

Instytut Inżynierii Lądowej
Politechniki Wrocławskiej

**Nośność graniczna
prześel mostów murowanych
z uwzględnieniem wpływu uszkodzeń**

mgr inż. Tomasz Kamiński

Seria: PRE – 1/2008

Rozprawa doktorska

Słowa kluczowe:

mosty murowane, analiza, badania,
Metoda Elementów Skończonych, uszkodzenia

Promotor: dr hab. inż. Jan Bień, prof. PWr.

Praca naukowa finansowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego
w latach 2006-2008 jako projekt badawczy nr N506 073 31/3290

Wrocław, maj 2008 r.

Spis treści

Od autora	5
1. Wstęp.....	7
1.1. Motywacja podjęcia tematu.....	7
1.2. Charakterystyka mostów murowanych.....	8
1.3. Przedmiot, cel i zakres pracy	12
1.4. Tezy i układ opracowania.....	14
1.5. Stosowane określenia.....	15
1.6. Wykaz ważniejszych oznaczeń.....	17
2. Stan wiedzy w zakresie analiz i badań mostów murowanych.....	21
2.1. Zarys historyczny.....	21
2.2. Analizy mostów murowanych	22
2.2.1. Modele obliczeniowe.....	22
2.2.1.1. Podstawa klasyfikacji modeli	22
2.2.1.2. Modele geometrii.....	23
2.2.1.3. Modele materiału	27
2.2.1.4. Modele obciążeń	33
2.2.2. Metody analizy	34
2.2.3. Narzędzia analizy	41
2.2.4. Analiza konstrukcji z uszkodzeniami	45
2.3. Badania doświadczalne mostów murowanych	47
2.3.1. Zakres badań.....	47
2.3.2. Badania laboratoryjne.....	47
2.3.3. Badania terenowe	53
2.4. Podsumowanie i wnioski	55
3. Nośność graniczna nieuszkodzonych mostów murowanych	57
3.1. Analiza nośności granicznej metodą kinematyczną	57
3.1.1. Podstawowe założenia.....	57
3.1.2. Metoda kinematyczna MK1	58
3.1.3. Metoda kinematyczna MK2	61
3.1.4. Analiza wrażliwości	65
3.2. Analiza nośności granicznej Metodą Elementów Skończonych	69

3.2.1. Podstawowe założenia.....	69
3.2.2. Modele geometrii.....	70
3.2.3. Modele materiału.....	73
3.2.3.1. Homogenizacja muru.....	73
3.2.3.2. Model konstytutywny materiału części murowanych	75
3.2.3.3. Dyskretyzacja sklepienia	79
3.2.3.4. Model konstytutywny materiału zasypki.....	94
3.2.4. Model obciążeń.....	96
3.2.5. Procedura obliczeń	96
3.2.6. Analiza wrażliwości modeli 2D	98
3.2.7. Analiza wrażliwości modeli 3D	104
3.3. Porównanie wyników analiz teoretycznych i badań doświadczalnych	110
3.3.1. Zakres prac	110
3.3.2. Porównanie wyników analiz i badań laboratoryjnych.....	111
3.3.2.1. Analiza za pomocą modeli płaskich 2D	111
3.3.2.2. Analiza za pomocą modeli przestrzennych 3D.....	116
3.3.3. Porównanie wyników analiz i badań terenowych	120
3.3.3.1. Analiza pod obciążeniem użytkowym.....	120
3.3.3.2. Analiza pod obciążeniem niszczącym	127
3.3.4. Porównanie wyników analiz za pomocą modeli 2D i 3D	131
3.3.5. Analiza wpływu geometrii konstrukcji na nośność graniczną	135
3.4. Nośność graniczna a dopuszczalne obciążenie konstrukcji.....	138
3.5. Wnioski.....	141
4. Nośność graniczna mostów murowanych z uszkodzeniami	144
4.1. Uszkodzenia mostów murowanych	144
4.2. Założenia analiz konstrukcji z uszkodzeniami	148
4.2.1. Procedura analizy wpływu uszkodzeń na nośność graniczną	148
4.2.2. Parametry opisu uszkodzeń	150
4.3. Modelowanie uszkodzeń w metodzie kinematycznej.....	151
4.3.1. Podstawowe założenia.....	151
4.3.2. Destrukcja materiału sklepienia.....	153
4.3.3. Ubytek materiału sklepienia	153
4.3.4. Pęknięcie sklepienia	154

4.3.5. Analiza wrażliwości modeli z uwzględnieniem uszkodzeń	155
4.4. Modelowanie uszkodzeń w Metodzie Elementów Skończonych.....	158
4.4.1. Podstawowe założenia.....	158
4.4.2. Destrukcja materiału sklepienia.....	159
4.4.3. Ubytek materiału sklepienia	160
4.4.4. Pęknięcie sklepienia	161
4.5. Analiza parametryczna wpływu uszkodzeń na nośność graniczną	162
4.5.1. Zakres prac	162
4.5.2. Wyniki analiz.....	163
4.6. Mechanizm wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji.....	175
4.7. Wnioski.....	178
5. Wspomaganie oceny nośności granicznej za pomocą systemu ekspertowego	180
5.1. Wprowadzenie	180
5.2. Podstawy technologii sztucznych sieci neuronowych	181
5.3. Procedura tworzenia narzędzia ekspertowego	184
5.4. Narzędzie ekspertowe MyBriDE	190
6. Podsumowanie.....	199
6.1. Główne elementy pracy	199
6.2. Praktyczne wykorzystanie wyników pracy	201
6.3. Potencjalne kierunki dalszych badań.....	203
Literatura	205

Od autora

Mogę pokusić się o stwierdzenie, że analiza nośności granicznej mostów murowanych stanowi jedno z ciekawszych i trudniejszych zagadnień branży inżynierii lądowej, choć w Polsce jest jednocześnie problemem rzadko poruszanym i często lekceważonym. W trakcie podejmowania tego tematu, towarzyszącym mi uczuciem były wątpliwości wynikające z niewielkiej liczby tak polskich, jak i zagranicznych źródeł literaturowych, jak również informacji na temat prowadzonych badań dotyczących omawianego zakresu wiedzy, co czyniło postawione przede mną zadanie dużym wyzwaniem.

Jednym z ważniejszych czynników umożliwiających mi zrealizowanie podjętego tematu był mój udział w dwóch dużych międzynarodowych projektach badawczych: projekcie Międzynarodowej Unii Kolei (UIC) „*Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges*” oraz projekcie “*Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives*” w ramach 6. Programu Ramowego Unii Europejskiej. Doświadczenie to dało mi niepowtarzalną szansę bezpośredniego kontaktu z nieliczną grupą największych autorytetów w dziedzinie analiz i badań mostów murowanych oraz owocowało szybkim poszerzaniem mojej wiedzy.

W tym miejscu pragnę serdecznie podziękować promotorowi mojej rozprawy Panu prof. Janowi Bieniowi za nadzór nad całością prac, organizację badań i umożliwienie mi udziału we wspomnianych projektach oraz za wsparcie zarówno naukowe, jak i emocjonalne.

Dziękuję również współpracownikom z Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, a szczególnie zespołowi Zakładu Mostów, oraz wszystkim znajomym i przyjaciółom za cenne uwagi, doping, mobilizację, uczynność i życzliwość. Specjalne podziękowania kieruję do Pana Pawła Rawy za jego wszechstronną pomoc merytoryczną i techniczną przy tworzeniu tego opracowania.

Dziękuję wszystkim osobom, z którymi miałem okazję współpracować w ramach realizacji wspomnianych projektów, za ich serdeczność, zaangażowanie i pomoc. Do osób którym należą się szczególne podziękowania należą: prof. Clive Melbourne (University of Salford), który m.in. umożliwił mi uczestnictwo w badaniach laboratoryjnych modeli mostów murowanych, dr Matthew Gilbert (The University of Sheffield) udzielający cennych wskazówek dotyczących metod obliczeniowych, dr Bill Harvey (The University of Exeter), chętnie dzielący się swoim ogromnym doświadczeniem inżynierskim z zakresu mechaniki mostów murowanych oraz dr Antonio Brencich (University of Genoa) posiadający rozległą

wiedzę na temat zastosowań Metody Elementów Skończonych do mostów murowanych.

Jak uważam, jednym z istotniejszych elementów mojej pracy było przeprowadzenie doświadczalnych badań terenowych na murowanym moście sklepionym w Oleśnicy. W realizacji tego bardzo wszechstronnego zadania zaangażowanych było wiele osób, bez których pomocy postawiony cel nie mógłby być osiągnięty. Za udział dziękuję przede wszystkim osobom reprezentującym: PKP PLK, Instytut Geotechniki i Hydrotechniki PWr., Instytut Budownictwa PWr., BAM (z Niemiec) oraz IDS (z Włoch).

Szeregu osobom dziękuję za udostępnienie ważnych informacji statystycznych i materiałów literaturowych na temat mostów murowanych, a w szczególności: Zygmuntowi Kubiakowi (PKP PLK), Stefanowi Rewińskiemu (GDDKiA), Andrzejowi Łęgoszowi (DZDW), dr Jose Martin-Caro (JMC z Hiszpanii) oraz Keithowi Ross (Network Rail z Wielkiej Brytanii).

Dziękuję również Bartoszowi Bieniowi za pomoc w opracowaniu oprogramowania prezentowanego narzędzia ekspertowego MyBriDE oraz Dorocie Rawie za kontrolę redakcyjną pracy.

Bardzo obszerną część prezentowanych prac objęły prowadzone przeze mnie obliczenia wykorzystujące system ABAQUS, wymagające zastosowania komputerów dużej mocy. Taką możliwość zapewnił mi grant obliczeniowy uzyskany od Wrocławskiego Centrum Sieciowo-Superkomputerowego (WCSS) Politechniki Wrocławskiej, za co niniejszym wyrażam wielką wdzięczność.

Wykonanie opisywanych zadań w znacznym stopniu umożliwiło mi finansowanie otrzymane ze strony Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego w latach 2006-2008 w ramach realizacji projektu badawczego nr N506 073 31/3290, które również głęboko doceniam.

Na końcu pragnę wyrazić najcieplejsze podziękowania całej mojej rodzinie za wsparcie na każdej płaszczyźnie, a w szczególność kochanej Żonie i Córcie, które były ze mną i inspirowały mnie.

T. K.

1. Wstęp

1.1. Motywacja podjęcia tematu

Murowane konstrukcje łukowe są najstarszym rodzajem obiektów mostowych, których historia sięga średniowiecza [190], a nawet czasów starożytnych [191]. Według archeologów najstarsze łuki murowane były wznoszone około 5 tys. lat temu w Dolnym Egipcie i Mezopotamii, a po raz pierwszy jako układ konstrukcyjny mostu zostały wykorzystane przez Chińczyków około 2900 r. p.n.e. [176]. W Europie pionierami w budowaniu mostów kamiennych byli Rzymianie, którzy pierwsze konstrukcje tego typu wzniesli w II w. p.n.e. Do dzisiejszych czasów mosty murowane stanowią bardzo liczną grupę wśród eksploatowanych drogowych i kolejowych konstrukcji mostowych zarówno w Polsce, jak i w całej Europie. Dane statystyczne na ten temat potwierdzają np. na aż 10-procentowy udział tego typu konstrukcji wśród wszystkich obiektów mostowych w Polsce [17]. Ogólnie w kraju funkcjonuje w przybliżeniu 1000 tego typu konstrukcji mostowych na liniach kolejowych, a w ciągu dróg około 2500 mostów i wiaduktów oraz ponad 20 tys. przepustów [30]. Mosty murowane na terenie Europy stanowią jeszcze bardziej znaczącą grupę obejmującą 25% obiektów drogowych i 45% obiektów kolejowych [8]. W zdecydowanej większości przypadków są to obiekty stare lub bardzo stare: 98% kolejowych mostów murowanych ma ponad 50 lat, 64% – ponad 100 lat.

Naturalnie, w związku z tak zaawansowanym wiekiem, murowane konstrukcje łukowe charakteryzują się wyraźnie obniżoną kondycją, determinowaną przez liczne i często znacznie nasilone uszkodzenia elementów konstrukcyjnych [140]. Obecność uszkodzeń jest zjawiskiem naturalnym i nieuniknionym, a procesy odpowiedzialne za ich powstawanie wciąż są aktywne. Ponadto degradacja mostów murowanych cały czas postępuje, a dodatkowo jej tempo rośnie tego powodu, że konstrukcje poddawane są obecnie zdecydowanie wyższym wymaganiom eksploatacyjnym w zakresie dopuszczalnych obciążeń i prędkości ruchu taboru w stosunku do poziomów zakładanych przy ich projektowaniu.

Biorąc pod uwagę powyższe fakty, można stwierdzić, że ocena nośności uszkodzonych mostów murowanych jest ważnym, nieuniknionym i coraz częstszym problemem. Co więcej, uwzględniając niejednokrotnie wysokie walory estetyczno-architektoniczne czy wartości zabytkowe tych konstrukcji ([31], [32], [33], [82], [166], [196]) oraz ich znaczną liczbę, problemu tego nie można pominąć czy łatwo wyeliminować,

natomiast konieczne i pilne staje się usystematyzowane opracowanie jego rozwiązania.

Mimo wskazanych tu oczywistych potrzeb zagadnienie teoretycznej analizy nośności mostów murowanych z uwzględnieniem ich uszkodzeń nie zostało do tej pory zadowalająco zbadane i rozwiązane. Wynikać to może po części z wysokiego poziomu złożoności samej konstrukcji mostów murowanych oraz jej zachowania pod obciążeniem. Analizowanie takiego zagadnienia wymaga zaawansowanych metod oraz długotrwałych procedur pochłaniających znaczne moce obliczeniowe, które stanowią wyzwanie nawet dla współczesnych komputerów.

W codziennej praktyce inżynierskiej z omawianym problemem, o tak dużej skali i stopniu trudności, borykają się często osoby nieposiadające ani możliwości, ani kwalifikacji do prowadzenia skomplikowanych analiz obliczeniowych. Ich zadaniem jest jednak podejmowanie ważnych a jednocześnie szybkich decyzji określających np. konieczność wykonania napraw obiektu czy też nawet warunkujących możliwość jego eksploatacji. To rodzi potrzebę istnienia prostych, ale skutecznych narzędzi wspomagających procesy decyzyjne w zarządzaniu infrastrukturą mostową. Tego typu narzędzia, przy zachowaniu łatwości w użyciu i minimalnej ingerencji ze strony użytkownika, powinny zapewniać precyzyjne wyniki uzyskane na podstawie dobrze ugruntowanej wiedzy uzyskanej np. w toku zaawansowanych analiz obliczeniowych. Tak określone cechy łączą w sobie tzw. systemy ekspertowe, których zadaniem jest reprezentacja wcześniej zgromadzonej wiedzy otrzymanej w wyniku analiz symulacyjnych, a uzyskanej od ekspertów w danej dziedzinie lub z innych źródeł i jej wykorzystanie do analizy zdefiniowanego przez użytkownika przypadku.

Aktualność zagadnień dotyczących murowanych konstrukcji mostowych potwierdza dodatkowo to, że są one wciąż przedmiotem prac naukowych w wielu krajach (np. [151]). Były także tematem dwóch dużych międzynarodowych projektów badawczych realizowanych w ostatnich latach: projektu Międzynarodowej Unii Kolei (UIC) „*Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges*” [113] oraz projektu “*Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives*” w ramach 6. Programu Ramowego Unii Europejskiej, w których realizacji autor brał aktywny udział.

1.2. Charakterystyka mostów murowanych

Jako podstawę badań charakterystyki mostów murowanych, prezentowanej w pracy, wykorzystano dane dotyczące obiektów drogowych i kolejowych znajdujących się na terenie



Rys. 1.1. Przykładowe murowane sklepienie mostowe eksploatowane w Polsce:
a) jednoprzęsłowe, b) wieloprzęsłowe

Dolnego Śląska, przyjmując je za reprezentatywne dla obszaru całej Polski oraz środkowego rejonu Europy, wsparte dodatkowo danymi bezpośrednio opisującymi wybrane obiekty z różnych krajów europejskich.

Źródłem danych wykorzystanych w pracy są:

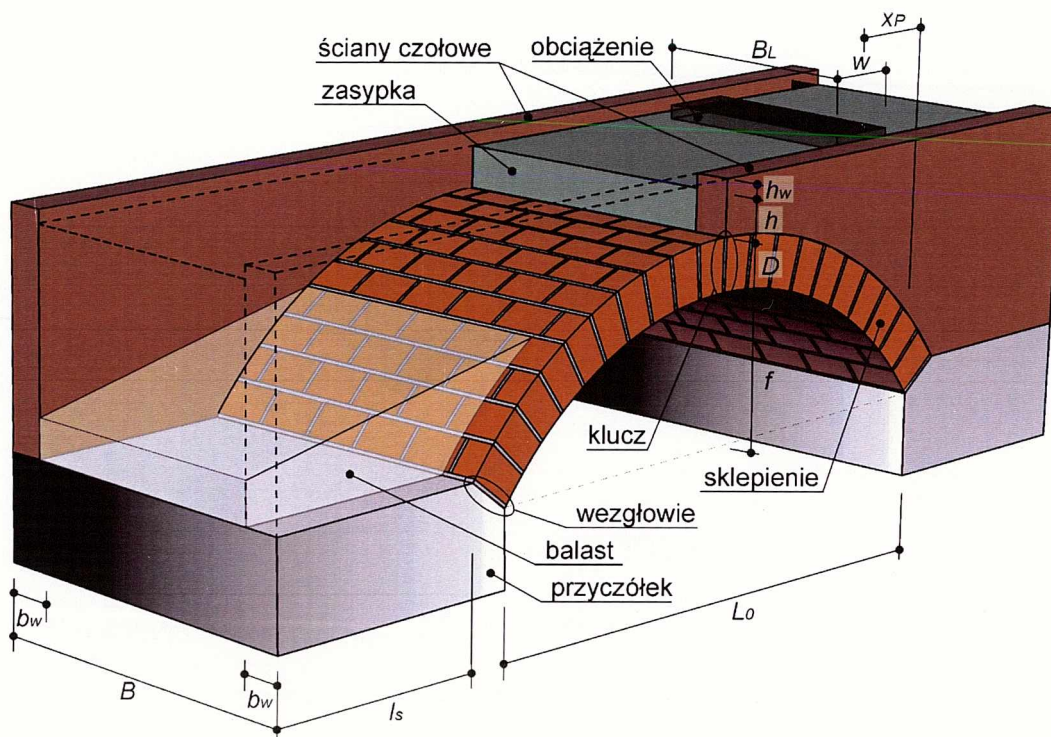
- autorskie badania terenowe mostów murowanych – obejmujące przegląd kilkudziesięciu obiektów drogowych i kolejowych (w tym mostów z rys. 1.1),
- bazy danych obiektów mostowych regionalnych oddziałów:
 - Polskich Kolei Państwowych – Polskich Linii Kolejowych (PKP PLK) – 74 obiekty,
 - Generalnej Dyrekcji Dróg Krajowych i Autostrad (GDDKiA) – 43 obiekty (w tym 11 obiektów zabytkowych),
 - Dolnośląskiego Zarządu Dróg Wojewódzkich (DZDW) – 94 obiekty,
- baza danych obejmująca 265 obiektów kolejowych z 7 państw europejskich opracowana przy współudziale autora w ramach wspomnianego międzynarodowego projektu badawczego UIC [171],
- dane literaturowe (np. [8], [30], [127], [183]).

Murowane mosty sklepione stanowią specyficzną grupę konstrukcji inżynierskich odróżniającą się od innych obiektów mostowych zarówno pod względem ich mechaniki, jak i cech konstrukcyjnych [50]. Specyfika budowy tych obiektów polega głównie na:

- istnieniu charakterystycznych elementów konstrukcyjnych, takich jak: murowane sklepienie łukowe i ściany czołowe, zasypka gruntowa, balast, ewentualne sklepienia pachwinowe, bardzo masywne podpory zapewniające przenoszenie dużych sił rozporu, często spotykane posadowienie na palach drewnianych,
- zastosowaniu zróżnicowanych materiałów, tj. elementów murowych (kamiennych, ceglanych lub betonowych), spoin (wapiennych, wapienno-cementowych lub cementowych), zasypki (z gruntu rodzimego lub stabilizowanego cementem, betonu lub kruszywa),
- znacznych wymiarach gabarytowych elementów konstrukcyjnych,
- podatności konstrukcji na przyspieszoną degradację pod wpływem zwiększającej się intensywności eksploatacji obiektu.

Typowy układ konstrukcyjny jednoprzęsłowego murowanego mostu sklepionego przedstawiono na rys. 1.2.

Jako cechę szczególną wybranych do omówienia konstrukcji o sklepieniach jednowarstwowych, jak i niezwykle istotną pod kątem analiz statyczno-wytrzymałościowych opisanych w dalszych rozdziałach uznano obecność spoin radialnych stanowiących płaszczyzny obejmujące swym zakresem cały przekrój poprzeczny sklepienia.



Rys. 1.2. Konstrukcja jednoprzęsłowego sklepionego mostu murowanego oraz jego podstawowe wymiary geometryczne

Do typowych konstrukcji mostów murowanych należy zaliczyć najczęściej spotykane obiekty małych rozpiętości (ok. 3÷20 m), jednoprzęsłowe, o prostokątnym układzie w planie, ze sklepieniem jednowarstwowym o stałym promieniu i grubości. Wybrane dane statystyczne opracowane dla populacji 476 obiektów, określające podstawowe charakterystyki geometryczne (zgodnie z rys. 1.2) mostów murowanych, przedstawiają się następująco:

- udział obiektów jednoprzęsłowych: 89%,
- udział obiektów dwuprzęsłowych: 5%,
- średnia rozpiętość przęsła w świetle: $L_0 = 5.8$ m,
- udział obiektów ze sklepieniami jednowarstwowymi: 80%,
- udział obiektów ze sklepieniami o stałym promieniu: 80%,
- udział obiektów ze sklepieniami o stałej grubości: 95%,
- udział obiektów ze sklepieniami o stosunku strzałki łuku do jego rozpiętości w świetle $f/L_0 = 1/2$: 40%,
- udział obiektów ze sklepieniami o stosunku strzałki łuku do jego rozpiętości w świetle $f/L_0 = 1/4$: 40%,
- średni stosunek grubości do rozpiętości sklepienia: $D/L_0 = 1/10$,
- średnia szerokość obiektu: $B = 6$ m,
- średnia miąższość zasypki nad kluczem sklepienia: $h = 0.35$ m.

Dane dotyczące materiału elementów murowych zastosowanych w sklepieniach, traktowanych tu jako wyróżnik i kluczowy element konstrukcji, wskazują na udział obiektów:

- ceglanych: 66%,
- kamiennych: 34%.

Zaobserwowano, że zarówno obiekty ceglane, jak i kamienne, występują ze ścianami czołowymi i podporami ceglanymi, kamiennymi lub betonowymi. Pojawiają się też, zwłaszcza na terenach miejskich, konstrukcje o sklepieniach ceglanych, z kamiennymi kłińcami czołowymi.

W toku przeprowadzonych badań nie stwierdzono zasadniczych różnic w kształtowaniu elementów konstrukcyjnych drogowych i kolejowych mostów murowanych. Różnice te natomiast obejmują naturalnie konstrukcję nawierzchni oraz wynikające stąd rodzaje i schematy obciążeń taborem.

1.3. Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem badań prezentowanej pracy są jednoprzęsłowe murowane kolejowe mosty sklepienie (zarówno kamienne, jak i ceglane) o prostokątnym układzie w planie, ze sklepieniem jednowarstwowym o stałym promieniu i grubości. Przedstawione metody i koncepcje mogą być również stosowane, bezpośrednio lub z drobnymi modyfikacjami, w stosunku do jednoprzęsłowych obiektów drogowych oraz kolejowych i drogowych konstrukcji wieloprzęsłowych.

Za cel postawiono sobie sformułowanie skutecznej i kompleksowej metody określania nośności granicznej nieuszkodzonych przęseł mostów murowanych, umożliwiającej także analizę wpływu typowych uszkodzeń na nośność graniczną rozpatrywanych konstrukcji.

Zakres działań jaki został wyznaczony obejmuje opracowanie metodyki numerycznego modelowania rozpatrywanej klasy obiektów oraz przeprowadzenie serii analiz nośności granicznej nieuszkodzonych i uszkodzonych konstrukcji mostowych z weryfikacją wyników na podstawie rezultatów badań doświadczalnych. Zwieńczeniem tych prac jest stworzenie łatwego w użyciu narzędzia ekspertowego wykorzystującego wyniki zaawansowanych analiz do oceny wpływu uszkodzeń na nośność konstrukcji.

W szczególności skupiono uwagę na realizacji zadań, takich jak:

- zbadanie charakterystyki mostów murowanych z wnikliwą analizą ich materiału i geometrii oraz identyfikacją uszkodzeń,

- stworzenie ogólnej klasyfikacji uszkodzeń mostów murowanych, a także wytypowanie najczęstszych i najistotniejszych, z punktu widzenia nośności, rodzajów uszkodzeń tych konstrukcji,
- przeprowadzenie przeglądu stanu wiedzy dotyczącej metod analizy statyczno-wytrzymałościowej oraz metod badań mostów murowanych w stanie nienaruszonym oraz z uwzględnieniem ich uszkodzeń,
- sformułowanie kinematycznej metody analizy nośności granicznej mostów murowanych w stanie nienaruszonym oraz z uwzględnieniem uszkodzeń,
- opracowanie oryginalnej metodyki mezomodelowania murowanych konstrukcji łukowych w MES z możliwością modelowania typowych uszkodzeń konstrukcji,
- opracowanie dwu- i trójwymiarowych modeli numerycznych i nieliniowych procedur obliczeniowych MES umożliwiających określenie nośności granicznej mostów murowanych w stanie nienaruszonym oraz z uwzględnieniem uszkodzeń,
- przeprowadzenie analiz wrażliwości wpływu wybranych parametrów zaproponowanych modeli obliczeniowych na wyznaczaną nośność graniczną konstrukcji,
- dokonanie porównawczej analizy nośności granicznej wybranych konstrukcji mostów murowanych w stanie nienaruszonym, wyznaczonej za pomocą metody kinematycznej, MES, metod innych autorów oraz wyników badań laboratoryjnych i terenowych,
- przeprowadzenie obszernej analizy parametrycznej wpływu wybranych parametrów uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji mostów murowanych przy zastosowaniu metody kinematycznej i MES,
- opracowanie koncepcji reprezentacji i aproksymacji uzyskanych wyników analiz parametrycznych za pomocą narzędzia ekspertowego opartego na technologii sieci hybrydowych, wykorzystujących komponenty neuronowe,
- opracowanie komputerowego narzędzia ekspertowego wspomagającego ocenę nośności mostów murowanych z możliwością uwzględniania wpływu uszkodzeń.

1.4. Tezy i układ opracowania

W przedstawionym opracowaniu sformułowano następujące tezy:

1. Zastosowanie dyskretnych modeli obliczeniowych wykorzystujących technikę mezomodelowania umożliwia skuteczną, efektywną, łatwą w interpretacji i porównywalną z badaniami doświadczalnymi analizę nośności granicznej tych konstrukcji.
2. Analiza porównawcza obciążenia granicznego przęseł mostów murowanych prowadzona dla obiektów nienaruszonych oraz obiektów uszkodzonych stanowi skuteczną miarę oddziaływania uszkodzeń na stan konstrukcji.
3. Istnieje możliwość kompleksowego i efektywnego wspomagania oceny nieliniowego i wieloczynnikowego wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji przęseł mostów murowanych za pomocą narzędzi ekspertowych wykorzystujących technologię sieci hybrydowych.

