

Marcin Błażejowski, Tadeusz Kufel

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

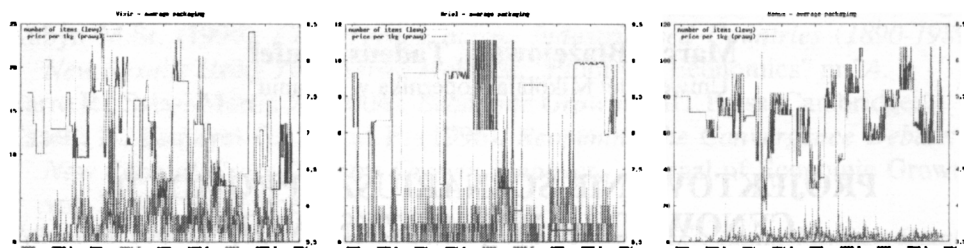
PROJEKTOWANIE SCENARIUSZY PROMOCJI CENOWYCH Z WYKORZYSTANIEM WIELORÓWNANIOWYCH EKONOMETRYCZNYCH MODELI POPYTU KONSUMPCYJNEGO

1. Wstęp do problematyki modelowania popytu konsumpcyjnego

Ekonometryczna analiza popytu konsumpcyjnego należy do jednej z najstarszych dziedzin ekonometrii stosowanej. Najczęściej spotykanym podejściem jest modelowanie popytu na podstawie danych przekrojowych lub przekrojowo-czasowych z wykorzystaniem informacji statystycznych o kształtowaniu się dochodów budżetów gospodarstw domowych. Takie podejście narzuca stosowanie danych o niskiej częstotliwości, tj. co najwyżej miesięcznych, co jest związane np. z miesięcznym cyklem wypłaty wynagrodzeń. Jednak popyt na wiele produktów konsumpcyjnych charakteryzuje się silnymi i częstymi fluktuacjami wywołanymi agresywną działalnością marketingowo-reklamową producentów i/lub sieci sprzedaży. Przykładem takiego rynku jest rynek proszków do prania.

Charakter stosowanych promocji sprzedaży, polegających na okresowym, trwającym kilka lub kilkanaście dni obniżeniu ceny produktu, wymaga oparcia analizy na danych o wysokiej częstotliwości obserwowania. Takie podejście wyklucza tym samym możliwość wykorzystania w modelowaniu informacji o strukturze przychodów i wydatków gospodarstw domowych. Powstaje zatem pytanie: czy na podstawie danych jedynie o wolumenie sprzedanych produktów oraz cenach, po których zostały zrealizowane transakcje, można przeprowadzić wnioskowanie o kształtowaniu się popytu konsumpcyjnego na analizowany produkt? Okazuje się, że tak, choć wymaga się tutaj przyjęcia pewnych założeń, które mają jednak charakter obostrzający, a nie upraszczający. Po pierwsze musi być spełniony warunek jednorodności produktu w okresie analizy, przy czym przez jednorodność rozumie

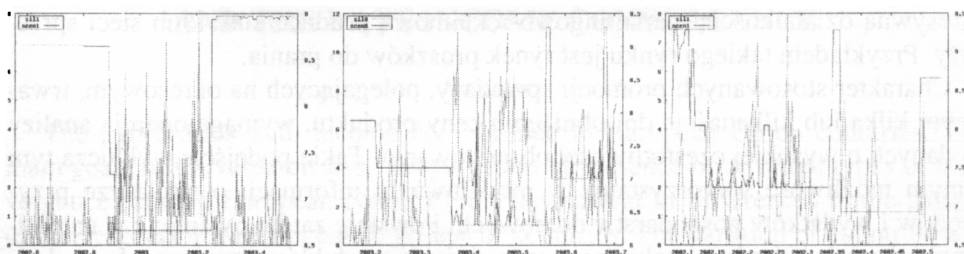
się tutaj niezmiennosć podstawowych charakterystyk produktu, szczególnie tych decydujących o jego jakości. Po wtóre wymagane jest założenie o niezmiennych w czasie analizy preferencjach konsumentów, co jest z kolei konsekwencją konieczności zapewnienia niezmienności położenia prawdziwej krzywej popytu w całym okresie analizy. Realizacja tych postulatów sprowadza się zatem do określenia optymalnej liczebności próby. Prezentowane przykłady dotyczą jednego roku, gdyż wydaje się, że w takim okresie nie zachodzą zasadnicze zmiany preferencji konsumentów oraz właściwości produktów (tutaj proszków do prania).



