

Artur Zaborski

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

ZASTOSOWANIE MODELI RÓŻNIC INDYWIDUALNYCH DO WYZNACZANIA KRYTERIÓW OCEN PREFERENCJI

1. Wstęp

Niezwykle ważnym elementem skalowania wielowymiarowego jest interpretacja wyników, polegająca zarówno na określeniu treści wymiarów uzyskanej przestrzeni, jak i na identyfikacji zależności występujących między badanymi obiektami lub zmiennymi. W badaniach preferencji zazwyczaj korzysta się z opinii wielu osób różniących się w ocenie ważności wpływu określonych zmiennych na podobieństwa między obiektami. Indywidualne mapy percepcyjne poszczególnych respondentów lub grup respondentów nie dają przez to podstaw do opracowania strategii marketingowej, która musi odpowiadać potrzebom całych segmentów, a nie indywidualnych konsumentów. Pojawia się więc problem agregacji indywidualnych ocen. Trudności w agregacji mogą być spotęgowane tym, że różnice w układach konfiguracji punktów na mapach percepcyjnych nie zawsze wynikają z różnic w postrzeganiu obiektów przez poszczególnych respondentów.

W artykule zaprezentowane zostaną wyniki badania, w którym podjęto próbę „doprowadzenia do porównywalności” map percepcyjnych otrzymanych na podstawie opinii różnych grup respondentów z jednoczesnym wskazaniem ich indywidualnych różnic w ocenach preferencji.

Do przeprowadzenia analizy wykorzystano model PINDIS należący do grupy modeli różnic indywidualnych, opierających się na założeniu, że wszystkie osoby przy kształtowaniu swoich ocen używają tych samych kryteriów, jednak nadają poszczególnym wymiarom różne wagi.

2. Istota modeli różnic indywidualnych

Badania relacji zachodzących między obiektami, w tym także badania preferencji, wymagają korzystania z opinii wielu respondentów. Mamy przez to do czynienia z sytuacją, kiedy danych jest m macierzy $\Delta_k = [\delta_{ij,k}]$ ($k=1,2,\dots,m$), przy czym każda macierz Δ_k przedstawia niepodobieństwa $\delta_{ij,k}$ ($i, j=1,2,\dots,n$, gdzie n jest liczbą obiektów) między obiektami postrzegane przez k -tego respondenta. W modelach różnic indywidualnych na podstawie m macierzy Δ_k określa się wspólną dla wszystkich respondentów konfigurację punktów $Z=[z_{ia}]$, gdzie $a=1,2,\dots,r$, reprezentującą badane obiekty w r -wymiarowej przestrzeni, która nazywana jest grupową przestrzenią zmiennych (*group stimulus space, centroid configuration*).

Ponieważ każdy z respondentów zazwyczaj różni się w ocenie ważności wpływu określonych zmiennych na podobieństwa między obiektami, w modelach różnic indywidualnych wprowadza się wagi w_{ka} zmiennej a dla indywiduum k tworzące przestrzeń wag $W=[w_{ka}]$. Geometryczne punkty w przestrzeni wag przedstawiają respondentów, a współrzędne tych punktów to wagi przypisywane poszczególnym wymiarom przez daną osobę.

Dla ustalonej konfiguracji Z indywidualne konfiguracje punktów dla k -tego respondenta X_k otrzymuje się, mnożąc współrzędne punktów z grupowej przestrzeni przez odpowiednie wagi. Elementy macierzy X_k wynoszą:

$$X_k = ZW_k, \quad (1)$$

gdzie W_k jest diagonalną macierzą niezerowych wag o wymiarach $r \times r$ k -tego respondenta.

Modele różnic indywidualnych pozwalają na badanie interesujących nas zjawisk w różnych aspektach, ponieważ w wyniku ich stosowania otrzymujemy:

- wspólną dla wszystkich respondentów konfigurację punktów (Z) przedstawiającą w przestrzeni r -wymiarowej relacje zachodzące między badanymi obiektami, przy uwzględnieniu preferencji respondentów;
- przestrzeń wag (W) pozwalającą na porównywanie osób (lub grup osób) pod względem wag przypisywanych wymiarom;
- konfiguracje indywidualne ($X_k = ZW_k$) umożliwiające badanie relacji między obiektami w ramach kryteriów ocen stosowanych przez określonego respondenta.

