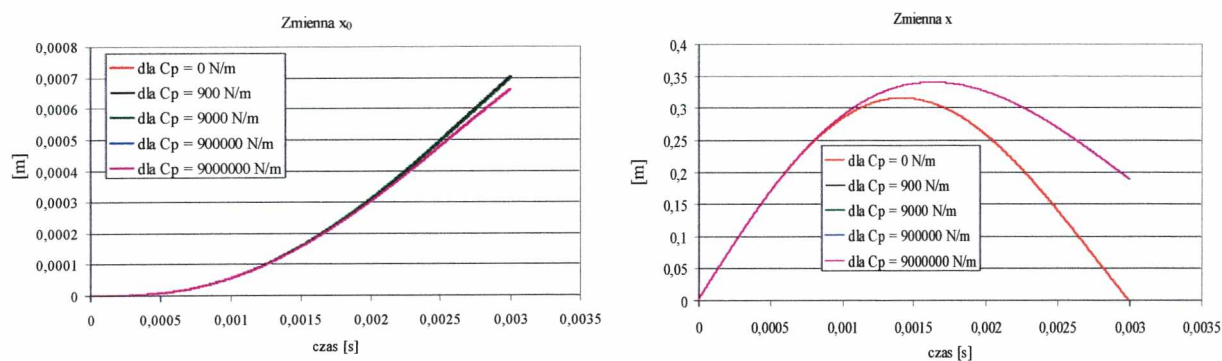
- x_0 - oznacza przemieszczenie zamocowania osłony (ramy) względem ziemi,
- x - droga pocisku względem ziemi,
- u - deformacja osłony w zakresie sprężystym,
- ξ - deformacja osłony w zakresie plastycznym (penetracja osłony przez pocisk),
- $\dot{\xi}$ - prędkość deformacji osłony w zakresie plastycznym.

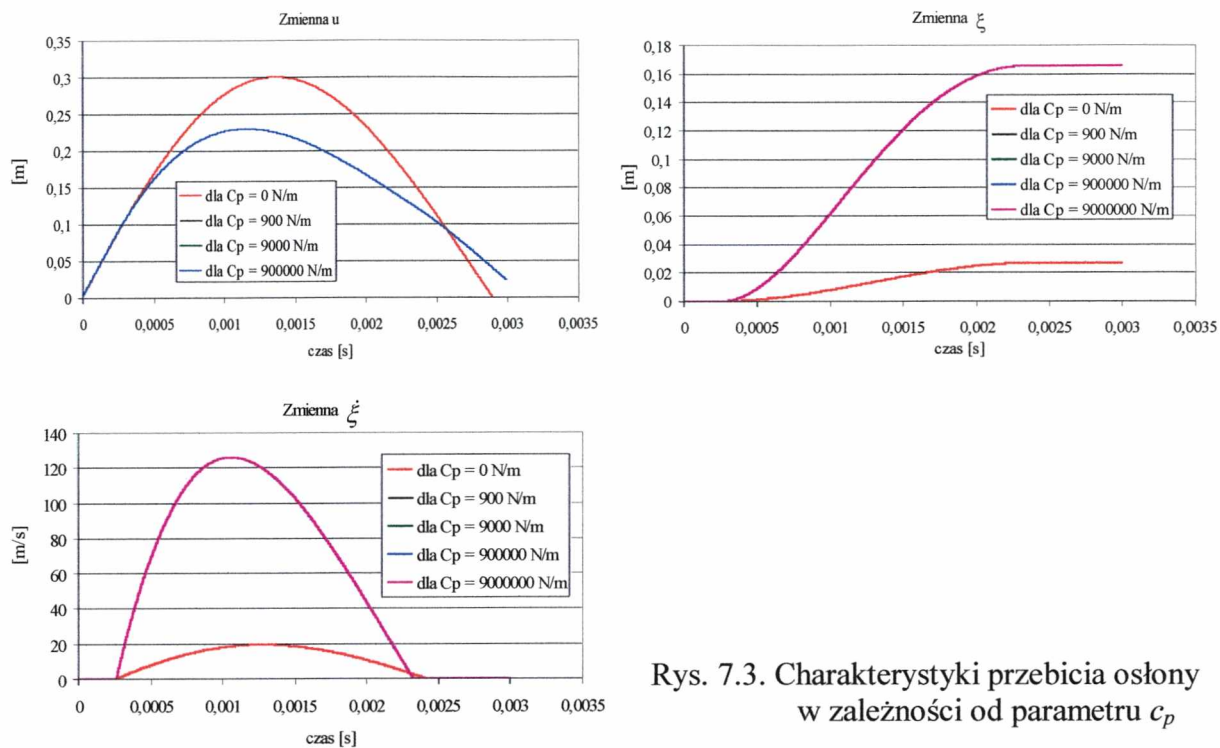


Rys. 7.2. Charakterystyki przebiega osłony

7.1. Analiza wyników w zależności od zmiany poszczególnych parametrów modelu dla 9 mm pocisku Parabellum FMJ

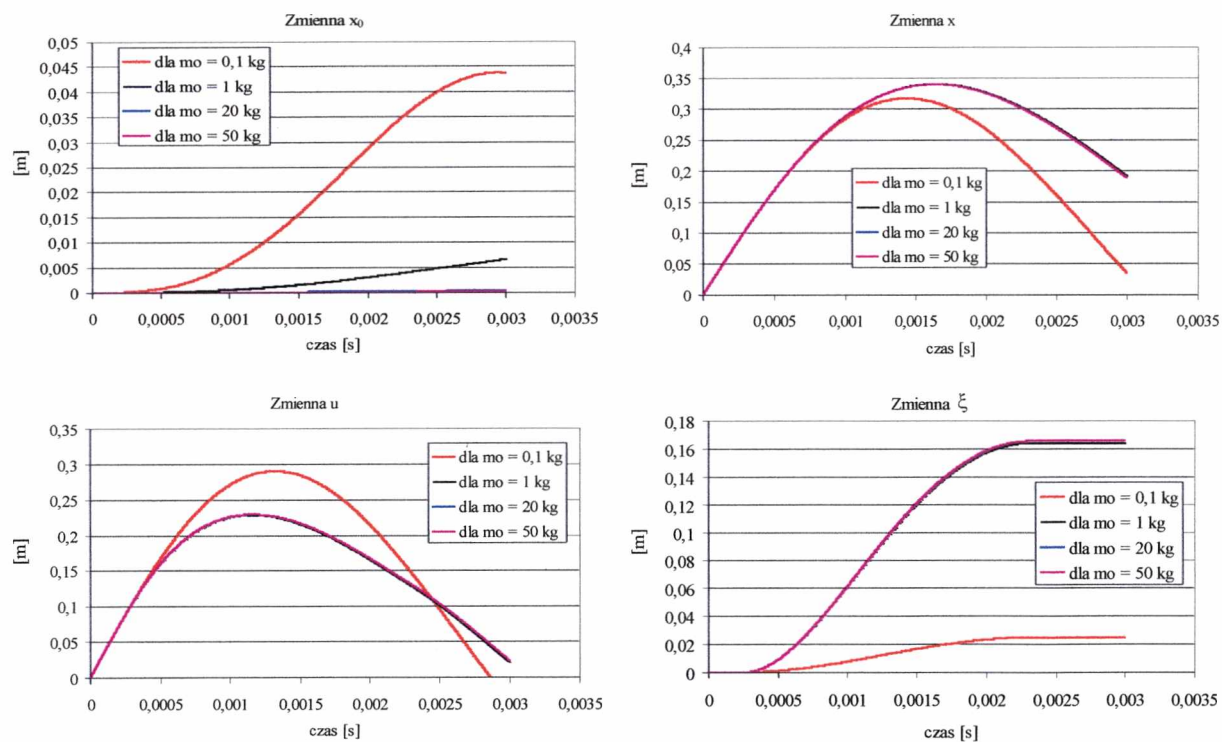
a) wpływ sztywności ramy (c_p) na deformację osłony

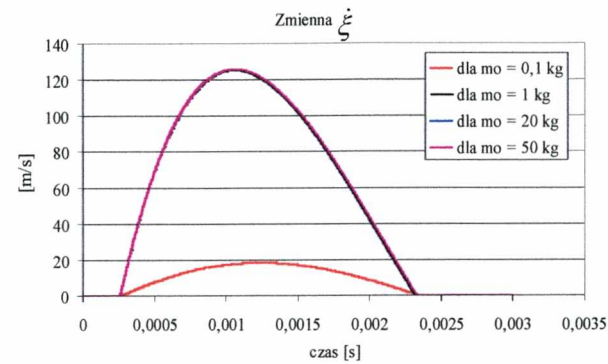




Rys. 7.3. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru c_p

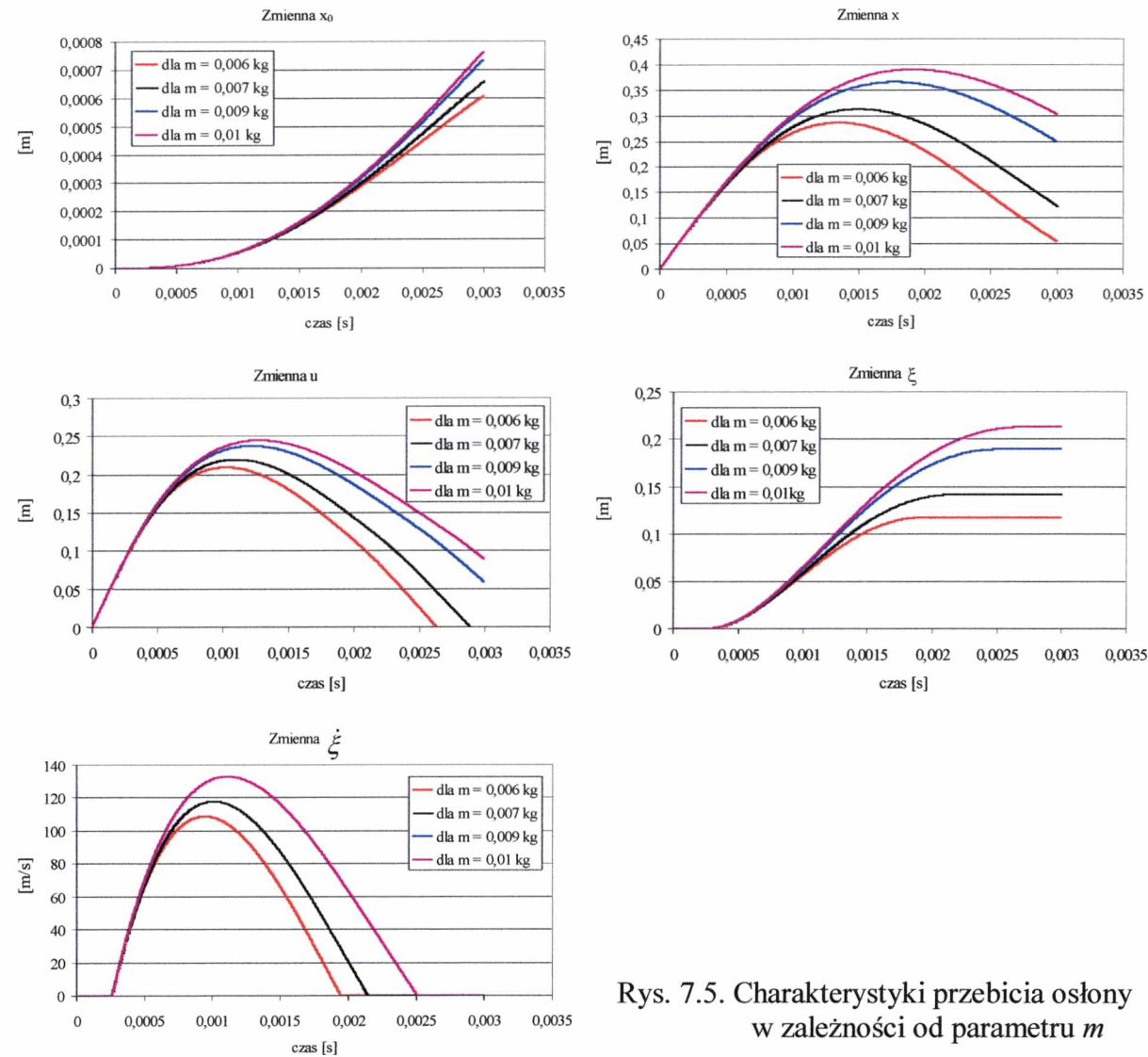
b) wpływ masy osłony (m_0) na deformację osłony