Rys. 1. Dzienna sprzedaż oraz cena za kilogram wybranych marek proszków do prania
Źródło: opracowanie własne.

Ekonometryczna analiza danych strumieniowych, opierająca się na szeregach obserwacji dziennych, wymaga uwzględnienia typowych dla tego typu szeregów elementów wewnętrznej struktury, takich jak: trend, cykliczności o różnej okresowości oraz bardzo duża zmienność.

Na rysunku 1 przedstawiono przykładowe przebiegi liczby (jaśniejsza linia) sprzedanych opakowań wybranych marek proszków do prania oraz ich cen (ciemniejsza linia) za kilogram w trzech latach. Na rysunku 2 zaprezentowano przebiegi sprzedanej liczby opakowań oraz cen za kilogram w krótszych okresach. Na wykresach wyraźnie widać, iż z jednej strony popyt silnie reaguje na wprowadzanie obniżki cen (promocje sprzedaży), z drugiej strony zmienność procesów sprzedaży jest dużo większa niż zmienność cen w badanym okresie.



Rys. 2. Dzienna sprzedaż oraz cena za kilogram wybranych marek proszków do prania
Źródło: opracowanie własne.

Wykorzystany w prezentowanych przykładach materiał statystyczny pochodzi z jednego z toruńskich supermarketów. Dane obejmują okres od 11 kwietnia 1998 r.

do 28 listopada 2003 r. i składają się z ponad 64 825 rekordów dotyczących pojedynczych transakcji sprzedaży. Dane te zostały pogrupowane tak, aby stanowiły szeregi obserwacji dziennych w układzie tygodnia sześciodniowego (market jest zamknięty w niedzielę) i reprezentowały szeregi dziennej sprzedaży proszków w trzech układach opakowaniowych:

- 1) małe opakowania (do 0,72 kg włącznie),
- 2) średnie opakowania (od 0,72 kg do 3 kg włącznie),
- 3) duże opakowania (powyżej 3 kg).

Następnie do analizy wybrano 11 marek o największym udziale w badanym rynku (ze względu na wartość sprzedaży).

2. Specyfikacja modelu współzależnego

Podstawową przyczyną kształtowania się sprzedaży w układzie dziennym są ceny. Należy jednak wziąć pod uwagę okoliczności, w jakich znajduje się konsument dokonujący zakupów w hipermarkecie. Często informacja o promocji sprzedaży dostępna jest dla konsumenta dopiero w momencie podejmowania decyzji, zatem wiele wyborów konsumpcyjnych dokonywanych jest *ad hoc*. Niestety, zmienność cen jest zbyt mała, aby całkowicie wyjaśnić zmienność sprzedaży. Przyjmując jednak założenie, że ceny promocyjne silnie oddziałują na rynek, w specyfikacji poszczególnych równań należy nie tylko uwzględnić macierz cen wszystkich analizowanych produktów w różnych układach opakowaniowych, ale także uwzględnić możliwość występowania sprzężeń zwrotnych pomiędzy liczbami sprzedawanych opakowań. Takie związki współzależne będą wynikiem skomplikowanych układów substytucyjnych występujących na rynku oraz będą odzwierciedlały dokonywane przez konsumenta wybory. Zatem specyfikacja poszczególnych równań będzie następująca:

$$A(L)ilość_{i,w,t} = \sum_{j=1}^k \sum_{w=1}^3 \sum_{s=0}^{p_{jw}} \alpha_{j,w,s} cena_{j,w,t-s} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \sum_{w=1}^3 \sum_{s=0}^{q_{jw}} \beta_{j,w,s} ilość_{j,w,t-s} + \sum_{r=1}^2 \gamma_{i,D,r} D_{r,t} + \\ + \sum_{m=1}^5 \gamma_{i,d,m} d_{m,t} + \xi_{i,t}$$

dla $i = 1, 2, \dots, k$; $w = 1, 2, 3$; $t = 1, 2, \dots, n$;

gdzie:

