

Aleksandra Witkowska, Marek Witkowski

Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

PRÓBA ZASTOSOWANIA FUNKCJI DYSKRYMINACYJNEJ DO ANALIZY LOKALNEGO RYNKU PRACY

1. Wstęp

Rynek pracy jest tą kategorią ekonomiczną, która znajduje się w centrum zainteresowania władz zarówno państwowych, jak i samorządowych. Wynika to przede wszystkim z bardzo dużego bezrobocia, z którym boryka się Polska. Jego oceny dokonuje się z reguły na podstawie pojedynczych mierników, z których podstawowymi są stopa bezrobocia, współczynnik aktywności zawodowej czy wskaźnik zatrudnienia. Tymczasem rynek pracy jest kategorią bardzo złożoną i siłą rzeczy powinien być charakteryzowany przez wiele cech statystycznych. Dopiero wówczas można uzyskać jego obraz bardziej kompleksowy w przekroju różnych jednostek terytorialnych, w szczególności gmin czy powiatów.

W pracy podejmujemy próbę zastosowania do oceny lokalnego rynku pracy funkcji dyskryminacyjnej, należącej, jak wiadomo, do metod wielowymiarowej analizy statystycznej. Sądzymy bowiem, iż metoda ta będzie wysoce użyteczna do opisu takiego typu zjawiska.

W związku z tym w pracy stawiamy następujące tezy:

1. Funkcja dyskryminacyjna pozwala w jednoznaczny sposób na dokonanie oceny stanu lokalnego rynku pracy na poziomie powiatów.

2. Funkcja dyskryminacyjna daje możliwość przeprowadzenia rankingu powiatów według stanu rynku pracy, jakkolwiek nie jest to ranking „klasyczny”, czyli przeprowadzony zgodnie z zasadami porządkowania liniowego.

3. Funkcja dyskryminacyjna stwarza przesłanki przewidywania stanu rynku pracy na poziomie lokalnym w wymiarze krótkookresowym.

4. Funkcja dyskryminacyjna umożliwia dyskryminację badanego zbioru obiektów, a następnie może być wykorzystana do oceny stanu rynku pracy na poziomie powiatów w przyszłości i pozwolić na zaliczenie ich do grupy chorej lub zdrowej [Dziechciarz 2003, s. 266].

Prowadzone w pracy rozważania dotyczyły powiatów województwa wielkopolskiego, a ich zakres czasowy obejmował lata 2002-2004. Podstawę źródłową stanowiły dane empiryczne pochodzące z publikacji Urzędu Statystycznego w Poznaniu: *Ważniejsze dane o powiatach i gminach województwa wielkopolskiego oraz Rynek pracy w województwie wielkopolskim w latach 2002-2004*.

2. Metoda badania

Proces konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej (FD) obejmuje następujące etapy [Witkowska, Witkowski 2006, s. 104]:

- a) wybór zmiennej grupującej,
- b) ustalenie zestawu zmiennych diagnostycznych,
- c) estymację parametrów funkcji dyskryminacyjnej,
- d) określenie reguły klasyfikacyjnej i klasyfikację obiektów (powiatów) zgodnie z tą regułą,
- e) weryfikację zgodności klasyfikacji.

Zmienna grupująca pozwala wstępnie zaklasyfikować dany obiekt do jednej z dwóch grup: albo do grupy obiektów o pozytywnych wartościach tej zmiennej (grupa B), albo do grupy obiektów o wartościach negatywnych tej zmiennej (grupa A). W praktyce najczęściej grupę B nazywa się zdrową, grupę A zaś – chorą.

Wyboru zmiennej grupującej dokonuje się na podstawie przesłanek merytorycznych i robi to podmiot badający. On decyduje o tym, co ma być zmienną grupującą, i jaki jej poziom uznany zostaje za kryterium wstępnego podziału obiektów na zdrowe bądź chore [Dziechciarz 2003, s. 270]. W pracy za tę zmienną przyjęliśmy stopę bezrobocia rejestrowanego. Jeśli w danym powiecie była ona większa od średniej stopy bezrobocia w województwie wielkopolskim, to powiat zaliczony został do grupy chorej, jeśli zaś odwrotnie, to do grupy powiatów zdrowych. Trafność tego wyboru może być zweryfikowana jednak dopiero *ex post*.