Wśród modeli różnic indywidualnych można wymienić m.in.: model Tuckera-Messicka [1963], INDSCAL (*INdividual Differences SCALing*) i IDIOSCAL (*INdividual Differences in Orientation SCALing*) autorstwa Carroolla i Changa [1970; 1972] oraz PINDIS (*Procrustean Individual Differences Scaling*) opracowany przez Lingoesa i Borga [1977]. Podstawowe różnice wymienionych modeli wynikają z tego, co jest punktem wyjścia analizy, a w konsekwencji, jaki jest algorytm

wyznaczania konfiguracji wspólnej i przestrzeni wag (zob. m.in. [Steenkamp i in. 1994; Cox, Cox 2001, s. 205-215; Zaborski 2006]).

W prezentowanym badaniu do identyfikacji różnic w ocenach preferencji skorzystano z modelu PINDIS dostępnego w pakiecie NewMDSX *for Windows*. W modelu tym konfiguracja wspólna oraz przestrzeń wag są wyznaczane przy wykorzystaniu uogólnionej analizy Procrustes na podstawie otrzymanych wcześniej indywidualnych (dla poszczególnych respondentów lub grup respondentów) konfiguracji punktów $\mathbf{X}_k^0$ reprezentujących analizowane obiekty.

3. Uogólniona analiza Procrustes

Ponieważ takie przekształcenia, jak jednokładność, translacja czy rotacja układu punktów nie powodują zmiany proporcji odległości między nimi, dla danego zbioru obiektów w wyniku skalowania wielowymiarowego można otrzymać różne mapy percepcyjne. Wyznaczenie konfiguracji $\mathbf{Z}$ jako średniej z $\mathbf{X}_k^0$ ($k = 1, \dots, m$) wymaga więc wcześniejszego, wzajemnego ich dopasowania. W odniesieniu do wyników skalowania wielowymiarowego uzyskanych na podstawie ocen poszczególnych respondentów dokonuje się wcześniej wymienionych transformacji indywidualnych konfiguracji $\mathbf{X}_k^0$, tak aby każda z nich została jak najlepiej dopasowana do pozostałych. Proces dopasowywania wielu konfiguracji indywidualnych oraz wyznaczania konfiguracji wspólnej nazywamy uogólnioną analizą Procrustes.

Uogólniona analiza Procrustes prowadzi do wyznaczenia takich konfiguracji punktów $\tilde{\mathbf{X}}_k$, dla których funkcja:

$$R^2 = \sum_{k < l}^m \text{tr}(\tilde{\mathbf{X}}_k - \tilde{\mathbf{X}}_l)^T (\tilde{\mathbf{X}}_k - \tilde{\mathbf{X}}_l), \quad (2)$$

gdzie: $\tilde{\mathbf{X}}_k = \varphi_k \mathbf{X}_k^0 \mathbf{A}_k^T + \mathbf{1} \mathbf{b}_k^T$ ($k, l = 1, \dots, m$; φ_k – stosunek jednokładności; $\mathbf{A}_k^T$ – macierz rotacji; $\mathbf{b}_k$ – wektor translacji), przyjmuje wartość najmniejszą.

Konfiguracja wspólna (*centroid configuration*) jest średnią ze wszystkich $\tilde{\mathbf{X}}_k$ i wynosi:

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \tilde{\mathbf{X}}_k. \quad (3)$$

Statystyka Procrustes, będąca miarą dopasowania poszczególnych $\tilde{\mathbf{X}}_k$ do konfiguracji wspólnej $\mathbf{Z}$, wyrażona jest wzorem:

$$r_k^2(\tilde{\mathbf{X}}_k, \mathbf{Z}) = \frac{\{\text{tr}(\tilde{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{Z}^T \tilde{\mathbf{X}}_k)\}^{\frac{1}{2}}}{\text{tr}(\tilde{\mathbf{X}}_k^T \tilde{\mathbf{X}}_k) \text{tr}(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})}. \quad (4)$$