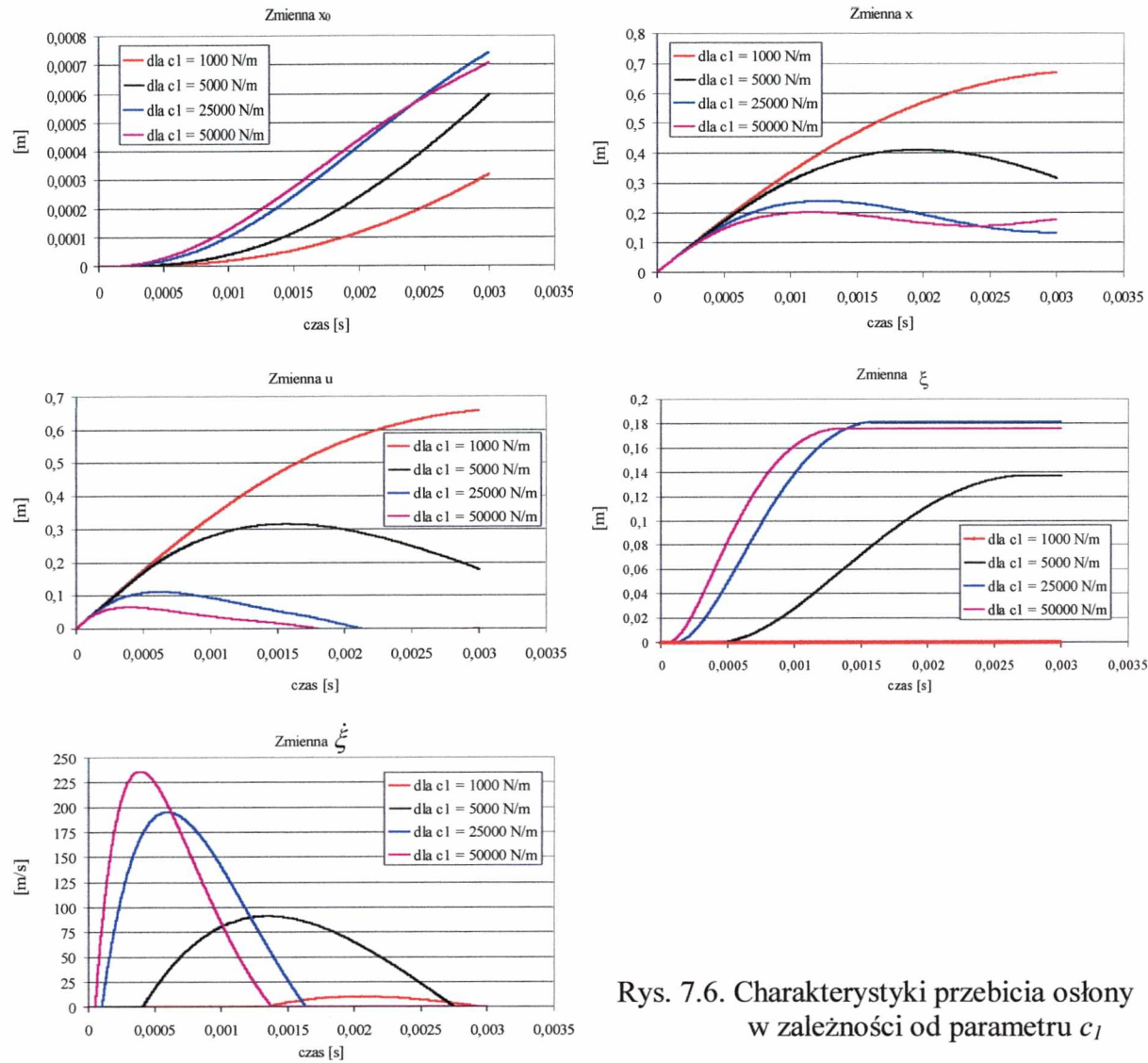
Rys. 7.4. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru m_o

c) wpływ masy pocisku (m) na deformację osłony



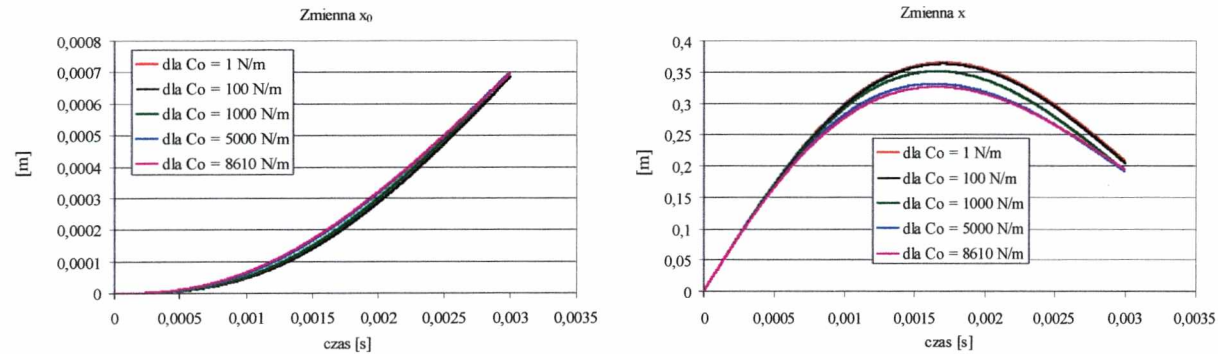
Rys. 7.5. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru m

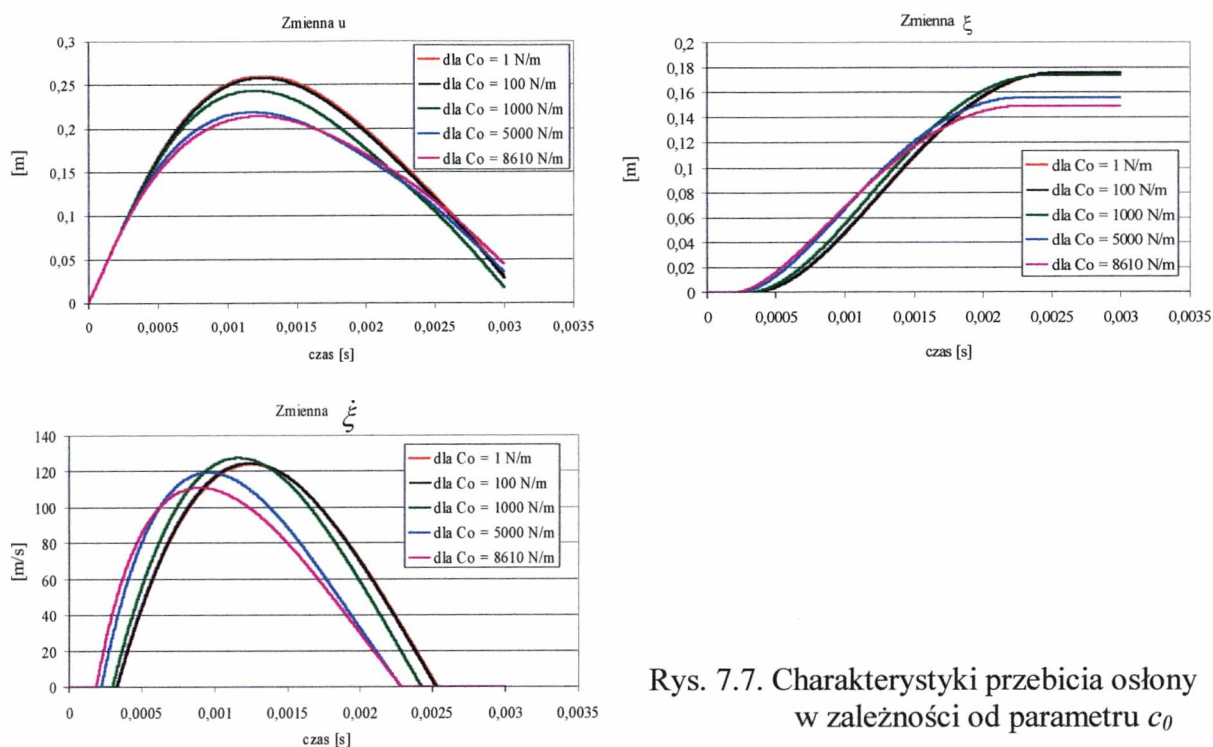
d) wpływ sztywności statycznej osłony w modelu (c_l) na deformację



Rys. 7.6. Charakterystyki przebiegu osłony w zależności od parametru c_l

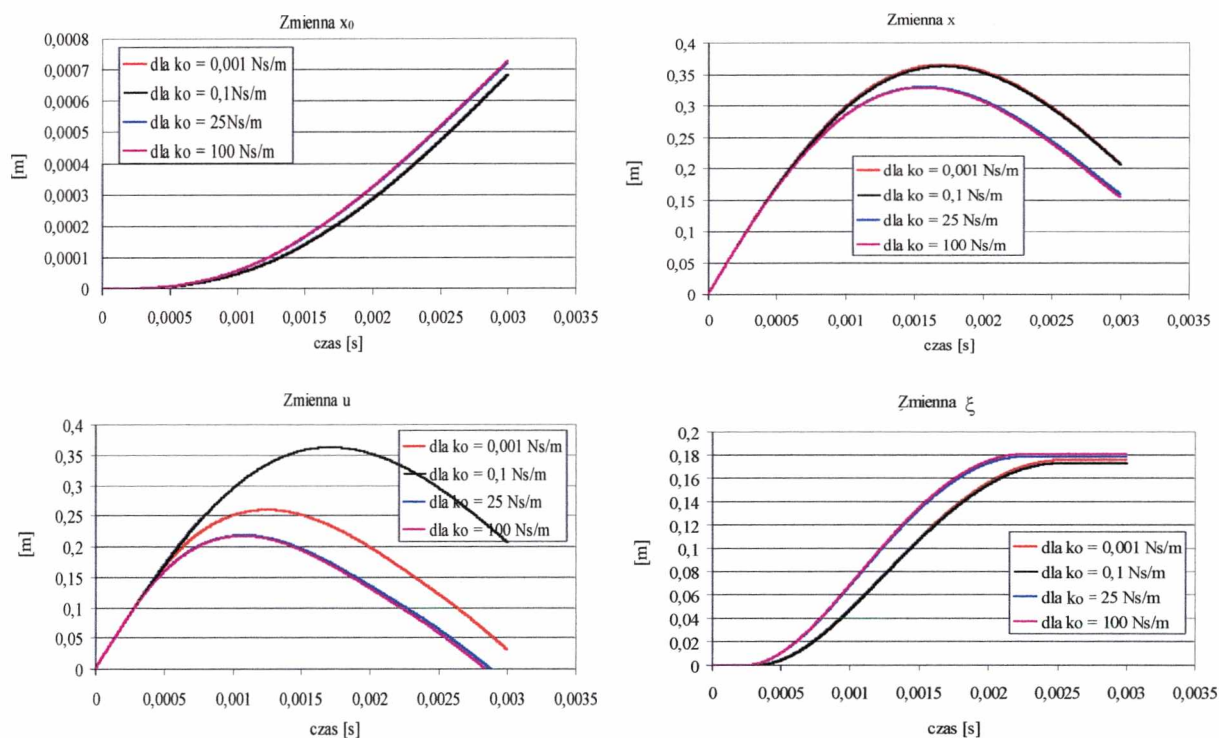
e) wpływ sztywności dynamicznej osłony (c_0) na deformację

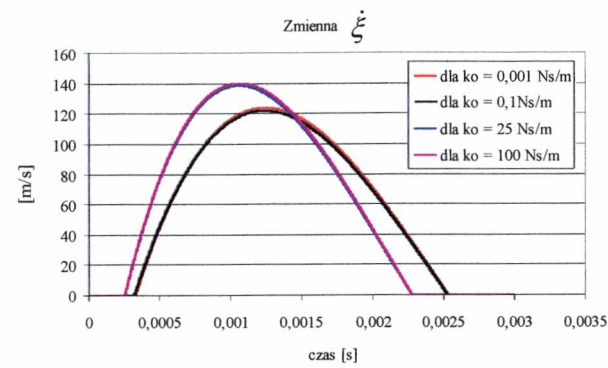




Rys. 7.7. Charakterystyki przebiegu osłony w zależności od parametru c_0

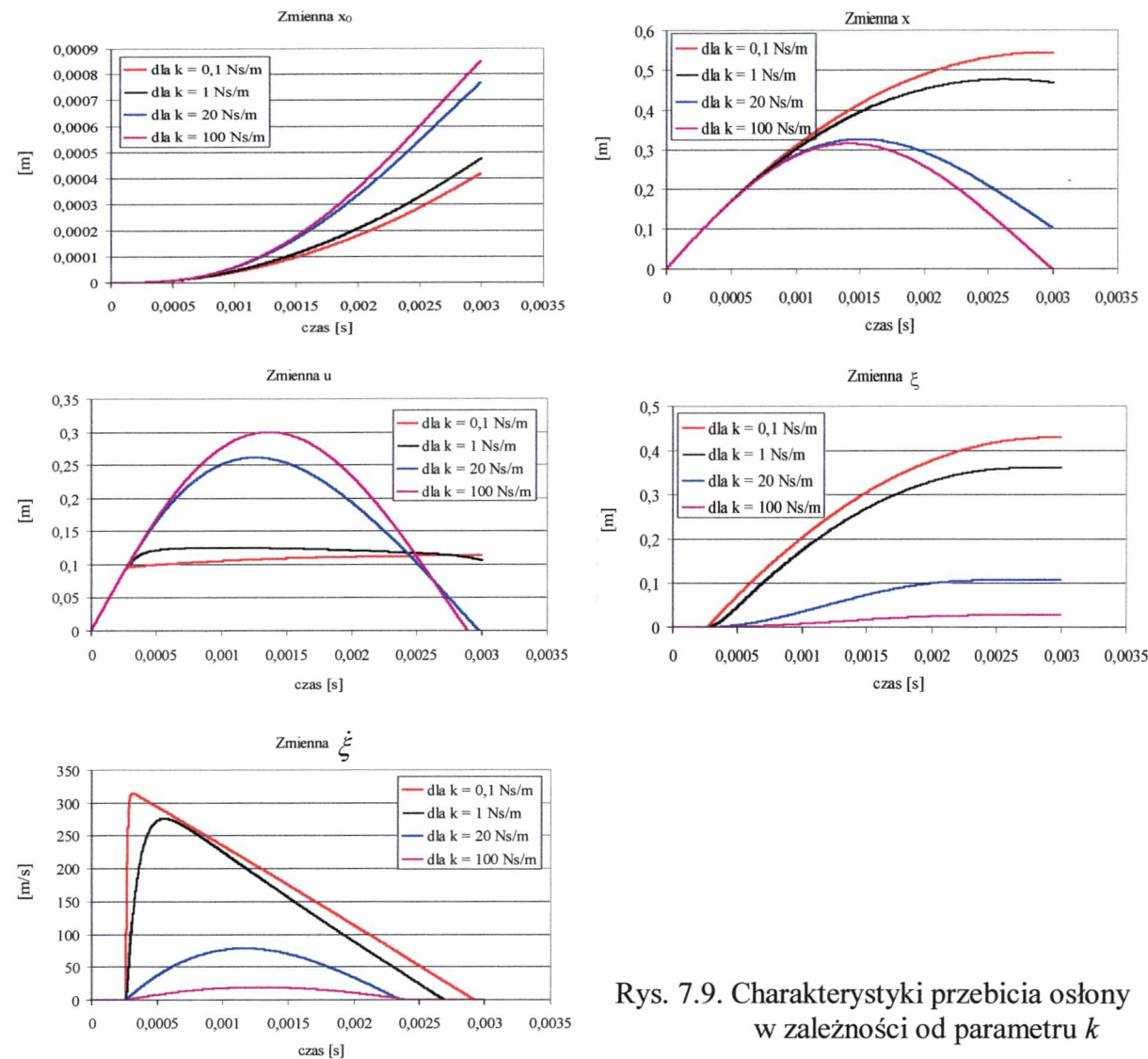
f) wpływ tłumienia w zakresie sprężystym (k_0) na deformację osłony





