

C₃

Mgr inż. Janusz SZAFRAN

ANALOGOWE PRZETWORNIKI OMOMETRYCZNE
KONSTRUKCJA I DYNAMIKA

Rozprawa doktorska
przedstawiona do oceny Radzie Naukowo-Dydaktycznej
Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej

Promotor:

Prof.dr hab.inż. Andrzej WISZNIEWSKI

Nr 2888

Wrocław, 1975 r.

SPIS TREŚCI

	Str.
1. WSTĘP	1
2. KONCEPCJA OGÓLNA PRZETWORNIKÓW	4
2.1. Przetworniki amplitudy, mocy oraz przetworniki omometryczne	4
2.2. Podstawowe, typowe układy pracy analogowej mnożarki scalonej	7
3. REALIZACJA I ANALIZA RÓŻNYCH WARIANTÓW ROZWIĄZAŃ PRZETWORNIKÓW	14
3.1. Przetworniki z filtracją drugiej harmonicznej	14
3.2. Przetworniki z kompensacją drugiej harmonicznej	23
3.3. Przetworniki z napięciem pomocniczym	30
4. BŁĘDY PRZETWORNIKÓW	36
4.1. Źródła błędów przetworników	37
4.2. Własności scalonego analogowego układu mnożącego	39
4.3. Błędy wywołane niedoskonałością mnożarki oraz skończoną filtracją lub kompensacją	45
4.3.1. Błędy przy mnożeniu sygnałów stałych . .	45
4.3.2. Błędy układu mnożenia przy przemiennych sygnałach wejściowych	46
4.3.3. Błędy układu dzielenia i pierwiastka kwadratowego	52
4.4. Błędy wywołane niedokładnością sygnałów wejścio- wych w układach mnożenia i dzielenia	54
4.5. Błędy dodatkowe spowodowane zmianą wielkości wpływowych	59
4.6. Łączny błąd przetworników	60
4.6.1. Błąd przetworników mocy oraz amplitudy	62
4.6.2. Błąd przetworników omometrycznych	64

5. METODYKA OBLICZEŃ DYNAMIKI PRZETWORNIKÓW	67
5.1. Założenia ogólne	67
5.2. Transformata Laplace'a sygnału wyjściowego układów mnożenia i kwadratora	71
5.3. Uproszczone transformaty sygnałów wyjściowych dla różnych inercyjności filtrów wejściowych i wyjściowych	74
5.3.1. Przypadek biegunów funkcji przejścia filtrów wejściowych znacznie większych od częstotliwości sygnału	75
5.3.2. Przypadek znacznie lepszej dynamiki filtrów wejściowych niż filtru wyjścio- wego	77
5.4. Podsumowanie rozważań w dziedzinie częstotliwości	79
5.5. Dynamika przetworników omometrycznych	80
6. OBLICZENIA DYNAMIKI PRZETWORNIKÓW	84
6.1. Przetworniki mocy i amplitudy w układzie z filtracją	84
6.1.1. Przetworniki nie wymagające wejściowych przesuwników fazy	85
6.1.2. Przetworniki mocy biernej z zastosowaniem idealnych układów różniczkujących	88
6.1.3. Przetwornik mocy biernej z zastosowaniem przesuwników fazy o kąt $\pm \frac{\pi}{4}$	91
6.2. Przetworniki mocy i amplitudy w układzie z kom- pensacją	94
6.2.1. Przetworniki z zastosowaniem idealnych układów różniczkujących	96

6.2.2. Przetworniki z zastosowaniem przesuwników fazy o kąt $\pm \frac{\pi}{4}$	99
6.3. Przetworniki omometryczne	103
7. PRZETWORNIKI PRZY PERIODYCZNYCH I APERIODYCZNYCH ZAKŁÓCENIACH SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH	105
7.1. Wpływ zakłóceń na działanie przetworników	105
7.2. Zakłócenia typowe dla sygnałów uzyskiwanych z sys- temu energetycznego, ich eliminacja oraz wpływ na błędy i dynamikę przetworników	108
7.3. Porównanie czasów odpowiedzi analogicznych przetworników z filtrami eliminującymi zakłócenia sygnałów oraz bez tych filtrów	114
8. POMIARY PRZETWORNIKÓW W STANACH PRZEJŚCIOWYCH	117
8.1. Metodyka pomiarów	117
8.2. Porównanie wyników obliczeń oraz pomiarów czasów odpowiedzi przetworników	119
9. WNIOSKI KOŃCOWE	123
LITERATURA	125
ZAŁĄCZNIK - Tabele wyników pomiarów czasów odpowiedzi oraz oscylogramy przebiegów przejściowych przetworników	129

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

A	- amplituda sygnału przemiennego lub oznaczenie przetwornika amplitudy
B	- susceptancja
E_F	- współczynnik filtracji
E_K	- współczynnik kompensacji
E_{lx}	- względna amplituda 1-tej harmonicznej na wejściu x układu mnożenia
G	- konduktancja
H, h	- funkcje występujące w transformatach sygnału wyjściowego układu mnożenia
I_m	- amplituda prądu kontrolowanego obwodu
$I_{OM}(s)$	- transformata prądu wyjściowego układu mnożenia
i_o	- prąd wyjściowy mnożarki
$K_x(s), K_y(s)$	- funkcje przejścia filtrów wejściowych
$K_o(s)$	- funkcja przejścia filtra wyjściowego
k_o	- stała mnożarki
k	- współczynnik skali analogowych układów: mnożenia, dzielenia i pierwiastka kwadratowego
$M = k_o U_m I_m R$	- wielkość proporcjonalna do mocy pozornej kontrolowanego obwodu
m	- iloraz maksymalnej i rzeczywistej wartości napięcia
m_x, m_y	- wymieniony iloraz określony dla sygnałów wejściowych
m_{OF}, m_{OK}	- ten iloraz dla układu z filtracją lub kompensacją
m^P, Q, A	- powyższy iloraz przy pomiarze mocy czynnej, biernej lub amplitudy

- N_x, N_y - iloraz amplitud zakłócenia i sygnału użytecznego na wyjściu układu filtrującego
- P - moc czynna
- Q - moc bierna lub dobroć cewki indukcyjnej filtru
- R - rezystancja
- T - stała czasu
- TCU, TCI, TCK - temperaturowe współczynniki zmian określonych wielkości
- t_o - czas odpowiedzi
- t_o^P, t_o^Q, t_o^A - czas odpowiedzi przetwornika mocy czynnej, biernej lub amplitudy
- U_I - napięcie proporcjonalne do prądu kontrolowanego obwodu
- $U_{i_{ox}}, U_{i_{oy}}, U_{oo}$ - napięcia przesunięcia mnożarki,
- U_m - amplituda napięcia kontrolowanego obwodu
- U_o - napięcie wyjściowe
- U_{off} - kompensacja napięć przesunięcia
- U_{oD} - napięcie wyjściowe układu dzielenia
- U_{oM} - napięcie wyjściowe układu mnożenia
- U_{oMF}, U_{oMK} - napięcie wyjściowe w układzie mnożenia z filtracją lub kompensacją
- U_{oP} - napięcie wyjściowe układu pierwiastka kwadratowego
- U_{po} - składowa przejściowa napięcia wyjściowego
- U_{so} - składowa stała napięcia wyjściowego
- U_{sx}, U_{sy} - stałe napięcia wejściowe
- U_U - napięcie proporcjonalne do napięcia kontrolowanego obwodu
- U_x, U_y - napięcia wejściowe układu mnożenia
- $V(s)$ - transformata Laplace'a napięć o odpowiednich indeksach jak powyższe

X	- reaktancja
Y	- admitancja
Z	- impedancja
α	- przesunięcie fazy napięcia pomocniczego lub parametr
β_x, β_y	- przesunięcie fazy sygnałów wejściowych, spowodowane przez filtry
δ	- przesunięcie fazy sygnału wyjściowego
Δ	- błąd bezwzględny
Δ_x, Δ_y	- błędy bezwzględne w sygnałach wejściowych spowodowane niedoskonałością mnożarki scalonej
Δ_0	- błąd bezwzględny sygnału wyjściowego spowodowany niedoskonałością mnożarki scalonej
ΔT	- przyrost temperatury
δ	- błąd względny
$\delta(t)$	- błąd w stanie przejściowym
δ_{ax}, δ_{ay}	- błąd względny sygnału wejściowego
δ_{DF}, δ_{DK}	- błąd układu dzielenia w przetworniku z filtracją i kompensacją
δ_{DW}	- błąd układu dzielenia spowodowany błędem jego sygnałów wejściowych
$\delta_{DWF}, \delta_{DWK}$	- błąd względny układu dzielenia spowodowany błędem jego sygnałów wejściowych odpowiednio w przetworniku z filtracją i kompensacją
δ_{MS}	- błąd przy mnożeniu sygnałów stałych
δ_{MF}, δ_{MK}	- błąd układu mnożenia w przetworniku z filtracją i kompensacją
$\delta_{MF_{\text{śr}}}, \delta_{MF_t}$	- błąd średni oraz błąd chwilowy układu mnożenia w przetworniku z filtracją

- $\delta_{MK_{\text{sr}}}$, δ_{MK_t} - błąd średni oraz błąd chwilowy w przetworniku z kompensacją
- δ_{MFW} , δ_{MKW} - błędy układu mnożenia spowodowane niedokładnością sygnałów wejściowych odpowiednio w przetworniku z filtracją i kompensacją
- δ_o - błąd względny napięcia wyjściowego spowodowany niedokładnością mnożarki scalonej (odniesiony do wartości maksymalnej)
- δ_p - błąd układu pierwiastkowania
- δ_{pW} - błąd układu pierwiastkowania spowodowany niedokładnością jego sygnałów wejściowych
- $\delta_p^P(t)$, $\delta_p^Q(t)$, $\delta_p^A(t)$ - błąd w stanie przejściowym przetworników mocy czynnej, biernej lub amplitudy
- δ_x , δ_y - błędy względne napięć wejściowych spowodowane niedoskonałością mnożarki scalonej (odniesione do wartości maksymalnych)
- δ_z - błąd spowodowany zakłóceniami sygnałów
- δ_{zF} , δ_{zK} - błąd przetwornika z filtracją lub kompensacją spowodowany zakłóceniami sygnałów
- φ - przesunięcie fazy pomiędzy napięciem a prądem kontrolowanego obwodu
- ψ - kąt zakłócenia
- ω - częstotliwość

SPIS RYSUNKÓW

rys. 1.	Schemat blokowy przetwornika omometrycznego, 1 – układy przesuwające fazę sygnałów wejściowych, 2 – układy mnożenia, 3 – układy filtracji lub kompensacji składowych przemiennych, 4 – układ dzielenia	4
rys. 2.	Schemat blokowy analogowego układu mnożenia	8
rys. 3.	Schemat realizacji analogowego układu dzielenia	9
rys. 4.	Schemat realizacji analogowego układu pierwiast- ka kwadratowego	10
rys. 5.	Uproszczony układ mnożenia	11
rys. 6.	Schemat ideowy przetwornika omometrycznego w układzie z filtracją. M_1 , M_2 , M_0 – scalone mnożarki analogowe, A_1 , A_0 – wzmacniacze opera- cyjne	15
rys. 7.	Schemat ideowy układu różniczkującego	20
rys. 8.	Podstawowy, typowy blok układu przetwornika z kompensacją drugiej harmonicznej	23
rys. 9.	Schemat ideowy przetwornika omometrycznego w układzie z kompensacją	25
rys. 10.	Układy różniczkujące niezmienniające (a) lub zmieniające (b) polaryzację pochodnej sygnału wejściowego	27
rys. 11.	Zestawienie układów wejściowych do przetwornika z kompensacją	28
rys. 12.	Wejściowe układy RC do przetwornika z kompensacją	29
rys. 13.	Schemat ideowy przetwornika omometrycznego z napięciem pomocniczym	31

- rys. 14. Najistotniejsze zewnętrzne elementy regulacyjne
scalonej mnożarki analogowej 39
- rys. 15. Uproszczony schemat blokowy przetwornika omo-
metrycznego 67
- rys. 16. Schemat analizy dynamiki układu dzielenia:
a) układ dzielenia, b) jego schemat zastępczy
przy stałym napięciu U_{02} 68
- rys. 17. Schematy blokowe do analizy dynamiki układów
mnożenia: a) wersja przetwornika z filtracją,
b) wersja przetwornika z kompensacją 70
- rys. 18. Czasy odpowiedzi przetworników rezystancji
i reaktancji w układzie z filtracją a) oraz
kompensacją b) przy niezakłóconych (tabela 5,
6 i 7) oraz zakłóconych (indeks z, tabela 8 i 9)
sygnałach wejściowych 115
- rys. 19. Schemat blokowy układu do pomiarów czasów odpo-
wiedzi przetworników, PF - przesuwniki fazy,
GIP - wyzwalany generator impulsów prostokątnych,
RK - kontaktrony, w - wyzwalanie generatora
lub oscyloskopu 117
- rys. 20. Obliczone ($\delta_p = 10\%$) oraz zmierzone ($\delta_p = 5\%$)
czasy odpowiedzi przetworników rezystancji
i reaktancji w układzie z filtracją przy nie-
zakłóconych oraz zakłóconych (indeks z) sygna-
łach wejściowych 120
- rys. 21. Obliczone ($\delta_p = 10\%$) oraz zmierzone ($\delta_p = 5\%$)
czasy odpowiedzi przetworników rezystancji
i reaktancji w układzie z kompensacją przy
niezakłóconych oraz zakłóconych (indeks z)
sygnałach wejściowych 121

SPIS TABEL

Tabela 1. Zestawienie sygnałów wyjściowych przetwornika z rys. 1.	7
Tabela 2. Zestawienie napięć wejściowych i wyjściowych przetwornika omometrycznego w układzie z filtracją	19
Tabela 3. Zestawienie napięć wejściowych przetwornika omometrycznego w układzie z kompensacją przy różnych wielkościach mierzonych	28
Tabela 4. Zestawienie błędów określonych dla zakresu pomiarowego przetworników	66
Tabela 5. Dobór filtrów w zależności od wielkości mierzonej przez twornika	85
Tabela 6. Dobór filtrów wejściowych w zależności od wielkości mierzonej przetwornika w układzie z kompensacją	95
Tabela 7. Zestawienie czasów odpowiedzi i błędów w stanie przejściowym przetworników	103
Tabela 8. Funkcje przejścia filtrów wejściowych, błędy dodatkowe oraz czasy odpowiedzi przetworników w układzie z filtracją przy zakłóconych sygnałach wejściowych	113
Tabela 9. Funkcje przejścia filtrów wejściowych, błędy dodatkowe oraz czasy odpowiedzi przetworników w układzie z kompensacją przy zakłóconych sygnałach wejściowych.	113

1. WSTĘP

Zródłem informacji o stanie systemu czy urządzenia elektrycznego są przetworniki pomiarowe określonych wielkości. Mogą one być podzielone na układy analogowe i dyskretne. W problematyce pomiarów w systemach energetycznych decydujące znaczenie mają przetworniki analogowe. Wynika to przede wszystkim z braku środków technicznych umożliwiających dyskretyzację wysokonapięciowego czy silnoprądowego sygnału.

Przetworniki analogowe zamieniają wielkość lub wielkości charakteryzujące stan danego urządzenia na sygnał stały, będący zazwyczaj napięciem lub prądem. Mogą być układami liniowymi lub nieliniowymi. Najłatwiej realizowalne przetworniki liniowe dokonują liniowych operacji na prądach lub napięciach. Przykładem takich rozwiązań mogą być układy przetwarzające prąd w napięcie, układy realizujące liniową kombinację prądów czy napięć itp. Bardziej złożone przetworniki nieliniowe dokonują nieliniowych operacji na sygnałach wejściowych, a przykładem takich układów mogą być przetworniki mocy czynnej lub biernej.

Podstawowymi parametrami przetworników są: dokładność oraz dynamika. W zależności od zastosowań przetworników istotne znaczenie może mieć jeden z tych parametrów bądź też oba. Poszerzanie zakresu automatyzacji systemów energetycznych, jak również przewidywane stosowanie komputerów, wymaga polepszenia jakości i zwiększenia ilości informacji uzyskiwanych z przetworników. Polepszanie jakości informacji to, między innymi, zwiększanie dokładności i poprawa cech dynamicznych przetworników. Natomiast zwiększanie ilości informacji, to zarówno większa liczba punktów pomiarowych, jak również wprowadzanie przetworników nowych wielkości. Takie istotne uzupełnienie informacji o kon-

trolowanym obwodzie, oprócz uzyskiwanej ze stosowanych aktualnie przetworników napięć lub prądów przemiennych, mocy czynnej czy biernej, może stanowić np. rezystancja czy reaktancja kontrolowanego obwodu. Pomiar tych wielkości jest możliwy za pomocą opracowanych układów tworzących rodzinę przetworników ometrycznych.

W pracy zostały przeanalizowane problemy konstrukcji, dokładności oraz dynamiki nieliniowych, analogowych układów przetwarzających: prostych - przetworników amplitudy i przetworników mocy, złożonych - przetworników ometrycznych. Przyjęta koncepcja rozwiązania przetworników zapewnia dużą prostotę oraz uniwersalność układu. Ten sam przetwornik może więc służyć do pomiaru rezystancji, reaktancji, konduktancji itp. bez zmiany jego układu, a tylko poprzez zmianę kombinacji doprowadzonych sygnałów wejściowych. Równocześnie każdy z tych przetworników dostarcza więcej informacji, bowiem np. w skład przetwornika rezystancji wchodzi przetworniki mocy czynnej i kwadratu amplitudy prądu. Analogicznie uzyskuje się np. ciąg wartości: susceptancja, moc bierna, oraz kwadrat amplitudy napięcia. Zostały rozpatrzone też różne warianty rozwiązań przetworników zapewniających wysokie parametry statyczne czy dynamiczne. Znaczna część pracy została poświęcona problemom dokładności układów. W szczególności uwzględniono tu parametry rzeczywistego scalonego analogowego układu mnożącego oraz ich wpływ na dokładność w różnych układach pracy: przy mnożeniu, podnoszeniu do kwadratu, dzieleniu czy pierwiastkowaniu kwadratowym sygnałów wejściowych. Ocenę dynamiki przetworników oparto na zawartych w pracy wywodach teoretycznych. Analizę tę przeprowadzono, przy zastosowaniu splotu w polu zespolonym, w dziedzinie częstotliwości. Istotne uproszczenia obliczeń uzys-

kano w zależności od parametrów liniowych obwodów wejściowych i wyjściowych. Jeden z rozdziałów pracy zawiera też analizę wpływu zakłóceń sygnałów wejściowych na dokładność i dynamikę przetworników.

Rozważania dotyczące dynamiki zostały w zakończeniu pracy skonfrontowane z wynikami wykonanych pomiarów, przy czym uzyskano dobrą zgodność rezultatów.

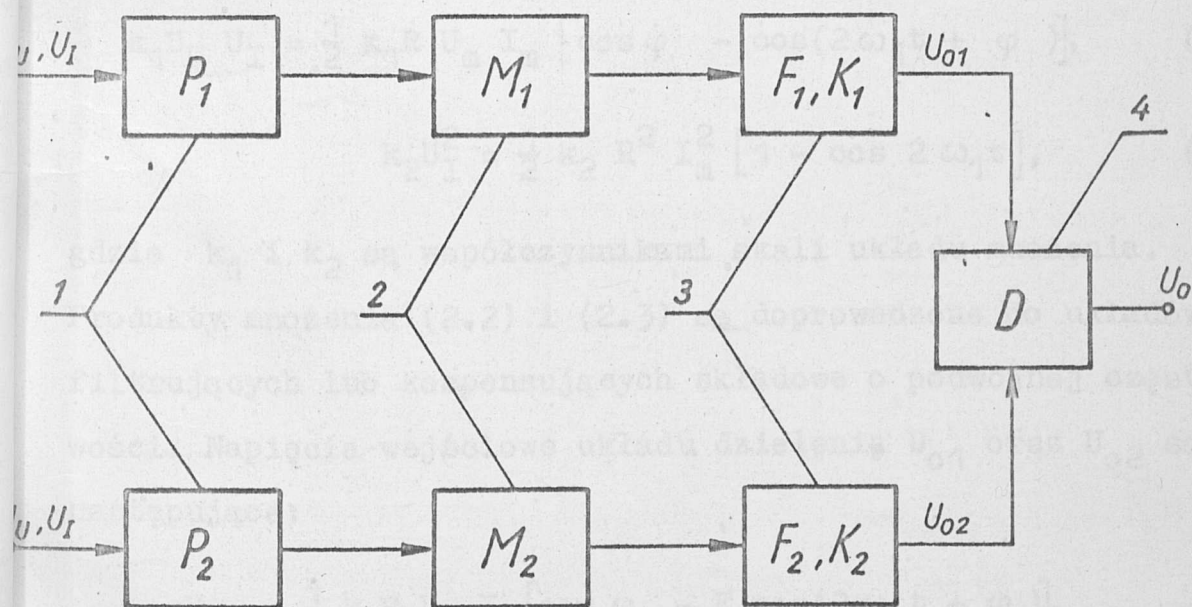
Trzeba również wspomnieć, że ostatnio w naszym kraju podjęto licencyjną produkcję scalonych analogowych układów mnożących, można więc spodziewać się rozpowszechnienia nieliniowych przetworników analogowych w praktyce konstrukcyjnej.

Zamierzeniem autora było wykazanie następującej tezy: Scalone analogowe układy mnożące umożliwiają opracowanie uniwersalnego układu przetwornika omometrycznego, posiadającego korzystne cechy statyczne i dynamiczne, który może być zastosowany w automatyzacji systemów energetycznych i urządzeń elektrycznych.

2. KONCEPCJA OGÓLNA PRZETWORNIKÓW

2.1. Przetworniki amplitudy, mocy oraz przetworniki omometryczne

Koncepcję ogólną rozwiązania przetworników omometrycznych przedstawia schemat blokowy na rys. 1. W skład omawianego przetwornika wchodzi wejściowe układy przesuwające fazę sygnałów, układy mnożenia, układy filtracji lub kompensacji oraz układ dzielenia. Nie uwzględniono tu natomiast wejściowych elementów pośredniczących, takich jak przekładniki prądowe czy napięciowe, transformatoriki pośredniczące itp., bowiem ich obecność w układzie jest zależna od konkretnych zastosowań przetwornika. Niech sygnałami wejściowymi układu będą napięcia proporcjonalne do napięć i prądów kontrolowanego obwodu prądu zmiennego:



rys. 1. Schemat blokowy przetwornika omometrycznego, 1 - układy przesuwające fazę sygnałów wejściowych, 2 - układy mnożenia, 3 - układy filtracji lub kompensacji składowych przemennych, 4 - układ dzielenia.

$$\begin{aligned} U_U &= U_m \sin(\omega_1 t + \varphi), \\ U_I &= I_m R \sin \omega_1 t, \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie U_m , I_m - amplituda napięcia i prądu w kontrolowanym obwodzie,

R - rezystancja odniesienia transformatora prądowo/napięciowego lub innego przetwornika prąd/napięcie,

φ - kąt przesunięcia fazowego między prądem a napięciem.

Przetwornik określonej wielkości zostanie uzyskany poprzez doprowadzenie do wejść układów mnożących kombinacji tych napięć odpowiednio przesuniętych w fazie. Niech więc do wejść układu mnożenia M_1 będą doprowadzone napięcia U_U oraz U_I , a do obu wejść układu mnożenia M_2 napięcia U_I . Uzyskuje się w tym przypadku:

$$k_1 U_U U_I = \frac{1}{2} k_1 R U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega_1 t + \varphi)], \quad (2.2)$$

$$k_2 U_I^2 = \frac{1}{2} k_2 R^2 I_m^2 [1 - \cos 2\omega_1 t], \quad (2.3)$$

gdzie k_1 i k_2 są współczynnikami skali układu mnożenia.

Produkty mnożenia (2.2) i (2.3) są doprowadzone do układów filtrujących lub kompensujących składowe o podwójnej częstotliwości. Napięcia wejściowe układu dzielenia U_{01} oraz U_{02} są więc następujące:

$$U_{01} = \frac{1}{2} k_1 R U_m I_m [\cos \varphi - E \cos(2\omega_1 t + \varphi)], \quad (2.4)$$

$$U_{02} = \frac{1}{2} k_2 R^2 I_m^2 [1 - E \cos 2\omega_1 t], \quad (2.5)$$

gdzie E jest współczynnikiem filtracji lub dokładnością kompensacji; w dalszych rozważaniach zostanie przyjęte $E = 0$.

Napięcia U_{01} oraz U_{02} są wprowadzone do układu dzielenia, w

związku z czym napięcie wyjściowe przetwornika U_o wynosi:

$$U_o = k_o \frac{U_{o1}}{U_{o2}} = k \frac{1}{R} \frac{U_m}{I_m} \cos \varphi, \quad (2.6)$$

gdzie $k = \frac{k_1}{k_2} \cdot k_o$, a k_o jest współczynnikiem skali układu dzielenia.

W omawianym przetworniku uzyskano więc napięcie wyjściowe U_o proporcjonalne do rezystancji kontrolowanego obwodu, napięcie U_{o1} proporcjonalne do mocy czynnej oraz napięcia U_{o2} proporcjonalne do kwadratu amplitudy prądu.

W analogicznym układzie, zmieniając tylko jeden sygnał wejściowy uzyska się przetwornik reaktancji i mocy biernej. Niech więc sygnał U_I układu mnożącego M_1 zostanie przesunięty w fazie o kąt $+\frac{\pi}{2}$ lub zróżniczkowany. Sygnał ten jest następujący:

$$U'_I = RI_m \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt} = RI_m \cos \omega_1 t. \quad (2.7)$$

Jeżeli pozostałe napięcia wejściowe przetwornika nie ulegną zmianie, to uzyskuje się następujące napięcia U_{o1} oraz U_o :

$$U_{o1} = \frac{1}{2} k_1 R U_m I_m \sin \varphi. \quad (2.8)$$

$$U_o = k \frac{1}{R} \frac{U_m}{I_m} \sin \varphi. \quad (2.9)$$

W tym przypadku uzyskano więc napięcia U_{o1} proporcjonalne do mocy biernej oraz U_o do reaktancji danego obwodu.

W identycznym układzie, zmieniając odpowiednio - przy pomocy wejściowych układów przesuwających fazę-kombinację sygnałów doprowadzonych do układów mnożenia, uzyskuje się przetworniki suceptancji, konduktancji i kwadratu impedancji lub admittancji. Zestawienie wielkości możliwych do uzyskania przy pomocy

przetwornika podaje tabela 1.

Tabela 1

Zestawienie sygnałów wyjściowych przetwornika z rys. 1

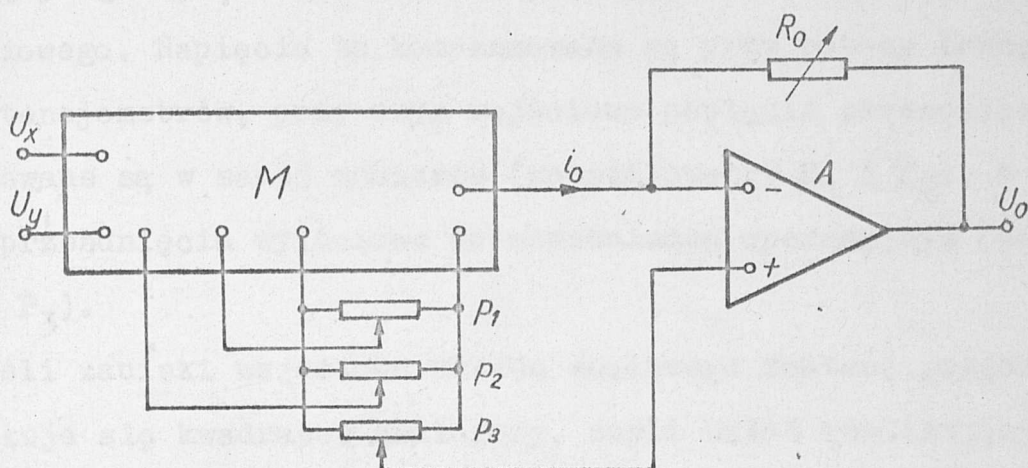
U_{o1}	U_{o2}	U_o
$\frac{1}{2} k_1 R (U_m I_m) \cos \varphi$	$\frac{1}{2} k_2 R^2 (I_m)^2$	Rezystancja, $k \frac{1}{R} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \cos \varphi$
$\frac{1}{2} k_1 R (U_m I_m) \sin \varphi$	$\frac{1}{2} k_2 R^2 (I_m)^2$	Reaktancja, $k \frac{1}{R} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \sin \varphi$
$\frac{1}{2} k_1 (U_m)^2$	$\frac{1}{2} k_2 R^2 (I_m)^2$	Impedancja, $k \frac{1}{R^2} \left(\frac{U_m}{I_m} \right)^2$
$\frac{1}{2} k_1 R (U_m I_m) \cos \varphi$	$\frac{1}{2} k_2 (U_m)^2$	Konduktancja, $k R \left(\frac{I_m}{U_m} \right) \cos \varphi$
$\frac{1}{2} k_1 R (U_m I_m) \sin \varphi$	$\frac{1}{2} k_2 (U_m)^2$	Susceptancja, $k R \left(\frac{I_m}{U_m} \right) \sin \varphi$
$\frac{1}{2} k_1 R^2 (I_m)^2$	$\frac{1}{2} k_2 (U_m)^2$	Admitancja, $k R^2 \left(\frac{I_m}{U_m} \right)^2$

Proponowany przetwornik jest więc bardzo uniwersalny, a także dostarcza szerokiej informacji o kontrolowanym układzie.

2.2. Podstawowe, typowe układy pracy analogowej mnożarki scalonej

Do zrealizowania przetwornika opisanego w poprzednim rozdziale konieczne są układy mnożenia i dzielenia. Wykonanie ich przy pomocy scalonych analogowych układów mnożących nie przedstawia większych trudności.

Typowy układ mnożenia został przedstawiony na rys. 2. Prąd wyjściowy mnożarki i_o jest proporcjonalny do iloczynu dwu napięć wejściowych U_x i U_y . Mnożarka współpracuje ze wzmacniaczem operacyjnym stanowiącym przetwornik prąd - napięcie. Prąd wyjściowy



rys. 2. Schemat blokowy analogowego układu mnożenia

mnożarki jest więc zamieniany na napięcie U_o , które jest też proporcjonalne do iloczynu napięć wejściowych, przy czym współczynnik skali tego iloczynu jest zależny od rezystancji sprzężenia zwrotnego R_o . Zależności te opisane są następującymi równaniami:

$$i_o = + k_o U_x U_y, \quad (2.10)$$

$$U_o = - i_o R_o = - k U_x U_y, \quad (2.11)$$

gdzie k_o - stała mnożarki,

k - współczynnik skali układu mnożenia.

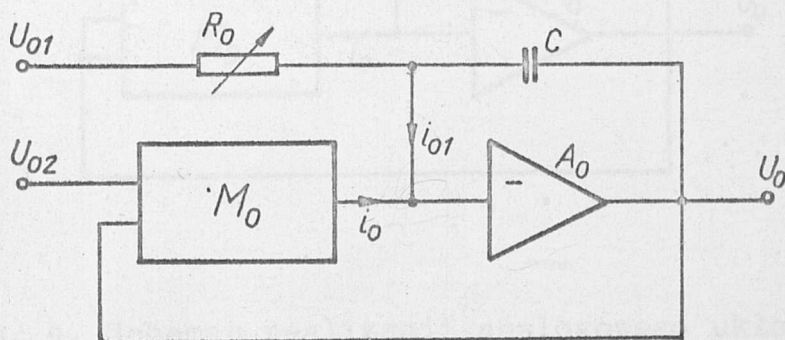
W niektórych wykonaniach stała mnożarki k_o może być zmieniana przy pomocy zewnętrznych rezystorów, przystosowując układ do różnych zakresów napięć wejściowych. Natomiast zakres napięcia wyjściowego jest regulowany przy pomocy rezystora R_o ustalając ostatecznie współczynnik skali. W typowych wykonaniach nominalne zakresy napięć wejściowych i napięcia wyjściowego wynoszą ± 10 V,

co odpowiada współczynnikowi skali $k = 0,1$. Operacja mnożenia analogowego (zależność (2.11)) jest w istocie obarczona błędem, wynikającym głównie z istnienia napięć przesunięcia: wejściowych i wyjściowego. Napięcia te kompensowane są przy pomocy zewnętrznych potencjometrów, przy czym wejściowe napięcia przesunięcia kompensowane są w samej mnożarce (potencjometry P_1 i P_2), a napięcie przesunięcia wyjściowe we wzmacniaczu operacyjnym (potencjometr P_3).

Jeśli zaciski wejściowe układu mnożącego zostaną połączone, to uzyskuje się kwadrator analogowy, czyli układ realizujący funkcję:

$$U_o = -k U_x^2. \quad (2.12)$$

W oparciu o mnożarkę analogową łatwo można zrealizować układ dzielenia analogowego dwu sygnałów - rys. 3.



rys. 3. Schemat realizacji analogowego układu dzielenia

Uproszczone wyprowadzenie równania realizowanej operacji jest bardzo proste. Jeśli założyć duże wzmocnienie i wysoką oporność wejściową wzmacniacza operacyjnego, a także pominąć napięcia przesunięcia, to prądy i_{01} oraz i_o muszą się kompensować. Wynika stąd:

$$\frac{U_{o1}}{R_o} = -k_o U_{o2} U_o,$$

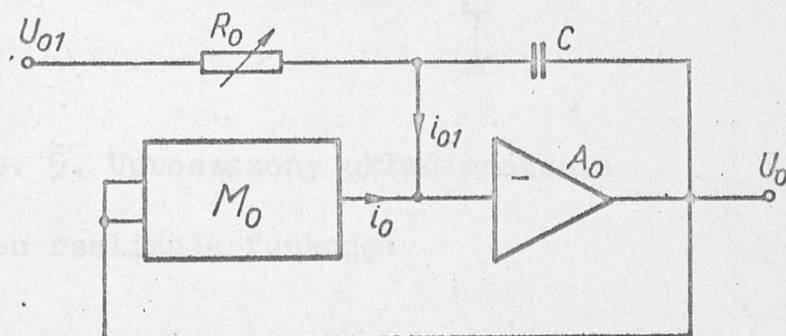
a więc

$$U_o = -\frac{1}{k} \frac{U_{o1}}{U_{o2}}, \quad (2.13)$$

gdzie $k = k_o R_o$, analogicznie jak w układzie mnożenia.

Należy przy tym pamiętać, że napięcie U_{o1} może być dowolnej polaryzacji, natomiast napięcie U_{o2} musi mieć polaryzację dodatnią, bowiem mnożarka ma stanowić ujemne sprzężenie zwrotne wzmacniacza operacyjnego.

W podobny sposób uzyskuje się analogowy pierwiastek kwadratowy napięcia wejściowego - rys. 4.



rys. 4. Schemat realizacji analogowego układu pierwiastka kwadratowego

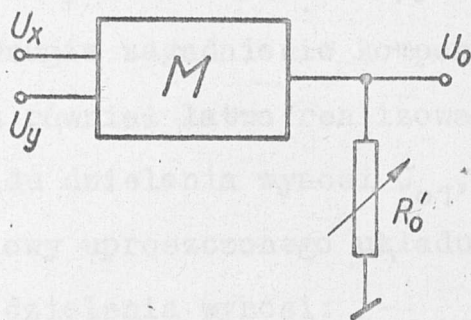
Jest tu realizowana operacja:

$$U_o = \sqrt{\frac{|U_{o1}|}{k}}. \quad (2.14)$$

Dla poprawnego działania układu jest wymagane by napięcie wejściowe U_{o1} miało polaryzację ujemną.

Napięcie wyjściowe kwadratora w typowym układzie pracy (rys. 2 - przy połączeniu obu wejść układu) jest ujemne. Analo-

gicznie jest też gdy napięcia wejściowe układu mnożenia posiadają tę samą polaryzację. Napięcia wyjściowe tych układów nie mogą więc stanowić sygnału wejściowego mianownika układu dzielenia. W tym przypadku trzeba więc dysponować kwadratorem lub układem mnożenia, który nie zmienia znaku iloczynu sygnałów wejściowych. Jedno z rozwiązań może polegać na wprowadzeniu dodatkowego inwertera na wyjściu układu mnożenia. Ekonomiczniejsze rozwiązanie to zastosowanie uproszczonego układu mnożenia - rys. 5.



rys. 5. Uproszczony układ mnożenia

Układ ten realizuje funkcję:

$$U_o = k U_x U_y \pm U_{oo}, \quad (2.15)$$

gdzie U_{oo} wyjściowe napięcie przesunięcia.

W układzie tym istnieje więc wyjściowe napięcie przesunięcia, które uprzednio było kompensowane we wzmacniaczu operacyjnym.

Niekorzystną cechą tego układu jako źródła napięcia U_o jest znaczna (wynosząca w przybliżeniu R_o) rezystancja wewnętrzna. Należy też pamiętać, że taki układ mnożenia będzie zapewniał odpowiedni zakres napięcia wyjściowego, gdy rezystancja wyjściowa samej mnożarki będzie znacznie większa od rezystancji obciążenia R_o . Omawiany uproszczony układ mnożenia może więc być stosowany w tych przypadkach, gdy istnieje możliwość kompensacji napięcia

przesunięcia U_{00} na wejściu kolejnego, współpracującego układu oraz gdy jego rezystancja wejściowa jest znacznie większa od R_0 . W istocie tak jest w omawianym przypadku współpracy układu mnożenia i dzielenia. Przykładowe parametry mnożarki firmy Motorola MC 1494L są następujące: rezystancja wyjściowa $R_{out} = 800 \text{ k}\Omega$, rezystancja wejściowa $R_{in} = 300 \text{ M}\Omega$, a rezystancja obciążenia dla typowego nominalnego zakresu napięć $\pm 10 \text{ V}$, $R_0 = 47,5 \text{ k}\Omega$. W efekcie dla uzyskania takiego samego jak w typowym układzie mnożenia (rys. 2) współczynnika skali należy nieznacznie tylko skorygować wartość R_0 . Drugie zagadnienie kompensacji napięcia U_{00} jest w tym przypadku również łatwo realizowalne. Jeśli bowiem napięcie licznika układu dzielenia wynosi U_{01} , a napięciem mianownika jest sygnał wyjściowy uproszczonego układu mnożenia, to napięcie wyjściowe układu dzielenia wynosi:

$$U_o = - \frac{1}{k} \frac{U_{01}}{k U_x U_y \pm U_{00} \pm U_{i02} - U_{02off}}, \quad (2.16)$$

gdzie U_{i02} - wejściowe napięcie przesunięcia,

U_{02off} - napięcie kompensacji zewnętrznej.

W efekcie uzyskuje się

$$U_o = - \frac{1}{k^2} \frac{U_{01}}{U_x U_y},$$

jeśli

$$\pm U_{i02} \pm U_{00} - U_{02off} = 0.$$

Napięcie wyjściowe U_o , będące wynikiem mnożenia i dzielenia sygnałów, ma więc wartość dokładną mimo uchybu wyniku pośredniego.

Jak więc widać, stosując scalone, analogowe układy mnożące oraz wzmacniacze operacyjne można realizować analogowo złożone operacje matematyczne, identycznie jak się to czyni przy progra-

nowaniu współczesnych analogowych maszyn matematycznych. Elementy te pozwalają więc na wykonanie przetworników których dotychczasowa realizacja była bardzo utrudniona.

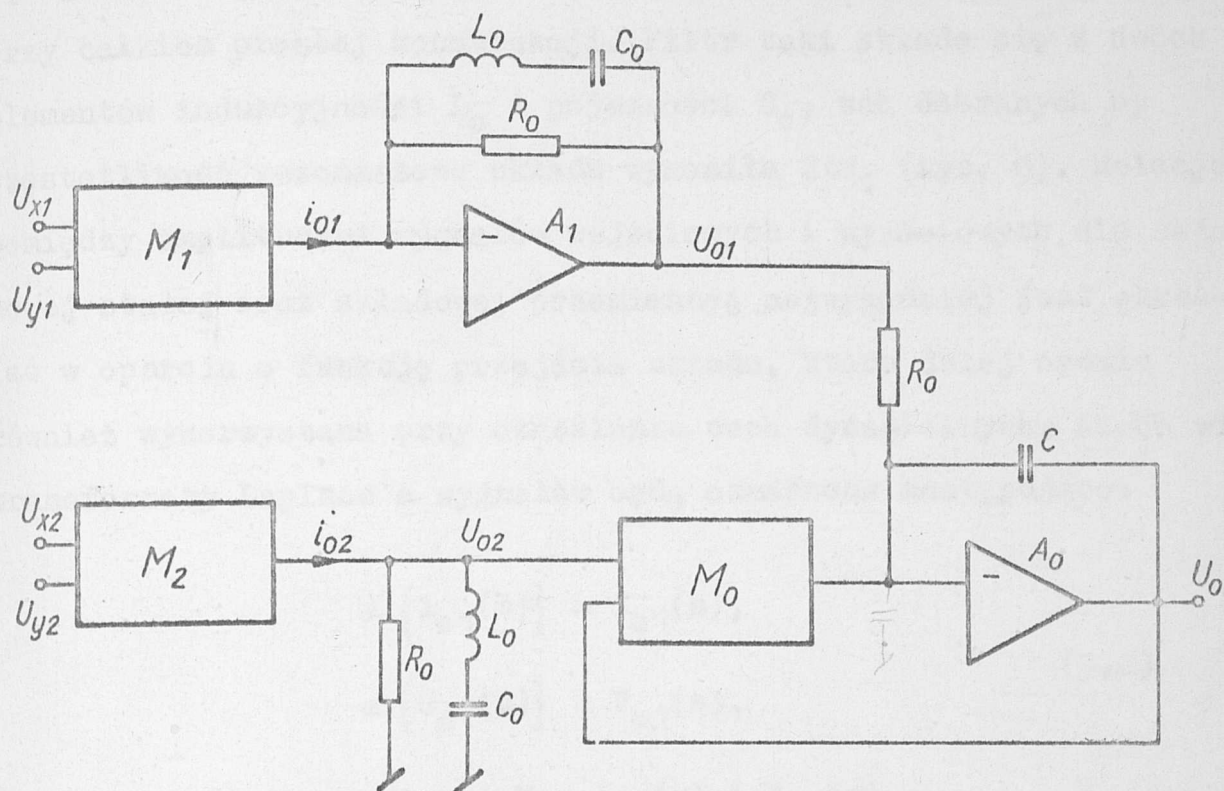
3. REALIZACJA I ANALIZA RÓŻNYCH WARIANTÓW ROZWIĄZAŃ PRZETWORNIKÓW

W poniższym rozdziale zostały omówione różne możliwości praktycznej realizacji przetworników odpowiadających schematowi blokowemu z rys. 1. Rozpatrywane w punktach 3.1 i 3.2. warianty różnią się metodami eliminacji drugiej harmonicznej sygnałów wyjściowych oraz budową przesuwników fazy sygnałów wejściowych. Układy te w efekcie posiadają różną dokładność oraz dynamikę. W ostatnim wariancie rozwiązania przetwornika omówionym w punkcie 3.3. dzięki specjalnemu formowaniu sygnałów wejściowych z zastosowaniem napięcia pomocniczego wyeliminowano wejściowe układy przesuwające fazę, oraz dwukrotnie podwyższono częstotliwość przebiegów. Działanie układu w stanach przejściowych jest w efekcie również w przebliżeniu dwukrotnie szybsze.