W powyższych tezach użyto kilku określeń i pojęć, takich jak: „mezomodelowanie”, „skuteczna”, „efektywna”, „stan konstrukcji”, „kompleksowe” i „sieć hybrydowa” wymagających dodatkowego komentarza. „Mezomodelowanie” stanowi specyficzny sposób reprezentacji elementów murowanych w modelach MES. Określenie to, zaproponowane przez autora, wskazuje pośrednie podejście w stosunku do znanych powszechnie technik mikro- i makromodelowania. Przymiotnik „skuteczna”, zastosowany do metody, rozumiany jest jako: „dająca pożądaný skutek” – niezależnie od okoliczności prowadzących do jego osiągnięcia. Określenie „efektywna” jest natomiast użyte w znaczeniu: „wydajna i optymalna, posiadająca zalety względem innych możliwych sposobów realizacji celu”. Wyrażenie „stan konstrukcji” oznacza globalne wyężenie konstrukcji związane z poziomem wykorzystania możliwości przenoszenia przez nią obciążeń. Przymiotnik „kompleksowa” zastosowano w znaczeniu: „obejmująca całość zagadnień związanych z realizacją celu, dająca ostateczny wynik na podstawie danych wejściowych”. „Sieć hybrydowa” to określenie z dziedziny inżynierii wiedzy oznaczające rodzaj narzędzia przetwarzania i reprezentacji danych, złożonego ze współpracujących komponentów o różnych technologiach, takich jak: sieci neuronowe, algorytmy genetyczne, logika rozmyta czy funkcje matematyczne.

Pracę, mającą na celu udowodnienie sformułowanych powyżej tez, podzielono na sześć rozdziałów. Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do tematu, zwrócono w nim uwagę na problem związany z oceną nośności mostów murowanych, sformułowano tezy pracy oraz

zaprezentowano podstawowe założenia i oznaczenia. W rozdziale 2 przedstawiono aktualny stan wiedzy w zakresie analiz i badań murowanych konstrukcji mostowych oraz wskazano obszary tej tematyki wymagające dalszego rozwijania. Najbardziej rozległą częścią pracy jest rozdział 3, w którym zaproponowano dwa podejścia do analizy nośności granicznej nieuszkodzonych mostów murowanych wykorzystujące metodę kinematyczną oraz *Metodę Elementów Skończonych* (MES). W rozdziale tym przedstawiono również podstawowe założenia analiz, szczegółowo omówiono części składowe poszczególnych modeli, przeprowadzono analizy wrażliwości uzyskiwanych wyników na modyfikację podstawowych parametrów modeli oraz dokonano porównania wyników obliczeń i badań doświadczalnych. W rozdziale 4 poruszono temat nośności granicznej przęseł murowanych mostów sklepionych z uszkodzeniami. Przedstawiono podstawowe uszkodzenia tych konstrukcji i sposób ich klasyfikacji. Ponadto za pomocą metody kinematycznej oraz MES przeanalizowano wpływ typowych uszkodzeń na nośność przęseł mostów murowanych. W rozdziale 5 zaprezentowano sposób wspomagania oceny nośności granicznej murowanych mostów sklepionych przy wykorzystaniu systemu ekspertowego. Omówiono podstawy wykorzystywanej przez system koncepcji sieci hybrydowych, obejmujących technologię sieci neuronowych, procedurę tworzenia systemu oraz przykładowe autorskie narzędzie ekspertowe wspomagające ocenę nośności przęseł mostów murowanych z uwzględnieniem uszkodzeń. W rozdziale 6 zamieszczono posumowanie pracy zawierające uwagi na temat praktycznej przydatności uzyskanych rezultatów i potencjalnych kierunków dalszych badań.

1.5. Stosowane określenia

W pracy autor posługuje się zestawem podstawowych określeń, których definicje przedstawiono poniżej:

- *balast sklepienia* – część zasypki znajdująca się nad wezglowiem sklepienia, tworzona przez materiał o większej sztywności (mur, gruz, tłuczeń lub beton),
- *baza wiedzy* – specjalistyczna wiedza z danej dziedziny zapisana za pomocą wybranego sposobu jej reprezentacji,
- *cios* – blok kamienny zwykle o kształcie zbliżonym do prostopadłościanu,
- *element/blok murowy* – pojedynczy element blokowy muru: cegła, cios lub blok betonowy,
- *grzbiet/podniebienie sklepienia* – górna/dolna powierzchnia sklepienia,
- *kliniec* – cios kamienny o przekroju trapezowym będący elementem sklepienia,

- *klucz (zwornik) sklepienia* – centralny, najwyżej usytuowany przekrój sklepienia,
- *linia ciśnień* – geometryczny zbiór punktów określających położenia wypadkowych sił w poszczególnych przekrojach sklepienia,
- *most murowany* – most o murowanych elementach konstrukcyjnych przęsła,
- *narzędzie ekspertowe* – komputerowy program konsultacyjny zastępujący eksperta, wspomagający korzystanie z wiedzy i podejmowanie decyzji,
- *nośność graniczna (obciążenie graniczne)* – wartość obciążenia o ustalonym schemacie, przy którym konstrukcja traci zdolność do jego przenoszenia i staje się układem geometrycznie zmiennym (stanowi jednocześnie maksymalne obciążenie fizycznie możliwe do przeniesienia przez konstrukcję),
- *obciążenie dopuszczalne* – wartość obciążenia o ustalonym schemacie, możliwego do przeniesienia przez konstrukcję w sposób bezpieczny, z zachowaniem warunków bezpieczeństwa,
- *pachwina łuku* – skrajna część łuku znajdująca się w okolicy wezglowia,
- *przegub plastyczny* – punkt przekroju krytycznego, wokół którego następuje obrót sąsiadujących części konstrukcji,
- *segment* – fragment sklepienia reprezentujący zestaw kilku elementów murowych wraz ze spoinami między nimi o uśrednionych charakterystykach mechanicznych,
- *sklepienie* – element nośny konstrukcji o łukowym kształcie profilu podłużnego,
- *spoina* – element sklepienia wypełniający przestrzeń między elementami murowymi, wykonany z zaprawy wapiennej, cementowej lub wapienno-cementowej,
- *stan techniczny konstrukcji* – miara zgodności aktualnych parametrów technicznych (geometrii, właściwości materiału itp.) z wielkościami zaprojektowanymi,
- *strzałka (wyniosłość) sklepienia* – pionowa odległość między punktami podniebienia w wezglowiu i kluczu sklepienia,
- *sztuczna sieć neuronowa* – struktura matematyczna odzwierciedlająca wielowymiarowe zbiory danych, ze zdolnością uczenia się i uogólniania nabytej wiedzy,
- *ściana czołowa* – ściana równoległa do osi mostu ustawiona na sklepieniu wzdłuż jego krawędzi,
- *uszkodzenie* – efekt powodujący pogorszenie parametrów technicznych i/lub eksploatacyjnych w stosunku do stanu zaprojektowanego,
- *wezglowie sklepienia* – najniżej usytuowany przekrój sklepienia przylegający do

podpory,

- *wskaźnik wpływu uszkodzenia* – miara wpływu uszkodzenia na stan konstrukcji,
- *zasypka* – materiał wypełniający przestrzeń ograniczoną sklepieniem i ścianami czołowymi mostu sklepionego.

1.6. Wykaz ważniejszych oznaczeń

W pracy zastosowano następujące symbole:

- A – pole przekroju poprzecznego sklepienia,
- b_w – grubość ścian czołowych,
- B – szerokość mostu/sklepienia,
- B_{eff} – szerokość efektywna sklepienia,
- B_L – wymiar pasma obciążenia równomiernie rozłożonego pod siłą P mierzony w poprzek mostu,
- c – spójność (kohezja),
- d – skalarna zmienna degradacji,
- D – grubość sklepienia,
- $\mathbb{D}$ – poziom degradacji,
- $\mathbf{D}_{el}$ – macierz sprężystości,
- e – mimośród siły wypadkowej w przekroju sklepienia,
- e^i – klasa modelu numerycznego o elementach wymiaru i ,
- $\mathbb{E}$ – rozległość uszkodzenia,
- E_b – moduł sprężystości podłużnej elementu murowego (bloku),
- E_m – moduł sprężystości podłużnej spoiny,
- E_M – moduł sprężystości podłużnej muru,
- E_s – moduł sprężystości podłużnej zasypki,
- E_w – moduł sprężystości podłużnej materiału ściany czołowej,
- f – strzałka (wyniosłość) sklepienia,
- f_{cb} – wytrzymałość elementu murowego na ściskanie,
- f_{cm} – wytrzymałość spoiny na ściskanie,
- f_{cM}, f_c – wytrzymałość muru na ściskanie,
- F_i – ciężar obszaru i zasypki gruntowej,
- f_{tb} – wytrzymałość elementu murowego na rozciąganie,
- f_{tm} – wytrzymałość spoiny na rozciąganie,

- f_{tM}, f_t – wytrzymałość muru na rozciąganie,
 G – moduł sprężystości poprzecznej,
 G_i – ciężar segmentu i sklepienia,
 h – grubość (miąższość) zasypki nad kluczem sklepienia,
 h_w – wysokość ściany czołowej nad poziomem nawierzchni,
 I – intensywność uszkodzenia,
 k – współczynnik destrukcji materiału,
 K – współczynnik parcia biernego gruntu,
 l – długość sklepienia mierzona wzdłuż jego powierzchni środkowej,
 L – lokalizacja uszkodzenia,
 l_s – odległość między punktem grzbietu sklepienia w wezłowie a boczną krawędzią/powierzchnią modelu,
 L_0 – rozpiętość sklepienia w świetle,
 m – grubość spoiny,
 M – moment zginający w przekroju sklepienia,
 n_i – liczba warstw elementów murowych w pojedynczym segmencie sklepienia wzdłuż kierunku i , gdzie $i \in (x, y, z)$,
 N – siła osiowa w przekroju sklepienia,
 N^{0i} – liczba warstw elementów murowych sklepienia wzdłuż kierunku i , gdzie $i \in (x, y, z)$,
 N^i – liczba segmentów murowych sklepienia wzdłuż kierunku i , gdzie $i \in (x, y, z)$,
 p^i – klasa modelu numerycznego zdefiniowanego w przestrzeni wymiaru i ,
 P – siła skupiona symulująca obciążenie osią pojazdu,
 P_{ult} – całkowita wartość graniczna siły P ,
 P_{ult}^1 – wartość graniczna siły P przypadająca na jednostkową szerokość konstrukcji,
 R – promień krzywizny łuku sklepienia,
 s_i – wymiar segmentu murowego sklepienia wzdłuż kierunku i , gdzie $i \in (x, y, z)$,
 S – współczynnik separacji,
 t – wskaźnik wytrzymałości styku przy skręcaniu,
 T – wytrzymałość styku przy skręcaniu,
 u_0 – przemieszczenie pionowe płyty obciążającej pod siłą P ,
 u – przemieszczenie pionowe przekroju sklepienia pod siłą P ,
 V – siła poprzeczna w przekroju sklepienia,
 w – wymiar pasma obciążenia równomiernie rozłożonego pod siłą P (boku płyty

- obciążającej) mierzony wzdłuż osi mostu,
- W – siła skupiona parcia biernego gruntu,
- x_c – współrzędna centrum obszaru uszkodzenia mierzona wzdłuż osi sklepienia
względem wezłowia sklepienia,
- x_P – współrzędna pozioma położenia osi obciążenia zewnętrznego P mierzona względem
wezłowia sklepienia,
- α_j – współrzędna katowa lokalizacji przegubu plastycznego j ,
- δ_{pl} – odkształcalność plastyczna materiału,
- Δd – grubość sklepienia objęta uszkodzeniem,
- ΔF – pole przekroju sklepienia objęte uszkodzeniem,
- Δl – długość sklepienia mierzona wzdłuż jego powierzchni środkowej objęta
uszkodzeniem,
- γ_s – ciężar objętościowy zasypki,
- γ_M – ciężar objętościowy muru,
- η – wskaźnik wpływu uszkodzenia,
- $\theta^{d/g}$ – współrzędna katowa dolnej/górnej granicy obszaru uszkodzenia,
- κ_P – względna współrzędna pozioma położenia osi obciążenia zewnętrznego P
mierzona względem wezłowia sklepienia,
- λ – mnożnik obciążenia zewnętrznego P ,
- μ_s – współczynnik tarcia między zasypką a sklepieniem,
- μ_m – współczynnik tarcia w spoinach,
- ν_b – współczynnik Poissona elementu murowego,
- ν_m – współczynnik Poissona spoiny,
- ν_s – współczynnik Poissona zasypki,
- $\rho^{x/y}$ – rozbieżność (odchyłka) wyników x i y wyrażona procentowo,
- $\bar{\rho}_{ABS}$ – średnia rozbieżność (odchyłka) bezwzględna wyników x i y wyrażona procentowo,
- ϕ – kąt tarcia wewnętrznego,
- ψ – kąt dylatacji.

Wykorzystano także następujące skróty:

2D – dwuwymiarowy,

3D – trójwymiarowy,

MED – Metoda Elementów Dyskretnych,

MES – Metoda Elementów Skończonych,

PE – płaski stan odkształceń,

PS – płaski stan naprężeń,

RVE – reprezentatywny element objętości (ang. *representative volume element*).

2. Stan wiedzy w zakresie analiz i badań mostów murowanych

2.1. Zarys historyczny

W początkowym okresie wznoszenia murowanych konstrukcji łukowych wiedza na ten temat opierała się jedynie na doświadczeniu wynikającym z sukcesów lub porażek wcześniejszych realizacji [176]. Pierwszej próby teoretycznego opisu zachowania tych konstrukcji dokonał Hooke (1675 r.), który spostrzegł analogię w rozkładzie sił w łuku do sił w zwisającej swobodnie linie, zawieszanej za oba końce [109]. Matematyczny opis krzywej o kształcie wiszącej liny przedstawił Gregory (1697 r.), uznając, że taka odwrócona krzywa łańcuchowa, odpowiadająca myślowo linii ciśnień, powinna zawierać się w profilu właściwie zaprojektowanego łuku. Próby usystematyzowanego podejścia do projektowania sięgają XVIII w. i zapoczątkowane zostały przez Coupleta (1730 r.) i La Hire'a (1731 r.), którzy w sposób eksperymentalny i analityczny rozpatrywali przebiegi linii ciśnień w łuku i zachowanie się łuków w chwili zawalenia. Intensywne eksperymenty z konstrukcjami łukowymi rozpoczęły się w XIX w. i prowadzili je m.in. Boistard (1800 r.), Robinson (1822 r.), Barlow (1846 r.) i Jenkins (1876 r.). Warto odnotować spostrzeżenie Barlowa, który udowodnił eksperymentalnie, że w łuku o grubości większej od tej zapewniającej jego stabilność można wpisać wiele różnych kształtów linii ciśnień, zachowując równowagę konstrukcji. Równocześnie prowadzone były analizy teoretyczne (Navier 1826 r., Rankine 1862 r.), prowadzących do ustalenia m.in. warunków dla bezpiecznego położenia linii ciśnień zawierającego się w rdzeniach przekrojów łuku. Wśród wielu badaczy poszukujących metod wyznaczenia rzeczywistego przebiegu linii ciśnień w łuku największych osiągnięć dokonał Castigliano (1879 r.), opracowując twierdzenie o minimum energii odkształcenia. W XX w. prowadzono kolejne badania łuków murowanych, a wśród nich warto wymienić następujące realizacje: Pippard i Ashby (1939 r.) – 23 łuki z bloków betonowych, Davey (1953 r.) – 21 wyłączonych z eksploatacji mostów sklepionych, Chettoe i Henderson (1957 r.) – 8 eksploatowanych wcześniej konstrukcji mostowych. Wiedza zarówno na temat badań obiektów w skali naturalnej, jak i modeli laboratoryjnych, prowadzonych pod koniec XX w. i później, dzięki dostępnej, bardziej szczegółowej dokumentacji, jest wykorzystana jako podstawa analiz rozwijanych w prezentowanej pracy i opisana dokładniej w kolejnych rozdziałach. Ponadto w XX w. nastąpił intensywny rozwój metod analitycznych opartych na teorii sprężystości i plastyczności, a powszechnym podejściem do obliczeń statyczno-

-wytrzymałościowych murowanych konstrukcji łukowych stała się analiza stanu nośności granicznej, co również jest przedmiotem tej pracy.

2.2. Analizy mostów murowanych

2.2.1. Modele obliczeniowe

2.2.1.1. Podstawa klasyfikacji modeli

Istnieje wiele sposobów modelowania murowanych mostów sklepionych, które różnią się między sobą rodzajami zastosowanych modeli geometrii, materiału czy obciążeń [117]. Wybór odpowiedniego modelu wynika z jednej strony z wymaganej postaci i dokładności wyników, a z drugiej z dostępnych narzędzi oraz czasu przeznaczonego na analizę.

Podstawowy podział modeli numerycznych można zdefiniować, biorąc pod uwagę zestaw komponentów rzeczywistej konstrukcji reprezentowanych w modelu obliczeniowym. W górnej części tab. 2.1 zestawiono dziewięć różnych, najczęściej spotykanych kombinacji modelowanych komponentów mostów murowanych (od samego sklepienia aż po wszystkie składowe konstrukcji wraz z otaczającym gruntem). Często modele numeryczne konstrukcji mostowych koncentrują się głównie na elementach przęśla z pominięciem podpór i otaczającego gruntu. Wówczas podpory wraz z posadowieniem są rozpatrywane jako

Tab. 2.1. Zakresy zastosowań modeli geometrii w zależności od zestawów modelowanych komponentów konstrukcji spotykanych w analizach mostów murowanych

Komponenty konstrukcji	Kombinacje modelowanych komponentów konstrukcji								
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
sklepienie	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
zasypka		✓		✓	✓		✓	✓	✓
ściany czołowe			✓	✓		✓	✓		✓
podpory					✓	✓	✓	✓	✓
grunt wokół podpór								✓	✓
Modele geometrii	Zastosowanie modeli geometrii dla danych kombinacji								
(e^1, p^2)	•	•	○		•	○		○	
(e^1+e^2, p^2)		•	○		•	○		•	
(e^2, p^2)	•	•	○		•	○		•	
(e^1, p^3)	•	○	•	•	○	•	○	○	○
(e^1+e^2, p^3)		○	○	•	○	○	○	○	○
(e^2, p^3)	•		•			•			
(e^2+e^3, p^3)		○	○	•	○	○	•	○	•
(e^3, p^3)	•	○	•	•	○	•	•	○	•
Zastosowanie: • – możliwe; ○ – możliwe, ale nie zalecane									

oddzielne konstrukcje obciążone oddziaływaniami przęseł. W przypadku konstrukcji sklepionych strefy podporowe, a zwłaszcza otaczający je grunt, mają istotny wpływ na pracę całej konstrukcji i powinny być ujęte (bezpośrednio lub chociaż w sposób pośredni) we wspólnym modelu wraz z częściami przęsłowymi. Wśród stosowanych podejść do analizy mostów murowanych spotyka się modelowanie całej szerokości konstrukcji lub jej wybranego podłużnego pasma.

2.2.1.2. Modele geometrii

Ważnym wyróżnikiem modelu obliczeniowego jest klasa jego elementów składowych i klasa jego przestrzeni (zgodnie z koncepcją opisaną w pracy [27]). Zakresy zastosowań poszczególnych modeli geometrii w zależności od zestawu modelowanych komponentów zawarto w dolnej części tab. 2.1. Dostępne modele geometrii, uporządkowane według klas elementów (e^1), (e^2) lub (e^3), gdzie indeks górny oznacza wymiar elementów, oraz przestrzeni (p^2) lub (p^3), gdzie indeks górny oznacza wymiar przestrzeni modelu, przedstawiono na rys. 2.1. Rodzaje modeli zaprezentowano na przykładzie ustrojów nośnych obiektów jednoprzęsłowych prostokątnych w planie, ale omawiane zasady modelowania mają zastosowanie również do mostów wieloprzęsłowych lub ukośnych. Przedstawiona klasyfikacja jest ukierunkowana na modele dyskretne, głównie modele Metody Elementów Skończonych, jednak może być też stosowana w odniesieniu do innych metod analizy.

Z oczywistych względów nie można modelować konstrukcji łukowych w przestrzeni jednowymiarowej. W płaskim modelu prętowym (e^1, p^2) zdefiniowanym w przestrzeni (x, y) pojedyncze elementy mogą reprezentować pełną szerokość sklepienia lub jego wybrane pasmo np. jednostkowej szerokości. Model taki stosowany był przez wielu autorów, por. np. prace: [37], [48], [65], [159], [197].

W przestrzennym modelu prętowym (e^1, p^3) na szerokości sklepienia występuje kilka elementów podłużnych połączonych elementami poprzecznymi, dzięki czemu uwzględniona jest przestrzenna współpraca elementów sklepienia ([119], [164]). Modele wykorzystujące elementy klasy (e^1) są stosunkowo łatwe do zdefiniowania i analizy, niemniej jednak w standardowych algorytmach MES nie umożliwiają pełnego odzwierciedlenia nieliniowej pracy zginanego przekroju murowanego. Wynika to z tego, że przekrój murowany charakteryzuje się bardzo małą wytrzymałością na rozciąganie (mniejszą co najmniej o jeden rząd wartości od wytrzymałości na ściskanie) lub w ogóle nie przenosi naprężeń rozciągających. Zatem przy zginaniu, wiążącym się z wystąpieniem naprężeń rozciągających

(które w obiektach rzeczywistych zwykle występuje już przy niewielkim poziomie obciążeń zmiennych), następuje zarysowanie lub swobodne rozdzielenie materiału w nieściskanej części przekroju. Takie zjawisko nie jest standardowo ujmowane w prętowych modelach MES zakładających niezmiennie relacje między poszczególnymi elementami modelu. Może być natomiast zaimplementowane z wykorzystaniem procedur iteracyjnych opisanych w dalszej części pracy.

Model tarczowy (e^2, p^2), patrz rys. 2.1, jest najczęściej wykorzystywanym narzędziem w analizie mostów murowanych, np. prace [21], [83], [85], [91], [130], [143], [161]. Zbudowany jest z elementów, z których każdy reprezentuje część profilu podłużnego mostu. Grubość elementów w kierunku osi z odpowiada szerokości modelowanej części konstrukcji. Gdy model obejmuje całą szerokość mostu (zwłaszcza dla wąskich konstrukcji), zakłada się zwykle płaski stan naprężenia (PS), gdy stanowi jego wybrane pasmo (stosowane w przypadkach szerokich konstrukcji) przyjmuje się płaski stan odkształcenia (PE). W stosunku do części murowanych bywa też wykorzystywany uogólniony płaski stan odkształcenia [5], stanowiący pośrednie podejście między PS i PE. Elementy tarczowe mogą modelować zarówno sklepienie murowane, jak i zasypkę gruntową. Ze względu na dwuwymiarową przestrzeń modelu nie ma natomiast możliwości uwzględnienia pełnego wpływu ścian czołowych. Zastosowanie kilku warstw elementów na wysokości sklepienia (wskazane jest przyjmowanie co najmniej 5÷7 węzłów na wysokości przekroju) powoduje, że mogą one skutecznie odzwierciedlać pracę zarysowujących się lub uplastyczniających się obszarów konstrukcji murowanej. Ta cecha stanowi bardzo istotną zaletę i czyni model (e^2, p^2) wydajnym, a jednocześnie względnie wygodnym w posługiwaniu narzędziem w analizie mostów murowanych.

W modelu klasy (e^2, p^3) elementy dwuwymiarowe modelujące sklepienie są elementami powłokowymi [75]. Zatem zginanie sklepienia, tak jak w przypadku elementów klasy (e^1), odbywa się względem osi bezwładności o ustalonym, stałym położeniu, co uniemożliwia reprezentację rzeczywistego zachowania zarysowującego się przekroju konstrukcji murowanej i stanowi poważną wadę modelu. Wśród jego zalet wymienić należy możliwości modelowania ścian czołowych (za pomocą pionowych elementów powłokowych) i uwzględnienia przestrzennej współpracy elementów konstrukcji.

Najbardziej złożonym i zaawansowanym wariantem jest model przestrzenny (e^3, p^3). Tu szczegółowo mogą być reprezentowane wszystkie elementy konstrukcji, a geometria elementów daje możliwość wiernego odzwierciedlenia pracy mostu murowanego, jednak

tworzenie i posługiwanie się takim modelem wymaga dużego doświadczenia i znacznych nakładów pracy oraz bardzo dużej mocy obliczeniowej systemów komputerowych ([77], [84], [116]).

Oprócz podstawowych modeli tworzonych przy użyciu elementów tej samej klasy istnieją też modele wykorzystujące elementy różnych typów: (e^1+e^2,p^2) stosowane m.in. w publikacjach [43], [56], [57] i [59], (e^1+e^2,p^3) i (e^2+e^3,p^3) , patrz rys. 2.1. Ich doboru, będącego kompromisem między wyborem elementów niższej i wyższej klasy, dokonuje się na podstawie rodzaju pożądanych wyników i obszaru konstrukcji, na którym ma się koncentrować prowadzona analiza.

Wpływ zasypki gruntowej na pracę sklepienia mostu obejmuje oddziaływanie jej ciężaru własnego i parcia bocznego oraz rozkładanie obciążeń zmiennych z nawierzchni. Elementy (e^1) nadają się do modelowania parcia biernego gruntu, jako poziome elementy sprężynowe umieszczone nad sklepieniem i pracujące jedynie podczas przemieszczeń sklepienia w stronę zasypki ([2], [10], [59], [67]). Ich zastosowanie nie jest jednak zalecane w modelach definiowanych w przestrzeni (p^3) . Pozostałe efekty (ciężar własny, czyli obciążenie pionowe i spoczynkowe parcie boczne gruntu oraz obciążenie zmienne rozłożone pod kątem równym kątowi tarcia wewnętrznego gruntu) są wówczas uwzględnione w sposób zastępczy – jako bezpośrednie obciążenie zewnętrzne sklepienia. Elementy (e^2) w przestrzeni klasy (p^2) lub elementy (e^3) w (p^3) umożliwiają bezpośrednią reprezentację obszaru zasypki i wtedy wymienione efekty są uwzględnione samoczynnie przez sztywność i ciężar elementów. Niemniej jednak nie zaleca się uwzględniania zasypki w przestrzeni (p^3) w modelach nieobejmujących ścian czołowych (kombinacje nr II, V i VIII w tab. 2.1). Modelując zasypkę bezpośrednio, jej współpracę ze sklepieniem można skutecznie odzwierciedlić po zdefiniowaniu warunków na powierzchni kontaktu, które zapewniają pełne przekazywanie sił ściskających i ograniczone, określone tarcie przekazywanie sił poprzecznych, nie umożliwiając natomiast przenoszenia sił rozciągających. W modelach klasy (p^3) dodatkowo zapewnia się tego samego typu interakcję zasypki ze ścianami czołowymi ([40], [80]). Aby poprawnie modelować zasypkę gruntową i uniknąć niebezpiecznego zawyżenia jej wpływu na sztywność i stateczność konstrukcji, nie należy ograniczać modelowanego jej obszaru pionowymi krawędziami czy powierzchniami bezpośrednio nad węzłami sklepienia. Wskazany jest modelowanie co najmniej na tyle rozległych części gruntu w obszarach dojazdów do obiektu, aby obejmowały one całe, wznoszące się ze stref węzłowi kliny odłamu gruntu [92]. Jeszcze lepszym rozwiązaniem,

z punktu widzenia odwzorowania rzeczywistych warunków pracy, jest zastosowanie tzw. elementów nieskończonych (użytych np. w pracy [144]) dobrze reprezentujących ciągle ośrodki nieskończone, za które można uznać grunt poza konstrukcją.

Definiowanie warunków brzegowych w modelowaniu konstrukcji mostów murowanych wymaga osobnego komentarza. Pominięcie modelowania podpór i fundamentów oraz podparcie węzłowi sklepień w sposób sztywny (kombinacje nr I÷IV w tab. 2.1) jest powszechnie stosowane (np. [61]), co, biorąc pod uwagę znaczne gabaryty i sztywność podpór mostów sklepionych, można uznać za dopuszczalne założenie. Schemat podparcia bocznych pionowych krawędzi ścian czołowych zależy od ich połączenia z przyczółkami i skrzydłami w tych obszarach konstrukcji. Zazwyczaj krawędzie te powinny być sztywno utwierdzone lub ewentualnie mieć swobodę przesuwu w kierunku prostopadłym do płaszczyzny skrzydeł. Naturalnie w przestrzeni (p^3) możliwe jest bezpośrednie modelowanie konstrukcji skrzydeł, ale uzyskany wtedy wzrost dokładności rozwiązania względem analizy modelu z proponowanymi warunkami brzegowymi dla ścian czołowych, jest pomijalnie mały. Skrajne, prostopadłe do osi podłużnej obiektu krawędzie (modele (p^2)) lub powierzchnie (modele (p^3)) gruntu, we wspomnianym wcześniej wariancie bez elementów nieskończonych, powinny mieć odebraną swobodę przemieszczeń jedynie w kierunku normalnym do tych krawędzi/powierzchni, pozostawioną natomiast swobodę przemieszczeń stycznych. Takie same warunki należy określić dla dolnych granic modelowanego obszaru gruntu. Zastosowanie pionowych elementów nieskończonych do stref gruntu poza przyczółkami sklepień może być uzasadnione jedynie wówczas, gdy takie elementy występują także pod wszystkimi podporami modelu mostu.