Rys. 7.8. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru k_0

g) wpływ tłumienia w zakresie plastycznym (k) na deformację osłony



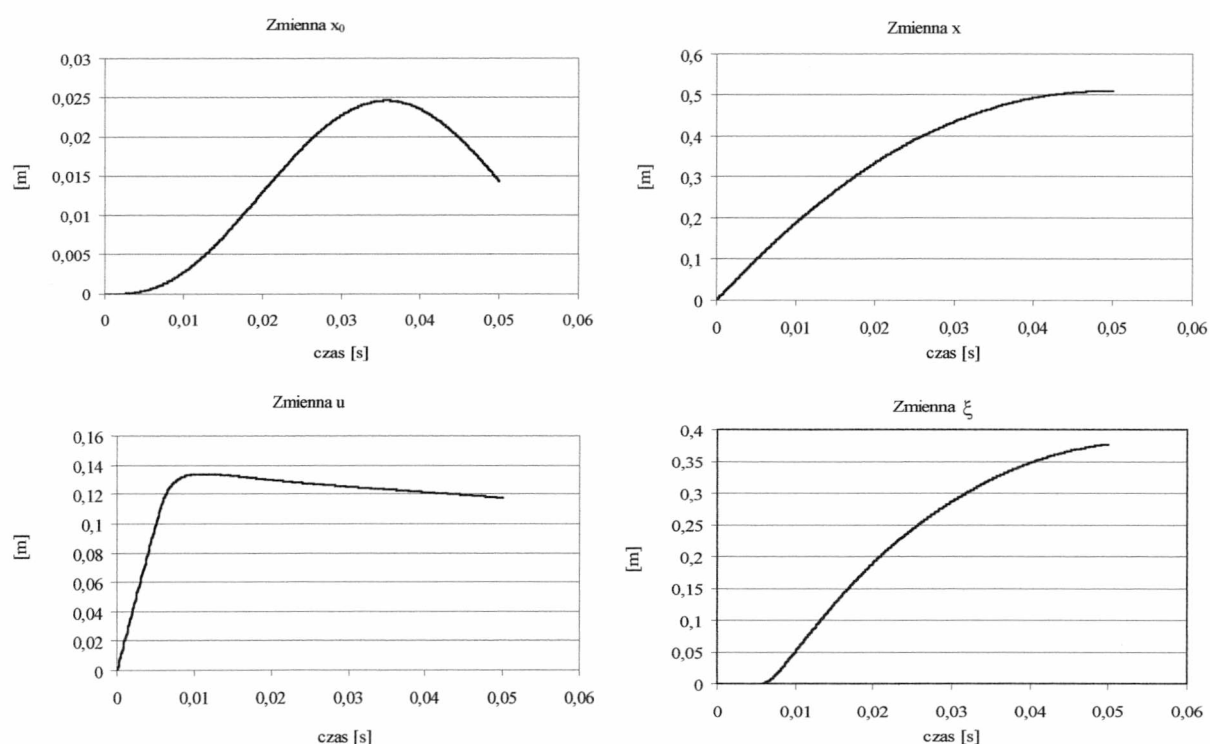
Rys. 7.9. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru k

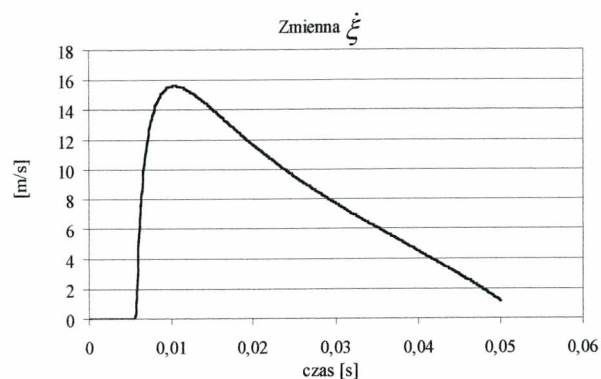
7.2. Ocena poszczególnych parametrów modelu w stosunku do masy i prędkości uderzenia

Kolejnym etapem symulacji programem komputerowym „Simulink” było sprawdzenie jak wpływają takie wartości jak: prędkość uderzenia oraz masa ciała uderzającego przy tej samej energii kinetycznej. Założono następujące warunki uderzenia:

- energia kinetyczna odpowiadająca uderzeniu 9 mm pociskowi Parabellum FMJ (506 J),
- przyjęto masę odpowiadającą masie młota (2,5 kg),
- z powyższych parametrów określono prędkość jaką powinien uderzać młot (20 m/s).

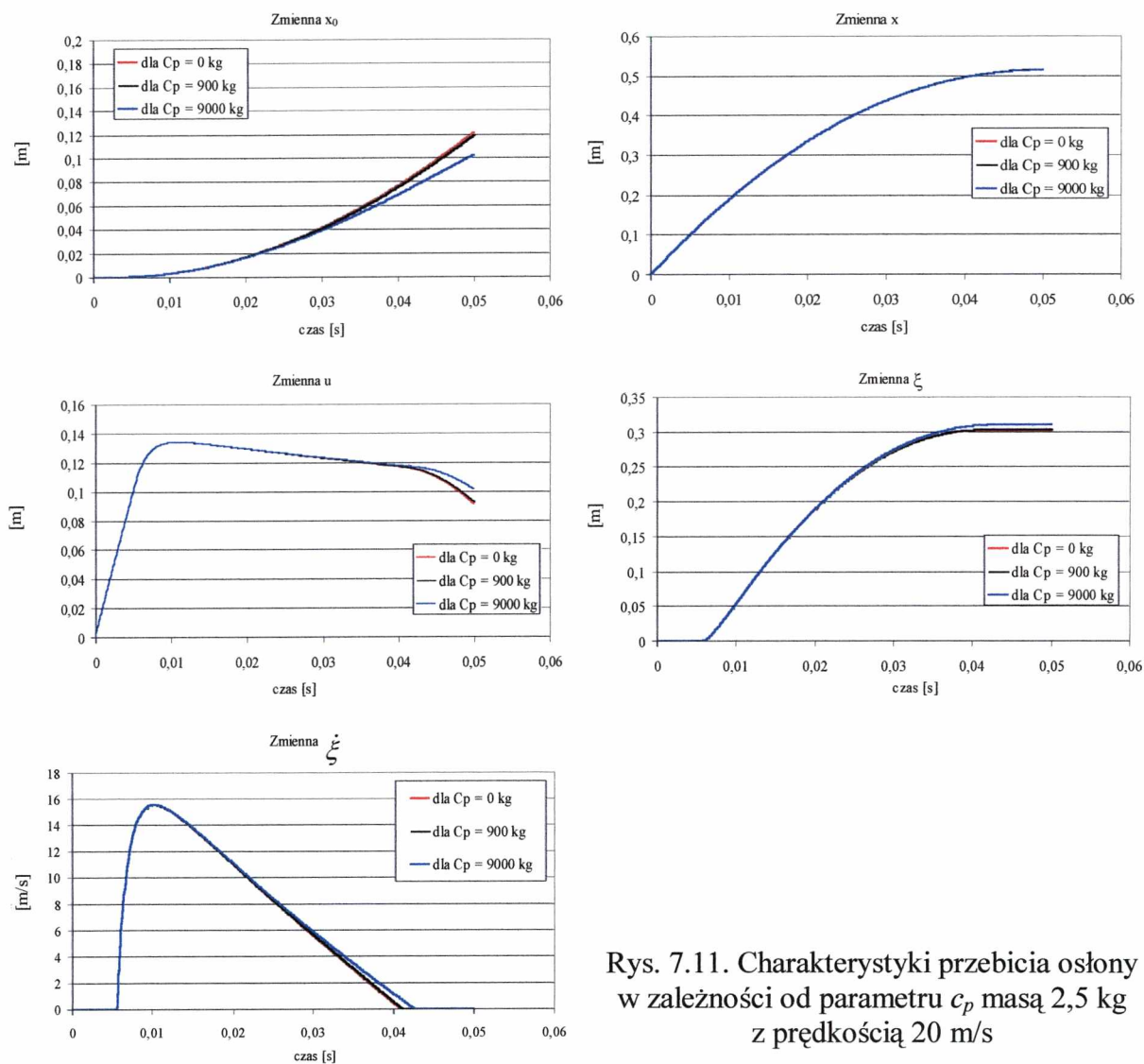
Symulacja ta została przeprowadzona w ten sam sposób co symulacja poprzednia. W trakcie badania okazało, że przy tych warunkach nie następuje odkształcenie plastyczne w czasie do 0,0035 s (nie uruchamia się ξ , $\dot{\xi}$). Wobec czego przesterowano odpowiednio czas obserwacji tych zmiennych. Do symulacji przyjęto czas o rząd większy ($t = 0,06$ s), a krok całkowania zwiększono o dwa rzędy ($\Delta t = 10^{-4}$ s). Analizowane wyniki przedstawiono na poniższych wykresach.



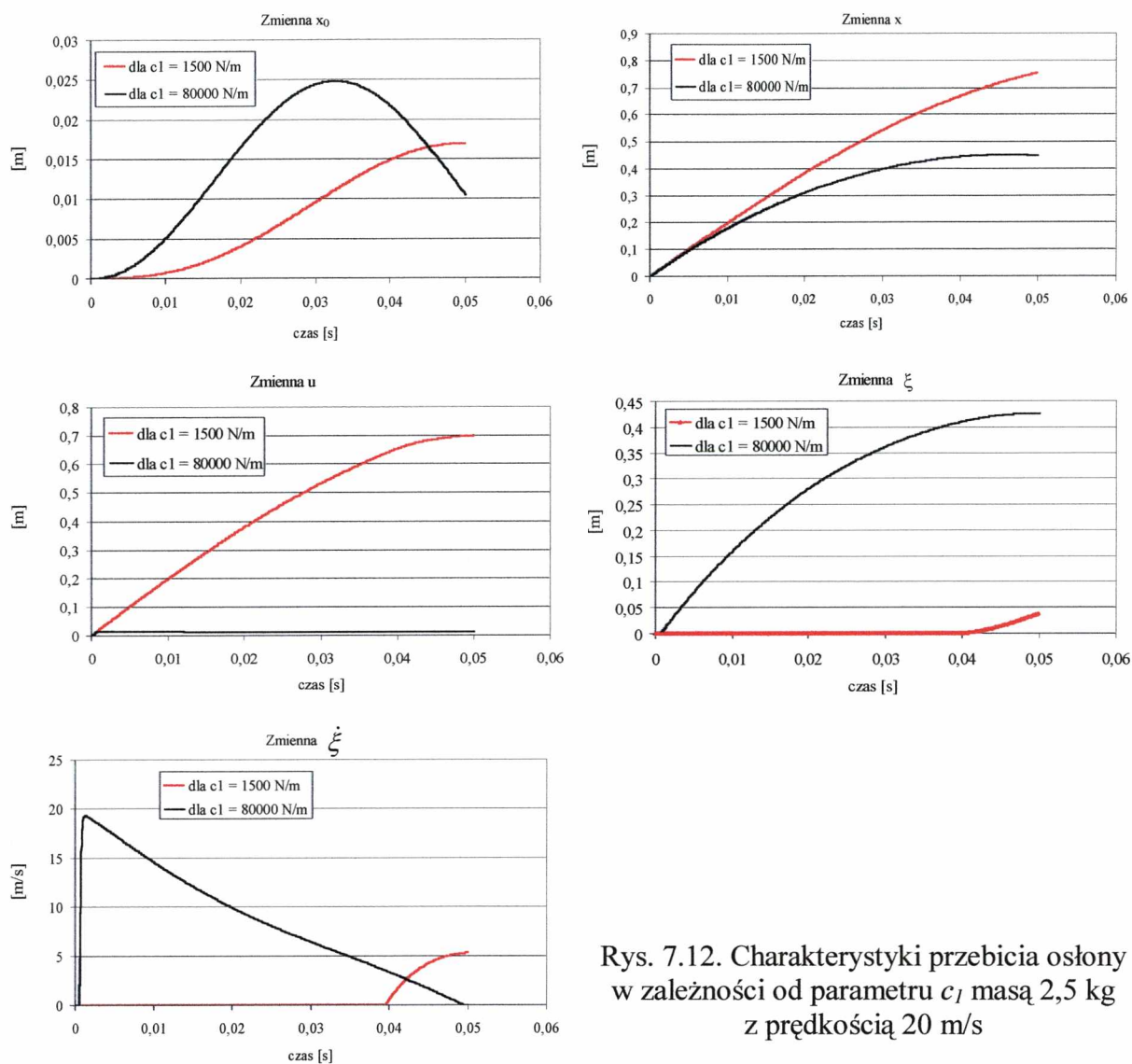


Rys. 7.10. Charakterystyki przebiecia osłony z parametrami określonymi eksperymentalnie