3.1. Przetworniki z filtracją drugiej harmonicznej

Schemat ideowy tego wariantu rozwiązania przetwornika omometrycznego został przedstawiony na rys. 6. W skład przetwornika wchodzi trzy scalone mnożarki analogowe oraz dwa wzmacniacze operacyjne, tworząc dwa układy mnożenia o różnej polaryzacji iloczynu i układ dzielenia. Ponadto przetwornik posiada dwa filtry rezonansowe składowej przemiennej sygnałów, dołączone do wyjścia układów mnożenia. Niech sygnałami wejściowymi przetwornika będą napięcia proporcjonalne do napięcia i prądu kontrolowanego obwodu określone zależnością (2.1), tak że:

$U_{x1} = U_U$, $U_{y1} = U_{x2} = U_{y2} = U_I$. Prądy wyjściowe scalonych mnożarek analogowych M_1 i M_2 , przy założeniu takich samych stałych mnożarki k_0 , można określić w oparciu o zależności (2.2), (2.3) oraz (2.10). Wynoszą one, odpowiednio:



rys. 6. Schemat ideowy przetwornika omometrycznego w układzie z filtracją. M_1 , M_2 , M_0 - scalone mnożarki analogowe, A_1 , A_0 - wzmacniacze operacyjne

$$i_{01} = + \frac{1}{2} k_0 R U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2 \omega_1 t + \varphi)], \quad (3.1)$$

$$i_{02} = + \frac{1}{2} k_0 R^2 I_m^2 [1 - \cos 2 \omega_1 t].$$

Prądy wyjściowe mnożarek należy teraz przetworzyć na napięcia. Najprostszym przetwornikiem prąd/napięcie może być zwykły rezystor lub też wzmacniacz operacyjny z rezystywnym sprzężeniem zwrotnym. Należy również wyfiltrować z sygnałów składowe przemienne o częstotliwości $2 \omega_1$. Uzyskana skuteczność filtracji tych składowych będzie zależna od stopnia rozbudowania filtra. Im bardziej złożony będzie filtr typu dokładniejsza filtracja, ale równocześnie tym gorsza jego dynamika. Optymalnym rozwiązaniem w tym przypadku jest zastosowanie filtra rezonansowego zapewnia-

jącego dobrą skuteczność filtracji i wysokie cechy dynamiczne, przy całkiem prostej konstrukcji. Filtr taki składa się z dwóch elementów indukcyjności L_0 i pojemności C_0 , tak dobranych by częstotliwość rezonansowa układu wynosiła $2\omega_1$ (rys. 6). Relacje pomiędzy amplitudami sygnałów wejściowych i wyjściowych dla składowej stałej oraz składowej przemiennej najwygodniej jest określać w oparciu o funkcję przejścia układu, która dalej będzie również wykorzystana przy określaniu cech dynamicznych. Niech więc transformaty Laplace'a sygnałów będą oznaczone następująco:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{i_{o1}(t)\} &= I_{o1}(s), \\ \mathcal{L}\{U_{o1}(t)\} &= V_{o1}(s),\end{aligned}\tag{3.2}$$

a odpowiednio dla mnożarki M_2 : $I_{o2}(s)$ i $V_{o2}(s)$.

Funkcja przejścia przetworników prąd/napięcie wraz z filtrami rezonansowymi mnożarek M_1 i M_2 jest więc następująca:

$$K_o(s) = -\frac{V_{o1}(s)}{I_{o1}(s)} = \frac{V_{o2}(s)}{I_{o2}(s)} = R_o \frac{s^2 L_o C_o + s R_L C_o + 1}{s^2 L_o C_o + s R_o C_o + 1},\tag{3.3}$$

gdzie R_L jest rezystancją cewki indukcyjnej.

Ta funkcja przejścia może być też zapisana inaczej:

$$K_o(s) = R_o \frac{s^2 + \frac{1}{Q} \omega_o s + \omega_o^2}{s^2 + 2n \omega_o s + \omega_o^2},\tag{3.4}$$

gdzie $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_o C_o}}$ - częstotliwość rezonansowa filtru,

$n = \frac{1}{2} \frac{R_o}{\omega_o L_o}$ - współczynnik tłumienia,

$Q = \frac{\omega_o L}{R_L}$ - dobroć cewki indukcyjnej,

przy czym $\omega_o = 2\omega_1$.

W celu określenia amplitud składowej stałej oraz składowej przemiennej sygnałów i_{o1} oraz i_{o2} na wyjściu układu, należy obliczyć moduł funkcji przejścia dla częstotliwości $\omega = 0$, i

$\omega = 2\omega_1 = \omega_0$ (po uprzednim podstawieniu $s = j\omega$). Moduł funkcji przejścia wynosi:

$$|K_o(j\omega)| = R_o \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{1}{Q} \omega_0 \omega)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2n\omega_0 \omega)^2}}. \quad (3.5)$$

Dla częstotliwości $\omega = 0$ oraz $\omega = \omega_0$ uzyskuje się:

$$|K_o(j\omega)|_{\omega=0} = R_o, \quad (3.6)$$

$$|K_o(j\omega)|_{\omega=\omega_0} = R_o \frac{1}{2nQ} = E_F R_o,$$

gdzie E_F jest współczynnikiem filtracji składowej przemiennej:

W oparciu o zależność (3.1), (3.3) oraz (3.6) można określić napięcia $U_{o1}(t)$ oraz $U_{o2}(t)$:

$$\begin{aligned} U_{o1}(t) &= -kR(U_m I_m) [\cos \varphi - E_F \cos(2\omega_1 t + \varphi)], \\ U_{o2}(t) &= +kR^2(I_m)^2 [1 - E_F \cos 2\omega_1 t], \end{aligned} \quad (3.7)$$

gdzie $k = k_o R_o$ jest współczynnikiem skali układu mnożenia.

Wartość współczynnika filtracji E_F jest znacznie mniejsza od jedności. Przykładowo dla dobroci cewki indukcyjnej $Q = 100$, współczynnika tłumienia $n = 0,7$, $E_F = 1/140$. Dlatego też czynnik ten zostanie uwzględniony przy rozważaniach dokładności przetworników, a obecnie przy omawianiu ich zasady działania zostanie założone $E_F = 0$.

Napięcia U_{o1} i U_{o2} , przy założeniu $E_F = 0$, wynoszą:

$$U_{o1} = -\frac{1}{2}kR (U_m I_m) \cos \varphi, \quad (3.8)$$

$$U_{o2} = + \frac{1}{2} k R^2 (I_m)^2.$$

Napięcia te są wprowadzone w układ dzielenia, a napięcie wyjściowe przetwornika zgodnie z zależnością (2.13) wynosi:

$$U_o = - \frac{1}{k} \frac{U_{o1}}{U_{o2}} = + \frac{1}{kR} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \cos \varphi, \quad (3.9)$$

gdzie k jest współczynnikiem skali układu dzielenia, identycznym jak w układach mnożenia ze względu na zastosowanie takiego samego rezystora R_o .

Ostatecznie więc zostało uzyskane napięcie wyjściowe przetwornika U_o , proporcjonalne do rezystancji kontrolowanego obwodu oraz jako sygnały pośrednie: napięcia proporcjonalne do mocy czynnej i kwadratu amplitudy prądu.

Jeśli napięcie wejściowe U_I układu mnożącego M_1 zostanie przesunięte w fazie o kąt $+\pi/2$, to wobec analogii do zależności (2.7), (2.8) i (2.9), przy założeniu $E_F = 0$, uzyskuje się:

$$U_{o1} = - \frac{1}{2} k R (U_m I_m) \sin \varphi. \quad (3.10)$$

Jeśli napięcie U_{o2} (zależność (3.8)) pozostało bez zmiany, to sygnał wyjściowy przetwornika U_o wynosi:

$$U_o = + \frac{1}{kR} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \sin \varphi. \quad (3.11)$$

W tym więc przypadku został uzyskany przetwornik mocy biernej oraz reaktancji. Przetworniki innych wielkości, zgodnie z tabelą 1, otrzymuje się poprzez zmianę kombinacji sygnałów wejściowych. Uzyskiwane wielkości wyjściowe przetwornika oraz kombinacje sygnałów wejściowych zostały zestawione w tabeli 2.

Tabela 2

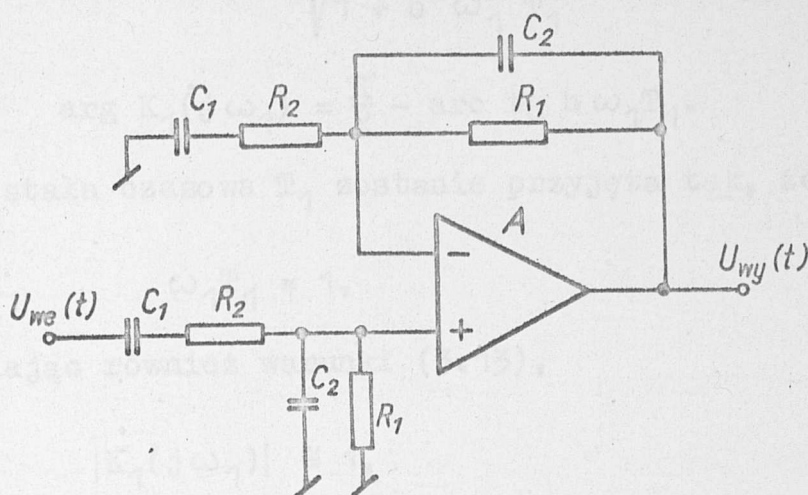
Zestawienie napięć wejściowych i wyjściowych przetwornika omometrycznego w układzie z filtracją

Napięcia wejściowe				Napięcia wyjściowe
U_{x_1}	U_{y_1}	U_{x_2}	U_{y_2}	U_o
U_U	U_I	U_I	U_I	Rezystancja $+ \frac{1}{kR} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \cos \varphi$
U_U	$\frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt}$	U_I	U_I	Reaktancja $+ \frac{1}{kR} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \sin \varphi$
U_U	U_U	U_I	U_I	Impedancja $+ \frac{1}{kR^2} \left(\frac{U_m}{I_m} \right)^2$
U_U	U_I	U_U	U_U	Konduktancja $+ \frac{R}{k} \left(\frac{I_m}{U_m} \right) \cos \varphi$
U_U	$\frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt}$	U_U	U_U	Susceptancja $+ \frac{R}{k} \left(\frac{I_m}{U_m} \right) \sin \varphi$
U_I	U_I	U_U	U_U	Admitancja $+ \frac{R^2}{k} \left(\frac{I_m}{U_m} \right)^2$

Zgodnie z przedstawioną koncepcją przetwornika w jego skład musi wchodzić układ wejściowy przesuwający fazę sygnału o kąt $+\pi/2$, a może nim być "idealny" układ różniczkujący o odpowiednio dobranym współczynniku wzmocnienia. Praktyczna realizacja takiego układu została przedstawiona na rys. 7. Podobnie jak w przypadku układu filtrującego wygodnie jest tu posłużyć się funkcją przejścia w celu określenia jego parametrów. Funkcja przejścia układu z rys. 7 ma następującą postać:

$$K_1(s) = \frac{V_{wy}(s)}{V_{we}(s)} = + \frac{sT_1}{(saT_1 + 1)(sbT_1 + 1)}, \quad (3.12)$$

gdzie $V_{wy}(s)$, $V_{we}(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio sygnału wyjściowego i wejściowego,



rys. 7. Schemat ideowy układu różniczkującego

$$T_1 = R_1 C_1,$$

$$a = \frac{C_2}{C_1},$$

$$b = \frac{R_2}{R_1}.$$

Dla poprawnego działania takiego układu wymagane jest spełnienie następujących warunków:

$$a \ll 1, \quad (3.13)$$

$$b \ll 1.$$

Funkcja przejścia (3.12) może być też uproszczona do postaci

$$K_1(s) = \frac{sT_1}{sT_1 + 1}, \quad (3.14)$$

jeśli $a \ll b$.

Gdy sygnałem wejściowym układu będzie napięcie sinusoidalne o częstotliwości ω_1 , to zmiana amplitudy oraz fazy tego sygnału wynika z modułu i argumentu funkcji przejścia dla tej częstotliwości:

$$|K_1(j\omega_1)| = \frac{\omega_1 T_1}{\sqrt{1 + b^2 \omega_1^2 T_1^2}},$$

$$\arg K_1(j\omega_1) = \frac{\pi}{2} - \arctg b \omega_1 T_1. \quad (3.15)$$

Jeżeli więc stała czasowa T_1 zostanie przyjęta tak, że:

$$\omega_1 T_1 = 1, \quad (3.16)$$

to uwzględniając również warunki (3.13),

$$|K_1(j\omega_1)| \cong 1,$$

$$\arg K_1(j\omega_1) = \frac{\pi}{2}. \quad (3.17)$$

A więc przy pomocy układu różniczkującego z rys. 7, o funkcji przejścia (3.14), przy spełnieniu warunków (3.13) i (3.16) jest realizowane przesunięcie fazy sygnału o kąt $+\frac{\pi}{2}$. Niekorzystną cechą tego układu jest duży współczynnik wzmocnienia w pewnym przedziale częstotliwości (zależnie od a oraz b (3.12)). W przypadku, gdy wymagania dotyczące dynamiki przetwornika są mniejsze, stosowanie tego układu można uznać również za nieekonomiczne, ze względu na konieczność użycia wzmacniacza operacyjnego. Inna wersja wejściowych przesuwników fazy może polegać na wykorzystaniu czwórników biernych złożonych z elementów RC. Chcąc przy ich pomocy uzyskać przetwornik reaktancji lub susceptancji (tabela 2), należy w jednym sygnale wejściowym zmniejszyć przesunięcie fazy o określony kąt, a w drugim zwiększyć, tak aby łączne wzajemne przesunięcie fazy wynosiło $+\frac{\pi}{2}$. Można to zrealizować przy pomocy przesuwników fazy o następujących funkcjach przejścia:

$$K_{21}(s) = \frac{sT_1}{sT_1 + 1},$$

$$K_{22}(s) = \frac{1}{sT_1 + 1}.$$

(3.18)

Ze względu na zrównoważoną dynamikę obu układów, oraz jednakowe wzmocnienia, korzystne jest wybranie stałej czasu takiej, aby $\omega_1 T_1 = 1$. Przy tych założeniach:

$$|K_{21}(j\omega_1)| = |K_{22}(j\omega_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\arg K_{21}(j\omega_1) = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega_1 T_1 = \frac{\pi}{4}, \quad (3.19)$$

$$\arg K_{22}(j\omega_1) = -\frac{\pi}{4}.$$

(Praktyczna realizacja takich układów jest bardzo prosta, dlatego nie został dołączony odpowiedni rysunek. Są one pokazane dalej np. na rys. 12 jako elementy złożonych przesuwników wejściowych do układu przetwornika z kompensacją). Jeśli więc do wejścia układu o funkcji przejścia $K_1(s)$ zostanie doprowadzony sygnał U_I , do wejścia drugiego z układów sygnał U_U o amplitudach zwiększonych $\sqrt{2}$ razy, a ich wyjścia są doprowadzone do układu mnożenia M_1 , to prąd wyjściowy scalonej mnożarki analogowej wynosi:

$$\begin{aligned} i_{o1} &= k_o R U_m I_m \sin(\omega_1 t + \varphi - \frac{\pi}{4}) \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}) \\ &= \frac{1}{2} k_o R U_m I_m [\sin \varphi - \cos(2\omega_1 t + \varphi)]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

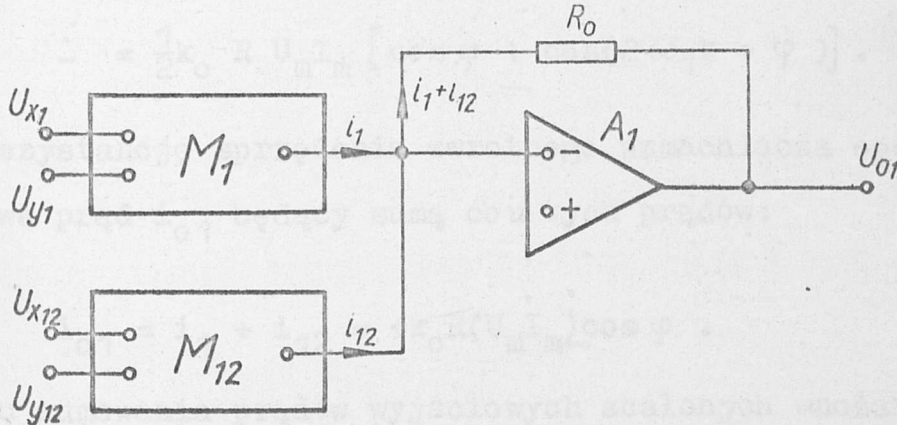
Uzyskana składowa stała prądu i_{o1} , proporcjonalna do mocy biernej jest analogiczna jak w zależności (3.10), przy stosowaniu układu przesuwającego fazę o kąt $+\frac{\pi}{2}$. Stosując układy przesuwające fazę sygnałów wejściowych o funkcjach przejścia (3.18) uzyskuje się również przetworniki reaktancji i suceptancji przy pozostałych sygnałach niezmiennych, zgodnych z tabelą 2.

Dokładność przedstawionej wersji rozwiązania przetwornika ograniczona jest w głównej mierze skończoną skutecznością filtracji w układzie filtra rezonansowego. Poprawę dokładności można

uzyskać poprzez rozbudowę filtru, ale wiąże się to z pogorszeniem jego dynamiki i dynamiki całego przetwornika. Poprawę obu tych cech przetwornika można uzyskać w innym wariantcie jego rozwiązania, który zostanie omówiony w następnym rozdziale.

3.2. Przetworniki z kompensacją drugiej harmonicznej

Przetwornik omometryczny o wysokiej dokładności i bardzo dobrych cechach dynamicznych można uzyskać w układzie z kompensacją drugiej harmonicznej. Własności te uzyskuje się dzięki rozbudowie układu z poprzedniego rozdziału, stosując dwie dodatkowe scalone mnożarki analogowe oraz bardziej złożone układy wejściowych przesuwników fazy. Podstawowy, typowy blok układu tego przetwornika został przedstawiony na rys. 8.



rys. 8. Podstawowy, typowy blok układu przetwornika z kompensacją drugiej harmonicznej.

Niech sygnały wejściowe tego układu będą następujące:

$$U_{x1} = U_U,$$

$$U_{y1} = U_I,$$

$$(3.21)$$

$$U_{x12} = \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_U}{dt},$$

$$U_{y12} = \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt}.$$

Zatem sygnały wejściowe mnożarki M_1 są identyczne jak w przypadku poprzednio omawianego przetwornika, natomiast do mnożarki M_{12} są doprowadzone pochodne tych sygnałów (a więc sygnały przesunięte w fazie o kąt $+\frac{\pi}{2}$). Prądy wyjściowe mnożarek wynoszą więc odpowiednio:

$$\begin{aligned} i_1 &= k_o R U_m I_m \sin(\omega_1 t + \varphi) \sin \omega_1 t = \\ &= \frac{1}{2} k_o R U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega_1 t + \varphi)], \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} i_{12} &= k_o R U_m I_m \sin(\omega_1 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}) = \\ &= \frac{1}{2} k_o R U_m I_m [\cos \varphi + \cos(2\omega_1 t + \varphi)]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Przez rezystancję sprzężenia zwrotnego wzmacniacza operacyjnego przepływa prąd i_{o1} będący sumą obu tych prądów:

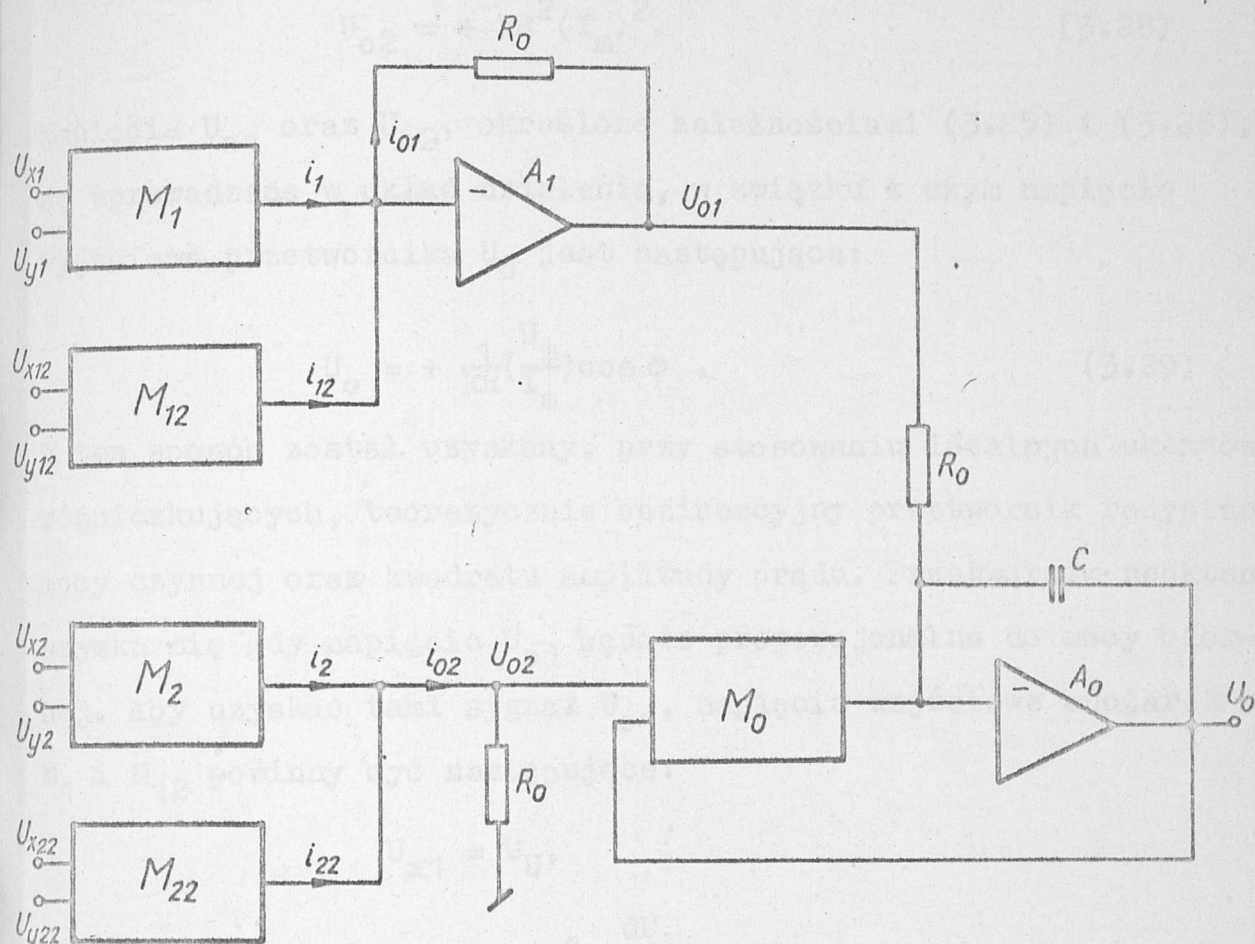
$$i_{o1} = i_1 + i_{12} = +k_o R (U_m I_m) \cos \varphi. \quad (3.24)$$

W wyniku sumowania prądów wyjściowych scalonych mnożarek analogowych M_1 i M_{12} , nastąpiło więc skompensowanie składowych przemennych tych prądów. Napięcie wyjściowe układu U_{o1} wynosi:

$$U_{o1} = -kR (U_m I_m) \cos \varphi. \quad (3.25)$$

Uzyskane napięcie wyjściowe U_{o1} jest więc proporcjonalne do mocy czynnej kontrolowanego obwodu.

Schemat ideowy przetwornika został przedstawiony na rys. 9. W jego skład wchodzi jeszcze drugi analogiczny blok lecz niezmieniający polaryzacji iloczynu oraz analogowy układ dzielenia.



rys. 9. Schemat ideowy przetwornika omometrycznego w układzie z kompensacją.

Niech sygnały wejściowe mnożarek M_2 i M_{22} będą następujące:

$$\begin{aligned} U_{x2} &= U_{y2} = U_I, \\ U_{x22} &= U_{y22} = \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Prądy wyjściowe mnożarek wynoszą więc:

$$\begin{aligned} i_2 &= k_0 R^2 I_m^2 \sin^2 \omega_1 t = \frac{1}{2} k_0 R^2 I_m^2 [1 - \cos 2\omega_1 t], \\ i_{22} &= k_0 R^2 I_m^2 \cos^2 \omega_1 t = \frac{1}{2} k_0 R^2 I_m^2 [1 + \cos 2\omega_1 t]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Suma obu tych prądów przepływa przez rezystor obciążenia R_0 , wobec czego składowe przemienne ulegają kompensacji, a napięcie U_{02} ma wartość:

$$U_{02} = + kR^2(I_m)^2. \quad (3.28)$$

Napięcia U_{01} oraz U_{02} , określone zależnościami (3.25) i (3.28), są wprowadzane w układ dzielenia, w związku z czym napięcie wyjściowe przetwornika U_o jest następujące:

$$U_o = + \frac{1}{kR} \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \cos \varphi. \quad (3.29)$$

W ten sposób został uzyskany, przy stosowaniu idealnych układów różniczkujących, teoretycznie bezinercyjny przetwornik rezystancji, mocy czynnej oraz kwadratu amplitudy prądu. Przetwornik reaktancji uzyska się gdy napięcie U_{01} będzie proporcjonalne do mocy biernej. Aby uzyskać taki sygnał U_{01} , napięcia wejściowe mnożarek M_1 i M_{12} powinny być następujące:

$$U_{x1} = U_U,$$

$$U_{y1} = + \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_I}{dt}, \quad (3.30)$$

$$U_{x12} = - \frac{1}{\omega_1} \frac{dU_U}{dt},$$

$$U_{y12} = U_I.$$

Prądy wyjściowe mnożarek M_1 i M_{12} wynoszą więc odpowiednio:

$$i_1 = \frac{1}{2} k_o R (U_m I_m) [\sin \varphi + \sin(2\omega_1 t + \varphi)], \quad (3.31)$$

$$i_{12} = \frac{1}{2} k_o R (U_m I_m) [\sin \varphi - \sin(2\omega_1 t + \varphi)].$$

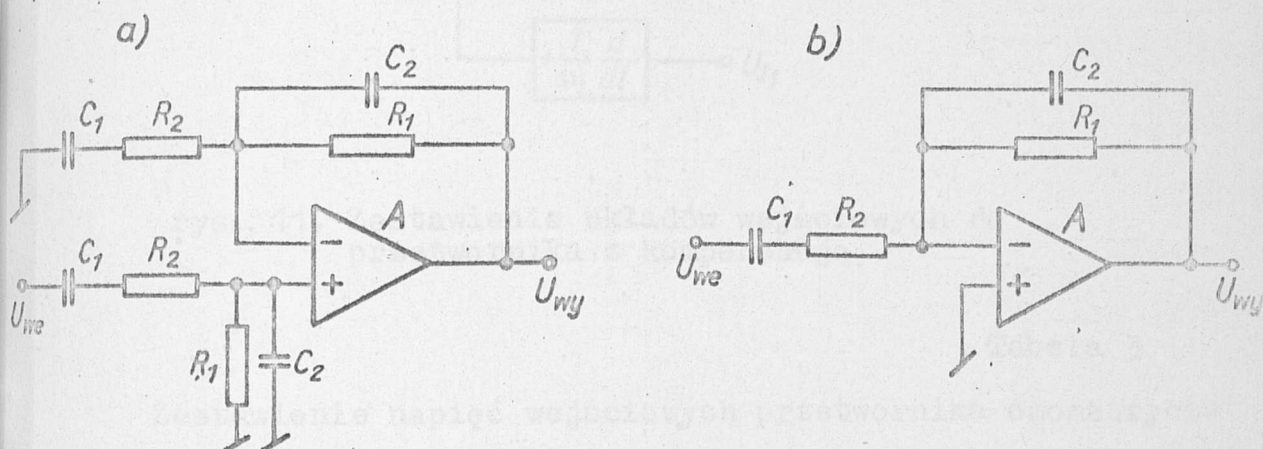
Ostatecznie w tym przypadku uzyskuje się napięcie U_{01} proporcjonalne do mocy biernej:

$$U_{01} = - kR (U_m I_m) \sin \varphi \quad (3.32)$$

oraz sygnał wyjściowy U_o proporcjonalny do reaktancji kontrolowanego obwodu, jeśli napięcia mnożarek M_2 i M_{22} nie uległy zmianie. Przy innych kombinacjach sygnałów wejściowych uzyskuje się

przetworniki pozostałych wielkości.

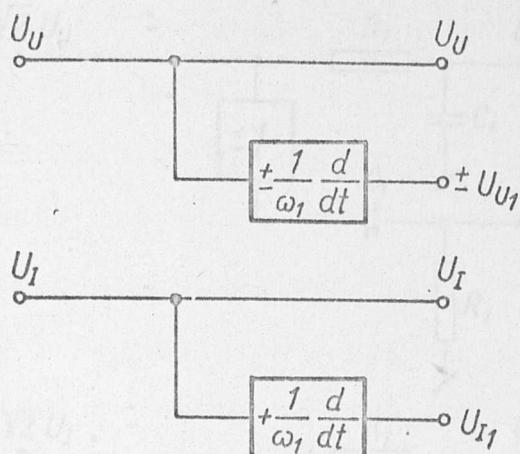
Jak wynika z zależności (3.30), w przetworniku konieczne jest stosowanie układów różniczkujących relizujących plus lub minus pochodną sygnału wejściowego. Układy takie zostały przedstawione na rys. 10.



rys. 10. Układy różniczkujące niezmiennające (a) lub zmieniające (b) polaryzację pochodnej sygnału wejściowego

Przy spełnieniu podanych uprzednio warunków (3.13) i (3.16) są one opisane funkcją przejścia (3.14) odpowiednio: ze znakiem plus - układ z rys. 10a oraz ze znakiem minus - układ z rys. 10b. Układy wejściowe konieczne w przetworniku zostały przedstawione blokowo na rys. 11.

Kombinacje napięć wejściowych przetwornika zostały wybrane tak, aby oprócz dwa układów różniczkujących nie było konieczne wprowadzanie dodatkowych układów zmieniających polaryzację sygnałów. Zestawienie napięć wejściowych przetworników określonych wielkości, uwzględniające oznaczenia z rys. 11 przedstawia tabela 3.



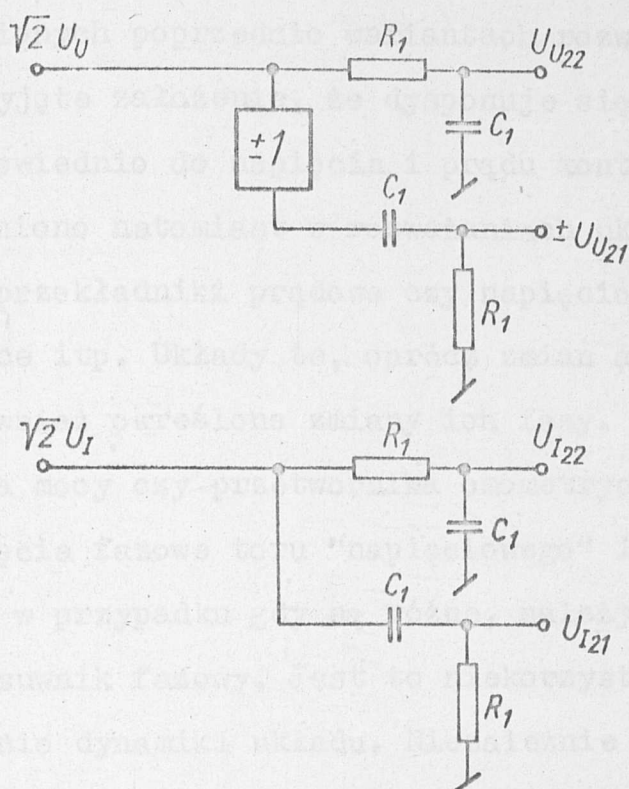
rys. 11. Zestawienie układów wejściowych do przetwornika z kompensacją

Tabela 3

Zestawienie napięć wejściowych przetwornika omometrycznego w układzie z kompensacją przy różnych wielkościach mierzonych

Napięcia wejściowe								Mierzona wielkość
U_{x1}	U_{y1}	U_{x12}	U_{y12}	U_{x2}	U_{y2}	U_{x22}	U_{y22}	
U_U	U_I	U_{U1}	U_{I1}	U_I	U_I	U_{I1}	U_{I1}	REZYSTANCJA
U_U	U_{I1}	$-U_{U1}$	U_I	U_I	U_I	U_{I1}	U_{I1}	REAKTANCJA
U_U	U_U	U_{U1}	U_{U1}	U_I	U_I	U_{I1}	U_{I1}	IMPEDANCJA
U_U	U_I	U_{U1}	U_{I1}	U_U	U_U	U_{U1}	U_{U1}	KONDUKTANCJA
U_U	U_{I1}	$-U_{U1}$	U_I	U_U	U_U	$-U_{U1}$	$-U_{U1}$	SUSCEPTANCJA
U_I	U_I	U_{I1}	U_{I1}	U_U	U_U	U_{U1}	U_{U1}	ADMITANCJA

Inny wariant układów wejściowych przetwornika został przedstawiony na rys. 12.



rys. 12. Wejściowe układy RC do przetwornika z kompensacją

Układy takie zostały już omówione przy przetworniku z filtracją -- zależności (3.18) i (3.19). Rozpatrywana tam stała czasu T_1 jest iloczynem $R_1 C_1$. Do zmiany znaku sygnałów może być użyty dodatkowy inwertor lub też można wykorzystać dodatkowe uzwojenie transformatora pośredniczącego. Przy tym rozwiązaniu układów wejściowych, przetworniki określonych wielkości będą uzyskane zgodnie z tabelą 3, jeśli dokona się następującej zamiany sygnałów:

$$U_U \longrightarrow U_{U22},$$

$$U_{U1} \longrightarrow U_{U21},$$

$$U_I \longrightarrow U_{I22},$$

$$U_{I1} \longrightarrow U_{I21}.$$

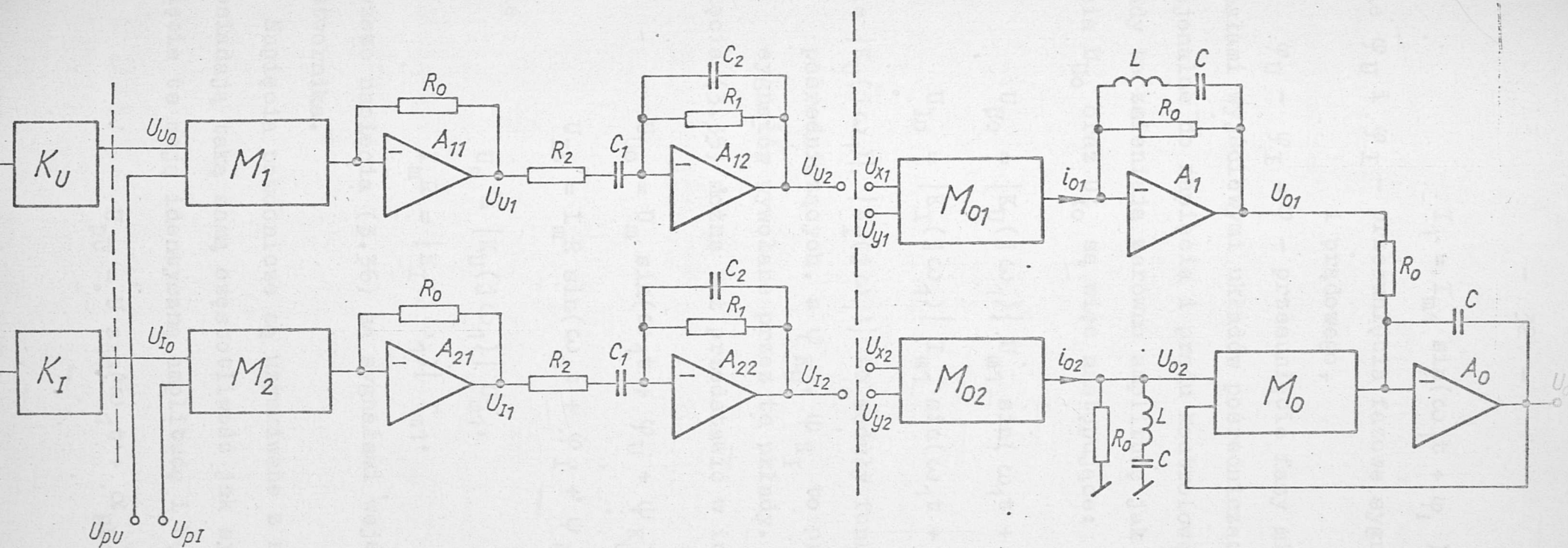
(3.33)

3.3. Przetworniki z napięciem pomocniczym

W omówionych poprzednio wariantach rozwiązań przetworników zostało przyjęte założenie, że dysponuje się napięciami proporcjonalnymi odpowiednio do napięcia i prądu kontrolowanego obwodu. Nie uwzględniono natomiast w rozważaniach układów pośredniczących, takich jak przekładniki prądowe czy napięciowe, transformatorki pośredniczące itp. Układy te, oprócz zmian amplitudy sygnałów, powodują również określone zmiany ich fazy. Poprawne działanie przetwornika mocy czy przetwornika omometrycznego wymaga jednak, by przesunięcia fazowe toru "napięciowego" i "prądowego" były takie same; w przypadku gdy są różne, należy wprowadzić kompensujący przesuwnik fazowy. Jest to niekorzystne głównie ze względu na pogorszenie dynamiki układu. Niezależnie od tego konieczne są również przesuwniki fazowe stanowiące integralną część przedstawionych uprzednio przetworników omometrycznych.

Omówiony poniżej przetwornik omometryczny z napięciem pomocniczym pozwala uniknąć stosowania przesuwników fazowych, zarówno wejściowych jak i kompensujących. Schemat ideowy przetwornika został przedstawiony na rys. 13. W jego skład wchodzi blok formowania sygnałów wejściowych złożony z dwóch układów mnożących z mnożarkami M_1 i M_2 oraz wzmacniaczami operacyjnymi A_{11} i A_{21} , dwóch układów różniczkujących ze wzmacniaczami operacyjnymi A_{12} i A_{22} oraz blok przetwornika w układzie z filtracją, złożony z mnożarek M_{01} , M_{02} i M_0 oraz wzmacniaczy operacyjnych A_0 i A_1 . Na rysunku 13 zostały również uwzględnione wejściowe układy pośredniczące, przedstawione blokowo (bloki K_U oraz K_I). Sygnałami wejściowymi układu są prąd i napięcie kontrolowanego obwodu prądu zmiennego:

$$U_1 = U_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_U),$$



rys. 13. Schemat ideowy przetwornika omometrycznego z napięciem pomocniczym

$$I_1 = I_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_I), \quad (3.34)$$

gdzie φ_U i φ_I - przesunięcia fazowe sygnału napięciowego i prądowego,

$\varphi_U - \varphi_I = \varphi$ - przesunięcie fazy między napięciem a prądem.

Sygnałami wyjściowymi układów pośredniczących są napięcia proporcjonalne do napięcia i prądu kontrolowanego obwodu, przy czym układy te zmieniają zarówno amplitudę jak i fazę sygnałów. Napięcia U_{UO} oraz U_{IO} są więc następujące:

$$\begin{aligned} U_{UO} &= |K_U(j\omega_1)| U_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_U + \psi_{K_U}), \\ U_{IO} &= |K_I(j\omega_1)| I_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_I + \psi_{K_I}), \end{aligned} \quad (3.35)$$

gdzie $|K_U(j\omega_1)|$, $|K_I(j\omega_1)|$ to moduły funkcji przejścia układów pośredniczących, a ψ_{K_U} , ψ_{K_I} to przesunięcia fazowe sygnałów wywołane przez te układy.

Napięcia (3.35) można też przedstawić w innej postaci:

$$\begin{aligned} U_{UO} &= U_m \sin(\omega_1 t + \varphi_U + \psi_{K_U}), \\ U_{IO} &= I_m R \sin(\omega_1 t + \varphi_I + \psi_{K_I}), \end{aligned} \quad (3.36)$$

gdzie

$$\begin{aligned} U_m &= |K_U(j\omega_1)| U_{m1}, \\ I_m R &= |K_I(j\omega_1)| I_{m1}. \end{aligned}$$

Powyższe napięcia (3.36) są sygnałami wejściowymi omawianego przetwornika.