W pewnych przypadkach, kiedy rozpatrywana konstrukcja i jej obciążenia są symetryczne, można zastosować do obliczeń model połowy [77] lub nawet ćwiartki [84] mostu. Wtedy leżącym na każdej płaszczyźnie symetrii węzłom modelu zapewniana jest możliwość przemieszczeń i obrotów o wektorze normalnym do tej płaszczyzny, eliminowane są natomiast składowe ich przemieszczeń i obrotów o wektorach zawartych w tej płaszczyźnie.

2.2.1.3. Modele materiału

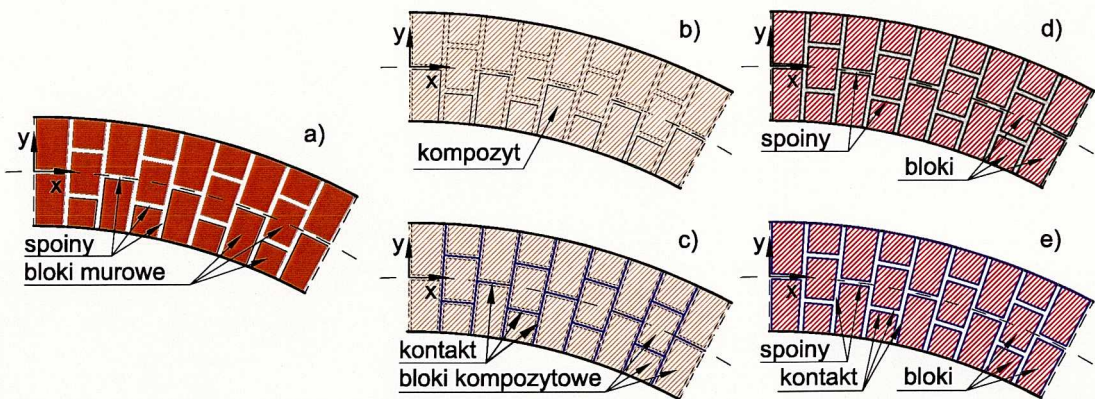
Bardzo złożone zagadnienie w analizie mostów murowanych stanowi definicja modelu materiału. Na taki model składają się parametry kilku różnych materii, tj. zarówno konstrukcji murowanej, złożonej z elementów kamiennych, ceglanych czy betonowych oraz spoin wapiennych lub cementowych, jak i gruntu. Ponadto materiały te charakteryzują się

nieliniowymi związkami konstytutywnymi, co narzuca stosowanie zaawansowanych modeli uwzględniających różne fazy pracy konstrukcji, włączając kryteria pęknięcia, uplastycznienia czy zniszczenia.

Tab. 2.2. Stosowane techniki modelowania materiału konstrukcji murowanej

Technika modelowania		Komponenty modelu	Praktycznie możliwy zakres zastosowania
makro		kompozyt	cała konstrukcja lub jej fragment
mikro	typ A	bloki + kontakt	cała konstrukcja* lub jej fragment
	typ B	bloki + spoiny	fragment konstrukcji
	typ C	bloki + spoiny + kontakt	mały fragment konstrukcji
* dotyczy specyficznych typów konstrukcji (opis w tekście)			

W stosunku do murowanych części konstrukcji mostowych zastosować można różne podejścia do modelowania ich materiału, które zestawiono w tab. 2.2 oraz graficznie zaprezentowano na rys. 2.2. Pierwotnie techniki te stosowane były w odniesieniu do konstrukcji ścian murowych, są zatem zgodne ze wspólną koncepcją przyjętą w modelowaniu części murowanych różnych obiektów budowlanych ([114], [200]). Szczególnie popularnym pomysłem jest homogenizacja konstrukcji murowanej oznaczająca modelowanie jej jako jednolitej struktury naśladującej współpracę obu tworzących ją materiałów [135]. Rozwiązanie to zwane jest także makromodelowaniem [136]. Dla materiału zhomogenizowanego określa się związki konstytutywne wyznaczone na podstawie zależności między średnimi naprężeniami a średnimi odkształceniami w poszczególnych komponentach reprezentatywnego fragmentu konstrukcji murowanej. Taki fragment, zwany reprezentatywnym elementem objętości (ang. *representative volume element* – RVE), dobierany jest zwykle jako powtarzalny wycinek modelowanej struktury.



Rys. 2.2. Techniki modelowania materiału sklepienia: a) modelowany fragment, b) makromodel, c) mikromodel typu A, d) mikromodel typu B, e) mikromodel typu C

W zależności od klasy elementów modelujących konstrukcję stosuje się różny zakres homogenizacji. Odnosnie do charakterystyk sprężystych dla elementów prętowych (e^1) stosuje się uśrednioną wartość modułu odkształcalności podłużnej E_{Mx} , którą można wyznaczyć np. ze wzoru (2.1) uwzględniającego tylko jeden kierunek pracy materiału [53]:

$$E_{Mx} = \left(\frac{n_b b_x A_M}{H(E_b A_b + E_m A_m)} + \frac{n_m m_x}{H E_m} \right)^{-1} \quad (2.1)$$

gdzie: A_b – pole powierzchni bloków murowych w przekroju, A_m – pole powierzchni spoin w przekroju, A_M – pole powierzchni całego przekroju, E_b – moduł sprężystości bloków murowych, E_m – moduł sprężystości zaprawy spoin, H – długości elementu, b_x , m_x – wymiary bloków murowych i spoin wzdłuż elementu, n_b , n_m – liczby bloków murowych i spoin na długości elementu.

Przy zastosowaniu elementów dwuwymiarowych (e^2) konieczne staje się ustalenie dwóch modułów sprężystości Younga tego ortotropowego materiału: E_{Mx} i E_{My} , modułu sprężystości Kirchhoffa G_{Mxy} oraz współczynnika Poissona ν_{Mxy} . Można je wyznaczyć stosując np. dwustopniową homogenizację warstwową konstrukcji murowanej, opisywaną m.in. w pracach [135], [177] i [178]. Przeprowadza się ją kolejno dla warstw bloków i spoin wzdłuż jednego kierunku, a następnie w drugim, prostopadłym kierunku dla zhomogenizowanych uprzednio warstw. W zależności od kolejności postępowania istnieją rodzaje homogenizacji powierzchniowej typu XY i YX. Inne jednostopniowe metody homogenizacji muru, zaproponowane np. przez Zucchini i Lourenço w publikacji [216], Lopeza i in. w [132] czy Kawę i in. w [121], wykorzystują warunki równowagi wewnętrznej w RVE przy założonych (głównie płaskich) postaciach wyężenia analizowanego elementu. Niestety jednostopniowe metody homogenizacji zostały rozwinięte jedynie dla zagadnień płaskiego stanu naprężenia i dobrze charakteryzują pracę jednowarstwowych ścian murowych, nie są natomiast w pełni satysfakcjonujące w zastosowaniu do modelowania przestrzennych konstrukcji murowanych.

Definiując związki konstytutywne materiału elementów (e^3) należy określić 9 niezależnych parametrów macierzy sprężystości: trzech modułów sprężystości Younga (E_{Mx} , E_{My} , E_{Mz}), trzech modułów sprężystości Kirchhoffa (G_{Myz} , G_{Mxz} , G_{Mxy}) oraz trzech współczynników Poissona (ν_{Myz} , ν_{Mxz} , ν_{Mxy}). Obliczeń tych wielkości można dokonać, stosując homogenizację warstwową w analogiczny sposób do wyznaczenia charakterystyk elementów (e^2), ale działając kolejno w trzech kierunkach: X, Y i Z ([135], [177]). Kolejność postępowania wyznacza zatem 6 różnych typów homogenizacji przestrzennej.

Wspomniane powyżej sposoby określania charakterystyk mechanicznych dotyczą jedynie liniowo-sprężystego zachowania materiału. Modelowanie nieliniowego i niesprężystego zakresu pracy materiału ortotropowego jest natomiast znacznie bardziej skomplikowanym zagadnieniem, wymagającym obliczeń o znacznie większym zakresie, które nie jest zwykle uwzględniane w standardowych algorytmach MES, a w analizach teoretycznych jest realizowane w sposób przybliżony. Przykładowo, zgodnie z Eurokodem 6 [182] do projektowania konstrukcji murowanych wytrzymałość charakterystyczną na ściskanie f_{cM} elementu murowanego można wyznaczać ze wzoru:

$$f_M = K_e f_b^{0.7} f_m^{0.3} \quad (2.2)$$

gdzie: K_e – współczynnik zależny od rodzaju bloków murowych i spoin (równy ok. 0.5), f_b, f_m – wytrzymałości na ściskanie bloków murowych i zaprawy.

Modelując konstrukcje z materiału ortotropowego, w nieliniowym zakresie pracy często przyjmuje się izotropię z uśrednionymi charakterystykami materiałowymi ([77], [84]).

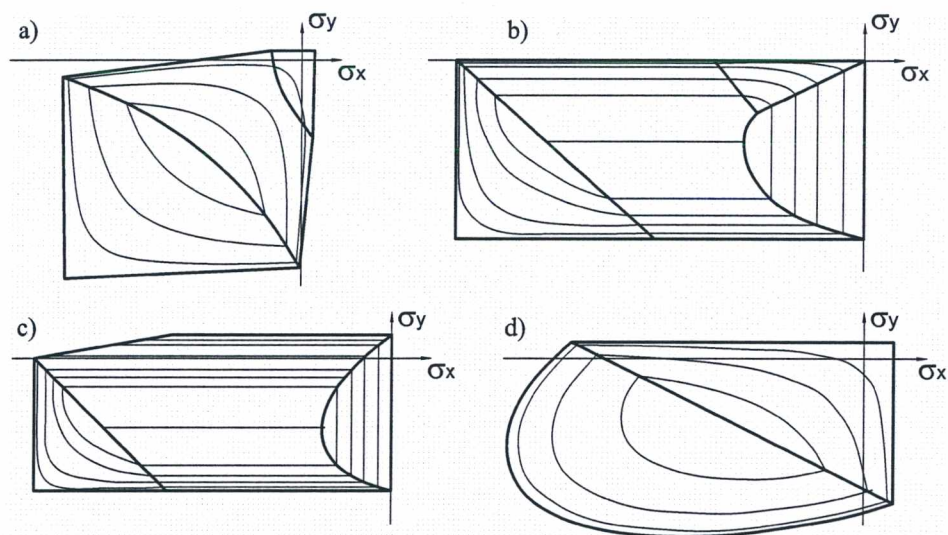
Sposobem pozbawionym ograniczeń homogenizacji jest zastosowanie odmiennej techniki modelowania materiału, zwanej mikromodelowaniem [134], umożliwiającej wierną reprezentację zachowania konstrukcji murowanej z uwzględnieniem wszelkich możliwych form jej zniszczenia. Polega ona na dyskretnym definiowaniu bloków murowych i spoin o odmiennych właściwościach materiałowych. Rodzaje mikromodelowania wraz z praktycznie możliwymi zakresami ich zastosowania porównane z techniką makromodelowania zaprezentowano w tab. 2.2 i na rys. 2.2. Zaprezentowane sposoby mikromodelowania obejmują najbardziej popularne i skuteczne techniki stosowane w stosunku do konstrukcji murowanych:

- typ A – model nieciągły zbudowany z elementów murowych rozdzielonych powierzchniami kontaktu [1], [13], [91], [129], [184],
- typ B – model ciągły złożony z połączonych elementów murowych i spoin [3], [181],
- typ C – model nieciągły złożony z elementów murowych i spoin rozdzielonych powierzchniami kontaktu [134], [181].

Istotą mikromodelowania jest precyzyjne odwzorowanie położenia spoin, stanowiących potencjalne powierzchnie zniszczenia materiału. Z tego względu technika ta ma zastosowanie głównie w ocenie stanu nośności granicznej ze szczegółową analizą naprężeń lokalnych i postaci zniszczenia konstrukcji. Precyzyjne definiowanie pojedynczych bloków i spoin konstrukcji murowanej wiąże się ze znacznymi wymaganiami co do mocy

obliczeniowej oraz często jest wręcz niemożliwe do realizacji ze względu na brak informacji o dokładnej konfiguracji poszczególnych komponentów, np. w wewnętrznych obszarach konstrukcji. Dlatego jest ono wykorzystywane zwykle w analizie wybranego, prostego geometrycznie fragmentu konstrukcji (zwłaszcza typy B i C), jak np. próbki muru złożonej z kilku cegieł ([180], [181]). Zastosowanie mikromodelowania typu A do całej konstrukcji mostu murowanego lub np. do całego sklepienia jest spotykane jedynie w modelach płaskich, w sytuacjach, gdy modelowany element konstrukcji składa się z pojedynczej warstwy dużych kłinców, np. [64].

Charakterystyki nieliniowe w przypadku makromodelowania definiują uśrednione zachowanie materiału całej konstrukcji murowanej [79], w mikromodelowaniu natomiast są zazwyczaj przypisywane tylko spoinom lub definiują warunki kontaktu między blokami z zachowaniem liniowo-sprężystych charakterystyk elementów murowych ([73], [85], [96]). Do reprezentacji nieliniowych charakterystyk materiałowych stosowane bywają modele konstytutywne betonu [86]. W tym wypadku dostępne są różne powierzchnie graniczne plastyczności, ale generalnie wszystkie mają podobny kształt definiowany w trójwymiarowej przestrzeni naprężeń powierzchnią sferyczną dla naprężeń ściskających i bardzo małymi naprężeniami rozciągającymi (zwykle mniejszymi co najmniej o rząd wartości od maksymalnych naprężeń ściskających). Przykładem może być kryterium Willama–Warnkego [214]. W makromodelach, w celu uwzględnienia anizotropii materiału konstrukcji murowanych, stosowane są złożone wielopowierzchniowe kryteria plastyczności opracowywane analitycznie z wykorzystaniem geometrycznych i mechanicznych właściwości komponentów muru lub na podstawie badań doświadczalnych. Przykładowe kształty złożonych powierzchni plastyczności w przestrzeni $(\sigma_x, \sigma_y, \tau)$ dla płaskiego stanu naprężenia muru opracowane przez różnych autorów: Dhanasekara [71], Ganza i Thürlimanna [87] (bez wytrzymałości na rozciąganie), Seima [199] (z wytrzymałością na rozciąganie wzdłuż spoin wspornych) oraz Lourenço [133] przedstawiono na rys. 2.3. Powierzchnie pokazano w postaci rzutów na płaszczyznę (σ_x, σ_y) z zaznaczonymi warstwicami naprężeń τ . Składowe powierzchnie każdego kryterium plastyczności odpowiadają różnym postaciom zniszczenia muru. Należy zauważyć, że przedstawione powierzchnie plastyczności są zdefiniowane w przestrzeni naprężeń o kierunkach osi materiałowych (zgodnych z kierunkami spoin), nie mogą natomiast być sformułowane jako funkcje samych naprężeń głównych czy niezmienników naprężeń, co jest charakterystyczne dla materiałów ortotropowych. Ich implementacja w analizach stanowi zatem dodatkową trudność obliczeniową.



Rys. 2.3. Powierzchnie plastyczności muru w płaskim stanie naprężenia według:
a) Dhanasekara [71], b) Ganza i Thürlimanna [87], c) Seima [199] i d) Lourenço [133]

Po osiągnięciu naprężeń uplastyczniających, pracę rozpatrywanego materiału determinuje wzmocnienie i osłabienie przy ściskaniu oraz osłabienie przy rozciąganiu i ścinaniu. Zależności te definiuje się zwykle w stanach jednoosiowego wyężenia, z uwzględnieniem wyników badań doświadczalnych.

W przypadku zastosowania mikromodelowania w modelu nieciągłym, wykorzystującego powierzchnie kontaktu między blokami, określa się relacje dla wzajemnych normalnych i stycznych przemieszczeń między stykającymi się elementami. Przemieszczenia styczne determinuje zwykle tarcie wg modelu Coulomba–Mohra.

Ciekawą właściwość materiału murowego stanowi wzrost jego wytrzymałości przy mimośrodowym ściskaniu w stosunku do przypadku obciążenia osiowego. Zjawisko to badali zarówno w sposób analityczny, jak i eksperymentalny np. Brencich i in. [45] oraz Martinez i in. [148]. Brencich i in. uznali jednak, że wyjaśnienie tego zjawiska jest niejednoznaczne, mocno zależne w analizach – od przyjętego modelu materiału, a w badaniach – od warunków brzegowych i nie powinno być zatem uwzględniane w obliczeniach nośności konstrukcji [44].

Modelując zasypkę elementami prętowymi (e^1), uwzględnia się jedynie wpływ jej parcia biernego. Elementy te lokalizowane są poziomo i modelowane są jako elementy sprężynowe o zerowej sztywności przy rozciąganiu oraz liniowo-sprężyste przy ściskaniu o sztywności odpowiadającej reprezentowanej warstwie gruntu. Często przyjmuje się też idealnie sztywno-plastyczne lub sprężysto-plastyczne ([9], [60], [67]) zachowanie tych elementów uplastyczniających się po osiągnięciu siły ściskającej, odpowiadającej składowej parcia biernego, która przypada na reprezentowaną warstwę gruntu. Przy zastosowaniu elementów dwu- (e^2) lub trójwymiarowych (e^3) modelujących zasypkę ich materiał bywa

w uproszczeniu definiowany jako izotropowy liniowo-sprężysty ([83], [131]). Bardziej precyzyjne podejścia wykorzystują jednak modele sprężysto-plastyczne zasympki ([77], [213]). W zakresie nieliniowym adekwatne są tu modele materiału oparte na kryteriach plastyczności Coulomba–Mohra lub Druckera–Pragera. Parametrami definiującymi oba modele są: kąt tarcia wewnętrznego ϕ , kąt dylatacji ψ oraz spójność c .

2.2.1.4. Modele obciążeń

Sposób modelowania obciążeń jest ściśle związany z przyjętym modelem geometrii konstrukcji. Wyróżnić należy dwie główne grupy obciążeń: stałe i zmienne. Obciążenia stałe będące ciężarem własnym części konstrukcyjnych są przypisywane do elementów modelujących te części. Zgodnie z powszechnym podejściem stosowanym w modelowaniu obiektów mostowych wyposażenie konstrukcji występuje jako obciążenie zewnętrzne przykładane do górnej powierzchni zasympki. Dla większości typów mostów sklepionych za najbardziej niekorzystne obciążenie zmienne przyjmuje się nacisk pojedynczą osią pojazdu zlokalizowaną w 1/4–1/3 rozpiętości przęsła. Nacisk osią pojazdu jest z reguły modelowany jako obciążenie równomiernie rozłożone na górnej powierzchni zasympki z uwzględnieniem rozkładu rzeczywistego obciążenia przez warstwę nawierzchni. W przypadku modeli, w których nie występują elementy modelujące zasympkę, obciążenia, zarówno ciężarem gruntu, jak i zmienne, mogą być przyłożone bezpośrednio do sklepienia w postaci obciążenia nierównomiernie rozłożonego z uwzględnieniem dystrybucji obciążenia przez zasympkę [60]. Oprócz dystrybucji obciążeń zewnętrznych przez nawierzchnię i zasympkę Harvey [101] dodatkowo wskazuje na konieczność uwzględniania rozkładu naprężeń wewnątrz samego sklepienia, proponując wachlarzowy kształt tej dystrybucji.

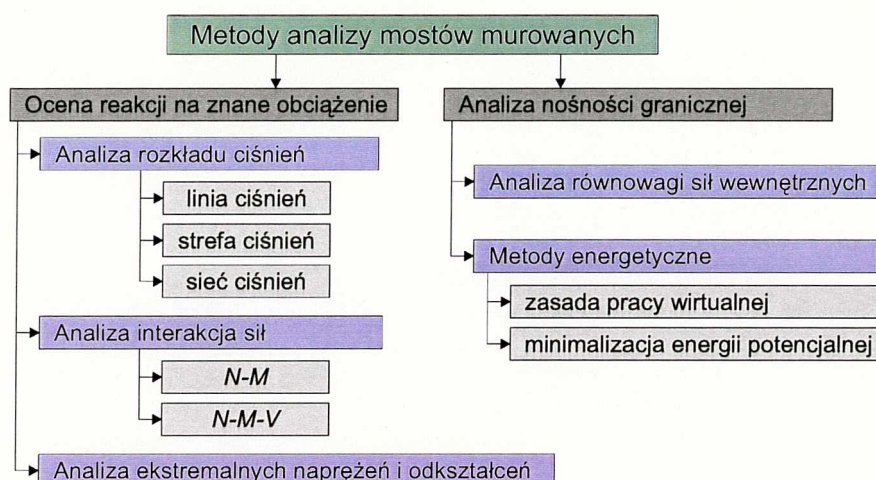
Istotną kwestią modelowania obciążenia mostu murowanego, który jest geometrycznie i materiałowo nieliniowy, jest sekwencja aplikacji obciążeń. Najpierw należy zastosować obciążenie stałe, a dopiero później można stosować wszelkie obciążenia zmienne, co odzwierciedla rzeczywiste warunki pracy konstrukcji.

Szczególnie ważnym rodzajem obciążenia murowanych konstrukcji mostowych jest parcie bierne części zasympki znajdującej się w obszarach pachwin sklepienia. Problem parcia biernego jest dobrze zbadany w przypadku zagadnień związanych z oddziaływaniem gruntu na płaskie pionowe ściany oporowe, niewiele natomiast wiadomo o parciu biernym gruntu na powierzchnie zakrzywione, takie jak sklepienie. Badania w tym zakresie prowadzili m.in. Burroughs i in. ([54], [55]), którzy stwierdzili, że jednostkowe parcie bierne gruntu mobilizowane przez część sklepienia przemieszczającego się w stronę zasympki w stanie

nośności granicznej stanowi ok. 1/3 wartości jednostkowego parcia biernego liczonego wg tradycyjnej metody obliczania ścian oporowych. W toku precyzyjniejszych badań ustalili też, że inna jest wartość tego parcia w przypadku sklepień półkolistych niż tych o małej wyniosłości łuku. Ponadto wartość parcia jest zależna od wartości przemieszczenia sklepienia względem gruntu, co również badali Ng i Fairfield [160]. Ci ostatni badacze ustalili, że wartość przemieszczenia sklepienia w stronę gruntu zapewniająca osiągnięcie granicznej wartości parcia biernego ma istotny wpływ na nośność graniczną całego mostu.

2.2.2. Metody analizy

W omówieniu metod statyczno-wytrzymałościowych analiz murowanych mostów sklepionych należy wyszczególnić dwa, zasadniczo odmienne, zagadnienia: ocenę reakcji konstrukcji na znane obciążenie dowolnego rodzaju oraz analizę nośności granicznej (rys. 2.4).



Rys. 2.4. Klasyfikacja metod analiz mostów murowanych

Istniejące analityczne metody obliczeń statyczno-wytrzymałościowych mostów murowanych koncentrują się głównie na pracy sklepienia, będącego podstawowym elementem nośnym tych konstrukcji. Metody oceny reakcji takich konstrukcji na znane obciążenie polegają na badaniu rozkładu sił wewnętrznych w konstrukcji. Wyróżnić tu można trzy rodzaje (rys. 2.4) analizy:

- rozkładu ciśnień w obrębie sklepienia (linii, strefy lub sieci ciśnień),
- interakcji uogólnionych sił wewnętrznych (typu $N-M$ lub $N-M-V$),
- ekstremalnych naprężeń i odkształceń.

Analiza linii ciśnień, jak wspomniano w rozdziale 2.1, jest jedną z najwcześniej stosowanych metod analiz konstrukcji łukowych. Polega na badaniu przebiegu linii ciśnień,

którą stanowi zbiór punktów określających położenia sił wypadkowych w poszczególnych przekrojach sklepienia. Mimośród linii ciśnień e w przekroju sklepienia względem środka wysokości przekroju jest obliczany jako iloraz momentu zginającego M i siły osiowej N w danym przekroju ($e = M/N$). Kontrolowanym warunkiem tego typu analizy, zapewniającym bezpieczną pracę łuku, jest zawieranie się linii ciśnień w określonym obszarze sklepienia. W toku rozwoju metody ten warunek był definiowany w różny sposób. W pierwotnej wersji metody, określonej przez Naviera w 1826 r., linia ciśnień musiała zawierać się w rdzeniu każdego przekroju sklepienia (mimośród siły $e \leq D/6$), co gwarantowało niewystępowanie naprężeń rozciągających w całym sklepieniu. Tak zdefiniowany warunek jest bardzo rygorystyczny, gdyż przekroczenie przez linię ciśnień granic rdzenia w pojedynczym przekroju, nie powoduje zagrożenia utraty równowagi całego sklepienia, ale jedynie zarysowanie danego przekroju. Wkrótce zatem pojawiło się nowe podejście, zdefiniowane przez Moseleya w 1835 r., określające dopuszczalny zakres położenia linii ciśnień jako równy całej wysokości przekroju łuku (mimośród siły $e \leq D/2$). Dodatkowo wprowadził on warunek na kąt nachylenia linii ciśnień względem płaszczyzn spoin radialnych, który powinien być nie większy niż kąt tarcia w spoinach ($N/V \leq \mu$) celem eliminacji możliwości poprzecznego poślizgu sąsiednich bloków sklepienia. Ponadto bardzo istotnym wymogiem zapewniającym pozostawanie sklepienia w równowadze, towarzyszącym warunkowi $e \leq D/2$, jest przyleganie linii ciśnień do krawędzi sklepienia w nie więcej niż trzech punktach. Przyleganie linii ciśnień w czwartym punkcie powoduje utratę równowagi sklepienia i osiągnięcie stanu nośności granicznej. W przypadku obciążenia symetrycznego względem środka rozpiętości sklepienia warunkiem utraty równowagi jest styczność linii ciśnień z krawędziami sklepienia w pięciu punktach. W odniesieniu do linii ciśnień Heyman [107] zaproponował definicję tzw. geometrycznego współczynnika bezpieczeństwa – określonego stosunkiem rzeczywistej grubości sklepienia do grubości minimalnej (sklepienia o analogicznym kształcie) zawierającej całą linię ciśnień, wykorzystywanego później przez innych autorów [149].

Istotnym założeniem przyjętym w powyższym opisie metod analizy jest nieskończona wytrzymałość materiału sklepienia na ściskanie, umożliwiającą teoretyczne położenie wypadkowej ciśnienia na krawędzi przekroju. W rzeczywistości jednak materiały charakteryzują się skończoną wytrzymałością na ściskanie, dopuszczalne zatem położenie linii ciśnień musi uwzględniać minimalną wysokość przekroju, zapewniającą możliwość przeniesienia siły osiowej bez przekroczenia wytrzymałości materiału [204]. Przyjmuje się, że wypadkowa ciśnienia w stanie granicznym znajduje się w połowie wysokości tej minimalnej

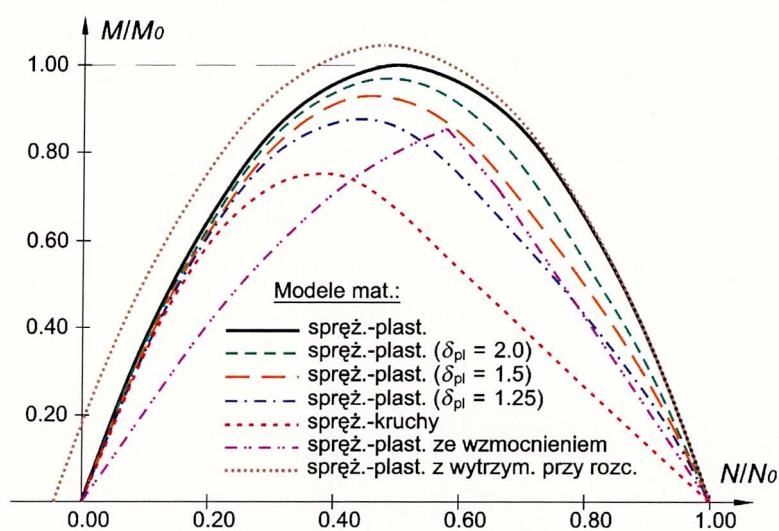
części przekroju sklepienia nazwanej przez Harvey'a [102] strefą ciśnień. Bardziej racjonalnym podejściem do analizy położenia linii ciśnień jest zatem badanie zawierania się całej strefy ciśnień w obszarze sklepienia.