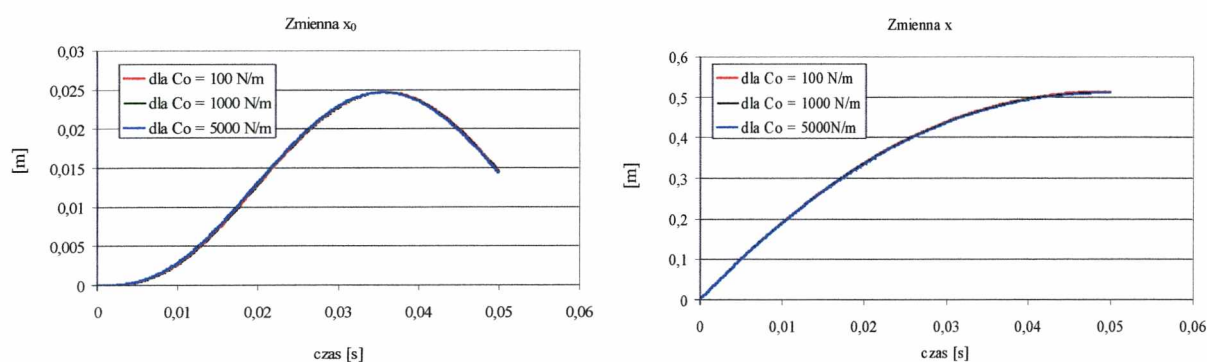
a) wpływ sztywności ramy (c_p) na deformację osłony

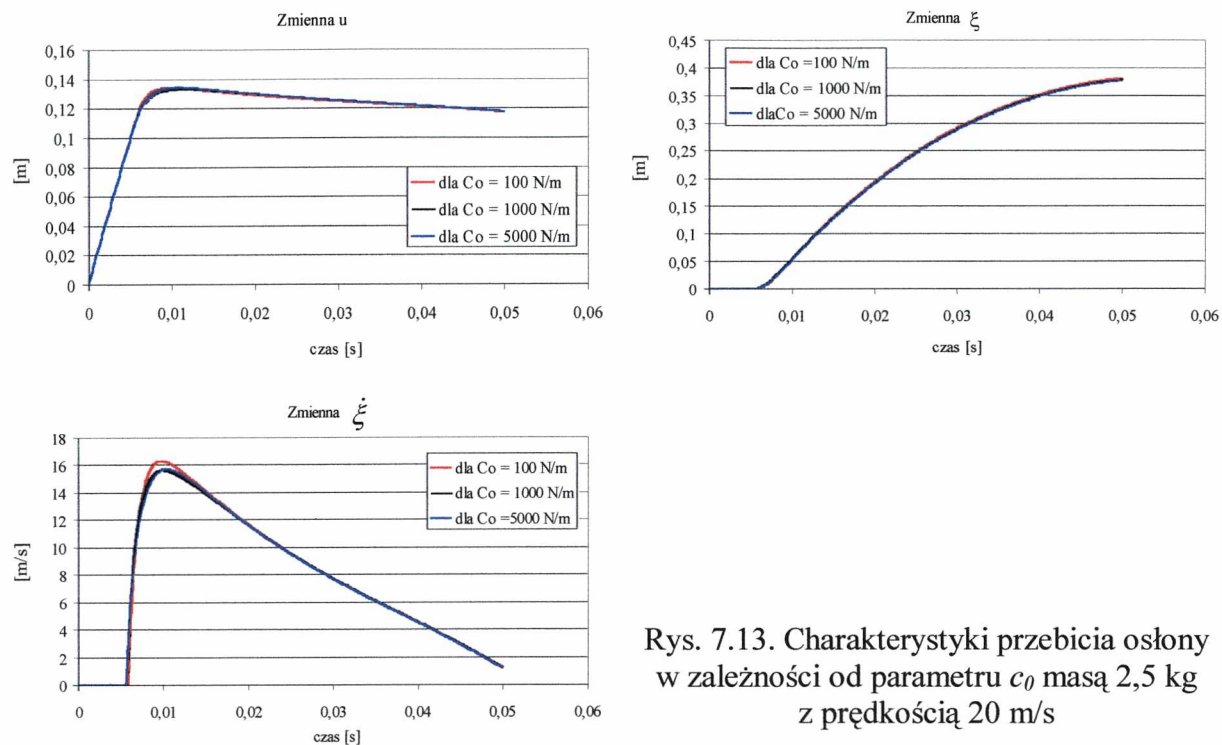


Rys. 7.11. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru c_p masą 2,5 kg z prędkością 20 m/s

b) wpływ sztywności statycznej osłony w modelu (c_I) na deformację

Rys. 7.12. Charakterystyki przebiecia osłony w zależności od parametru c_I masą 2,5 kg z prędkością 20 m/s

c) wpływ sztywności dynamicznej osłony (c_0) na deformację



Rys. 7.13. Charakterystyki przebicia osłony w zależności od parametru c_0 masą 2,5 kg z prędkością 20 m/s

8. ANALIZA NUMERYCZNA PRZESTRZELENIA LEKKIEJ OSŁONY BALISTYCZNEJ 9 MM POCISKIEM PARABELLUM FMJ

8.1. Matematyczny opis modelowania własności mechanicznych materiału

Materiały konstrukcyjne cechują się różnorodnością zachowania pod wpływem obciążeń zewnętrznych. Zagadnieniom tym poświęcone są opracowania [18, 28, 43, 44, 56, 71], w których autorzy klasyfikują rodzaje obciążeń oraz opisują je matematycznie. Należy zwrócić uwagę, że najczęściej materiały poddawane są następującym obciążeniom dynamicznym:

- impulsowe,
- quasi-impulsowe,
- quasi-statyczne,
- uderzenie masą.

W zależności od typu obciążenia konstrukcja może przyjąć różnorodną formę odkształcenia. Może ona podlegać odkształceniom w sposób sprężysty lub plastyczny, a może także podlegać pełzaniu, czy wykazywać efekty umocnienia, lepkości w zakresie sprężystym lub plastycznym. Podstawą do określania równań konstytutywnych jest tutaj charakterystyka materiału w jednoosiowym stanie naprężenia. Charakterystyka ta opisuje zależność $\sigma - \varepsilon$ otrzymywaną przy prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon} = 10^{-4} s^{-1}$. Powyżej tej prędkości (warunek - prędkość stała odkształcenia) uzyskujemy charakterystyki dynamiczne materiału. Z prac [18, 25, 71] wynika, że w przypadku metali kolorowych charakterystyki dynamiczne niewiele różnią się od charakterystyk statycznych. Zatem w przypadku miedzi lub aluminium wystarczy posłużyć się charakterystyką statyczną, w której błąd w stosunku do charakterystyki dynamicznej jest niewielki i mieści się w tolerancji. Inaczej przedstawia się to zagadnienie w stosunku do stali niskowęglowych, czy tytanu.

Przyjmując model zachowania się materiału na podstawie charakterystyk statycznych określamy zmiany jakościowe zachodzące w materiale, a w przypadku charakterystyki dynamicznej, dodatkowo uwzględnia się zmiany ilościowe związane z lepkością.

W przypadku metod numerycznych i analitycznych stosuje się kilka modeli zachowania się materiału w procesie odkształcania (zmiany jakościowe) [39, 54]:

- a) sprężysty,
- b) sprężysto - plastyczny (bilinearny),
- c) sprężysto – plastyczny (multilinerny),
- d) sprężysto – idealnie plastyczny,
- e) sztywno – plastyczny,
- f) sztywno – idealnie plastyczny,
- g) charakterystyki materiału $\sigma(\varepsilon)$ np.:
 - wg prawa potęgowego (dla części plastycznej):

$$\sigma = a + b\varepsilon_{pl}^n \quad (8.1)$$

gdzie: a, b, n - stałe materiałowe,

ε_{pl} - odkształcenie plastyczne.

- model Krupkowskiego:

$$\sigma = k(\varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl})^n \quad (8.2)$$

gdzie: ε_{el} – odkształcenie sprężyste (w zakresie prawa Hooke’a),

k – współczynnik definiowany jako $\frac{EA}{L}$,

E – moduł sprężystości,

A – pole przekroju poprzecznego elementu,

L – długość elementu.

Często również należy uwzględniać zmiany ilościowe zachodzące w materiale tzn. umocnienie z prędkością odkształcania. Modele opisujące to zjawisko bazują na założeniu lepkoplastycznych własności materiału a ich obszerny przegląd zamieszczono w pracach Perzyny [43]. Szybkość umocnienia $\dot{\varepsilon}$ rozkłada się na sprężystą prędkość umocnienia $\dot{\varepsilon}_{el}$ oraz lepkoplastyczną prędkość umocnienia $\dot{\varepsilon}_{pl}$ gdzie:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_{pl} \quad (8.3)$$

W modelu Perzyny [43] zmienną $\dot{\varepsilon}_{pl}$ definiuje się następująco:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \gamma \left[\frac{\langle f \rangle}{\bar{\sigma}_0} \right]^N \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (8.4)$$

gdzie: γ i N – stałe materiałowe,

f – jest funkcją płynięcia Hubera – Misesa (funkcję tą scharakteryzowano w pracy [54]) zależną od naprężenia uplastyczniającego $\bar{\sigma}$.

Naprężenie uplastycznione opisane jest równaniem:

$$\bar{\sigma} = \langle \bar{\sigma}_0 + h_{lp} \kappa \rangle \quad (8.5)$$

gdzie: $\bar{\sigma}_0$ – statyczna granica plastyczności,

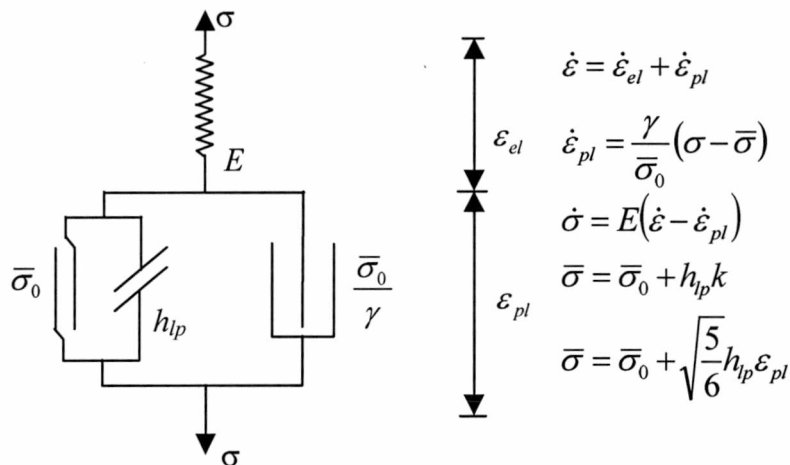
κ – ekwiwalentne odkształcenie lepkoplastyczne,

h_{lp} – parametr umocnienia ($h_{lp} > 0$) lub osłabienia ($h_{lp} < 0$),

Funkcja $\langle f \rangle$ przyjmuje następujące wartości:

$$\langle f \rangle = \begin{cases} f & \text{dla } f \geq 0 \\ 0 & \text{dla } f < 0 \end{cases} \quad (8.6)$$

Według pracy [12] schematycznie własności materiału przedstawia się jak na rys. 8.1 w sposób następujący:



Rys. 8.1. Zachowanie się materiału pod obciążeniem uderowym w ujęciu schematycznym (wg [12])

W metodzie elementów skończonych zastosowanie znalazły modele umocnienia z prędkością odkształcenia bazujące na powyższym modelu np.:

a) model Cowpera – Symondsa [43, 71]

$$\sigma = \bar{\sigma}_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (8.7)$$

b) model Johnsona – Cooka [40]

$$\sigma = \bar{\sigma}_0 \left[1 + \left(\frac{1}{p} \right) \ln \left(\max \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D}, 1 \right) \right) \right] \quad (8.8)$$

gdzie: $\bar{\sigma}_0$ – granica plastyczności,

p, D – stałe materiałowe (np. dla stali niskowęglowej $p=5$, $D=40,4 \text{ s}^{-1}$),

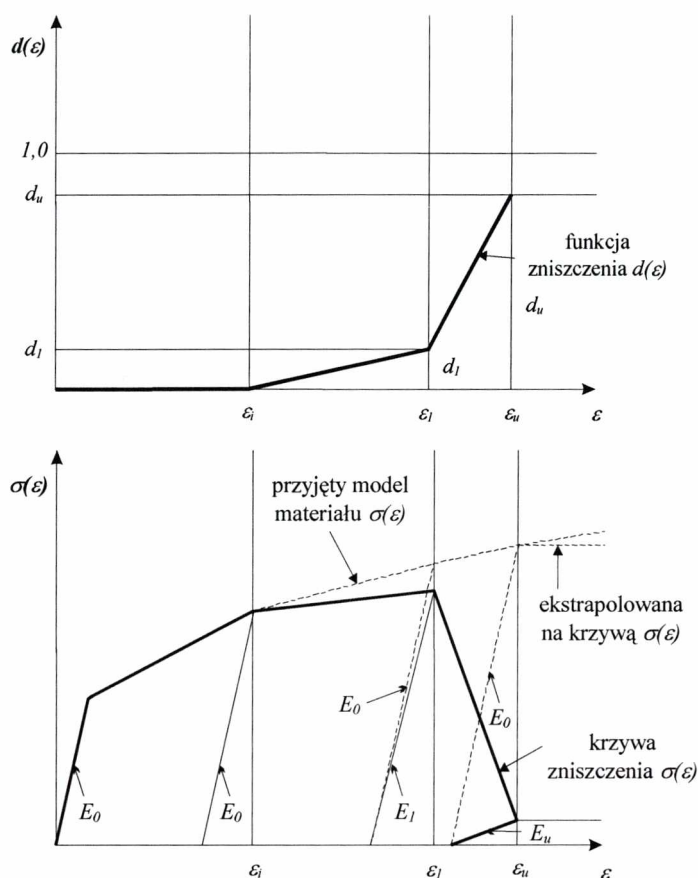
oraz wiele innych [28, 41, 45].