Napięcia pomocnicze są uzyskiwane z niezależnego źródła i posiadają taką samą częstotliwość jak sygnały mierzone. Niech napięcia te mają identyczną amplitudę i będą o postaci:

$$U_{pU} = U \sin(\omega_1 t + \alpha_{pU}),$$

$$U_{pI} = U \sin(\omega_1 t + \alpha_{pI}), \quad (3.37)$$

gdzie α_{pU} i α_{pI} to przesunięcie fazowe napięć pomocniczych. Napięcia (3.36) i (3.37) są doprowadzone do układów mnożenia tak, że mnożone są U_{U0} i U_{pU} oraz U_{I0} i U_{pI} . Napięcia wyjściowe układów mnożenia M_1 i M_2 są więc następujące:

$$U_{U1} = \frac{1}{2} k_U U_m [\cos(2\omega_1 t + \varphi_U + \psi_{K_U} + \alpha_{pU}) - \cos(\varphi_U + \psi_{K_U} - \alpha_{pU})],$$

$$U_{I1} = \frac{1}{2} k_I U_m [\cos(2\omega_1 t + \varphi_I + \psi_{K_I} + \alpha_{pI}) - \cos(\varphi_I + \psi_{K_I} - \alpha_{pI})]. \quad (3.38)$$

Nie ograniczając ogólności rozważań można przyjąć, że amplituda napięcia pomocniczego oraz współczynniki skali układów mnożenia zostały tak dobrane, że ich iloczyn jest równy jedności ($k_U = 1$). Napięcia (3.38) są z kolei różniczkowane w celu wyeliminowania składowej stałej. Na wyjściu układów różniczkujących uzyskuje się następujące przebiegi:

$$U_{U2} = -\frac{1}{\omega_1} \frac{dU_{U1}}{dt} = U_m \sin(2\omega_1 t + \varphi_U + \psi_{K_U} + \alpha_{pU}),$$

$$U_{I2} = I_m R \sin(2\omega_1 t + \varphi_I + \psi_{K_I} + \alpha_{pI}). \quad (3.39)$$

Napięcia te są doprowadzone do wejść układu o identycznym schemacie ideowym jak przetwornik z filtracją. Ponieważ jednak, w wyniku mnożenia przebiegów o podwójnej częstotliwości, uzyskuje się składową stałą oraz składową przemienną o poczwórnej częstotliwości, to filtry mają właśnie taką częstotliwość rezonansową. W efekcie przebieg przejściowy w filtrach trwa tu w przybliżeniu dwukrotnie krócej niż w analogicznych układach przetwornika z punktu 3.1.

Niech do mnożarek M_1 i M_2 będzie doprowadzona następująca

kombinacja napięć: $U_{x1} = U_{U2}$, $U_{y1} = U_{x2} = U_{y2} = U_{I2}$. W oparciu o rozważania rozdziału 3.1. oraz przyjmując zerowy współczynnik filtracji uzyskuje się następujące napięcia wyjściowe przetwornika (przy założeniu, że amplituda napięć pomocniczych oraz współczynnik skali układów mnożenia M_1 i M_2 zostały tak dobrane by $kU = 1$):

$$\begin{aligned} U_{O1} &= -\frac{1}{2}kR(U_m I_m) \cos(\varphi + \psi_{K_{UI}} + \alpha_{pUI}), \\ U_{O2} &= \frac{1}{2}kR^2(I_m)^2, \\ U_O &= +\frac{1}{kR}\left(\frac{U_m}{I_m}\right) \cos(\varphi + \psi_{K_{UI}} + \alpha_{pUI}), \end{aligned} \quad (3.40)$$

gdzie $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$, przesunięcie fazy między napięciem i prądem kontrolowanego obwodu,

$\psi_{K_{UI}} = \psi_{K_U} - \psi_{K_I}$, różnica przesunięć fazy sygnałów, wprowadzanych przez wejściowe układy pośredniczące,

$\alpha_{pUI} = \alpha_{pU} - \alpha_{pI}$, przesunięcie fazy pomiędzy napięciami pomocniczymi.

Chcąc więc uzyskać przetwornik mocy czynnej i rezystancji należy tak dobrać przesunięcie fazy między napięciami pomocniczymi do różnicy przesunięć fazy w układach wejściowych, aby:

$$\psi_{K_{UI}} + \alpha_{pUI} = 0. \quad (3.41)$$

Natomiast przetwornik mocy biernej i reaktancji zostanie uzyskany gdy

$$\psi_{K_{UI}} + \alpha_{pUI} = -\frac{\pi}{2}. \quad (3.42)$$

Na szczególną uwagę zasługuje fakt zmiany przesunięć fazowych (przy zmianie typu przetwornika) poza torem pomiarowym, dzięki czemu każdy typ przetwornika cechuje taka sama dynamika.

Aby uzyskać przetworniki konduktancji i susceptancji należy

zamienić miejscami sygnały U_{U2} i U_{I2} w porównaniu z poprzednim układem, tzn przyjąć następującą kombinację napięć:

$U_{x1} = U_{I2}$, $U_{y1} = U_{x2} = U_{y2} = U_{U2}$. Przy tym przetwornik konduktancji lub susceptancji zostanie uzyskany przy spełnieniu warunków odpowiednio (3.41) lub (3.42).

Przetwornik impedancji uzyska się, gdy $U_{x1} = U_{y1} = U_{U2}$, $U_{x2} = U_{y2} = U_{I2}$, a przetwornik admitancji przy zamianie napięć U_{U2} i U_{I2} . W obu tych przypadkach przesunięcie fazy napięć pomocniczych może być oczywiście dowolne.

4. BŁĘDY PRZETWORNIKÓW

Bardzo istotną cechą charakteryzującą każdy przyrząd pomiarowy jest jego błąd, który określa wiarygodność danego pomiaru. W pierwszej kolejności zostaną wprowadzone definicje wykorzystane w dalszej części rozdziału.

Błąd bezwzględny sygnału wyjściowego jest to wartość bezwzględna różnicy pomiędzy jego wartością rzeczywistą a teoretyczną dla takich samych sygnałów wejściowych.

Błąd względny sygnału wyjściowego jest to największy możliwy błąd bezwzględny odniesiony do wartości teoretycznej.

Błąd względny podstawowy jest to błąd względny określony w warunkach odniesienia (to znaczy przy ustalonych czynnikach zewnętrznych takich jak: temperatura i ciśnienie zewnętrzne, napięcie i częstotliwość zasilania itp.).

Błąd względny dodatkowy jest to największa różnica pomiędzy błędem względnym określonym przy zmianie wielkości wpływającej w całym dopuszczalnym zakresie a błędem względnym podstawowym. Większość przeprowadzonych rozważań będzie dotyczyła błędu względnego podstawowego nazywanego dalej błędem, natomiast błędy dodatkowe wywołane czynnikami zewnętrznymi będą omówione osobno.

Omawiane przetworniki dokonują operacji na sygnałach przemennych, co powoduje, że błąd zawiera zarówno składowe stałe jak i przemienne. Składowe przemienne błędy mogą być wyeliminowane przez dodatkową filtrację, natomiast składowych stałych błędów nie można oddzielić od wartości mierzonej, która też jest sygnałem stałym. Z drugiej jednak strony układ dzielenia realizuje iloraz wartości chwilowych, a największy błąd na jego wyjściu powstanie przy największych chwilowych odchyleniach sygnałów

wejściowych. Dlatego zostaną wprowadzone jeszcze dwa dodatkowe określenia: błąd średni (tzn. błąd względny podstawowy średni) oraz błąd chwilowy.

Błąd średni jest to błąd określony dla średnich wartości sygnałów wyjściowych: teoretycznego i rzeczywistego.

Błąd chwilowy to największa wartość bezwzględna różnicy rzeczywistych wartości chwilowej i średniej sygnału wyjściowego, odniesiona do jego teoretycznej wartości średniej.

Obliczanie błędów omawianych przetworników jest trudniejsze niż w układach liniowych. Istotnym odróżnieniem jest również niejednoznaczność błędu. Przykładowo w układzie mnożenia, ta sama wartość sygnału wyjściowego jest osiągana przy różnych sygnałach wejściowych mających ten sam iloczyn. Ale różne sygnały wejściowe powodują różną wartość błędu napięcia wyjściowego przetwornika. Można się w tym przypadku spodziewać istnienia pewnych określonych sygnałów wejściowych przy których uzyskuje się zadane napięcie wyjściowe i minimum błędu.

Natomiast w układzie dzielenia, przy stałym ilorazie jego sygnałów wejściowych (to znaczy dla takiego samego sygnału wyjściowego) wraz ze zmniejszaniem ich wartości błąd rośnie monotonicznie.

4.1. Źródła błędów przetworników

Dwa zasadnicze czynniki decydują o błędach przetworników. Pierwszy - to niedoskonałość samego układu bądź jego elementów. Drugi - to odkształcenia sygnałów wejściowych. W skład pierwszego, zasadniczego czynnika błędu wchodzi:

- błędy scalonego analogowego układu mnożącego spowodowane głównie napięciami przesunięcia oraz nieliniowością charakterystyki,

- niedoskonała filtracja lub kompensacja składowych przemennych o częstotliwości $2\omega_1$,

- amplitudowe i fazowe błędy układów przesuwających fazę sygnałów wejściowych.

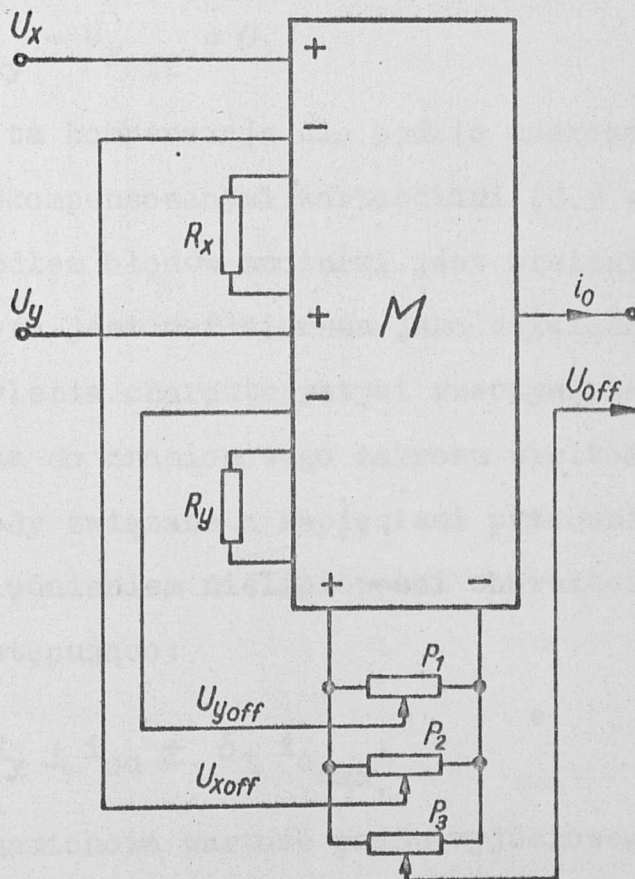
Błędy scalonego analogowego układu mnożącego są natrudniejszym do usunięcia źródłem błędów przetwornika zarówno średnich jak i chwilowych. Scalony układ mnożący jest również źródłem błędów dodatkowych spowodowanych głównie zmianami temperatury. Cechą charakterystyczną błędu spowodowanego układem mnożącym jest jego zależność (nieliniowa) od poziomu sygnałów. Błąd spowodowany dwoma pozostałymi czynnikami nie zależy natomiast od poziomu sygnałów. Przy tym niedoskonała filtracja bądź kompensacja składowych przemennych wpływa jedynie na błąd chwilowy, natomiast amplitudowe i fazowe błędy przesuwników wpływają w przetworniku z filtracją jedynie na jego błąd średni, a w przetworniku z kompensacją zarówno na błąd średni jak i chwilowy. Minimalizacja błędu spowodowanego tymi czynnikami jest niezbyt trudna i wymaga jedynie odpowiedniej staranności zaprojektowania i wykonania układów filtracji oraz przesuwników fazowych.

Drugi zasadniczy czynnik błędu związany jest z tym, że sygnały wyjściowe przetwornika są proporcjonalne do mierzonej wielkości tylko wtedy, gdy sygnały wejściowe są sinusoidalne. Zniekształcenia sygnałów wejściowych układu mnożącego, w postaci składowej stałej oraz wyższych harmonicznych, powodują powstanie w sygnale wyjściowym błędu zawierającego również składową stałą oraz przebiegi harmoniczne. Błąd ten może być zmniejszony niemal do zera przez filtrację sygnałów, lecz zawsze wpływa to na pogorszenie dynamiki przetwornika. Rozważania dotyczące zmniejszenia tego błędu należy więc prowadzić łącznie z oceną dynamiki przetwornika, tak by układ miał najmniejszy błąd przy zadanej szyb-

kości działania, lub był najszybszy przy zadanym błędzie. Rozważania te zostaną przeprowadzone w osobnym rozdziale, a obecnie zakłada się, że sygnały wejściowe są nieznieskształcone.

4.2. Własności scalonego analogowego układu mnożącego

Istnieje wiele rozwiązań scalonych analogowych układów mnożących różnych firm, lecz ich własności nie różnią się wiele. Typowy schemat z uwzględnieniem najistotniejszych zewnętrznych elementów regulacyjnych został przedstawiony na rys. 14.



rys. 14. Najistotniejsze zewnętrzne elementy regulacyjne scalonej mnożarki analogowej

Prąd wyjściowy tego układu określa następująca zależność:

$$i_o = k_o (U_x \pm U_{i_{ox}} - U_{x_{off}}) (U_y \pm U_{i_{oy}} - U_{y_{off}}) \pm i_{oo}, \quad (4.1)$$

gdzie $U_{i_{ox}}, U_{i_{oy}}$ - napięcia przesunięcia,
 $U_{x_{off}}, U_{y_{off}}$ - napięcia kompensacji zewnętrznej,
 i_{oo} - prąd zerowy,
 k_o - stała mnożarki.

Za pomocą zewnętrznych potencjometrów należy tak ustalić wartości $U_{x_{off}}$ oraz $U_{y_{off}}$, aby:

$$\begin{aligned} \pm U_{i_{ox}} - U_{x_{off}} &= 0, \\ \pm U_{i_{oy}} - U_{y_{off}} &= 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Oczywiście nigdy ta kompensacja nie będzie doskonała i trzeba się liczyć z nieskompensowanymi wartościami $(0,5 + 1) \cdot 10^{-2}$ V.

Kolejnym źródłem błędów mnożarki jest nieliniowość charakterystyki, która jest definiowana jako największa wartość bezwzględna odchylenia charakterystyki rzeczywistej i teoretycznej odniesiona do znamionowego zakresu wielkości wyjściowej. Jeśli pominąć błędy związane z napięciami przesunięcia, to prąd wyjściowy z uwzględnieniem nieliniowości charakterystyki może być określony następująco:

$$i_o = k_o U_x U_y \pm i_{oo} \pm \delta_1 i_{o_{max}}, \quad (4.3)$$

gdzie $i_{o_{max}}$ - znamionowa wartość prądu wyjściowego mnożarki,
 δ_1 - błąd względny nieliniowości charakterystyki.

Trzeba zauważyć, że o ile prąd i_{oo} może być kompensowany przy współpracy mnożarki ze wzmacniaczem operacyjnym (dla $U_x = U_y = 0$), to składnik $\delta_1 i_{o_{max}}$ nie może być skompensowany, ponieważ największe odchylenie charakterystyki rzeczywistej i teoretycznej

występuje przy nieznanych wartościach U_x i U_y .

Wymienione powyżej czynniki są podstawowym źródłem błędu względnego podstawowego, który zależy oczywiście od układu pracy mnożarki (układ mnożenia, dzielenia).

Głównym źródłem błędów dodatkowych wynikających z czynników zewnętrznych są zmiany temperatury. Wpływają one na stałą mnożarki, napięcia przesunięcia oraz wyjściowy prąd zerowy. Są one podane w postaci współczynników zmian tych poszczególnych wielkości na stopień zmiany temperatury. Jeśli więc uwzględnić, że jedynym źródłem błędu są zmiany temperatury w stosunku do temperatury odniesienia, to prąd wyjściowy mnożarki jest następujący:

$$i_o = k_o (1 \pm TCk_o \Delta T) (U_x \pm TCU_{i_{ox}} \Delta T) (U_y \pm TCU_{i_{oy}} \Delta T) \pm TCi_{oo} \Delta T, \quad (4.4)$$

gdzie ΔT - zmiany temperatury od temperatury odniesienia,
 TCk_o - temperaturowy współczynnik zmian stałej mnożarki,
 TCU_{i_o} - temperaturowy współczynnik zmian napięć przesunięcia,

TCi_{oo} - temperaturowy współczynnik zmian prądu zerowego.

Równania (4.1) oraz (4.4) mają analogiczną postać. Pierwsze z nich uwzględnia czynniki błędu podstawowego, a drugie czynniki błędu dodatkowego, wywołanego zmianami temperatury. Określone dalej równania błędu podstawowego w różnych układach pracy mnożarki mogą więc posłużyć do obliczania również błędu dodatkowego.

Zewnętrzne rezystory R_x i R_y (rys. 14) można wykorzystać do zmian zakresu sygnałów wejściowych. Zakres sygnałów wejściowych zmienia się bowiem proporcjonalnie do zmian ich rezystancji.

Wielkości te wchodzi w skład stałej mnożarki określonej zależnością:

$$k_o = \frac{2}{R_x R_y i_1}, \quad (4.5)$$

gdzie i_1 - stała wartość prądu stabilizowanego źródła, znajdującego się w mnożarce.

Natomiast zakres napięcia wyjściowego w układach mnożenia czy dzielenia jest regulowany za pomocą rezystora R_o (rys. 2, rys. 3, rys. 4) ustalając ostatecznie współczynnik skali tych układów.

W oparciu o wymienione rysunki oraz równania (4.1) i (4.3) można określić zależności dla typowych stosowanych układów analogowych z uwzględnieniem czynników błędu. Równanie układu mnożenia jest więc następujące:

$$U_{oM} = -k(1 \pm \delta_k)(U_x \pm \Delta_x)(U_y \pm \Delta_y) \pm \Delta_o, \quad (4.6)$$

gdzie $\Delta_o = \pm i_{oo} R_o - U_{off} \pm \delta_l i_{o_{max}} R_o$,

$$\Delta_x = \pm U_{i_{ox}} - U_{x_{off}},$$

$$\Delta_y = \pm U_{i_{oy}} - U_{y_{off}},$$

δ_k - błąd ustawienia współczynnika skali.

Wartości Δ_x i Δ_y wynikają więc z niedokładności skompensowania napięć przesunięcia wejściowych, Δ_o natomiast to nieskompensowane wyjściowe napięcie przesunięcia wraz z napięciem wynikającym z nieliniowości charakterystyki. Równanie kwadratora uzyskuje się gdy $U_x = U_y$.

Odpowiednia zależność dla układu dzielenia wynika z rys. 3 oraz równań (2.13), (4.1) i (4.3) (napięcie mianownika jest doprowadzone do wejścia U_x mnożarki, a sprzężenie zwrotne do wejścia U_y tzn. $U_x = U_{o2}$, $U_y = U_o$):

$$\frac{-U_{o1} + U_{off}}{R_o(1 + \delta_{R_o})} = k_o(U_{o2} \pm \Delta_x)(U_{oD} \pm \Delta_y) \pm i_{oo} \pm \delta_1 i_{o_{max}} \quad (4.7)$$

Po uwzględnieniu poprzednio przyjętych oznaczeń i przekształceniach uzyskuje się:

$$U_{oD} = - \frac{U_{o1} \pm \Delta_o}{k(1 \pm \delta_k)(U_{o2} \pm \Delta_x)} \pm \Delta_y \quad (4.8)$$

Natomiast odpowiednie równanie dla układu pierwiastka kwadratowego (rys. 4) jest następujące:

$$U_{op} = \sqrt{\frac{U_{o1} \pm \Delta_o + k(1 \pm \delta_k) [U_{op}(\pm \Delta_x \pm \Delta_y) \pm \Delta_x \Delta_y]}{-k(1 \pm \delta_k)}} \quad (4.9)$$

Powyższe równania są określone przy pominięciu błędów powodowanych przez skończone wzmocnienie oraz impedancję wejściową wzmacniaczy operacyjnych. Dla typowych wykonan wzmacniaczy błędy te stanowią pojedyncze procenty błędów spowodowanych przez mnożarkę, tak że ich pominięcie jest całkowicie uzasadnione.

Szerokość pasma scalonej mnożarki analogowej jest determinowana przez dwa główne czynniki. Pierwszy jest spowodowany pasożytniczą pojemnością równoległą do rezystancji obciążenia R_o . Czynniki ten ma największe znaczenie, gdy mnożarka pracuje bez wzmacniacza operacyjnego bezpośrednio na rezystancję obciążenia. Drugi czynnik ograniczający szerokość pasma mnożarki związany jest z pasożytniczymi pojemnościami równoległymi do rezystorów R_x i R_y wchodzącymi w skład stałej mnożarki k_o . W efekcie przy dostatecznie dużych częstotliwościach przebiegów wejściowych wzrasta stała mnożarki. Podwyższanie szerokości pasma jest możliwe poprzez zmniejszanie poziomów sygnałów wejściowych i wejściowego, w wyniku czego zmniejsza się wartości rezystancji R_x , R_y i R_o , a więc pojemności pasożytnicze zaczynają wpływać na

charakterystykę mnożarki przy wyższych częstotliwościach. Jednak nawet przy nominalnych wartościach sygnałów wejściowych i wyjściowych ± 10 V, szerokość pasma mnożarki scalonej sięga kilkuset kiloherców. Ponieważ omawiane przetworniki zostały opracowane w zasadzie do pomiarów przy częstotliwości przemysłowej (50 Hz), to można przyjąć, że dynamika mnożarki nie ma żadnego wpływu na dynamikę przetwornika.

Na zakończenie zostaną przytoczone wg prospektu firmowego dane typowej mnożarki scalonej MC-1594 firmy Motorola, z rezystorami zewnętrznymi dla zakresów napięć wejściowych i wyjściowego ± 10 V - $R_x = 30 \text{ k}\Omega$, $R_y = 62 \text{ k}\Omega$, $R_o = 47 \text{ k}\Omega$, $i_1 = 0,5 \text{ mA}$, czyli $k = 0,1 \text{ [V}^{-1}\text{]}$:

Liniiowość w procentach na pełną skalę	- $\delta_1 \cdot 100$	- 0,3%,
Zakres napięć wejściowych	- U_x, U_y	- $\pm 10 \text{ V}$,
Rezystancja wejściowa	- $R_{x_{in}}, R_{y_{in}}$	- $300 \text{ M}\Omega$,
Napięcia przesunięcia wejściowe	- $ U_{i_{ox}} $	- 0,1 V,
	- $ U_{i_{oy}} $	- 0,4 V,
Zakres napięcia wyjściowego	- U_o	- $\pm 10 \text{ V}$,
Impedancja wyjściowa	- R_{out}	- $850 \text{ k}\Omega$,
Wyjściowe napięcie przesunięcia	- $ U_{oo} $	- 0,8 V,
Wyjściowy prąd przesunięcia	- $ i_{oo} $	- $17 \mu\text{A}$,
Temperaturowe współczynniki zmian		
poszczególnych wielkości	- $ TCU_{oo} $	- $1,3 \text{ mV}/^\circ\text{C}$,
	- $ TCi_{oo} $	- $27 \text{ nA}/^\circ\text{C}$,
	- $ TCU_{i_{ox}} $	- $0,3 \text{ mV}/^\circ\text{C}$,
	- $ TCU_{i_{oy}} $	- $1,5 \text{ mV}/^\circ\text{C}$,
	- $ TCK $	- $0,07 \text{ }^\circ\text{C}$,
Napięcie zasilania	- U_d^+	- +15 V, -15V,
Pobór prądu zasilania	- I_d	- 12 mA,
Pobór mocy	- P_d	- 180 mW.

4.3. Błędy wywołane niedoskonałością mnożarki oraz skończoną filtracją lub kompensacją

4.3.1. Błędy przy mnożeniu sygnałów stałych

Błąd układu mnożenia przy stałych sygnałach wejściowych może być określony bezpośrednio z zależności (4.6), przy czym $U_x = U_{sx}$, $U_y = U_{sy}$ (indeks "s" oznacza sygnał stały). Błąd bezwzględny układu mnożenia może być określony następująco:

$$\begin{aligned} |\Delta U_{oMs}| &= |U_{oMs} + kU_{sx} U_{sy}| = \\ &= |\pm \delta_k k U_{sx} U_{sy} \pm (1 \pm \delta_k) [\pm \Delta_x U_{sy} \pm \Delta_y U_{sx} \pm \Delta_x \Delta_y] \pm \Delta_o| \leq \\ &\leq |\delta_k| |k U_{sx} U_{sy}| + (1 + |\delta_k|) |k U_{sx} U_{sy}| \left[\left| \frac{\Delta_x}{U_{sx}} \right| + \left| \frac{\Delta_y}{U_{sy}} \right| + \right. \\ &\left. + \left| \frac{\Delta_x}{U_{sx}} \frac{\Delta_y}{U_{sy}} \right| \right] + |\Delta_o|. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Błędy bezwzględne Δ_x , Δ_y , Δ_o wygodnie jest odnieść do maksymalnych zakresów sygnałów - U_{x_m} , U_{y_m} oraz U_{oMs_m} . Dlatego też zostaną wprowadzone następujące oznaczenia:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta_x}{U_{x_m}} \right| &= \delta_x, \quad \left| \frac{\Delta_y}{U_{y_m}} \right| = \delta_y, \quad \left| \frac{\Delta_o}{U_{oMs_m}} \right| = \left| \frac{\Delta_o}{kU_{x_m} U_{y_m}} \right| = \delta_o, \\ \left| \frac{U_{x_m}}{U_{sx}} \right| &= m_x, \quad \left| \frac{U_{y_m}}{U_{sy}} \right| = m_y, \quad \left| \frac{U_{oMs_m}}{U_{oMs}} \right| = m_o = m_x m_y. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Uwzględniając te oznaczenia, po prostych przekształceniach, uzyskuje się następujący błąd podstawowy, względny:

$$\delta_{Ms} = \frac{|\Delta U_{oMs}|}{|kU_{sx} U_{sy}|} = \delta_k + \delta_o m_o + (1 + \delta_k) [m_x \delta_x + m_y \delta_y + m_o \delta_x \delta_y]. \quad (4.12)$$

Błąd napięcia wyjściowego układu mnożenia będzie tym mniejszy, im większe będą napięcia wejściowe. Najmniejszy błąd względny uzyskuje się, gdy napięcia wejściowe są maksymalne (to znaczy $m_x = m_y = m_0 = 1$):

$$\delta_{Ms} = \delta_k + \delta_0 + (1 + \delta_k)[\delta_x + \delta_y + \delta_x \delta_y]. \quad (4.13)$$

Jeśli napięcie wyjściowe U_{0Ms} ma określoną wartość mniejszą od maksymalnej, to dla odpowiadającej temu napięciu wartości współczynnika m_0 uzyskuje się różne wartości błędu zależnie od m_x oraz m_y . Aby stwierdzić, czy istnieje jakieś ekstremum błędu, można przedstawić błąd jako funkcję m_x i obliczoną pochodną po tej zmiennej przyrównać do zera:

$$\frac{d(\delta_{Ms})}{d m_x} = (1 + \delta_k) \left(\delta_x - \frac{m_0}{m_x^2} \delta_y \right) = 0,$$

a stąd

$$m_x \delta_x = m_y \delta_y. \quad (4.14)$$

Wynika stąd, że przy określonym napięciu wyjściowym błąd będzie najmniejszy gdy sygnały wejściowe będą proporcjonalne do błędów bezwzględnych na każdym z wejść.

4.3.2. Błędy układu mnożenia przy przemennych sygnałach wejściowych

W omawianych przetwornikach sygnały wejściowe układów mnożenia są sinusoidalne. Błędy tych układów będą w tym przypadku zależne od wersji przetwornika (układ z filtracją bądź układ z kompensacją) oraz wielkości mierzonej (moc czynna, bierna, kwadrat wartości skutecznej). Aby ogólne wyrażenie błędu niezależnie od wielkości mierzonej można wprowadzić następujący zapis sygnałów wejściowych:

$$\begin{aligned} U_x &= U_{ax} \sin(\omega_1 t + \varphi), \\ U_y &= U_{ay} \sin(\omega_1 t + \alpha), \end{aligned} \quad (4.15)$$

gdzie U_{ax} , U_{ay} amplitudy sygnałów wejściowych,
 φ - przesunięcie fazy między sygnałami,
 α - parametr, przy czym, gdy $\alpha = 0$, to jest mierzona
 moc czynna, gdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$ - moc bierna, a gdy $\alpha = \varphi$,
 to kwadrat wartości skutecznej.

W pierwszej kolejności zostaną obliczone błędy układu
 mnożenia dla wersji przetwornika z filtracją.

Zgodnie z wprowadzonymi uprzednio definicjami będą obliczane
 dwa rodzaje błędów układu mnożenia - błąd średni oraz błąd
 chwilowy. W obliczeniach zostanie uwzględniona filtracja skła-
 dowych przemennych przez filtr rezonansowy o funkcji przejścia
 $K_0(s)$ danej zależnością (3.4) ($K_0(0) = 1$). Z relacji (4.6) oraz
 (4.15) uzyskuje się:

$$\begin{aligned} U_{OMF} = & -\frac{1}{2}k(1 \pm \delta_k)U_{ax} U_{ay} [\cos(\varphi - \alpha) - |K_0(2j\omega_1)| \cos(2\omega_1 t + \varphi + \alpha)] \\ & \pm k(1 \pm \delta_k) \Delta_x \Delta_y \pm k(1 \pm \delta_k) |K_0(j\omega_1)| [\Delta_x U_{ay} \sin(\omega_1 t + \alpha + \alpha_1) + \\ & + \Delta_y U_{ax} \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_1)] \pm \Delta_0, \end{aligned} \quad (4.16)$$

gdzie α_1 jest przesunięciem fazowym przebiegu o częstotliwości
 ω_1 , wprowadzonym przez filtr.

Teoretyczna wartość średnia jest następująca:

$$[-kU_x U_y]_{sr} = -\frac{1}{2}k U_{ax} U_{ay} \cos(\varphi - \alpha). \quad (4.17)$$

Z tych zależności uzyskuje się:

$$|\Delta U_{\text{OMF}_{\text{sr}}}| = |U_{\text{OMF}_{\text{sr}}} - [-kU_x U_y]_{\text{sr}}| \leq \left| \frac{1}{2} \delta_k U_{\text{ax}} U_{\text{ay}} \cos(\varphi - \alpha) \right| + \\ + |(1 + |\delta_k|) \Delta_x \Delta_y| + |\Delta_o|. \quad (4.18)$$

Przy oznaczeniach analogicznych jak w zależności (4.11), lecz w odniesieniu do amplitud sygnałów błąd średni ma postać:

$$\delta_{\text{MF}_{\text{sr}}} = \frac{|\Delta U_{\text{OMF}_{\text{sr}}}|}{|[-kU_x U_y]_{\text{sr}}|} = \delta_k + \frac{2m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|} [\delta_o + (1 + \delta_k) \delta_x \delta_y]. \quad (4.19)$$

Zależność tę można zapisać jeszcze inaczej uwzględniając, że:

$$m_{\text{OF}} = \left| \frac{U_{\text{o max}}}{[-kU_x U_y]_{\text{sr}}} \right| = 2 m_x m_y \frac{1}{|\cos(\varphi - \alpha)|} = \frac{2 m_o}{|\cos(\varphi - \alpha)|}, \quad (4.20)$$

czyli

$$\delta_{\text{MF}_{\text{sr}}} = \delta_k + m_{\text{OF}} [\delta_o + (1 + \delta_k) \delta_x \delta_y]. \quad (4.21)$$

Z zależności (4.20) wynika też, że minimalna wartość współczynnika m_{OF} wynosi dwa, co oznacza że napięcie wyjściowe średnie nie przekracza połowy maksymalnej dopuszczalnej wartości.

Ocena maksymalnej wartości błędu chwilowego została przeprowadzona z pominięciem rozważań fazowych, sumując największe wartości odchyłań poszczególnych składowych błędu, czyli zamiast pełnej składowej przemiennej brano tylko jej amplitudę.

$$|\Delta U_{\text{OMF}_t}| = |U_{\text{OMF}} - U_{\text{OMF}_{\text{sr}}}| \leq (1 + \delta_k) k \left[\left| \frac{1}{2} U_{\text{ax}} U_{\text{ay}} \right| |K_o(2j\omega_1)| + \right. \\ \left. + |K_o(j\omega_1)| (|\Delta_x U_{\text{ay}}| + |\Delta_y U_{\text{ax}}|) \right],$$

$$\delta_{\text{MF}_t} = \frac{|\Delta U_{\text{OMF}_t}|}{|[-kU_x U_y]_{\text{sr}}|} = \frac{2(1 + \delta_k)}{|\cos(\varphi - \alpha)|} \left[\frac{1}{2} E_F + |K_o(j\omega_1)| (m_x \delta_x + m_y \delta_y) \right] \quad (4.22)$$

gdzie $E_F = |K_o(2j\omega_1)|$.

Błąd łączny układu mnożenia w wersji przetwornika z filtracją jest sumą błędu średniego (4.21) i błędu chwilowego (4.22):

$$\delta_{MF} = \delta_{MF_{sr}} + \delta_{MF_t}. \quad (4.23)$$

Błąd układu mnożenia w wersji przetwornika z kompensacją jest sumą błędów dwu mnożarek wchodzących w jego skład (rys. 8). Napięcie wyjściowe układu jest sumą napięć wyjściowych U_{01} i U_{012} zgodnie z relacjami (3.22) i (3.23). Ponieważ napięcia wejściowe obu mnożarek powinny mieć jednakową amplitudę, przy czym do jednej z nich są doprowadzone napięcia postaci (4.15), a do drugiej te sygnały przesunięte o kąt $\frac{\pi}{2}$, to napięcia wyjściowe U_{01K} oraz U_{012K} są następujące:

$$\begin{aligned} U_{01K} = & -\frac{1}{2}k(1 \pm \delta_{k_1})U_{ax}U_{ay}[\cos(\varphi - \alpha) - \cos(2\omega_1 t + \varphi + \alpha)] \pm \\ & \pm k(1 \pm \delta_{k_1})[\pm \Delta_{x_1}\Delta_{y_1} \pm \Delta_{x_1}U_{ay}\sin(\omega_1 t + \alpha) \pm \\ & \pm \Delta_{y_1}U_{ax}\sin(\omega_1 t + \varphi)] \pm \Delta_{01}, \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} U_{012K} = & -\frac{1}{2}k(1 \pm \delta_{k_{12}})U_{ax}U_{ay}[\cos(\varphi - \alpha) + \cos(2\omega_1 t + \varphi + \alpha)] \pm \\ & \pm k(1 \pm \delta_{k_{12}})[\pm \Delta_{x_{12}}\Delta_{y_{12}} \pm \Delta_{x_{12}}U_{ay}\cos(\omega_1 t + \alpha) \pm \\ & \pm \Delta_{y_{12}}U_{ax}\cos(\omega_1 t + \varphi)] \pm \Delta_{012}, \end{aligned}$$

przy czym

$$U_{0MK} = U_{01K} + U_{012K}.$$

Każda z zależności (4.24) jest analogiczna do zależności (4.16) dla układu z filtracją, przy $K_0(s) = 1$. Błąd średni układu z kompensacją będzie sumą średnich błędów każdego z napięć (4.24) odniesionych do teoretycznej wartości średniej, dwukrotnie wyższej niż w układzie z filtracją:

$$- [k U_{x_1} U_{y_1} + k U_{x_{12}} U_{y_{12}}]_{\text{sr}} = - k U_{ax} U_{ay} \cos(\varphi - \alpha). \quad (4.25)$$

Stąd więc wynika, że błędy średnie każdego z napięć U_{01K} oraz U_{012K} będą opisane relacją identyczną jak w układzie z filtracją (4.19), ze składnikami prawej strony pomnożonymi przez 0,5:

$$\begin{aligned} \delta_{1K_{\text{sr}}} &= \frac{1}{2} \delta_{k_1} + \frac{m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|} [\delta_{01} + (1 + \delta_{k_1}) \delta_{x_1} \delta_{y_1}], \\ \delta_{12K_{\text{sr}}} &= \frac{1}{2} \delta_{k_{12}} + \frac{m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|} [\delta_{012} + (1 + \delta_{k_{12}}) \delta_{x_{12}} \delta_{y_{12}}]. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Łączny błąd średni jest sumą błędów średnich z powyższej zależności:

$$\begin{aligned} \delta_{MK_{\text{sr}}} &= \frac{1}{2} (\delta_{k_1} + \delta_{k_{12}}) + m_{0K} [\delta_{01} + \delta_{012} + (1 + \delta_{k_1}) \delta_{x_1} \delta_{y_1} + \\ &\quad + (1 + \delta_{k_{12}}) \delta_{x_{12}} \delta_{y_{12}}], \end{aligned} \quad (4.27)$$

gdzie

$$m_{0K} = \frac{U_{0\text{max}}}{|[k U_{x_1} U_{y_1} + k U_{x_{12}} U_{y_{12}}]_{\text{sr}}|} = \frac{m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|} = \frac{m_0}{|\cos(\varphi - \alpha)|} \quad (4.28)$$

Tak więc współczynnik m_{0K} może mieć minimalną wartość równą jeden, czyli największe średnie napięcie wyjściowe może mieć wartość równą zakresowi napięcia wyjściowego.

Bezwzględny błąd chwilowy układu z kompensacją określony w oparciu o zależności (4.24) jest następujący:

$$\begin{aligned} \Delta U_{0MK_t} &= |U_{0MK} - U_{0MK_{\text{sr}}}| = \left| \frac{1}{2} k U_{ax} U_{ay} (\pm \delta_{k_1} + \delta_{k_{12}}) \cos(2\omega_1 t + \varphi + \alpha) \right. \\ &\quad \pm k(1 \pm \delta_{k_1}) \Delta_{x_1} U_{ay} \sin(\omega_1 t + \alpha) \pm \\ &\quad \left. \pm k(1 \pm \delta_{k_1}) \Delta_{y_1} U_{ax} \sin(\omega_1 t + \varphi) \pm \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \pm k(1 \pm \delta_{k_{12}}) \Delta_{x_{12}} U_{ay} \sin(\omega_1 t + \alpha + \frac{\pi}{2}) \pm \\
 & \pm k(1 \pm \delta_{k_{12}}) \Delta_{y_{12}} U_{ax} \sin(\omega_1 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \Big| < \\
 & < \frac{1}{2}(\delta_{k_1} + \delta_{k_{12}}) + (1 + \delta_{k_1}) (|k \Delta_{x_1} U_{ay}| + |k \Delta_{y_1} U_{ax}|) + \\
 & + (1 + \delta_{k_{12}}) (|k \Delta_{x_{12}} U_{ay}| + |k \Delta_{y_{12}} U_{ax}|). \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

Z powyższego otrzymuje się błąd chwilowy:

$$\begin{aligned}
 \delta_{MK_t} = \frac{1}{|\cos(\varphi - \alpha)|} [E_k + (1 + \delta_{k_1})(m_x \delta_{x_1} + m_y \delta_{y_1}) + \\
 + (1 + \delta_{k_{12}})(m_x \delta_{x_{12}} + m_y \delta_{y_{12}})] \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

gdzie dokładność kompensacji $E_k = 1/2(\delta_{k_1} + \delta_{k_{12}})$.

Łączny błąd układu mnożenia jest sumą błędu średniego (4.27) oraz błędu chwilowego (4.30):

$$\delta_{MK} = \delta_{MK_{sr}} + \delta_{MK_t}. \quad (4.31)$$

W oparciu o przedstawione zależności można określić łączną wartość błędu dla układów z filtracją oraz kompensacją. Z zależności (4.21), (4.22) i (4.23) błąd w układzie z filtracją:

$$\begin{aligned}
 \delta_{MF} = \delta_k + \frac{2}{|\cos(\varphi - \alpha)|} \left\{ m_o \delta_o + (1 + \delta_k) \left[\frac{1}{2} E_F + \right. \right. \\
 \left. \left. + m_o \delta_x \delta_y + |K_o(j\omega_1)| (m_x \delta_x + m_y \delta_y) \right] \right\}. \quad (4.32)
 \end{aligned}$$

Natomiast z zależności (4.27), (4.28) oraz (4.30) błąd w układzie z kompensacją:

$$\begin{aligned}
 \delta_{MK} = E_k + \frac{1}{|\cos(\varphi - \alpha)|} \left\{ m_o (\delta_{o1} + \delta_{o12}) + E_k + \right. \\
 \left. + (1 + \delta_{k_1}) [m_x \delta_{x_1} + m_y \delta_{y_1} + m_o \delta_{x_1} \delta_{y_1}] + \right. \quad (4.33)
 \end{aligned}$$

$$+ (1 + \delta_{k_{12}}) [m_x \delta_{x_{12}} + m_y \delta_{y_{12}} + m_o \delta_{x_{12}} \delta_{y_{12}}] \}. \quad (4.33)$$

Łączne błędy każdego z tych układów są zależne od poziomu napięć oraz bezwzględnej wartości $\cos(\varphi - \alpha)$. Wyrażenia w klamrach obu wzorów będą najmniejsze, gdy napięcia wejściowe będą maksymalne, to znaczy: $m_x = 1$, $m_y = 1$, $m_o = 1$. Ale o tym, jaka ostatecznie będzie wartość błędu, decyduje wartość $\cos(\varphi - \alpha)$.

Problemu tego nie ma tylko w przypadku, gdy mierzy się kwadrat wartości skutecznej, bo wtedy $\varphi = \alpha$ i $\cos(\varphi - \alpha) = 1$ ($m_x = m_y$, $m_o = m_x^2$ lub $m_o = m_y^2$). W przypadku pomiaru mocy czynnej, gdy $\alpha = 0$ najmniejszy błąd uzyska się dla wartości mocy odpowiadającej zakresowi układu ($\cos \varphi = 1$), natomiast przy pomiarze mocy biernej ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) najmniejszy błąd jest, gdy $\sin \varphi = 1$.

