

Barbara Pawełek

Akademia Ekonomiczna w Krakowie

KILKA UWAG DOTYCZĄCYCH WZMACNIANIA SKALI POMIARU PRZY OBLICZANIU ODLEGŁOŚCI

1. Wstęp

W badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych obiekty opisane zmiennymi mierzonymi na mocnych skalach¹ traktowane są w danym okresie jako punkty w wielowymiarowej przestrzeni zmiennych. Podobieństwo obiektów może być mierzone z wykorzystaniem odległości² między nimi w owej przestrzeni³. Wybierając miarę odległości, należy brać pod uwagę zarówno zasady obowiązujące w teorii wymiarów (por. np. [Zeliaś 1991]), jak i typy skali, na których dokonano pomiaru badanych zmiennych.

Twierdzenia teorii wymiarów jednoznacznie wskazują na to, że dodawać i odejmować można tylko wartości zmiennych należących do tego samego wymiaru. Iloczyn i iloraz dwóch zmiennych należących do różnych wymiarów należą do wymiaru pochodnego. Z kolei, jeżeli dwie strony równania są równe, to oprócz tego, że mają one tę samą wartość liczbową, muszą mieć jeszcze ten sam wymiar (być jednorodnie wymiarowo).

Na wybór miary odległości w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych mają także wpływ typy skali. Miara odległości musi mieć własności przypisywane dopuszczalnym technikom statystycznym. Przez owe techniki rozumiemy procedury dostarczające wyników charakteryzujących się określonymi relacjami nieulegającymi zmianom w wyniku zastosowania przekształceń dopuszczalnych dla danej skali pomiaru (por. np. [Walenta 1971; Walesiak 2006]).

¹ Definicję skali pomiaru oraz omówienie podstawowych skal pomiaru można znaleźć np. w pracach [Pawełek 2006b; Walesiak 1996].

² Definicję miary odległości można znaleźć np. w pracy [Pawełek 2006a].

³ Przegląd miar odległości stosowanych w przypadku dysponowania pomiarami na skalach mocnych można znaleźć np. w pracy [Walesiak 2006].

W badaniach empirycznych, podczas posługiwania się skalami pomiaru, warto pamiętać o dwóch ważnych regułach teorii pomiaru. Jedna z nich mówi, że jedynie rezultaty pomiaru na skali mocniejszej mogą być transformowane na skalę słabszą. Związane jest to jednak z utratą pewnego zasobu informacji (por. np. [Steczowski, Zeliaś 1997; Walesiak 1990; 2006]). Odwrotne przekształcenie polegające na wzmacnianiu skali jest niedopuszczalne, gdyż z mniejszego zasobu informacji nie można uzyskać ich większej liczby. Druga zaś ze wspomnianych reguł głosi, że metody ilościowe, które można stosować do wyników pomiaru na skali słabszej, można również stosować do liczb uzyskanych z mierzenia na poziomie mocniejszym.

Zaniedbanie zasad obowiązujących w teorii wymiarów oraz nieuwzględnienie ograniczeń związanych ze skalami, na których dokonano pomiaru badanych zmiennych, skutkują błędami metodologicznymi i, co za tym idzie, niewiarygodnymi wnioskami dotyczącymi natury oraz przyszłego przebiegu badanego zjawiska ekonomicznego.

Celem artykułu było przedstawienie niektórych konsekwencji wzmacniania skali pomiaru. Problem ten pojawia się m.in. przy stosowaniu do pomiarów wykonanych na skali przedziałowej miar odległości przeznaczonych dla danych mierzonych na skali ilorazowej.

2. Wybrane miary odległości dla danych mierzonych na skali ilorazowej

Rozważania dotyczyły następujących miar odległości (por. np. [Walesiak 2006]):

– miary Braya-Curtisa:
$$d_{lr} = \frac{\sum_{j=1}^m w_j |y_{lj} - y_{rj}|}{\sum_{j=1}^m w_j (y_{lj} + y_{rj})}, \quad (1)$$

– miary Canberra:
$$d_{lr} = \sum_{j=1}^m w_j \frac{|x_{lj} - x_{rj}|}{(x_{lj} + x_{rj})}, \quad (2)$$