- $ilość_{i,w,t}$ – logarytm naturalny liczby sprzedanych jednostek małych, średnich oraz dużych opakowań i -tej marki w okresie t ,
- $cena_{j,w,t}$ – logarytm naturalny ceny za kilogram w małych, średnich oraz dużych opakowaniach j -tej marki w okresie t ,
- k – liczba marek (w badaniu wybrano $k = 11$ marek),
- w – indeks typu wielkości opakowania (małe, średnie oraz duże),

- $A(L)$ – operator autoregresji, którego rząd ustalany jest na podstawie badania wewnętrznej struktury procesów,
 - $D_{r,t}$ – zmienna zero-jedynkowa reprezentująca dekadę r w cyklu miesięcznym ($r = 1, 2$),
 - $d_{m,t}$ – zmienna zero-jedynkowa reprezentująca dzień m w cyklu tygodniowym (w układzie tygodnia sześciodniowego, $m = 1, 2, \dots, 5$),
 - p_{jw}, q_{jw} – rząd opóźnień dla cen i ilości j -tej marki i opakowania typu w ,
- Z tego wynika, że liczba równań układu będzie równa iloczynowi liczby analizowanych marek i liczby wariantów opakowaniowych, w jakim występują one na rynku. Nie można bowiem *a priori* wykluczyć żadnej możliwej substytucji. Ponieważ model należy do klasy układów o równaniach współzależnych, należy zastosować odpowiednią dla tego typu systemów metodę estymacji parametrów. W prezentowanym przykładzie zastosowano podwójną metodę najmniejszych kwadratów (2MNK), choć możliwe jest wykorzystanie jednej z metod łącznej estymacji parametrów, np.: potrójnej metody najmniejszych kwadratów (3MNK).

3. Wybrane własności równań oszacowanego modelu o równaniach współzależnych

Ze względu na ograniczoną długość artykułu nie zostaną zaprezentowane równania modelu empirycznego, a jedynie wybrane ich własności.

Model składał się z 22 równań stochastycznych podzielonych na dwie grupy: równań dla małych opakowań analizowanych marek (11 równań) oraz grupy równań dla średnich opakowań analizowanych marek (także 11 równań). W modelu uwzględniono marki o największym udziale w badanym rynku (ze względu na liczbę sprzedanych opakowań). Parametry modelu szacowano podwójną metodą najmniejszych kwadratów. Tabela 1 zawiera wybrane własności równań.

Pierwsze 11 wierszy tab. 1 dotyczy równań dla małych opakowań proszków, pozostałe 11 wierszy dotyczy średnich opakowań analizowanych marek. W pierwszej kolumnie znajdują się nazwy marek, druga kolumna zawiera istotne oceny wartości funkcji autokorelacji cząstkowej (PACF). Tylko w jednym przypadku (równanie dla średnich opakowań marki Pollena) proces resztowy charakteryzował się autokorelacją rzędu 1. W pięciu równaniach reszty wykazywały autokorelację rzędu 2, reszty równania dla średnich opakowań proszku Bonux miały autokorelację rzędu 3. Reszty pozostałych równań wykazywały istotne oceny wartości PACF wyższych rzędów. Zważywszy na stopień skomplikowania problemu modelowania danych dziennych z jednej strony, z drugiej strony na ograniczonych zestaw zmiennych objaśniających (tylko macierz cen analizowanych marek), uzyskany wynik można uznać za zadowalający na tym etapie badania.