4.3.3. Błędy układu dzielenia i pierwiastka kwadratowego

W obu omawianych wersjach przetworników omometrycznych układ dzielenia analogowego realizuje iloraz sygnałów stałych, zresztą w obu przypadkach układ ten jest identyczny. Do określenia błędu tego układu zostanie wykorzystane wyprowadzone w podrozdziale 4.2 równanie (4.8). W oparciu o nie, błąd bezwzględny układu jest określony zależnością:

$$\begin{aligned} |\Delta_{U_{oD}}| &= \left| U_{oD} + \frac{1}{k} \frac{U_{o1}}{U_{o2}} \right| = \\ &= \left| \frac{-U_{o1}(1 \pm \frac{\Delta_o}{U_{o1}}) + U_{o1}(1 \pm \delta_k)(1 \pm \frac{\Delta_x}{U_{o2}})}{kU_{o2}(1 \pm \delta_k)(1 \pm \frac{\Delta_x}{U_{o2}})} \pm \Delta_y \right| \leq \\ &\leq \left| \frac{-U_{o1}}{k U_{o2}} \right| \left\{ \frac{\delta_k + m_{o1} \delta_{oo1} + m_{o2} \delta_{xo2} + m_{o2} \delta_{xo2} \delta_k}{(1 - \delta_k)(1 - m_{o2} \delta_{xo2})} + \right. \\ &\quad \left. + m_o \delta_{y_o} \right\}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

gdzie $\delta_{oo1} = \left| \frac{\Delta_o}{U_{o1 \max}} \right|$, $\delta_{x_{o2}} = \left| \frac{\Delta_x}{U_{o2 \max}} \right|$, $\delta_{y_o} = \left| \frac{\Delta_y}{U_{oD \max}} \right|$,

$$m_{o1} = \left| \frac{U_{o1 \max}}{U_{o1}} \right|, \quad m_{o2} = \left| \frac{U_{o2 \max}}{U_{o2}} \right|, \quad m_o = \left| \frac{U_{oD \max}}{-\frac{U_{o1}}{k U_{o2}}} \right|, \quad (4.35)$$

$$m_o = \frac{m_{o1}}{m_{o2}}.$$

Przy przyjętych oznaczeniach błąd względny układu dzielenia jest następujący:

$$\delta_D = \frac{\delta_k + m_{o1} \delta_{oo1} + m_{o2} \delta_{x_{o2}} + m_{o2} \delta_{x_{o2}} \delta_k}{(1 - \delta_k)(1 - m_{o2} \delta_{x_{o2}})} + m_o \delta_{y_o}. \quad (4.36)$$

Jak wynika z powyższej zależności błąd układu dzielenia będzie najmniejszy, gdy jego sygnały wejściowe mają najwyższą dopuszczalną wartość ($m_{o1} = 1$, $m_{o2} = 1$ i $m_o = 1$). Natomiast w przypadku, gdy tylko sygnał wyjściowy jest największy, to błędy układu dzielenia mogą być różne i są tym większe, im mniejsze są sygnały wejściowe (bo warunek $m_o = m_{o1}/m_{o2} = 1$ może być spełniony dla dowolnych m , byle tylko $m_{o1} = m_{o2}$).

Układ analogowego pierwiastka kwadratowego nie wchodzi w skład omawianych przetworników, tym niemniej mógłby być wykorzystany dla uzyskania przetwornika amplitud sygnałów o liniowej charakterystyce przetwarzania. Dlatego zostaną obliczone błędy również tego układu. Błąd bezwzględny zostanie określony w oparciu o równanie (4.9):

$$\Delta U_{oP} = \left| U_{oP} - \sqrt{\frac{-U_{o1}}{k}} \right|$$

$$= \left| \sqrt{\frac{-U_{o1}}{k}} \left| \sqrt{\frac{1 \pm \frac{\Delta_o}{U_{o1}} + k(1 \pm \delta_k) \left[\pm \frac{U_{oP}}{U_{o1}} \Delta_{xy} + \frac{\Delta_x \Delta_y}{U_{o1}} \right]}{(1 \pm \delta_k)}}} - 1 \right| \right|,$$

(4.37)

gdzie $\Delta_{xy} = \pm \Delta_x \pm \Delta_y$.

Dla dostatecznie dużego poziomu sygnału wejściowego U_{o1} można uwzględnić, w rozważaniach dotyczących błędu bezwzględnego, jedynie pierwszy wyraz rozwinięcia w szereg potęgowy wyrażenia $\sqrt{1 \pm x}$:

$$\Delta U_{OP} = \left| \sqrt{\frac{-U_{o1}}{k}} \right| \left| \frac{\pm \frac{1}{2} \frac{\Delta_o}{U_{o1}} \pm \frac{1}{2} \delta_k \left[\frac{\pm \Delta_{xy}}{U_{OP}} + \frac{\Delta_x \Delta_y}{U_{OP}^2} \right] \pm \frac{1}{2} \delta_k}{1 \pm \frac{1}{2} \delta_k} \right|. \quad (4.38)$$

Z powyższej zależności maksymalny błąd względny układu pierwiastka kwadratowego jest określony zależnością:

$$\delta_P = \frac{1}{2} \frac{\delta_{oo1} m_{o1} + \delta_k [1 + m_{OPK} (\delta_{xo} + \delta_{yo}) + m_{OPK}^2 \delta_{xo} \delta_{yo}]}{1 - \frac{1}{2} \delta_k}, \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \text{gdzie } \left| \frac{\Delta_x}{U_{OP_{max}}} \right| &= \delta_{xo}, \quad \left| \frac{\Delta_y}{U_{OP_{max}}} \right| = \delta_{yo}, \quad \left| \frac{\Delta_o}{U_{o1_{max}}} \right| = \delta_{oo1}, \\ \left| \frac{U_{o1_{max}}}{U_{o1}} \right| &= m_{o1}, \quad \left| \frac{U_{OP_{max}}}{U_{OP}} \right| = m_{OPK}, \quad m_{o1} = m_{OPK}^2. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Podobnie więc jak w pozostałych układach błąd będzie tym mniejszy, im większe sygnały wejściowy i wyjściowy i osiąga minimum dla ich największych dopuszczalnych wartości ($m_{OPK} = m_{o1} = 1$).

4.4. Błędy wywołane niedokładnością sygnałów wejściowych w układach mnożenia i dzielenia

W dotychczasowych rozważaniach zostało przyjęte, że sygnały wejściowe układów mnożenia i dzielenia są pozbawione błędu. W istocie jednak tak nie jest, bowiem zawsze trzeba się liczyć z pewnym błędem, którego źródłem są układy pośredniczące po-

między punktem pomiaru a wejściem przetwornika. Błędy te mogą być poklasyfikowane w zależności od charakteru sygnałów wejściowych poszczególnych bloków przetwornika. W przypadku układów mnożenia bądź kwadratora sygnały wejściowe są przemienne, a ich błąd może mieć charakter amplitudowy bądź fazowy. W układach dzielenia lub pierwiastkowania sygnały wejściowe są stałe, a błąd ma charakter jedynie amplitudowy. Przy tym źródłem błędów sygnałów wejściowych układu dzielenia są w omawianych przetwornikach poprzedzające go układy mnożenia.

Ponieważ blokami wejściowymi przetworników są układy mnożenia, ich błędy zostaną przeanalizowane w pierwszej kolejności. Przy tym trzeba przeprowadzić niezależną analizę błędów układu mnożenia w przetworniku z filtracją oraz w przetworniku z kompensacją. W tym pierwszym bowiem przypadku błędy sygnałów wejściowych wpływają zasadniczo jedynie na błąd średni (przy małych błędach amplitudowych i fazowych ich wpływ na błąd chwilowy jest pomijalny), natomiast w układach mnożenia przetwornika z kompensacją wpływają te błędy nie tylko na błąd średni, ale również na błąd chwilowy pogarszając kompensację drugiej harmonicznej.

Niech sygnały wejściowe układu mnożenia przetwornika z filtracją będą określone zależnością:

$$U_{x\delta} = U_{ax}(1 + \delta_{ax}) \sin(\omega_1 t + \varphi + \Delta\varphi), \quad (4.41)$$

$$U_{y\delta} = U_{ay}(1 + \delta_{ay}) \sin(\omega_1 t + \alpha + \Delta\alpha),$$

gdzie δ_{ax} , δ_{ay} względne błędy amplitudy sygnałów,

$\Delta\alpha$, $\Delta\varphi$ błędy bezwzględne ich fazy.

Uwzględniając zależności (4.41) oraz (4.15) określającą sygnały wejściowe pozbawione błędów, średni błąd układu mnożenia można określić następująco:

$$\delta_{\text{MFW}_{\text{sr}}} = \frac{|[k \ U_x \delta \ U_y \delta]_{\text{sr}} - [k \ U_x \ U_y]_{\text{sr}}|}{|[k \ U_x \ U_y]_{\text{sr}}|}$$

$$= \left| (1 + \delta_{\text{ax}})(1 + \delta_{\text{ay}}) \frac{\cos(\varphi - \alpha + \Delta\varphi - \Delta\alpha)}{\cos(\varphi - \alpha)} - 1 \right|. \quad (4.42)$$

Umieszczony w liczniku cosinus można przekształcić korzystając ze wzoru na funkcję sumy kątów, a następnie sinusy i cosinusy niewielkich kątów rozwinąć w szereg potęgowy:

$$\cos(\varphi - \alpha + \Delta\varphi - \Delta\alpha) = \cos(\varphi - \alpha)\cos(\Delta\varphi - \Delta\alpha) - \sin(\varphi - \alpha)\sin(\Delta\varphi - \Delta\alpha)$$

$$\cong \cos(\varphi - \alpha) \left[1 - \frac{(\Delta\varphi - \Delta\alpha)^2}{2} \right] - \sin(\varphi - \alpha) \left[(\Delta\varphi - \Delta\alpha) - \frac{(\Delta\varphi - \Delta\alpha)^3}{3!} \right],$$

a przy pominięciu trzeciej potęgi różnicy kątów oraz przy założeniu $\cos(\varphi - \alpha) \neq 0$ otrzymuje się

$$\cos(\varphi - \alpha + \Delta\varphi - \Delta\alpha) = \cos(\varphi - \alpha) \left\{ 1 - \frac{(\Delta\varphi - \Delta\alpha)^2}{2} - \text{tg}(\varphi - \alpha) [\Delta\varphi - \Delta\alpha] \right\} \quad (4.43)$$

Po wstawieniu zależności (4.43) do (4.42) i prostych przekształceniach uzyskuje się:

$$\delta_{\text{MFW}_{\text{sr}}} = \left| (\delta_{\text{ax}} + \delta_{\text{ay}} + \delta_{\text{ax}} \delta_{\text{ay}}) - \frac{(\Delta\varphi - \Delta\alpha)^2}{2} (1 + \delta_{\text{ax}})(1 + \delta_{\text{ay}}) - \text{tg}(\varphi - \alpha) [\Delta\varphi - \Delta\alpha] \right|, \quad (4.44)$$

gdzie $\Delta\varphi$ oraz $\Delta\alpha$ - błędy fazy w mierze łukowej.

Po pominięciu składników trzeciego rzędu w drugim składniku oraz iloczynu błędów amplitudowych:

$$\delta_{\text{MFW}_{\text{sr}}} \leq |\delta_{\text{ax}}| + |\delta_{\text{ay}}| + \frac{1}{2} (\Delta\varphi - \Delta\alpha)^2 + |\Delta\varphi - \Delta\alpha| |\text{tg}(\varphi - \alpha)|. \quad (4.45)$$

Jak wynika z przedstawionej zależności (4.45) wpływ błędów amplitudowych na błąd układu mnożenia nie zależy od poziomu sygnałów, natomiast wpływ błędów fazowych jest tym większy, im bardziej mierzona wartość średnia mocy odbiega od wartości maksymalnej ($(\varphi - \alpha) = 0$), a więc tym większy, im bardziej wzrasta

$\operatorname{tg}(\varphi - \alpha)$. Błąd będzie więc najmniejszy w układzie kwadratora (gdzie $\Delta\varphi - \Delta\alpha = 0$, $\varphi - \alpha = 0$) i będzie zależał tylko od błędów amplitudowych sygnałów wejściowych.

Korzystając z wyprowadzonej powyżej zależności (4.44) można określić bezpośrednio średni błąd w układzie z kompensacją, pamiętając że sygnały wejściowe pierwszej mnożarki są określone zależnością (4.41), a drugiej są przesunięte w fazie o kąt $+\frac{\pi}{2}$:

$$\delta_{\text{MKW}_{\text{sr}}} = \frac{1}{2} \left\{ |\delta_{ax_1}| + |\delta_{ax_{12}}| + |\delta_{ay_1}| + |\delta_{ay_{12}}| + \frac{1}{2} (\Delta\varphi_1 - \Delta\alpha_1)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\Delta\varphi_{12} - \Delta\alpha_{12})^2 + |\operatorname{tg}(\varphi - \alpha)| [|\Delta\varphi_1 - \Delta\alpha_1| + |\Delta\varphi_{12} - \Delta\alpha_{12}|] \right\}. \quad (4.46)$$

Jak wspomniano poprzednio niedokładności amplitudowe i fazowe wpływają w układzie mnożenia z kompensacją również na błąd chwilowy:

$$\delta_{\text{MKW}_t} = \frac{\left| \left[kU_{x_1} U_{y_1} + kU_{x_{12}} U_{y_{12}} \right]_t - \left[kU_{x_1} U_{y_1} + kU_{x_{12}} U_{y_{12}} \right]_{\text{sr}} \right|}{\left| \left[kU_{x_1} U_{y_1} + kU_{x_{12}} U_{y_{12}} \right]_{\text{sr}} \right|} \quad (4.47)$$

gdzie indeksami 1 oznaczono napięcia wejściowe pierwszej mnożarki (rys. 8) dane zależnościami odpowiednio (4.41) i (4.15), a indeksami 12 te napięcia przesunięte w fazie o $+\frac{\pi}{2}$.

Umieszczony w klamrach drugi składnik licznika jest równy zero, ponieważ w układzie idealnym składowa przemienna jest całkowicie skompensowana. Błąd chwilowy po prostych przekształceniach ma postać:

$$\delta_{\text{MKW}_t} = \frac{1}{2|\cos(\varphi - \alpha)|} \left| (1 + \delta_{ax_1})(1 + \delta_{ay_1}) \cos[(2\omega_1 t + \varphi + \alpha) + (\Delta\varphi_1 + \Delta\alpha_1)] - \right. \\ \left. - (1 + \delta_{ax_{12}})(1 + \delta_{ay_{12}}) \cos[(2\omega_1 t + \varphi + \alpha) + (\Delta\varphi_{12} + \Delta\alpha_{12})] \right|. \quad (4.48)$$

Po wykorzystaniu wzoru na cosinus sumy kątów w odniesieniu do składników umieszczonych w nawiasach, rozwinięciu w szereg potęgowych sinusów i cosinusów małych przyrostów kątów oraz uwzględnieniu składników pierwszego rzędu uzyskuje się:

$$\delta_{MKW_t} \approx \frac{1}{2|\cos(\varphi-\alpha)|} \left| \delta_a \cos(2\omega_1 t + \varphi + \alpha) + \Delta\varphi \sin(2\omega_1 t + \varphi + \alpha) \right|, \quad (4.49)$$

gdzie

$$\delta_a = \delta_{ax_1} + \delta_{ay_1} - \delta_{ax_{12}} - \delta_{ay_{12}},$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{12} + \Delta\alpha_{12} - \Delta\varphi_1 - \Delta\alpha_1.$$

Ostatecznie więc błąd chwilowy:

$$\delta_{MKW_t} \leq \frac{1}{2|\cos(\varphi-\alpha)|} \sqrt{\delta_a^2 + \Delta\varphi^2}. \quad (4.50)$$

Błąd średni w układzie mnożenia z kompensacją jest równy wartości średniej błędów średnich obu mnożarek składowych (4.46). Przy tym błąd wywołany niedokładnością fazy może być zerowy, gdy identyczne są błędy fazy w obu torach x i y każdej z mnożarek. W przypadku, gdy tak nie jest, błąd wywołany tym czynnikiem będzie narastał, w miarę jak wartość średnia będzie odbiegała od wartości maksymalnej (wzrost $\operatorname{tg}(\varphi - \alpha)$). Wpływ błędów fazowych na błąd chwilowy może być pominięty, gdy suma błędów fazowych poszczególnych torów x i y jest identyczna w obu mnożarkach. W przeciwnym przypadku ten składnik błędu chwilowego narasta analogicznie jak przy błędzie średnim.

Wpływ błędów amplitudowych sygnału wejściowego jest różny dla błędu średniego i chwilowego. W przypadku pierwszym nie zależy on od poziomu sygnałów (4.46). W przypadku drugim zależy od względnego poziomu sygnału wyjściowego średniego, lecz może osiągać małe wartości, gdy sumy błędów amplitudowych torów x i y obu mnożarek są identyczne (4.49).

Układ dzielenia w omawianym przetworniku służy do dzielenia jedynie sygnałów stałych; obliczenie błędu tego układu spowodowanego błędami sygnałów wejściowych nie przedstawia więc żadnych trudności:

$$\delta_{DW} = \frac{\left| -\frac{1}{k} \frac{U_{01}}{U_{02}} \frac{(1 + \delta_{01})}{(1 + \delta_{02})} + \frac{1}{k} \frac{U_{01}}{U_{02}} \right|}{\left| -\frac{1}{k} \frac{U_{01}}{U_{02}} \right|}} . \quad (4.51)$$

Po prostych przekształceniach błąd ten może być określony zależnością:

$$\delta_{DW} \leq \frac{|\delta_{01}| + |\delta_{02}|}{1 - |\delta_{02}|} \quad (4.52)$$

Błąd ten nie zależy od amplitudy sygnałów, przy czym większy wpływ ma błąd sygnału mianownika układu dzielenia.

Równie łatwe jest określenie błędu układu pierwiastka kwadratowego:

$$\delta_{PKW} = \frac{\left| \sqrt{\frac{|U_{01}|}{k} (1 + \delta_{01})} - \sqrt{\frac{|U_{01}|}{k}} \right|}{\sqrt{\frac{U_{01}}{k}}} = \left| \sqrt{1 + \delta_{01}} - 1 \right| ,$$

a po rozwinięciu w szereg potęgowy:

$$\delta_{PKW} \leq \frac{1}{2} |\delta_{01}| + \frac{1}{8} |\delta_{01}^2| + \frac{1}{16} |\delta_{01}^3| + \dots \quad (4.53)$$

W większości praktycznych przypadków wystarczającą dokładność zapewnia uwzględnienie jedynie pierwszego wyrazu rozwinięcia w szereg, czyli błąd sygnału wyjściowego jest w przybliżeniu dwukrotnie mniejszy niż wejściowego.

4.5. Błędy dodatkowe spowodowane zmianą wielkości wpływowych³⁸

Dwie zasadnicze wielkości wpływowe mogą być źródłem błędów

³⁸ Definicje są podane na początku rozdziału

dotychczasowych przetwornika, pierwsza - to zmiany temperatury, druga - to zmiany napięć zasilających. Zmiany napięć zasilających w najczęściej dopuszczalnych granicach odchylen od wartości nominalnej ($- 15\%$, $+ 10\%$) są źródłem błędów o wartościach pomijalnych w stosunku do błędu podstawowego. Wynika to zarówno z niewielkiego wpływu zmian napięć zasilania w takim zakresie na parametry mnożarki i wzmacniacza operacyjnego, jak też przede wszystkim z możliwości stabilizowania napięć zasilających (w tym przypadku całkowicie wystarczający jest nawet niewielki współczynnik stabilizacji).

Najważniejszą, bardzo istotną wielkością wpływową powodującą poważne błędy dodatkowe są zmiany temperatury w stosunku do temperatury odniesienia. W omawianym przetworniku wpływają one przede wszystkim na zmianę parametrów mnożarki. Głównymi parametrami które ulegają zmianie są: wejściowe napięcia przesunięcia, wyjściowe napięcia przesunięcia lub prąd przesunięcia oraz stała mnożarki (czyli w konsekwencji współczynnik skali odpowiedniego układu podstawowego). Parametry te są uwzględnione w równaniu (4.4). Równocześnie jednak niedokładność nastawienia współczynnika skali oraz napięć przesunięcia i ich wpływ na błąd podstawowy różnych układów były rozważane w podrozdziale 4.3. Wszystkie wyprowadzone tam równania są więc obowiązujące w odniesieniu do błędu dodatkowego, jeśli niedokładność nastawienia poszczególnych wielkości zastąpić ich zmianami w zadanym zakresie temperatur. Nie ma zatem potrzeby wyprowadzania dodatkowych zależności, określających wartości błędu dodatkowego.

4.6. Łączny błąd przetworników

W oparciu o podane dotychczas zależności można obliczyć błąd całkowity przetworników. W przypadku przetworników mocy

lub amplitudy w skład błędu będą wchodziły: błąd układu mnożenia odpowiednio z filtracją lub kompensacją oraz błędy jego sygnałów wejściowych. W skład błędu przetworników omometrycznych będą wchodziły: błędy układów mnożenia, które stanowią niedokładność sygnału wejściowego układu dzielenia i są przez ten układ przetwarzane wraz z sygnałem użytecznym, zgodnie z realizowaną funkcją oraz błędy układu dzielenia.

Jak wynika z poprzednich rozważań, wpływ poszczególnych czynników błędu będzie tym mniejszy, im większe będą zakresy napięć. Najbardziej korzystne jest więc przyjęcie zakresów sygnałów dla każdego z układów podstawowych o największych dopuszczalnych wartościach. Wartości te wynoszą dla mnożarek odpowiednio ± 10 V, co odpowiada współczynnikowi skali $k = 0,2$. Przyjęcie identycznego współczynnika skali jest bardzo wygodne ponieważ współpraca układów podstawowych między sobą nie wymaga żadnych dodatkowych układów dopasowujących (dzielników czy wzmacniaczy). Z kolei czynniki błędu są odniesione do tej samej wartości napięcia co pozwala na dokonanie znacznych uproszczeń w dotychczas określonych wyrażeniach. Można bowiem przyjąć że trudności związane ze skompensowaniem na przykład napięcia przesunięcia wejścia x mnożarki są identyczne w układzie mnożenia czy dzielenia. Wynika stąd dalej, że ten czynnik błędu jest taki sam w każdym z omawianych układów podstawowych. Można również przyjąć że identyczny jest błąd nieskompensowanych napięć przesunięcia wejść x i y mnożarki. Odmienne jest natomiast wartość błędu sygnału wyjściowego mnożarki, ponieważ w jego skład wchodzi nie tylko nieskompensowane napięcie czy prąd przesunięcia, ale również błąd liniowości. Ostatni czynnik błędu - błąd ustawienia współczynnika skali - można przyjąć że ma taką samą wartość jak

błąd nieskompensowanych napięć przesunięcia (ustawiane za pomocą potencjometrów o nominalnej wartości tego samego rzędu). Omawiane uproszczenia można zapisać skrótowo w postaci zależności:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \delta_{01} = \delta_{012} = \delta_{001} , \\ \delta &= \delta_k = \delta_x = \delta_y = \delta_{x_1} = \delta_{y_1} = \delta_{x_{12}} = \delta_{y_{12}} = \delta_{x_{02}} = \delta_{y_0} . \end{aligned} \quad (4.54)$$

Wartości błędów δ zależą od staranności kompensacji napięć przesunięcia i nastawiania współczynnika skali. Przeciętne możliwe do uzyskania wartości wynoszą 10^{-2} V co odpowiada wartości 0,1% w odniesieniu do zakresu napięć. Przy dużej staranności oraz powtarzaniu procedury kompensacji i nastawiania współczynnika skali można uzyskać wartości dwukrotnie mniejsze. W skład błędu δ_0 wchodzi jeszcze błąd nieliniowości charakterystyki, który w przypadku podanej przykładowo mnożarki wynosił 0,3% i on głównie limituje wartość łączną błędu, która wobec tego waha się pomiędzy 0,35% a 0,4%. Obliczenia błędów poszczególnych przetworników zostaną przeprowadzone przy uwzględnieniu najmniejszych możliwych do uzyskania wartości: $\delta = 0,0005$, $\delta_0 = 0,0035$.

4.6.1. Błąd przetworników mocy oraz amplitudy

W oparciu o określone błędy układów mnożenia błąd przetwornika mocy lub amplitudy może być określony następująco:

$$\delta_F^{P,Q} = \delta_{MF} + \delta_{MFW}, \quad (4.55)$$

$$\delta_F^A = [\delta_{MF} + \delta_{MFW}] \text{ dla } \varphi - \alpha = 0.$$

Błędy amplitudowe czy fazowe układów wejściowych są źródłem błędów możliwych do usunięcia, a przy selekcji elementów przesuwników fazowych mogą być pomijalne wobec innych błędów układu. Dlatego też nie zajęto się nimi w konkretnych, podanych tu przykładach obliczeń. Po uwzględnieniu relacji (4.54) w zależnościach

(4.21) i (4.22) uzyskuje się uproszczone wzory na błąd średni i chwilowy:

$$\delta_{F_{sr}}^{P,Q} = \delta_{MF_{sr}} = \delta + m_{oF} [\delta_o + (1 + \delta) \delta^2],$$

$$\delta_{F_t}^{P,Q} = \delta_{MF_t} = \frac{2(1 + \delta)}{|\cos(\varphi - \alpha)|} \left[\frac{1}{4nQ} + \delta(m_x + m_y) \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{4}{3}n)^2}} \right], \quad (4.56)$$

gdzie

$$m_{oF} = \frac{2m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|},$$

natomiast n i Q są parametrami filtra rezonansowego
odpowiednio: współczynnikiem tłumienia i dobrocią
- rys. 6, zależność (3.5).

Wartość błędu jest zależna od poziomu sygnałów wejściowych w przetworniku amplitudy (wtedy $m_{oF} = 2m_x m_y$) oraz dodatkowo od ich przesunięć fazowych w przetwornikach mocy czynnej czy biernej (moc czynna gdy $\alpha = 0$, bierna gdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$). Dla zakresu pomiarowego przetworników ($m_x = 1$, $m_y = 1$ oraz $|\cos(\varphi - \alpha)| = 1$), przy optymalnej wartości $n = 0,7$ oraz dobroci cewki indukcyjnej filtra $Q \geq 70$ uzyskuje się: błąd średni przetworników 0,75% dla $\delta = 0,05\%$ oraz 0,9% dla $\delta = 0,1\%$, błąd chwilowy przetworników w przybliżeniu 1,1% dla obu wartości δ . Całkowity błąd nie przekracza więc wartości odpowiednio 1,85% oraz 2%.

Analogicznie do zależności (4.56) można otrzymać błędy przetworników z kompensacją:

$$\delta_{K_{sr}}^{P,Q} = \delta_{MK_{sr}} = \delta + 2m_{oK} [\delta_o + (1 + \delta) \delta^2],$$

$$\delta_{K_t}^{P,Q} = \delta_{MK_t} = \frac{\delta}{|\cos(\varphi - \alpha)|} [1 + 2(m_x + m_y)(1 + \delta)], \quad (4.57)$$

gdzie

$$m_{oK} = \frac{m_x m_y}{|\cos(\varphi - \alpha)|}.$$

Z powyższej zależności uzyskuje się dla zakresu pomiarowego przetworników następujące wartości błędów: dla $\delta = 0,05\%$ błąd

średni 0,75%, a błąd chwilowy 0,25%; dla $\delta = 0,1\%$ błąd średni 0,9%, a błąd chwilowy 0,5%. Błąd łączny w przetworniku z kompensacją wynosi odpowiednio: 1% lub 1,4% dla podanych wartości δ .

4.6.2. Błąd przetworników omometrycznych

W przetworniku omometrycznym sygnały wyjściowe układów mnożenia są wprowadzane w układ dzielący. Na błąd łączny przetwornika składa się więc błąd układu dzielenia, oraz błąd wynikający z dzielenia sygnałów obciążonych pewnym błędem. Błąd układu dzielenia po uwzględnieniu (4.54) w zależności (4.36) jest następujący:

$$\delta_D = \frac{\delta [1 + m_{o2}(1 + \delta)] + m_{o1} \delta_o}{(1 - \delta)(1 - m_{o2} \delta)}, \quad (4.58)$$

gdzie w układzie z filtracją

$$m_{o1} = m_{oF}^{P,Q} = m_{oF}, \quad m_{o2} = m_{oF}^A = \left\{ m_{oF}^{P,Q} \right\} \text{ dla } (\varphi - \alpha) = 0,$$

a w układzie z kompensacją

$$m_{o1} = m_{oK}^{P,Q} = m_{oK}, \quad m_{o2} = m_{oK}^A = \left\{ m_{oK}^{P,Q} \right\} \text{ dla } (\varphi - \alpha) = 0.$$

Współczynniki m_{oF} oraz m_{oK} są podane w zależnościach (4.56) i (4.57). Wynika z nich, że błąd układu dzielenia dla zakresu pomiarowego przetwornika omometrycznego będzie wyższy w układzie z filtracją, ponieważ minimalna wartość współczynnika m wynosi tu dwa, podczas gdy w układzie z kompensacją - jeden. Przy podanych uprzednio wartościach δ i δ_o błąd układu dzielenia δ_D wynosi: w układzie przetwornika z filtracją 1,1% dla $\delta = 0,1\%$ oraz 0,85% dla $\delta = 0,05\%$, natomiast w przetworniku z kompensacją 0,6% dla $\delta = 0,1\%$ oraz 0,45% dla $\delta = 0,05\%$. Podane wartości są określone oczywiście dla zakresu pomiarowego przetwornika omometrycznego, przy największych uzyskiwanych sygnałach wejściowych. Błędy sygnałów wejściowych w układzie dzielenia przetwornika

omometrycznego to znaczy błędy przetworników mocy i amplitudy wpływają na błąd sygnału wyjściowego zgodnie z zależnością (4.52). Zależność ta może być zapisana następująco, odpowiednio dla układu z filtracją i kompensacją:

$$\delta_{DWF} = \frac{|\delta_{F}^{P,Q,A}| + |\delta_{F}^A|}{1 - |\delta_{F}^A|},$$

$$\delta_{DWK} = \frac{|\delta_{K}^{P,Q,A}| + |\delta_{K}^A|}{1 - |\delta_{K}^A|}.$$
(4.59)

Dla niewielkich wartości błędów przetworników mocy i amplitudy, błąd sygnału wyjściowego jest sumą błędów tych przetworników. W oparciu o zależności (4.59) oraz (4.58) błąd łączny przetwornika omometrycznego odpowiednio dla układu z filtracją i kompensacją:

$$\delta_F = \delta_{DF} + \delta_{DWF} \cong \delta_{DF} + \delta_F^{P,Q,A} + \delta_F^A,$$

$$\delta_K = \delta_{DK} + \delta_{DWK} \cong \delta_{DK} + \delta_K^{P,Q,A} + \delta_K^A.$$
(4.60)

Błąd każdej z odmian przetwornika omometrycznego jest w przybliżeniu sumą błędów: przetwornika mocy, przetwornika amplitudy oraz układu dzielenia. Błędy przetwornika omometrycznego dla jego zakresu pomiarowego wynoszą odpowiednio: w układzie z filtracją 5,1% dla $\delta = 0,1\%$ oraz 4,55% dla $\delta = 0,05\%$, a w układzie z kompensacją 3,4% dla $\delta = 0,1\%$ oraz 2,45% dla $\delta = 0,05\%$. Obliczone wartości błędów zostały zestawione w tabeli 4.

Tabela 4

Zestawienie błędów określonych dla zakresu
pomiarowego przetworników

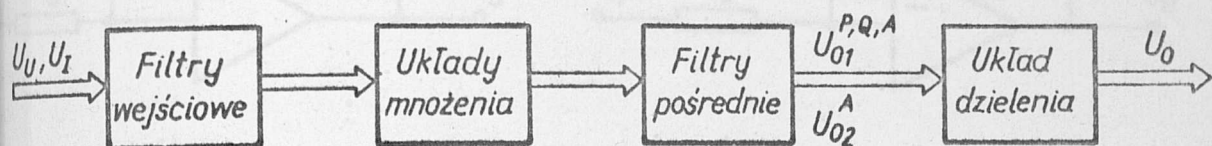
Typ przetwornika	δ [%]	Błędy przetwor- nika z filtracją [%]			Błędy przetwor- nika z kompen- sacją [%]		
		Błąd śred- ni	Błąd chwi- lowy	Błąd łącz- ny	Błąd śred- ni	Błąd chwi- lowy	Błąd łącz- ny
Przetwornik mocy czynnej, biernej lub amplitudy	0,05	0,75	1,1	1,85	0,75	0,25	1
	0,1	0,9	1,1	2	0,9	0,5	1,4
Przetwornik omo- metryczny	0,05	2,35	2,2	4,55	1,95	0,5	2,45
	0,1	2,9	2,2	5,1	2,4	1	3,4

Przy czym δ jest błędem względnym kompensacji napięć przesu-
nięcia mnożarek oraz ustawienia współczynnika skali.

5. METODYKA OBLICZEŃ DYNAMIKI PRZETWORNIKÓW

5.1. Założenia ogólne

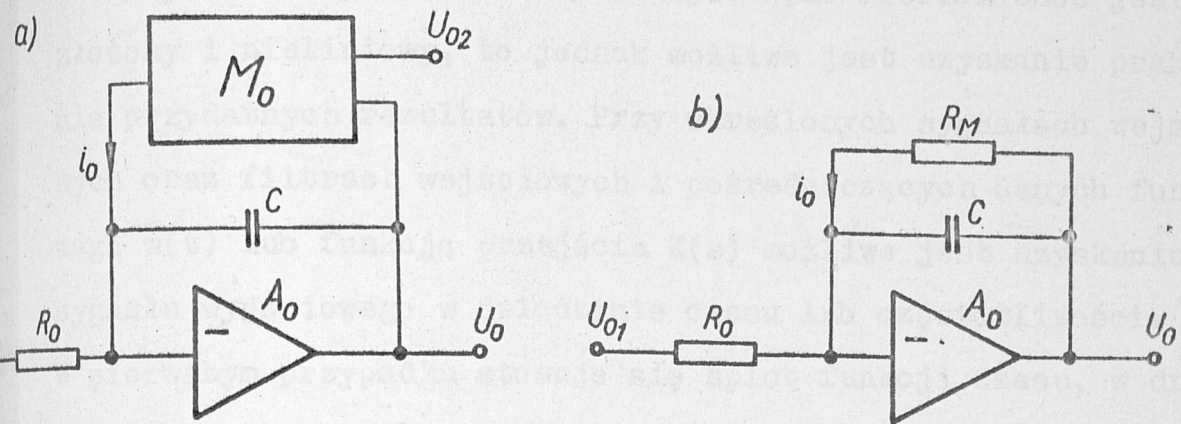
Uproszczony schemat blokowy przetwornika omometrycznego został przedstawiony na rys. 15.



rys. 15. Uproszczony schemat blokowy przetwornika omometrycznego

Ocena dynamiki tego układu jest zagadnieniem bardzo złożonym. Trudności analityczne wynikają z silnie nieliniowych operacji mnożenia i dzielenia sygnałów. Przy tym podstawowymi przyczynami inercji układu są filtry wejściowe oraz filtry pośredniczące. Dodatkowo inercję może wprowadzać również układ dzielenia (kondensator C na rys. 16a). Analiza dynamiki przetwornika prowadzi więc do rozwiązywania złożonego nieliniowego równania różniczkowego. Powodem dodatkowych trudności jest konieczność prowadzenia obliczeń przy wejściowych sygnałach sinusoidalnych; nie można bowiem, ze względu na nieliniowość układu korzystać z któregoś ze standardowych wymuszeń (skok jednostkowy, delta Diraca itp.).

Istotne uproszczenie w analitycznym rozwiązaniu problemu można uzyskać, pomijając inercyjność układu dzielenia. Uproszczenie takie jest możliwe, gdy kondensator C w tym układzie jest niewielki (rys. 16), a napięcie U_{02} nie jest zbyt małe. Warunki te wynikają z przedstawionego na rys. 16b schematu zastępczego



rys. 16. Schemat analizy dynamiki układu dzielenia:
a) układ dzielenia, b) jego schemat zastępczy przy stałym napięciu U_{02}

układu dzielenia. Przy stałym napięciu U_{02} mnożarka została zastąpiona równoważnym jej rezystorem R_M . Funkcja przejścia tego układu ma postać:

$$K(s) = - \frac{m_{02}}{s m_{02} T + 1},$$

gdzie $T = R_0 C$,

(5.1)

$$m_{02} = \frac{U_{02 \max}}{U_{02}} = \frac{1}{k U_{02}},$$

a $R_M = m_{02} R_0$.

Dla typowych wartości R_0 oraz C w układzie dzielenia stała czasu wynosi $0,5 \cdot 10^{-6}$ s. Ta stała czasu będzie wzrastała proporcjonalnie do wartości współczynnika m_{02} , a więc proporcjonalnie ze spadkiem napięcia U_{02} mianownika układu dzielenia. W przypadku, gdy napięcie U_{02} jest stukrotnie mniejsze niż nominalne, to współczynnik $m_{02} = 100$ i w efekcie stała czasu wzrasta do wartości $50 \cdot 10^{-6}$ s. Wartość ta jest pomijalna wobec innych inercji układu; można więc założyć, że dzielenie sygnałów przebiega bezinercyjnie.

O dynamice przetwornika będą zatem decydowały układy mnożenia

wraz z filtrami wejściowymi i wyjściowymi. Odpowiedni schemat blokowy został przedstawiony na rys. 17a. Problem choć jest nadal złożony i nieliniowy, to jednak możliwe jest uzyskanie praktycznie przydatnych rezultatów. Przy określonych sygnałach wejściowych oraz filtrach wejściowych i pośredniczących danych funkcją wagi $w(t)$ lub funkcją przejścia $K(s)$ możliwe jest uzyskanie sygnału wyjściowego w dziedzinie czasu lub częstotliwości.

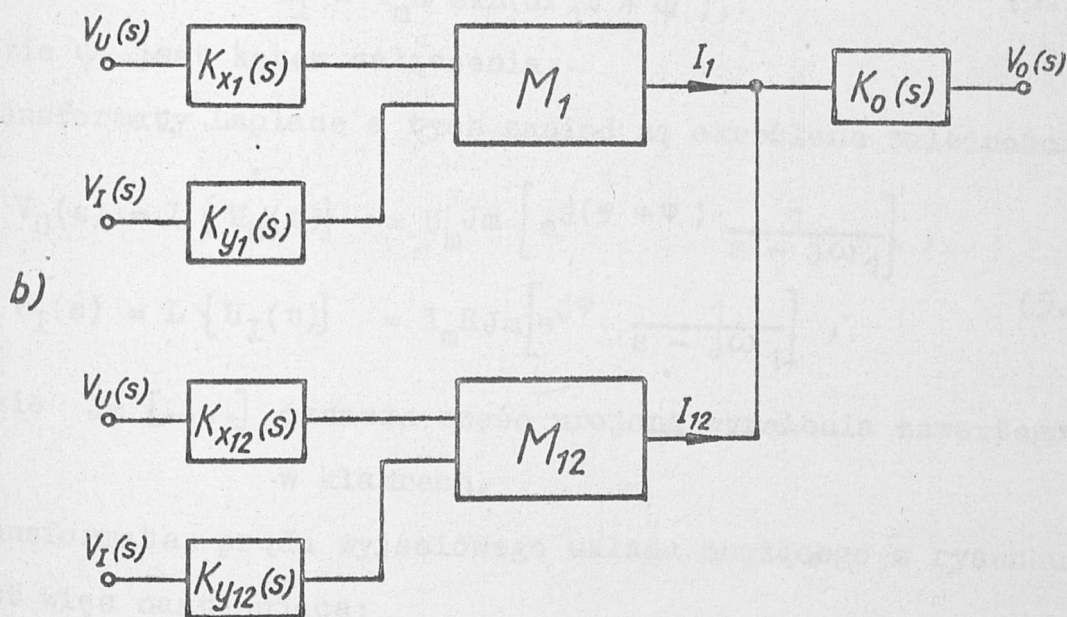
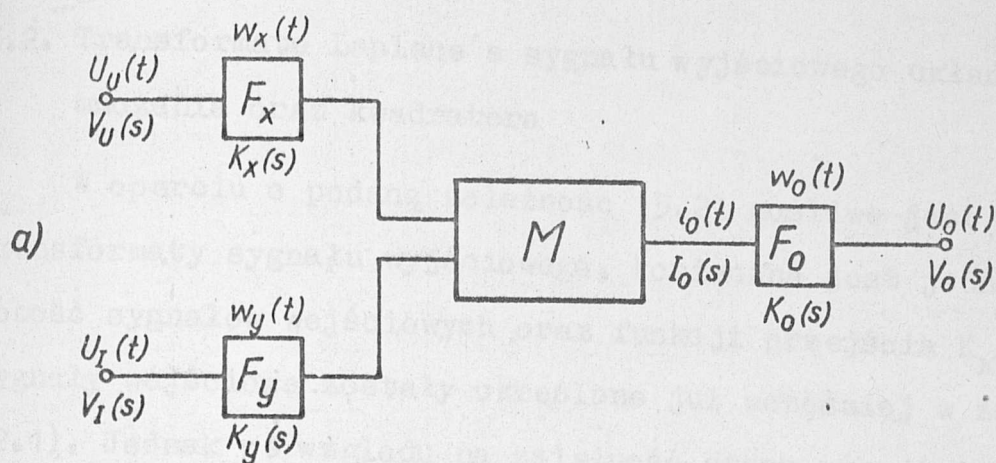
W pierwszym przypadku stosuje się spłot funkcji czasu, w drugim spłot w polu zespolonym. Obliczanie całek spłotu w dziedzinie czasu jest trudne nawet przy niezbyt złożonych funkcjach wagi. Znacznie łatwiejsze jest prowadzenie obliczeń przy wykorzystaniu spłotu w polu zespolonym, który pozwala na otrzymanie transformaty sygnału wyjściowego w postaci następującego wyrażenia:

$$V_o(s) = K_o(s) \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} V_U(s) K_x(s) V_I(s-p) K_y(s-p) dp, \quad (5.2)$$

gdzie V_U , V_I , V_o - transformaty Laplace'a sygnałów wejściowych i wyjściowego,

K_x , K_y , K_o - funkcje przejścia filtrów.

Metody obliczania powyższej całki oraz warunki ograniczające są podane w [8]. Po wykonaniu obliczeń całki (5.2) w postaci ogólnej, dla typowych przypadków funkcji przejścia $K_x(s)$ i $K_y(s)$, uzyskanie transformaty sygnału wyjściowego układu mnożenia dla konkretnych filtrów sprowadza się do formalnych przekształceń algebraicznych. Postać ta jest też wygodna do ewentualnych dalszych uproszczeń, uzależnionych od położenia biegunów funkcji przejścia filtrów. Uproszczona postać końcowa pozwala już na określenie jednego z parametrów charakteryzujących szybkość działania układu; parametrem tym był pięcioprocentowy czas odpowiedzi. Z przedstawionego na rys. 17b schematu blokowego wersji przetwornika z kompensacją wynika możliwość stosowania analogicz-



rys. 17. Schematy blokowe do analizy dynamiki układów mnożenia: a) wersja przetwornika z filtracją, b) wersja przetwornika z kompensacją.

nej procedury analizy dynamiki, również tego układu.

5.2. Transformata Laplace'a sygnału wyjściowego układów mnożenia oraz kwadratora

W oparciu o podaną zależność (5.2) możliwe jest obliczenie transformaty sygnału wyjściowego, konieczna jest jednak znajomość sygnałów wejściowych oraz funkcji przejścia $K_x(s)$ i $K_y(s)$. Sygnały wejściowe zostały określone już wcześniej w zależności (2.1). Jednak ze względu na zależność stanu przejściowego od kąta załączenia napięć wejściowych będą one określone nieco inaczej:

$$\begin{aligned} U_U &= U_m \sin(\omega_1 t + \varphi + \psi), \\ U_I &= I_m R \sin(\omega_1 t + \psi), \end{aligned} \quad (5.3)$$

gdzie ψ jest kątem załączenia.