Od doboru odwzorowania własności wytrzymałościowych dla modelu dyskretnego będzie zależała wartość energii zamienionej na odkształcenie plastyczne oraz wartość uwolnionej energii sprężystej. Ważnym zagadnieniem przy modelowaniu konstrukcji z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej jest wprowadzenie do modelu kryterium zniszczenia materiału, dotyczy to szczególnie materiałów kruchych. Jednym ze sposobów wprowadzenia do modelu obliczeniowego kryterium zniszczenia jest zdefiniowanie tzw. funkcji zniszczenia.

Dla izotropowego modelu materiału funkcja ta przyjmuje postać [25, 40]:

$$\sigma = \left[1 - d(\varepsilon_p) \right] \sigma_0 \quad (8.9)$$

Sposób budowania takiej funkcji przedstawiono na rysunku 8.2.



Funkcja izotropowego zniszczenia materiału $d(\varepsilon)$, w trójosiowym stanie odkształcenia, ε

$$d = 1 - \frac{E_1}{E_0}$$

$$\sigma(\varepsilon) = (1 - d)\sigma_0(\varepsilon)$$

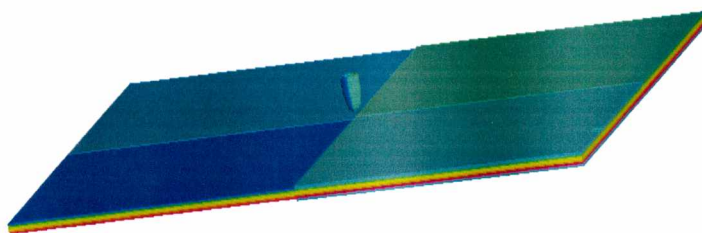
$$E(\varepsilon) = (1 - d)E_0$$

Rys. 8.2. Schemat krzywej zniszczenia

8.2. Model układu pocisk – osłona balistyczna

Do symulacji numerycznej przyjęto model osłony balistycznej o przekroju prostokątnym (rys. 6.1) 300 x 200 mm oraz model pocisku odpowiadający parametrom naboju 9x19 mm PARABELLUM typu FMJ (tabela 6.2).

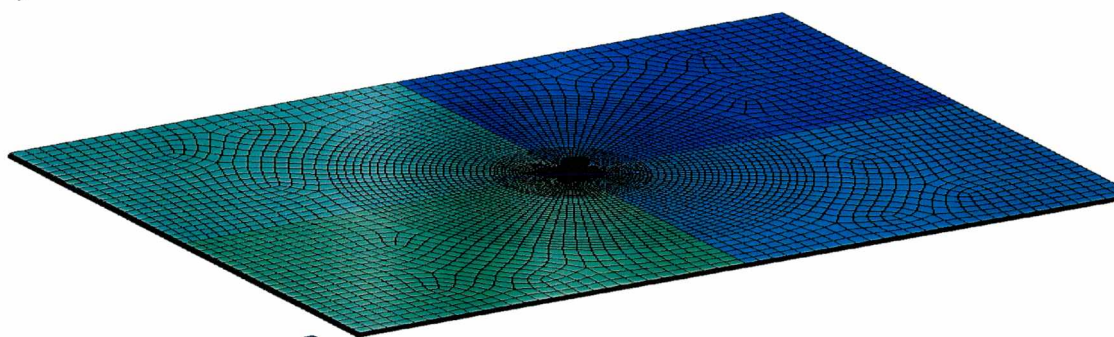
a)



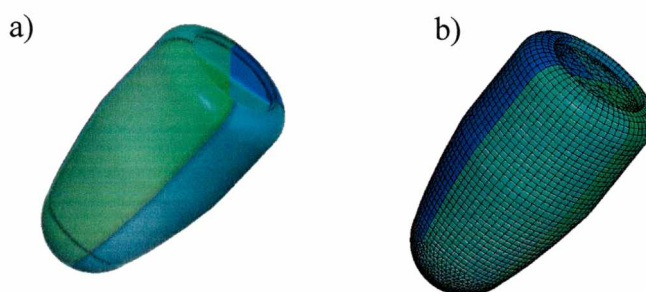
b)



c)



Rys. 8.3. Model osłony balistycznej:
a, b) geometryczny wraz z pociskiem, c) dyskretny



Rys. 8.4. Model 9 mm pocisku Parabellum FMJ: a) geometryczny, b) dyskretny

Model geometryczny i dyskretny zbudowano wykorzystując system MSC/PATRAN. Dyskretyzację osłony balistycznej i pocisku przeprowadzono bryłowymi elementami skończonymi typu Solid oraz Tetra. Ogółem na model dyskretny nr 1 osłony i pocisku składało się 83700 elementów, 45574 węzłów, co daje 136722 stopni swobody (dla modeli nr 2 i 3 liczba elementów zwiększa się proporcjonalnie do grubości osłony). Dane materiałowe osłony balistycznej (sandwich; okładziny aluminiowe, rdzeń laminat balistyczny) wprowadzono na podstawie materiału nr 16 wg opracowania [40] tj.:

a) dla aluminium:

- moduł Kirchhoffa $G = 27 \text{ GPa}$
- moduł Helmholtza $K = 67,6 \text{ GPa}$
- granica plastyczności dla $R_e = 113,5 \text{ MPa}$
- wytrzymałość na rozciąganie $R_m = 116,5 \text{ MPa}$

b) dla laminatu aramidowego:

- moduł Kirchhoffa $G = 2,85 \text{ GPa}$
- moduł Helmholtza $K = 6,17 \text{ GPa}$
- granica plastyczności dla $R_e = 319 \text{ MPa}$
- wytrzymałość na rozciąganie $R_m = 319 \text{ MPa}$

Materiał pocisku również został zamodelowany zgodnie z danymi materiału nr 16 (wg opracowania [40]) tj.:

a) dla płaszcza (miedź):

- moduł Kirchhoffa $G = 40 \text{ GPa}$
- moduł Helmholtza $K = 141 \text{ GPa}$
- granica plastyczności dla $R_e = 80 \text{ MPa}$
- wytrzymałość na rozciąganie $R_m = 250 \text{ MPa}$

b) dla rdzenia (ołów):

- moduł Kirchhoffa $G = 40 \text{ GPa}$
- moduł Helmholtza $K = 6,17 \text{ GPa}$
- granica plastyczności dla $R_e = 80 \text{ MPa}$
- wytrzymałość na rozciąganie $R_m = 250 \text{ MPa}$

Powyższe moduły zostały obliczone na podstawie wzorów:

- moduł Kirchhoffa:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (8.10)$$

- moduł Helmholtza:

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (8.11)$$

gdzie: E – moduł Younga,

ν - współczynnik Poissona.

Ważnym zagadnieniem w zbudowanym modelu było poszukiwanie kontaktu „self contact” - ciała samego z sobą, tak w konstrukcji osłony jak i pocisku, w którym jak wiadomo płaszcz i rdzeń musiał deformować się w warunkach zbliżonych do rzeczywistych.

8.3. Analiza numeryczna

Warunki brzegowe oraz nieliniową analizę dynamiczną wykonano za pomocą systemu PAM-GENERIS™ (preprocesor) oraz PAM-CRASH™ (solver). Analizy tego typu szczegółowo opisują opracowania [25, 28, 55, 78]. Dla modelu dyskretnego przyjęto model bilinearny ze zniszczeniem i umocnieniem izotropowym, w którym zastosowano umocnienie zgodnie z modelem Cowpera – Symonds. Opis matematyczny tych modeli przedstawiono w punkcie 8.1. Za warunki brzegowe w tej analizie przyjęto sztywne zamocowanie krawędzi osłony oraz uderzenie masą 0,008 kg z prędkością 356 m/s o energii ≈ 506 J. Krok całkowania równań ruchu układu dyskretnego przyjęto $\Delta t = 5,5e^{-9}$ s. Analizie poddano szereg modeli, których parametry przedstawiono w tabeli 8.1. Symulacja procesu przebicia została przeprowadzona w idealnych warunkach bez wprowadzania imperfekcji. Analizowano wpływ zmiany grubości materiału na sposób deformowania się układu „osłona – pocisk”. Zestawienie uzyskanych wyników przedstawiono w tabeli 8.2.

Tabela 8.1

Przyjęte modele do analizy

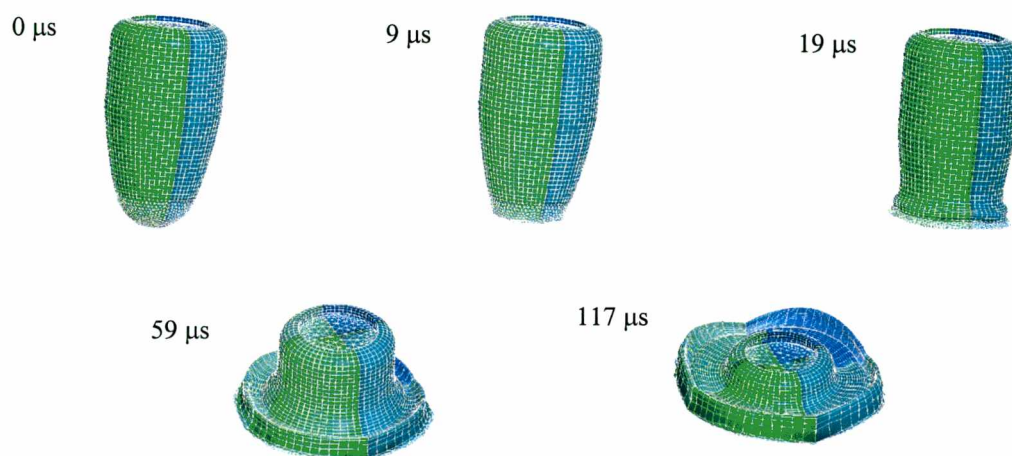
Numer modelu osłony	Przyjęty model materiału	Energia [J]	Masa pocisku [kg]	Prędkość pocisku [m/s]
I	bilinearny ze zniszczeniem (rdzeń – 1 warstwa tkaniny aramidowej)	506	0,008	356
II	bilinearny ze zniszczeniem (rdzeń – 5 warstw tkaniny aramidowej)	506	0,008	356
III	bilinearny ze zniszczeniem (rdzeń – 8 warstw tkaniny aramidowej)	506	0,008	356
IV	bilinearny ze zniszczeniem (rdzeń – 1 warstwa tkaniny aramidowej)	10	0,008	50

Tabela 8.2

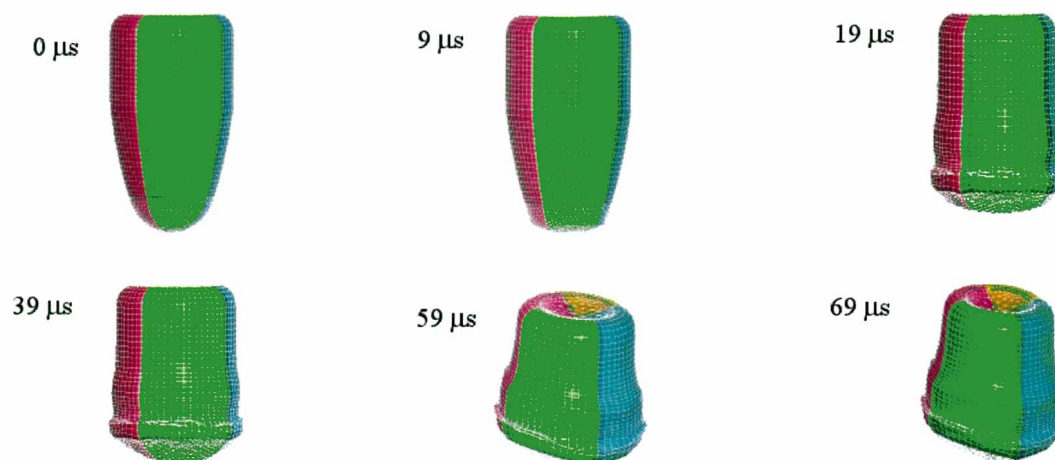
Wartości energii kinetycznej pocisku po uderzeniu w osłonę