Pojęcie linii czy strefy ciśnień związane jest głównie z płaskimi modelami, w analizie konstrukcji przestrzennych należy natomiast rozpatrywać trójwymiarową sieć sił. Rozwiązanie takie zaproponował O'Dwyer [164], przyjmując wielogałęziową siatkę sił o ustalonej w planie geometrii. Kształt siatki, przez modyfikację pionowych współrzędnych jej węzłów, dostosowywany jest w toku iteracyjnej analizy do występującego obciążenia, a warunkiem nośności jest zawieranie się całej siatki w obszarze sklepienia. O'Dwyer stwierdził znaczne zwiększenie obliczeniowej nośności granicznej przy uwzględnieniu przestrzennego, zamiast płaskiego, rozkładu linii ciśnień w sklepieniu.

Równoważnym podejściem w stosunku do analizy linii ciśnień jest kontrola interakcji uogólnionych sił wewnętrznych. Metoda jest realizowana przy zastosowaniu prętowych modeli obliczeniowych sklepienia. W uproszczonym wariancie analizuje się interakcję dwóch dominujących sił w przekrojach łuku: siły osiowej N i momentu zginającego M . Siły te porównywane są z obwiednią N - M nośności przekroju tworzoną przy założeniu sprężysto-plastycznego modelu materiału z ograniczoną wytrzymałością i prostokątnym polem naprężeń przy ściskaniu oraz brakiem wytrzymałości na rozciąganie [141]. Kształt obwiedni interakcji sił uogólnionych dla różnych modeli materiału przedstawiono na rys. 2.5 w funkcji znormalizowanych wartości siły osiowej i momentu zginającego odniesionych do wartości maksymalnych, równych odpowiednio N_0 i M_0 .

Usystematyzowaną procedurę oceny wyężenia mostów murowanych z zastosowaniem tej metody zaprezentował Boothby [37]. Analizował interakcję sił N - M (wywołanych obciążeniem normowym) w wielu przekrojach na całej długości sklepienia i na tej podstawie określał poziom bezpieczeństwa konstrukcji. W późniejszym okresie ([36], [41]) udoskonalił tę procedurę, uwzględniając dodatkowo niewielką wytrzymałość na rozciąganie, modyfikując kształt obwiedni interakcji N - M . Metoda Boothby'ego jest łatwa w realizacji, ale daje przybliżone wyniki z powodu wyznaczania sił M i N za pomocą modeli liniowo-sprężystych. Rosson i Boothby ([42], [192]) rozpatrywali natomiast kształty obwiedni interakcji N - M dla materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem. Przedstawili przykładowe zmodyfikowane kształty obwiedni w zależności od zasięgu strefy uplastycznionej. Brencich analizował wpływ odkształcalności plastycznej δ_{pl} materiału idealnie sprężysto-plastycznego na kształt obwiedni interakcji N - M . Kumar wykorzystał

analizę interakcji $N-M$ w metodzie obliczeń dla łuków murowanych stosującej teorię przystosowania [122] przez wprowadzanie kolejnych przegubów w przekrojach, w których siły wewnętrzne osiągały obwiednię interakcji $N-M$. Ponadto empirycznie zweryfikował kształty stosowanych przez siebie obwiedni $N-M$, uwzględniających wytrzymałość na rozciąganie elementów murowanych. Pełniejszą analizę wyężenia przekroju stanowi kontrola interakcji sił wewnętrznych N i M z dodatkowym uwzględnieniem siły poprzecznej V . Martín-Caro zaprezentował metodę obliczeń mostów murowanych [147] przez analizę interakcji $N-M-V$, jako zalecaną procedurę. Obwiednię $N-M-V$ o nieznacznie innym kształcie zaproponował Orduña [167] i przedstawił ją w zapisie macierzowym w zastosowaniu do analiz różnych rodzajów konstrukcji murowanych.



Rys. 2.5. Obwiednie interakcji $N-M$ przekroju konstrukcji murowej dla różnych modeli materiału

Analiza ekstremalnych naprężeń polega na wyznaczaniu ekstremalnych wartości naprężeń na krawędziach najbardziej wyężonego przekroju i porównywaniu ich z odpowiadającą wytrzymałością materiału. Jest to najbardziej uniwersalne podejście, stosowne w modelach o dowolnej klasie geometrii. W przypadku mostów murowanych analiza ta może być realizowana np. przez kontrolę wystąpienia naprężeń rozciągających lub przekroczenia przez nie pewnej dopuszczalnej wartości. Jednak w analizach konstrukcji murowanych przyjmuje się, że materiał nie przenosi rozciągania, pojawienie się zatem naprężeń rozciągających w ogóle nie następuje lub ich wystąpienie nie powoduje zmian w sztywności czy uszkodzeń konstrukcji istotnych z punktu widzenia doraźnej nośności. Ważniejszą i częściej braną pod uwagę wielkością jest natomiast wytrzymałość na ściskanie, której przekroczenie powoduje zniszczenie – zgniot materiału. Ten warunek wykorzystał m.in. Pippard [107], opracowując pierwotną wersję powszechnie stosowanej do dziś pół-

empirycznej metody oceny nośności mostów murowanych MEXE [70], w której przyjmował maksymalne naprężenia ściskające równe 1.4 MPa. Naprężenia ściskające są też podstawową wielkością rozpatrywaną w polskich [182] i europejskich [207] przepisach normowych do projektowania i obliczeń ogólnobudowlanych konstrukcji murowych. Żadne natomiast polskie przepisy nie determinują sposobu oceny wyężenia mostów murowanych, a w Europie istnieją jedynie nieliczne i przestarzałe wytyczne dotyczące analiz nośności tych konstrukcji ([69], [70], [185], [207]).

W przypadku sprężysto-plastycznych modeli konstytutywnych materiału stosowanym przez badaczy warunkiem, determinującym zakres bezpiecznej pracy sklepienia, jest też odkształcalność plastyczna materiału przy ściskaniu. Brencich ([46], [47]) definiował odkształcalność plastyczną δ_{pl} jako stosunek odkształceń całkowitych do odkształceń sprężystych – dopuszczalną jego wartość przyjmował równą około 1.5.

W obliczeniach nośności granicznej murowanych konstrukcji łukowych stosowane są dwa główne podejścia wykorzystujące:

- analizę równowagi sił wewnętrznych,
- metody energetyczne (zasada pracy wirtualnej lub minimalizacja energii potencjalnej układu).

Analiza równowagi sił wewnętrznych, czyli tzw. metoda statyczna, zapewnia ocenę nośności granicznej „od dołu”. Polega na rozwiązaniu układu równań równowagi dla wszystkich sił oddziałujących na konstrukcję przy założonym z góry mechanizmie zniszczenia. Do najczęściej spotykanych w praktyce i rozpatrywanych w literaturze [110] (jako płaskie zagadnienie) postaci zniszczenia sklepienia należy mechanizm czteroprzegubowy (powstający pod obciążeniem niesymetrycznym względem środka rozpiętości łuku) lub pięcioprzegubowy (wzbudzany obciążeniem symetrycznym, takim jak np. siła skupiona w środku rozpiętości sklepienia) oraz inne mechanizmy złożone z kombinacji przegubów i płaszczyzn poślizgu ([201], [202]). Wśród wszystkich możliwych do przyjęcia mechanizmów zniszczenia konstrukcji (dla zdefiniowanego schematu obciążenia) poszukuje się tej postaci, która zapewnia równowagę przy maksymalnej wartości mnożnika λ obciążenia zewnętrznego.

Pierwsze uproszczone analizy tego typu prowadził już pod koniec XVIII w. Coulomb [202], rozpatrując równowagę momentów zginających w stosunku do przegubów o ustalonych z góry położeniach. Współcześnie rozwiązanie zagadnienia maksymalizacji wartości mnożnika λ umożliwiają metody programowania liniowego. Jednym z pierwszych

badaczy, który zastosował tę metodę w analizie łuków murowanych, był Livesley [129]. Problem ten rozwiązał jako zagadnienie płaskie, dzieląc łuk na skończoną liczbę sztywnych bloków i analizując siły oddziaływania między poszczególnymi blokami. Kilkanaście lat później rozwinął tę koncepcję do zagadnienia trójwymiarowego po uwzględnieniu w analizie brył sztywnych [128]. Livesley zakładał w swoich modelach brak wytrzymałości na rozciąganie między blokami oraz skończoną wytrzymałość na ściskanie i ścinanie. Inną procedurę poszukiwania krytycznego mechanizmu zniszczenia zaproponował Harvey [102]. W jego metodzie, ograniczonej do czteroprzegubowej postaci zniszczenia, wyznaczenie krytycznego położenia poszczególnych przegubów odbywało się w kilku krokach obliczeń korygujących wstępnie założone położenia tych przegubów. Lucchesi i in. [138] wykorzystali z kolei całkowanie równań różniczkowych pręta modelującego sklepienie w poszukiwaniu granicznej wartości obciążenia siłą skupioną i położenia przegubów plastycznych formującego się mechanizmu. Obliczenia z uwzględnieniem ograniczonej wytrzymałości na ściskanie prowadzili też Blasi i Foraboschi [34], którzy koncentrowali się głównie na analizie możliwych zakresów siły rozporu łuku w stanie nośności granicznej przy symetrycznym obciążeniu. Hughes i inni [111] opracowali złożoną metodę analizy nośności granicznej mostów murowanych o algorytmie wykorzystującym czteroprzegubową postać zniszczenia. W metodzie brany jest pod uwagę wpływ wielu parametrów modelu, takich jak: parcie bierne gruntu, dystrybucja obciążeń zewnętrznych czy ograniczona wytrzymałość materiału sklepienia. Poszukiwanie lokalizacji przegubów plastycznych, odpowiadających maksymalnej wartości mnożnika obciążenia, jest realizowane przy zastosowaniu procedur optymalizacyjnych. Podobną metodę zaprezentowali Ng i Fairfield [160] – za jej pomocą badali głównie wpływ czynnego i biernego parcia gruntu, zdefiniowanych jako funkcje wielkości deformacji sklepienia.

Odmienne podejście do analizy stanu nośności granicznej mostów murowanych stanowią metody energetyczne wykorzystujące zasadę pracy wirtualnej lub minimalizację energii potencjalnej układu. Pierwsza z nich, zwana metodą kinematyczną, prowadzi do określenia nośności granicznej „od góry”. Podobnie jak metoda statyczna polega na traktowaniu konstrukcji jako mechanizmu złożonego z układu sztywnych bloków, w który przekształca się konstrukcja w momencie osiągnięcia stanu nośności granicznej. Szczególna skuteczność metody kinematycznej w analizach omawianych konstrukcji wynika z bardzo dużego podobieństwa w zachowaniu sklepień murowanych do zachowania układu sztywnych bloków przyjmowanych w tym podejściu. Podobieństwo to jest spowodowane dużą

wytrzymałością i sztywnością rzeczywistych bloków sklepienia, skutkującą pomijalnie małymi ich odkształceniami w całym zakresie obciążenia konstrukcji, włącznie z momentem osiągnięcia nośności granicznej. Zastosowanie metody kinematycznej sprowadza się do poszukiwania takiego mechanizmu zniszczenia, który wywołany jest obciążeniem zewnętrznym o minimalnej wartości. Obliczenia metody kinematycznej, prowadzące do wyznaczenia minimalnego mnożnika λ obciążenia zewnętrznego, są realizowane z wykorzystaniem zasady pracy przygotowanej mówiącej o tym, że sumaryczna praca wszystkich sił układu (obciążenia zewnętrznego i ciężaru własnego) na kinematycznie dopuszczalnych przemieszczeniach dla ciał sztywnych wynosi 0. Jednym z prekursorów tej metody był Mascheroni, który już pod koniec XVIII w. rozpatrywał uproszczone, symetryczne postaci mechanizmu zniszczenia murowanych konstrukcji łukowych obciążonych ciężarem własnym. Współcześnie podobną analizę prowadzili Sinopoli i in. [202] uwzględniając dodatkowo tarcie między blokami mechanizmu. Clemente i in. [63] rozpatrywali konstrukcję mostu murowanego z równomiernie rozłożonym obciążeniem zewnętrznym. Rozwiązali równanie pracy wirtualnej dla krytycznego mechanizmu zniszczenia znajdowanego iteracyjnie. Wstępnie zakładali pierwotne położenie przegubów i modyfikowali je na podstawie przebiegu linii ciśnień. Lucchesi i in. [138] analizowali łuk murowany poddany obciążeniu siłą jednostkową. Wykorzystując równanie pracy wirtualnej, formułowali funkcję mnożnika obciążenia zewnętrznego zależną od zmiennych określających położenia poszczególnych przegubów. Przez minimalizację funkcji, przy pewnych narzuconych ograniczeniach, znajdowali obciążenie graniczne „od góry”. Nowoczesne podejście do analizy kinematycznej mostów murowanych zaprezentował Gilbert [90], wprowadzając podział na skończoną liczbę sztywnych bloków równych rozmiarów i formułując równanie pracy wirtualnej układu w funkcji względnych przemieszczeń i obrotów sąsiednich bloków [91]. Do rozwiązania tak zdefiniowanego problemu stosował algorytm programowania liniowego poszukujący minimalnej wartości współczynnika obciążenia zewnętrznego przekształcającego konstrukcję w mechanizm. Swoją metodę rozszerzył później o analizę sklepień wielowarstwowych [153], a także konstrukcji wieloprzęsłowych ([154], [155]); oba zagadnienia zweryfikował laboratoryjnie niszczącymi badaniami modeli pełnowymiarowych. Ostatecznie uwzględnił też, pomijaną wcześniej, skończoną wytrzymałość na ściskanie przez przyjęcie materiału idealnie sztywno-plastycznego i iteracyjnej procedury rozwiązania [88].

Bardziej ogólne sformułowanie zagadnienia mechaniki mostów murowanych jest

możliwe dzięki analizie całkowitej energii układu, obejmującej energię potencjalną i dyssypowaną energię odkształceń plastycznych konstrukcji. Przez minimalizację tej energii określany jest stan wyężenia konstrukcji odpowiadający zadanemu obciążeniu oraz, przy zdefiniowanych ograniczeniach, wyznaczana jest nośność graniczna. Tego typu sformułowanie użył Boothby w modelu sklepienia podzielonego na dyskretne bloki. W jednym z podejść zakładał sztywno-plastyczny model materiału z nieskończoną wytrzymałością przy ściskaniu oraz dopuszczał mechanizmy zniszczenia obejmujące przeguby i powierzchnie poślizgu. Do całkowitej energii układu wliczał dyssypację energii przez tarcie towarzyszące poślizgowi między blokami modelu [38]. W innym opracowaniu [35] w równaniu sumy energii uwzględniał odkształcalność plastyczną przy ściskaniu spoin, przy założeniu jedynie czteroprzegubowej postaci zniszczenia. W obu przypadkach do rozwiązania zagadnienia stosował algorytm programowania liniowego.

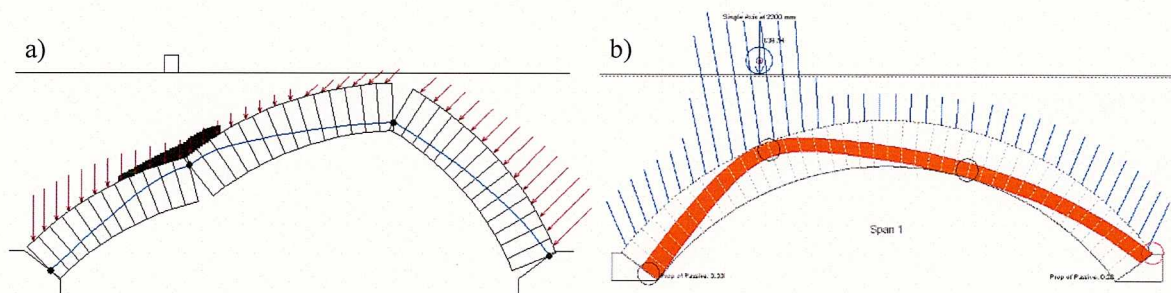
Bridle i Hughes [51] z kolei do wyznaczenia sił wewnętrznych w sklepieniu stosowali równanie energii odkształceń uwzględniającej wpływ momentu zginającego i siły osiowej.

Zarówno analiza reakcji konstrukcji na znane obciążenie, jak i analiza nośności granicznej mogą być wykorzystane do poszukiwania maksymalnego dopuszczalnego obciążenia konstrukcji. Jednak w przypadku konstrukcji materiałowo i geometrycznie nieliniowych, jakimi zdecydowanie są mosty murowane, szczególnie powszechne zastosowanie w tym zakresie ma analiza nośności granicznej. Tego typu analiza, oprócz względnej łatwości przeprowadzenia, zapewnia też możliwość porównania z wynikami badań doświadczalnych przez ściśle zdefiniowaną wielkość – wartość obciążenia granicznego. Takiej możliwości nie gwarantuje natomiast kontrola odkształceń czy przemieszczeń konstrukcji mostu murowanego, ze względu na małą skuteczność pomiaru tych wielkości. Ograniczenia wspomnianego pomiaru wynikają nie tylko z rodzaju materiału konstrukcji murowanej (niejednorodnej struktury złożonej z elementów o mocno zróżnicowanych charakterystykach mechanicznych), ale także z dużej sztywności konstrukcji, powodującej bardzo małe wartości przemieszczeń i odkształceń aż do momentu zniszczenia.

2.2.3. Narzędzia analizy

Istniejące narzędzia obliczeniowe wykorzystywane w analizie statyczno-wytrzymałościowej murowanych mostów sklepionych obejmują zarówno specjalistyczne aplikacje komputerowe, stworzone i przeznaczone jedynie do wspomnianego powyżej zastosowania, jak i uniwersalne systemy o wszechstronnych przeznaczeniach obejmujących m.in. analizę mechaniki murowanych konstrukcji mostowych.

Wśród specjalistycznych narzędzi wymienić warto głównie dwa programy: *RING* ([89], [95]) i *Archie-M* [100]. Oba służą do analizy nośności granicznej konstrukcji jedno- lub wieloprzęsłowych mostów murowanych. Wspólnymi cechami programów są też: płaski model klasy (e^2, p^2) konstrukcji obejmujący sklepienia, zasypkę i podpory (pomijający wpływ poprzecznego rozkładu obciążenia czy ścian czołowych), sztywno-idealnie plastyczny model materiału sklepienia i graficzna prezentacja przebiegu linii ciśnień i postaci zniszczenia. Na rys. 2.6 pokazano przykłady modeli mostów murowanych stosowanych w programach *RING* i *Archie-M* w stanie nośności granicznej ze szczegółową prezentacją postaci zniszczenia (lokalizacją przegubów plastycznych) i przebiegu linii ciśnień oraz z symbolami oddziaływania parcia gruntu i sił zewnętrznych na sklepienie. Programy różnią się sposobem rozwiązania zagadnienia: *RING* wykorzystuje metodę kinematyczną z minimalizacją mnożnika obciążenia zewnętrznego za pomocą algorytmów programowania liniowego, *Archie-M* jest metodą statyczną poszukującą maksymalnego obciążenia zewnętrznego zapewniającego zawieranie się strefy ciśnień w profilu sklepienia. Wyniki uzyskiwane dzięki poszczególnym programom, określające nośność graniczną odpowiednio „od góry” i „od dołu”, są zbliżone do siebie [21] i porównywalne w wynikami badań laboratoryjnych.



Rys. 2.6. Analiza mostów murowanych za pomocą programów: a) *RING*, b) *Archie-M*

Większość uniwersalnych narzędzi inżynierskich powszechnie używanych w obliczeniach statyczno-wytrzymałościowych mostów murowanych zaliczyć można do dwóch głównych grup programów komputerowych wykorzystujących: Metodę Elementów Skończonych (MES) – w przypadku systemów takich, jak: *ABAQUS*, *ANSYS*, *DIANA*, *COSMOS/M*, *LUSAS* czy *SOFISTIK*, oraz Metodę Elementów Dyskretnych (MED) – programy *PFC*, *UDEC* lub *ELFEN*.

Metoda Elementów Skończonych [215] jest metodą numeryczną rozwiązywania skomplikowanych zagadnień brzegowo-początkowych w sposób przybliżony (dyskretny). Wiąże się z podziałem modelowanego obiektu na mniejsze podobszary (elementy skończone) połączone między sobą węzłami. Wykorzystując równania równowagi w węzłach, uzyskuje

się rozwiązanie w postaci wielkości węzłowych aproksymowane następnie na całych obszarach elementów skończonych za pomocą tzw. funkcji bazowych. Metoda ta ma szczególnie szerokie zastosowanie w zagadnieniach mechaniki ciał stałych obejmujących również omawiane w niniejszej pracy, konstrukcje mostów murowanych. Istnieje zasadniczy podział na dwa odmienne algorytmy rozwiązywania MES – z użyciem równania równowagi i równania ruchu. Pierwszy sposób stosowany jest do zagadnień statycznych, drugi – do zagadnień dynamicznych lub quasi-statycznych, w których dodatkowym istotnym parametrem jest czas trwania analizowanego zjawiska.

MES umożliwia zupełnie dowolne kształtowanie modeli obliczeniowych analizowanych obiektów przy wykorzystaniu wszelkich modeli geometrii, materiału i obciążeń opisanych w rozdziałach 2.2.1.2, 2.2.1.3 i 2.2.1.4. W definicji geometrii szczególnie istotną kwestią jest dobór typu elementów skończonych, rzutujący na ich przydatność i skuteczność w reprezentowaniu stanu przemieszczeń i naprężeń w obszarze modelu. Do elementów najczęściej stosowanych w modelach mostów murowanych należą elementy izoparametryczne o liniowych lub kwadratowych funkcjach bazowych. Wykorzystywane techniki modelowania materiału muru obejmują zarówno ciągłe, jak i nieciągłe sformułowania. Wśród ciągłych modeli części murowanych wyróżnić można trzy odmienne koncepcje ujmujące pracę konstrukcji w zakresie niesprężystym [189]: model plastyczny (teoria plastyczności), model kruchy – model „rysy rozmytej” (mechanika pęknięcia) i model degradacyjny (mechanika zniszczenia). W modelach nieciągłych ewentualne zarysowanie następuje w predefiniowanych obszarach – wzdłuż krawędzi lub powierzchni podziału – przez niezależne przemieszczanie się rozdzielonych części obiektu.

Gdy w analizie sklepienia murowanego wykorzystywany jest uproszczony liniowo-sprężysty model materiału o nieograniczonej wytrzymałości, wówczas stosowanym zabiegiem, uwzględniającym brak wytrzymałości na rozciąganie rzeczywistego materiału, jest modyfikacja geometrii modelu (interakcji między elementami) w trakcie iteracyjnej procedury rozwiązania. Polega to na stopniowej, realizowanej w małych krokach przyrostu obciążenia, adaptacji geometrii sklepienia na podstawie pracujących (ściskanych) aktualnie obszarów materiału. Przy zastosowaniu elementów prętowych (e^1) takie dostosowanie obejmuje zmianę położenia osi elementu (przez sprowadzenie jej do osi bezwładności ściskanej części przekroju) oraz modyfikację charakterystyk przekrojowych (obliczanych tylko dla ściskanej części przekroju) ([48], [60]). W przypadku modeli wykorzystujących elementy tarczowe (e^2) lub elementy (e^3) efekt ten jest uzyskiwany przez usuwanie z modelu,

w kolejnych krokach analizy, elementów skończonych, w których pojawia się rozciąganie [74]. Analogicznie można też uwzględnić zgniot materiału w strefach ściskanych i redukować wysokość przekroju w obszarach, gdzie następuje przekroczenie naprężeń ściskających [59].

MES jest szczególnie skuteczna w analizach pod znanym obciążeniem, dla którego zapewnia szczegółowe rezultaty w postaci pól przemieszczeń, odkształceń, naprężeń czy też uogólnionych sił przekrojowych. Jednak w większości znanych z literatury przykładów analiz konstrukcji mostów murowanych, zwłaszcza wykorzystujących ciągle makromodele materiału, (np. [60], [123], [157], [161]) zastosowanie jej do wyznaczenia nośności granicznej napotyka trudności w numerycznej zbieżności i jest przerywane poniżej asymptotycznie osiąganego poziomu maksymalnego obciążenia. Niestety wielu badaczy, nie mogąc kontynuować obliczeń, błędnie traktuje to zjawisko jako osiągnięcie przez konstrukcję stanu nośności granicznej. Do wad metody należy zaliczyć też ograniczenia w reprezentacji nieciągłości i dużych deformacji, które stanowią znaczne utrudnienie obliczeniowe.

Metoda Elementów Dyskretnych polega na analizie dynamicznego zachowania oddziałujących między sobą cząstek reprezentujących modelowany obiekt. Cząstki te mają dowolne kształty (okrągłe, kuliste, wieloboczne lub wielościenne), mogą być sztywne lub odkształcalne oraz szczególnie dobrze nadają się do reprezentacji materiałów granularnych sypkich lub spoistych, a także skał czy betonu. Występujące w literaturze przykłady zastosowania metody obejmują płaskie modele klasy (e^2, p^2) , np. ([6], [12], [52], [193]), lub przestrzenne – klasy (e^3, p^3) . W większości spotykanych aplikacji stosowane są cząstki sztywne i o kształcie kulistym, utrudniającym dokładną reprezentację topologii modelowanych obiektów [205]. W związku z istotą sformułowania metoda umożliwia tworzenie tylko nieciągłych mikromodeli, w których potencjalne zniszczenie następuje jedynie między cząstkami – na krawędziach lub powierzchniach ich kontaktu. Ograniczeniem metody jest to, że uzyskiwane rezultaty analiz pod znanym obciążeniem obejmują głównie przemieszczenia poszczególnych cząstek i siły oddziaływania między nimi. Ponadto zastosowanie MED prowadzi zwykle do bardzo dużych zagadnień wymagających znacznych mocy obliczeniowych, co stanowi główną jej wadę. Zalety metody przejawiają się w skutecznej reprezentacji nieciągłości, nieograniczonych dopuszczalnych przemieszczeniach i w relatywnie łatwym osiągnięciu stanu nośności granicznej konstrukcji.

Podjęciem łączącym zalety MES i MED jest analiza konstrukcji murowych za pomocą modelowania hybrydowego MES/MED wykorzystującym jednocześnie elementy skończone i dyskretne [170]. Przykłady tego rozwiązania funkcjonują w literaturze głównie

w postaci teoretycznych opracowań oraz wąskich, ściśle ukierunkowanych zastosowań; nie istnieją natomiast żadne komercyjne programy o uniwersalnym przeznaczeniu, realizujące to podejście.

2.2.4. Analiza konstrukcji z uszkodzeniami

Nieliczne, spośród dostępnych, metody analizy nośności mostów murowanych stwarzają możliwość uwzględnienia w swych algorytmach wybranych typów uszkodzeń konstrukcji. Istniejące podejścia podejmują ten problem w sposób uproszczony lub ograniczony do szczególnych, wąskich przypadków, nie stanowią natomiast usystematyzowanych i uniwersalnych procedur, umożliwiających rozpatrywanie uszkodzeń o dowolnie definiowanych parametrach. W większości spotykanych opracowań na ten temat omawiane zagadnienie rozpatrywane jest wybiórczo (np. analiza wpływu przemieszczenia o określonej wartości na jednej podporze konkretnej konstrukcji) lub globalnie bez możliwości jego zlokalizowania (np. zagadnienie równomiernej redukcji wytrzymałości na ściskanie w całej konstrukcji sklepienia). Te dwa skrajne podejścia nie dają możliwości szerszego wykorzystania ich rezultatów w praktyce i mają raczej charakter teoretyczny.