Transformaty Laplace'a tych napięć są określone zależnościami:

$$\begin{aligned} V_U(s) &= L \{ U_U(t) \} = U_m J_m \left[e^{j(\varphi + \psi)} \frac{1}{s - j\omega_1} \right], \\ V_I(s) &= L \{ U_I(t) \} = I_m R J_m \left[e^{j\psi} \frac{1}{s - j\omega_1} \right], \end{aligned} \quad (5.4)$$

gdzie $J_m [\dots]$ oznacza część urojoną wyrażenia zawartego w klamrach.

Transformata prądu wyjściowego układu mnożącego z rysunku 17a jest więc następująca:

$$\begin{aligned} I_o(s) &= k_o U_m I_m R \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} J_m \left[e^{j(\varphi + \psi)} \frac{1}{p - j\omega_1} \right] \\ &K_x(p) J_m \left[e^{j\psi} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right] K_y(s-p) dp, \end{aligned} \quad (5.5)$$

Przy czym $V_o(s) = I_o(s) K_o(s)$, a k_o jest stałą mnożarki.

W układzie z rysunku 17b prądy $I_1(s)$ oraz $I_{12}(s)$ określa się z zależności (5.5) natomiast:

$$V_0 = [I_1(s) + I_{12}(s)] K_0(s). \quad (5.6)$$

Aby obliczyć całkę spłotu (5.5) konieczna jest jeszcze znajomość funkcji przejścia filtrów wejściowych $K_x(s)$ i $K_y(s)$. Korzystając z podanych w [8] metod jej obliczania oraz warunków ograniczających w rozważaniach ogólnych wystarczy przyjąć, że funkcja przejścia $K_x(s)$ ma bieguny w punktach $s = p_{xk}$, natomiast funkcja przejścia $K_y(s)$ w punktach $s = p_{y1}$, przy czym pierwsza z nich ma n , a druga m biegunów; w każdej z nich wielomian licznika jest co najwyżej tego rzędu, co wielomian mianownika.

Aby skrócić zapis oznaczono:

$$k_0 U_m I_m R = M. \quad (5.7)$$

Przy przyjętych założeniach:

$$I_{0M}(s) = M J_m \left\{ e^{j(\varphi + \psi)} K_x(p) K_y(s-p) J_m \left[e^{j\psi} \frac{1}{s-p-j\omega} \right] \right\}_{p=j\omega} + M \sum_{k=1}^n \left\{ (p-p_{xk}) K_x(p) J_m \left[e^{j(\varphi + \psi)} \frac{1}{p-j\omega} \right] J_m \left[e^{j\psi} \frac{1}{s-p-j\omega} \right] K_y(s-p) \right\}_{p=p_{xk}} \quad (5.8)$$

Wyrażenie (5.8) może być następnie przekształcone do następującej postaci:

$$I_{0M}(s) = M J_m \left\{ K_x(j\omega) K_y(s-j\omega_1) \left[s \sin \psi e^{j(\psi + \varphi)} + \omega e^{j\varphi} \right] \frac{1}{s(s-2j\omega_1)} \right\} + M \sum_{k=1}^n \left\{ (p-p_{xk}) K_x(p) J_m \left[e^{j\psi} \frac{1}{s-p-j\omega_1} \right] K_y(s-p) \right\}_{p=p_{xk}} \frac{p_{xk} \sin(\varphi + \psi) + \omega_1 \cos(\varphi + \psi)}{p_{xk}^2 + \omega_1^2}. \quad (5.9)$$

Niech będą przyjęte oznaczenia:

$$\beta_x = \arg K_x(j\omega_1), \quad \beta_y = \arg K_y(j\omega_1), \quad \beta_x - \beta_y = \Delta\beta. \quad (5.10)$$

Uwzględniając oznaczenia (5.10) po prostych przekształceniach uzyskuje się:

$$I_{0M}(s) = \frac{1}{2} M |K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)| \left\{ \frac{1}{s} \cos(\varphi + \Delta\beta) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \bar{J}_m \left[e^{j \left[(\varphi + 2\psi + \beta_x + \beta_y) - \frac{\pi}{2} \right]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \\
 & + \frac{2}{|K_x(j\omega_1)|} \sum_{k=1}^n H_{xk} \bar{J}_m \left[e^{j(\psi + \beta_y)} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right]_{p=p_{xk}} + \\
 & + \frac{2}{|K_y(j\omega_1)|} \sum_{l=1}^m H_{yl} \bar{J}_m \left[e^{j(\varphi + \psi + \beta_x)} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right]_{p=p_{yl}} + \\
 & + \frac{2}{|K_x(j\omega_1)||K_y(j\omega_1)|} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m H_{xk} H_{yl} \frac{1}{s - p_{xk} - p_{yl}} \Big\} ,
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 H_{xk} &= (p - p_{xk}) K_x(p)_{p=p_{xk}} \frac{p_{xk} \sin(\psi + \varphi) + \omega_1 \cos(\psi + \varphi)}{p_{xk}^2 + \omega_1^2} , \\
 H_{yl} &= (p - p_{yl}) K_y(p)_{p=p_{yl}} \frac{p_{yl} \sin \psi + \omega_1 \cos \psi}{p_{yl}^2 + \omega_1^2} .
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Z powyższej zależności można uzyskać analogiczne równanie dla kwadratora, przy przyjęciu następujących oznaczeń:

$$\begin{aligned}
 K_x(s) &= K_y(s) = K(s), \\
 \beta_x &= \beta_y = \beta \\
 \varphi &= 0.
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Stąd transformata prądu wyjściowego kwadratora:

$$\begin{aligned}
 I_{ok}(s) &= \frac{1}{2} M_k |K(j\omega_1)|^2 \left\{ \frac{1}{s} + \bar{J}_m \left[e^{j[2(\psi' + \beta) - \frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right. \\
 & + \frac{4}{|K(j\omega_1)|} \sum_{k=1}^n H_k \bar{J}_m \left[e^{j(\psi' + \beta)} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right]_{p=p_k} + \\
 & \left. + \frac{2}{|K(j\omega_1)|^2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n H_k H_l \frac{1}{s - p_k - p_l} \right\} ,
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

gdzie $H_j = (p - p_j) K(p)_{p=p_j} \frac{p_j \sin \psi' + \omega_1 \cos \psi'}{p_j^2 + \omega_1^2}$,

natomiast w kwadratorze napięcia:

$$M_k^U = k_o U_m^2, \quad \psi' = \psi + \varphi , \tag{5.15}$$

a w kwadratorze prądu:

$$M_k^I = k_o I_m^2 R^2, \quad \psi' = \psi.$$

Korzystając z wyprowadzonych zależności (5.11) i (5.13) możliwe jest określenie transformat sygnałów wyjściowych wszystkich omawianych przetworników w oparciu o proste przekształcenia algebraiczne. Gdy filtry wejściowe są dość złożone, w szczególności gdy liczba biegunów ich funkcji przejścia jest znaczna, może to być pracochłonne. Ale z kolei zależności (5.11) i (5.14) mogą być poważnie uproszczone w niektórych, praktycznie spotykanych, szczególnych przypadkach.

5.3. Uproszczone transformaty sygnałów wyjściowych dla różnych inercyjności filtrów wejściowych i wyjściowych

Istotne uproszczenia we wzorach określających transformaty prądu wyjściowego układów mnożenia i kwadratora uzyskuje się przy pewnych szczególnych relacjach pomiędzy biegunami funkcji przejścia filtrów wejściowych a częstotliwością lub biegunami funkcji przejścia filtru wyjściowego. Najpoważniejsze uproszczenia związane są z przypadkiem pierwszym, przy czym zakres uproszczeń jest niezależny od filtru wyjściowego. Praktycznie w omawianych przetwornikach przypadek ten występuje gdy stosuje się układy różniczkujące zbliżone do idealnych bądź też filtry wysokich harmoniczných częstotliwości podstawowej. Dalsze uproszczenia można uzyskać przy znacznie różnych inercyjnościach filtrów wejściowych i wyjściowych. Analizowane uproszczenia obejmują następujące dwa przypadki:

- 1) $|p_{xk}| \gg \omega_1,$
 $|p_{y1}| \gg \omega_1,$
- 2) $|p_{xk}| \gg \omega_1,$
 $|p_{y1}| \gg \omega_1,$

$$|p_{xk}| \gg |s_j| ,$$

$$|p_{y1}| \gg |s_j| ,$$

gdzie s_j to bieguny funkcji przejścia filtru wyjściowego.

Wystarczającą praktycznie zgodność obliczeń prowadzonych w oparciu o uproszczone transformaty sygnałów (zamiast nieuproszczonych) uzyskuje się, gdy powyższe wielkości są już kilkakrotnie większe jedne od drugich.

5.3.1. Przypadek biegunów funkcji przejścia filtrów wejściowych znacznie większych od częstotliwości sygnału

Uproszczenia, które można poczynić w tym przypadku wynikają bezpośrednio z poszczególnych składników transformat sygnału wyjściowego układów mnożenia i kwadratora, przy następujących warunkach:

$$\begin{aligned} |p_{xk}| &\gg \omega_1, \\ |p_{y1}| &\gg \omega_1. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Uwzględniając powyższe warunki oraz zależności (5.11), (5.12) i (5.14) uzyskuje się następujące przybliżone zależności:

$$\begin{aligned} H_{xk} &\cong h_{xk} \sin(\psi + \varphi), \\ H_{y1} &\cong h_{y1} \sin \psi, \end{aligned} \quad (5.17)$$

gdzie

$$h_{xk} = \left(\frac{p}{p_{xk}} - 1 \right) K_x(p)_{p=p_{xk}},$$

$$h_{y1} = \left(\frac{p}{p_{y1}} - 1 \right) K_y(p)_{p=p_{y1}},$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \left[e^{j(\psi + \beta_y)} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right]_{p=p_{xk}} &\cong \frac{1}{s - p_{xk}} \sin(\psi + \beta_y), \\ \text{Im} \left[e^{j(\psi + \varphi + \beta_x)} \frac{1}{s - p - j\omega_1} \right]_{p=p_{y1}} &\cong \frac{1}{s - p_{y1}} \sin(\psi + \varphi + \beta_x). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Transformaty prądu wyjściowego układów mnożenia i kwadratora uzyskane w oparciu o uproszczenia (5.17) i (5.18) oraz zależności (5.11) i (5.14) są określone następująco:

$$I_{OM}(s) \cong \frac{1}{2} M |K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)| \left\{ \frac{1}{s} \cos(\varphi + \Delta\beta) + \right. \\ \left. + J_m \left[e^{j[(\varphi + 2\psi + \beta_x + \beta_y) - \frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{|K_x(j\omega_1)|} \sin(\psi + \varphi) \sin(\psi + \beta_y) \sum_{k=1}^n h_{xk} \frac{1}{s - p_{xk}} + \right. \\ \left. + \frac{2}{|K_y(j\omega_1)|} \sin\psi \sin(\psi + \varphi + \beta_x) \sum_{l=1}^m h_{yl} \frac{1}{s - p_{yl}} + \right. \\ \left. + \frac{2}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|} \sin(\psi + \varphi) \sin\psi \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m h_{xk} h_{yl} \frac{1}{s - p_{xk} - p_{yl}} \right\}. \quad (5.19)$$

$$I_{OK}(s) \cong \frac{1}{2} M_k |K(j\omega_1)|^2 \left\{ \frac{1}{s} + J_m \left[e^{j[(\psi' + \beta) - \frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right. \\ \left. + \frac{4}{|K(j\omega_1)|} \sin\psi' \sin(\psi' + \beta) \sum_{k=1}^n h_k \frac{1}{s - p_k} + \right. \\ \left. + \frac{2}{|K(j\omega_1)|^2} \sin^2\psi' \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n h_k h_l \frac{1}{s - p_k - p_l} \right\}. \quad (5.20)$$

Struktura powyższych wyrażeń jest znacznie prostsza niż odpowiednich zależności (5.11) i (5.14). Wyeliminowano bowiem pierwiastki zespolone (wynikające w dziedzinie czasu z mnożenia funkcji eksponencjalnej i harmonicznnej), jak również uproszczono obliczanie współczynników (h zamiast H).

Warunek (5.16) wpływa w istotny sposób również na zmiany amplitudy i fazy sygnałów spowodowane filtrami wejściowymi. Konkretnie wartości modułów oraz faz są zależne od postaci funkcji przejścia filtrów. W omawianych przetwornikach występują dwie typowe postaci funkcji przejścia $K_x(s)$, $K_y(s)$ lub $K_O(s)$:

$$K_1(s) = \frac{(sT_3 + 1)(s^2T^2 + 1)(\dots)}{(sT_2 + 1)(s^2T_4^2 + 2nT_4s + 1)(\dots)}, \quad (5.21)$$

$$K_2(s) = \frac{sT_1}{sbT_1 + 1} K_1(s). \quad (5.22)$$

Upřednio podany warunek (5.16) sprowadza się do relacji:

$$|\omega_1 T_{2k}| \ll 1,$$

a jeśli uwzględnić, że stałe czasu w liczniku wyrażenia (5.21) są niewielkie, to znaczy

$$|\omega_1 T_{2k+1}| \ll 1,$$

uzyskuje się następujące wartości modułów funkcji przejścia oraz argumentów:

$$\begin{aligned} |K_1(j\omega_1)| &\approx 1, \\ |K_2(j\omega_1)| &\approx \omega_1 T_1, \\ \beta_1 &\approx 0, \\ \beta_2 &\approx \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

W zależności od tego, czy filtr wejściowy jest postaci (5.21) czy (5.22) można wprowadzić do wyrażeń (5.19) i (5.20) odpowiednie wartości modułów i argumentów, co stanowi dalsze poważne uproszczenie obliczeniowe.

Przypadek odwrotny do zależności (5.16), to znaczy

$|p_k| \ll \omega_1$ nie będzie rozważany, ponieważ odpowiada czasowi odpowiedzi układu przekraczającemu co najmniej kilkakrotnie okres częstotliwości podstawowej, a więc przetwornikowi o bardzo złej dynamice.

5.3.2. Przypadek znacznie lepszej dynamiki filtrów wejściowych niż filtru wyjściowego

Głównym zadaniem filtru wyjściowego jest eliminacja składowych o częstotliwości $2\omega_1$. Bieguny tego filtru są więc tego rzędu co ω_1 . Przy pewnym doborze filtrów wejściowych będzie spełniona relacja (5.16), jak również:

$$\begin{aligned} |p_{xk}| &\gg |s_j|, \\ |p_{y1}| &\gg |s_j|, \end{aligned} \quad (5.23)$$

gdzie s_j to bieguny filtru wyjściowego $K_0(s)$.

W takim przypadku można dokonać dalszych uproszczeń w transfor-

macie sygnału odpowiadającej schematowi blokowemu z rys. 17a. Transformata napięcia wyjściowego układu jest następująca:

$$\begin{aligned} V_{oM}(s) &= I_{oM}(s) K_o(s), \\ V_{oK}(s) &= I_{oK}(s) K_o(s), \end{aligned} \quad (5.24)$$

gdzie $I_{oM}(s)$ oraz $I_{oK}(s)$ są określone zależnościami (5.19) i (5.20).

Jeśli dokonać mnożenia składników zawartych wewnątrz nawiasu klamrowego w (5.19) przez $K_o(s)$, to ostatnie trzy wyrażenia będą typu:

$$A \cdot \sum_{k=1}^n h_{xk} \frac{1}{s - p_{xk}} K_o(s).$$

Powyższe wyrażenie może być przekształcone i uproszczone:

$$A \cdot \sum_{k=1}^n h_{xk} \left(-\frac{1}{p_{xk}}\right) \frac{1}{1 - \frac{s}{p_{xk}}} K_o(s) \cong A \sum_{k=1}^n h_{xk} \left(-\frac{1}{p_{xk}}\right) K_o(s), \quad (5.25)$$

ponieważ z relacji (5.23) wynika możliwość pominięcia wpływu układu inercyjnego pierwszego rzędu o bardzo małej stałej czasu. Transformaty napięć wyjściowych układu z rys. 17a z uwzględnieniem warunków (5.16) i (5.23) mają postać:

$$\begin{aligned} V_{oM} &= \frac{1}{2} M |K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)| K_o(s) \left\{ \frac{1}{s} \cos(\varphi + \Delta\beta) + \right. \\ &+ Jm \left[e^{j[(\varphi + 2\psi + \beta_x + \beta_y) - \frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \\ &+ \frac{2}{|K_x(j\omega_1)|} \sin(\psi + \varphi) \sin(\psi + \beta_y) \sum_{k=1}^n h_{xk} \left(-\frac{1}{p_{xk}}\right) + \\ &+ \frac{2}{|K_y(j\omega_1)|} \sin\psi \sin(\psi + \varphi + \beta_x) \sum_{l=1}^m h_{yl} \left(-\frac{1}{p_{yl}}\right) + \\ &+ \left. \frac{2}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|} \sin(\psi + \varphi) \sin\psi \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m h_{xk} h_{yl} \left(-\frac{1}{p_{xk} + p_{yl}}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} V_{oK} &= \frac{1}{2} M_K |K(j\omega_1)|^2 K_o(s) \left\{ \frac{1}{s} + Jm \left[e^{j[2(\psi' + \beta) - \frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right. \\ &+ \frac{4}{|K(j\omega_1)|} \sin\psi' \sin(\psi' + \beta) \sum_{k=1}^n h_k \left(-\frac{1}{p_k}\right) + \\ &+ \left. \frac{2}{|K(j\omega_1)|^2} \sin^2\psi' \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n h_k h_l \left(-\frac{1}{p_k + p_l}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

gdzie h_{xk} , h_{yl} , h_k , h_l są określone w zależności (5.17).

Jak więc wynika z powyższych równań, w przypadku małej inercyjności filtrów wejściowych, sygnał wyjściowy układów mnożenia bądź kwadratora jest sumą odpowiedzi filtru wyjściowego na skok jednostkowy, drugą harmoniczną oraz funkcji wagi tego filtru. Przy tym współczynnik stały przy funkcji wagi jest zależny od kątów załączenia napięć oraz funkcji przejścia filtrów wejściowych.

5.4. Podsumowanie rozważań w dziedzinie częstotliwości

1. Wykorzystanie całki splotu w polu zespolonym umożliwia uzyskanie transformat Laplace'a sygnałów wyjściowych układów nieliniowych zawierających element mnożący.

2. W oparciu o powyższe rozwiązania ogólne określanie tych transformat konkretnych układów sprowadza się do formalnych przekształceń algebraicznych.

3. Filtry wejściowe i wyjściowe (wykorzystywane w omawianych przetwornikach), posiadające szczególne cechy dynamiczne, są źródłem istotnych uproszczeń w strukturze tych wyrażeń:

a) w przypadku niewielkich stałych czasu filtrów wejściowych (w odniesieniu do okresu sygnałów) przekształca się transformaty zawierające bieguny zespolone (wynikające w dziedzinie czasu z mnożenia składowych ustalonych i przejściowych) w transformaty z biegunami rzeczywistymi (5.19), a także upraszcza się obliczanie współczynników (h zamiast H),

b) w przypadku niewielkich stałych czasu filtrów wejściowych w stosunku do tych wielkości w filtrach wyjściowych transformaty z biegunami rzeczywistymi przechodzą w parametry niezależne od częstotliwości (5.26).

5.5. Dynamika przetworników omometrycznych

O dynamice przetworników omometrycznych decyduje szybkość działania układów mnożenia wraz z filtrami wejściowymi i wyjściowymi. Sygnały wyjściowe tych układów są doprowadzane do układu dzielenia, którego inercyjność jak wspomniano poprzednio - jest pomijalna wobec inercji układu. Napięcie wyjściowe przetwornika jest więc ilorazem napięć będących funkcjami czasu, których transformaty Laplace'a zostały określone poprzednio:

$$U_o(t) = - \frac{1}{k} \frac{U_{o1}(t)}{U_{o2}(t)}. \quad (5.27)$$

Napięcia U_{o1} oraz U_{o2} są sumą składowej stałej proporcjonalnej do mierzonej wielkości oraz składowej przejściowej:

$$U_o(t) = - \frac{1}{k} \frac{U_{s_{o1}} + U_{p_{o1}}(t)}{U_{s_{o2}} + U_{p_{o2}}(t)}, \quad (5.28)$$

przy czym indeksem s oznaczono składową stałą, a indeksem p składową przejściową. Wyrażenie (5.28) może być zapisane w postaci:

$$U_o(t) = U_{so} \frac{1 + \frac{U_{p_{o1}}(t)}{U_{s_{o1}}}}{1 + \frac{U_{p_{o2}}(t)}{U_{s_{o2}}}}, \quad (5.29)$$

gdzie $U_{so} = - \frac{1}{k} \frac{U_{s_{o1}}}{U_{s_{o2}}}$ jest składową stałą na wyjściu przetwornika omometrycznego.

Występujące w liczniku i mianowniku wyrażenia (5.29) ilorazy składowej przejściowej i składowej stałej charakteryzują szybkość ustalania się sygnałów licznika i mianownika i mogą być nazwane błędami w stanie przejściowym oraz oznaczone:

$$\begin{aligned}\delta_{po1}(t) &= \left| \frac{U_{po1}(t)}{U_{so1}} \right|, \\ \delta_{po2}(t) &= \left| \frac{U_{po2}(t)}{U_{so2}} \right|.\end{aligned}\quad (5.30)$$

Błędy te maleją ze wzrostem czasu i parametrem charakteryzującym szybkość zanikania składowej przejściowej może być czas, po upływie którego są one mniejsze od z góry zadanej wartości. Czas ten jest nazywany czasem odpowiedzi, a odpowiadające mu najczęściej spotykane wartości błędu wynoszą odpowiednio 5% lub 10%. Stosownie do tego mówi się o pięcioprocentowym lub dziesięcioprocentowym czasie odpowiedzi.

Błędy (5.30) można obliczyć w oparciu o podane poprzednio transformaty sygnałów wyjściowych układów mnożenia, a w oparciu o uzyskane wartości można obliczyć błąd w stanie przejściowym przetwornika omometrycznego, wychodząc z zależności (5.29):

$$\delta_{po}(t) = \frac{|U_o(t) - U_{so}|}{|U_{so}|}, \quad (5.31)$$

a stąd

$$\delta_{po}(t) = \frac{\left| \frac{U_{po1}(t)}{U_{so1}} - \frac{U_{po2}(t)}{U_{so2}} \right|}{\left| 1 + \frac{U_{po2}(t)}{U_{so2}} \right|}. \quad (5.32)$$

Przyjmując największą wartość licznika w powyższym wyrażeniu a najmniejszą wartość mianownika uzyskuje się ostatecznie:

$$\delta_{po}(t) \leq \frac{\delta_{po1}(t) + \delta_{po2}(t)}{1 - \delta_{po2}(t)}. \quad (5.33)$$

Wpływ błędów składowych na łączny błąd przetwornika omometrycznego może być różny i zależy od czasów odpowiedzi poszczególnych układów mnożenia. Niech t_{o1} będzie czasem odpowiedzi sygnału licznika układu dzielącego, a t_{o2} czasem odpowiedzi sygnału mia-

nownika (dla identycznego δ_p). Czasy odpowiedzi t_{o1} i t_{o2} mogą mieć zbliżone wartości bądź też mogą różnić się znacznie. Stosownie do tego błąd przetwornika omometrycznego będzie następujący:

$$\begin{aligned} 1) \text{ gdy } t_{o1} \gg t_{o2}, \\ \text{to } \delta_{po2}(t_{o1}) \ll \delta_{po1}(t_{o1}), \\ \delta_{po2}(t_{o1}) \ll 1, \\ \text{oraz } \delta_{po}(t_{o1}) \cong \delta_{po1}(t_{o1}); \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ gdy } t_{o1} \ll t_{o2}, \\ \text{to } \delta_{po1}(t_{o2}) \ll \delta_{po2}(t_{o2}), \end{aligned}$$

$$\delta_{po}(t_{o2}) \cong \frac{\delta_{po2}(t_{o2})}{1 - \delta_{po2}(t_{o2})}. \quad (5.35)$$

W przypadku znacznie różniących się czasów odpowiedzi sygnałów licznika i mianownika, czas odpowiedzi przetwornika omometrycznego jest taki sam, jak czas odpowiedzi sygnału o dłuższym stanie przejściowym oraz taka sama jest wartość błędu w stanie przejściowym dla sygnału wejściowego i wyjściowego (5.34), (5.35). W przypadku, gdy czasy odpowiedzi t_{o1} i t_{o2} mają zbliżone wartości, to przyjmując większy z nich za czas odpowiedzi przetwornika uzyskuje się błąd w stanie przejściowym będący w przybliżeniu sumą błędów sygnałów wejściowych. Oznacza to, że pięcioprocentowy czas odpowiedzi przetwornika omometrycznego uzyska się, gdy przetworniki mocy oraz amplitud będą miały określone czasy odpowiedzi dla błędu wynoszącego 2,5%. Jeśli natomiast zostaną określone pięcioprocentowe czasy odpowiedzi przetworników mocy oraz amplitud, to większy z nich będzie dziesięcioprocentowym czasem odpowiedzi przetwornika omometrycznego.

Oczywiście w szczególnych przypadkach czas odpowiedzi przetwornika omometrycznego może być mniejszy niż odpowiednie czasy dla sygnałów wejściowych. Będzie tak w przypadku, gdy błędy jego przetworników składowych są częściowo kompensowane - (5.32).

Jeśli przebiegi sygnałów wejściowych są identyczne, to błąd jest całkowicie kompensowany i czas odpowiedzi jest bliski zeru.

Te szczególne przypadki nie zmniejszają znaczenia przeprowadzonych poprzednio rozważań, bowiem celem obliczeń jest określenie największego, jaki może wystąpić czasu odpowiedzi przy zadanych filtrach oraz konstrukcji przetwornika.

6. OBLICZENIA DYNAMIKI PRZETWORNIKÓW

W rozdziale tym zostały przeprowadzone obliczenia czasów odpowiedzi przetworników dla wariantów omówionych w rozdziale trzecim, oddzielnie w układach z filtracją i kompensacją. Przy tym czas odpowiedzi przetworników omometrycznych był określany w oparciu o ten parametr dynamiczny wchodzących w ich skład przetworników mocy oraz amplitud. Jak jednak wynika między innymi z wywodów poprzedniego rozdziału, czas odpowiedzi każdego z tych przetworników jest zależny od mogących przyjmować dowolne wartości kątów załączenia napięć wejściowych. Istotny jest oczywiście przypadek najbardziej niekorzystny takich kątów załączenia, przy których czas odpowiedzi danego przetwornika jest największy. We wszystkich przeprowadzonych obliczeniach tą wartość przyjęto właśnie za czas odpowiedzi przetwornika.

6.1. Przetwornik mocy i amplitudy w układzie z filtracją

W przetworniku omometrycznym z filtracją wykorzystuje się przetworniki mocy czynnej lub biernej oraz przetworniki amplitud napięcia lub prądu (dokładniej kwadratu wartości skutecznej). Przy tym tylko w przetworniku mocy biernej są wymagane wejściowe przesuwniki fazy. W związku z tym tylko w tym przypadku będą występowały filtry wejściowe, będące układami różniczkującymi lub inercyjnymi. W każdym przetworniku jest wykorzystany filtr wyjściowy o funkcji przejścia $K_0(s)$ określonej relacją (3.3). Funkcje przejścia filtrów koniecznych w przetwornikach określonych wielkości zostały zestawione w tabeli 5 a obejmują warianty omówione w rozdziale 3.1.

Tabela 5

Dobór filtrów w zależności od wielkości mierzonej
przetwornika

Wielkość mierzona	Funkcje przejścia filtrów		
	F_x	F_y	F_o
Moc czynna P	1	1	$K_o(s)$
Amplituda A_{UI}	1	1	$K_o(s)$
Moc bierna Q	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$	$K_o(s)$
M_{oc} bierna Q1	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$	$K_o(s)$

Oznaczenie Q odnosi się do wariantu przetwornika mocy biernej z zastosowaniem układów różniczkujących zbliżonych do idealnych ($b \ll 1$), a Q1 do wariantu z wykorzystaniem wejściowych przesuw-
ników fazy o kąt $\pm \pi/4$.

6.1.1. Przetworniki nie wymagające wejściowych przesuników fazy

Przetworniki mocy czynnej oraz amplitudy napięcia lub prądu nie wymagają stosowania filtrów wejściowych.

Transformata napięcia wyjściowego każdego z przetworników jest w związku z tym bardzo uproszczona, a dla przetwornika mocy czynnej ma postać:

$$V_{oM}^P(s) = \frac{1}{2} M \left\{ \frac{1}{s} \cos \varphi + j m \left[e^{j[(\varphi+2\psi)-\frac{\pi}{2}]} \frac{1}{s-2j\omega_1} \right] \right\} K_o(s), \quad (6.1)$$

gdzie $M = k_o U_m I_m R$, a indeks P oznacza przetwornik mocy czynnej. Jeśli w podanej zależności wstawić $\varphi = 0$ oraz zmienić wartość współczynnika M ($k_o U_m^2$ lub $k_o I_m^2 R^2$), to uzyskuje się odpowiednią

transformatę napięcia wyjściowego przetwornika amplitudy napięcia lub prądu.

Sygnałami wejściowymi filtru F_0 jest składowa stała oraz druga harmoniczna. Uwzględniając funkcję przejścia $K_0(s)$ daną zależnością (3.4) napięcia wyjściowe przetwornika odpowiadające tym sygnałom wejściowym można przedstawić następująco:

$$U_{oM_1}^P(t) = \frac{1}{2} MR_0 \cos \varphi \left[1 - \frac{2n}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin \sqrt{1-n^2} \omega_0 t \right], (6.2)$$

$$U_{oM_2}^P(t) = \frac{1}{2} MR_0 \sqrt{\frac{1-n \sin 2\psi'}{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t + \gamma_1), (6.3)$$

$$U_{oM}^P(t) = U_{oM_1}^P(t) + U_{oM_2}^P(t),$$

gdzie $\psi' = \varphi + 2\psi - \frac{\pi}{2}$,

$$\gamma_1 = \arctg \frac{\sin \psi' \sqrt{1-n^2}}{\cos \psi' - n \sin \psi'}.$$

Błąd w stanie przejściowym napięcia U_{oM_1} jest następujący:

$$\delta_{p1}^P(t) = \left| \frac{2n}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin \sqrt{1-n^2} \omega_0 t \right|. (6.4)$$

Uwzględniając zera i ekstrema powyższej funkcji czasu łatwo stwierdzić, że gdy $n = 0,71$ to:

$$\delta_{p1}^P(t) \leq 0,05 \text{ dla } t \geq \frac{\pi}{\sqrt{1-n^2} \omega_0} = t_{01}^P. (6.5)$$

Dla pierwszej ze składowych napięcia wyjściowego przetwornika pięcioprocentowy czas odpowiedzi wynosi $7,15 \cdot 10^{-3}$ s.

Całkowite napięcie wyjściowe (po zsumowaniu (6.2) i (6.3) oraz przekształceniach) jest następujące:

$$U_{oM}^P(t) = \frac{1}{2} MR_0 \left[\cos \varphi - \frac{A}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t - \gamma) \right], (6.6)$$

gdzie $A = \sqrt{1 - n \sin 2\psi' + 4n \cos \varphi (n \sin \psi' - \cos \psi' + n \cos \varphi)}$,

$$\gamma = \arctg \frac{\sin \psi' \sqrt{1 - n^2}}{n(2 \cos \varphi + \sin \psi') - \cos \psi'}.$$

Wobec tego łączny błąd układu w stanie przejściowym:

$$\delta_p^P(t) = \frac{1}{|\cos \varphi|} \left| \frac{A}{\sqrt{1 - n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1 - n^2} \omega_0 t - \gamma) \right|. \quad (6.7)$$

Jeśli kąt $\varphi = 0$, to otrzymuje się błąd w stanie przejściowym przetwornika amplitudy:

$$\delta_p^A(t) = \left| \frac{A'}{\sqrt{1 - n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1 - n^2} \omega_0 t - \gamma') \right|, \quad (6.8)$$

gdzie A' i γ' to odpowiednio A oraz γ dla $\varphi = 0$.

Wynika stąd, że błąd w stanie przejściowym przetworników amplitudy jest taki, jak błąd przetwornika mocy czynnej określony dla jego zakresu pomiarowego. Określenie ekstremów oraz wartości zerowych błędu danego zależnością (6.8) jest dość złożone ze względu na to, że zarówno amplituda A' , jak i kąt fazowy γ' zależą od kąta załączenia napięcia wejściowego ψ' . Trzeba więc obliczyć błędy w stanie przejściowym oraz czasy odpowiedzi dla wszystkich możliwych kątów załączenia ψ' (z przedziału $0 \div 2\pi$). Z uzyskanych wartości wynika, że największy czas odpowiedzi przetwornika amplitudy jest o 10% wyższy od czasu dla skokowego sygnału wejściowego (relacja (6.5)), jeśli dopuścić zwiększenie poziomu błędu do wartości 0,06. Ostatecznie więc, w oparciu o zależności (6.4), (6.5) i (6.7), czas odpowiedzi oraz błąd w stanie przejściowym przetwornika amplitudy i mocy czynnej może być wyrażony następująco:

$$\begin{aligned} \delta_p^A(t) &= 1,2 \delta_{p1}^P(t), \\ \delta_p^P(t) &= \frac{1}{|\cos \varphi|} \delta_p^A(t), \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\text{dla } t \geq 1,1 \quad t_{01}^P = t_{01}^{A,P},$$

Czas odpowiedzi przetwornika amplitudy oraz przetwornika mocy czynnej dla jego zakresu pomiarowego wynosi 7,9 ms przy wartości błędu w stanie przejściowym 6%. Jednocześnie dla tego czasu odpowiedzi poziom błędu przetwornika mocy czynnej zwiększa się proporcjonalnie ze spadkiem wartości wielkości mierzonej spowodowanym zmianą przesunięcia fazy sygnałów wejściowych ($|\cos\varphi|$).

6.1.2. Przetwornik mocy biernej z zastosowaniem idealnych układów różniczkujących

W pierwszej odmianie przetwornika mocy biernej stosowane są filtry wejściowe o następujących (zgodnie z tabelą 5) funkcjach przejścia:

$$\begin{aligned} K_x(s) &= \frac{1}{sbT_1 + 1}, \\ K_y(s) &= \frac{sT_1}{sbT_1 + 1}, \end{aligned} \quad (6.10)$$

przy czym $b \ll 1$.

Z tych zależności wynika:

$$\begin{aligned} |K_x(j\omega_1)| &\approx 1, \\ |K_y(j\omega_1)| &\approx \omega_1 T_1 = 1, \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\beta_x \approx 0,$$

$$\beta_y \approx \frac{\pi}{2},$$

gdzie β są argumentami funkcji przejścia K .

Do obliczenia transformaty napięcia wyjściowego można w omawianym przypadku wykorzystać zależność (5.26). Występujące w tej zależności stałe współczynniki są następujące:

$$\begin{aligned} h_{xk} &= -1, \\ h_{yl} &= \frac{1}{b}, \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$p_{xk} = p_{yl} = -\frac{1}{bT_1}.$$

Wykorzystując zależności (6.11) i (6.12) w (5.26) uzyskuje się, po prostych przekształceniach, następującą transformatę napięcia wyjściowego przetwornika mocy biernej:

$$\begin{aligned} V_{oM}^Q(s) &= \frac{1}{2}MK_o(s) \left\{ \frac{1}{s} \cos(\varphi - \frac{\pi}{2}) + \text{Im} \left[e^{j(\varphi+2\psi)} \frac{1}{s-2j\omega_1} \right] + \right. \\ &\quad \left. + T_1 \sin\psi \sin(\psi + \varphi) - 2bT_1 \sin(\psi + \varphi) \sin(\psi + \frac{\pi}{2}) \right\}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Wobec małej wartości b ostatni składnik powyższego równania o amplitudzie $2bT_1$ można pominąć w rozważaniach. Napięcia odpowiadające dwom pierwszym składnikom równania zostały określone poprzednio; w zależnościach (6.2) oraz (6.3) należy jedynie zamiast φ wstawić $\varphi - \frac{\pi}{2}$. Jeśli w trzecim składniku zależności (6.13) przyjąć największą możliwą amplitudę ($\sin\psi \sin(\psi + \varphi) = 1$) to dla zadanego uprzednio $K_o(s)$ (zależność (3.4)), po obliczeniu transformaty odwrotnej uzyskuje się następujące napięcie:

$$U_{oM3}^Q(t) = \frac{1}{2}MR_o \omega_o T_1 \frac{2n}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_o t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_o t - \gamma_2), \quad (6.14)$$

przy czym $\gamma_2 = \arctg \frac{\sqrt{1-n^2}}{n}.$

Przy współczynniku tłumienia $n = 0,7$ amplituda przebiegu (6.14) jest przeszło dwukrotnie wyższa niż w pozostałych napięciach danych równaniami (6.2) oraz (6.3). Wpływ tego napięcia na błąd w stanie przejściowym jest największy. Czas odpowiedzi tego przetwornika będzie więc większy niż przetwornika mocy czynnej. Wobec tego tym bardziej uzasadnione jest pominięcie stanu przejś-

ciowego wywołanego drugą harmoniczną. Jeśli w zależności (6.2) wstawić $\sin \varphi$ zamiast $\cos \varphi$ oraz uwzględnić w (6.14), że $\omega_0 T_1 = 2$, to po zsumowaniu obu napięć i prostych przekształceniach uzyskuje się następujące napięcie wyjściowe przetwornika mocy biernej (dla $t \gg t_{01}^P$ - zależność (6.5)):

$$U_{OM}^Q = \frac{1}{2} M R_0 \left\{ \sin \varphi + \frac{2nA_1}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t - \gamma_3) \right\}, \quad (6.15)$$

przy czym $A_1 = 2\sqrt{1 - \cos \gamma_2 \sin \varphi + \frac{1}{4} \sin^2 \varphi}$,

$$\gamma_3 = \arctg \frac{\sin \gamma_2}{\cos \gamma_2 - \frac{1}{2} \sin \varphi}.$$

Z powyższego równania błąd przetwornika w stanie przejściowym:

$$\delta_p^Q(t) = \frac{A_1}{|\sin \varphi|} \left| \frac{2n}{\sqrt{1-n^2}} e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t - \gamma_3) \right|. \quad (6.16)$$

Zależność (6.16) w znacznym stopniu przypomina funkcję wagi filtru wyjściowego daną zależnością (6.14). Różnica sprowadza się do dwóch czynników: zmiennej amplitudy A_1 oraz kąta fazowego γ_3 przy zmianach φ . Jeśli przyjąć współczynnik tłumienia $n = 0,7$ to:

$$\begin{aligned} 1,5 &\leq A_1 \leq 2,8, \\ 0,4\pi &\geq \gamma_3 \geq \frac{\pi}{6}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Przy tym funkcja (6.16) ma wartość zero gdy:

$$\sqrt{1-n^2} \omega_0 t = \gamma_3 + k\pi, \quad (6.18)$$

a ekstrema dla

$$\sqrt{1-n^2} \omega_0 t = \gamma_3 + \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Jeśli przyjąć w wyrażeniu (6.16) największą wartość amplitudy $A_1 = 2,8$, to wobec niewielkich zmian γ_3 łatwo obliczyć, że dla zakresu pomiarowego przetwornika ($|\sin \varphi| = 1$) błąd w stanie przejściowym nie przekracza wartości 0,05 dla:

$$t \geq \frac{1,25 \pi}{\sqrt{1 - n^2} \omega_0} = t_0^Q. \quad (6.19)$$

Można więc również określić ogólniej na podstawie (6.16):

$$\delta_p^Q(t) \cong \frac{0,05}{|\sin \varphi|}, \quad (6.20)$$

dla $t \geq t_0^Q$.

Pięcioprocentowy czas odpowiedzi przetwornika wynosi więc

$8,9 \cdot 10^{-3}$ s dla zakresu pomiarowego przetwornika. Przy zmniejszaniu wartości $|\sin \varphi|$ błąd w stanie przejściowym wzrasta dla podanej wartości czasu odpowiedzi.

6.1.3. Przetwornik mocy biernej z zastosowaniem przesuników fazy o kąt $\pm \pi/4$.

W drugiej odmianie przetwornika mocy biernej stosuje się filtry wejściowe o następujących (zgodnie z tabelą 5) funkcjach przejścia:

$$K_x(s) = \frac{1}{sT_1 + 1}, \quad (6.21)$$

$$K_y(s) = \frac{sT_1}{sT_1 + 1},$$

gdzie $T_1 = \frac{1}{\omega_1}$.

Z tych zależności wynika:

$$|K_x(j \omega_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$|K_y(j \omega_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (6.22)$$

$$\beta_x = -\frac{\pi}{4},$$

$$\beta_y = +\frac{\pi}{4}.$$

Do obliczenia transformaty napięcia wyjściowego trzeba, w omawianym przypadku, wykorzystać zależność (5.11). Występujące w tej

zależności parametry H mają wartość:

$$\begin{aligned} H_{xk} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}), \\ H_{y1} &= +\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi - \frac{\pi}{4}). \end{aligned} \quad (6.23)$$

Uwzględniając (6.22), (6.23) oraz (5.11) uzyskuje się następującą transformatę napięcia wyjściowego przetwornika mocy biernej:

$$\begin{aligned} V_{OM}^{Q1}(s) &= \frac{1}{4} M K_O(s) \left\{ \frac{1}{s} \sin \varphi + J_m \left[e^{j(\varphi + 2\psi - \frac{\pi}{2})} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] - \right. \\ &- 2\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) J_m \left[e^{j(\psi + \frac{\pi}{4})} \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] + \\ &+ 2\sin(\psi - \frac{\pi}{4}) J_m \left[e^{j(\varphi + \psi - \frac{\pi}{4})} \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] - \\ &\left. - 2\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) \sin(\psi - \frac{\pi}{4}) \frac{1}{s + \frac{2}{T_1}} \right\}. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Na podstawie transformaty (6.24) można stwierdzić, że w stanie przejściowym pierwsze dwa składniki mają znacznie mniejszy wpływ niż pozostałe. Jeśli uwzględnić dalej, że największe wartości amplitudy tych składników uzyskuje się, gdy kąt załączenia $\psi = 3/4 \pi$ oraz $\varphi = 0$, to po prostych przekształceniach uzyskuje się następujący błąd przetwornika w stanie przejściowym:

$$\begin{aligned} \delta_p^{Q1}(t) &\cong \frac{1}{|\sin \varphi|} L^{-1} \left\{ 2\sqrt{2} K_O(s) J_m \left[e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] - \right. \\ &\left. - \frac{2}{s + \frac{2}{T_1}} K_O(s) \right\}, \end{aligned} \quad (6.25)$$

dla $t \geq t_{O1}^P$ (zależność 6.5).