– miary Clarka:
$$d_{lr} = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j \left(\frac{x_{lj} - x_{rj}}{x_{lj} + x_{rj}} \right)^2}, \quad (3)$$

gdzie d_{lr} to wielowymiarowa odległość między obiektami O_l i O_r ($l, r = 1, \dots, n$), x_{lj} i x_{rj} są wartościami zmiennej X_j ($j = 1, \dots, m$) dla obiektów O_l i O_r , y_{lj} i y_{rj} są wartościami znormalizowanej zmiennej Y_j dla obiektów O_l i O_r , w_j jest zaś wagą⁴ nadaną zmiennej X_j . Warto zaznaczyć, że stosowanie miary Braya-Curtisa

⁴ Rozważane wagi spełniają dwa warunki, a mianowicie: $w_j \geq 0$ oraz $\sum_{j=1}^m w_j = 1$.

wymaga znormalizowania danych wejściowych, natomiast miary Canberra i Clarka mogą być stosowane dla danych zarówno pierwotnych, jak i znormalizowanych.

W literaturze przedmiotu można znaleźć modyfikacje przedstawionych miar, np.:

$$\text{– odległość Braya-Curtisa: } d_{lr} = \frac{\sum_{j=1}^m w_j |y_{lj} - y_{rj}|}{\sum_{j=1}^m w_j |y_{lj} + y_{rj}|}, \quad (4)$$

$$\text{– odległość Canberra: } d_{lr} = \sum_{j=1}^m w_j \frac{|x_{lj} - x_{rj}|}{|x_{lj} + x_{rj}|}, \quad (5)$$

pozwalające uniknąć pojawienia się liczby ujemnej jako wartości miary odległości. Z kolei miara Clarka (3) jest zadana w sposób, który usuwa ewentualne problemy z ujemnymi wartościami. Oczywiście własność ta nie ma znaczenia przy pomiarach na skali ilorazowej. Jednakże miara (3), przez podobieństwo do podanych wersji miar Braya-Curtisa (4) i Canberra (5), mogłaby być wykorzystana do wzmocnienia skali przedziałowej w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych. Postępowanie takie jest niezgodne z teorią pomiaru, gdyż z mniejszej liczby informacji nie można uzyskać ich większej liczby. Dotyczy to choćby możliwych do rozważania relacji. Na skali przedziałowej można badać różnice między pomiarami, ale nie stosunki tych wartości. Ze względu na brak dolnego ograniczenia zbioru wartości pomiarów na tej skali nie mamy stałej „podstawy”, punktu odniesienia. We wszystkich omawianych miarach (1)–(3) obliczane są stosunki, zatem zapewnienie nieujemności miar nie zwiększa zakresu ich zastosowań. Nawet przesunięcie (w ramach normalizacji) wejściowych danych w taki sposób, aby znormalizowane wartości były nieujemne nie powoduje uzyskania pomiarów na skali ilorazowej. Wartości takie pozostają pomiarami na skali przedziałowej.

Niestety podejrzenie, że pojawiające się wersje omawianych miar (4)–(5) mają służyć wzmocnianiu skali przedziałowej nie jest tylko hipotetyczne, stąd konieczność zajęcia się problemem wzmocniania skali pomiaru.

3. Konsekwencje wzmocniania skali przedziałowej dla wejściowych danych

W badaniu dotyczącym konsekwencji wzmocniania skali pomiaru przy obliczaniu odległości wykorzystano podejście zaproponowane w pracy [Pawełek 2006a]. Rozważania przeprowadzono dla jednej zmiennej⁵ X_j . Analiza dotyczyła trzech wybranych obiektów⁶: O_l , O_r i O_s ($l, r, s = 1, \dots, n$), reprezentowanych przez war-

⁵ Jedna ze zmiennych diagnostycznych opisujących złożone zjawisko ekonomiczne.

⁶ Zaprezentowane rozważania dla trzech obiektów można uogólnić na całą zbiorowość.

tości spełniające następujące nierówności $x_{ij} < x_{rj} < x_{sj}$. Wersje jednowymiarowe zmodyfikowanych odległości Braya-Curtisa, Canberra i Clarka przyjmują postać (por. [Pawełek 2006b]):

$$d_{lr}^{(x_j)} = \left| \frac{x_{ij} - x_{rj}}{x_{ij} + x_{rj}} \right|, \quad (6)$$

gdzie $d_{lr}^{(x_j)}$ jest odległością między obiektami O_l i O_r ze względu na zmienną X_j .