Najbardziej uproszczony sposób uwzględnienia uszkodzeń mostów murowanych w analizie nośności konstrukcji zaproponowano w popularnej w niektórych krajach pół-empirycznej metodzie MEXE [70]. Podstawowe rodzaje uszkodzeń są tu opisywane za pomocą współczynników liniowo redukujących wartość nośności uzyskiwaną z algorytmu metody dla konstrukcji nieuszkodzonej. Określanie wartości współczynników jest jednak dosyć kontrowersyjne, gdyż odbywa się bez ścisłych zasad czy formuł liczbowych i dokonywane jest arbitralnie przez inżyniera prowadzącego analizę na podstawie jego doświadczenia. Wątpliwości rodzi zwłaszcza tzw. współczynnik stanu, którego wartość, definiowana w oparciu o ogólne opisy słowne i fotograficzne ilustracje wzorcowe, przyjmowana jest z zakresu od 0 do 1.

Bardziej przejrzyste i wynikające z jasnych założeń teoretycznych podejście do uwzględnienia uszkodzeń w analizie nośności sklepień murowanych proponują wspomniane wcześniej specjalistyczne programy *RING* i *Archie-M*. Oba programy umożliwiają dowolne sterowanie wartością wytrzymałości na ściskanie materiału sklepienia, co reprezentować może degradację materiału. Szczegółowość definiowania takiego uszkodzenia jest jednak w obu narzędziach ograniczona, gdyż możliwa jest jedynie równomierna zmiana wytrzymałości w odniesieniu do wszystkich elementów murowanych na całym ich obszarze. Ponadto program *RING* umożliwia analizę rozwarstwień sklepień wielowarstwowych,

rozdzielających poszczególne warstwy na całej długości sklepienia. W programie *Archie-M* można natomiast rozpatrywać ubytki spoin sklepienia od strony podniebienia o jednakowej głębokości na całej długości łuku. Tego samego typu uszkodzenie o globalnym zakresie analizuje Hughes [111], stosując metodę mechanizmu.

Pełniejszą kontrolę nad sposobem opisu uszkodzeń umożliwia MES, za pomocą której lokalizacja i zasięg uszkodzeń mogą być definiowane z dokładnością do pojedynczego elementu skończonego. Wśród opisywanych w literaturze przypadków zastosowania MES spotkać można jednak prawie wyłącznie analizy uszkodzeń o charakterze globalnym, takie jak równomierna zmiana charakterystyk mechanicznych materiału całego sklepienia: modułu sprężystości E_M ([67], [130], [144], [161], [213]), wytrzymałości na ściskanie f_{cM} ([49], [66], [67], [130], [146], [161]) oraz wytrzymałości na rozciąganie f_{tM} ([130], [161]). Kilku autorów zajęło się też problemem przemieszczenia czy podatności podpór ([111], [131], [189], [213]), uznanych za zjawiska istotnie wpływające na redystrybucję sił wewnątrz sklepienia. Ponadto pewnym uproszczonym sposobem uwzględniania podłużnych pęknięć sklepienia wzdłuż ścian czołowych jest prowadzenie obliczeń z użyciem płaskich modeli klasy (p^2) pozbawionych ścian czołowych [78]. Jedyne bardziej szczegółowe analizy dla wybranych typów uszkodzeń opisują Choo i in. [59]. Rozpatrują oni podłużne pęknięcia rozwarstwiające sklepienie oraz poprzeczne ubytki materiału spoin. W przypadku ubytków dodatkowo badają wpływ lokalizacji tych uszkodzeń na nośność konstrukcji.

Modelowanie różnego rodzaju nieciągłości (zarysowań, pęknięć lub rozwarstwień) szczególnie skutecznie jest realizowana za pomocą systemów MED. Przykładem może być tu analiza rozwarstwienia sklepienia badana przez Dreia i in. [72]. Niemniej jednak Metoda Elementów Dyskretnych bywa też stosowana w analizie degradacji materiału konstrukcji mostów murowanych [115] przez modyfikację parametrów mechanicznych oddziaływania między elementami dyskretnymi: sztywności normalnej i poprzecznej oraz kąta tarcia. W tym przypadku autorzy badają wpływ degradacji materiału przez redystrybucję naprężeń w sklepieniu, uzyskując od kilku- do kilkudziesięcioprocentową modyfikację wartości naprężeń normalnych i stycznych.

Dodatkowego komentarza wymaga szczególnie i często występujący przypadek uszkodzenia, jakim jest poprzeczne zarysowanie sklepienia. W związku z przyjmowanym w analizach założeniem, że materiał muru nie posiada wytrzymałości na rozciąganie [107], wystąpienie zarysowania w dowolnym przekroju nie ma żadnego wpływu na statyczne zachowanie konstrukcji – w tym na jej doraźną nośność. Stwierdzenie to jest tym bardziej

prawdziwe, gdy dotyczy rys, które uległy zamknięciu, umożliwiającym niezaburzone przenoszenie naprężeń ściskających. Zarysowania poprzeczne są zatem zwykle traktowane jako niegroźne uszkodzenia, pod warunkiem, że nie są konsekwencją nadmiernych przemieszczeń podpór. Ich wystąpienie (zwłaszcza w kluczu) często wynika z naturalnej deformacji sklepienia powstającej po usunięciu krążyn w trakcie budowy. Z tego względu takie uszkodzenia są rzadko rozpatrywane [179] w analizach obliczeniowych nośności sklepień murowych.

2.3. Badania doświadczalne mostów murowanych

2.3.1. Zakres badań

Prezentowany w niniejszym rozdziale przegląd badań doświadczalnych nośności granicznej mostów murowanych dotyczy zarówno pełnowymiarowych konstrukcji modelowych stworzonych w warunkach laboratoryjnych na potrzeby analiz, jak i eksploatowanych obiektów mostowych badanych w rzeczywistych warunkach terenowych. Zrealizowane eksperymenty to badania wytrzymałościowe konstrukcji pod obciążeniem zewnętrznym występującym głównie w postaci nacisku umowną osią pojazdu, reprezentowanym przez obciążenie równomiernie rozłożone w wąskim paśmie przebiegającym poprzecznie do osi konstrukcji na całej jej szerokości. Obciążenie to jest zwykle zlokalizowane w 1/4 lub 1/3 rozpiętości sklepienia L_0 (patrz rys. 1.2). Taki schemat przyjmuje się najczęściej podczas badań, gdyż jest najbardziej niekorzystny. Zakres udokumentowanych eksperymentów obejmuje badania niszczące, prowadzące do zawalenia się konstrukcji, które mają na celu określenie obciążenia granicznego i towarzyszącej mu postaci zniszczenia. Uzyskane wartości obciążeń granicznych są podawane zarówno jako wielkości całkowite P_{ult} , jak i przeliczone na 1 m szerokości sklepienia P_{ult}^1 .

2.3.2. Badania laboratoryjne

Modele laboratoryjne stanowią uproszczenie rzeczywistości, a pod pewnymi względami znacznie odróżniają się od obiektów, które naśladują. W przypadku mostów murowanych uproszczenia dotyczą najczęściej ograniczenia zakresu modelowanego obszaru konstrukcji, np.:

- pominięcia przyczółków, filarów i fundamentów – wezgłowia sklepienia oparte bezpośrednio na praktycznie nieodkształcalnym podłożu,
- ograniczenia całej konstrukcji do pasma jednostkowej szerokości z ewentualnym

zastąpieniem ścian czołowych sztywnymi warunkami brzegowymi w postaci nieodkształcalnych płaszczyzn niewspółpracujących z konstrukcją i zapewniających swobodne przemieszczanie się zasypki w kierunkach stycznych do tych płaszczyzn,

- ograniczenia przestrzeni zasypki gruntowej poza sklepieniem od spodu i wszystkich boków sztywnymi płaszczyznami,
- pominięcia konstrukcji nawierzchni na obiekcie – obciążenie przykładane bezpośrednio do zasypki gruntowej.

Istnienie tego typu ograniczeń nie pozostaje bez wpływu na pracę obiektu, ale w większości zrealizowanych badań stopień zaburzeń zachowania modelu w stosunku do konstrukcji rzeczywistej jest akceptowalnie mały i może być pominięty. Przykładowo – sztywne podparcie sklepienia ma uzasadnienie, jeśli weźmie się pod uwagę relatywnie duże wymiary rzeczywistych podpór mostów murowanych i ich znaczną sztywność.

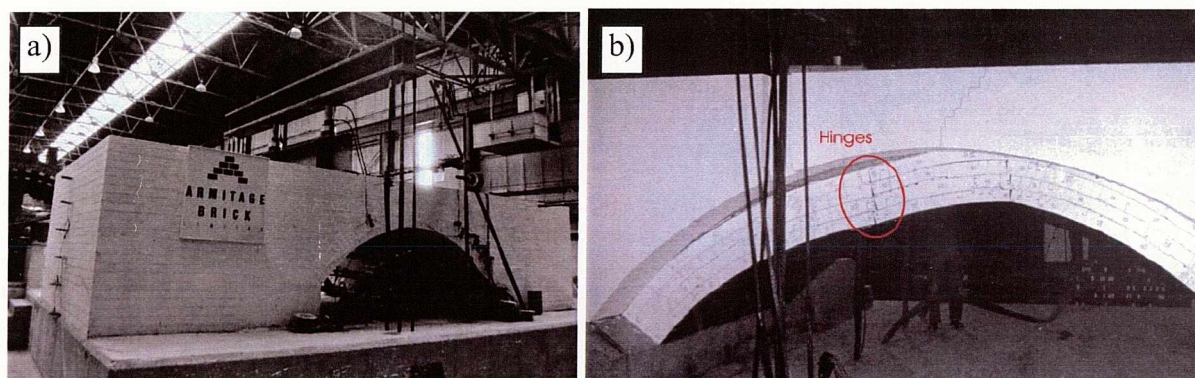
Pomimo wszelkich uproszczeń badania laboratoryjne mają pewną przewagę nad badaniami obiektów rzeczywistych, gdyż umożliwiają posiadanie pełnej wiedzy o geometrii i parametrach materiałowych konstrukcji jeszcze przed jej badaniami, co w przypadku obiektów rzeczywistych nie jest pewne i może pozostać niepotwierdzone nawet po zburzeniu konstrukcji.

Wśród udokumentowanych badań laboratoryjnych największą grupę stanowią eksperymenty przeprowadzone na terenie Wielkiej Brytanii, gdzie zagadnienia dotyczące mostów murowanych były i są szczególnie intensywnie analizowane w związku ze znaczną liczbą takich obiektów będących w ciągłej eksploatacji. Na uwagę zasługują tu przede wszystkim prace realizowane przez Bolton Institute na początku lat 90. [90]. Głównym celem testów było określenie obciążenia granicznego konstrukcji i odpowiadającej mu postaci zniszczenia. Przeprowadzono wówczas badania m.in. 7 konstrukcji pełnowymiarowych jednoprzęsłowych ceglanych mostów sklepionych o rozpiętościach 3 i 5 m (rys. 2.7). Poszczególne modele różniły się między sobą szczegółami konstrukcyjnymi, takimi jak istnienie połączenia ścian czołowych ze sklepieniem czy zespojenie warstw sklepienia. Z punktu widzenia prezentowanej rozprawy szczególnie cenne są wyniki uzyskane dla czterech konstrukcji oznaczonych jako: *BI/3-1*, *BI/3-3*, *BI/5-1* i *BI/5-3*, których parametry geometryczne (zdefiniowane na rys. 1.2) zestawiono w tab. 2.3 [152], [153]. Zbadane parametry materiałowe konstrukcji były następujące: średni ciężar objętościowy cegieł – 23.7 kN/m^3 , zaprawy – 18 kN/m^3 i zasypki – 22.2 kN/m^3 , średnia wytrzymałość na ściskanie

cegół – 128 MPa, zaprawy – 2.2 MPa i muru – 22 MPa, średni początkowy moduł sprężystości muru – 12.5 GPa oraz kąt tarcia wewnętrznego zasypki – 50°. Należy też zwrócić uwagę, że sklepienia modeli analizowanych w Bolton Institute wykonane były jako wielowarstwowe, co powodowało istnienie dodatkowego przewiązania na grubości sklepienia.

Tab. 2.3. Parametry geometryczne i wyniki badań modeli z Bolton Institute

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	B' [m]	h [m]	h_w [m]	b [m]	l_s [m]	w [m]	x_P [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
BI/3-1	3.0	0.75	0.25	0.215	3.54	2.88	0.30	-	-	1.0	0.50	0.75	540	187.5
BI/3-3	3.0	0.75	0.25	0.215	3.54	3.54	0.30	0.075	0.33	3.5	0.50	0.75	600	169.5
BI/5-1	5.0	1.25	0.25	0.445	3.94	3.01	0.35	-	-	1.0	0.75	1.25	1720	573.3

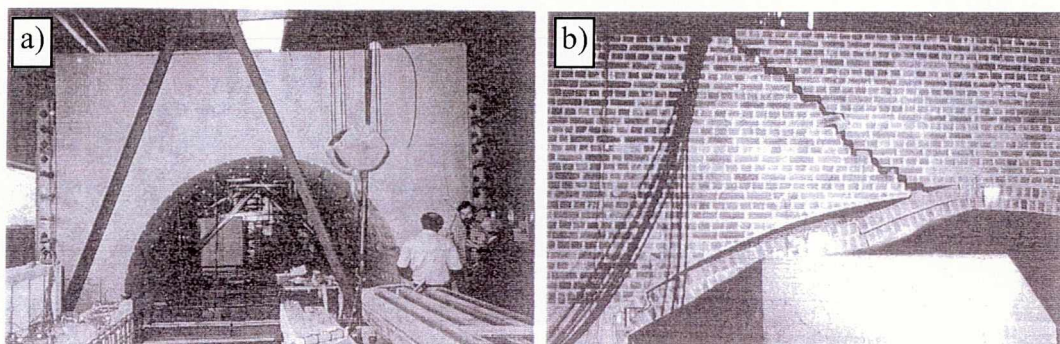


Rys. 2.7. Modele laboratoryjne z Bolton Institute: a) model BI/3-3, b) model BI/5-1 [90]

Odrębną serię badań konstrukcji murowanych przeprowadzono w Wielkiej Brytanii na przełomie lat 80. i 90. [172] pod kierunkiem Transport Research Laboratory (TRL), w ramach których zbudowano i przebadano do zniszczenia m.in. dwa pełnowymiarowe modele mostów, zwane dalej *Dundee* [98] i *Bolton* [156]. Pierwszy z nich wykonany był z prefabrykowanych bloczków betonowych, drugi natomiast z betonowych cegół. Szczegółowe dane geometryczne tych obiektów zestawiono w tab. 2.4. Oba modele miały standardowy układ konstrukcyjny (ściany czołowe połączone ze sklepieniem) oraz wyposażone były w nawierzchnię bitumiczną zapewniającą pewną stabilizację zasypki i rozkład obciążenia.

Tab. 2.4. Parametry geometryczne i wyniki badań laboratoryjnych modeli TRL

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	h_w [m]	b [m]	l_s [m]	w [m]	x_p [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
<i>Dundee</i>	4.0	2.00	0.50	0.25	6.00	0.25	1.40	0.33	1.0	0.61	1.00	1040	173.3
<i>Bolton</i>	6.0	1.00	0.17	0.22	6.00	0.30	0.90	0.44	3.5	0.75	1.50	1170	195.0

Rys. 2.8. Modele laboratoryjne: a) *Dundee*, b) *Bolton* [172]

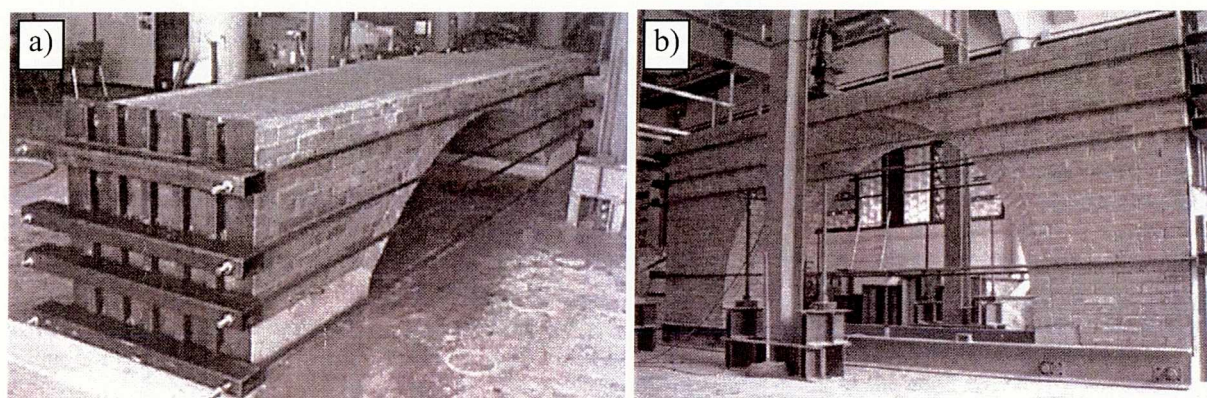
Badania modeli mostów murowanych w nieco mniejszej skali prowadzili Royles i Hendry w 1991 r. [194]. Wśród przebadanych łącznie 24 obiektów na szczególną uwagę, z punktu widzenia niniejszej pracy, zasługują dwa modele (*RH1* i *RH2*) o jednakowych wymiarach geometrycznych profilu podłużnego i jednakowej szerokości (tab. 2.5), ale różniące się konstrukcją ścian czołowych – połączonych ze sklepieniem w modelu *RH1*, a zastąpionych zewnętrznymi sztywnymi ścianami utrzymującymi zasypkę gruntową w modelu *RH2*. W drugim modelu zewnętrzne ściany nie współpracowały ze sklepieniem, tylko utrzymywały zasypkę gruntową zapewniając jej swobodne przemieszczanie się stycznie do płaszczyzny ścian. Badania podobnego modelu wykonano też na uniwersytecie w Edynburgu [205], gdzie przetestowano do zniszczenia obiekt (*EdUniv*) o parametrach geometrycznych podanych również w tab. 2.5. Model ten także pozbawiony był ścian czołowych, a zasypkę utrzymywały drewniane ścianki.

Tab. 2.5. Parametry geometryczne i wyniki badań modeli Roylesa i Hendry'ego oraz modelu na uniwersytecie w Edynburgu

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	h_w [m]	b [m]	l_s [m]	w [m]	x_p [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
<i>RH1</i>	2.08	1.04	0.50	0.103	1.69	0.24	0.155	0.215	1.800	0.100	0.693	90	53.3
<i>RH2</i>	2.08	1.04	0.50	0.103	1.69	0.24	-	-	1.800	0.100	0.693	37*	21.9
<i>EdUniv</i>	2.00	1.00	0.50	0.102	1.79	0.15	-	-	0.678	0.18	0.670	38	21.3

* średnia z badań dwóch jednakowych modeli; otrzymane wyniki: 32.5 i 41.5 kN

Modelowe badania niszczące prowadzono również w Barcelonie na Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) w latach 2002-2003 [187]. Testowano tam dwa pełnowymiarowe ceglane modele mostów murowanych *BA1* i *BA2* (rys. 2.9), oba rozpiętości 3.2 m, ale z różnymi wyniosłościami łuku f . Były to wąskie modele szerokości 1 m, jednak o standardowej konstrukcji wyposażonej w ściany czołowe. Poziom wezłowski sklepień określał dolną płaszczyznę modelu spoczywającą na sztywnym podłożu. Obszar zasypki i ściany czołowe sięgały 1 m poza wezłowania sklepień, gdzie kończyły się pionową sztywną ścianą. Dane geometryczne obiektów przedstawiono w tab. 2.6. Parametry materiałowe konstrukcji były następujące: średni ciężar objętościowy zasypki – 18 kN/m³, średnia wytrzymałość na ściskanie cegieł – 51 MPa, zaprawy – 8.34 MPa i muru – 17.5 MPa oraz średni moduł sprężystości cegieł – 10.45 GPa i zaprawy – 0.81 GPa.



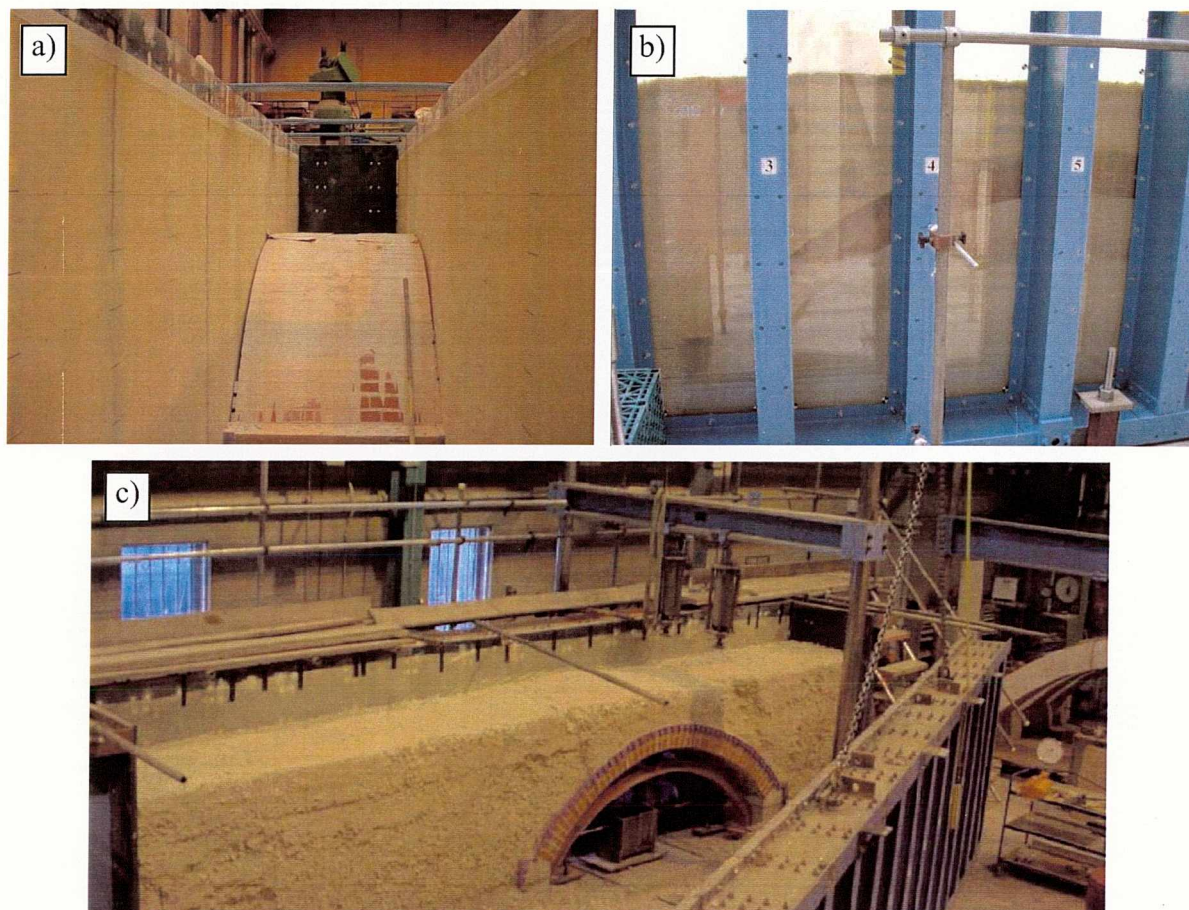
Rys. 2.9. Modele laboratoryjne mostów w UPC: a) *BA1*, b) *BA2* [187]

Tab. 2.6. Parametry geometryczne i wyniki badań modeli UPC

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	b [m]	l_s [m]	w [m]	x_P [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
BA1	3.2	0.65	0.20	0.14	1.0	0.10	0.14	1.0	0.20	0.80	60	60
BA2	3.2	1.60	0.50	0.14	1.0	0.10	0.14	1.0	0.20	0.80	95	95

Oryginalne podejście do analizy zachowania mostów murowanych zastosowano w Wielkiej Brytanii, na uniwersytecie w Salford w latach 2005-2007 ([93], [94], [158]). Celem prowadzonych badań było odtworzenie w warunkach laboratoryjnych teoretycznego płaskiego zagadnienia stosowanego w analizach obliczeniowych tego typu konstrukcji. W związku z tym stworzono model szerokości ok. 1 m składający się tylko z murowanego sklepienia oraz zasypki gruntowej – bez ścian czołowych. Dla utrzymania zasypki nad sklepieniem zbudowano podłużną stalową komorę długości w świetle 8.3 m z bocznymi ścianami przylegającymi do krawędzi sklepienia (rys. 2.10). Płaszczyzny wewnętrzne komory

pokryte były substancją natłuszczającą oraz cienką, lateksową wykładziną zapewniającymi swobodne przemieszczanie się zasypki względem sztywnych ścian. W omawianych badaniach zwrócono szczególną uwagę na wzajemne oddziaływanie gruntu i sklepienia. W tym celu przez przezroczyste ściany komory (rys. 2.10), za pomocą zestawu kamer, monitorowano przemieszczanie się cząstek zasypki w trakcie obciążania konstrukcji [94]. Ponadto, żeby zbadać udział obszarów zasypki poza wezłowiami w stabilizacji sklepienia, zapewniono możliwość poziomego przemieszczania się wezłowi.



Rys. 2.10. Model do badań w Salford: a) widok ze środka komory przed wypełnieniem zasypką, b) widok z boku po wypełnieniu zasypką, c) widok po demontażu ścian komory [158]

Przeprowadzono trzy niezależne testy z wykorzystaniem opisanej komory, w których użyto różnych materiałów zasypki: żwiru wapiennego (*SAL1* i *SAL3*) oraz gliny (*SAL2*). Ciężary objętościowe poszczególnych rodzajów zasypki wynosiły odpowiednio: 19.1 kN/m^3 i 22.1 kN/m^3 . Parametry materiałowe konstrukcji murowanej: średni ciężar objętościowy cegieł – 23.2 kN/m^3 , zaprawy cementowo-wapiennej – 18 kN/m^3 oraz średnia wytrzymałość na ściskanie cegieł – 24.5 MPa i zaprawy – 1.9 MPa . W obu badaniach parametry geometryczne konstrukcji (przedstawione w tab. 2.7) były jednakowe z wyjątkiem położenia

łuku na długości komory. W pierwszym i trzecim przypadku środek rozpiętości sklepienia znajdował się w ok. 1/3 długości komory, w drugim – w pobliżu środka komory. Obciążenie przyłożone było w wąskim paśmie obejmującym całą szerokość modelu.