Po określeniu transformaty odwrotnej uzyskuje się:

$$\delta_p^{Q1}(t) = \frac{1}{|\sin \varphi|} \left\{ A_3 e^{-t/T_1} \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4} + \gamma_3) + \right. \\ + A_4 e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t + \gamma_4) + \\ \left. + A_6 [e^{-\omega_0 t} + A_5 e^{-n\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-n^2} \omega_0 t + \gamma_5)] \right\}, \quad (6.26)$$

gdzie

$$A_3 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1-2,4n+1,6n^2}},$$

$$A_4 = \frac{4\sqrt{2}n}{\sqrt{1-n^2}} \sqrt{\frac{1-n}{7n^2-2,5n+25/16}},$$

$$A_5 = n\sqrt{\frac{2}{1+n}},$$

$$A_6 = \frac{2}{1-n},$$

$$\gamma_3 = -\arctg \frac{1}{2} - \arctg \frac{n-1/2}{1-n},$$

$$\gamma_4 = \arctg \sqrt{\frac{1+n}{1-n}} + \arctg \frac{\sqrt{1-n^2}}{n} - \arctg \frac{\sqrt{1-n^2}(1-2n)}{2n^2-n-0,75},$$

$$\gamma_5 = -\arctg \sqrt{\frac{1+n}{1-n}}.$$

Jeśli współczynnik tłumienia $n = 0,71$, to poszczególne amplitudy mają wartość: $A_3 = 8$, $A_4 = 1,7$, $A_5 = 0,76$ oraz $A_6 = 6,6$. Jak stąd wynika, najslabiej tłumiony przebieg (zależność (6.26)) ma również największą amplitudę, on więc będzie decydował o czasie odpowiedzi oraz o błędzie w stanie przejściowym:

$$\delta_p^{Q1}(t) \approx \frac{8}{|\sin \varphi|} e^{-t/T_1} \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4} + \gamma_3), \quad (6.27)$$

gdzie $T_1 = \frac{1}{\omega_1},$

a $\gamma_3 = -\frac{\pi}{3}$ dla $n = 0,71$.

Funkcja (6.27) ma wartości zerowe dla $\omega_1 t = \frac{\pi}{12} + k\pi$, a ekstrema dla $\omega_1 t = \frac{\pi}{3} + k\pi$. Natomiast funkcja sinus ma wartość 1 dla

$\omega_1 t = 7/12\pi + k\pi$. W drugim kolejnym ekstremum funkcji (6.27) poziom błędu jest jeszcze około dwukrotnie wyższy niż dopuszczalny (0,05). Łatwo jednak można oszacować, że wielkość błędu 0,05 będzie dla czasów bliskich $\omega_1 t = 7/12\pi + k\pi$. Dla tych czasów wartość bezwzględna funkcji sinus jest bliska jedności. Za podstawę oceny czasu odpowiedzi można przyjąć wyrażenie:

$$\delta_p^{Q1}(t) \cong \frac{8}{|\sin\varphi|} e^{-t/T_1}. \quad (6.28)$$

Z powyższej zależności uzyskuje się dla zakresu pomiarowego przetwornika ($\sin\varphi = 1$):

$$\delta_p^{Q1}(t) \leq 0,05,$$

$$\text{dla } t \geq 5,07 T_1 = t_0^{Q1}. \quad (6.29)$$

Ostatecznie więc czas odpowiedzi przetwornika jest określony zależnością (6.29), a błąd w stanie przejściowym przetwornika wynosi:

$$\delta_p^{Q1} \leq \frac{0,05}{|\sin\varphi|}. \quad (6.30)$$

Ponieważ $T_1 = 1/\omega_1$, to z zależności (6.29) poszukiwany czas odpowiedzi wynosi $16 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

6.2. Przetworniki mocy i amplitudy w układzie z kompensacją

W przetworniku omometrycznym z kompensacją wykorzystuje się przetworniki mocy czynnej lub biernej oraz przetworniki amplitud napięcia lub prądu. W rozdziale 3.2. zostały omówione te przetworniki, przy czym uwzględniono tam dwa warianty z różnymi wejściowymi przesuwnikami fazy. Funkcje przejścia filtrów wejściowych niezbędnych w każdym z wariantów zostały zestawione w tabeli 6.

Tabela 6

Dobór filtrów wejściowych w zależności od wielkości mierzonej przetwornika w układzie z kompensacją

Wielkość mierzona	Funkcje przejścia filtrów			
	$K_{x_1}(s)$	$K_{y_1}(s)$	$K_{x_{12}}(s)$	$K_{y_{12}}(s)$
Moc czynna P	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$
Amplituda A_{UI}	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$
Moc bierna Q	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$	$-\frac{sT_1}{sbT_1 + 1}$	$\frac{1}{sbT_1 + 1}$
Moc czynna P_1	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$
Amplituda A_1	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$
Moc bierna Q_1	$\frac{1}{sT_1 + 1}$	$\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$	$-\frac{sT_1}{sT_1 + 1}$	$\frac{1}{sT_1 + 1}$

Oznaczenia P , Q , A odnoszą się do przetworników odpowiednich wielkości w wariancie wykorzystującym układy różniczkujące zbliżone do idealnych, natomiast oznaczenia P_1 , Q_1 , A_1 , do wariantu wykorzystującego wejściowe przesuwniki fazy o kąt $\pm \pi/4$ (rozdział 3.2).

Schemat blokowy przetwornika dla którego jest sporządzona powyższa tabela został przedstawiony na rys. 17b. Funkcja przejścia filtru wyjściowego tego układu: $K_o(s) = R_o$, można go więc uważać za element praktycznie bezinercyjny.

6.2.1. Przetworniki z zastosowaniem idealnych układów różniczkujących

Do określenia stanów przejściowych w przetwornikach z kompensacją przy stosowaniu układów różniczkujących zbliżonych do idealnych zostanie wykorzystana zależność (5.19). Pozwala ona na obliczanie prądów wyjściowych każdej z mnożarek układu kompensacyjnego, a ich suma jest doprowadzana do układu przetwarzającego "prąd - napięcie". W oparciu o funkcje przejścia filtrów (pierwsze trzy wiersze w tabeli 6) można, dla przypadku układu mocy czynnej bądź amplitudy, określić następujące wartości parametrów wzoru (5.19):

$$|K_{x_1}(j\omega_1)| = |K_{y_1}(j\omega_1)| = |K_{x_{12}}(j\omega_1)| = |K_{y_{12}}(j\omega_1)| = 1,$$

$$\beta_{x_1} = \beta_{y_1} \cong 0,$$

$$\beta_{x_{12}} = \beta_{y_{12}} \cong \frac{\pi}{2}, \quad (6.31)$$

$$h_{x_{1k}} = h_{y_{1l}} = -1,$$

$$h_{x_{12k}} = h_{y_{12l}} = \frac{1}{b}.$$

Uwzględniając powyższe relacje uzyskuje się:

$$\begin{aligned} V_{OM}^P(s) &= V_{OM_1}^P(s) + V_{OM_{12}}^P(s) = MR_0 \left\{ \frac{1}{s} \cos \varphi + \right. \\ &+ \frac{1}{b} \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} \left[\sin(\psi + \varphi) \sin(\psi + \frac{\pi}{2}) + \sin \psi \sin(\psi + \varphi + \frac{\pi}{2}) \right] + \\ &\left. + \frac{1}{b^2} \frac{1}{s + \frac{2}{bT_1}} \sin(\psi + \varphi) \sin \psi \right\}. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Z zależności (6.32) błąd przetwornika w stanie przejściowym:

$$\delta_P^P(t) = \frac{1}{|\cos \varphi| b} e^{-t/bT_1} \left[\sin(2\psi + \varphi) + \frac{\sin \psi \sin(\psi + \varphi)}{b} e^{-t/bT_1} \right]. \quad (6.33)$$

Dla czasów bliskich czasu odpowiedzi drugi ze składników umieszczonych w nawiasie jest pomijalnie mały, można więc w przybliżeniu określić ten błąd następująco:

$$\delta_p^P(t) \approx \frac{1}{|\cos \varphi| b} e^{-t/bT_1} \sin(2\psi + \varphi). \quad (6.34)$$

W zależności od kąta załączenia najwyższa wartość amplitudy powyższego wyrażenia będzie, gdy $\sin(2\psi + \varphi) = 1$, czyli:

$$\delta_p^P(t) \leq \frac{1}{|\cos \varphi| b} e^{-t/bT_1}. \quad (6.35)$$

Błąd w stanie przejściowym przetwornika amplitudy uzyskuje się, gdy $\varphi = 0$:

$$\delta_p^A(t) \leq \frac{1}{b} e^{-t/bT_1}. \quad (6.36)$$

Czas odpowiedzi przetwornika jest zależny od wartości parametru b . Jeśli np. $b = 0,1$, to $t_0 = 1,7 \cdot 10^{-3}$ s, a jeśli np. $b = 0,3$, to $t_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ s. Określone czasy odpowiedzi odpowiadają błędowi w stanie przejściowym (przetwornika amplitudy oraz przetwornika mocy czynnej dla jego zakresu pomiarowego) wynoszącemu 5%. Dla podanych tu czasów odpowiedzi błąd przetwornika mocy czynnej, przy różnej niż nominalna wartości mierzonej, zwiększa się zgodnie z zależnością (6.35).

W przetworniku mocy biernej oprócz kompensacji drugiej harmonicznej ma również miejsce kompensacja niektórych składowych przejściowych. Dlatego też w tym przypadku zostaną podane transformaty napięć wyjściowych obu mnożarek układu. Jeśli dla funkcji przejścia z trzeciego wiersza tabeli 6 obliczyć parametry analogicznie jak w zależności (6.31) i wstawić do wzoru (6.19), to uzyskuje się:

$$V_{OM_1}^Q(s) = \frac{1}{2} MR_0 \left\{ \frac{1}{s} \sin \varphi + \operatorname{Im} \left[e^{j(\varphi + 2\psi)} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right.$$

$$+ \left[-2 \sin(\psi + \varphi) \sin(\psi + \frac{\pi}{2}) + \frac{2}{b} \sin \psi \sin(\psi + \varphi) \right] \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} -$$

$$- \frac{2}{b} \sin \psi \sin(\psi + \varphi) \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} \Bigg\}, \quad (6.37)$$

$$V_{OM12}^Q(s) = -\frac{1}{2} MR_0 \left\{ -\frac{1}{s} \sin \varphi + \operatorname{Im} \left[e^{j(\varphi + 2\psi)} \frac{1}{s - 2j\omega_1} \right] + \right.$$

$$+ \left[\frac{2}{b} \sin(\psi + \varphi) \sin \psi - 2 \sin \psi \sin(\psi + \varphi + \frac{\pi}{2}) \right] \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} -$$

$$\left. - \frac{2}{b} \sin \psi \sin(\psi + \varphi) \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} \right\}.$$

Ponieważ napięcie wyjściowe przetwornika jest sumą napięć (6.37), to można zauważyć, że oprócz napięcia drugiej harmonicznej zostanie również skompensowana większość składowych przejściowych. Po zsumowaniu oraz prostych przekształceniach uzyskuje się:

$$V_{OM}^Q(s) = MR_0 \left\{ \sin \varphi - \sin \varphi \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} \right\}. \quad (6.38)$$

Z powyższego błąd w stanie przejściowym przetwornika mocy biernej wynosi:

$$\delta_p^Q(t) = e^{-t/bT_1}. \quad (6.39)$$

Uzyskany czas odpowiedzi przetwornika mocy biernej jest znacznie mniejszy niż przetwornika mocy czynnej, a ponadto nie zależy od wartości wielkości mierzonej. Trzeba jednak zauważyć, że uzyskany czas nie jest największym z możliwych w omawianym przetworniku. Większy, niż to wynika z zależności (6.39), będzie czas odpowiedzi, gdy tylko jeden z sygnałów przetwornika zmieni się skokowo (V_{x_1} i $V_{x_{12}}$ lub V_{y_1} i $V_{y_{12}}$). W obu przypadkach analogiczna będzie transformata sygnału wyjściowego:

$$V_{OM}^Q(s) = MR_0 \left\{ \frac{1}{s} \sin \varphi + \frac{1}{s + \frac{1}{bT_1}} \left[\frac{1}{b} \sin \psi \sin(\psi + \varphi) + \sin \psi \sin(\psi + \varphi + \frac{\pi}{2}) \right] \right\}. \quad (6.40)$$

Ponieważ b jest znacznie mniejsze od jedności, to ostatecznie błąd w stanie przejściowym przetwornika mocy biernej jest określony zależnością:

$$\delta_p^Q(t) = \frac{1}{|\sin \varphi| b} e^{-t/bT_1} |\sin \psi \sin(\psi + \varphi)|. \quad (6.41)$$

Występujący w tej zależności iloczyn sinusów zmienia się w zakresie od 0,5 do 1 (jeśli dobierać ψ ze względu na maksimum tego iloczynu). Dla zakresu pomiarowego przetwornika uzyskuje się:

$$\delta_p^Q(t) = \frac{1}{2b} e^{-t/bT_1}. \quad (6.42)$$

Dla takich samych, jak w przetworniku mocy czynnej, czasów odpowiedzi uzyskuje się więc dwukrotnie mniejszy błąd w stanie przejściowym. Jeśli natomiast przyjąć ten sam poziom błędu, to uzyskuje się nieznacznie mniejsze czasy odpowiedzi. Jeśli $b = 0,1$, to $t_0^Q = 1,45 \cdot 10^{-3}$ s, a jeśli $b = 0,3$, to $t_0^Q = 3,3 \cdot 10^{-3}$ s.

6.2.2. Przetworniki z zastosowaniem przesuwników fazy o kąt $\pm \pi/4$.

W tym przypadku nie można poczynić żadnych uproszczeń w transformacie sygnału wyjściowego i trzeba do obliczeń wykorzystać zależność (5.11). W przypadku przetwornika mocy czynnej, w oparciu o funkcje przejścia filtrów z tabeli 6, uzyskuje się:

$$|K_{x_1}(j\omega_1)| = |K_{y_1}(j\omega_1)| = |K_{x_{12}}(j\omega_1)| = |K_{y_{12}}(j\omega_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\beta_{x_1} = \beta_{y_1} = -\frac{\pi}{4},$$

$$\beta_{x_{12}} = \beta_{y_{12}} = + \frac{\pi}{4},$$

$$H_{x_1} = - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}), \quad (6.43)$$

$$H_{y_1} = - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi - \frac{\pi}{4}),$$

$$H_{x_{12}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}),$$

$$H_{y_{12}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\psi - \frac{\pi}{4}),$$

$$p_{ij} = - \frac{1}{T_1}.$$

Po wstawieniu powyższych parametrów do zależności (5.11) w celu określenia transformat prądów wyjściowych I_{oM_1} oraz $I_{oM_{12}}$, zsumowaniu tych prądów oraz pomnożeniu przez $K_o(s) = R_o$ uzyskuje się następującą transformatę napięcia wyjściowego przetwornika:

$$\begin{aligned} V_{oM}^{P1}(s) = & \frac{1}{2}MR_o \left\{ \frac{1}{s} \cos \varphi + \right. \\ & + \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) J_m \left[(e^{j(\psi + \frac{\pi}{4})} - e^{j(\psi - \frac{\pi}{4})}) \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] + \\ & + \sin(\psi - \frac{\pi}{4}) J_m \left[(e^{j(\psi + \varphi + \frac{\pi}{4})} - e^{j(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4})}) \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] + \\ & \left. + 2 \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) \sin(\psi - \frac{\pi}{4}) \frac{1}{s + \frac{1}{T_1}} \right\}. \quad (6.44) \end{aligned}$$

Umieszczone w nawiasach kwadratowych różnice liczb zespolonych można uprościć:

$$e^{j(\psi + \frac{\pi}{4})} - e^{j(\psi - \frac{\pi}{4})} = -2 \sin \psi e^{-j \frac{\pi}{4}} \quad (6.45)$$

Uwzględniając relację (6.45) w zależności (6.44) uzyskuje się:

$$\begin{aligned} V_{oM}^{P1}(s) = & \frac{1}{2}MR_o \left\{ \frac{1}{s} \cos \varphi - \right. \\ & - 2 J_m \left[e^{-j \frac{\pi}{4}} \frac{1}{s + \frac{1}{T_1} - j\omega_1} \right] \left[\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) \sin \psi + \sin(\psi - \frac{\pi}{4}) \sin(\psi + \varphi) \right] + \end{aligned}$$

$$+ 2\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4})\sin(\psi - \frac{\pi}{4}) \frac{1}{s + 2/T_1} \Big\} . \quad (6.46)$$

Największe znaczenie w stanie przejściowym ma drugi składnik wyrażenia (6.46). Ekstrema sumy iloczynów sinusów w nawiasie kwadratowym występują dla:

$$\psi = \frac{\pi}{8} - \frac{\varphi}{2} + k \frac{\pi}{2}. \quad (6.47)$$

Po uwzględnieniu warunku (6.47) oraz pominięciu zanikającego znacznie szybciej składnika odpowiadającego ostatniemu wyrażeniu w zależności (6.46) uzyskuje się następujący błąd przetwornika mocy czynnej w stanie przejściowym:

$$\delta_P^{P1}(t) = \frac{2 + \sqrt{2}|\cos \varphi|}{|\cos \varphi|} e^{-t/T_1} \left| \sin(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) \right|. \quad (6.48)$$

Dla $\varphi = 0$ otrzymuje się błąd przetwornika amplitudy oraz przetwornika mocy czynnej dla jego zakresu pomiarowego:

$$\delta_P^{A1}(t) = (2 + \sqrt{2}) e^{-t/T_1} \left| \sin(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) \right|. \quad (6.49)$$

Z powyższego wyrażenia łatwo obliczyć, że pięcioprocentowy czas odpowiedzi przetwornika dla jego zakresu pomiarowego wynosi $12,2 \cdot 10^{-3}$ s.

Jeśli obliczyć parametry analogiczne jak w (6.43), dla funkcji przejścia filtrów przetwornika mocy biernej, zsumować sygnały wyjściowe każdej z mnożarek oraz wykorzystać relacje analogiczne do (6.45), to uzyskuje się następujące napięcie wyjściowe omawianego przetwornika:

$$U_{oM}^{Q1}(t) = \frac{1}{2} M R_o \left\{ \sin \varphi + \sqrt{2} e^{-t/T_1} \left[-\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{4}) \sin(\omega_1 t + \psi) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin(\psi - \frac{\pi}{4}) \sin(\omega_1 t + \psi + \varphi) \right] \right\}. \quad (6.50)$$

Składnik umieszczony w nawiasie kwadratowym można przekształcić tak, że uzyskuje się:

$$U_{OM}^{Q1}(t) = \frac{1}{2} M R_0 \left\{ \sin \varphi - \sqrt{2} e^{-t/T_1} \sin \varphi \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}) \right\} \quad (6.51)$$

Z powyższej zależności błąd w stanie przejściowym przetwornika mocy biernej:

$$\delta_p^{Q1}(t) = \sqrt{2} e^{-t/T_1} \left| \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}) \right|. \quad (6.52)$$

W tym przypadku więc błąd nie zależy od kąta załączenia jak również od wartości wielkości mierzonej ($\sin \varphi$). Jest to związane z zauważonym już przy stosowaniu układów różniczkujących zbliżonych do idealnych, efektem kompensacji składowych przejściowych. Pięcioprocentowy czas odpowiedzi wynosi w omawianym przypadku $11,2 \cdot 10^{-3}$ s.

Kompensacja składowych przejściowych nie występuje, gdy zmienia się skokowo tylko jeden z sygnałów wejściowych przetwornika. W tym przypadku znika jeden ze składników w nawiasie kwadratowym wyrażenia (6.50). Jeśli założyć, że pozostaje drugi ze składników, to przyjmując $\psi - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ otrzymuje się:

$$\delta_p^{Q1}(t) = \frac{\sqrt{2}}{|\sin \varphi|} e^{-t/T_1} \left| \sin(\omega_1 t + \varphi - \frac{\pi}{4} + k\pi) \right|. \quad (6.53)$$

Gdy pozostaje pierwszy ze składników stanu przejściowego w (6.50), to otrzymuje się zależność identyczną jak powyższa. Efekt kompensacji składowych przejściowych już tutaj nie występuje, a błąd przetwornika w stanie przejściowym zależy od przesunięcia fazy jego sygnałów wejściowych ($|\sin \varphi|$).

Dla zakresu pomiarowego przetwornika pięcioprocentowy czas odpowiedzi jest identyczny jak wynikający z zależności (6.52) i wynosi $11,2 \cdot 10^{-3}$ s. Natomiast błąd w stanie przejściowym dla tego czasu odpowiedzi zmienia się w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do $|\sin \varphi|$ (zależność (6.53)).

6.3. Przetworniki omometryczne

Dynamikę przetworników omometrycznych można ocenić w oparciu o rozważania zawarte w rozdziale 5.5. Z przedstawionych tam wywodów wynika, że w przypadku, gdy czasy odpowiedzi sygnałów licznika oraz mianownika są zbliżone do siebie, to czas odpowiedzi przetwornika jest równy większemu z nich, a błąd w stanie przejściowym jest sumą błędów sygnału licznika i mianownika. Natomiast, gdy czasy odpowiedzi sygnałów licznika i mianownika różnią się znacznie, to czas odpowiedzi przetwornika omometrycznego jest równy większemu z nich, a jego błąd jest taki, jak błąd dla tego sygnału. Na podstawie dotychczas obliczonych wartości czasów odpowiedzi oraz błędów przetworników wchodzących w skład przetwornika omometrycznego można od razu obliczyć jego parametry dynamiczne. Wszystkie te wartości zostały zestawione w tabeli 7.

Tabela 7

Zestawienie czasów odpowiedzi i błędów w stanie przejściowym przetworników

Wielkość mierzona	Przetworniki z filtracją				Przetworniki z kompensacją			
	Wersja 1		Wersja 2		Wersja 1 (b=0,3)		Wersja 2	
	t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]	t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]	t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]	t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]
P	7,9	6	7,9	6	4	5	12,2	5
Q	8,9	5	16	5	3,3	5	11,2	5
A_{UI}	7,9	6	7,9	6	4	5	12,2	5
R, G	7,9	12	7,9	12	4	10	12,2	10
X, B	8,9	11	16	5	4	10	12,2	10
Z, Y	7,9	12	7,9	12	4	10	12,2	10

Przy czym: R - rezystancja, G - konduktancja, X - reaktancja,
 B - susceptancja, Z - impedancja, Y - admitancja.

Z powyższej tabeli wynika, że omawiane przetworniki posiadają bardzo korzystne cechy dynamiczne. Czas odpowiedzi przetworników mocy i amplitud jest kilkakrotnie mniejszy niż w znanych i produkowanych układach. W przetwornikach omometrycznych czas ten nieco się zwiększa (dla tego samego poziomu błędu w stanie przejściowym), lecz przyrost ten, jak przekonują przeprowadzone pomiary jest rzędu pojedynczych procentów.

7. PRZETWORNIKI PRZY PERIODYCZNYCH I APERIODYCZNYCH ZAKŁÓCENIACH SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH

Sygnały uzyskiwane z obiektów rzeczywistych zawsze są w pewnym stopniu zakłócone. Zakłócenia sygnałów mogą istnieć zarówno w normalnych stanach pracy urządzeń czy elementów systemu energetycznego, jak też mogą powstawać w warunkach awaryjnych. Błędy dodatkowe przetworników wywołane tymi czynnikami zależą od charakteru i poziomu zakłóceń sygnałów. Zagadnienia te zostaną rozważone poniżej.

7.1. Wpływ zakłóceń na działanie przetworników

Na błąd przetwornika omometrycznego składa się błąd układu dzielenia oraz błędy jego sygnałów wejściowych, to znaczy błędy pośredniczących przetworników mocy czynnej oraz kwadratu wartości skutecznych napięcia lub prądu. Ponieważ zakłócenia sygnałów wejściowych przetwornika nie mają wpływu na błąd układu dzielenia, to dla oceny błędu dodatkowego wywołanego tymi czynnikami wystarczy określić odpowiednie wartości błędów na wyjściu układów mnożących. Jeśli filtry wejściowe mają funkcje przejścia $K_x(s)$ oraz $K_y(s)$, sygnały wejściowe przetwornika zawierają oprócz podstawowej harmoniczej również wyższe harmoniczne oraz składową stałą, to napięcia wejściowe układów mnożenia są następujące:

$$U_x = U_m |K_x(j\omega_1)| \left[\sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x) + E_{0x} + E_{2x} + E_{3x} + \dots + E_{nx} \right]$$

$$U_y = I_m R |K_y(j\omega_1)| \left[\sin(\omega_1 t + \beta_y) + E_{0y} + E_{2y} + E_{3y} + \dots + E_{ny} \right], \quad (7.1)$$

gdzie

$$E_{lx} = \frac{U_{lx}}{U_m} \frac{|K_x(jl\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)|} \sin(l\omega_1 t + \varphi_{lx} + \beta_{lx}),$$

E_{ly} jest określone analogicznie, U_{lx} lub U_{ly} to amplitudy napięcia l -tej harmonicznej, natomiast β to przesunięcie fazy wprowadzane przez filtry wejściowe.

W wyniku mnożenia napięć U_x oraz U_y w prądzie wyjściowym mnożarki występują pewne typowe składowe, które mogą być opisane następującymi relacjami:

$$k_o E_{ox} \sin(\omega_1 t + \beta_y) = k_o \frac{U_{ox}}{U_m} \frac{|K_x(0)|}{|K_x(j\omega_1)|} \sin(\omega_1 t + \beta_y), \quad (7.2)$$

$$k_o E_{oy} \sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x) = k_o \frac{U_{oy}}{I_m R} \frac{|K_y(0)|}{|K_y(j\omega_1)|} \sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x),$$

$$k_o E_{ox} E_{oy} = \frac{U_{ox} U_{oy}}{U_m I_m R} \frac{|K_x(0)| |K_y(0)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|}, \quad (7.3)$$

$$k_o E_{lx} \sin(\omega_1 t + \beta_y) = \frac{1}{2} k_o \frac{U_{lx}}{U_m} \frac{|K_x(jl\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)|} \left\{ \cos[(l-1)\omega_1 t + \varphi_{lx} + \beta_{lx} - \beta_y] - \cos[(l+1)\omega_1 t + \varphi_{lx} + \beta_{lx} + \beta_y] \right\} \quad (7.4)$$

$$k_o E_{ly} \sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x) = \frac{1}{2} k_o \frac{U_{ly}}{I_m R} \frac{|K_y(jl\omega_1)|}{|K_y(j\omega_1)|} \left\{ \cos[(l-1)\omega_1 t + \varphi_{ly} + \beta_{ly} - \varphi - \beta_x] - \cos[(l+1)\omega_1 t + \varphi_{ly} + \beta_{ly} + \varphi + \beta_x] \right\},$$

$$k_o E_{ox} E_{ly} = k_o \frac{U_{ox} U_{ly}}{U_m I_m R} \frac{|K_x(0)| |K_y(jl\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|} \sin(l\omega_1 t + \varphi_{ly} + \beta_{ly}),$$

$$k_o E_{oy} E_{lx} = k_o \frac{U_{oy} U_{lx}}{U_m I_m R} \frac{|K_y(0)| |K_x(jl\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|} \sin(l\omega_1 t + \varphi_{lx} + \beta_{lx}), \quad (7.5)$$

$$k_o E_{lx} E_{ly} = \frac{1}{2} k_o \frac{U_{lx} U_{ly}}{U_m I_m R} \frac{|K_x(jl\omega_1)| |K_y(jl\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|} \left\{ \cos(\varphi_{lx} - \varphi_{ly} + \beta_{lx} - \beta_{ly}) - \cos(2l\omega_1 t + \varphi_{lx} + \varphi_{ly} + \beta_{lx} + \beta_{ly}) \right\}, \quad (7.6)$$

$$k_0 E_{1x} E_{ky} = \frac{1}{2} k_0 \frac{U_{1x} U_{ky}}{U_m I_m R} \frac{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_y(j\omega_1)|}$$

$$\left\{ \cos \left[(1 - k) \omega_1 t + \varphi_{1x} - \varphi_{ky} + \beta_{1x} - \beta_{ky} \right] - \right. \quad (7.7) \\ \left. - \cos \left[(1 + k) \omega_1 t + \varphi_{1x} + \varphi_{ky} + \beta_{1x} + \beta_{ky} \right] \right\}.$$

Jak wynika z powyższych zależności, jeśli w obu sygnałach wejściowych istnieje składowa stała lub składowe o tej samej częstotliwości, to są one źródłem składowej stałej na wyjściu układu mnożącego - (7.3), (7.6). Błąd ten nie może być usunięty z sygnału wyjściowego, ponieważ wartość mierzona jest również stałoprądowa. Wynika stąd wniosek, że w conajmniej jednym sygnale wejściowym musi być wyfiltrowana składowa stała, jak również składowe o częstotliwościach powtarzających się w drugim sygnale wejściowym. Jeśli składowa stała pozostaje w jednym z sygnałów wejściowych, to w sygnale wyjściowym istnieje sygnał o częstotliwości podstawowej (7.2). Filtr eliminujący sygnał o tej częstotliwości spowoduje poważne pogorszenie dynamiki układu. Znacznie łatwiejsze jest wyeliminowanie składowej stałej na wejściu układu mnożenia; wystarczy zastosować układ różniczkujący. Filtry wejściowe powinny więc być tak dobrane aby:

$$\begin{aligned} K_x(0) &= 0, \\ K_y(0) &= 0. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Przy spełnieniu powyższych warunków składowe sygnału wyjściowego wywołane zakłóceniami, opisane relacjami (7.2), (7.3) oraz (7.5), mają wartość zero. Pozostałe składniki błędu wywołanego zakłóceniami mogą być eliminowane zarówno w sygnałach wejściowych jak też w sygnale wyjściowym, a właściwy dobór filtrów zależy od konkretnych wartości zakłóceń, przy czym należy

rozpatrywać błąd dodatkowy wywołany tymi czynnikami w powiązaniu z pogorszeniem dynamiki układu. Poprawnie dobrane filtry powinny zapewniać minimum błędu przy zadanym czasie odpowiedzi układu bądź też minimalną wartość czasu odpowiedzi przy zadanym błędzie dodatkowym.

7.2. Zakłócenia typowe dla sygnałów uzyskiwanych z systemu energetycznego, ich eliminacja oraz wpływ na błędy i dynamikę przetworników

Rozpatrywany poniżej przypadek ma w pewnym sensie charakter przykładowy. Zawartość zakłóceń w różnych stanach awaryjnych systemu może różnić się jakościowo i ilościowo. W niektórych przypadkach amplitudy wyższych harmonicznych mogą być większe niż amplituda częstotliwości podstawowej. Przyjmuje się jednak, że w normalnym stanie pracy systemu najniższą częstotliwością zakłócenia sygnału napięciowego i prądowego jest trzecia harmoniczna o amplitudzie nie przekraczającej pięć procent amplitudy sygnału o częstotliwości podstawowej. Dodatkowo, w związku ze stanem przejściowym w systemie energetycznym, należy się liczyć z zakłóceniem sygnału prądowego składową aperiodyczną o tak długiej stałej czasu w stosunku do okresu częstotliwości podstawowej, że można to zakłócenie uważać za składową stałą. Wartość tej składowej stałej nie przekracza amplitudy sygnału o częstotliwości podstawowej. Przez analogię do zależności (7.1) można przyjąć, że napięcia wejściowe układu mnożenia są następujące:

$$U_x = U_m |K_x(j\omega_1)| |K_{zx}(j\omega_1)| [\sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x) + E_{3x}], \quad (7.9)$$

$$U_y = I_m R |K_y(j\omega_1)| |K_{zy}(j\omega_1)| [\sin(\omega_1 t + \beta_y) + E_{0x} + E_{3y}],$$

gdzie K_{zx} oraz K_{zy} są funkcjami przejścia filtrów wprowadzonych dodatkowo w celu eliminacji zakłóceń sygnałów wejściowych. Zgodnie z poprzednimi rozważaniami składowa stała ma być wyeliminowana już w sygnale wejściowym. Wynika stąd:

$$|K_y(0)| |K_{zy}(0)| = 0. \quad (7.10)$$

O wartości błędu będą więc decydowały składniki mnożenia napięć o częstotliwości ω_1 przez napięcia o częstotliwości $3\omega_1$ oraz iloczyn napięć o częstotliwości $3\omega_1$. Aby uprościć zapis przyjęto oznaczenia:

$$N_x = \frac{U_{3x}}{U_m} \frac{|K_x(3j\omega_1)| |K_{zx}(3j\omega_1)|}{|K_x(j\omega_1)| |K_{zx}(j\omega_1)|}, \quad (7.11)$$

$$N_y = \frac{U_{3y}}{I_m R} \frac{|K_y(3j\omega_1)| |K_{zy}(3j\omega_1)|}{|K_y(j\omega_1)| |K_{zy}(j\omega_1)|}.$$

Przy tych oznaczeniach składniki błędu wywołanego zakłóceniami są następujące:

$$k_0 E_{3x} E_{3y} = \frac{1}{2} k_0 N_x N_y \left\{ \cos(\varphi_{3x} - \varphi_{3y} + \beta_{3x} + \beta_{3y}) - \right. \quad (7.12)$$

$$\left. - \cos(6\omega_1 t + \varphi_{3x} + \varphi_{3y} + \beta_{3x} + \beta_{3y}) \right\},$$

$$k_0 E_{3x} \sin(\omega_1 t + \beta_y) + k_0 E_{3y} \sin(\omega_1 t + \varphi + \beta_x) =$$

$$= \frac{1}{2} k_0 \left\{ N_x [\cos(2\omega_1 t + \varphi_{3x} + \beta_{3x} - \beta_y) - \cos(4\omega_1 t + \varphi_{3x} + \beta_{3x} + \beta_y)] + \right.$$

$$\left. + N_y [\cos(2\omega_1 t + \varphi_{3y} + \beta_{3y} - \varphi - \beta_x) - \cos(4\omega_1 t + \beta_{3x} + \beta_{3y} + \varphi + \beta_x)] \right\}. \quad (7.13)$$

Ponieważ funkcja przejścia filtru wyjściowego wynosi $K_o(s)$, to po obliczeniu $|K_o(j\omega)|$ dla częstotliwości wynikających z po-

wyższych zależności, można uzyskać składowe błędy napięcia wyjściowego. Przyjmując zamiast przebiegów przemennych ich amplitudy (co zwiększa wartość błędu), uwzględniając że wartość średnia sygnału odniesiona do zakresu pomiarowego wynosi $1/2 k_0 \cos(\varphi + \beta_x - \beta_y)$, po przekształceniach uzyskuje się następującą wartość błędu:

$$\delta_{zF} = \frac{1}{|\cos(\varphi + \beta_x - \beta_y)|} \left\{ N_x N_y [|K_0(0)| + |K_0(6j\omega_1)|] + \right. \\ \left. + (N_x + N_y) [|K_0(2j\omega_1)| + |K_0(4j\omega_1)|] \right\}. \quad (7.14)$$

Dla przyjętego uprzednio filtru rezonansowego relacja ta uprości się do postaci:

$$\delta_{zF} = \frac{1}{|\cos(\varphi + \beta_x - \beta_y)|} \left\{ 2N_x N_y + N_x + N_y \right\}, \quad (7.15)$$

przy czym N_x i N_y są określone relacją (7.11).

Błąd przetwornika w układzie z kompensacją jest określony analogicznie:

$$\delta_{zK} = \frac{1}{|\cos(\varphi + \beta_x - \beta_y)|} \left\{ [N_{x_1} N_{y_1} + N_{x_{12}} N_{y_{12}}] + \right. \\ \left. + [N_{x_1} + N_{y_1} + N_{x_{12}} + N_{y_{12}}] \right\}, \quad (7.16)$$

przy czym indeksy 1 oraz 12 odnoszą się odpowiednio do pierwszej i drugiej mnożarki przetwornika. Jak więc wynika z zależności (7.11), (7.15) i (7.16) błąd wywołany zakłóceniem trzecią harmoniczną jest zależny od amplitudy zakłócenia odniesionej do amplitudy sygnału użytecznego oraz ilorazu modułów funkcji przejścia filtrów wejściowych dla trzeciej harmonicznej i częstotliwości podstawowej. Można również zauważyć, że wpływ czynników

$N_x N_y$ w wyrażeniach (7.15) i (7.16) jest pomijalny, ponieważ wartości N powinny być bliskie zera.

Rozpatrując błędy dodatkowe spowodowane zakłóceniami sygnałów wejściowych, minimalizację błędów trzeba powiązać z rozważaniami dotyczącymi dynamiki. Celem jest bowiem minimalizacja błędu przy możliwie nieznacznym pogorszeniu dynamiki układu. Najwłaściwszym z tego punktu widzenia rozwiązaniem w omawianym przypadku wydaje się zastosowanie w obwodach wejściowych filtra rezonansowego dostrojonego do częstotliwości $3\omega_1$, który bardzo skutecznie zmniejsza poziom trzeciej harmonicznej, a równocześnie posiada korzystne cechy dynamiczne. Filtr ten ma funkcję przejścia:

$$K_{03}(s) = \frac{s^2 + 3/Q \omega_1 s + 9\omega_1^2}{s^2 + 6n \omega_1 s + 9\omega_1^2}, \quad (7.17)$$

przy czym Q jest dobrocią filtra dla częstotliwości $3\omega_1$. Dla eliminacji z sygnału wejściowego (7.9) proporcjonalnego do prądu kontrolowanego obwodu składowej stałej najkorzystniejsze jest (jak to omówiono poprzednio) zastosowanie filtra będącego układem różniczkującym. Poprawne działanie przetworników określonych wielkości wymaga w związku z tym odpowiedniego dobrania pozostałych filtrów wejściowych dla zapewnienia właściwych przesunięć fazowych sygnałów. Przy tym w przetwornikach z filtracją filtry wejściowe przy pomiarze mocy biernej są identyczne (z wyjątkiem $K_{03}(s)$) jak w przypadku, gdy sygnały wejściowe nie zawierają zakłóceń. Natomiast w przetwornikach mocy czynnej oraz wartości skutecznych napięcia czy prądu konieczne jest stosowanie w torze napięciowym identycznych jak w torze prądowym układów różniczkujących, w celu skompensowania przesunięcia fazy. W przetwornikach z kompensacją składowej przemiennej można nato-

miast postąpić inaczej. Jeśli w torze prądowym będzie stosowany układ różniczkujący zbliżony do idealnego (przesunięcie fazy $+\frac{\pi}{2}$), to stosując przetwornik mocy czynnej uzyskuje się pomiar mocy biernej, natomiast stosując przetwornik mocy biernej mierzy się moc czynną. Niezbędne w omawianych przypadkach filtry wejściowe zostały zestawione w podanych dalej tabelach 8 i 9.

Czasy odpowiedzi przetworników były obliczane zgodnie z zależnościami podanymi w rozdziale 5 analogicznie jak w rozdziale 6 nie ma więc potrzeby ich przytaczania. Obliczenia te były nieco bardziej złożone ze względu na bardziej skomplikowane funkcje przejścia filtrów. Wartości czasów odpowiedzi przetworników zostały zestawione w tabelach 8 i 9. W tabelach tych podano również błędy dodatkowe obliczone według zależności (7.15) dla przetworników z filtracją oraz (7.16) dla przetworników z kompensacją, jak również funkcje przejścia wymaganych filtrów wejściowych. Aby tabele 8 i 9 miały prostszą postać zostały wprowadzone następujące oznaczenia:

$$\begin{aligned}K_1 &= \frac{1}{sbT_1 + 1}, \\K_2 &= \frac{sT_1}{sbT_1 + 1}, \\K_3 &= \frac{1}{sT_1 + 1}, \\K_4 &= \frac{sT_1}{sT_1 + 1},\end{aligned}\tag{7.18}$$

przy czym

$$T_1 = \frac{1}{\omega_1}.$$

Tabela 8

Funkcje przejścia filtrów wejściowych, błędy dodatkowe oraz czasy odpowiedzi przetworników w układzie z filtracją przy zakłóconych sygnałach wejściowych

Wielkość mierzona	Funkcje przejścia		δ_{ZF} [%]	t_o (5%) [10^{-3} s]
	$[K_x(s)]$	$[K_y(s)]$		
P_z	$[K_2 K_{03}]$	$[K_2 K_{03}]$	0,11	12,6
Q_z	$[K_1 K_{03}]$	$[K_2 K_{03}]$	0,07	11,2
A_{UI_z}	$[K_2(K_{03})]$	$[K_2(K_{03})]$	[0,11] (0,05)	12,6
$P1_z$	$[K_4 K_{03}]$	$[K_4 K_{03}]$	0,07	16,5
$Q1_z$	$[K_3 K_{03}]$	$[K_4 K_{03}]$	0,05	15,3
A_{UI_z}	$[K_4(K_{03})]$	$[K_4(K_{03})]$	[0,07] (0,05)	[16,5] (10,7)

Tabela 9

Funkcje przejścia filtrów wejściowych, błędy dodatkowe oraz czasy odpowiedzi przetworników w układzie z kompensacją przy zakłóconych sygnałach wejściowych

Wiel- kość mie- rzona	Funkcje przejścia filtrów				δ_{ZK} [%]	t_o (5%) [10^{-3} s]
	K_{x1}	K_{y1}	K_{x12}	K_{y12}		
P_z	$K_1[K_1K_{03}]$	$-K_2[K_2K_{03}]$	$K_2[K_1K_{03}]$	$K_1[K_2K_{03}]$	0,19	8,1
Q_z	$K_1[K_1K_{03}]$	$K_1[K_2K_{03}]$	$K_2[K_1K_{03}]$	$K_2[K_2K_{03}]$	0,19	7,9
A_{UI_z}	$K_1[K_2(K_{03})]$	$K_1[K_2(K_{03})]$	$K_2[K_2(K_{03})]$	$K_2[K_2(K_{03})]$	[0,28] (0,13)	[8,2] (7,4)
$P1_z$	$K_3[K_1K_{03}]$	$-K_4[K_2K_{03}]$	$K_4[K_1K_{03}]$	$K_3[K_2K_{03}]$	0,13	12,7
$Q1_z$	$K_3[K_1K_{03}]$	$K_3[K_2K_{03}]$	$K_4[K_1K_{03}]$	$K_4[K_2K_{03}]$	0,13	11,9
A_{UI_z}	$K_3[K_2(K_{03})]$	$K_3[K_2(K_{03})]$	$K_4[K_2(K_{03})]$	$K_4[K_2(K_{03})]$	[0,19] (0,06)	13,1

Oznaczenia poszczególnych wielkości mierzonych są takie, jak w tabelach 5 i 6 odpowiednio, a indeks z oznacza pomiar tych wielkości w warunkach zakłóceń.