Tabela 1. Wybrane statystyki równań modelu o równaniach współzależnych

Nazwy marek	Istotne oceny funkcji autokorelacji cząstkowej	Wartości p w teście Sargana na przeidentyfikowanie równań	Wartości p w teście Jarque'a-Bera na normalność rozkładu	Wartości skorygowanego R^2
1	2	3	4	5
Ariel	2,7	0,4505	0,0000	0,2622
Bonux	10	0,2804	0,3413	0,3474
Bryza	1,5,10	0,2490	0,0000	0,2188
Dosia	4,13	0,8413	0,0000	0,3407
E	7	0,2510	0,1636	0,4194
Ixi	2	0,5291	0,2126	0,3072
Omo	7,9,10,13,14	0,9168	0,0000	0,3249
Persil	5,11	0,5249	0,0368	0,6167
Pollena	1,5,7,11,13	0,2693	0,0000	0,4205
Rex	6,7,8,11	0,6807	0,0000	0,4186
Vizir	2,8,13	0,8629	0,5120	0,3015
Ariel	7,11	0,5229	0,0462	0,3939
Bonux	3,7,10,13,14	0,9825	0,4334	0,2787
Bryza	5	0,7102	0,0021	0,5265
Dosia	2	0,5255	0,3063	0,3661
E	-	0,3185	0,1451	0,5211
Ixi	5,9,14	0,2737	0,0002	0,5107
Omo	2,12	0,4747	0,0000	0,3411
Persil	7,11,13	0,8760	0,1072	0,5267
Pollena	12	0,8175	0,0000	0,3921
Rex	9,10,12	0,4779	0,0000	0,5060
Vizir	-	0,8567	0,1271	0,3639

Źródło: obliczenia własne.

Trzecia kolumna zawiera wartości empirycznego poziomu istotności p w teście na przeidentyfikowanie równań. Wszystkie wartości były większe od 0,1, co nie pozwalało na odrzucenie hipotezy zerowej mówiącej o tym, że wszystkie instrumenty (zmiennne z góry ustalone) równania są istotne. Wskazuje to na trafności konstrukcji macierzy zmiennych cenowych.

Czwarta kolumna zawiera wartości p w teście normalności rozkładu reszt. Pogrubioną czcionką zaznaczone są wartości $< 0,1$. W 13 przypadkach można było odrzucić hipotezę zerową o normalności rozkładu. Wskazuje to na konieczności dalszych badań.

Piąta kolumna zawiera wartości skorygowanego współczynnika determinacji. W sześciu przypadkach wartość przekracza 0,5, co należy uznać za dobry wynik, biorąc pod uwagę specyfikę modelowania dla danych dziennych, a szczególnie poziom zmienności modelowanych procesów sprzedaży proszków.

Ponadto warto wspomnieć o tym, że macierz ocen parametrów przy zmiennych łącznie współzależnych była macierzą gęstą, a próba jej uporządkowania (co *de facto* oznacza ustalenie kolejności równań i próbę wydzielenia bloków rekurencyjnych) zakończyła się niepowodzeniem. Wskazuje to na specyficzny, ale logiczny

sposób reakcji konsumentów na promocje cenowe. Historia cen oraz zakupów proszku danej marki nie ma znaczenia, kiedy konsument wchodzi do supermarketu i zastaje cenową promocję sprzedaży. W takim momencie jedynym czynnikiem kształtującym popyt staje się obniżona, promocyjna cena.

4. Uzasadnienie analizy symulacyjnej

Analiza wyników modelowania głównie uzyskanych ocen elastyczności cenowych, wskazuje, że reakcja popytu poszczególnych marek proszków na bodźce cenowe jest inna. Uzasadnione jest zatem zbudowanie wariantowych prognoz sprzedaży na podstawie różnych założonych scenariuszy akcji promocyjnych. Formułowanie scenariuszy powinno zakładać różne momenty pojawiania się akcji promocyjnych oraz różne poziomy cenowych promocji sprzedaży. Uzyskane profile przebiegów reakcji popytu mogą być wówczas podstawą do wyboru przez producentów i sieci handlowe optymalnych kombinacji promocji sprzedaży.