Wartość E_k	Model I	Model II	Model III	Model IV
początkowa [J]	506	506	506	10
końcowa [J]	416	166	0	0

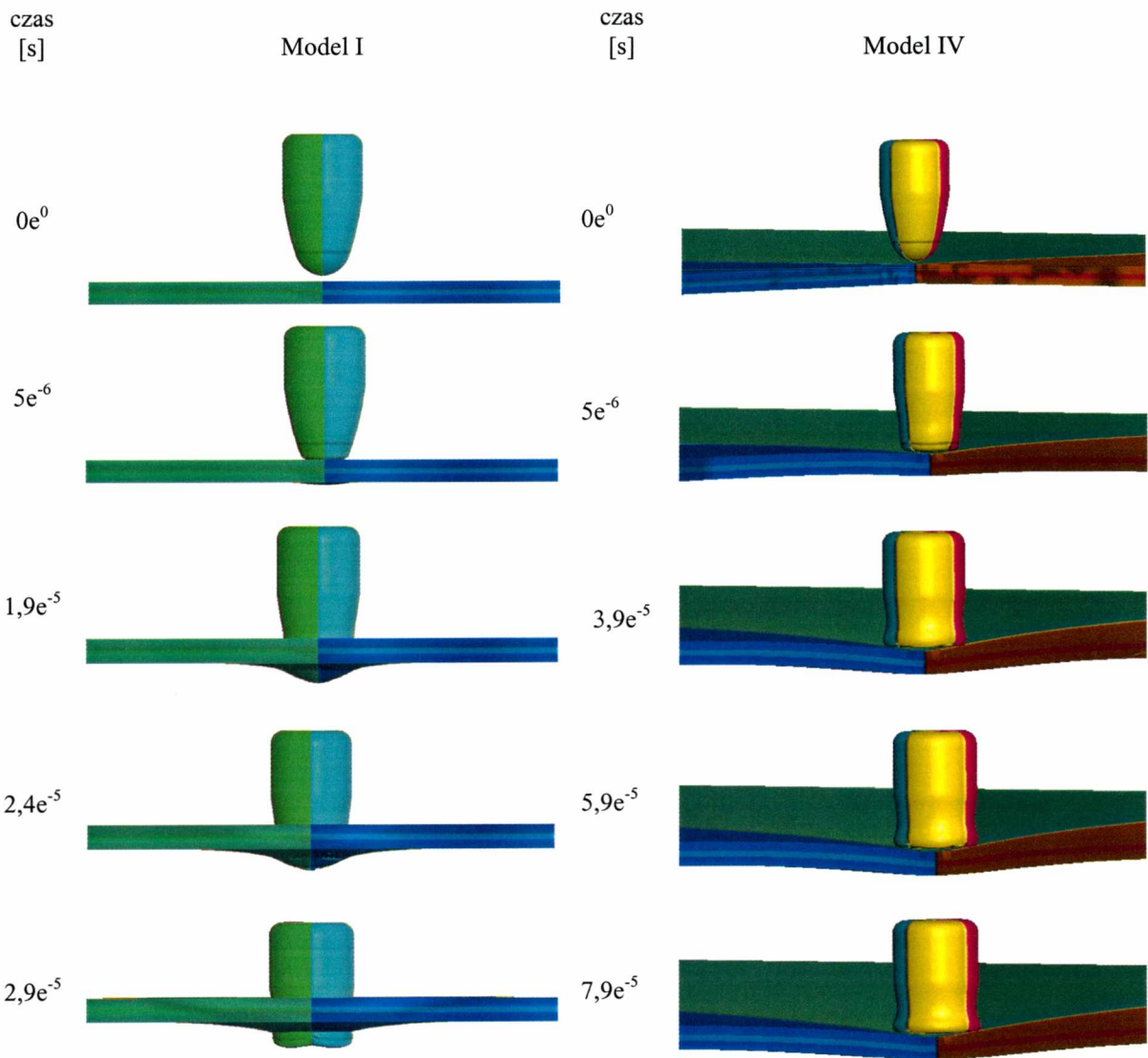
Po przeprowadzonej analizie numerycznej otrzymano przebiegi deformacji w poszczególnych krokach czasowych (rys. 8.5a,b, rys. 8.6a,b). Charakter zmian wartości energii kinetycznej oraz prędkości pocisku przedstawiono na wykresach rys. 8.7 – 8.9.



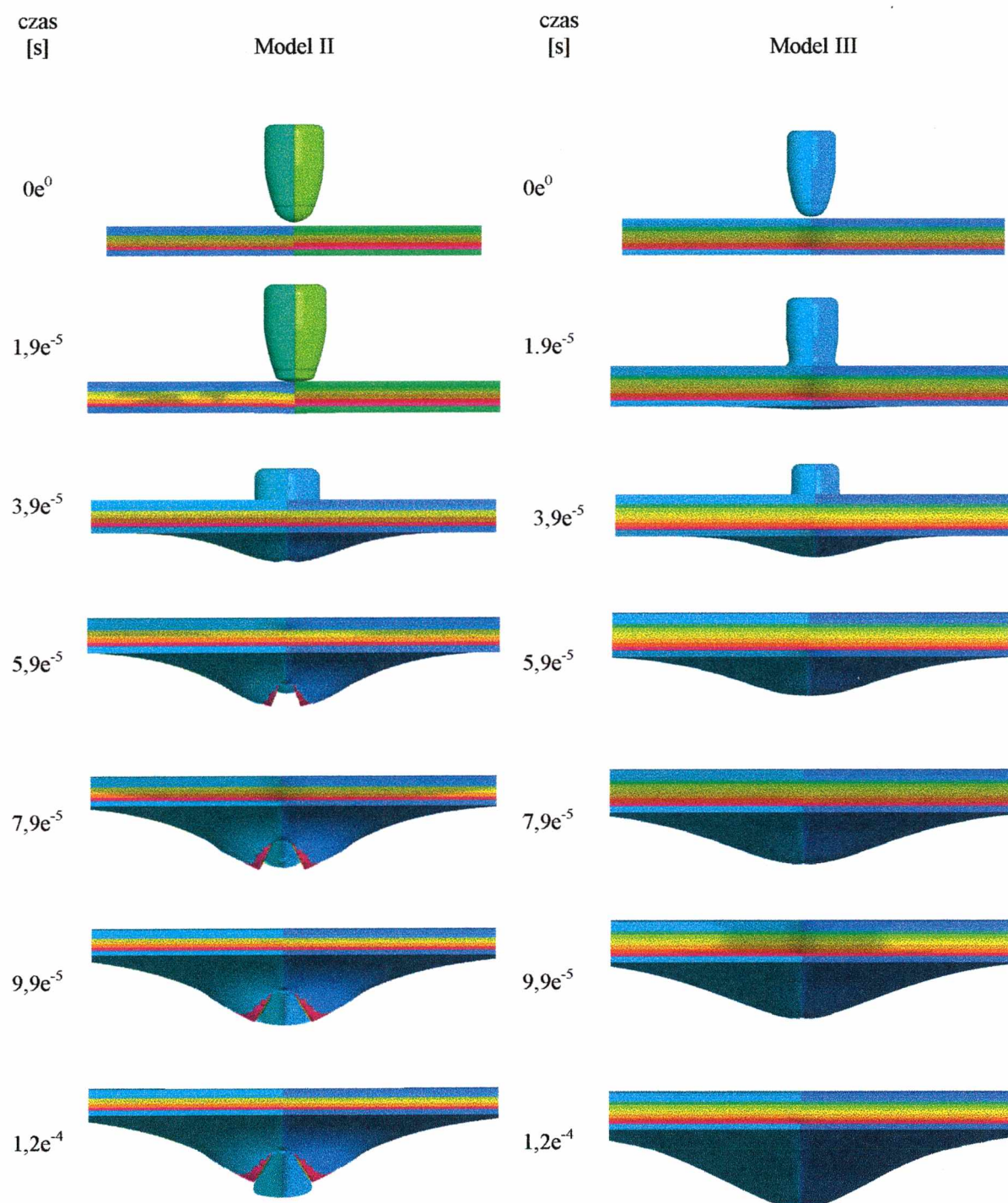
Rys. 8.5a. Deformacja pocisku w modelu III



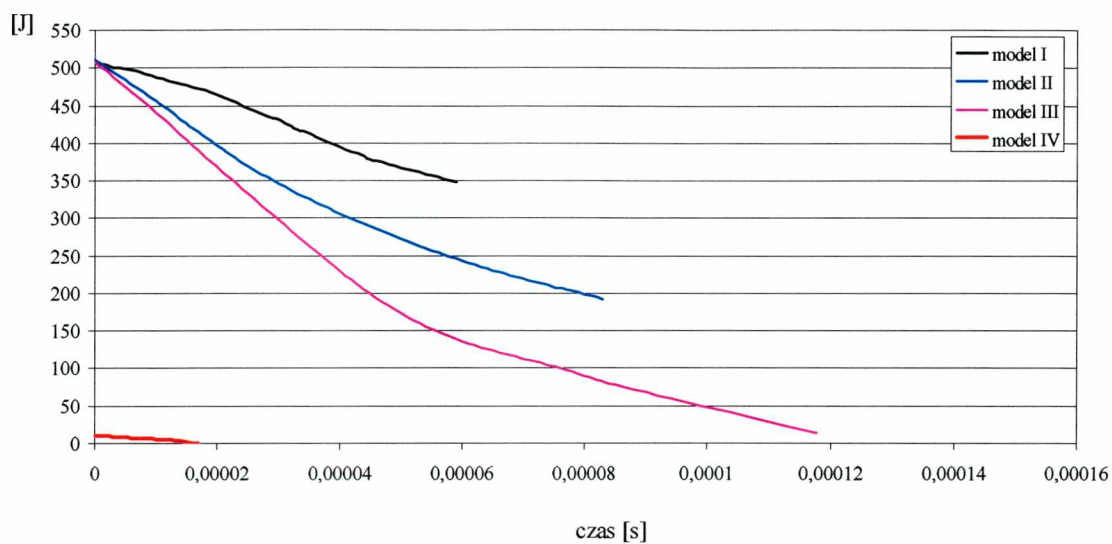
Rys. 8.5b. Deformacja pocisku w modelu I (pocisk przebił osłonę)



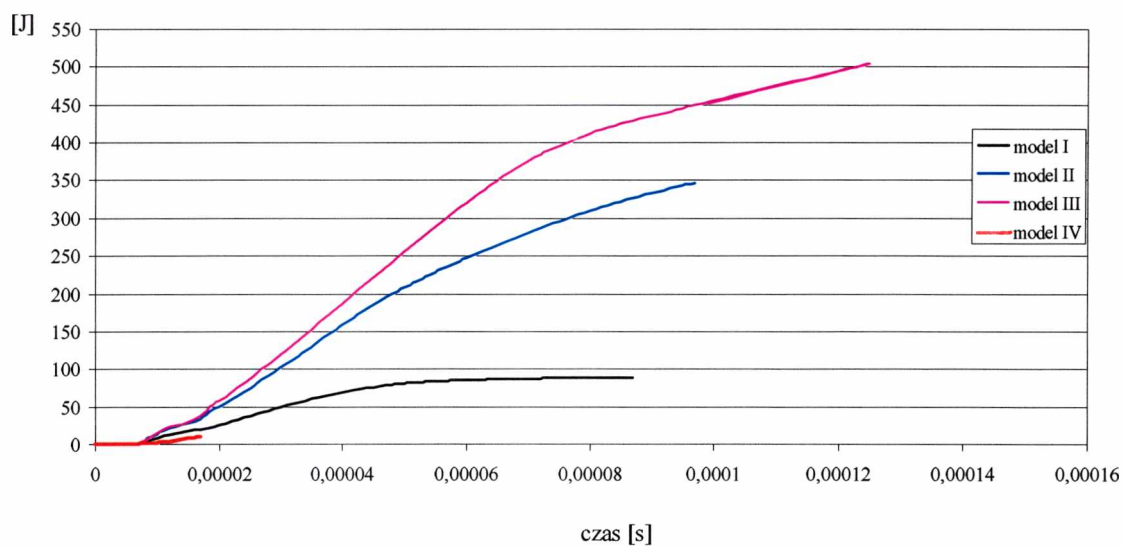
Rys. 8.6a. Przebiegi deformacji analizowanych modeli osłon