Odległości obiektów O_r i O_s od obiektu O_l są równe:

$$d_{lr}^{(x_j)} = \left| \frac{x_{ij} - x_{rj}}{x_{ij} + x_{rj}} \right| = \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{|2x_{ij} + \Delta_{lr}^{(j)}|}, \quad (7)$$

$$d_{ls}^{(x_j)} = \left| \frac{x_{ij} - x_{sj}}{x_{ij} + x_{sj}} \right| = \frac{\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}{|2x_{ij} + \Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}|}, \quad (8)$$

gdzie: $\Delta_{lr}^{(j)} = |x_{ij} - x_{rj}|$, $\Delta_{rs}^{(j)} = |x_{rj} - x_{sj}|$. Aby te wyrażenia miały sens⁷: $x_{ij} \neq -\frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2}$ i $x_{ij} \neq -\frac{\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}{2}$.

Odpowiedź na pytanie, która z powyższych odległości jest większa w przypadku rozważania pomiarów na skali przedziałowej, nie jest natychmiastowa. Otóż, dla

$$1^0 \quad x_{ij} \in \left(-\infty, -\frac{\Delta_{lr}^{(j)} (\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}} \right) \setminus \left\{ -\frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2} - \frac{\Delta_{rs}^{(j)}}{2} \right\} \text{ mamy } d_{lr}^{(x_j)} < d_{ls}^{(x_j)}, \quad (9)$$

$$2^0 \quad x_{ij} = -\frac{\Delta_{lr}^{(j)} (\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}} \text{ mamy } d_{lr}^{(x_j)} = d_{ls}^{(x_j)} = \frac{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}{\Delta_{rs}^{(j)}}, \quad (10)$$

$$3^0 \quad x_{ij} \in \left(-\frac{\Delta_{lr}^{(j)} (\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}, 0 \right) \setminus \left\{ -\frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2} \right\} \text{ mamy } d_{lr}^{(x_j)} > d_{ls}^{(x_j)}, \quad (11)$$

$$4^0 \quad x_{ij} = 0 \text{ mamy } d_{lr}^{(x_j)} = d_{ls}^{(x_j)} = 1, \quad (12)$$

$$5^0 \quad x_{ij} \in (0, +\infty) \text{ mamy } d_{lr}^{(x_j)} < d_{ls}^{(x_j)}. \quad (13)$$

W celu zilustrowania powyższych rozważań teoretycznych, dotyczących skutków wzmacniania skali pomiaru poprzez stosowanie do pomiarów wykonanych na słabszej skali (tutaj: przedziałowej) odpowiednio zmodyfikowanych miar odległo-

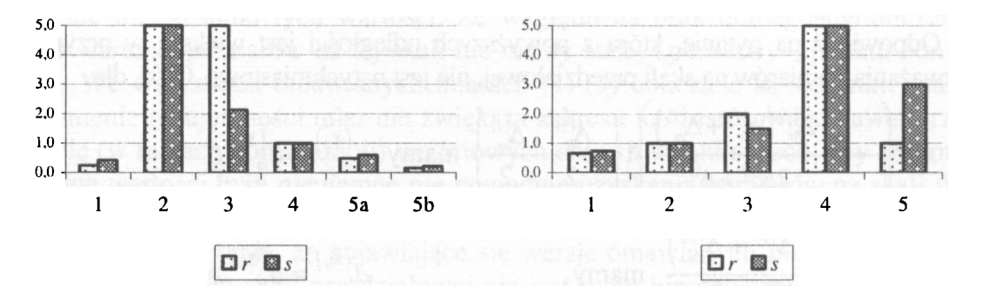
⁷ W przypadku badania zmiennych mierzonych na skali przedziałowej warunki te nie zawsze są spełnione.

ści typowych dla skali silniejszej (tutaj: ilorazowej), przyjęto 6 zestawów umownych danych. W związku z tym, że założoną skalą dla wejściowych danych była skala przedziałowa wśród zadanych współrzędnych pojawiają się ujemne liczby. Rozważane przypadki były ściśle związane z podanymi wariantami przedziału wartości dla realizacji przypisanej obiektowi O_l (9)-(13), które wpływają na ocenę odległości obiektów O_r i O_s od obiektu O_l (por. tab. 1).