Określenie scenariuszy promocyjnych może dotyczyć zarówno wielkości stosowanych obniżek cen (procentowych lub nominalnych), jak również liczby marek, jakie w danej chwili są promowane. Prezentowane w artykule przykłady dotyczą wyników uzyskanych jedynie dla scenariuszy zakładających równoległe cztery promocje przy założeniu różnych momentów pojawiania się obniżek na rynku. Wyniki symulacji uzyskane dla analogicznych scenariuszy zakładających równoległe promocje pojawiające się w tym samym momencie można znaleźć w pracach [Błażejowski 2006; Kufel, Błażejowski 2006].

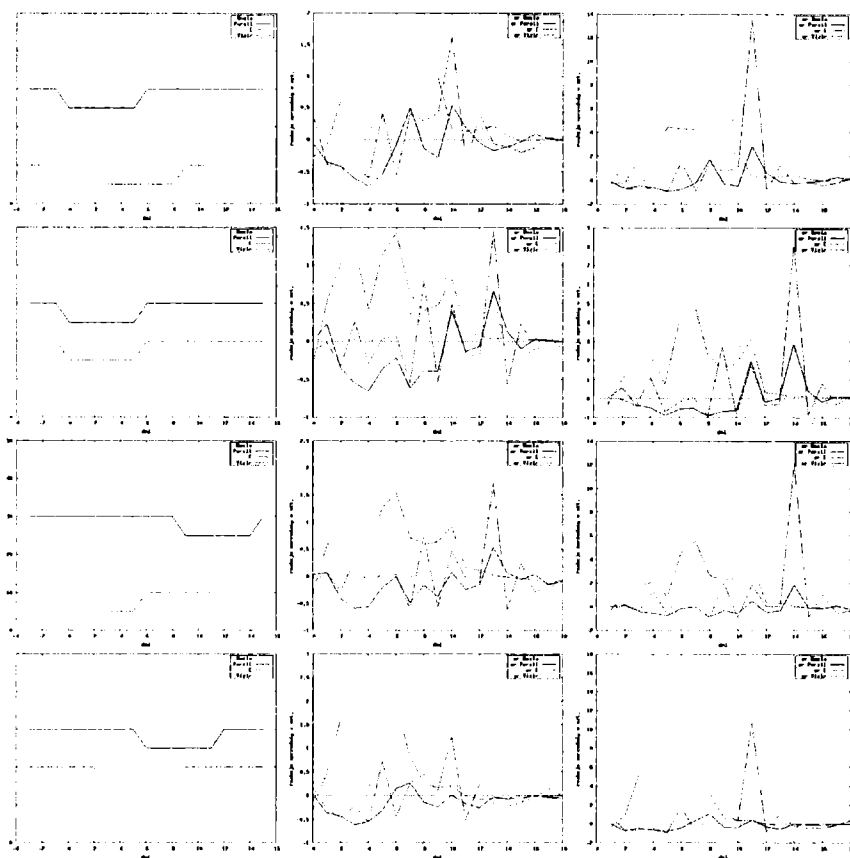
5. Prezentacja wyników symulacji

Do symulacji dynamicznych wybrano cztery następujące marki: Dosia, E, Vizir oraz Persil. Są to najważniejsze produkty czterech największych producentów operujących na rynku środków czystości. Na rysunku 3, w lewej kolumnie, przedstawione są przebiegi impulsów cenowych stanowiące podstawę przeprowadzonych symulacji (na osi odciętych znajdują się kolejne dni uwzględniane w symulacjach).

Wszystkie widoczne na wykresach zaburzenia trwały przez 6 kolejnych dni i były sformułowane w dwóch wariantach:

- 1) obniżki o 20% średniej ceny danej marki,
- 2) obniżki o 2 zł za kilogram danej marki.