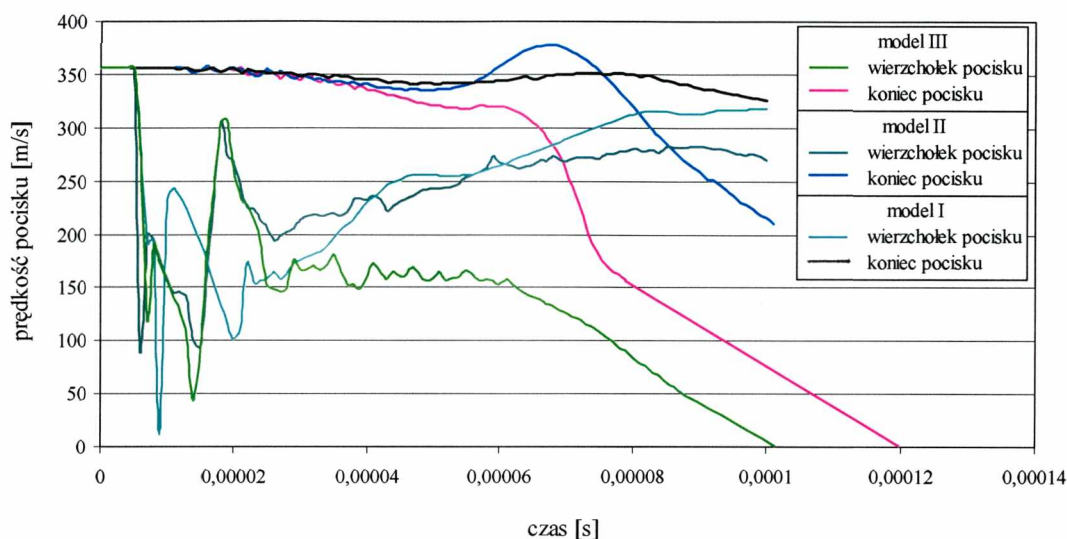
Rys. 8.6b. Przebiegi deformacji analizowanych modeli osłon



Rys. 8.7. Wykres zmian energii kinetycznej pocisku w zależności od penetracji osłony



Rys. 8.8. Wykres zmian energii wewnętrznej osłony w zależności od jej penetracji pociskiem



Rys. 8.9. Wykres zmian prędkości pocisku penetrującego osłonę

Otrzymane wyniki z obliczeń MES stanowią pewien obraz procesu przebicia osłony balistycznej i przybliżają w znaczny sposób zjawisko niszczenia przy prędkościach uderzenia ponaddzwiękowych. Powyższe przykłady pokazują jak ważnym zagadnieniem analizy zjawisk udarowych jest przyjęcie odpowiedniego modelu materiału. Przeprowadzając analizę numeryczną należy starannie dobrać model materiału i jak najdokładniej opisać jego własności, to jest:

- dokładnie określić własności materiałowe,
- przyjąć adekwatny model do matematycznego opisu materiału,

Ponadto należy zastosować efektywną metodę rozwiązywania równań ruchu.

9. PODSUMOWANIE WYNIKÓW. WNIOSKI

Praca dotyczy analizy obciążeń udarowych, wywołanych impulsem siły przyłożonych z prędkością do 400 m/s. W literaturze przedmiotu jest to przedział prędkości uderzeń odpowiadających pociskom wystrzeliwanym z broni krótkiej (pistolety, pistolety maszynowe). Zaprezentowane procedury identyfikacji lekkich osłon balistycznych obciążonych udarowo są wnikliwą syntezą analizy dostępnych modeli procesu wnika-
nia pocisku w osłonę. W trakcie tej identyfikacji opracowano pewną odmienną procedurę, która wykorzystuje nieliniowe aspekty przebiccia związane z dyskretnym mode-
lem zdegenerowanym. Zagadnienia te nie w każdej sytuacji dawały się rozwiązać w sposób zadawalający, w niektórych przypadkach należało przyjąć pewne ograniczenia. Takimi ograniczeniami były założenia odnośnie zachowania się materiału osłony bali-
stycznej.

Podstawowym celem analizy teoretycznej i eksperymentalnej procesu przebiccia było ustalenie istotnych wskazówek przydatnych w konstruowaniu i identyfikacji opty-
malnych lekkich osłon balistycznych. Ich całokształt tworzy pewien obraz uwarunko-
wań dynamicznych, których spełnienie może być podstawą w procesie projektowania takich osłon. Z przeprowadzonej analizy wynika, że na proces przebiccia wpływają czynniki związane z:

- a) energią, kształtem, prędkością i masą ciała uderzającego,
- b) właściwościami materiału osłony,
- c) sposobem zamocowania osłony.

Globalne rozwiązanie postawionego problemu było możliwe dzięki przyjęciu dość prostego modelu dynamicznego, w którym założone zjawiska termodynamiczne (jak i wpływ zmian temperatury materiału osłony) zostały pominięte. Przyjęto bowiem w pracy koncepcję, że jedynie możliwe prosty model dynamiczny, który daje się anali-
zować nie tylko metodami numerycznymi ale także (przynajmniej w przybliżeniu) metodami analizy matematycznej, może dać istotne wskazówki odnośnie uwarunko-
wań konstruowania i identyfikacji lekkich osłon balistycznych. Pod tym kątem widze-
nia przyjęto w pracy ideę zastosowania modelu standardowego w odpowiednim połą-

czeniu z elementem plastycznym, w którym siła oporu w zakresie deformacji nieodwracalnych rośnie proporcjonalnie z prędkością tych deformacji. W wyniku analizy matematycznej wersji uproszczonej tego modelu wyprowadzono konkretne wzory na trwałą deformację ξ (wzory: 5.75, 5.76, 5.103). Ze wzorów tych wynika, że wpływ masy osłony, sztywność materiału osłony i sztywność zamocowania osłony istotnie wpływa na deformację końcową ξ_{gr} . Spostrzeżenia te zweryfikowano następnie numerycznie (oprogramowanie Simulink) na układzie zdegenerowanym o wybranych statycznych parametrach przyjmując ich wartości tak aby w miarę możliwości odzwierciedlały właściwości materiałowe osłony wykonanej z laminatu zbrojonego włóknami aramidowymi.

W wyniku tych badań stwierdzono:

- a) wpływ sztywności statycznej materiału osłony na drogę hamowania pocisku w materiale osłony jest najistotniejszy, przy czym im niższy moduł sprężystości tym deformacja nieodwracalna ξ jest mniejsza (rys. 7.6 i 7.12),
- b) wpływ masy osłony na proces przebicia jest również istotny, przy czym im lżejsza osłona tym krótsza droga hamowania pocisku. Jednakże wpływ ten jest widoczny dopiero dla zdecydowanie niskich mas (rys. 7.4),
- c) zaobserwowano również wpływ zamocowania osłony na deformację trwałą, który jest jednak istotny dla sztywności zdecydowanie małych (brak danych pomiarowych dla c_p w granicach od $c_p = 0$ do $c_p = 900 \text{ N/m}$ uniemożliwia na obecnym etapie wyciągnięcia dokładnych wniosków na ten temat – por. rys. 7.3),
- d) wpływ parametrów istotnych dla zachowania się materiału w warunkach dynamicznych, deformacji odwracalnych (stała k_0 , c_0) był natomiast nieznaczny (rys. 7.7 i 7.8),
- e) badania numeryczne wykazały pewne rozbieżności z wynikami analizy teoretycznej modelu uproszczonego:
 - z analizy modelu uproszczonego wynika zależność deformacji trwałej od energii kinetycznej ciała uderzającego (wzór 5.75),

- z analizy numerycznej modelu pełnego wynika nie tylko zależność tej deformacji od energii kinetycznej ale także od wzajemnej relacji (stosunku) prędkości do masy pocisku (rys. 7.10); przy tej samej energii kinetycznej i takim samym materiale lecz różnych prędkościach uderzenia, deformacje nie są identyczne.

Badania dynamiczne procesu przestrzeliwania w warunkach rzeczywistych opisano w rozdziale 6 stosując zarówno metody tradycyjne jak i metodę elektronowo - optyczną, której zadaniem było śledzenie procesu deformacji podczas przebiegu przestrzeliwania osłony. Do tego celu użyto dwóch szybkich kamer (rys. 6.15), które działały z opóźnieniem $10\ \mu s$ w stosunku do siebie. Kamery rejestrowały deformację prawej ścianki osłony (rys. 6.17), podczas gdy pocisk przechodził ze strony lewej do prawej poprzez osłonę. Rejestrację tą przeprowadzono w przedziale czasu do około $400\ \mu s$, w którym to czasie pocisk osiągnął maksimum deformacji w osłonie. Wykresy tych deformacji (rozumiane jako maksymalne wybrzuszenia osłony rejestrowanej na tle podziałki centymetrowej) w funkcji czasu przedstawiono na rys. 6.18 dla dwóch badanych rodzajów osłon. Jakkolwiek przedstawione wykresy nie przedstawiają drogi pocisku w czasie (pocisk był niewidoczny dla kamery) to jednak można sądzić, że wykresy drogi pocisku mogą mieć zbliżony charakter. Łatwo jest zauważyć, porównując rys. 6.18 z wynikami symulacji komputerowej dla zmiennej x (rys. 7.2 do 7.13), że wykresy te mają zbliżone kształty (nieliniowe funkcje rosnące z malejącą pochodną do chwili zatrzymania się pocisku). Świadczy to o tym, że proponowane modele teoretyczne zostały skonstruowane prawidłowo do badania tego typu osłon balistycznych. Dwukrotne różniczkowanie po czasie tych funkcji daje pogląd na zachowanie się prędkości $\dot{x}$ i przyspieszenia $\ddot{x}$ pocisku (rys. 6.19 i 6.20). Jak widać ujemne przyspieszenie (opóźnienie) pocisku rośnie prawie proporcjonalnie w czasie. Stąd siła działania pocisku na osłonę ($S = ma$) również rośnie w ten sam sposób tak, że po przekroczeniu pewnej wartości krytycznej następuje trwałe uszkodzenie osłony.

Spostrzeżenia te zostały potwierdzone także badaniami symulacyjnymi przy wykorzystaniu metody elementów skończonych na modelu ciągłym, dla którego wprowadzono zarówno możliwość deformacji osłony jak i pocisku. Dyskretyzację osłony oraz

pocisku przeprowadzono bryłowymi elementami skończonymi typu Solid i Tetra. Symulację przeprowadzono za pomocą programu PAM – CRASH dla czterech rodzajów osłon. Wyniki tej symulacji przedstawiają rys. od 8.5 do 8.9. Porównanie wyników doświadczalnych (rozdział 6) z wynikami tej symulacji jest możliwe jedynie dla przypadku osłony nr 8 co odpowiada modelowi III z rys. 8.6 (przypadek w którym pocisk się zatrzymał w osłonie, brak przestrzelenia). Jak widać występują pewne różnice związane z chwilą czasu zatrzymania się pocisku i wielkości deformacji (≈ 20 mm dla modelu, ≈ 30 mm dla rzeczywistej osłony). Różnice te są związane z niedoskonałością modelu, jednakże ustalenia dokładniejszej przyczyny tego faktu wymagają dalszych badań eksperymentalnych w tym zakresie. Jeśli natomiast dokona się porównania wyników strat energii kinetycznej pocisku przechodzącego przez osłonę z wynikami symulacji dla modelu I i II oraz wyników z tabeli 6.6, różnice te są niewielkie. Porównując deformację pocisków, które przebiły osłonę to w przypadku eksperymentu jak i symulacji zauważa się podobieństwo (nieco odmienny kształt przybiera pocisk dla modelu III). Zaproponowane modele numeryczne procesu przestrzelenia osłon dają zbliżony obraz rzeczywistego zjawiska. Na obecnym poziomie wymaga dopracowania model III, pozostałe modele w pełni oddają realizm badania skuteczności przebicia lekkiej osłony balistycznej.

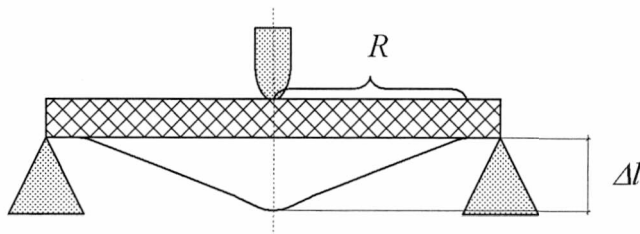
Kończąc w niniejszej pracy proponuje się ponadto wprowadzenie deformacji bezwymiarowej δ_w , która byłaby definiowana w następujący sposób (rys. 9.1):

$$\delta_w = \frac{\Delta l}{R} \quad (9.1)$$

gdzie: Δl – przyrost deformacji,

R – promień części osłony poddanej odkształceniu.

Pojęcie to byłoby pomocne w celach porównawczych, co w przypadku kamizelek kuloodpornych ma istotne znaczenie.



Rys. 9.1. Sposób określania deformacji bezwymiarowej

LITERATURA

- [1] Allen H. G.: *Analysis and design of structural sandwich panels*, Pergamon Press, Oxford 1969.
- [2] Ashby M.F.: *Dobór materiałów w projektowaniu inżynierskim*, WNT, Warszawa 1998.
- [3] Backman M., Goldsmith W.: *The mechanics of penetration of projectiles into targets*, Int. J. Enghg, 16 (1978), 1-99.
- [4] Błażejowski W.: *Wpływ struktury nawijania włókna na wytrzymałość elementów walcowych wykonanych z kompozytu epoksydowo-szklanego*, Rozprawa Doktorska, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, Politechnika Wrocławska 1999.
- [5] Błażejowski W., Pszonka A., Myszkowski W.: *Badania rur ES przy skręcaniu z wykorzystaniem EA*, Raport IMMT, III Letnia Szkoła Mechaniki Pękania, Szklarska Poręba 22-28 czerwca 1997.
- [6] Boczkowska A.: *Czym są kompozyty*, Politechnika Warszawska, Warszawa 2000.
- [7] Borkowski W., Rybak P.: *Kształtowanie odporności uderzeniowej struktury nośnej wozu bojowego*, II Konferencja Naukowo-Techniczna, „Odporność uderzeniowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [8] Borvik T., Langseth M., Hopperstad O., S., Malo K., A.: *Ballistic penetration of steel plates*, International Journal of Impact Engineering 1999.
- [9] Budnik J., Jamroziak K., Kulisiewicz M.: *Ocena skuteczności kompozytowych osłon balistycznych*, X Seminarium „Tworzywa sztuczne w budowie maszyn”, Kraków 2003.
- [10] Dąbrowski H.: *Wstęp do mechaniki materiałów kompozytowych*, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1989.
- [11] Derski W., Ziemia S.: *Analiza modeli reologicznych*, PWN, Warszawa 1968.
- [12] Diez P., Arroyo M., Huerta A.: *Adaptive analysis of softening solids using a residual-type error estimator*, Computational Mechanics, Barcelona 1998.