Jeżeli w modelach różnic indywidualnych przyjmuje się założenie, że respondenci przypisują różne znaczenie poszczególnym wymiarom konfiguracji wspólnej, to istnieją takie macierze $\mathbf{W}_k$, dla których $\tilde{\mathbf{X}} \approx \mathbf{Z}\mathbf{W}_k$. Dla ustalonych konfiguracji $\mathbf{Z}$ i $\tilde{\mathbf{X}}_k$ poszukuje się macierzy $\mathbf{W}_k$ minimalizujących wartość funkcji dopasowania:

$$R^2 = \sum_{k=1}^m \text{tr}(\mathbf{Z}\mathbf{W}_k - \tilde{\mathbf{X}}_k)^T (\mathbf{Z}\mathbf{W}_k - \tilde{\mathbf{X}}_k). \quad (5)$$

Przestrzeń wag minimalizujących wartość (5) tworzą diagonalne macierze $\mathbf{W}_k$ o elementach równych:

$$w_{ka} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{iak} z_{ia}}{\sum_{i=1}^n z_{ia}^2}. \quad (6)$$

Szczegółowy algorytm, według którego wyznaczana jest konfiguracja wspólna oraz przestrzeń wag, przedstawiają m.in.: Lingoes i Borg [1978], Commandeur [1991], Cox, Cox [2001, s. 213], Zaborski [2006].

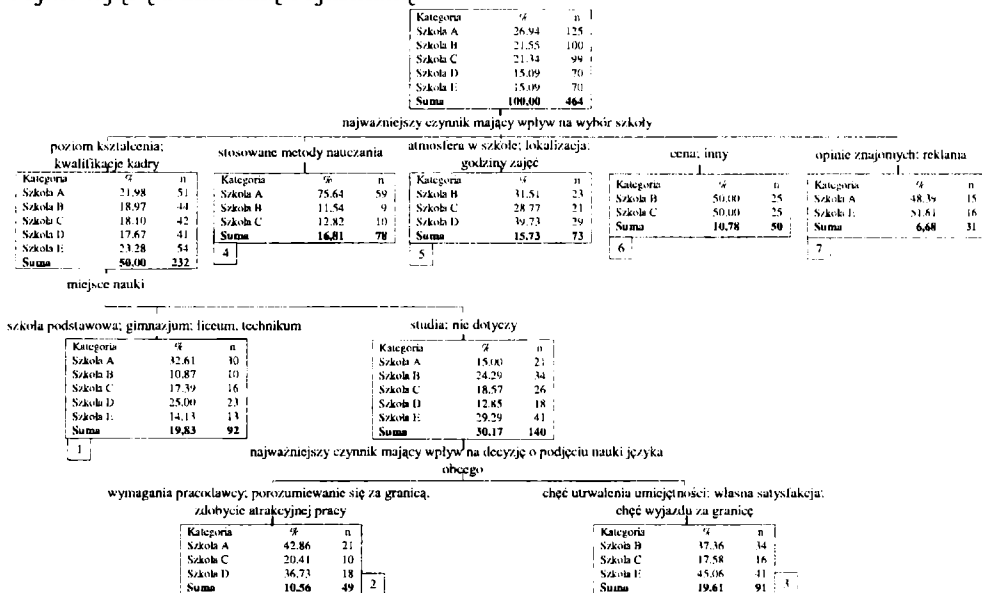
4. Badanie empiryczne

Badaniem objęto 660 słuchaczy pięciu największych szkół językowych działających w Jeleniej Górze. W analizie ostatecznie uwzględniono 464 poprawne pod względem merytorycznym ankiety.

W pierwszym kroku na podstawie zbudowanego drzewa klasyfikacyjnego z wykorzystaniem algorytmu CHAID (wartości podstawowych parametrów algorytmu ustalono następująco: *Maximum Tree Depth* = 4, *Parent Node* = 90, *Child Node* = 30) wyodrębniono siedem względnie jednorodnych klas słuchaczy szkół językowych ze względu na ich preferencje (zob. [Kurzydłowski, Zaborski 2005]). W badaniu za zmienną objaśnianą przyjęto zmienną nominalną, której kategorie: szkoła A, szkoła B, szkoła C, szkoła D i szkoła E, oznaczają szkołę, do której uczęszcza respondent. W zbiorze zmiennych objaśniających, stanowiących podstawę klasyfikacji, znalazły się m.in.: znajomość innych języków obcych, najważniejszy czynnik decydujący o wyborze szkoły, płeć, wiek i wykształcenie respondenta oraz stałe miejsce zamieszkania respondenta.