Tab. 2.7. Parametry geometryczne i wyniki badań modeli w Salford

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	l_s [m]	w [m]	x_p [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
SAL1	3.0	0.75	0.25	0.215	1.0	0.305	4.0	0.22	0.75	125	125
SAL2							2.8			90	90
SAL3							3.4			148	148

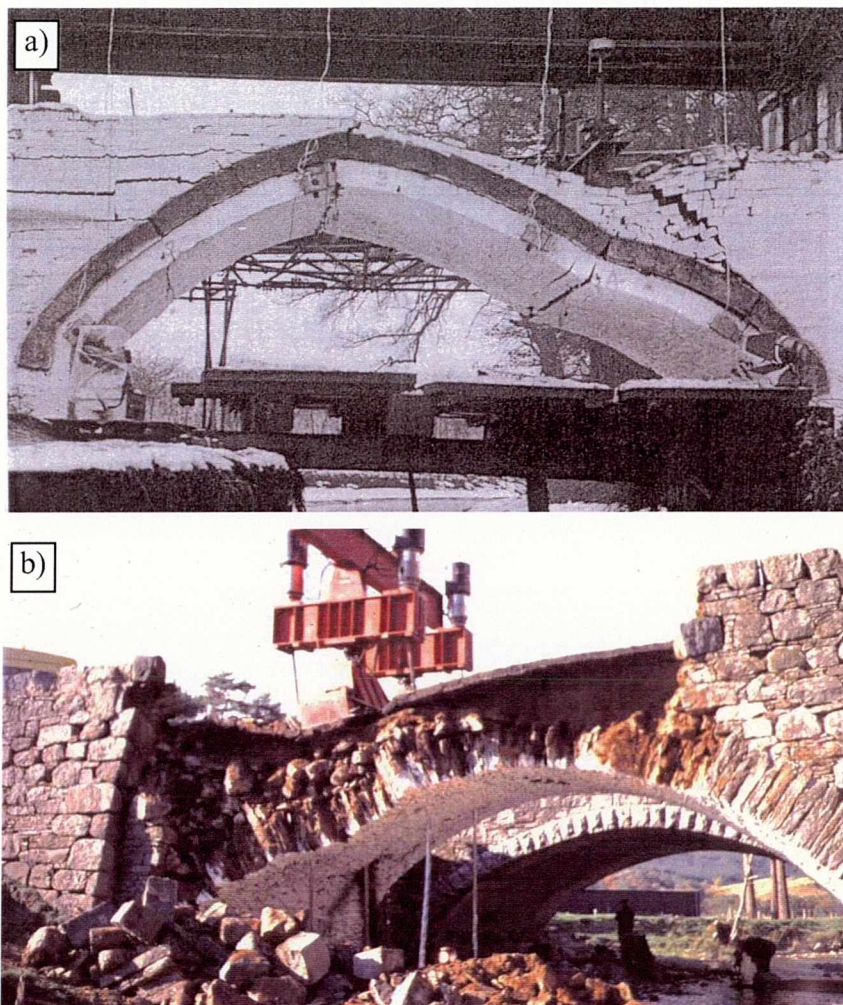
Wszystkie spośród opisanych modeli doświadczalnych uległy awarii przez 4-przegubowy mechanizm zniszczenia. Sprzyjał temu m.in. sposób obciążania konstrukcji – poprzecznym wąskim pasmem obciążenia zlokalizowanym w 1/4 rozpiętości sklepienia. Niemniej jednak taki rodzaj obciążenia umożliwia zastosowanie najmniejszej siły potrzebnej do zniszczenia konstrukcji. Ponadto zaobserwowano istotny wpływ zasypki i ścian czołowych na nośność mostów murowanych. Generalnie duże (w stosunku do rozmiarów obiektów) wartości obciążeń konieczne do zniszczenia badanych konstrukcji świadczą o dużej sztywności, wytrzymałości i wydajności tego typu układów konstrukcyjnych.

2.3.3. Badania terenowe

Badania mostów murowanych w terenie mają tę przewagę w stosunku do testów laboratoryjnych, że odbywają się na kompletnych obiektach, bez uproszczeń geometrycznych i przy rzeczywistych warunkach brzegowych. Niemniej jednak badanie tego typu konstrukcji prowadzone do zniszczenia jest możliwe z reguły tylko w momencie, gdy pojawia się konieczność usunięcia starego mostu.

Taką właśnie możliwość wykorzystano w Wielkiej Brytanii na przełomie lat 80. i 90. przeprowadzając serię badań 9 wyłączonych z eksploatacji oraz przeznaczonych do rozbiórki drogowych mostów murowanych ([105], [172]). Prace zostały wykonane na zlecenie Transport Research Laboratory (TRL), które obejmowało też badania modelowe opisane w poprzednim rozdziale. Spośród badanych obiektów wybrano 5 konstrukcji: *Bridgemill* [104], *Prestwood* [173], *Torksey* i *Shinafood* [175] oraz *Strathmashie* [174] odpowiadających zakresowi tematycznemu prezentowanej pracy, tj. mostów jednoprzęsłowych i prostokątnych w planie, których szczegółowe parametry geometryczne i wartości obciążeń granicznych zestawiono w tab. 2.8. We wszystkich przypadkach pasmowe obciążenie przyłożone było

w 1/4 rozpiętości i na całej szerokości zasypki konstrukcji, przez co dążono do osiągnięcia 4-przegubowej postaci zniszczenia. Taką też postać uzyskano w testach mostów *Bridgemill*, *Prestwood* (rys. 2.11a) i *Shinafoot*. Most *Torksey* uległ 3-przegubowemu przebiciu sklepienia, a w moście *Strathmashie* (rys. 2.11b) zawalenie jednej ze ścian czołowych pociągnęło za sobą oderwanie się znacznej części sklepienia. Uzyskanie dużych wartości sił obciążających było możliwe dzięki zastosowaniu systemu obciążenia zakotwionemu w gruncie pod konstrukcją za pomocą prętów przechodzących przez zasypkę i sklepienie.



Rys. 2.11. Postaci zniszczenia w testach mostów: a) *Prestwood*, b) *Strathmashie*

Większość spośród analizowanych obiektów nie przejawiała poważniejszych defektów, dlatego będą tu traktowane jako konstrukcje nieuszkodzone, a uzyskane wyniki posłużą kalibracji modeli nieuszkodzonych mostów murowanych.

Nieniszczące badania terenowe, prowadzone na mostach murowanych z udziałem obciążeń dopuszczalnych, były często realizowane przez badaczy na całym świecie, ale z reguły ze względu na dużą sztywność tego typu konstrukcji, a relatywnie niski poziom

Tab. 2.8. Parametry geometryczne i wyniki badań terenowych mostów TRL

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	h_w [m]	b [m]	w [m]	x_p [m]	P_{ult} [kN]	P_{ult}^1 [kN]
<i>Bridgemill</i>	18.30	2.85	0.16	0.711	8.30	0.203	0.85	0.50*	0.75	4.575	3100	373.5
<i>Prestwood</i>	6.55	1.43	0.22	0.220	3.80	0.165	0.00	0.34	0.30	1.638	228	63.3
<i>Torksey</i>	4.90	1.15	0.23	0.343	7.80	0.246	0.75	0.38	0.75	1.225	1080	138.5
<i>Shinafoot</i>	6.16	1.19	0.19	0.542	7.03	0.215	0.85	0.37	0.75	1.540	2524	359.0
<i>Strathmashie</i>	9.42	2.99	0.32	0.600	5.81	0.410	1.00	0.45*	0.75	2.355	1325	228.1
* grubość ścian czołowych przyjęta na podstawie ilustracji ze względu na brak dokładnych danych												

obciążeń w stosunku do wartości granicznych uzyskiwane rezultaty wskazywały bardzo małe i trudno mierzalne przemieszczenia sklepienia (np. [165], [176]).

2.4. Podsumowanie i wnioski

Zaprezentowany w poprzednich rozdziałach przegląd stanu wiedzy w zakresie modelowania i analizy mostów murowanych ukazuje szeroki wachlarz istniejących metod oraz prezentuje zalety i wady rozpatrywanych rozwiązań. W obliczu braku precyzyjnych przepisów i wytycznych w zakresie prowadzenia analiz mostów murowanych decyzja o wyborze metodyki jest zwykle podejmowana na podstawie rodzaju i dokładności poświadczonych rezultatów oraz zakresu dostępnych środków realizacji (sprzęt komputerowy, oprogramowanie itp.). Przedstawiona klasyfikacja oraz krytyczna charakterystyka modeli obliczeniowych mostów murowanych, zawarta w rozdziale 2.2.1, stała się punktem wyjścia do opracowania metod modelowania i analizy proponowanych w dalszej części niniejszej pracy.

Po rozpatrzeniu opisanych metod analizy statyczno-wytrzymałościowej mostów murowanych (zestawionych w rozdziale 2.2.2), skoncentrowano się na analizie nośności granicznej stanowiącej skuteczne i, jak się wydaje, najważniejsze narzędzie oceny stanu tych konstrukcji. Spośród dostępnych podejść wybrano uniwersalną *Metodę Elementów Skończonych* umożliwiającą swobodne definiowanie wielu parametrów modelu – pomijanych w innych metodach obliczeń mostów murowanych. Zaproponowane przez autora w dalszej części pracy dwu- i trójwymiarowe modele MES łączą wszystkie omówione najważniejsze cechy efektywnego modelu przęsła mostu murowanego, takie jak: sprawny i szczegółowy model sklepienia murowanego, współpraca sklepienia z zasypką gruntową, obecność ścian

czołowych, reprezentatywny model gruntu nad sklepieniem i poza jego wezłami czy zagadnienie kontaktu między sklepieniem, ścianami czołowymi i zasypką. Tak kompleksowe modele nie były dotąd stosowane przez innych badaczy, choć wydają się niezbędne dla wiernego odzwierciedlenia rzeczywistej pracy konstrukcji.

W odniesieniu do istniejących dwóch zasadniczych podejść do modelowania materiału konstrukcji murowanych: mikro- i makromodelowania (opisanych w rozdziale 2.2.1.3), z których każde charakteryzuje się poważnymi ograniczeniami eliminującymi je z zastosowań w analizie nośności granicznej mostów murowanych, zaproponowano nową, pośrednią metodę nazwaną mezomodelowaniem umożliwiającą realizację celu postawionego w niniejszej pracy.

Chcąc zapewnić kontrolę i porównanie wyników uzyskiwanych za pomocą zaawansowanych modeli MES, zaproponowano również autorską wersję metody kinematycznej wykorzystującej zasadę pracy przygotowanej. W ten sposób zbadano również wpływ na uzyskiwane rezultaty różnego typu uproszczeń stosowanych w metodzie kinematycznej.

Metodyka analizy konstrukcji mostów murowanych z uwzględnieniem uszkodzeń, jak wspomniano w rozdziale 2.2.4, nie doczekała się dotąd kompleksowego opracowania. Stosowane aktualnie rozwiązania są bardzo uproszczone i umożliwiają analizę wpływu jedynie wybranych typów uszkodzeń i to najczęściej przy założeniu jednakowej intensywności uszkodzenia na całym obszarze rozpatrywanej konstrukcji. W związku z tym w dalszej części pracy podjęto próbę opracowania metod analizy konstrukcji przęseł murowanych z uwzględnieniem różnych – najczęściej spotykanych w praktyce – typów uszkodzeń, z możliwością precyzyjnego modelowania ich parametrów, takich jak: lokalizacja, rozległość czy intensywność.

Zaprezentowany w powyższym przeglądzie stanu wiedzy opis badań doświadczalnych dotyczy stosunkowo nielicznej grupy kilkunastu konstrukcji, dla których dostępne są w literaturze informacje dostatecznie precyzyjne, aby umożliwić numeryczną symulację wykonanych doświadczeń. Niewielka liczba zrealizowanych badań tego typu wynika z wysokich kosztów ich realizacji oraz z problemów organizacyjnych, w tym trudności pozyskania do badań rzeczywistych konstrukcji mostów murowanych. Zebrane wyniki badań doświadczalnych wykorzystano do weryfikacji metod modelowania i numerycznej analizy mostów murowanych zaproponowanych w dalszej części niniejszej pracy.

3. Nośność graniczna nieuszkodzonych mostów murowanych

3.1. Analiza nośności granicznej metodą kinematyczną

3.1.1. Podstawowe założenia

Zaproponowane poniżej sformułowanie teoretyczne mechaniki mostu murowanego dotyczy konstrukcji jednoprzęsłowych z jednowarstwowym sklepieniem o stałym promieniu R i grubości D przy dowolnym stosunku wyniosłości łuku do rozpiętości f/L_0 . Zastosowany płaski model obejmuje sklepienie i występujący bezpośrednio nad nim obszar zasypki gruntowej. Obciążeniem, jakie wzięto pod uwagę, jest ciężar własny wszystkich elementów oraz obciążenie zewnętrzne równomiernie rozłożone na odcinku w o współrzędnej położenia x_P na długości konstrukcji z przedziału $(w/2, L_0/2 - w/2)$. Tak zdefiniowane obciążenie zewnętrzne symulujące nacisk pojedynczej osi umownego pojazdu przyjęto jako najbardziej niekorzystny schemat obciążenia konstrukcji mostu sklepionego.

Zakres analizy metodą kinematyczną obejmuje badanie nośności granicznej konstrukcji przez wyznaczenie granicznego obciążenia zewnętrznego i towarzyszącej mu postaci zniszczenia, czyli lokalizacji tzw. przegubów plastycznych. Dopuszczalnymi postaciami zniszczenia są tu bowiem: mechanizm 4-przegubowy (forma najczęstszej i najłatwiej osiągnąta w rzeczywistych konstrukcjach) oraz zgmiot materiału całego przekroju (forma rzadka i możliwa tylko przy specyficznych parametrach geometrii, materiału i obciążeń konstrukcji). Prezentowane podejście umożliwia analizę konstrukcji nieuszkodzonej oraz z uwzględnieniem wybranych typów uszkodzeń: destrukcji i ubytku materiału oraz pęknięcia sklepienia.

W proponowanych rozwiązaniach zarówno materiał zasypki, jak i sklepienia przyjęto jako jednorodny. Istotnym założeniem jest brak zdolności materiału sklepienia do przenoszenia naprężeń rozciągających, co daje nieznacznie zaniżone, ale dzięki temu leżące po stronie bezpiecznej, wartości obciążenia granicznego. Przy ściskaniu pracę materiału sklepienia definiują dwa różne modele (określające dwa warianty metody analizy):

- idealnie sztywny (zastosowany w metodzie MK1),
- idealnie sztywno-plastyczny (zastosowany w metodzie MK2).

Zastosowane podejścia wykorzystujące sztywne modele materiału mogą zapewnić dobre odzwierciedlenie zachowania konstrukcji sklepionych w stanie nośności granicznej ze względu na niskie poziomy naprężeń (i odpowiadające im niskie poziomy odkształceń) poza

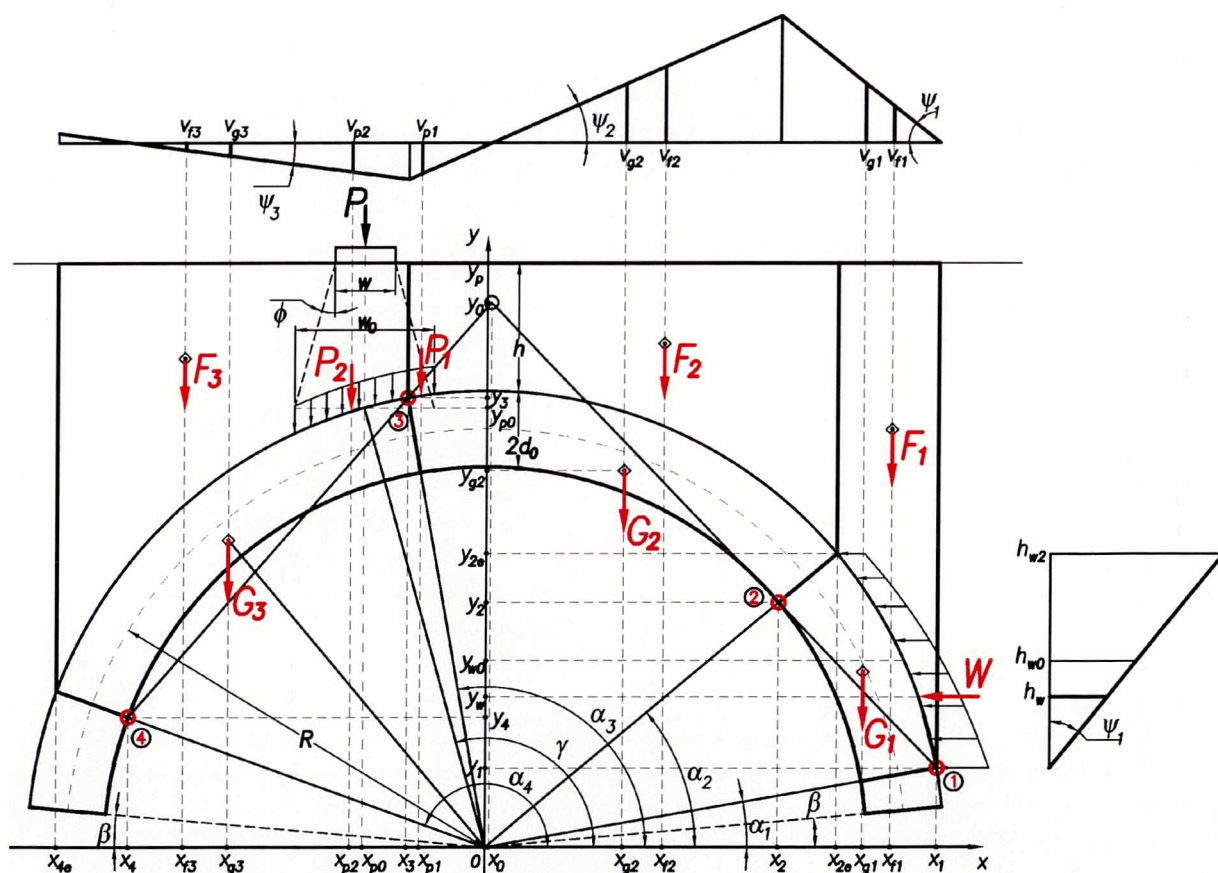
przekrojami krytycznymi przy ich koncentracji jedynie w kilku przekrojach krytycznych.

Opisywane w kolejnych rozdziałach metody zrealizowano przy wykorzystaniu opracowanych przez autora skryptów systemu komputerowego MATLAB w wersji 7.0 [206].

3.1.2. Metoda kinematyczna MK1

Proponowany algorytm analizy nośności granicznej mostu murowanego bazuje na podejściu kinematycznym, zwanym dalej metodą MK1. Rozwiązanie zadania sprowadza się do określenia postaci mechanizmu zniszczenia, tj. lokalizacji przegubów plastycznych, przy których wartość obciążenia granicznego osiąga minimum.

Obliczenia są realizowane z zastosowaniem równania pracy wirtualnej układu sztywnych tarcz, tworzonych przez przemieszczające się segmenty sklepienia i obszary gruntu. Siły skupione reprezentujące masy analizowanych fragmentów konstrukcji oznaczono przez G_i dla sklepienia i F_i dla zasypki gruntowej ($i = 1, 2, 3$) zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3.1. Uwzględniono również parcie bierne gruntu W oddziałujące na pierwszy segment sklepienia oraz obciążenie zewnętrzne równomiernie rozłożone na długości w o sumarycznej wartości P . Obciążenie osi pojazdu P ulega za pośrednictwem zasypki



Rys. 3.1. Schemat modelu obliczeniowego metody MK1

dotadowemu rozproszeniu pod kątem ϕ odpowiadającym kątowi tarcia wewnętrznego gruntu i ostatecznie oddziałuje na drugi i trzeci segment sklepienia przez siły równe odpowiednio P_1 i P_2 .

Dla założonych wstępnie pozycji przegubów plastycznych $j = 1, \dots, 4$ wyznaczono środki obrotów tarcz i środki ciężkości poszczególnych fragmentów konstrukcji oraz nakerślono pionowe składowe wirtualnych przemieszczeń wszystkich elementów konstrukcji i poziome składowe przemieszczeń pierwszego segmentu sklepienia.

Celem uproszczenia zapisu wprowadzono następujące oznaczenia:

$$a = \frac{\gamma_s}{\gamma_M}, \quad \delta = \frac{d_0}{R}, \quad \chi = \frac{h}{R}, \quad \omega = \frac{w}{R} \quad (3.1)$$

gdzie: γ_M – ciężar objętościowy muru, γ_s – ciężar objętościowy zasypki, $d_0 = D/2$, h – miąższość zasypki nad kluczem sklepienia, w – długość obciążenia równomiernie rozłożonego pod siłą P .

Współrzędne katowe mierzone względem osi x określające położenia przegubów plastycznych j określa wektor

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]^T \quad (3.2)$$

Objętości segmentów sklepienia i obszarów zasypki dla dowolnej szerokości modelu B wynoszą odpowiednio V_{gi} i V_{fi} :

$$V_{gi} = 2BR^2\delta(\alpha_{i+1} - \alpha_i) \quad (3.3)$$

$$V_{fi} = BR^2(1 + \delta)^2 \times \left[\frac{(1 + \delta + \chi)}{(1 + \delta)} (\cos \alpha_i - \cos \alpha_{i+1}) + \frac{1}{2}(\alpha_i - \alpha_{i+1}) + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_{i+1} - \frac{1}{4} \sin 2\alpha_i \right] \quad (3.4)$$

a odpowiadające im ciężary G_i i F_i :

$$G_i = 2\gamma_M BR^2\delta(\alpha_{i+1} - \alpha_i) = \gamma_M BR^2 f_{Gi}(\delta, \alpha) \quad (3.5)$$

$$F_i = a\gamma_M BR^2(1 + \delta)^2 \times \left[\frac{(1 + \delta + \chi)}{(1 + \delta)} (\cos \alpha_i - \cos \alpha_{i+1}) + \frac{1}{2}(\alpha_i - \alpha_{i+1}) + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_{i+1} - \frac{1}{4} \sin 2\alpha_i \right] = \gamma_M BR^2 f_{Fi}(a, \delta, \chi, \alpha) \quad (3.6)$$

Parcie bierne gruntu W można opisać wzorem

$$W = \frac{1}{2} a\gamma_M BR^2 K(1 + \delta)^2 \left[(2 - \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) + \frac{2\chi}{1 + \delta} \right] (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) = \gamma_M BR^2 f_W(a, \delta, \chi, K, \alpha) \quad (3.7)$$

gdzie K – współczynnik parcia biernego gruntu.

Składowe P_1 i P_2 jednostkowego obciążenia zewnętrznego $P = 1$ rozłożonego na całej szerokości konstrukcji B wynoszą:

$$P_1 = \frac{1}{2} - \frac{(1 + \delta)(\cos \alpha_3 - \cos \gamma)}{\omega + 2tg\phi[(1 + \delta)(1 - \sin \gamma) + \chi]} = f_{p1}(\delta, \gamma, \phi, \chi, \omega, \alpha) \quad (3.8)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} + \frac{(1 + \delta)(\cos \alpha_3 - \cos \gamma)}{\omega + 2tg\phi[(1 + \delta)(1 - \sin \gamma) + \chi]} = f_{p2}(\delta, \gamma, \phi, \chi, \omega, \alpha) \quad (3.9)$$

gdzie: γ – współrzędna katowa pionowego rzutu punktu położenia siły P na grzbiet sklepienia, ϕ – kąt tarcia wewnętrznego zasypki.

Przemieszczenia wirtualne charakterystycznych punktów konstrukcji (zgodnie z rys. 3.1) uzależniono od kąta obrotu drugiego segmentu sklepienia ψ_2 :

$$v_{g1} = -\psi_2 \left(\frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_2} \right) (x_1 - x_{g1}) = \psi_2 Rf_{vg1}(\delta, \alpha) \quad (3.10)$$

$$v_{g2} = -\psi_2 (x_{g2} - x_0) = \psi_2 Rf_{vg2}(\delta, \alpha) \quad (3.11)$$

$$v_{g3} = \psi_2 \left(\frac{x_0 - x_3}{x_3 - x_4} \right) (x_{g3} - x_4) = \psi_2 Rf_{vg3}(\delta, \alpha) \quad (3.12)$$

$$v_{f1} = -\psi_2 \left(\frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_2} \right) (x_1 - x_{f1}) = \psi_2 Rf_{vf1}(\delta, \chi, \alpha) \quad (3.13)$$

$$v_{f2} = -\psi_2 (x_{f2} - x_0) = \psi_2 Rf_{vf2}(\delta, \chi, \alpha) \quad (3.14)$$

$$v_{f3} = \psi_2 \left(\frac{x_0 - x_3}{x_3 - x_4} \right) (x_{f3} - x_4) = \psi_2 Rf_{vf3}(\delta, \chi, \alpha) \quad (3.15)$$

$$h_w = -\psi_2 \frac{1}{3} \left(\frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_2} \right) (y_{2e} - y_1) \frac{(3y_p - y_1 - 2y_{2e})}{(2y_p - y_1 - y_{2e})} = \psi_2 Rf_{hw}(\delta, \chi, \alpha) \quad (3.16)$$

$$v_{p1} = \psi_2 (x_0 - x_{p1}) = \psi_2 Rf_{vp1}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha) \quad (3.17)$$

$$v_{p2} = \psi_2 \left(\frac{x_0 - x_3}{x_3 - x_4} \right) (x_{p2} - x_4) = \psi_2 Rf_{vp2}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha) \quad (3.18)$$

Wirtualne odkształcenia w przypadku ciała doskonale sztywnego nie występują, stąd praca sił wewnętrznych na tych odkształcenia wynosi zero:

$$L_p = 0 \quad (3.19)$$

Zgodnie z twierdzeniem o pracy wirtualnej praca wszystkich sił zewnętrznych na wirtualnych przemieszczeniach jest równa pracy sił wewnętrznych na wirtualnych odkształceniach, czyli dla rozpatrywanego układu zachodzi równość wyrażona wzorem:

$$\sum_i G_i v_{gi} + \sum_i F_i v_{fi} + Wh_w + \lambda \sum_{l=1}^2 P_l v_{pl} = 0 \quad (3.20)$$

Zatem wartość mnożnika obciążenia zewnętrznego λ można wyznaczyć ze wzoru

$$\lambda = \frac{\sum_i G_i v_{gi} + \sum_i F_i v_{fi} + Wh_w}{-\sum_{l=1}^2 P_l v_{pl}} \quad (3.21)$$

Po podstawieniu wyrażenia ze wzorów (3.5)÷(3.18) otrzymujemy

$$\lambda = \frac{\psi_2 \gamma_M BR^3 \left(\sum_i f_{Gi}(\delta, \alpha) f_{v_{gi}}(\delta, \alpha) + \sum_i f_{Fi}(a, \delta, \chi, \alpha) f_{v_{fi}}(\delta, \chi, \alpha) \right)}{-\psi_2 R \sum_{l=1}^2 f_{Pl}(\delta, \chi, \gamma, \phi, \omega, \alpha) f_{v_{pl}}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha)} + \frac{\psi_2 \gamma_M BR^3 (f_w(a, \delta, \chi, K, \alpha) f_{hw}(\delta, \chi, \alpha))}{-\psi_2 R \sum_{l=1}^2 f_{Pl}(\delta, \chi, \gamma, \phi, \omega, \alpha) f_{v_{pl}}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha)} \quad (3.22)$$

Po uproszczeniu wyrażenia wartość mnożnika obciążenia zewnętrznego λ wyraża się wzorem:

$$\lambda = \gamma_M BR^2 f_\lambda(a, \delta, \chi, \gamma, \phi, \omega, K, \alpha) \quad (3.23)$$

z którego wynika, że dla konstrukcji o jednakowych parametrach funkcji f_λ , czyli m.in. zachowujących stałą proporcję między wymiarami d , h , w i L_0 , wartość mnożnika obciążenia λ jest liniowo zależna od ciężaru objętościowego materiału γ_M i szerokości B oraz wprost proporcjonalna do kwadratu wymiarów geometrycznych konstrukcji w płaszczyźnie x - y (zgodnie z rys. 3.1) reprezentowanych tu przez R .

Minimalizacja λ odbywa się w toku nieliniowej optymalizacji średniej skali stosującej metodę sekwencyjnego programowania kwadratowego (SQP) [206] z wykorzystaniem warunków:

1. $\beta \leq \alpha_1 < \alpha_2 \leq \frac{\pi}{2} < \alpha_3 \leq \gamma < \alpha_4 \leq \pi - \beta$ oraz
2. $\lambda \geq 0$.

Rozwiązanie zagadnienia jest możliwe zarówno dla ustalonego położenia siły P określonego przez współrzędną kątową $\gamma = \gamma^P$, jak i dla dowolnego (np. najbardziej niekorzystnie zlokalizowanego) obciążenia, spełniającego nierówności pierwszego warunku.