Tabela 1. Relacje między wartościami zmodyfikowanej miary odległości (6) dla umownych danych

Przypadek	O_l	O_r	O_s	$d_{lr}^{(x_i)}$	$d_{ls}^{(x_i)}$	$d_{lr}^{(x_i)} \text{ ? } d_{ls}^{(x_i)}$
Przypadek 1 ⁰ : $x_{ij} \in (-\infty, -15) \cup (-15, -12)$	-50	-30	-20	0,250	0,429	<
Przypadek 2 ⁰ : $x_{ij} = -12$	-12	8	18	5,000	5,000	=
Przypadek 3 ⁰ : $x_{ij} \in (-12, -10) \cup (-10, 0)$	-8	12	22	5,000	2,143	>
Przypadek 4 ⁰ : $x_{ij} = 0$	0	20	30	1,000	1,000	=
Przypadek 5 ⁰ a: $x_{ij} \in (0, +\infty)$	10	30	40	0,500	0,600	<
Przypadek 5 ⁰ b: $x_{ij} \in (0, +\infty)$	50	70	80	0,167	0,231	<

Źródło: obliczenia własne.



a) dla umownych danych
b) dla umownych danych przesuniętych o zmieniającą się wartość parametru a_j

Na osi pionowej znajdują się wartości: a) $d_{lr}^{(x_i)}$ i $d_{ls}^{(x_i)}$, b) $d_{lr}^{(j)}$ i $d_{ls}^{(j)}$; natomiast litery r i s oznaczają obiekty O_r i O_s .

Rys. 1. Wartości zmodyfikowanej miary odległości (6)
Źródło: opracowanie własne.

Pomimo iż w każdym z rozważanych przypadków, zadając umowne dane, zachowano nierówności postaci $x_{ij} < x_{rj} < x_{sj}$, po obliczeniu odległości (6) otrzymano nie tylko relację typu $d_{lr}^{(x_i)} < d_{ls}^{(x_i)}$, ale również $d_{lr}^{(x_i)} = d_{ls}^{(x_i)}$ i $d_{lr}^{(x_i)} > d_{ls}^{(x_i)}$ (por. rys. 1a). Wyniki takie są niezgodne z oczekiwaniami. Przyczyną tej sytuacji jest

dokonanie wzmocnienia skali poprzez obliczanie stosunków dla pomiarów wykonanych na skali przedziałowej. Nawet zabezpieczenie miary przed pojawianiem się ujemnych odległości nie usunęło niebezpieczeństw związanych z wykonywaniem niedopuszczalnych, z punktu widzenia teorii pomiaru, operacji na danych będących pomiarami na skali przedziałowej.

Ze względu na to, że dla przypadków typu $x_{ij} \in (0, +\infty)$, czyli dla dodatnich pomiarów na skali przedziałowej, zostaje zachowana relacja między odległościami, tzn. $d_{lr}^{(x_i)} < d_{ls}^{(x_i)}$, może zrodzić się pomysł, często stosowany w badaniach empirycznych, aby przesunąć wszystkie wartości o pewną stałą – oczywiście w taki sposób, aby wszystkie przesunięte realizacje były nieujemne. W przypadku miary (6) tą stałą nie może być wartość najmniejszej realizacji, gdyż obiekt o najmniejszej współrzędnej miałby, po przesunięciu, przypisaną cyfrę zero. Wówczas odległości pozostałych obiektów od niego stałybyby równe 1 (por. tab. 1, przypadek 4⁰). Należałoby zatem przesunąć realizację o stałą mniejszą od najmniejszej realizacji. Przykładowe zestawy danych, uzyskane po przesunięciu realizacji z przypadku 1⁰ o 60 lub 100 jednostek, prezentują przypadki 5^{0a} i 5^{0b}. W wyniku przesunięcia zrealizowano cel polegający na zachowaniu relacji między odległościami, ale wartości miary (6) różnią się od siebie. W przypadku 5^{0a} bezwzględna różnica wynosi $\left| d_{lr}^{(x_i)} - d_{ls}^{(x_i)} \right| = 0,1$, zaś dla przypadku 5^{0b}: $\left| d_{lr}^{(x_i)} - d_{ls}^{(x_i)} \right| = 0,064$. Można zatem przypuszczać, że dokonując przesunięcia danych będących pomiarami na skali przedziałowej, w celu uzyskania dla badanych zmiennych diagnostycznych tylko dodatnich wartości, możemy wpływać na wartości jednowymiarowej miary odległości (6) i, co za tym idzie, na wyniki wielowymiarowych porównań dotyczących złożonych zjawisk ekonomicznych.