Ze zbioru zmiennych objaśniających w konstrukcji drzewa przedstawionego na rys. 1 uwzględnione zostały trzy zmienne: najważniejszy czynnik mający wpływ na wybór szkoły językowej, aktualne miejsce nauki respondenta oraz czynnik mający największy wpływ na podjęcie nauki języka obcego. Pozostałe zmienne objaśniające okazały się statystycznie nieistotne ze względu na prowadzony cel bada-

nia, tzn. nie wystąpiła statystycznie istotna zależność między określoną zmienną objaśniającą a zmienną objaśnianą.

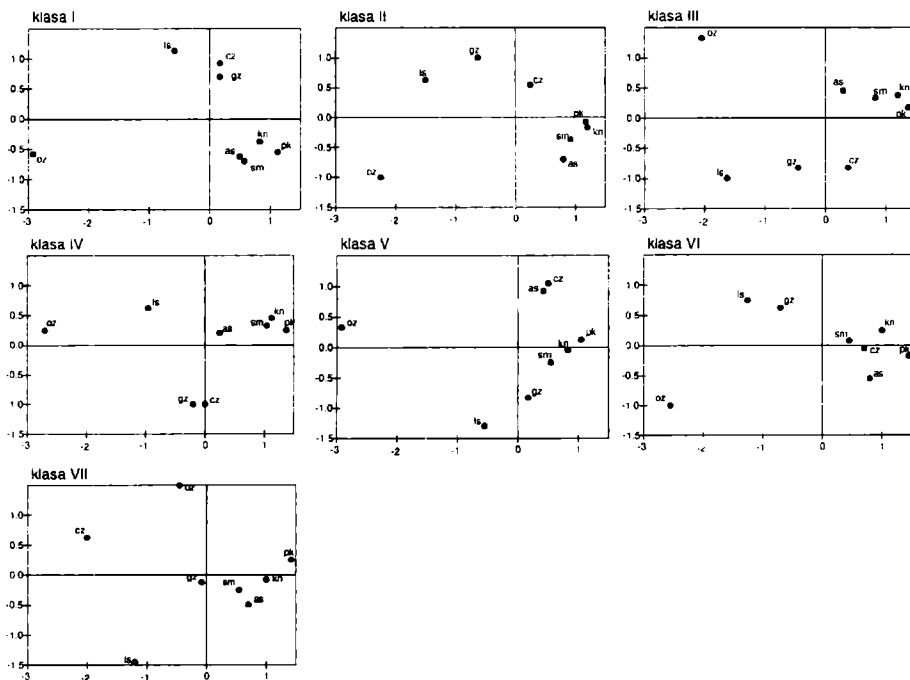


Rys. 1. Klasyfikacja słuchaczy szkół językowych z wykorzystaniem algorytmu CHAID

Źródło: [Kurzydłowski, Zaborski 2005, s. 456].