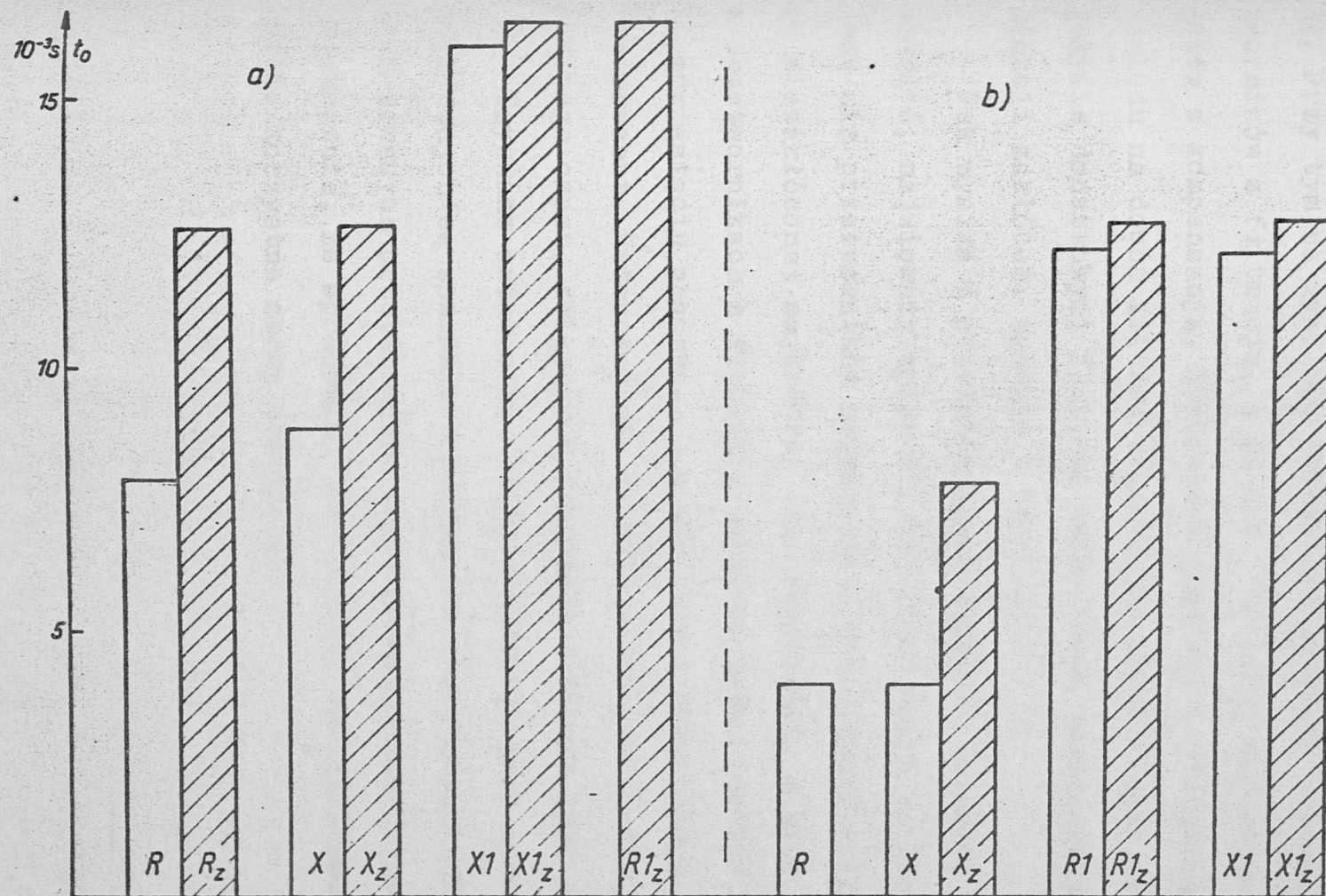
Wartości błędów podane w tabelach zostały obliczone dla $b = 0,3$. Są one niewielkie zarówno w przypadku przetworników z filtracją jak w przetwornikach z kompensacją. Funkcje przejścia filtrów wprowadzonych w związku z eliminacją zakłóceń zostały umieszczone w nawiasach kwadratowych. W przypadku przetworników napięcia stosowanie układów różniczkujących nie jest konieczne; funkcje przejścia niezbędnych wówczas filtrów zostały umieszczone w nawiasach okrągłych (pozostałe funkcje przejścia z nawiasów kwadratowych nie są potrzebne). W tych przypadkach uzyskuje się różne wartości błędów dodatkowych i czasów odpowiedzi, które zostały wyróżnione odpowiednio nawiasami kwadratowymi i okrągłymi.

W omawianym przypadku zakłóceń sygnałów uzyskiwanych z systemu energetycznego trzeba również liczyć się ze składowymi o bardzo wysokiej częstotliwości, rzędu setek kiloherców. Elementy inercyjne skutecznie eliminują takie częstotliwości.

Układy różniczkujące również mogą zapewnić odpowiednią filtrację tych składowych, są bowiem w rzeczywistości układami rzędu drugiego (3.12) spełniającymi warunek $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |K(j\omega)| = 0$. Należy jedynie w zależności od częstotliwości zakłócenia dobrać odpowiednio wartości stałych czasu.

7.3. Porównanie czasów odpowiedzi analogicznych przetworników z filtrami eliminującymi zakłócenia sygnałów oraz bez tych filtrów

Odpowiednie dobranie filtrów wejściowych powoduje, że wpływ zakłóceń na błędy przetworników jest niewielki. Interesujące może być stwierdzenie, jaki jest ten wpływ na czasy



Rys. 18 Czasy odpowiedzi przetworników rezystancji i reaktancji w układzie z filtracją, a) oraz kompensacją, b), przy niezakłóconych (tabela 5,6 i 7) oraz zakłóconych (indeks z, tabela 8 i 9) sygnałach wejściowych.

odpowiedzi przetworników. Odpowiednie wartości uzyskane z obliczeń a umieszczone w tabeli 7 odpowiednio dla układów z filtracją i kompensacją oraz w tabelach 8 i 9 zostały przedstawione na rys. 18. Przy tym na rys. 18a przedstawiono czasy odpowiedzi przetworników z filtracją, a na rys. 18b czasy odpowiedzi przetworników z kompensacją. Zestawiono przy tym odpowiadające sobie ze względu na dobór filtrów wejściowych przetworniki, różniące się jedynie dodatkowymi filtrami wejściowymi wprowadzonymi do eliminacji zakłóceń, zgodnie z tabelami 8 i 9.

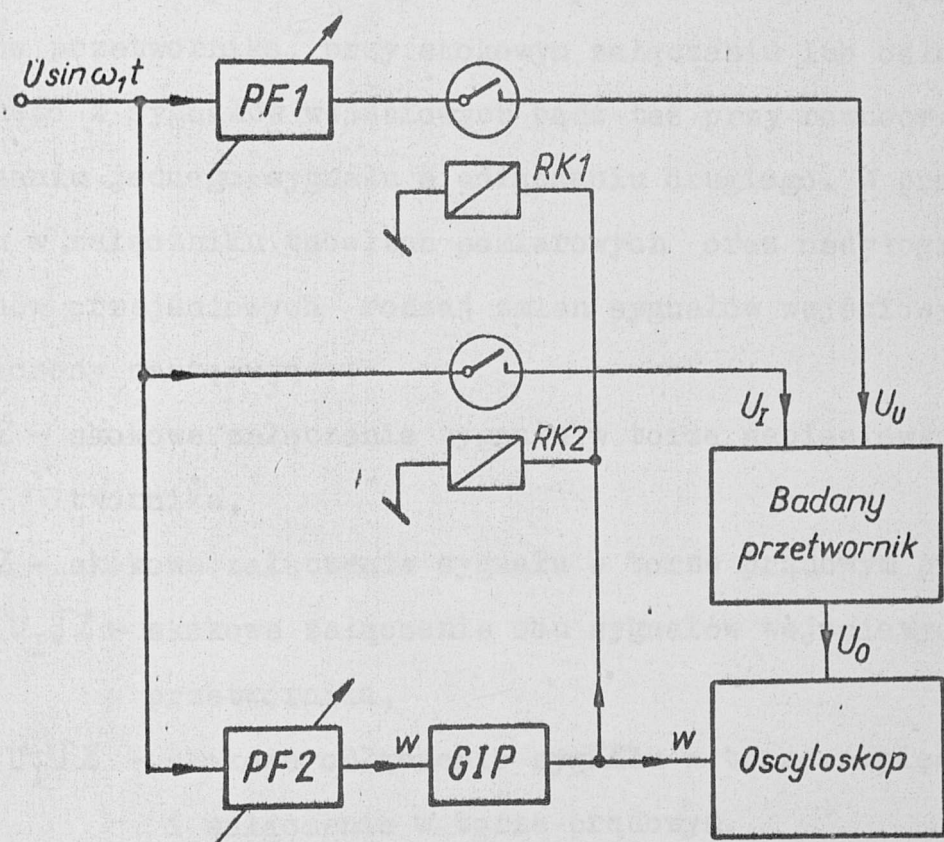
Jak wynika z przedstawionego rysunku, co można było przewidzieć, największy wpływ filtrów dodatkowych na czas odpowiedzi jest dla przetworników najszybszych posiadających (gdy sygnały są niezakłócone) najkrótszy czas odpowiedzi. W tych przypadkach w przetwornikach z filtracją przyrost czasu odpowiedzi sięga pięćdziesięciu procent, a w układach z kompensacją osiąga nawet sto procent. Natomiast dla układów wolniejszych (R1, X1) zwiększenie tego czasu, związane z filtracją zakłóceń jest niewielkie.

Uzyskane ostatecznie czasy odpowiedzi przetworników omometrycznych są znacznie mniejsze niż czasy odpowiedzi znanych i stosowanych przetworników mocy. Podsumowując można stwierdzić ostatecznie, że opracowane przetworniki omometryczne posiadają bardzo korzystne cechy dynamiczne.

8. POMIARY PRZETWORNIKÓW W STANACH PRZEJŚCIOWYCH

8.1. Metodyka pomiarów

Obliczone czasy odpowiedzi przetworników trzeba jeszcze skonfrontować z wynikami pomiarów. Zostały wykonane modelowe badania dynamiki przetworników w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 19.



rys. 19. Schemat blokowy układu do pomiaru czasów odpowiedzi przetworników, PF – przesuwniki fazy, GIP – wyzwalany generator impulsów prostokątnych, RK – kontaktrony, w – wyzwalanie generatora lub oscyloskopu

W skład układu pomiarowego wchodzi: źródło napięcia przemien-
nego, regulowany przesuwnik fazowy PF-1 służący do zmiany prze-
sunienia fazy sygnału "napięciowego" i "prądowego" przetwornika,

przesuwnik fazowy PF-2 połączony z wyzwalanym generatorem impulsów prostokątnych (GIP) wykorzystywany do regulacji kąta załączenia sygnałów przetwornika, dwa kontaktrony RK-1 i RK-2 służące do załączania sygnałów oraz oscyloskop, z którego ekranu odczytywano wielkości czasów odpowiedzi. Układ pomiarowy jest całkiem prosty i zapewnia zadawalającą dokładność pomiaru czasów odpowiedzi przetworników (około 5%). Układ ten umożliwia również pomiar czasów odpowiedzi przy skokowym odłączaniu sygnałów przetwornika, przy skokowym załączaniu lub odłączaniu jednego z sygnałów wejściowych bądź też przy równoczesnym załączaniu jednego sygnału a odłączaniu drugiego. W przedstawionych w załączniku tabelach pomiarowych oraz oscylogramach stanów przejściowych rodzaj zmian sygnałów wejściowych został oznaczony następująco:

$U_U \lceil Z$ - skokowe załączenie sygnału w torze napięciowym przetwornika,

$U_I \lceil Z$ - skokowe załączenie sygnału w torze prądowym przetwornika,

$U_U, U_I \lceil Z$ - skokowe załączenie obu sygnałów wejściowych przetwornika,

$U_U \rfloor U_I \lceil Z$ - skokowe odłączenie sygnału w torze napięciowym i załączenie w torze prądowym.

Dla każdej z podanych tu sekwencji zmian sygnałów możliwy jest jeszcze stan przeciwny do podanego, to znaczy na przykład w przypadku pierwszym również skokowe odłączenie sygnału napięciowego. W tabelach pomiarowych zostało to odróżnione tak, że odpowiednie kolumny tabel są opisane literą "O". I tak na przykład $U_U \lceil O$ oznacza skokowe odłączenie sygnału napięciowego przetwornika.

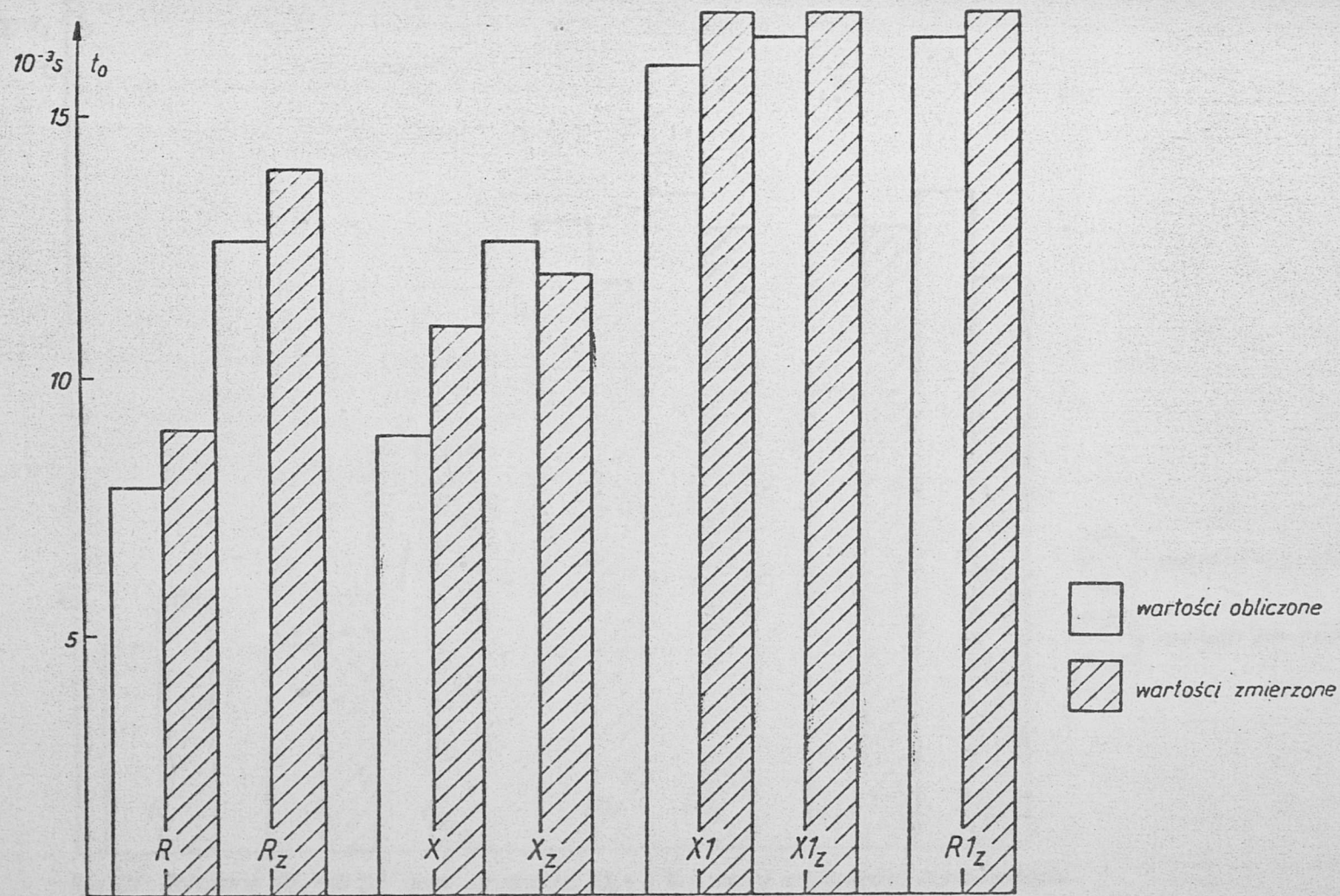
Z innych oznaczeń, ϕ oznacza przesunięcie fazy pomiędzy sygnałem napięciowym a prądowym, natomiast ψ - kąt załączenia.

8.2. Porównanie wyników obliczeń oraz pomiarów czasów odpowiedzi przetworników

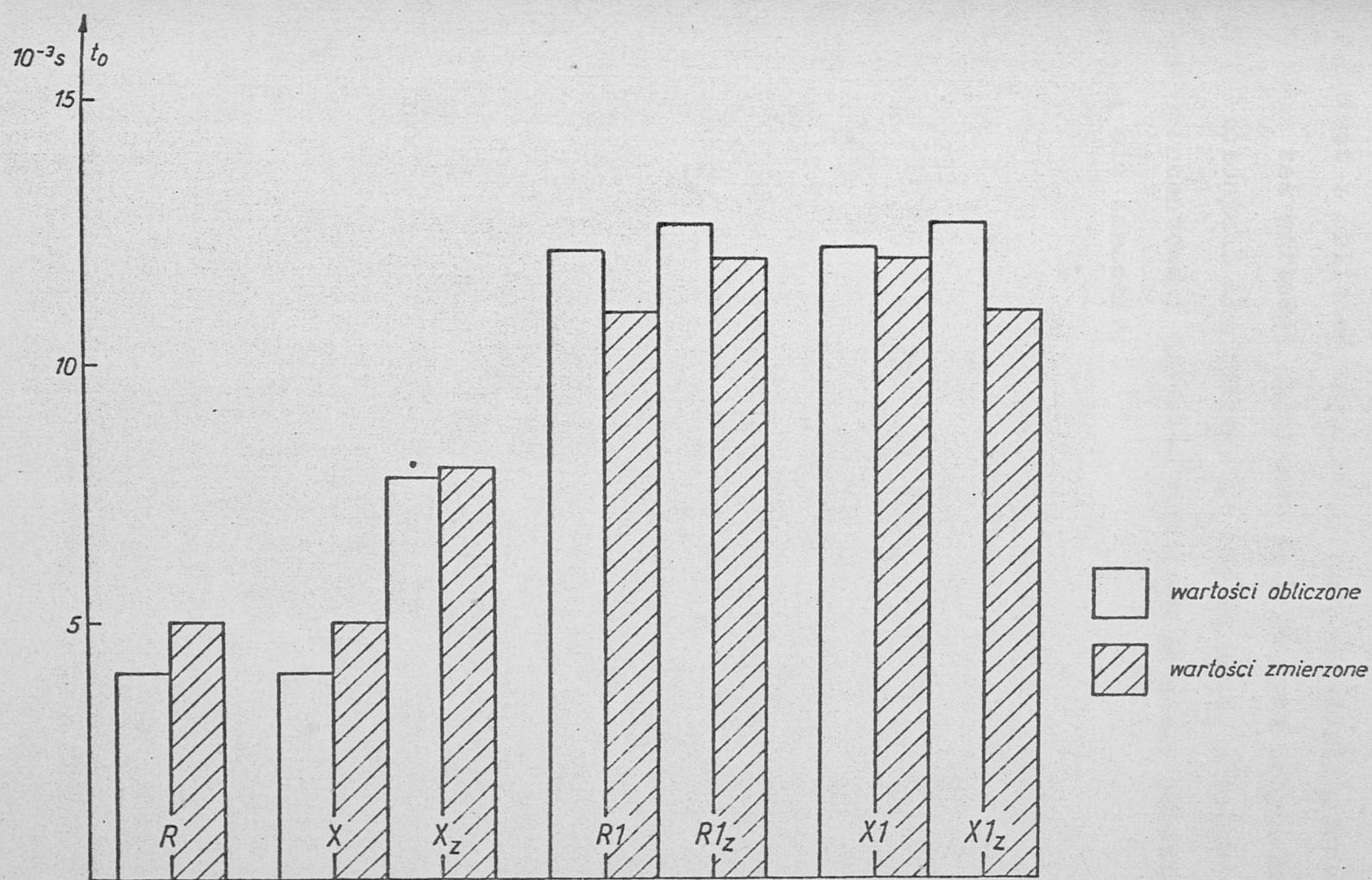
Obliczenia czasów odpowiedzi omawianych przetworników są dość złożone. Wynika z nich między innymi, że czas odpowiedzi przetwornika jest zależny od kąta załączenia sygnałów. Fakt ten został uwzględniony w przeprowadzonych pomiarach, co spowodowało, że były one bardzo pracochłonne. Dla każdego z wariantów zmian sygnałów podanych powyżej trzeba zmieniać kąt załączenia w przedziale $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$ poszukując największej wartości czasu odpowiedzi. Te czasy odpowiedzi były określane dla maksymalnej wielkości wyjściowej oraz gdy wielkość wyjściowa była równa zero, przy czym błąd w stanie przejściowym (5%) był w każdym z przypadków odniesiony do zakresu pomiarowego przetwornika (odpowiednio dla $\varphi = 0$ oraz $\varphi = \frac{\pi}{2}$). Niezależnie od maksymalnego czasu odpowiedzi zostały również obliczone, w oparciu o wyniki pomiarów, wartości średnie w podanym przedziale zmian kątów załączenia. Wartości te charakteryzują w pewnym stopniu rozkład wartości czasów odpowiedzi w zależności od kąta załączenia, choć oczywiście najważniejsze są czasy największe.

Wszystkie wymienione wartości zmierzonych czasów odpowiedzi zostały zestawione w tabelach Z1 ÷ Z4 w załączniku.

Natomiast na rys. 20 oraz rys. 21 przedstawiono wartości obliczonych oraz zmierzonych czasów odpowiedzi przetworników omometrycznych, odpowiednio w układzie z filtracją i kompensacją dla niezakłóconych oraz zakłóconych sygnałów wejściowych. Przedstawione tam poglądowo uzyskane wyniki potwierdzają zadowalającą zgodność wyników pomiarów oraz wyników obliczeń. Wynika z nich również, że niekiedy wartości zmierzone są nieco mniejsze od obliczonych, ale wynika to z przyjętych zasad obliczeń czasów



Rys. 20 Obliczone ($\delta_p = 10\%$) oraz zmierzone ($\delta_p = 5\%$) czasy odpowiedzi przetworników rezystancji i reaktancji w układzie z filtracją przy niezakłóconych oraz zakłóconych (indeks z) sygnałach wejściowych.



Rys. 21 Obliczone ($\delta_p = 10\%$) oraz zmierzone ($\delta_p = 5\%$) czasy odpowiedzi przetworników rezystancji i reaktancji w układzie z kompensacją przy niezakłóconych oraz zakłóconych (indeks z) sygnałach wejściowych.

odpowiedzi. Trzeba też zauważyć, że w pomiarach określano pięcioprocentowy (najczęściej przyjmowany) czas odpowiedzi, natomiast z obliczeń uzyskiwano czas dziesięcioprocentowy. Dlatego też wartości zmierzone są w pewnych przypadkach większe od obliczonych. Ale różnice te nie są duże, z czego wynika, że pięcioprocentowe i dziesięcioprocentowe czasy odpowiedzi nie różnią się znacznie.

9. WNIOSKI KOŃCOWE

- 9.1. Scalone analogowe układy mnożące umożliwiają konstrukcję uniwersalnego przetwornika omometrycznego.
- 9.2. Jedynie w zależności od kombinacji doprowadzonych sygnałów wejściowych napięcie wyjściowe przetwornika jest proporcjonalne do: rezystancji, reaktancji, konduktancji, susceptancji, kwadratu impedancji oraz kwadratu admitancji.
- 9.3. Każdy przetwornik omometryczny posiada jeszcze dwa niezależne wyjścia, których napięcia są proporcjonalne do mocy czynnej lub biernej i kwadratów wartości skutecznych prądów lub napięć kontrolowanego obwodu.
- 9.4. Wykorzystanie całki spłotu w polu zespolonym umożliwia opracowanie jednolitego i stosunkowo najprostszego sposobu obliczeń dynamiki przetworników. Wyraźne uproszczenia obliczeń uzyskuje się przy pewnych szczególnych cechach dynamicznych filtrów wejściowych czy wyjściowych przetworników.
- 9.5. Własności dynamiczne przetworników są w głównej mierze determinowane przez cechy filtrów służących do eliminacji zakłóceń sygnałów wejściowych.
- 9.6. Najszybsze przetworniki uzyskuje się w układzie z kompensacją, w którym przy nieznieskształconych sygnałach wejściowych pięcioprocentowy czas odpowiedzi jest mniejszy od 5 ms. Przy zniekształceniach typowych dla sygnałów uzyskiwanych z systemu energetycznego, staranny dobór filtrów pozwala na uzyskiwanie czasu odpowiedzi mniejszego od 8 ms, przy nieznacznym zwiększeniu błędu.
- 9.7. Oszczędniejszy z punktu widzenia ilości stosowanych układów mnożących przetwornik w układzie z filtracją jest również

szybki, a odpowiednie wartości czasów odpowiedzi wynoszą 8 i 15 ms.

- 9.8. Szybkość działania opracowanych przetworników jest więc duża, znacznie większa niż znanych dotychczas przetworników mocy czynnej czy biernej.
- 9.9. Wartości czasów odpowiedzi przetworników otrzymane z obliczeń i pomiarów są w znacznym stopniu zgodne.
- 9.10. Opracowane przetworniki omometryczne mogą być wykorzystane w automatyzacji systemów energetycznych i urządzeń elektrycznych.

LITERATURA

- [1] Benne G.W., An analog multiplier. Proc. IEEE nr 7, 1967.
- [2] Białko M., Układy mikroelektroniczne. WKŁ, Warszawa, 1969.
- [3] Brueggemann H., Feedback Stabilized Four - Quadrant Analog Multiplier. IEEE Journal of Solid State Circuit, nr 4, 1970.
- [4] Celiński O., Rimavi I.H., Classification of analog multipliers. Instruments and Control Systems, nr 6, 1964.
- [5] Drew A.J., Galpin R.K.P., A New Approach to the Measurement of Power, Reactive Volt - Ampers by Electronic Analogue Multiplication. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. IV-13, 1964.
- [6] Findeisen W., Technika regulacji automatycznej. PWN, Warszawa, 1969.
- [7] Gilbert J., A Precise Four- Quadrant Multiplier with subnanosecond response. IEEE Journal of Solid State Circuit, nr 4, 1968.
- [8] Gupta S.C., Transform and State Variable Methods in linear Systems. J. Wiley and Sons, N.Y. 1966.
- [9] Gupta S.C., Hassdorff L., Fundamentals of Automatic Control. J. Wiley and Sons, N.Y. 1970.
- [10] Kogan B.J., Elektroniczne maszyny analogowe i ich stosowanie do regulacji automatycznej. WNT, Warszawa, 1966.
- [11] Krasowski A.A., Pospiełow G.S., Podstawy automatyki i cybernetyki technicznej. WNT, Warszawa, 1965.
- [12] Krause J., Ein analoges Informationsverarbeitungssystem für die industrielle Leitungselektronik. Elektrie, nr 9, 1972.

- [13] Kulka Z., Nadachowski M., Liniowe układy scalone i ich zastosowanie. WKŁ, Warszawa, 1974.
- [14] Kuppurajalu A., Majhee P.C., Venkateshaiah C., A Fast Response Devide for Measurement of Power, Reactive Power, Volt - Ampers and Power Factor. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, nr 1, 1971.
- [15] Ku Y.H., Transient Circuit Analysis. N.Y. 1961.
- [16] Laws P., Analogue Multiplier. Electronic Letters, t. 3, nr 11, 1967.
- [17] Levine L., Metody stosowania maszyn analogowych do rozwiązywania problemów w technice. WNT, Warszawa, 1969.
- [18] Michalik M., Wiszniewski A., Nowe elementy konstrukcyjne dla układów automatyki elektroenergetycznej. Materiały Międzynarodowego Sympozjum Zabezpieczeń i Uziemień w Systemach Energetycznych, Wrocław, 1972.
- [19] Nałęcz M., A Hall Effect Three - Variable Multiplier with moving Part and Possible Aplications in Process Instrumentation. Rozprawy Elektrotechniczne, Zeszyt 1, 1972.
- [20] Pepper J., Analog Multiplier Aplications. Instruments and Control Systems, nr 2, 1972.
- [21] Piekarski M., Gotfryd M., Mnożnik analogowy na tranzystorach polowych. Arch. Elektrot., nr 1, 1974.
- [22] Richter M., Analoge Messwertgeber fur elektronische Steuerungen und Regelungen. Messen und Prufen, nr 12, 1972.
- [23] Ryan P., Aplications of a Four Quadrant Multipliers. IEEE Journal of Solid State Circuit, nr 1, 1970.
- [24] Scratley R., Single - Ended Input, Single - Ended Output Four Quadrant Multiplier. IEEE Journal of Solid State Circuit, nr 6, 1971.

- [25] Sreniawski J., Układy mnożące przy zamianie pomiaru mocy czynnej na sygnał napięciowy. Zeszyty Naukowe Pol.Czest., nr 70, 1971.
- [26] Szafran J., Dynamika układów z kwadratorem analogowym. APW, nr 8, 1975.
- [27] Szafran J., Nowe bardzo szybkie przetworniki napięć i prądów przemiennych oraz mocy czynnej i biernej. Inst. Energoelektr. P.Wr., Raport nr 157, 1974.
- [28] Szopliński A., Elektroniczna technika analogowa. WNT, Warszawa, 1968.
- [29] Wiater J., Tranzystorowy układ mnożący. PAK, nr 3, 1972.
- [30] Wiszniewski A., Szafran J., Fast Response Analogue Transducers of Resistance and Reactance. Proc. IEE, Vol. 121, nr 9, 1974.
- [31] Wiszniewski A., Szafran J., Analogowy układ przetwornika impedancji, rezystancji, reaktancji, konduktancji i suceptancji. Patent nr P-166058, (Komunikat Nr 140 Inst. Energoelektr. PWr).
- [32] Wiszniewski A., Szafran J., Dynamic Performance of Analogue Integrated Transducers of Reactance and Resistance. Development in Power System Protection - Conference IEE, London, 11-13 March 1975.
- [33] Zahler E., Ein neuer Feldplatten - Multiplizierer als Leitungsmessumformer grosser Ausgangsleistung. ATM, nr 12, 1972.
- [34] Zirpel M., Einfacher Multiplizierer mit zwei Operationsverstärkern. Elektronik, nr 11, 1973.
- [35] Żuchowski A., Teoria pomiarów dynamicznych. PAK, nr 10/11, 1963.

- [36] Żuchowski A., O problemie optymalizacji liniowych układów uśredniających. PAK, nr 10, 1974.

Z A Ł A C Z N I K

Tabele wyników pomiarów czasów odpowiedzi oraz
oscylogramy stanów przejściowych przetworników

Tabela Z1

Wyniki pomiarów czasów odpowiedzi przetworników
mocy w układzie z filtracją ($\delta_p(t) = 5\%$)

Wiel- kość mierzo- na	φ	$t_{\text{maks.}}^{\text{1}}$ $t_{\text{śred-}}^{\text{2}}$	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			U_U		U_I		U_U, U_I		U_U	U_I	$t_{\text{obc.}}^{\text{2}}$ [10^{-3} s]	δ_p [%]
			Z	0	Z	0	Z	0	Z	0		
P	0	1	8	8	8	8	8	8	2	1	7,9	6
		2	7,3	6,4	7,2	7,2	7,2	7,2	1,2	0,9		
	$\frac{\pi}{2}$	1	7	7	7	8	7	7	1,5	1		
		2	6,7	6,5	6,6	6,6	6,7	6,2	1,5	0,9		
Q	$\frac{\pi}{2}$	1	8	8	10	10	10	8	5	10	8,9	5
		2	7,5	7	8,7	8,6	8,7	7,6	3,1	8,3		
	0	1	8	8	10	10	10	7	7	10		
		2	7,3	5,6	9,5	9,3	9,5	8,3	3,1	7,6		
Q1	$\frac{\pi}{2}$	1	12	13	15	14	15	11	12	14	16	5
		2	11,8	11,7	13	12	12,6	8,9	8,5	9,3		
	0	1	15	15	15	14	15	12	14	15		
		2	12,6	11,8	13,5	11,6	13,5	10,7	11,2	11		
P _Z	0	1	13	12	11	11	13	10	12	10	12,6	5
		2	11,6	10,8	10,1	9,8	11,8	8,7	9,8	8,1		
	$\frac{\pi}{2}$	1	13	12	10	10	13	10	12	10		
		2	11,5	10	8,6	8,1	11,5	7,6	8,5	6,8		
Q _Z	$\frac{\pi}{2}$	1	11	10	11	10	11	10	8	9	11,2	5
		2	10,1	9	10,1	9,5	10,3	8,3	5,9	6		
	0	1	10	10	10	10	10	9	8	8		
		2	8,5	7,8	8,7	8,3	8,8	6,8	4,8	4,7		

c.d. tabeli Z1

Wartość obliczona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi $[10^{-3} \text{ s}]$ dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			$U_U \text{ J}$		$U_I \text{ J}$		$U_U, U_I \text{ J}$		$U_U \text{ J}$	$U_I \text{ J}$	t_o $[10^{-3} \text{ s}]$	δ_p $[\%]$
			Z	0	Z	0	Z	0	Z	0		
1	0	1	16	16	12	10	16	10	16	8	16,5	5
		2	14,5	14	10,3	10	14,5	8,9	13,6	5,9		
	π	1	15	15	10	8	15	8	15	8		
		2	13,1	12,3	8,5	7,3	13,1	6	12	4,8		
2	π	1	13	12	11	10	13	10	15	3	15,3	5
		2	10,5	10,5	9,9	8,9	10,5	8,7	11,3	1		
	0	1	15	15	12	8	15	8	15	8		
		2	14	12,3	9,1	7,1	14	7	12	4		

Tabela Z2

Wyniki pomiarów czasów odpowiedzi przetworników mocy
w układzie z kompensacją ($\delta_p(t) = 5\%$)

Wiel- kość mie- rzona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [$10^{-3}s$] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			$U_U \downarrow$		$U_I \downarrow$		$U_U, U_I \downarrow$		$U_U \downarrow$	$U_I \downarrow$	t_o [$10^{-3}s$]	δ_p [%]
			Z	O	Z	O	Z	O	Z	O		
P	0	1	4	3,5	4	4	4	3	4	3,5	4	5
		2	3	2,5	2,8	2,5	3,4	2,4	2,7	2,6		
	$\frac{\pi}{2}$	1	5	4	3,5	3	4	2,5	4	3		
		2	3	2,8	2,5	2,3	3,1	2,3	2,9	2,7		
Q	$\frac{\pi}{2}$	1	4	3	4	4	5	4	3	4	3,3	5
		2	3,4	2,5	3,1	2,9	4,1	2	2,4	2,8		
	0	1	3,5	4	5	4	5	3	5	4		
		2	2,3	2,7	3,5	2,4	2,1	1,3	3	2,5		
P1	0	1	9	10	9	12	12	7	10	10	12,2	5
		2	5,6	6,6	5,6	7,5	9,3	5,2	7,5	7,5		
	$\frac{\pi}{2}$	1	10	10	11	11	10	6	11	11		
		2	8,5	8,5	8	8,5	9,5	5	8,5	8,3		
Q1	$\frac{\pi}{2}$	1	10	10	11	11	10	7	10	11	11,2	5
		2	7,9	7,3	9,2	8,9	8,3	5,6	7,6	8,2		
	0	1	10	11	11	11	11	7	11	12		
		2	8,5	9	8,7	9	9	5	8,5	9,8		
Q2	$\frac{\pi}{2}$	1	7	7	8	8	7,5	6	7	8	7,8	5
		2	5,7	5,7	6,3	6,6	6,4	5	5,2	6,7		
	0	1	6	6	8	7,5	7	5,5	6,5	7,5		
		2	5,3	5,2	6,9	6,6	6,5	5	5,2	6,4		

dalszy ciąg tabeli Z2

Wiel- kość mie- rzona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			$U_U \downarrow$		$U_I \downarrow$		$U_U, U_I \downarrow$		$U_U \downarrow$	$U_I \downarrow$	t_o [10^{-3} s]	δp [%]
			Z	O	Z	O	Z	O	Z	O		
Pl. Z	0	1	12	12	10	10	11	8	12	10	12,7	5
		2	9,2	9,3	7,3	8,2	9,8	5,7	10,3	9		
	$\frac{\pi}{2}$	1	11	11	11	11	11	8	12	11		
		2	9,8	9,5	9	8,8	9,5	6,3	9,5	9,8		
ql. Z	$\frac{\pi}{2}$	1	9	10	10	10	10	8	10	10	11,9	5
		2	7,7	7,2	7,7	8,7	8,5	6,6	7	8,86		
	0	1	10	10	11	12	10	8	10	12		
		2	8,8	8,7	9,3	11,1	8,8	6,8	7,7	10,1		

Tabela Z3

Wyniki pomiarów czasów odpowiedzi przetworników
omometrycznych w układzie z filtracją ($\delta_p(t) = 5\%$)

Wiel- kość mie- rzona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			$U_U \downarrow$		$U_I \downarrow$		$U_U, U_I \downarrow$		$U_U \downarrow$	$U_I \downarrow$	t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]
			Z	O	Z	O	Z	O	Z	O		
R	0	1	9	8	8	-	8	-	6	-	7,9	12
		2	8,1	7,3	5,3	-	5,3	-	2,3	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	8	8	8	-	8	-	5	-		
		2	7,6	6,7	7,4	-	7,4	-	2,7	-		
X	$\frac{\pi}{2}$	1	10	9	11	-	11	-	5	-	8,9	11
		2	9,3	8	10,5	-	10,5	-	2,8	-		
	0	1	9	8	11	-	11	-	7	-		
		2	8	6,7	10,8	-	10,8	-	3,2	-		
X1	$\frac{\pi}{2}$	1	17	16	14	-	16,5	-	16	-	16	5
		2	14,7	13,9	11,7	-	14,2	-	13,7	-		
	0	1	17	16	16	-	17	-	16	-		
		2	14,7	13,7	13,8	-	15	-	12	-		
R _Z	0	1	14	14	11	-	14	-	14	-	12,6	10
		2	12,8	12,5	9,5	-	12,8	-	12	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	14	13	11	-	14	-	12	-		
		2	12,9	11,1	10,1	-	13,1	-	9,5	-		
X _Z	$\frac{\pi}{2}$	1	12	12	10	-	12	-	11	-	12,6	10
		2	11,3	11,3	9	-	11	-	7,3	-		
	0	1	11	11	11	-	11	-	10	-		
		2	9,15	9	10	-	10	-	8,3	-		

ciąg dalszy tabeli Z3

Wiel- kość mie- rzona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			U_U J		U_I J		U_U, U_I J		U_U J U_I J		t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]
			Z	0	Z	0	Z	0	Z	0		
$R1_z$	0	1	17	17	12	-	17	-	17	-	16,5	10
		2	16,5	16,1	10	-	16,5	-	15,3	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	17	17	12	-	17	-	17	-		
		2	16	14,5	10,1	-	16	-	13,5	-		
$X1_z$	$\frac{\pi}{2}$	1	16	15	11	-	16	-	17	-	16,5	10
		2	14	12,6	9	-	14	-	11,8	-		
	0	1	16	17	12	-	16	-	16	-		
		2	14	13,5	10,3	-	14,3	-	14	-		

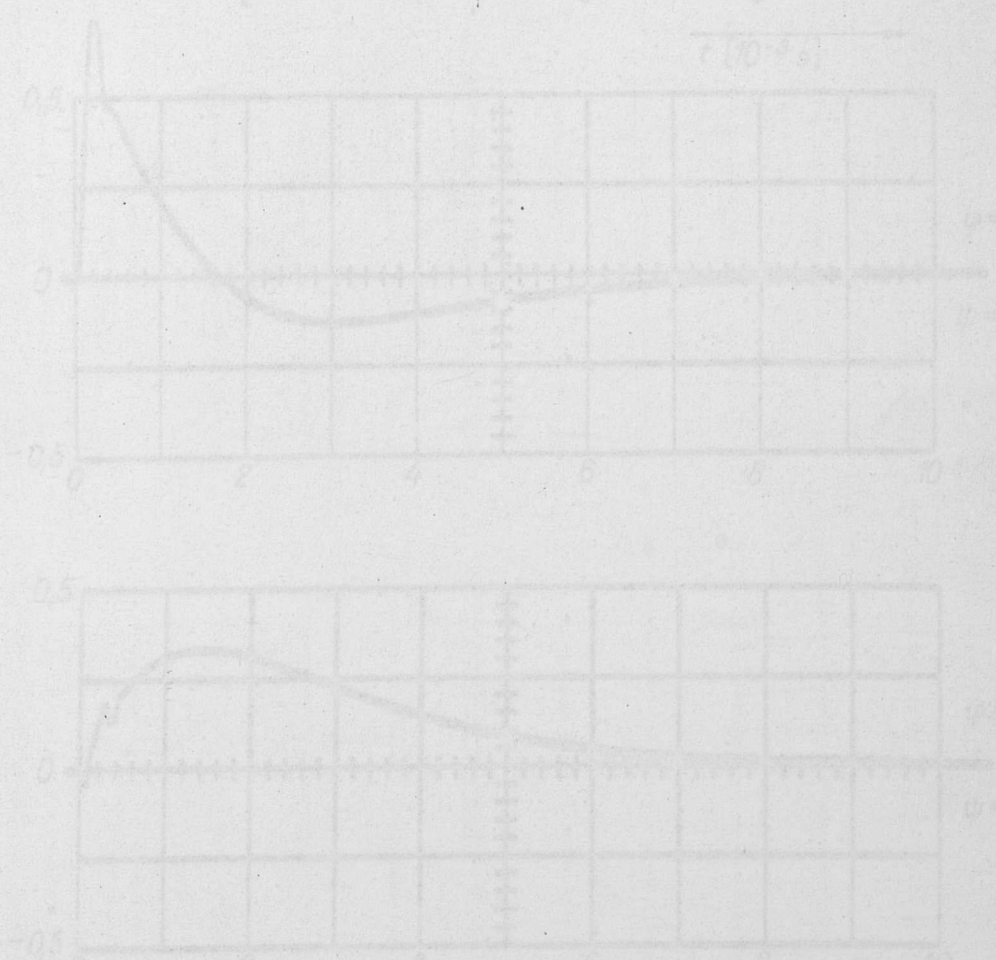
Tabela Z4

Wyniki pomiarów czasów odpowiedzi przetworników
omometrycznych w układzie z kompensacją ($\delta_p(t) = 5\%$)