Specyfikację potencjalnego zestawu zmiennych diagnostycznych przeprowadziliśmy, korzystając z dwóch źródeł: wiedzy merytorycznej i analizy wyników obserwacji ujętych w cytowanych wcześniej publikacjach Urzędu Statystycznego w Poznaniu. Zestaw ten liczył trzynaście zmiennych.

W dalszej kolejności został on poddany redukcji. Dokonując jej, dążyliśmy do tego, by:

- optymalny wektor zmiennych dyskryminacyjnych stanowiły zmienne możliwie słabo skorelowane ze sobą; żeby ten postulat spełnić, zastosowaliśmy metodę ortogonalizacji zmiennych [Malina, Zeliaś 1997, s. 238-262],
- w zestawie optymalnym znajdowały się zmienne reprezentujące zarówno podażową, jak i popytową stronę rynku pracy,
- wybrane zmienne miały walory dyskryminacyjne, tj. dawały możliwość rozróżnienia dwóch wcześniej ustalonych grup: chorej i zdrowej.

W efekcie optymalny wektor zmiennych dyskryminacyjnych stanowiący podstawę konstrukcji i estymacji funkcji dyskryminacyjnej stanowiły następujące zmienne:

- udział pracujących w sektorze prywatnym w liczbie pracujących ogółem,
- udział pracujących w usługach rynkowych w liczbie pracujących ogółem,
- średnie wynagrodzenie w usługach rynkowych w stosunku do średniego wynagrodzenia w powiecie,
- stosunek liczby bezrobotnych nowo zarejestrowanych w miesiącu do liczby bezrobotnych wyrejestrowanych w miesiącu,
- udział długotrwale bezrobotnych w liczbie bezrobotnych ogółem,
- udział bezrobotnych bez stażu lub ze stażem do 1 roku w liczbie bezrobotnych ogółem.

Wektor ten był taki sam we wszystkich badanych latach.

Po wyborze optymalnego zestawu zmiennych diagnostycznych dokonuje się estymacji parametrów funkcji dyskryminacyjnej o postaci:

$$FD_t = \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \dots + \alpha_6 x_{6t}.$$

Wykorzystujemy wtedy relację [Witkowski, Klimanek 2006, s. 138]:

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1),$$

gdzie: $\mathbf{a}$ – wektor ocen parametrów funkcji dyskryminacyjnej,

$\mathbf{R}$ – macierz kowariancji-wariancji zmiennych dyskryminacyjnych,

$\bar{\mathbf{x}}_2$ – wektor przeciętnych wartości zmiennych diagnostycznych w powiatach zaliczonych do grupy o pozytywnych wartościach zmiennej grupującej,

$\bar{\mathbf{x}}_1$ – wektor przeciętnych wartości zmiennych diagnostycznych w powiatach zaliczonych do grupy o negatywnych wartościach zmiennej grupującej.

Przedostatnim etapem w prowadzonym postępowaniu badawczym było przyjęcie określonej reguły klasyfikacyjnej i przydzielenie poszczególnych powiatów do grupy B – o zadowalającym stanie rynku pracy – bądź do grupy A – o niekorzystnym stanie tego rynku. Założyliśmy więc, że dany powiat zaliczymy do grupy o niekorzystnym stanie rynku pracy, jeśli wartość funkcji dyskryminacyjnej obliczona dla niego będzie spełniała warunek [Tarczyński 1998, s. 77-78]: $FD_t < \bar{y}$, zaś do grupy o korzystnym stanie tego rynku, jeśli: $FD_t \geq \bar{y}$, gdzie:

$$\bar{y} = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1)^T \mathbf{R}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2).$$

Ostatnim etapem analizy dyskryminacyjnej jest ocena jakości przeprowadzonej klasyfikacji. Do tego celu można zastosować wiele mierników. Najczęściej jednak stosowany jest globalny współczynnik trafnych klasyfikacji, obliczany według wzoru [Guzik, Appenzeller, Jurek 2004, s. 224-228]:

$$w_R = \frac{n_{11} + n_{22}}{n}, \quad (1)$$

- gdzie: n_{11} – liczba obiektów należących do grupy obiektów zdrowych na podstawie zarówno klasyfikacji wstępnej, jak i FD,
 n_{22} – liczba obiektów należących do grupy obiektów chorych na podstawie klasyfikacji zarówno wstępnej, jak i FD,
 n – łączna liczba obiektów.