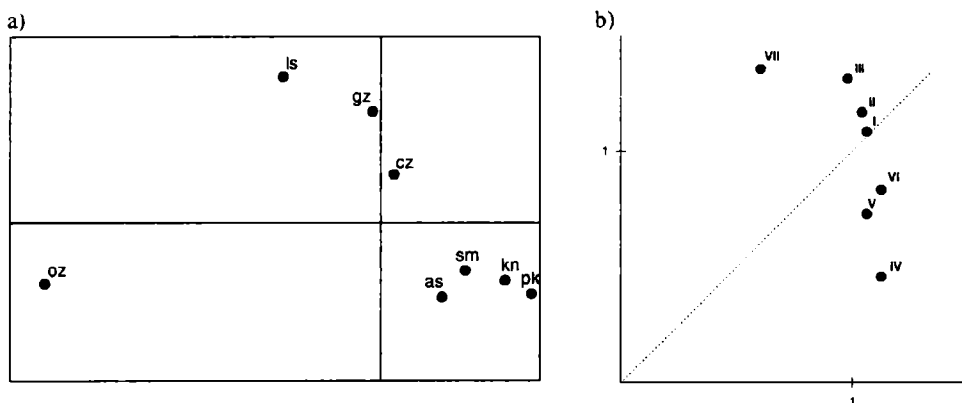
Przeprowadzona klasyfikacja wskazała na charakterystyczne czynniki, które miały wpływ na podjęcie nauki w określonej szkole języków obcych. W celu sprawdzenia, czy dla członków wyodrębnionych klas są one najbardziej istotne, oraz jakie są różnice w ocenie ważności poszczególnych czynników wpływających na podjęcie decyzji o wyborze szkoły, respondentom przedstawiono 8 następujących czynników: poziom kształcenia (pk), kwalifikacje kadry (kn), stosowane metody nauczania (sm), atmosfera w szkole (as), cena zajęć (cz), lokalizacja szkoły (ls), godziny odbywania zajęć (gz) i opinie znajomych (oz). Następnie poproszono o określenie, zgodnie z własnymi preferencjami, istotności tych czynników przez przyporządkowanie im liczb od 1 do 7. Liczba jeden oznaczała czynnik bardzo istotny, liczba siedem zaś – czynnik nieistotny przy wyborze szkoły. Oceny respondentów poszczególnych klas, wyodrębnionych przy wykorzystaniu drzewa klasyfikacyjnego, utworzyły siedem macierzy preferencji, w których wiersze oznaczały respondentów, a kolumny – poszczególne czynniki. Na ich podstawie przeprowadzono skalowanie wielowymiarowe z wykorzystaniem modelu ALSICAL (zob. rys. 2)

W odniesieniu do wyników skalowania wielowymiarowego przeprowadzono analizę Procrustes z wykorzystaniem modelu PINDIS. Wyniki analizy (konfigurację wspólną, przestrzeń wag oraz miary dopasowania) prezentują rys. 3 i tab. 1.



Rys. 2. Konfiguracje punktów reprezentujących czynniki wpływające na wybór szkoły języków obcych wyznaczone dla słuchaczy wyodrębnionych klas

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu statystycznego SPSS for Windows.



Rys. 3. Wyniki analizy Procrustes: a) konfiguracja wspólna; b) przestrzeń wag

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu *NewMDSX for Windows*.

Tabela 1. Miary dopasowania dla prostej i ważonej analizy Procrustes

Klasa	I	II	III	IV	V	VI	VII
$r^2(\tilde{\mathbf{X}}_k, \mathbf{Z})$	0,7856	0,7800	0,7676	0,6263	0,6505	0,7445	0,4079
$r^2(\tilde{\mathbf{X}}_k, \mathbf{ZW}_k)$	0,9573	0,9531	0,9500	0,8241	0,8082	0,9163	0,5788

Źródło: opracowanie własne.

Dużo lepsze dopasowanie indywidualnych konfiguracji punktów do konfiguracji wspólnej w przypadku ważonej analizy Prokrustes świadczy o tym, że istnieją różnice w ocenach preferencji respondentów poszczególnych klas. Potwierdzeniem tego jest również rozkład punktów w przestrzeni wag (rys. 3b).

5. Wnioski

Ponieważ różnice w układach konfiguracji punktów na mapach percepcyjnych nie zawsze wynikają z odmiennego postrzegania obiektów przez poszczególnych respondentów, wyłącznie wzrokowe porównanie $\mathbf{X}_k$ może być niewystarczające do identyfikacji różnic w ocenach preferencji. Zastosowanie uogólnionej analizy Procrustes umożliwia wzajemne dopasowanie indywidualnych konfiguracji punktów oraz wyznaczenie tzw. konfiguracji wspólnej, a dzięki przestrzeni wag oraz miarom dopasowania konfiguracji indywidualnych do konfiguracji wspólnej – wskazanie różnic w ocenach respondentów.