- [13] Dobrociński S., Fila J., Zatorski Z.: *Metodyka i wyniki badań kuloodporności konwencjonalnych tworzyw konstrukcyjnych*, II Konferencja Naukowo-Techniczna, „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [14] Dobrociński S.: *Stabilność rozwiązań zagadnień odporności udarowej konstrukcji*, II Konferencja Naukowo-Techniczna „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [15] Gander T., J.: *Jane's. Infantry Weapons*, Twenty-sixth Edition 2000-2001.
- [16] German J.: *Podstawy mechaniki kompozytów*, Politechnika Krakowska, Kraków 2001.
- [17] Goldsmith W.: *Non-ideal projectile impact on targets*, Int. J. Impact Energy, 22 (1999), 95-395.
- [18] Gryboś R.: *Stateczność konstrukcji pod obciążeniem uderzeniowym*, PWN, Warszawa – Poznań 1980.
- [19] Habaj W., Wiśniewski A.: *Polymer composites in construction of light armours*, Zeszyty Naukowe WITU, „Problemy techniki uzbrojenia i radiolokacji”, Zeszyt 74/2000, Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zielonka 2000.
- [20] Hop T.: *Konstrukcje warstwowe*, Arkady, Warszawa 1980.
- [21] HP 35665A Dynamic Signal Analyzer. Hewlett-Packard Co, Singapore 8/91, 5091-2492E.
- [22] Jach K., Mroczkowski M., Świerczyński R.: *Modelling of the impact of penetrators onto metal backed ceramic targets*, II Konferencja Naukowo-Techniczna, „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [23] Jach K.: *Komputerowe modelowanie dynamicznych oddziaływań ciał metodą punktów swobodnych*, PWN, Warszawa 2001.
- [24] Jamroziak K., Kulisiewicz M.: *Wpływ pocisków broni strzeleckiej na konstrukcję wielowarstwową*, Sprawozdanie WSOWLąd, 346/WWZ/2002, Wrocław 2002.
- [25] Karliński J.: *Numeryczna analiza nieliniowych zagadnień mechaniki konstrukcji poddanych obciążeniom udarowym*, Rozprawa Doktorska, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Politechnika Wrocławska 2001.

- [26] Kim J. K., Yu T. X.: *Impact response and dynamic failure of composites and laminate materials*, Part 1: Impact Damage and Ballistic Impact, Trans Tech Publications Ltd. Switzerland 1998.
- [27] Kim J. K., Yu T. X.: *Impact response and dynamic failure of composites and laminate materials*, Part 2: Strain-Rate Effect, Energy Absorption and Modelling, Trans Tech Publications Ltd. Switzerland 1998.
- [28] Kłosowski P., *Nieliniowa analiza numeryczna i badania doświadczalne drgań sprężysto-lepkoplastycznych płyt i powłok*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 1999.
- [29] Kocańda D., Kocańda St., Torzewski J.: *Prędkość zmęczeniowego pękania stopu aluminium 2024-T3*, XIX Sympozjum, Zmęczenie i Mechanika Pękania, ATR, Bydgoszcz 2002.
- [30] Kulisiewicz M., Piesiak St.: *Metodologia modelowania i identyfikacji mechanicznych układów dynamicznych*, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1994.
- [31] Kulisiewicz M.: *Identification of nonlinear models of vibration damping of dynamic mechanical systems subjected to random series of impulses*, SAMS 1999.
- [32] Kulisiewicz M., Piesiak St., Bocian M.: *Identification of nonlinear damping using energy balance method with random pulse excitation*, Journal of Vibration and Control, 2001.
- [33] Materiały reklamowe firmy Akzo Nobel: *Twaron in Hard Ballistics*, Edition 1994/2, Wuppertal – Niemcy.
- [34] *MATLAB The Language of Technical Computing*, Using Matlab Version 5, The MATH WORKS Inc., December 1996.
- [35] MIL-STD-662F: *Balistyczny test V_{50} blachy pancernej*, US Army Research Laboratory, USA 1987.
- [36] Norma ASTM Designation: D – 638.
- [37] Ochelski St.: *Analiza niektórych doświadczalnych metod badań właściwości mechanicznych kompozytów*, WAT, Warszawa 1998.
- [38] Ochelski St.: *Niektóre ograniczenia w pomiarach właściwości mechanicznych kompozytów włóknistych*, WAT, Warszawa 2000.

- [39] PAM-CRASH™ Training guide for Technical University in Wroclaw Plzen 2000.
- [40] PAM-SHOCK™, *Solver Notes Reference Manual*, Version 2000, PSI, The Software Company of ESI Group, 2000.
- [41] PAM-SYSTEM™ Documentation, *Solver Notes Manual*, Version 2000. PSI. The Software Company of ESI Group, 2000.
- [42] Parga-Landa B., Hernandez-Olivares F.: *An analytical model to predict impact behaviour of soft armours*, International Journal of Impact Engineering 1995.
- [43] Perzyna P.: *Teoria lepkoplastyczności*, PWN, Warszawa 1966.
- [44] Perzyna P.: *Fundamental problems in viscoplasticity recent advances in applied mechanic*, Academic Press, New York 1996.
- [45] Pickett A.K., Hoeck H.G., Poth A.: *Schrepfer crashworthiness analysis of a full automotive rollover test using a mixed rigid body and explicit finite element*, Approach VDI Conference Wurzburg 1990.
- [46] Piesiak St.: *Identyfikacja układów mechanicznych w dziedzinie nieliniowych nieliniowych zdegenerowanych modeli dynamicznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [47] Plantema F. J.: *Sandwich construction*, John Wiley, New York 1968.
- [48] Polska Norma PN-EN 10002-1+AC1: *Próba rozciągania – metoda badania w temperaturze otoczenia*, PKN, Warszawa 1998.
- [49] Polska Norma: *Próba statyczna rozciągania metali*. PN-80 H-04310, Warszawa 1980.
- [50] Reissner E.: *Small bending and stretching of sandwich type shell*, NACA, Rep 957. 1950.
- [51] Romanów F.: *Obciążenia krytyczne konstrukcji wielowarstwowych*, Politechnika Wrocławska, Monografie 36/8, Wrocław 1979.
- [52] Romanów F.: *Hyperbolischer dreiaxialer verschiebungszustandt von flachen sandwichkonstruktionen und schwachgewalbten sandwischalen*, Bauingenieur 58/1983.
- [53] Romanów F.: *Wytrzymałość konstrukcji warstwowych* Wydawnictwo WSI w Zielonej Górze, Zielona Góra 1995.

- [54] Rusiński E.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w analizie konstrukcji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [55] Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [56] Rusiński E.: *Zasady projektowania konstrukcji nośnych pojazdów samochodowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [57] Scheffler D. R., Zukas J. A.: *Practical aspects of numerical simulation of dynamic events*, Material Interfaces, International Journal of Impact Engineering 2000.
- [58] Siva Kumar K., Balakrishna Bhat T.: *Response of composite laminates on high velocity projectiles*, Key Engineering Materials Vols. 141-143 (1998) pp. 337-348, © 1998 Trans Tech Publications, Switzerland.
- [59] STANAG 4569: *Protection levels for logistic and light armoured vehicle occupants*. NATO/PFP Unclassified 1998.
- [60] STANAG 4164: *Procedury testowe do testów przebicia pancerzy amunicją przeciwpancerną*, NATO/PFP Unclassified 1998.
- [61] STANAG 4190: *Procedury testowe skutków przebicia blachy pancernej amunicją przeciwpancerną*, NATO/PFP Unclassified 1998.
- [62] Starczewski L., Nyc R.: *Ocena własności balistycznych wybranych układów materiałowych na lekkie osłony pojazdów wojskowych*, Sprawozdanie WITPiS nr 84/ZSE/2000.
- [63] Starczewski L., Denkiewicz S.: *Prace nad materiałem na blachy stalowe do opancerzania pojazdów wykorzystywanych w wojsku*, Zeszyty Naukowe WITPiS, Zeszyt 4/2001. Wojskowy Instytut Techniki Pancernej i Samochodowej, Sulejówek 2001.
- [64] Starratt D., Tim S., Elvis C., Anoush P., Reza V.: *An efficient method for continuous measurement of projectile motion in ballistic impact experiments*, International Journal of Impact Engineering 2000.
- [65] Szudrowicz M.: *Badania osłon balistycznych wojskowych pojazdów mechanicznych*, Materiały niepublikowane WITPiS 2001.

- [66] Szudrowicz M.: *Opracowanie metody badania kompozytowych osłon balistycznych, stanowiących dopancerzenie lekkich pojazdów wojskowych*, Sprawozdanie WITPiS nr 70/ZE/2001.
- [67] Trzeciński W., Rekucki R., Janiszewski J.: *Badanie reakcji płyt laminatowych i stalowych na falę podmuchową*, Biuletyn, WAT, LI, 02 (2003).
- [68] Użycki D.: *Kompozyty-przełom w ochronie pancernej wozów bojowych*, Raport – Wojsko, Technika, Obronność, Warszawa 2001.
- [69] Wajda M., *Wpływ obciążeń cyklicznych na model tłumienia drgań skrętnych wybranych elementów konstrukcyjnych wykorzystaniem nieliniowych metod identyfikacji*, Rozprawa Doktorska, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [70] Wen H., M., Redy T., Y., Reid S., R.: *Deformation and failure of clamped beams under low speed impact loading*, International Journal of Impact Engineering 1995.
- [71] Wierzbicki T.: *Obliczenia konstrukcji obciążonych dynamicznie*, Arkady, Warszawa 1980.
- [72] Wilczyński A.: *Polimerowe kompozyty włókniste*, WNT, Warszawa 1996.
- [73] Wiśniewski A.: *Pancerze, budowa, projektowanie i badania*, WNT, Warszawa 2001.
- [74] Włodarczyk E.: *Hydrodynamiczne modele wnikania długiego pręta w tarcze*, III Konferencja Naukowo-Techniczna „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia, 23-25 październik 2002.
- [75] Włodarczyk E., Głogowski Z., Michałowski M.: *Wnikanie nieodkształcalnego pocisku w metalowa półprzestrzeń*, Biuletyn, WAT, LI, 10 (2002).
- [76] Włodarczyk E., Głogowski M.: *Analiza charakterystyk ochronnych różnego rodzaju pancerzy na bazie dostępnej literatury światowej oraz wyników badań własnych*, Biuletyn, WAT, LI, 02 (2003).
- [77] Woźniak H.: *Podstawy materiałoznawstwa*, Wydanie II. Politechnika Śląska, Gliwice 2002.
- [78] Woźniak C., Kleiber M.: *Nieliniowa mechanika konstrukcji*, Poznań, PWN 1982.

- [79] Volt A., Kroon E., La Rocca G.: *Impact response of fiber metal laminates*, Key Engineering Materials Vols. 141-143 (1998) pp. 335-276, © 1998 Trans Tech Publications, Switzerland.
- [80] Yarin A. L., Roisman I. V., Weber K., Hohler V.: *Model for ballistic fragmentation and behind –armor debris*, Israel Institute of Technolod, Israel 1999.
- [81] Zatorski Z., Fila J., Dobrociński S.: *Odporność na przebijanie pakietów i płyt konstrukcyjno-balistycznych*, II Konferencja Naukowo-Techniczna, „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [82] Zatorski Z.: *Odpowiedź plastyczna i perforacja płyt uderzonych przez pręt*, II Konferencja Naukowo-Techniczna, „Odporność udarowa konstrukcji”, Rynia 9-11 grudnia 1998.
- [83] Zhong W., Jang B., Z.: *Material design approaches for improving impact resistance of composites*, Key Engineering Materials Vols. 141-143 (1998) pp. 169-186, © 1998 Trans Tech Publications, Switzerland.
- [84] Zienkiewicz O.C., Taylor R. L.: *The finite element method*, McGraw Hill Book Co Ltd Berkshire England 2000.
- [85] Zubik T., Wiśniewski A., *Balistic research of spatial and laminar models*, Zeszyty Naukowe WITU „Problemy techniki uzbrojenia i radiolokacji”, Zeszyt 75/2000, , Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zielonka 2000.
- [86] Zukas J.A and all: *Impact dynamics*. Ed. John Wiley & Sons. New York 1982.
- [87] Zukas J. A., Scheffler D. R.: *Practical aspects of numerical simulation of dynamic events: Effects of Medhing*, International Journal of Impact Engineering 2000.
- [88] Żmichorski E.: *Konstrukcje przekładkowe*, MON, Warszawa 1964.