Współczynnik w_R przyjmuje wartości z przedziału $<0; 1>$ i im jest on bliższy jednoci, tym jakość funkcji dyskryminacyjnej jest większa.

3. Wyniki badania empirycznego

Badanie empiryczne przeprowadziliśmy, zakładając, że znana jest zmienna grupująca (tj. stopa bezrobocia w województwie wielkopolskim), nieznany zaś był optymalny zestaw zmiennych diagnostycznych opisujących stan lokalnego rynku pracy. Zbiór ten musiał być przez nas dopiero wyspecyfikowany na podstawie określonych kryteriów, które wyłuszczyliśmy w punkcie drugim pracy. W punkcie tym podany też został optymalny, w sensie tych kryteriów, zbiór zmiennych dyskryminacyjnych.

Tabela 1. Klasyfikacja powiatów województwa wielkopolskiego według zmiennej grupującej w latach 2002-2004

Grupa A			Grupa B		
2002 > 15,9	2003 > 15,8	2004 > 15,9	2002 ≤ 15,9	2003 ≤ 15,8	2004 ≤ 15,9
Chodzieski	chodzieski	chodzieski	grodziski	grodziski	grodziski
Czarnkowsko-trzcieński	czarnkowsko-trzcieński	czarnkowsko-trzcieński	kaliski	kaliski	kępiński
Gnieźnieński	gnieźnieński	gnieźnieński	kępiński	kępiński	leszczyński
Gostyński	gostyński	gostyński	kościański	leszczyński	nowotomyski
Jarociński	jarociński	jarociński	leszczyński	nowotomyski	ostrzeszowski
Kolski	kolski	kaliski	nowotomyski	ostrzeszowski	poznański
Koniński	koniński	kolski	ostrzeszowski	poznański	rawicki
Krotoszyński	kościański	koniński	poznański	rawicki	śremski
Międzychodzki	krotoszyński	kościański	rawicki	szamotulski	wolsztyński
Obornicki	międzychodzki	krotoszyński	szamotulski	śremski	Kalisz
Ostrowski	obornicki	międzychodzki	śremski	wolsztyński	Leszno
Pilski	ostrowski	obornicki	wolsztyński	Leszno	Poznań
Pleszewski	pilski	ostrowski	Leszno	Poznań	
Słupski	pleszewski	pilski	Poznań		
Średzki	ślupski	pleszewski			
Turecki	średzki	ślupski			
Wągrowiecki	turecki	szamotulski			
Wrzesiński	wągrowiecki	średzki			
Złotowski	wrzesiński	turecki			
Kalisz	złotowski	wągrowiecki			
Konin	Kalisz	wrzesiński			
	Konin	złotowski			
		Konin			

Źródło: [Województwo wielkopolskie... 2003; 2004; 2005].

Empirycznym obiektami przeprowadzonego badania były powiaty województwa wielkopolskiego. Powiatów tych jest 35, w tym cztery miasta na prawach powiatu.

W pierwszej kolejności dokonaliśmy ich wstępnego zakwalifikowania do jednej z dwóch grup – A lub B – według przyjętej zmiennej grupującej. Wyniki tej klasyfikacji zawarliśmy w tab. 1.

Jak łatwo zauważyć, klasyfikacja ta została przeprowadzona oddzielnie dla każdego analizowanego roku. Następnie, również dla każdego roku oddzielnie, dokonaliśmy estymacji parametrów funkcji dyskryminacyjnej. Wyniki tej estymacji ujęto w tab. 2.

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów funkcji dyskryminacyjnej w latach 2002-2004

Lp.	Nazwa zmiennej diagnostycznej	Symbol zmiennej	Ocena parametru		
			2002	2003	2004
1	Udział pracujących w sektorze prywatnym w liczbie pracujących ogółem	X_3	0,0532	0,1551	0,0480
2	Udział pracujących w usługach rynkowych w liczbie pracujących ogółem	X_4	-0,0523	0,0729	0,0326
3	Przeciętne wynagrodzenie w usługach rynkowych w stosunku do przeciętnego wynagrodzenia w powiecie	X_7	-0,2247	0,5231	-1,5179
4	Stosunek liczby bezrobotnych nowo zarejestrowanych do liczby bezrobotnych wyrejestrowanych (w ciągu miesiąca)	X_9	-1,0644	-0,4759	-1,1497
5	Udział % długotrwale bezrobotnych w ogólnej liczbie bezrobotnych	X_{11}	-0,2466	-0,1233	-0,1803
6	Udział % bezrobotnych bez stażu lub ze stażem do 1 roku w ogólnej liczbie bezrobotnych	X_{12}	-0,0486	-0,0015	-0,1009

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z publikacji Urzędu Statystycznego w Poznaniu.