4. Konsekwencje wzmacniania skali przedziałowej dla znormalizowanych danych

Założono, że dane zostały znormalizowane przekształceniem liniowym⁸:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - a_j}{b_j} \quad (b_j > 0), \quad (14)$$

gdzie a_j i b_j są parametrami normalizacyjnymi zmiennej X_j . Wówczas analizowane zmodyfikowane odległości (6) są równe:

$$d_{lr}^{(j)} = \left| \frac{y_{lj} - y_{rj}}{y_{lj} + y_{rj}} \right| = \left| \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2x_{lj} + \Delta_{lr}^{(j)} - 2a_j} \right| = \left| \frac{1}{d_{lr}^{(x_i)} - \frac{2a_j}{\Delta_{lr}^{(j)}}} \right|^{-1}, \quad (15)$$

⁸ Przekształcenie liniowe można stosować dla pomiarów na skali zarówno przedziałowej, jak i ilorazowej.

$$d_{ls}^{(j)} = \left| \frac{y_{lj} - y_{sj}}{y_{lj} + y_{sj}} \right| = \left| \frac{\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}{2x_{lj} + \Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)} - 2a_j} \right| = \left| \frac{1}{d_{ls}^{(x_j)} - \frac{2a_j}{\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}} \right|^{-1}, \quad (16)$$

gdzie $d_{lr}^{(j)}$ i $d_{ls}^{(j)}$ są odległościami obiektów O_r i O_s od obiektu O_l ze względu na znormalizowaną zmienną Y_j . W tym przypadku muszą być spełnione następujące

warunki: $a_j \neq x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2}$ oraz $a_j \neq x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2} + \frac{\Delta_{rs}^{(j)}}{2}$.

Można wykazać, że jeżeli:

$$1^0 \ a_j \in (-\infty, x_{lj}), \quad \text{to} \quad d_{lr}^{(j)} < d_{ls}^{(j)}, \quad (17)$$

$$2^0 \ a_j = x_{lj}, \quad \text{to} \quad d_{lr}^{(j)} = d_{ls}^{(j)} = 1, \quad (18)$$

$$3^0 \ a_j \in \left(x_{lj}, x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}(\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}} \right) \setminus \left\{ x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2} \right\}, \quad \text{to} \quad d_{lr}^{(j)} > d_{ls}^{(j)}, \quad (19)$$

$$4^0 \ a_j = x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}(\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}, \quad \text{to} \quad d_{lr}^{(j)} = d_{ls}^{(j)} = \frac{2\Delta_{lr}^{(j)}}{\Delta_{rs}^{(j)}} + 1, \quad (20)$$

$$5^0 \ a_j \in \left(x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}(\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)})}{2\Delta_{lr}^{(j)} + \Delta_{rs}^{(j)}}, +\infty \right) \setminus \left\{ x_{lj} + \frac{\Delta_{lr}^{(j)}}{2} + \frac{\Delta_{rs}^{(j)}}{2} \right\}, \quad \text{to} \quad d_{lr}^{(j)} < d_{ls}^{(j)}. \quad (21)$$

Dla ustalonych wejściowych współrzędnych obiektów O_l , O_r i O_s oraz zmieniającego się parametru przesunięcia⁹ a_j pokazano możliwe relacje między odległościami obiektów O_r i O_s od obiektu O_l (por. tab. 2).

Tabela 2. Relacje między wartościami zmodyfikowanej miary odległości (6) dla umownych danych przesuniętych o zmieniającą się wartość parametru a_j

Przypadek	O_l	O_r	O_s	a_j	$d_{lr}^{(j)}$	$d_{ls}^{(j)}$	$d_{lr}^{(j)} ? d_{ls}^{(j)}$
Przypadek 1 ⁰ : $a_j \in (-\infty, 10)$	10	30	40	5	0,667	0,750	<
Przypadek 2 ⁰ : $a_j = 10$	10	30	40	10	1,000	1,000	=
Przypadek 3 ⁰ : $a_j \in (10, 20) \cup (20, 22)$	10	30	40	15	2,000	1,500	>
Przypadek 4 ⁰ : $a_j = 22$	10	30	40	22	5,000	5,000	=
Przypadek 5 ⁰ : $a_j \in (22, 25) \cup (25, +\infty)$	10	30	40	30	1,000	3,000	<

Źródło: obliczenia własne.