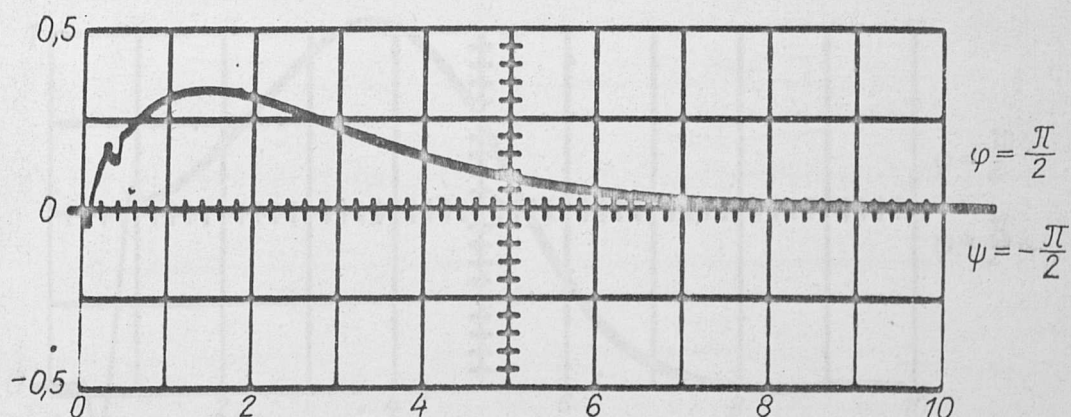
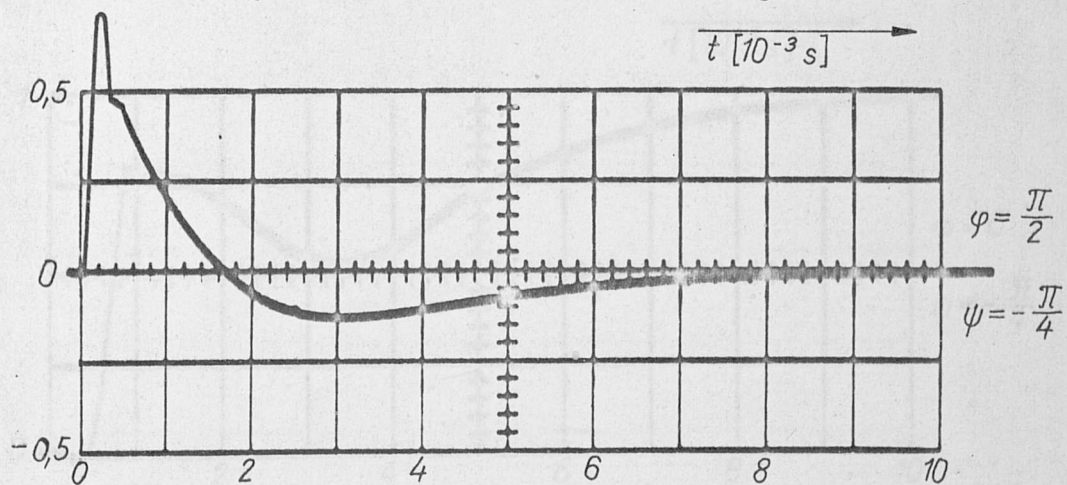
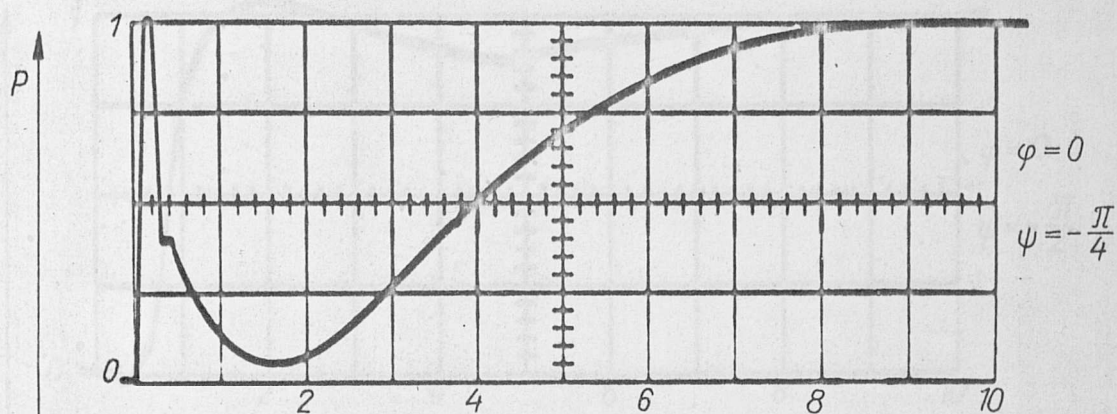
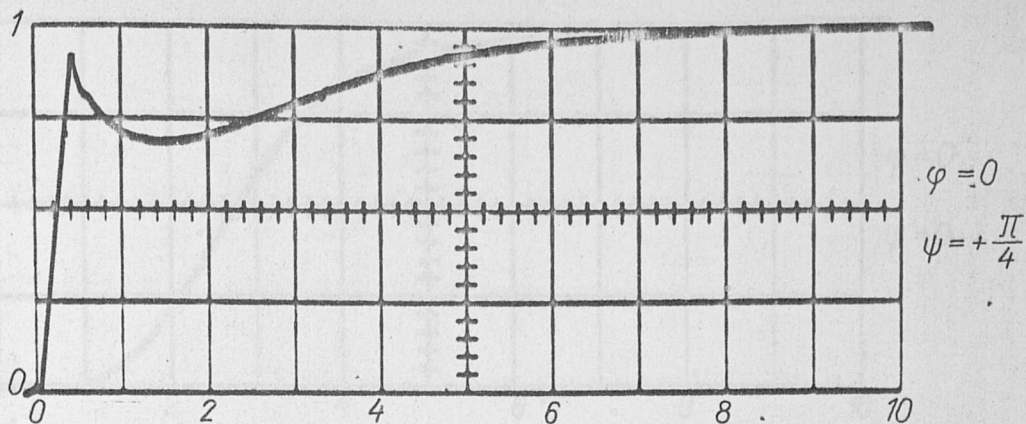
Wiel- kość mie- rzona	φ	t_o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			$U_U \int$		$U_I \int$		$U_U, U_I \int$		$U_U \int U_I \int$		t_o [10^{-3} s]	δ_p [%]
			Z	O	Z	O	Z	O	Z	O		
R	0	1	5	4,5	5	-	5	-	4	-	4	10
		2	3,6	3,6	3,8	-	3,7	-	3,6	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	5	5	4,5	-	4,5	-	5	-		
		2	3,3	3,5	3,3	-	3,8	-	4	-		
X	$\frac{\pi}{2}$	1	5	5	5	-	5	-	4	-	4	10
		2	4,5	4	4,2	-	4,7	-	3	-		
	0	1	5	5	5	-	5	-	5	-		
		2	3,5	3,5	3,8	-	2,1	-	3,6	-		
R1	0	1	8	10	10,5	-	6	-	11	-	12,2	10
		2	6,6	7	6,4	-	4	-	7,4	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	10	10	11	-	10	-	11	-		
		2	8,5	8,5	8	-	9,5	-	8,5	-		
X1	$\frac{\pi}{2}$	1	10	10	10	-	11	-	10	-	12,2	10
		2	7,9	7,3	8,2	-	9,3	-	7,7	-		
	0	1	10	11	12	-	11	-	11	-		
		2	8,5	9,3	9,5	-	8,7	-	9	-		
X _Z	$\frac{\pi}{2}$	1	8	7,5	8	-	7	-	8	-	7,8	10
		2	6,9	6	6,6	-	5,3	-	6	-		
	0	1	7	7	8,5	-	7,5	-	7,5	-		
		2	6,2	5,8	7,5	-	6,5	-	6,4	-		

ciąg dalszy tabeli Z4

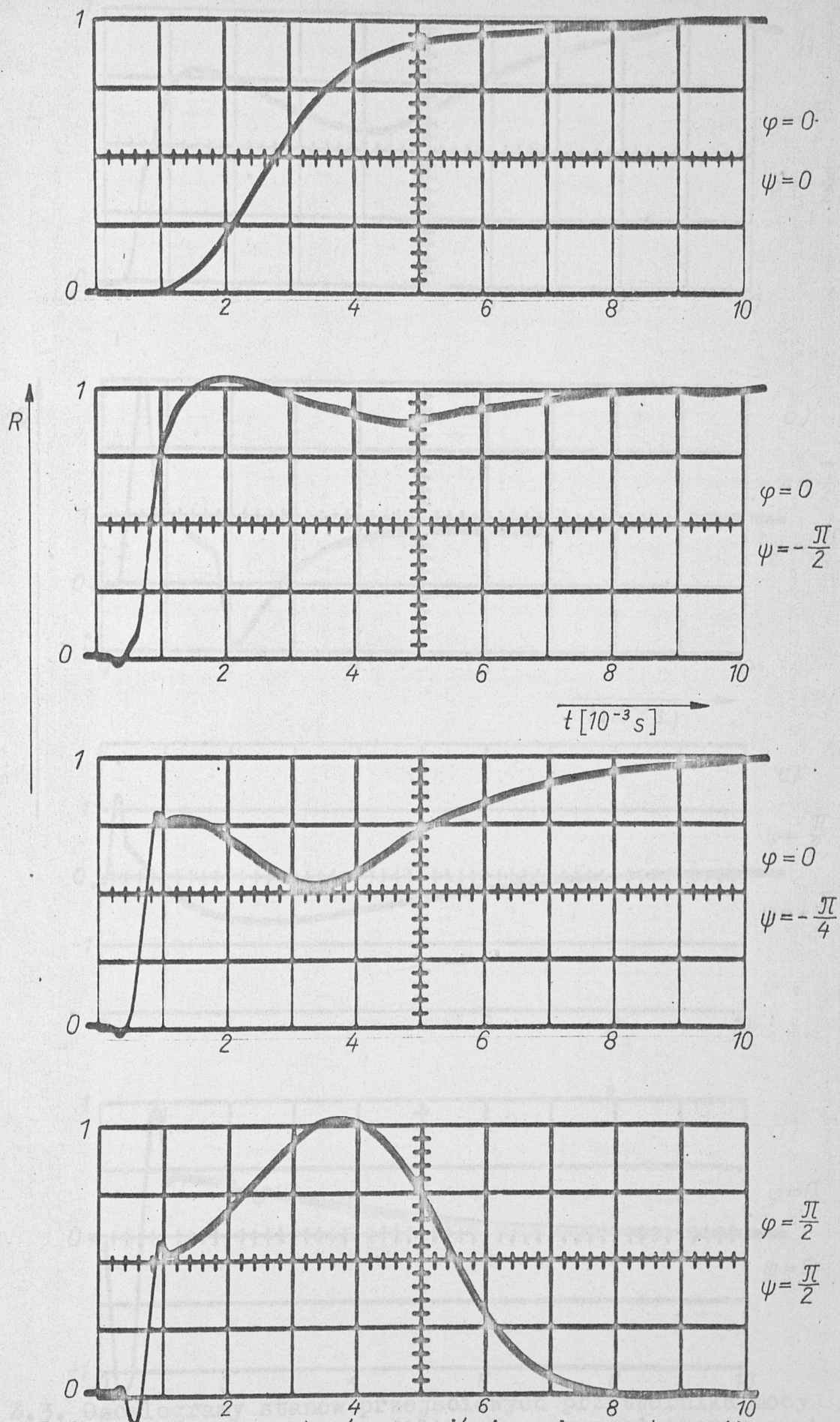
Wielkość mierzona		t _o maks. 1 śred- nie 2	Czas odpowiedzi [10^{-3} s] dla różnych skokowych zmian sygnałów								Wartości obliczone	
			U _U J		U _I J		U _U , U _I J		U _U L U _I J		t _o [10^{-3} s]	δ_p [%]
			Z	0	Z	0	Z	0	Z	0		
R _{1z}	0	1	12	12	9	-	12	-	12	-	12,7	10
		2	9,3	9,5	6,3	-	9,3	-	10	-		
	$\frac{\pi}{2}$	1	11	11	11	-	11	-	12	-		
		2	9,8	9,2	9,3	-	9,3	-	9,8	-		
X _{1z}	$\frac{\pi}{2}$	1	10	10	10	-	8	-	10	-	12,7	10
		2	8,3	7,2	7,5	-	6,2	-	7,7	-		
	0	1	10	11	11	-	10	-	11	-		
		2	9	8,7	9,3	-	9	-	8,8	-		



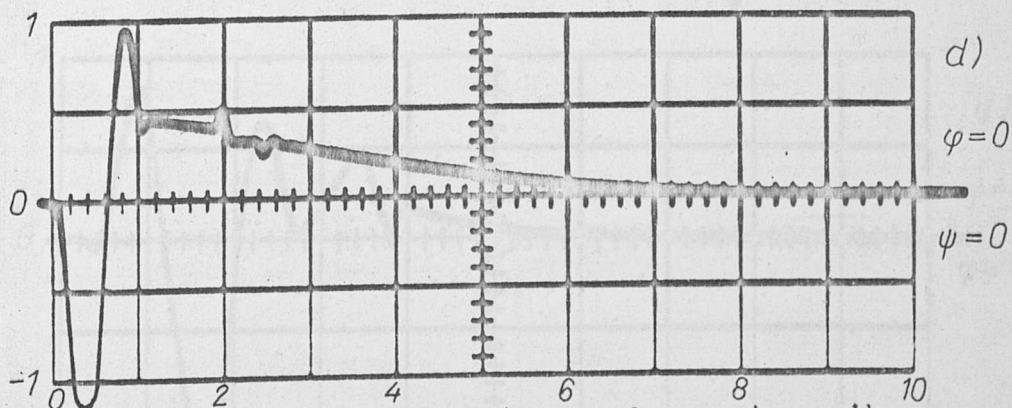
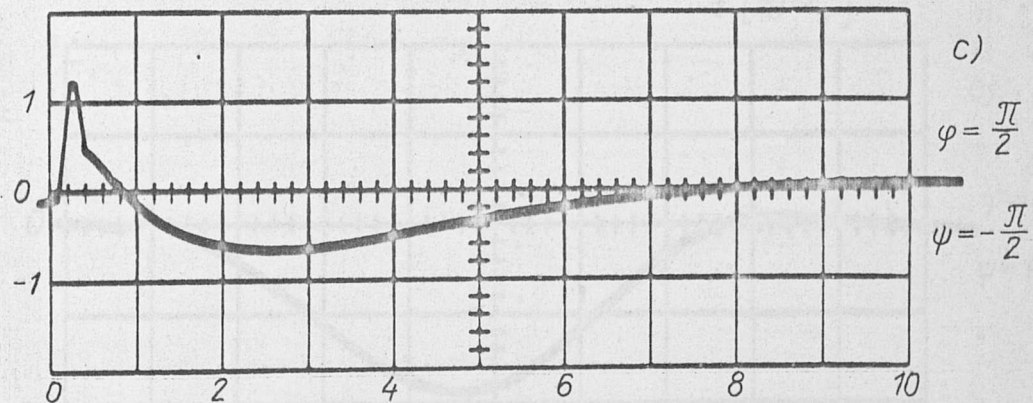
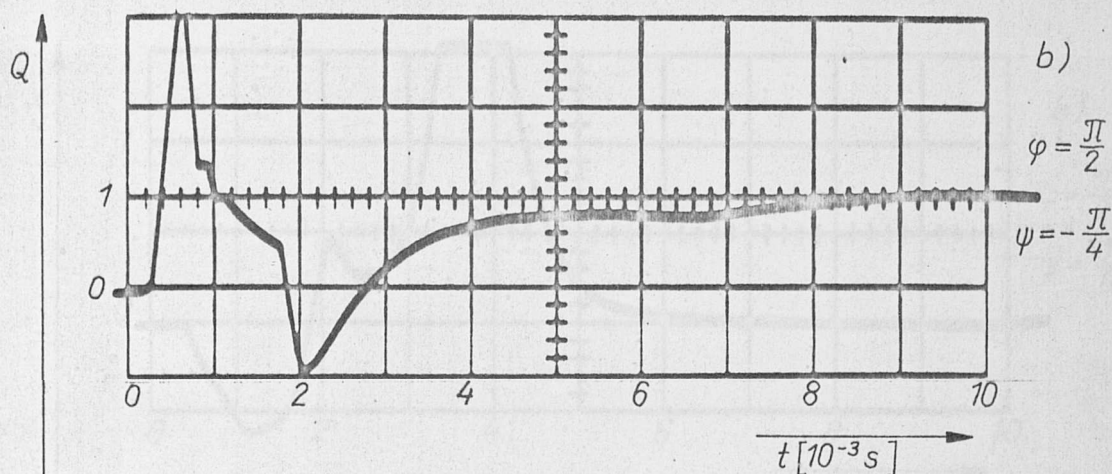
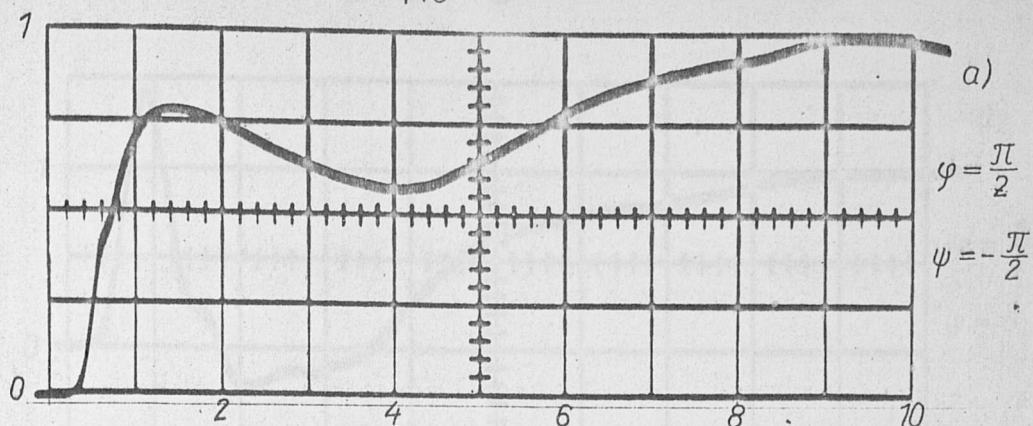
rys. 2.1. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy czynnej, w układzie z filtracją przy załączaniu obu sygnałów sepcyjnych.



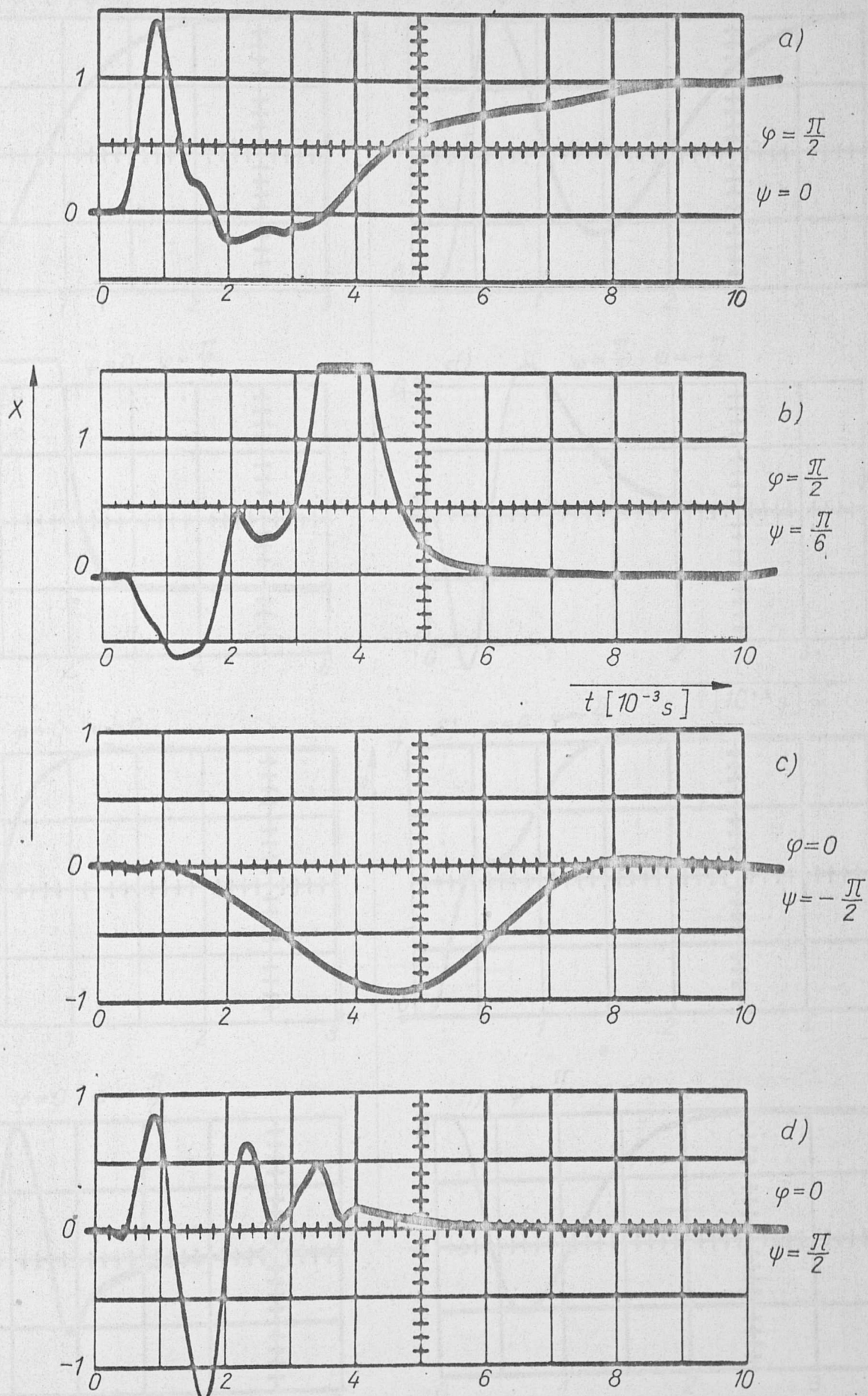
rys. Z.1. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy czynnej w układzie z filtracją przy załączaniu obu sygnałów wejściowych



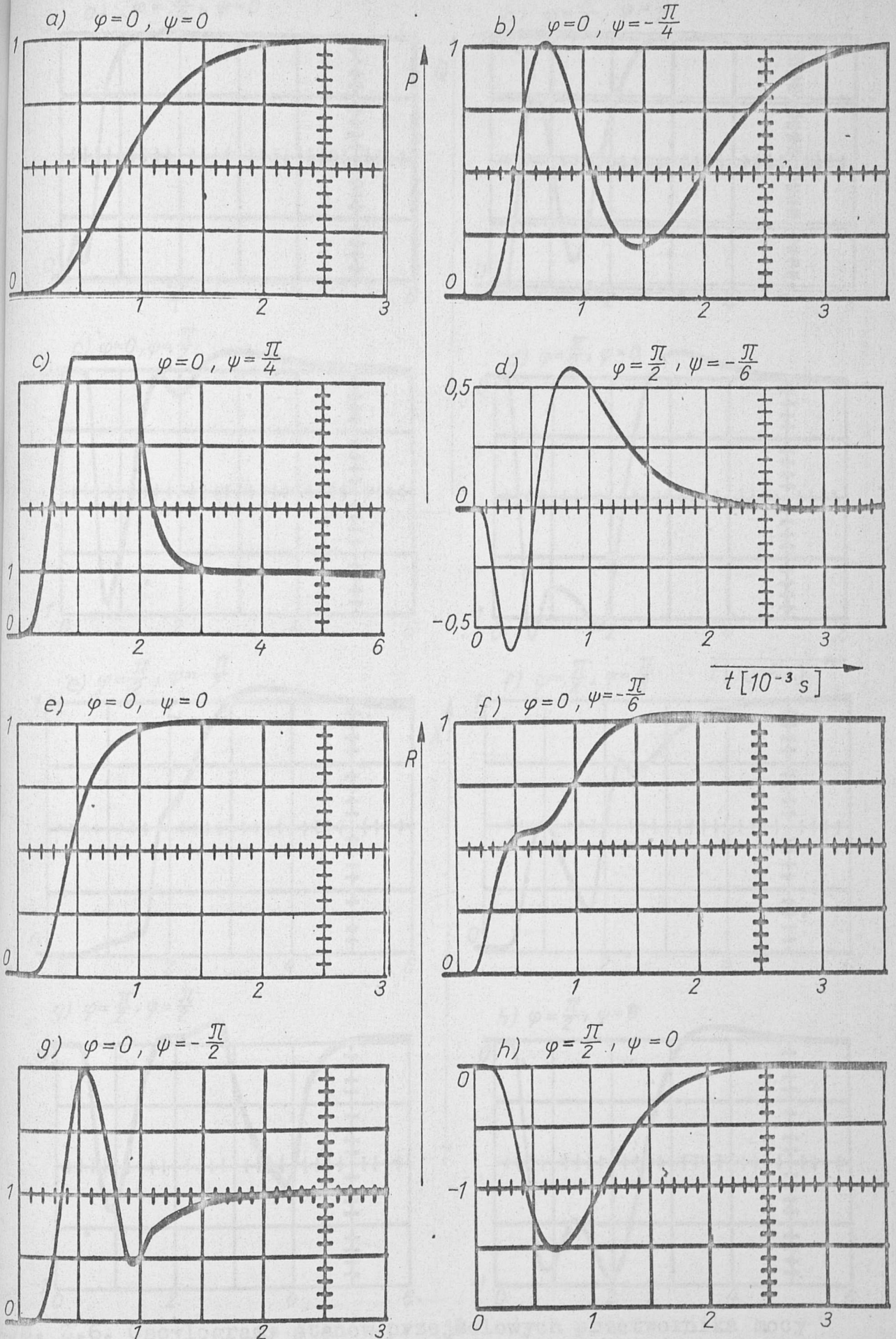
rys. Z.2. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika rezystancji w układzie z filtracją przy załączaniu obu sygnałów wejściowych



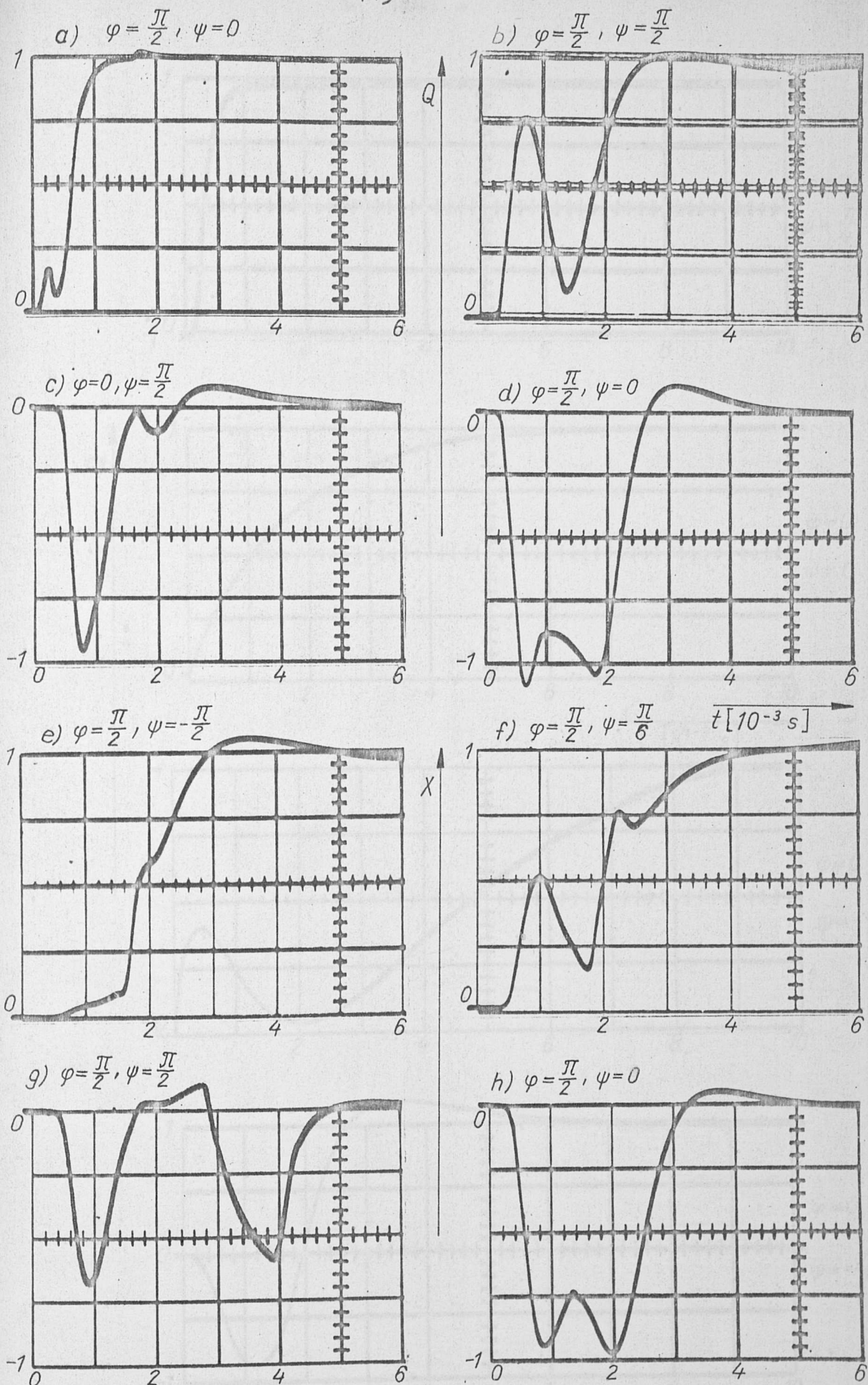
rys. Z.3. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy biernej w układzie z filtracją przy załączaniu a, b, oraz odłączaniu c, d, obu sygnałów wejściowych



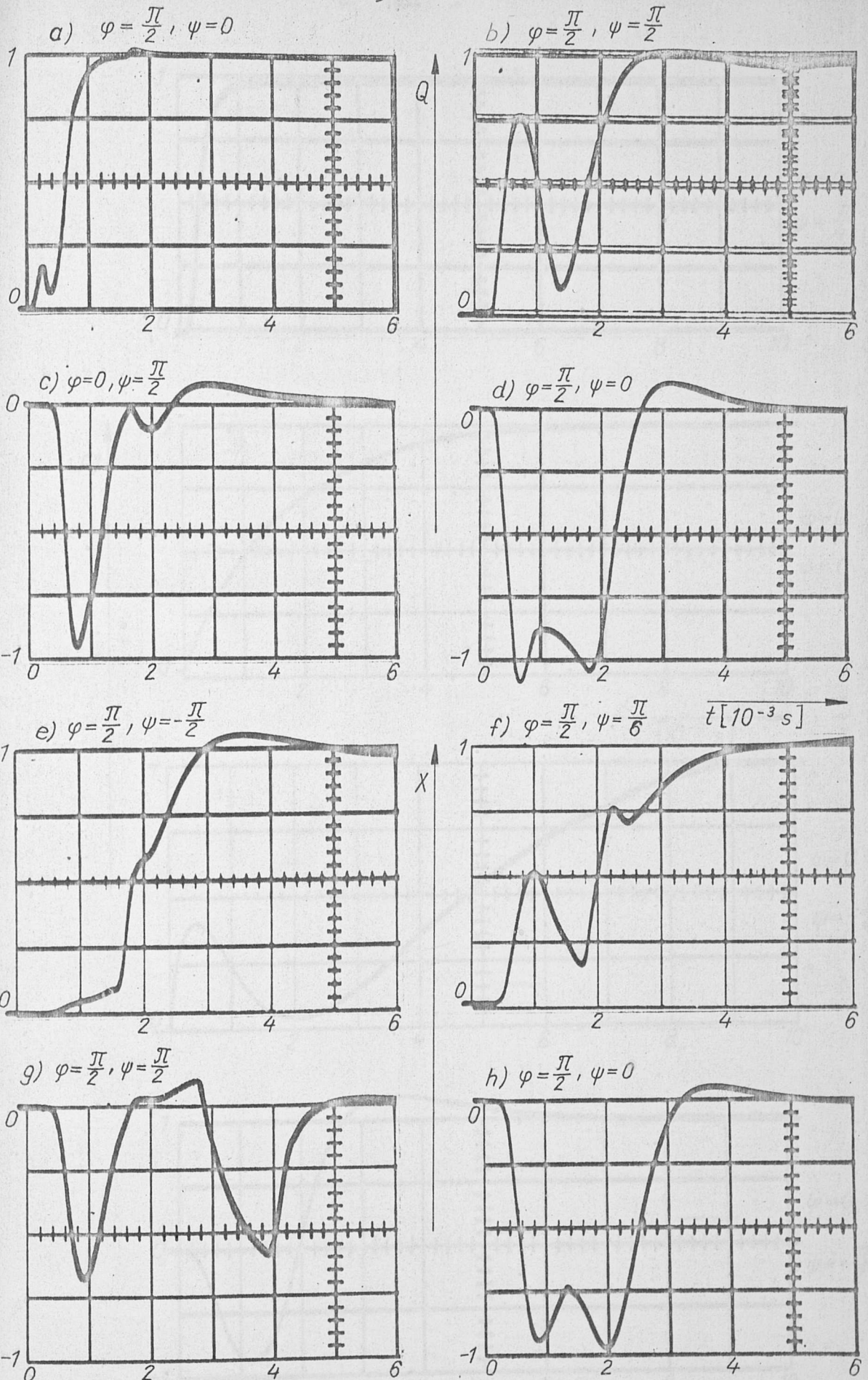
rys. Z.4. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika reaktancji w układzie z filtracją przy załączaniu a, c, oraz przełączaniu (U_{UL} , U_{IL}) b, d, obu sygnałów wejściowych



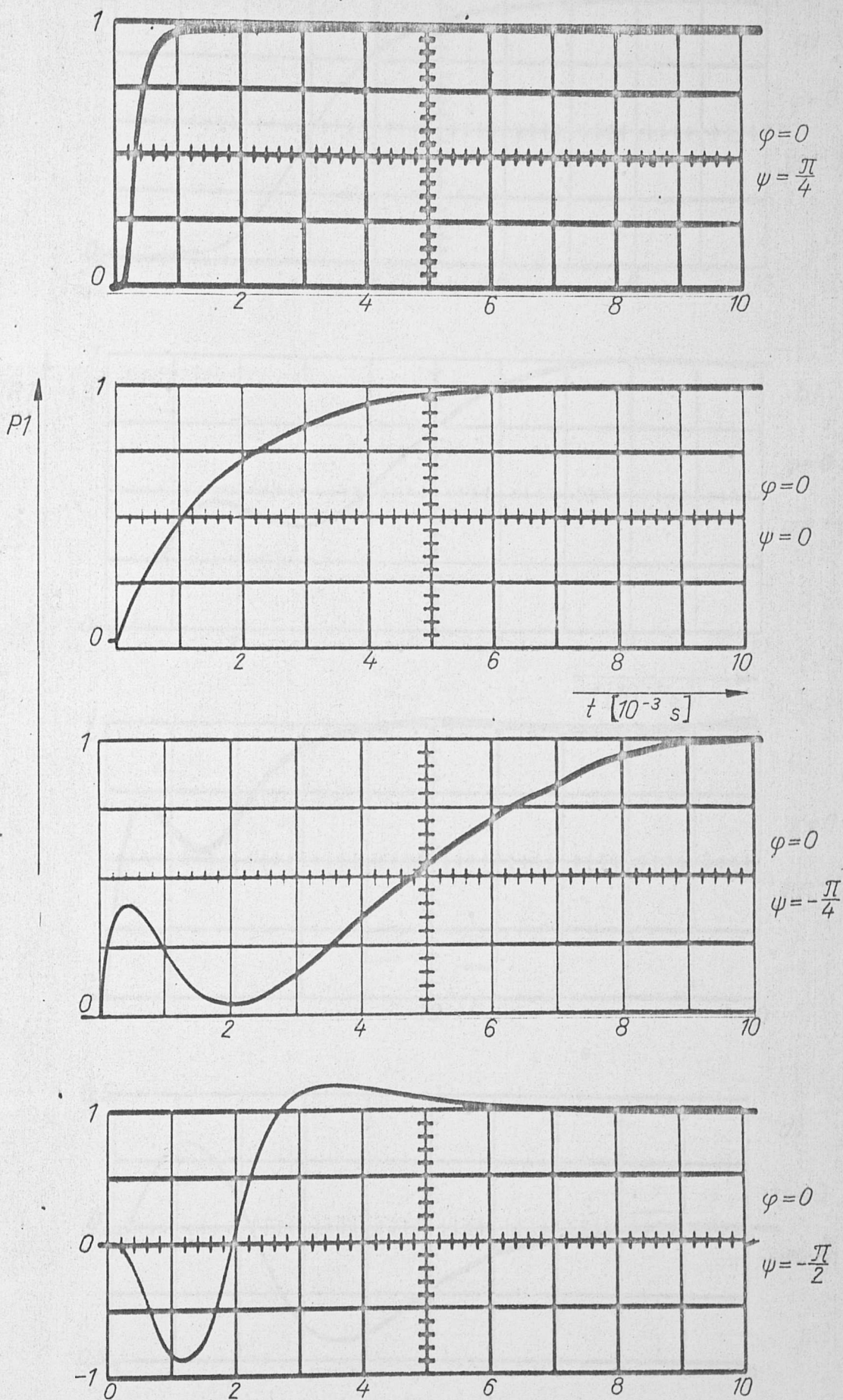
rys. Z.5. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy czynnej a, b, c, d, oraz rezystancji e, f, g, h, w układzie z kompensacją przy załączaniu obu sygnałów wejściowych



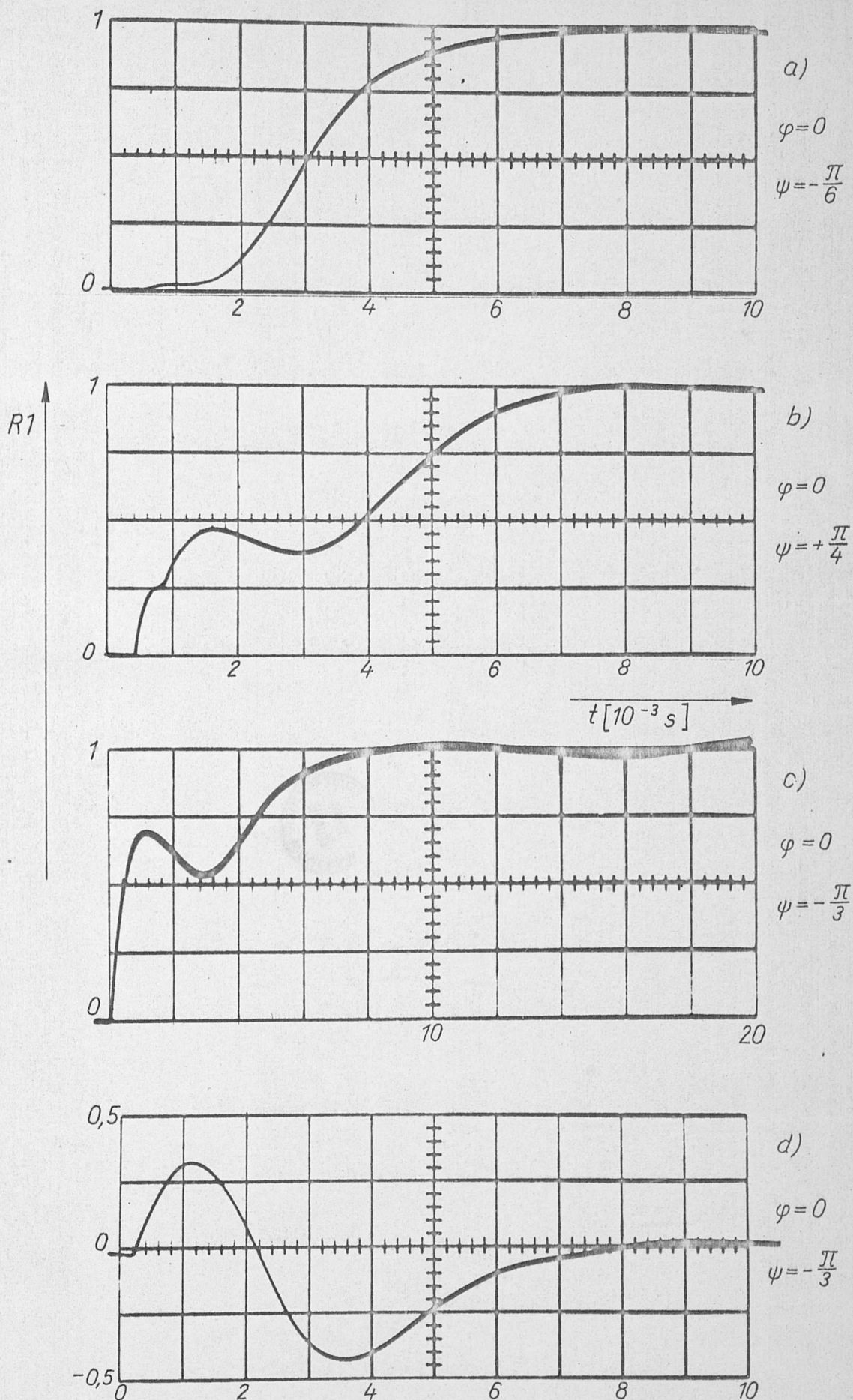
rys. Z.6. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy biernej a, b, c, d, oraz reaktancji e, f, g, h, przy załączeniu a, b, c, e, f oraz przełączaniu (U_{UL} , U_{IL}) d, g, h obu sygnałów wejściowych



rys. Z.6. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy biernej a, b, c, d, oraz reaktancji e, f, g, h, przy załączeniu a, b, c, e, f oraz przełączaniu (U_{U1} , U_{I1}) d, g, h obu sygnałów wejściowych



rys. Z.7. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika mocy czynnej w układzie z kompensacją przy załączaniu obu sygnałów wejściowych



rys. Z.8. Oscylogramy stanów przejściowych przetwornika rezystancji w układzie z kompensacją przy załączaniu a, b, c, oraz przełączaniu (U_{U1} , U_{I1}) d, obu sygnałów wejściowych