W kolejnym kroku obliczyliśmy wartości funkcji dyskryminacyjnej dla każdego powiatu w poszczególnych latach i dokonaliśmy jego przyporządkowania do grupy powiatów zdrowych lub chorych ze względu na stan rynku pracy na podstawie ustalonego kryterium dyskryminacji. Wartość tego kryterium w poszczególnych latach wynosiła odpowiednio:

$$\bar{y}_{(2002)} = -12,0825, \bar{y}_{(2003)} = 6,4163, \bar{y}_{(2004)} = -10,7373.$$

Rezultaty tego przyporządkowania zawarte zostały w tab. 3 (wartości zaciemnione oznaczają powiaty niespełniające kryterium dyskryminacji).

W ostatnim etapie prowadzonego badania dokonaliśmy weryfikacji zgodności klasyfikacji, obliczając globalny współczynnik trafnych klasyfikacji według relacji (1). Wartości tego współczynnika wynoszą odpowiednio: $w_R(2002) = 0,914$, $w_R(2003) = 0,800$, $w_R(2004) = 0,830$. Obliczone współczynniki w_R wskazują, że zastosowana funkcja dyskryminacyjna ma stosunkowo duże walory dyskryminacyjne, a przyjęta zmienna grupująca została wybrana poprawnie, a więc spełniła swój cel. Dość wysoka trafność uzyskanych klasyfikacji sugeruje, że funkcja dyskryminacyjna będzie dobrym narzędziem sporządzania krótkookresowych prognoz

stanu rynku pracy w przekroju powiatów. Można bowiem liczyć na to, że precyzja tych prognoz będzie zadowalająca.

Tabela 3. Wartości funkcji dyskryminacyjnej w przekroju powiatów województwa wielkopolskiego w latach 2002-2004

Powiat	Wartości funkcji dyskryminacyjnej		
	2002	2003	2004
Chodzieski	-12,4121	5,0836	-11,5574
Czarnkowsko-trzcieński	-12,8894	5,4149	-11,4195
Gnieźnieński	-13,3005	5,0732	-12,5139
Gostyński	-11,6061	7,4817	-10,1874
Grodziski	-10,0836	8,1675	-8,6389
Jarociński	-14,0578	5,1483	-12,4772
Kaliski	-13,1103	6,8080	-12,9030
Kępiski	-11,9838	6,9465	-10,6305
Kolski	-14,9419	4,6397	-13,5835
Koniński	-14,9776	3,3455	-13,9066
Kościański	-9,7265	7,0791	-9,7838
Krotoszyński	-13,3911	5,2925	-11,6837
Leszczyński	-10,1886	7,2696	-10,6084
Międzychodzki	-11,4217	5,6655	-11,6738
Nowotomyski	-11,4942	7,0298	-9,7790
Obornicki	-12,7323	6,9897	-11,4152
Ostrowski	-13,4744	5,6963	-11,9518
Ostrzeszowski	-11,4397	6,7089	-9,3334
Piński	-13,5268	6,6973	-10,7543
Pleszewski	-14,2151	5,5837	-12,5307
Poznański	-8,9265	9,8384	-9,0547
Rawicki	-10,4494	7,4046	-9,6938
Słupski	-13,7806	5,3957	-13,4995
Szamotulski	-10,6730	6,7806	-9,7538
Średzki	-12,1794	7,1805	-10,1575
Śremski	-11,0651	5,9424	-10,1111
Turecki	-13,1793	5,2739	-12,3143
Wągrowiecki	-12,7829	5,7108	-12,4327
Wolsztyński	-10,1758	7,5989	-8,4349
Wrzesiński	-12,4034	5,9762	-12,0275
Złotowski	-13,3121	5,6364	-10,5120
Kalisz	-13,6173	5,6393	-11,2962
Konin	-15,0711	3,4385	-11,4961
Leszno	-11,8981	5,9561	-9,7257
Poznań	-10,9129	7,4303	-9,2397

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z publikacji Urzędu Statystycznego w Poznaniu.