Przedstawione przypadki pokazują (por. rys. 1b), że zachowując nierówności postaci $x_{lj} < x_{rj} < x_{sj}$ i wykorzystując podane powyżej przedziały wartości dla pa-

⁹ Wartość rozważanej miary odległości (6) nie zależy od parametru skalującego b_j .

rametru przesunięcia a_j , można wpływać na relacje między wartościami przystosowanych do wartości ujemnych miar Braya-Curtisa (4), Canberra (5) lub Clarka (3). Pojawienie się każdej z przyjętych wartości a_j (por. tab. 2) jest oczywiście możliwe w badaniach empirycznych. Rozważania prowadzone są dla wybranych trzech obiektów, które mogą być częścią większej zbiorowości. Miary opisowe, wykorzystywane jako parametry normalizacyjne, mogą wówczas przyjmować różne wartości. W przypadkach 1^o i 2^o parametr a_j może być najmniejszą realizacją danej zmiennej. Przypadki od 3^o do 5^o mogą wystąpić, gdy parametrem przesunięcia jest średnia arytmetyczna wszystkich realizacji danej zmiennej w badanej zbiorowości.

Na przyjęte dane umowne (por. tab. 2) można także spojrzeć jak na pomiary na skali ilorazowej. Wówczas przypadki 1^o i 2^o ukazują konsekwencje wzmocnienia skali przedziałowej, która pojawi się w wyniku przeprowadzenia unormowania pomiarów na skali ilorazowej w przedziale np. $<0,1>$ z wykorzystaniem przekształcenia liniowego zamiast ilorazowego.

5. Zakończenie

Badając złożone zjawisko ekonomiczne, a w szczególności dokonując oceny poziomu rozwoju rozważanych obiektów lub podziału na grupy obiektów podobnych pod względem tego zjawiska, możemy posłużyć się odpowiednio wybraną wielowymiarową odległością. W świetle przedstawionych rozważań nad konsekwencjami wzmacniania skal pomiaru przy obliczaniu odległości podczas wybierania miary odległości należy kierować się zasadami teorii wymiarów oraz przestrzegać ograniczeń związanych ze skalami pomiaru.

Literatura

- Pawełek B. (2006a), *Wpływ normalizacji zmiennych na miary odległości dla pomiarów na mocnych skalach*, referat na XXVIII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe zorganizowane przez Zakład Teorii Prognoz Katedry Statystyki AE w Krakowie nt. „Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych”, Zakopane, 18-21 kwietnia.
- Pawełek B. (2006b), *Wpływ normalizacji zmiennych na porządkowanie liniowe obiektów z wykorzystaniem wielowymiarowej odległości*, „Przegląd Statystyczny” z. 2.
- Steczkowski J., Zeliaś A. (1997), *Metody statystyczne w badaniu zjawisk jakościowych*, AE, Kraków.
- Walenta K. (1971), *Podstawowe pojęcia teorii pomiaru* [w:] J. Kozielski (red.), *Problemy socjologii matematycznej*, PWN, Warszawa.

- Walesiak M. (1996), *Metody analizy danych marketingowych*, PWN, Warszawa.
- Walesiak M. (1990), *Syntetyczne badania porównawcze w świetle teorii pomiaru*, „Przegląd Statystyczny” z. 1-2.
- Walesiak M. (2006), *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, wydanie drugie rozszerzone, AE, Wrocław.
- Zeliaś A. (red.) (1991), *Ekonometria przestrzenna*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

SOME REMARKS ABOUT STRENGTHEN OF SCALE OF MEASUREMENT AT CALCULATION OF DISTANCE

Summary

In comparative analysis into complex economic phenomena to assessment of similarity of objects uses itself for example measures of distance. In the paper were presented some consequences of strengthen of interval scale. This problem appears among others at applying to measurements on interval scale the modified distance measures for measured data on quotient scale.