Na rysunku 3, w środkowej kolumnie, przedstawione są przebiegi reakcji sprzedaży w odpowiedzi na sformułowane cztery scenariusze obniżek 20% ceny za kilogram proszku, kolumna prawa przedstawia przebiegi reakcji sprzedaży w odpowiedzi na sformułowane cztery scenariusze obniżek ceny o 2 zł za kilogram proszku.



Rys. 3. Przebiegi sprzedaży wybranych marek proszków do prania w reakcji na impulsy obniżek cen
Źródło: opracowanie własne.

Na zaprezentowanych wykresach znajdują się przebiegi reakcji sprzedaży czterech analizowanych marek (uzyskano także profile pozostałych marek występujących na badanym rynku, jednak ze względu na ograniczenia objętościowe artykułu nie są one tutaj prezentowane). Porównując profile odpowiedzi rynku uzyskane dla tych samych scenariuszy pojawiania się promocji na rynku, jednak zakładających inne poziomy obniżek cen (20% lub 2 zł), można zauważyć bardzo podobne kształty przebiegów reakcji sprzedaży, zróżnicowane są natomiast skale hipotetycznych reakcji. Przyczyną takich wyników jest inny procentowy udział 2 zł w średniej cenie poszczególnych marek, co z kolei oznacza, że takie promocje mają różną atrakcyjność dla konsumenta. Uzyskany wynik należy więc uznać za prawidłowy.

Analiza wykresów wskazuje także, że moment pojawiania się promocji oraz ich kombinacji wpływa na reakcje konsumentów. Oznacza to, że wybory konsumentów dokonywane są na podstawie bieżącej struktury cen na rynku, co wskazuje na

racjonalność zachowań rynkowych. Wynika z tego także, że historia promocji i cen danej marki nie mają wpływu na obecne wybory konsumentów.

6. Podsumowanie

Uzyskane wyniki symulacji dynamicznych, opracowane na podstawie modelu mikrorynku o równaniach współzależnych, potwierdzają zasadność przeprowadzania tego typu prognoz i można je zsyntetyzować następująco:

1. Profile reakcji sprzedaży na zaburzenia w wysokości 20% średniej ceny oraz 2 zł za kilogram są do siebie bardzo podobne.

2. Siła reakcji sprzedaży w odpowiedzi na zaburzenie w wysokości 2 zł za kilogram jest zróżnicowana, co wynika z innych udziałów procentowych 2 zł w średniej cenie danej marki.

3. Przesunięcie w czasie impulsu cenowego powoduje przesunięcie w czasie reakcji sprzedaży oraz może skutkować zmianą profilu odpowiedzi rynku.

4. Skala reakcji sprzedaży zmienia się w zależności od kombinacji impulsów cenowych.

Uzasadnione jest więc stwierdzenie, że symulacje dynamiczne mogą być bardzo dobrym narzędziem wspomagającym projektowanie cenowych promocji sprzedaży.

Literatura

Błażejowski M. (2006), *Ekonometryczna analiza popytu konsumpcyjnego na podstawie danych dziennych*, UMK, Toruń, praca doktorska (maszynopis).

Kufel T., Błażejowski M. (2006), *Ekonometryczne modelowanie procesów sprzedaży dla danych o wysokiej częstotliwości obserwowania*, referat na XXVIII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe „Przestrzeno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych”, Zakopane, 26-29 kwietnia 2005 r.

DESIGNING PRICE PROMOTION SCENARIOS WITH USE OF ECONOMETRIC MULTIEQUATION MODELS OF CONSUMER DEMAND

Summary

The paper concern problems of construction of dynamic simultaneous multiequation models of consumer demand, estimated on the basis of daily sales time series derived from supermarket. The example concern market of washing powders. Presented results of dynamic simulations for four brands of washing powders, based on different promotion scenarios (different combinations of promoted brands in the same time and shifting of start point of the promotions) proofs, that customer's reactions on price promotions are different and depend on scale of promotion and promoted brand.