3.1.3. Metoda kinematyczna MK2

Przedstawiona w poprzednim rozdziale metoda nie dopuszcza możliwości odkształceń materiału sklepienia, przez co nie może zapewniać pełnej reprezentacji rzeczywistego

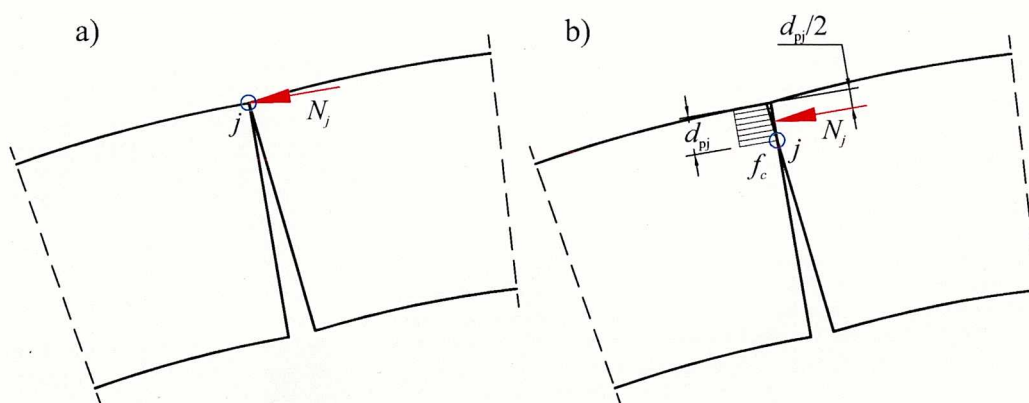
zachowania konstrukcji. Celem uwzględnienia tego zjawiska opracowano metodę MK2, która bazuje na metodzie MK1, ale zakłada idealnie sztywno-plastyczny model materiału.

W przypadku metody MK2 algorytm oceny nośności granicznej mostu murowanego opiera się na iteracyjnej kinematyczno-statycznej procedurze rozwiązania zagadnienia. W kolejnych etapach analizy stosuje się tu podejście kinematyczne, celem określenia minimalnej wartości obciążenia granicznego i odpowiadającej mu postaci mechanizmu zniszczenia, oraz rozwiązanie statyczne służące wyznaczeniu sił wewnętrznych dla uprzednio ustalonej postaci mechanizmu. Pierwszy krok analizy metodą MK2 stanowi w zasadzie realizację metody MK1.

Uwzględnienie możliwości odkształceń plastycznych materiału sklepienia jest modelowane przez modyfikację położenia powstających przegubów plastycznych na wysokości przekrojów krytycznych. Dla modelu ciała doskonale sztywnego, przyjętego w metodzie MK1, przeguby powstają na krawędziach sklepienia (rys. 3.2a). Zakładając natomiast uplastycznienie materiału, położenie każdego przegubu j ulega odsunięciu od krawędzi sklepienia na odległość d_{pj} odpowiadającą wysokości przekroju niezbędnej do przeniesienia występującej siły osiowej N_j bez przekroczenia naprężeń uplastyczniających (rys. 3.2b). Po przyjęciu prostokątnego pola naprężeń wysokość uplastycznionej części przekroju d_{pj} określa wzór

$$d_{pj} = \frac{N_j}{f_c B} \quad (3.24)$$

Poszczególne kroki analizy kinematycznej metody MK2 są realizowane zgodnie z koncepcją przedstawioną dla metody MK1, ale z uwzględnieniem innych położów przegubów plastycznych zmodyfikowanych o wartości d_{pj} .



Rys. 3.2. Przekrój krytyczny sklepienia z przegubem plastycznym dla materiału:
a) idealnie sztywnego, b) idealnie sztywno-plastycznego

Wysokości uplastycznionych części przekrojów krytycznych o wartości bezwzględnej i znormalizowanej określają wektory $\mathbf{d}_p$ i δ_p :

$$\mathbf{d}_p = [d_{p1}, d_{p2}, d_{p3}, d_{p4}]^T, \quad \delta_p = \frac{1}{R} \mathbf{d}_p \quad (3.25a, b)$$

Wyrażenia na wartości poszczególnych sił skupionych są zgodne z metodą MK1, modyfikacji natomiast ulegają wartości przemieszczeń wirtualnych uzależnionych dodatkowo od wektora δ_p :

$$v'_{gi} = \psi_2 R f'_{vgi}(\delta, \alpha, \delta_p) \text{ dla } i = 1, 2, 3 \quad (3.26)$$

$$v'_{fi} = \psi_2 R f'_{vfi}(\delta, \chi, \alpha, \delta_p) \text{ dla } i = 1, 2, 3 \quad (3.27)$$

$$h'_w = \psi_2 R f'_{hw}(\delta, \chi, \alpha, \delta_p) \quad (3.28)$$

$$v'_{pl} = \psi_2 R f'_{vpl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha, \delta_p) \text{ dla } l = 1, 2 \quad (3.29)$$

W przypadku materiału idealnie sztywno-plastycznego praca sił wewnętrznych na wirtualnych przemieszczeniach wewnętrznych odpowiada pracy L'_p sił osiowych N_j na jednostkowych przemieszczeniach plastycznych w przekrojach krytycznych:

$$\begin{aligned} L'_p &= \sum_{j=1}^4 \frac{1}{2} \zeta_j d_{pj} N_j = \frac{1}{2} f_c B \sum_{j=1}^4 \zeta_j d_{pj}^2 = \frac{1}{2} f_c B R^2 \sum_{j=1}^4 \zeta_j \delta_{pj}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \psi_2 f_c B R^2 \sum_{j=1}^4 f_p(\delta, \alpha, \delta_p) \end{aligned} \quad (3.30)$$

gdzie ζ_j – wartości kąta wzajemnego obrotu tarcz rozdzielonych przekrojem krytycznym j .

Praca wszystkich sił zewnętrznych na wirtualnych przemieszczeniach dla ciała idealnie sztywno-plastycznego jest zatem równa pracy sił wewnętrznych na plastycznych wirtualnych przemieszczeniach wewnętrznych L_p :

$$\sum_i G_i v'_{gi} + \sum_i F_i v'_{fi} + W h'_w + \lambda \sum_{l=1}^2 P_l v'_{pl} = \frac{1}{2} f_c B \sum_j \zeta_j d_{pj}^2 \quad (3.31)$$

Stąd wartość mnożnika obciążenia zewnętrznego λ można wyznaczyć ze wzoru

$$\lambda = \frac{\sum_i G_i v'_{gi} + \sum_i F_i v'_{fi} + W h'_w - \frac{1}{2} f_c B \sum_j \zeta_j d_{pj}^2}{-\sum_{l=1}^2 P_l v'_{pl}} \quad (3.32)$$

Podstawiając wyrażenia ze wzorów (3.5)÷(3.9) i (3.26)÷(3.29) otrzymujemy

$$\begin{aligned}
\lambda = & \frac{\psi_2 \gamma_M BR^3 \left(\sum_i f_{Gi}(\delta, \alpha) f'_{vgi}(\delta, \alpha, \delta_p) + \sum_i f_{Fi}(a, \delta, \chi, \alpha) f'_{vfi}(\delta, \chi, \alpha, \delta_p) \right)}{+} \\
& - R \psi_2 \sum_{l=1}^2 f_{Pl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \phi, \alpha) f'_{vpl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha, \delta_p) \\
& + \frac{\psi_2 \gamma_M BR^3 (f_W(a, \delta, \chi, K, \alpha) f'_{hw}(\delta, \chi, \alpha, \delta_p))}{+} \\
& - R \psi_2 \sum_{l=1}^2 f_{Pl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \phi, \alpha) f'_{vpl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha, \delta_p) \\
& - \frac{1}{2} \psi_2 f_c BR^2 \sum_{j=1}^4 f_p(\delta, \alpha, \delta_p) \\
& + \frac{- R \psi_2 \sum_{l=1}^2 f_{Pl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \phi, \alpha) f'_{vpl}(\delta, \chi, \gamma, \omega, \alpha, \delta_p)}{+}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Po uproszczeniu wyrażenia wartość mnożnika obciążenia zewnętrznego λ jest zależna od dwóch składników:

$$\lambda = \gamma_m BR^2 f'_\lambda(a, \delta, \chi, \gamma, \phi, \omega, K, \alpha, \delta_p) + f_c BR f'_\lambda^p(\delta, \chi, \gamma, \phi, \omega, \alpha, \delta_p) \tag{3.34}$$

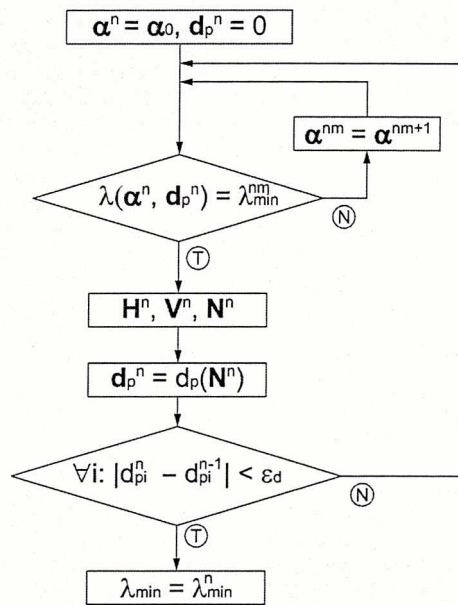
z których pierwszy odpowiada pracy mechanizmu jako ciała idealnie sztywnego, drugi natomiast jest związany z uplastycznieniem przekrojów krytycznych.

W celu określenia położenia przegubów plastycznych, jak wynika ze wzoru (3.24), niezbędna jest znajomość wartości sił osiowych N_j w przekrojach krytycznych. Siły przekrojowe N_j mogą być wyznaczone metodą statyczną, na podstawie wartości momentów zginających liczonych względem trzech przegubów plastycznych przyrównanych do wartości momentów zginających wywołanych siłami N_j działającymi na ramieniu $d_{pj}/2$ (rys. 3.2b). Wartości sił N_j ściśle zależą zatem od d_{pj} , które mają wyznaczać, dlatego przebieg całej analizy odbywa się w sposób iteracyjny zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 3.3. Procedura rozwiązania rozpoczyna się przy wstępnym założeniu braku uplastycznienia materiału: $d_{pj}^0 = 0$, dla $j = 1, 2, 3, 4$, odpowiadającemu położeniu przegubów na krawędziach sklepienia oraz przyjęciu początkowej postaci wektora $\alpha^n = \alpha_0$. Na drodze nieliniowej optymalizacji [206] (wewnętrzna pętla na rys. 3.3) w każdym kroku n znajdowany jest zmodyfikowany wektor α^n , dla którego λ^n osiąga minimum. Dla uzyskanych lokalizacji przekrojów krytycznych i mnożnika obciążenia obliczane są reakcje podporowe poziome $\mathbf{H}^n = [H_1^n, H_4^n]$ i pionowe $\mathbf{V}^n = [V_1^n, V_4^n]$, wartości sił wewnętrznych $\mathbf{N}^n = [N_1^n, N_2^n, N_3^n, N_4^n]$ oraz odpowiadające im wysokości uplastycznionych części przekrojów $\mathbf{d}_p^n$. Powyższy cykl obliczeń przebiega ponownie (zewnętrzna pętla na rys. 3.3) dla nowych lokalizacji przegubów odsuniętych od krawędzi sklepienia o $\mathbf{d}_p^{n+1} = \mathbf{d}_p^n$, aż do uzyskania wymaganej dokładności rozwiązania. Miarą rozbieżności jest parametr ε_d , przyjmowany na poziomie 10^{-4} , określający różnice między wysokościami uplastycznionych przekrojów uzyskanymi w aktualnym

i poprzednim kroku: $d_{pj}^n - d_{pj}^{n-1}$ dla każdego $j = 1, 2, 3, 4$. Po uzyskaniu dokładności określonej parametrem ε_d jako ostateczną wartość mnożnika obciążenia przyjmowana jest wartość z kroku aktualnego: $\lambda = \lambda^n$. Zazwyczaj wartości mnożnika λ^n w kolejnych cyklach analizy oscylują wokół końcowej wartości λ . Celem stabilizacji i przyspieszenia zbieżności rozwiązania wysokości uplastycznionych części przekrojów w kolejnym cyklu można określać na podstawie kroku aktualnego i poprzedniego zgodnie ze wzorem:

$$\mathbf{d}_p^{n+1} = \xi \mathbf{d}_p^n + (1 - \xi) \mathbf{d}_p^{n-1} \quad (3.35)$$

gdzie ξ – współczynnik zbieżności zapewniający największą efektywność rozwiązania przy wartości około 0.3.



Rys. 3.3. Schemat blokowy algorytmu metody kinematycznej MK2

Ze względu na użycie w metodzie MK2 doskonalszego modelu materiału niż w metodzie MK1, w dalszej części pracy prezentowane są głównie wyniki uzyskane z wykorzystaniem bardziej zaawansowanego podejścia, określanego ogólnie metodą kinematyczną.

3.1.4. Analiza wrażliwości

Celem oceny wrażliwości metody kinematycznej, omówionej w poprzednich rozdziałach, na zmianę wybranych parametrów przeprowadzono testy obejmujące wpływy:

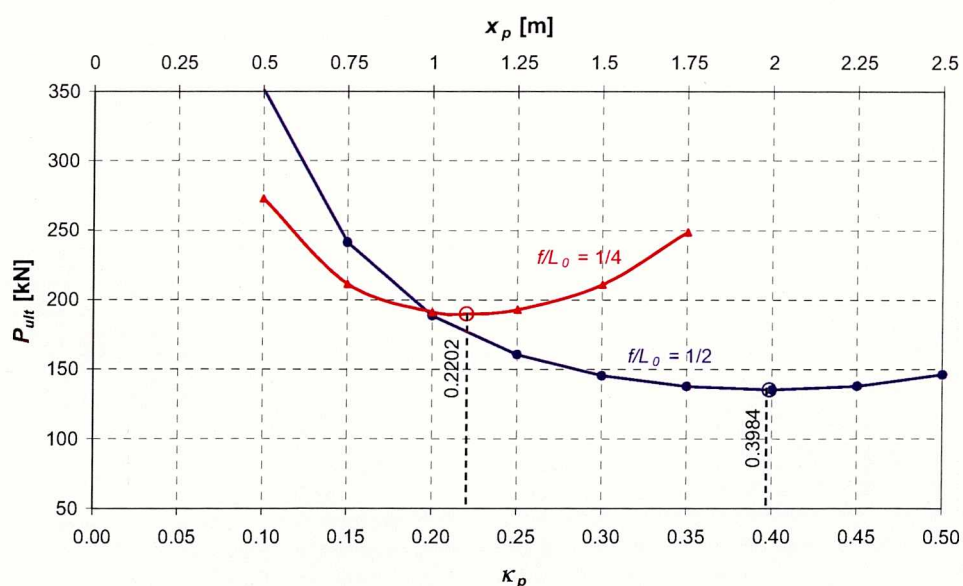
- lokalizacji obciążenia (x_p),
- ciężaru objętościowego materiału zasyпки (γ_s) i sklepienia (γ_M),
- wytrzymałości materiału sklepienia przy ściskaniu (f_c),
- szerokości obciążenia zewnętrznego (w).

Wszystkie testy wykonano na modelach o jednakowych wyjściowych parametrach geometrycznych i materiałowych (podanych w tab. 3.1), modyfikując wartości wybranych do analizy parametrów. W obliczeniach przebadano nośność graniczną konstrukcji pod obciążeniem osią umownego pojazdu zlokalizowaną wyjściowo w 1/4 rozpiętości przęsła L_0 .

Tab. 3.1. Parametry wyjściowe przyjęte w analizie wrażliwości metody kinematycznej

Parametry geometryczne i materiałowe											
L_0	f	f/L_0	D	B	h	w	x_p	f_c	ϕ	γ_M	γ_s
[m]	[m]	[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[MPa]	[°]	[kN/m ³]	[kN/m ³]
5.0	1.25	0.25	0.40	1.0	0.30	0.20	1.25	6.0	35	20	18

Jednym z głównych założeń prezentowanej pracy jest zastosowanie w analizach nośności konstrukcji obciążenia zewnętrznego odpowiadającego naciskowi pojedynczej umownej osi pojazdu. Istotną kwestią jest zatem krytyczna lokalizacja tego obciążenia, czyli taka, która zapewnia osiągnięcie nośności granicznej przy najmniejszej sile obciążenia. Wpływ lokalizacji (x_p) osi obciążenia zewnętrznego, mierzonej jako odległość od lewego wezglowia łuku, przeanalizowano dla dyskretnych jej wartości z przedziału $[L_0/10, L_0/2]$ różniących się kolejno między sobą o 25 cm. Dodatkowo wyznaczono wartość $x_p = x_p^{cr}$, dla której wartość obciążenia granicznego $P_{ult}(x_p)$ osiąga minimum. Wyniki analiz dla sklepień o $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$ przedstawiono na rys. 3.4 w funkcji bezwzględnej i względnej współrzędnej lokalizacji obciążenia, odpowiednio: x_p i $\kappa_p = x_p/L_0$.



Rys. 3.4. Wykres zależności wartości obciążenia granicznego P_{ult} od bezwzględnej x_p i względnej κ_p współrzędnej lokalizacji obciążenia

Zgodnie z uzyskanymi wynikami krytyczna lokalizacja obciążenia jest zależna od stosunku f/L_0 sklepienia i wynosi: $\kappa_p^{cr} = 0.22$ dla $f/L_0 = 1/4$ i $\kappa_p^{cr} = 0.40$ dla $f/L_0 = 1/2$. Zbliżone wartości względnej lokalizacji krytycznej obciążenia κ_p^{cr} uzyskano także dla konstrukcji o innych parametrach geometrycznych z zachowaniem warunku $f/L_0 = 1/4$ lub $f/L_0 = 1/2$.

Wpływ ciężaru objętościowego materiału zasypki γ_s i sklepienia γ_M na nośność graniczną mostów murowanych zbadano przy różnych proporcjach wartości tych parametrów. Rozważono typowe wartości ciężaru objętościowego zasypki z zakresu $14 \div 22 \text{ kN/m}^3$ i odpowiadające im ciężary objętościowe sklepienia wynoszące: $\gamma_M = (1.0 \div 1.5) \cdot \gamma_s$. Uzyskane wartości nośności granicznej $P_{ult}(\gamma_s, \gamma_M)$ przedstawiono w tab. 3.2.

Tab. 3.2. Wpływ wartości ciężarów objętościowych zasypki (γ_s) i sklepienia (γ_M) na wartości obciążenia granicznego P_{ult}

γ_M/γ_s	$P_{ult} [\text{kN}]$					g_M
	$\gamma_s = 14 \text{ kN/m}^3$	$\gamma_s = 16 \text{ kN/m}^3$	$\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$	$\gamma_s = 20 \text{ kN/m}^3$	$\gamma_s = 22 \text{ kN/m}^3$	
1	150.37	168.90	186.91	204.36	221.28	1
1.1	154.81	173.79	192.21	210.04	227.30	1.028
1.2	159.13	178.61	197.43	215.63	233.23	1.056
1.3	163.47	183.38	202.59	221.14	239.07	1.084
1.4	167.77	188.09	207.68	226.58	244.82	1.111
1.5	172.02	192.75	212.70	231.94	250.49	1.138
g_s	1	1.122	1.240	1.355	1.465	

Wpływ zmiany wartości ciężarów objętościowych oceniono w tab. 3.2 dodatkowo przy użyciu dwóch parametrów:

$$g_M = \frac{P_{ult}(\gamma_M, \gamma_s)}{P_{ult}(\gamma_M^*, \gamma_s)}, \quad g_s = \frac{P_{ult}(\gamma_M, \gamma_s)}{P_{ult}(\gamma_M, \gamma_s^0)}, \quad (3.36a, b)$$

gdzie: $\gamma_M^* \in \{\gamma_M^* \mid \gamma_M^*/\gamma_s = 1\}$, $\gamma_s^0 = 14 \text{ kN/m}^3$.

Parametr g_M prezentuje wpływ zmiany stosunku γ_M/γ_s na nośność graniczną konstrukcji. Wartości g_M są znikomo zależne od γ_s , dlatego w tab. 3.2 podano wartości średnie dla wszystkich γ_s . Parametr g_s prezentuje wpływ proporcjonalnej zmiany wartości γ_s i γ_M na nośność graniczną konstrukcji. Wartości g_s są znikomo zależne od stosunku γ_M/γ_s , dlatego w tab. 3.2 podano wartości średnie dla wszystkich γ_M/γ_s . Stąd wynika na przykład, że dla analizowanej konstrukcji 50-procentowy wzrost ciężaru objętościowego materiału sklepienia względem ciężaru objętościowego zasypki skutkuje około 14-procentowym wzrostem nośności granicznej. Równomierny natomiast 57-procentowy wzrost ciężaru objętościowego

obu materiałów (z 14 do 22 kN/m³) skutkuje około 46-procentowym wzrostem nośności granicznej.

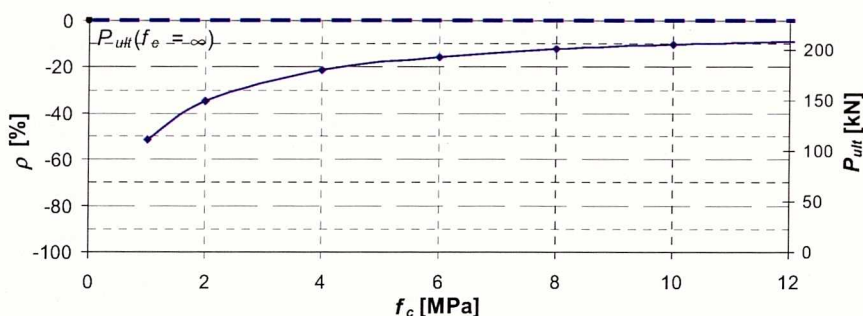
Wpływ wytrzymałości materiału sklepienia przy ściskaniu f_c na nośność graniczną P_{ult} przeanalizowano dla typowych wartości z zakresu od 1 do 20 MPa oraz dodatkowo dla nieskończonej wytrzymałości na ściskanie $f_c = \infty$. Obliczenia przeprowadzono metodą: MK1 dla $f_c = \infty$ oraz MK2 dla $f_c \in \langle 1, 20 \rangle$ MPa. Uzyskane wyniki w postaci bezwzględnych wartości nośności granicznej $P_{ult}(f_c)$ oraz procentowych odchyłek ρ tych wartości względem nośności granicznej $P_{ult}(f_c^\infty)$ uzyskanej dla $f_c = \infty$ pokazano w tab. 3.3 i na rys. 3.5.

Odchyłkę $\rho^{x/y}$ będącą miarą rozbieżności między wynikami x i y , definiuje wzór (3.37) i jest ona stosowana wielokrotnie w niniejszej pracy.

$$\rho^{x/y} = \frac{x-y}{y} 100\% \quad (3.37)$$

Tab. 3.3. Wpływ wytrzymałości na ściskanie materiału sklepienia f_c na wartość obciążenia granicznego P_{ult} zbadany metodą kinematyczną

Wytrzymałości przy ściskaniu f_c [MPa]	1	2	4	6	8	10	20	∞
P_{ult} [kN]	110.7	148.8	179.3	192.8	200.6	205.5	216.5	228.7
$\rho^{P_{ult}(f_c)/P_{ult}(f_c^\infty)}$ [%]	-51.6	-34.9	-21.6	-15.7	-12.3	-10.1	-5.4	0.0



Rys. 3.5. Wpływ wytrzymałości przy ściskaniu materiału sklepienia f_c na wartość P_{ult} oraz na procentową odchyłkę ρ względem $P_{ult}(f_c = \infty)$ zbadany metodą kinematyczną

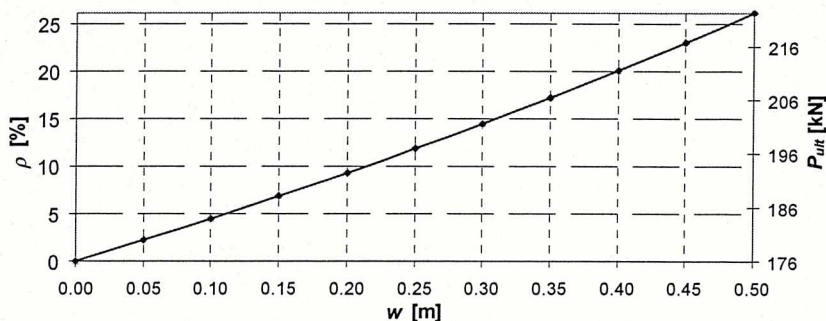
Na podstawie uzyskanych wyników można zaobserwować istotny wpływ wytrzymałości przy ściskaniu materiału sklepienia f_c na nośność graniczną P_{ult} przekraczającą 10% wartości ρ przy $f_c \leq 10$ MPa oraz 20% wartości ρ przy $f_c \leq 4$ MPa.

Zbadano również wpływ długości obciążenia zewnętrznego w na nośność graniczną P_{ult} . Wzięto pod uwagę wartości szerokości pasma obciążenia z zakresu $\langle 0, 50 \rangle$ cm różniące się między sobą o 5 cm. Wyniki obliczeń zaprezentowano w tab. 3.4 i na rys. 3.6 w postaci bezwzględnych wartości nośności granicznej P_{ult} oraz procentowych odchyłek ρ tych wartości

względem nośności granicznej $P_{ult}(w^0)$ uzyskanej przy $w = 0$ (odpowiadającej obciążeniu konstrukcji siłą skupioną).

Tab. 3.4. Wpływ długości obciążenia w na wartość P_{ult} zbadany metodą kinematyczną

Długość obciążenia w [m]	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
P_{ult} [kN]	176.3	180.2	184.3	188.5	192.8	197.3	202.0	206.8	211.9	217.1	222.6
$\rho^{P_{ult}(w)/P_{ult}(w^0)}$ [%]	0.0	2.2	4.5	6.9	9.3	11.9	14.5	17.3	20.1	23.1	26.2



Rys. 3.6. Wpływ długości obciążenia zewnętrznego w na wartość P_{ult} oraz na procentową odchyłkę ρ względem $P_{ult}(w = 0)$ zbadany metodą kinematyczną

Wnioskiem z powyższej analizy jest istotny wpływ szerokości obciążenia zewnętrznego w na wartość P_{ult} . Przy szerokości $w = 50$ cm następuje wzrost obliczeniowej nośności granicznej P_{ult} o ponad 25% w stosunku do $P_{ult}(w^0)$ wyznaczonej dla obciążenia skupionego. Ponadto zaobserwować można niemalże liniowy charakter zależności $P_{ult}(w)$.

3.2. Analiza nośności granicznej Metodą Elementów Skończonych

3.2.1. Podstawowe założenia

Prezentowane w niniejszym rozdziale podejście do modelowania i analizy przęseł mostów murowanych wykorzystuje *Metodę Elementów Skończonych* (MES) i dotyczy konstrukcji jednoprzęsłowych, prostokątnych w planie ze sklepieniem wycinkowym (o stałym promieniu krzywizny) o dowolnym stosunku $f/L_0 \leq 1/2$. Zakres pracy obejmuje zarówno zaawansowane pełne modele trójwymiarowe (3D), uwzględniające wszystkie podstawowe elementy konstrukcyjne: sklepienie, ściany czołowe, grunt nad sklepieniem i w strefach dojazdowych oraz elementy obciążenia, jak i uproszczone płaskie modele dwuwymiarowe (2D), złożone ze sklepienia, gruntu nad sklepieniem i w strefach dojazdowych, a także elementów obciążenia. Prowadzone obliczenia koncentrują się na wyznaczeniu wartości obciążenia granicznego i towarzyszącej temu obciążeniu postaci zniszczenia konstrukcji.