Dwuwymiarowa prezentacja konfiguracji wspólnej (rys. 3a) pozwala na stwierdzenie, że na decyzję o wyborze szkoły mają wpływ dwie grupy czynników odpowiadające wymiarom mapy percepcyjnej. Są to: jakość kształcenia (poziom kształcenia, kwalifikacje kadry i stosowane metody nauczania) oraz dostępność szkoły (cena zajęć, lokalizacja, godziny odbywania się zajęć i atmosfera panująca w szkole). Respondenci poszczególnych klas przypisują podobne znaczenie wymiarowi pierwszemu. Wyjątek stanowią respondenci klasy VII, dla których współrzędne punktu przestrzeni wag wynoszą (0,590; 1,345). Słuchacze tej klasy dokonali wyboru szkoły pod wpływem reklamy i opinii znajomych.

Zróznicowanie preferencji jest przede wszystkim związane z przypisywaniem różnego znaczenia wymiarowi drugiemu. Najmniej istotny jest on dla słuchaczy, którzy przy wyborze szkoły kierowali się stosowanymi metodami nauczania (klasa IV), największy zaś – dla tych, którzy podjęli naukę w szkole językowej z chęci utrwalenia posiadanych umiejętności lub dla własnej satysfakcji (klasa III).

Rozkład punktów w przestrzeni wag wskazuje również, że nie zawsze czynniki decydujące o podjęciu decyzji są dla respondentów najważniejsze. Przykładem są tutaj słuchacze zakwalifikowani do klasy V. Mimo że wybrali oni szkołę ze względu na panującą w niej atmosferę, lokalizację bądź godziny odbywania zajęć, większe znaczenie przypisują wymiarowi pierwszemu (wagi dla tej klasy są równe odpowiednio 1,061 i 0,740).

Literatura

- Arabie P., Carroll J.D., DeSarbo W. (1987), *Three-Way Scaling and Clustering*, Sage Publications, Beverly Hills.
- Carroll J.D., Chang J.J. (1970), *Analysis of Individual Differences in Multidimensional Scaling via an N-Way Generalization of „Eckart-Young” Decomposition*, „Psychometrika” nr 35, s. 238-319.
- Carroll J.D., Chang J.J. (1972), *IDIOSCAL (Individual Differences In Orientation Scaling): A Generalization of INDSICAL Allowing Idiosyncratic Reference Systems as Well as an Analytic Approximation to INSCAL*, Paper presented at the spring meeting of the Psychometric Society, Princeton, NJ.
- Commandeur J.J.F. (1991), *Matching Configurations*, DSWO Press, Leiden.
- Cox T.F., Cox M.A.A. (2001), *Multidimensional Scaling*, second edition, Chapman and Hall, London.
- Kurzydłowski A., Zaborski A. (2005), *Ocena atrakcyjności szkół językowych z wykorzystaniem wybranych metod wielowymiarowej analizy statystycznej, Taksonomia 12, Klasyfikacja danych – teoria i zastosowania*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 1076, AE, Wrocław, s. 453-461.
- Lingoes J.C., Borg I. (1977), *Procrustean Individual Differences Scaling: PINDIS*, „Sozial Psychologie” nr 8, s. 210-217.
- Lingoes J.C., Borg I. (1978), *A Direct Approach to Individual Differences Scaling Using Increasingly Complex Transformations*, „Psychometrika” nr 4, s. 491-519.
- Steenkamp J.E.M., van Trijp H.C.M., Ten Berge J.M.F. (1994), *Perceptual Mapping Based on Idiosyncratic Sets of Attributes*, „Journal of Marketing Research” vol. 31, s. 15-27.
- Zaborski A. (2006), *Przegląd wybranych modeli różnic indywidualnych w skalowaniu wielowymiarowym, Ekonometria 18*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu (w druku), AE, Wrocław.

THE APPLICATION OF THE INDIVIDUAL DIFFERENCES MODELS FOR CALCULATE PREFERENCE JUDGEMENTS

Summary

The article presents the results of the research leading to comparison of perceptual maps received on the basis of the opinion given by various respondents' groups with simultaneous indication of their individual differences in preference judgements. For making analysis the model PINDIS was used, which is one of the individual differences models based on the assumption that everybody making their judgements use the same criteria but assign them various importance.