Warto też zauważyć, że przynależność powiatów do określonych grup podlegała pewnej dyferencjacji w czasie; np. powiat międzychodzki miał korzystny stan rynku pracy tylko w roku 2002. W latach następnych stan ten uległ pogorszeniu, co skutkowało tym, że powiat znalazł się w grupie chorej. Korzystne zmiany nastąpiły w powiecie średzkim, począwszy od roku 2003, oraz w powiecie złotowskim w

roku 2004. W powiatach: kaliskim, obornickim i pilskim stan rynku pracy poprawił się w roku 2003, ale już w roku 2004 powiaty te znalazły się w grupie A, tj. w grupie chorej. W powiecie śremskim i w Lesznie z kolei stan rynku pracy uległ pogorszeniu w roku 2003, a w roku następnym powiaty te znalazły się znowu w grupie zdrowej.

Podsumowując wyniki przeprowadzonego badania, można stwierdzić, że:

1. Zastosowana do oceny stanu lokalnego rynku pracy funkcja dyskryminacyjna dała możliwość dokonania nieklasycznego uporządkowania powiatów w skali zarówno globalnej, jak i poszczególnych grup – nieklasycznego, gdyż nie jest to uporządkowanie liniowe obiektów, ale ich uszeregowanie według wartości funkcji dyskryminacyjnej.

2. Stan rynku pracy w województwie wielkopolskim był w przekroju powiatów mocno zróżnicowany.

3. Występowała silna dyspersja dynamiczna badanego zjawiska złożonego, przy czym jej skala była największa w powiatach międzychodzkiem, średzkim, złotowskim, kaliskim, obornickim, pilskim, śremskim i w Lesznie.

4. Opis stanu rynku pracy na poziomie powiatów jest zdeterminowany, co trzeba wyraźnie podkreślić, odpowiednim pokryciem informacyjnym. Ono w gruncie rzeczy wymusza określony zakres rzeczowy tego opisu.

Biorąc pod uwagę sformułowane wnioski i spostrzeżenia, wydaje się, że postawione w pracy tezy zostały pozytywnie zweryfikowane, a próba zastosowania funkcji dyskryminacyjnej do opisu stanu lokalnego rynku pracy była merytorycznie zasadna.

Literatura

- Dziechciarz J. (2003), *Ekometria. Metody, przykłady, zadania*, AE, Wrocław.
- Guzik B., Appenzeller D., Jurek W. (2004), *Prognozowanie i symulacje*, AE, Poznań.
- Malina A., Zeliaś A. (1997), *O budowie taksonomicznej miary jakości życia*, [w:] *Taksonomia 4, Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania*, AE, Wrocław.
- Tarczyński W. (1998), *O jeszcze jednym sposobie oceny fundamentalnej spółki na GPW w Warszawie*, [w:] *Taksonomia 5, Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania*, AE, Wrocław.
- Witkowska A., Witkowski M. (2006), *Zastosowanie funkcji dyskryminacyjnej do badania kondycji finansowej banków*, [w:] *Taksonomia 13, Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania*, AE, Wrocław.
- Witkowski M., Klimanek T. (2006), *Prognozowanie gospodarcze i symulacje w przykładach i zadaniach*, AE, Poznań.

Województwo wielkopolskie, podregiony, powiaty, gminy (2003), Wydawnictwo Urzędu Statystycznego w Poznaniu, Poznań.
Województwo wielkopolskie, podregiony, powiaty, gminy (2004), Wydawnictwo Urzędu Statystycznego w Poznaniu, Poznań.
Województwo wielkopolskie, podregiony, powiaty, gminy (2005), Wydawnictwo Urzędu Statystycznego w Poznaniu, Poznań.

THE USE OF DISCRIMINATING FUNCTION FOR ANALYSIS OF THE LOCAL LABOUR MARKET

Summary

From statistical point of view, the labour market is very complex. Therefore, it should be featured by many diagnostic variables. That is why in the analysis below, a discriminating function was used to estimate the local/district labour market. All the data needed for this empirical research, which involved years 2002-2004, was obtained by using publications issued by Statistical Office in Poznań. By taking all the results into consideration, it can be said, that the experiment was successful and essentially valid.