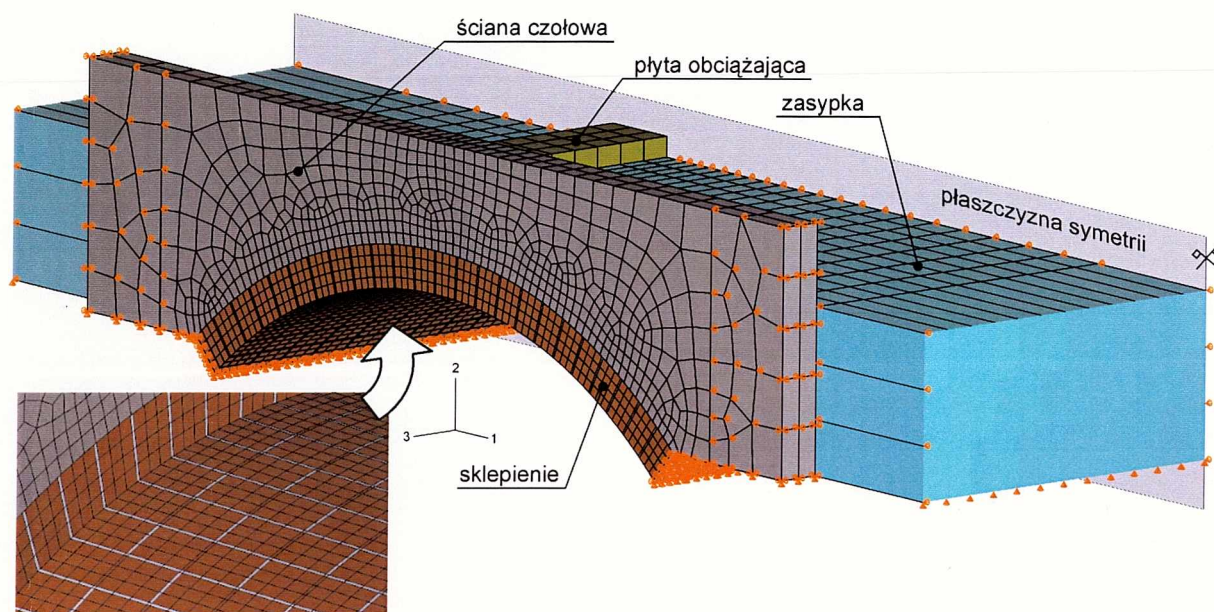
Modele trójwymiarowe (3D) były kalibrowane i weryfikowane na podstawie wyników badań doświadczalnych (laboratoryjnych i terenowych) obiektów rzeczywistych opisywanych w rozdziale 2.3 i posłużyły precyzyjnej analizie mechaniki przęseł mostów ze szczególnym uwzględnieniem wpływu ścian czołowych. Modele dwuwymiarowe (2D) były kalibrowane i weryfikowane za pomocą wyników wybranych doświadczalnych badań laboratoryjnych oraz wyników analiz numerycznych modeli trójwymiarowych, a następnie posłużyły szczegółowej analizie wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji. Analizy MES prowadzone były w systemie *ABAQUS* [108] przy wykorzystaniu opracowanych przez autora skryptów.

3.2.2. Modele geometrii

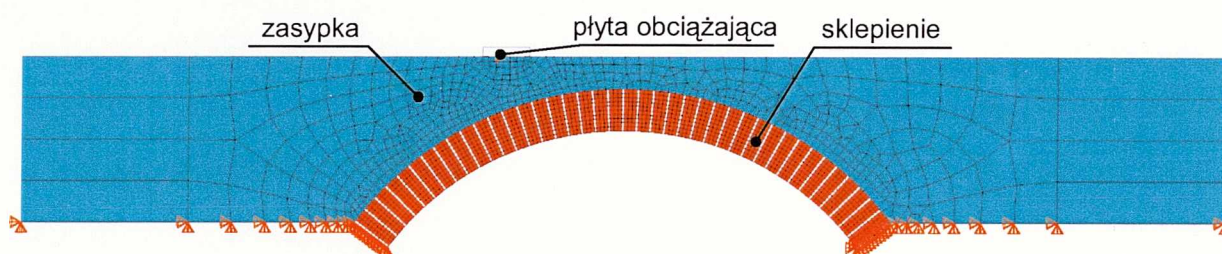
Modele trójwymiarowe (3D) obejmują zestaw komponentów konstrukcji mostu murowanego odpowiadający kombinacji nr IV z tab. 2.1, czyli z pominięciem modelowania podpór i gruntu wokół nich. Umożliwia to precyzyjną reprezentację modeli laboratoryjnych opisywanych w rozdziale 2.3.2, a względem mostów badanych w terenie zdaje się być dopuszczalnym uproszczeniem, gdyż wpływ niemodelowanych części konstrukcji podpór jest z reguły pomijalnie mały. W większości stosowanych modeli, biorąc pod uwagę symetrię konstrukcji i jej obciążenia w kierunku poprzecznym do osi mostu, modelowano połowę szerokości obiektu. Przykładowy model 3D mostu murowanego przedstawiono na rys. 3.7.

Proponowane modele dwuwymiarowe (2D) stanowią kombinacje komponentów konstrukcyjnych nr II z tab. 2.1. Przykładowy model 2D mostu murowanego przedstawiono na rys. 3.8. Tego typu modele umożliwiają wierną symulację badań laboratoryjnych opisywanych w rozdziale 2.3.2 prowadzonych na obiektach pozbawionych współpracujących ścian czołowych (np. modele w Edynburgu i w Salford). Omawiane modele są w całości płaskimi zagadnieniami obliczeniowymi, ale ze względu na duże zróżnicowanie właściwości (modułu sprężystości i współczynnika Poissona), a także warunków pracy poszczególnych komponentów rzeczywistych konstrukcji, zastosowano różne podejścia przy modelowaniu zasypki gruntowej i sklepienia murowanego. W związku z występowaniem ścian czołowych w mostach murowanych poprzeczne odkształcenia zasypki gruntowej podlegają znaczącym ograniczeniom w porównaniu do potencjalnych wartości przemieszczeń występujących w przypadku braku takich ścian. Dlatego dla zasypki gruntowej proponuje się przyjęcie płaskiego stanu odkształcenia. Występujące odkształcenia poprzeczne sklepienia oraz wygięcia samych ścian czołowych wywołują przemieszczenia poprzeczne punktów tych ścian, przez co poprzeczne odkształcenia zasypki nie są w istocie sztywno ograniczone. Niemniej jednak proponowany płaski stan odkształcenia zasypki jest znacznie bliższy

reprezentacji rzeczywistości niż płaski stan naprężenia dopuszczający nieograniczone poprzeczne odkształcenia. Odkształcenia poprzeczne sklepienia nie są ograniczone, choć jednocześnie konstrukcja tego typu nie spełnia założeń obiektu tarczowego. Dlatego dobór modelu pracy sklepienia będzie zbadany i opisany bardziej szczegółowo w dalszej części pracy.



Rys. 3.7. Model trójwymiarowy mostu murowanego wykorzystywany w analizach



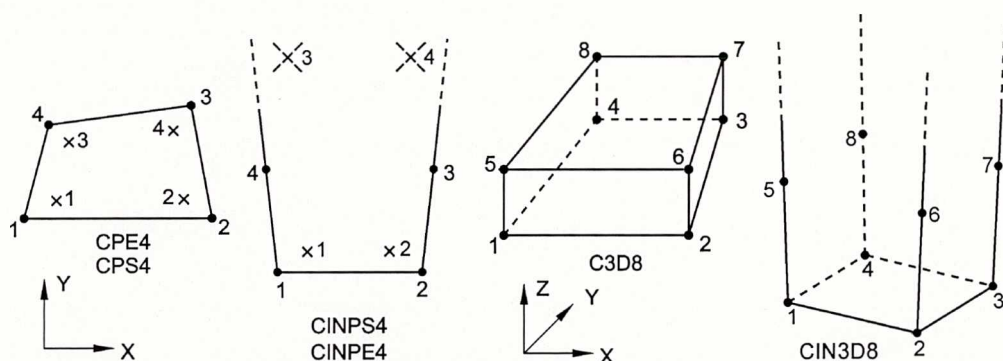
Rys. 3.8. Model dwuwymiarowy mostu murowanego wykorzystywany w analizach

W obu klasach modeli (2D i 3D) zdefiniowane jest sztywne podparcie wzdłuż dolnych krawędzi/płaszczyzn modelu, co reprezentuje niemodelowany, gdyż uznawany za nieodkształcalny, obszar konstrukcji. W odniesieniu do modeli laboratoryjnych takie założenie jest w pełni uzasadnione, biorąc po uwagę to, że konstrukcja spoczywa zwykle na sztywnej płycie betonowej. W odniesieniu do obiektów terenowych uproszczenie takie też wydaje się akceptowalne, uwzględniając duże gabaryty i sztywność części podporowych ulegających pomijalnie małym odkształceniom w stosunku do odkształceń sklepienia. Na bocznych krawędziach/płaszczyznach modeli, w analizach obiektów laboratoryjnych, ograniczone są wyłącznie przemieszczenia w kierunku poziomym (normalnym do tych krawędzi/płaszczyzn), co reprezentuje sztywne ściany stosowane w warunkach

laboratoryjnych. W analizach obiektów terenowych półprzestrzeni gruntowa poza konstrukcją mostu jest modelowana za pomocą elementów nieskończonych o poziomym (równoległym do osi mostu) kierunku nieograniczonych odkształceń.

Między obszarem zasypki a przylegającymi do niej częściami murowanymi konstrukcji, jak i między ścianami czołowymi a sklepieniem zdefiniowane są powierzchnie kontaktowe umożliwiające swobodne przemieszczanie się poszczególnych obszarów z wyłączeniem ich wzajemnego przenikania. Zapewnione jest pełne przekazywanie przez powierzchnie styku sił ściskających oraz częściowe, ograniczone wielkością tarcia, przenoszenie sił stycznych, a zupełnie wyeliminowane jest przekazywanie przez powierzchnie styku sił rozciągających. Powierzchnie kontaktu tego samego typu zdefiniowano też między elementem obciążającym a górną krawędzią/płaszczyzną zasypki.

Modele 3D zbudowane są z izoparametrycznych elementów skończonych – ośmiowęzłowych o liniowych funkcjach kształtu i o ośmiu punktach Gaussa (oznaczone symbolem C3D8 na rys. 3.9) modelujących sklepienie, ściany czołowe oraz zasypkę gruntową. Elementy nieskończone modelujące fragmenty półprzestrzeni gruntowej poza konstrukcją to elementy ośmiowęzłowe o liniowych funkcjach kształtu i czterech punktach całkowania Gaussa (CIN3D8). Elementy modelujące płytę obciążającą to elementy czterowęzłowe sztywne – nieodkształcalne (R3D4).



Rys. 3.9. Rodzaje odkształcalnych elementów skończonych użytych w analizach

W modelach 2D zastosowano elementy czterowęzłowe o liniowych funkcjach kształtu i czterech punktach całkowania Gaussa. W odniesieniu do sklepienia murowanego użyto, pokazanych na rys. 3.9, elementów czterowęzłowych o czterech punktach całkowania Gaussa – płaskiego stanu naprężenia (CPS4) i płaskiego stanu odkształcenia (CPE4), do modelowania zasypki gruntowej natomiast użyto tylko elementów płaskiego stanu odkształcenia, ośmiowęzłowych o kwadratowych funkcjach kształtu i o zredukowanym całkowaniu w czterech punktach Gaussa (CPE8R). Elementy nieskończone modelujące grunt poza

konstrukcją posiadają liniowe funkcje kształtu, cztery węzły i cztery punkty całkowania Gaussa i oznaczone są jako CINPE4. Płyta obciążająca jest reprezentowana elementami dwuwęzłowymi (R2D2) zdefiniowanymi jako sztywne.

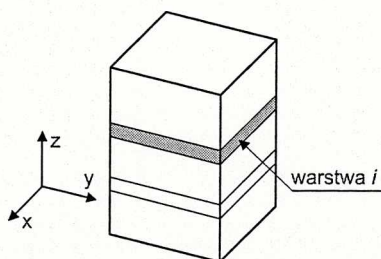
Zarówno w modelach 2D, jak i 3D zastosowano zróżnicowane zagęszczenie siatki elementów skończonych w obszarze zasypki, a dla modelu 3D również w obszarze ścian czołowych. Zwiększona gęstość siatki występuje w pobliżu powierzchni kontaktu tych elementów ze sklepieniem, gdzie, ze względu na wzajemne oddziaływanie zasypki i ścian czołowych ze sklepieniem, konieczna jest precyzyjniejsza kontrola przemieszczeń tych obszarów konstrukcji. Rozrzedzenie siatki w bardziej odległych obszarach zapewnia redukcję całkowitej liczby elementów modelu, a jest dopuszczalne ze względu na mniejszy udział tych obszarów w pracy całej konstrukcji.

3.2.3. Modele materiału

Analizowane modele konstrukcji składają się z kilku materiałów o bardzo zróżnicowanych właściwościach: części murowanej, obejmującej elementy murowe (cegły lub ciosy kamienne) i spoiny (z zaprawy cementowej lub wapiennej) oraz zasypki (materiału gruntowego). Modele konstytutywne poszczególnych materiałów są zdefiniowane indywidualnie.

3.2.3.1. Homogenizacja muru

Przyjętym sposobem homogenizacji zastosowanym w prezentowanych modelach jest homogenizacja warstwowa, wybrana ze względu na możliwość jej zastosowania tak w płaskich, jak i w przestrzennych modelach obiektów murowanych. Dla modeli 2D prowadzona jest homogenizacja dwukierunkowa XY, natomiast w odniesieniu do modeli 3D homogenizacja trójkierunkowa w kierunkach x , y i z . Pojedynczy krok homogenizacji przebiega w kierunku prostopadłym do warstw przyjętego reprezentatywnego elementu objętości (RVE) materiału warstwowego. Na rys. 3.10 przedstawiono przykładowy element, dla którego kierunek homogenizacji jest równoległy do osi z .



Rys. 3.10. Element reprezentatywnej objętości (RVE) materiału warstwowego

Zakłada się, że warstwy rozpatrywanego elementu objętości pozostają ciągłe i nie przemieszczają się wzajemnie po jego deformacji. Ponadto przyjęta metoda homogenizacji, w przeciwieństwie do większości metod opisywanych w rozdziale 2.2.1.3, a opracowanych dla płaskiego stanu naprężenia, zakłada równomierne odkształcenia analizowanego elementu na jego bocznych ścianach.

Dla warstwy i zależność między odkształceniami ε_i a naprężeniami σ_i przedstawia się następująco:

$$\sigma_i = D_i \varepsilon_i \quad (3.38)$$

gdzie D_i – macierz sprężystości materiału warstwy i .

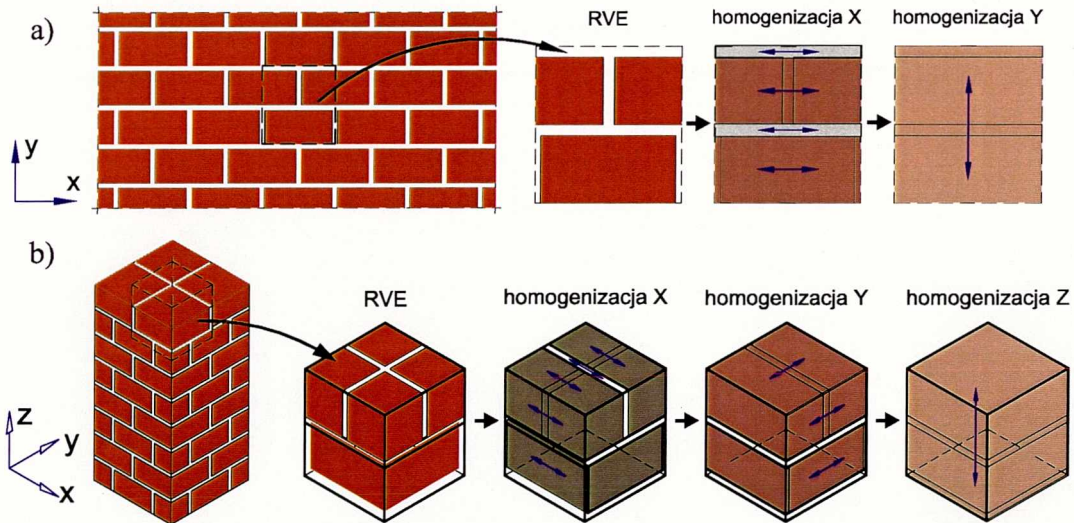
Celem homogenizacji jest ustalenie zhomogenizowanej macierzy sprężystości D^h , dla której zależność między uśrednionymi odkształceniami ε a uśrednionymi naprężeniami σ dla całego elementu RVE wyniesie

$$\sigma = D^h \varepsilon \quad (3.39)$$

Przez „uśrednione” dla uwarstwionego elementu rozumie się wielkości definiowane następująco:

$$\sigma_j = \frac{1}{V} \int_V (\sigma_j)_i dV = \frac{1}{V} \sum_i \int_{V_i} (\sigma_j)_i dV, \quad \varepsilon_j = \frac{1}{V} \int_V (\varepsilon_j)_i dV = \frac{1}{V} \sum_i \int_{V_i} (\varepsilon_j)_i dV \quad (3.40a, b)$$

gdzie: V – objętość RVE, j – każdy składnik tensora naprężenia i odkształcenia.



Rys. 3.11. Przebieg procesu homogenizacji: a) dwustopniowej (2D), b) trójstopniowej (3D)

Przebieg procesu homogenizacji dwu- i trójstopniowej, odpowiednio dla konstrukcji murowanej modelowanej w przestrzeni dwuwymiarowej (2D) i trójwymiarowej (3D) przedstawiono na rys. 3.11. Idea tej metody polega na prowadzeniu homogenizacji

w kolejnych prostopadłych kierunkach, obejmując w danym kroku warstwy zhomogenizowane indywidualnie w poprzednim kroku. Dla modelu 2D wyznaczane są 4 niezależne stałe materiałowe, tj. 2 moduły sprężystości Younga: E_{Mx} , E_{My} , moduł sprężystości Kirchhoffa G_{Mxy} oraz współczynniki Poissona ν_{Mxy} . Dla modelu 3D wyznaczanych jest 9 niezależnych stałych materiałowych, tj. 3 moduły sprężystości Younga: E_{Mx} , E_{My} , E_{Mz} , 3 moduły sprężystości Kirchhoffa: G_{Myz} , G_{Mxz} , G_{Mxy} oraz 3 współczynniki Poissona: ν_{Myz} , ν_{Mxz} i ν_{Mxy} .

3.2.3.2. Model konstytutywny materiału części murowanych

Przy modelowaniu części murowanych wykorzystano różne koncepcje w odniesieniu do ścian czołowych (w modelach 3D) oraz do sklepienia. Przy dyskretyzacji materiału sklepienia murowanego zastosowano oryginalny i odmienny względem technik opisanych w rozdziale 2.2.1.3, sposób modelowania – nazwany mezomodelowaniem – omówiony szczegółowo w rozdziale 3.2.3.3. W poszukiwaniu uproszczeń siatki elementów skończonych modelu, a jednocześnie ze względu na brak typowych kierunków zniszczenia (tzw. powierzchni słabości) ścian czołowych w stosunku do tych części konstrukcji zastosowano natomiast technikę makromodelowania.

Według przyjętej techniki mezomodelowania sklepienie składa się z uproszczonego modelu ortotropowych sprężysto-plastycznych segmentów murowych oraz występujących między nimi spoin stanowiących potencjalne główne obszary wystąpienia zniszczenia materiału, dlatego modelowanych przy zachowaniu szczególnej uwagi.

Materiał spoin jest modelowany jako materiał jednorodny izotropowy odpowiadający modelowi konstytutywnemu betonu. W prezentowanych analizach zastosowano model plastyczno-kruchy, degradacyjny [62] (zwany również modelem *Barcelona* [81]) zaproponowany przez Lubliner i in. w 1989 r. [137] i rozwinięty przez Lee i in. w 1998 r. [125], w literaturze anglojęzycznej zwany jako *Concrete Damaged Plasticity* (CDP). Sprężyste charakterystyki mechaniczne zaprawy spoin określa moduł sprężystości E_m i współczynnik Poissona ν_m . Ponadto model konstytutywny uwzględnia skalarne izotropowe zniszczenie materiału przy rozciąganiu i ściskaniu:

$$\sigma = (1-d)\bar{\sigma} = (1-d)\mathbf{D}_0^{el} \cdot (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = \mathbf{D}^{el} \cdot (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.41)$$

gdzie: d – skalarna zmienna degradacji, $\bar{\sigma}$ – wektor naprężeń efektywnych, $\mathbf{D}_0^{el}$ – początkowa macierz sprężystości, $\mathbf{D}^{el}$ – zdegradowana macierz sprężystości, ε^{pl} – odkształcenie plastyczne.

Wartość parametru d jest funkcją naprężeń efektywnych $\bar{\sigma}$ i zmiennych wzmocnienia (osłabienia) $\tilde{\varepsilon}^{pl}$:

$$d = d(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \quad (3.42)$$

i przyjmuje wartości od 0 (przy braku degradacji materiału) do 1 (przy zupełnym zniszczeniu materiału). Całkowity wpływ degradacji, w zagadnieniach z obciążeniem cyklicznym, jest określany jako iloczyn wpływu degradacji przy ściskaniu i rozciąganiu zgodnie ze wzorem (3.43) z uwzględnieniem odtworzenia przy ściskaniu sztywności zdegradowanej przez pęknięcia wywołane rozciąganiem:

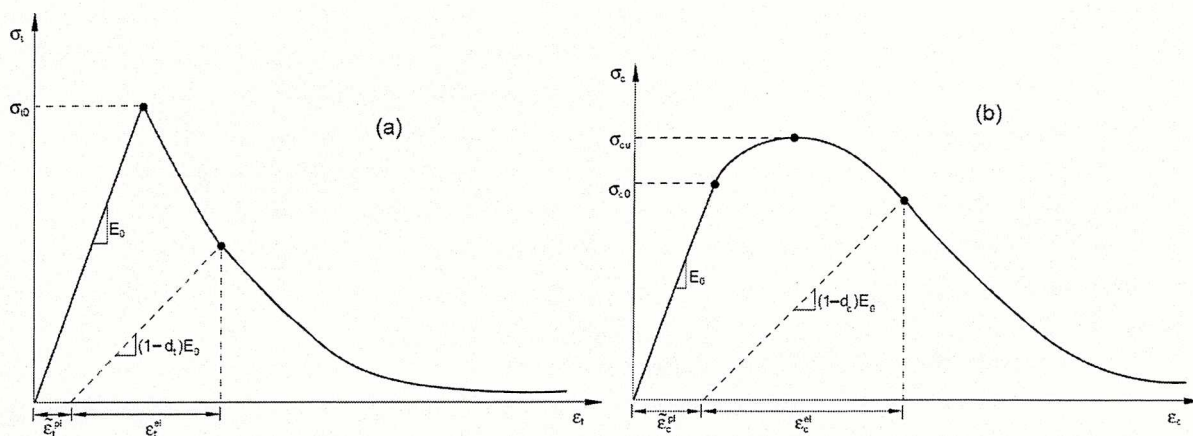
$$(1 - d) = (1 - d_c) (1 - r_c d_t) \quad (3.43)$$

gdzie: d_c , d_t – zmienne degradacji odpowiednio przy ściskaniu i rozciąganiu, r_c – parametr odtworzenia sztywności równy 0 przy trójosiowym ściskaniu i 1 przy trójosiowym rozciąganiu.

Niesprężysty zakres pracy materiału określony jest niezależnie przy rozciąganiu i ściskaniu przez zmienne wzmocnienia (osłabienia) będące ekwiwalentnymi odkształceniami plastycznymi, odpowiednio: $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ i $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$. Ewolucję tych zmiennych można zapisać następująco:

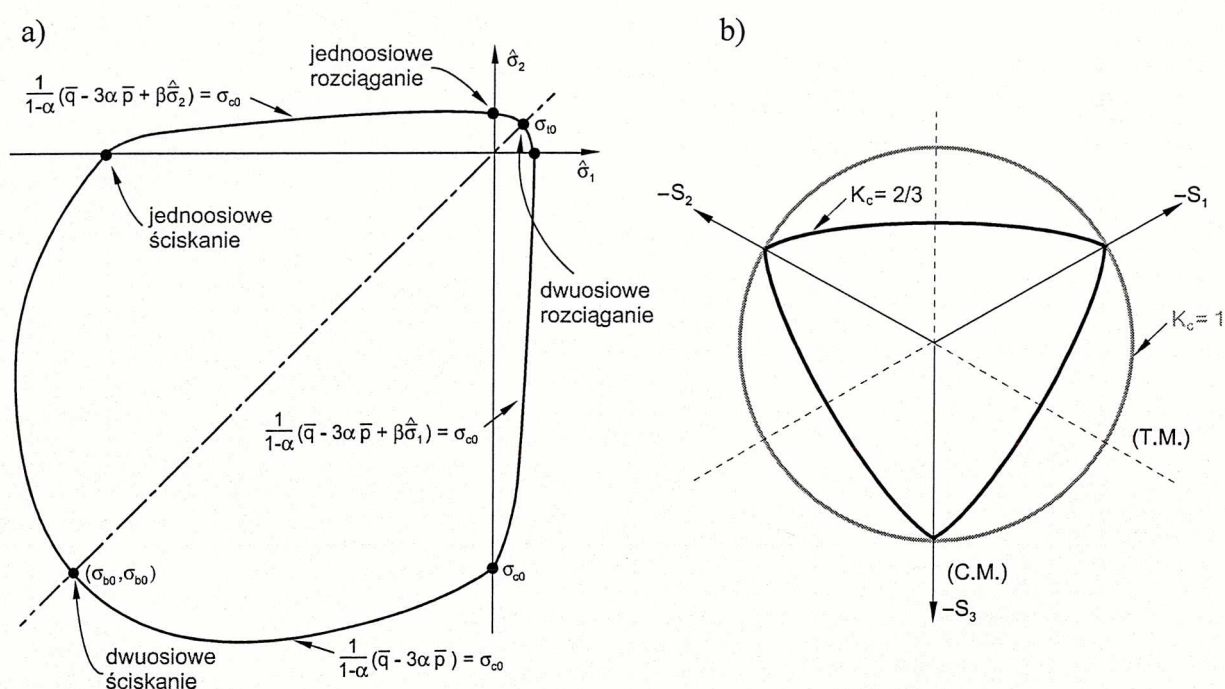
$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \\ \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \end{bmatrix}; \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl} = \mathbf{h}(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3.44)$$

Praktyczna implementacja wzmocnienia (osłabienia) materiału realizowana jest przez definicję punktów relacji naprężenie–odkształcenie osobno dla jednoosiowego rozciągania (σ_t – ε_t) i ściskania (σ_c – ε_c) zgodnie z rys. 3.12. Charakterystycznymi punktami na wykresach określającymi inicjację zniszczenia materiału są wytrzymałości zaprawy przy jednoosiowym rozciąganiu $f_{tm} = \sigma_{t0}$ i jednoosiowym ściskaniu $f_{cm} = \sigma_{c0}$.



Rys. 3.12. Wykresy zależności naprężenie–odkształcenie (σ – ε) zaprawy w jednoosiowym:
a) rozciąganiu, b) ściskaniu

W prezentowanych analizach założono znaczne ograniczenie wytrzymałości spoin przy rozciąganiu przyjmując: $f_{tm} = 0.05 \div 0.10$ MPa. Tak mała wartość jest znacznie mniejsza od granicznej wartości wytrzymałości zapraw świeżych i starannie wypełnionych spoin [4], ale w przypadkach istniejących eksploatowanych konstrukcji mostowych stanowi bardziej prawdopodobną reprezentację rzeczywistości. Ponadto jest ona zbliżona do rezydualnych naprężeń rozciągających występujących przy dużych odkształceniach zaprawy ([4], [210]), które pojawiają się w przegubach plastycznych sklepień mostów murowanych w stanie nośności granicznej. Pominięcie znacznie wyższej wytrzymałości zaprawy w zakresie jej małych odkształceń nie powoduje jednak zaniżenia nośności całej konstrukcji – wpływa jedynie na zmniejszenie energii potrzebnej do zarysowania pojedynczych przekrojów sklepienia. Ewentualne uwzględnienie początkowej wytrzymałości zaprawy skutkowałoby większą energią tworzenia się przegubów plastycznych, które jednak występowałyby przy obciążeniach wciąż niższych od nośności granicznej całego obiektu. Tak zdefiniowany model konstytutywny materiału odpowiadać może sklepieniu ze spękanyymi spoinami, co, jak potwierdziły wyniki przeprowadzonych przeglądów, stanowi rzeczywistą sytuację w przypadku większości mostów murowanych. Wybór takiego podejścia jest ponadto uzasadniony zyskiem w postaci większej stabilności rozwiązania numerycznego związanej z redukcją dyssypacji dużej energii w początkowej fazie pęknięcia materiału spoin.



Rys. 3.13. Powierzchnia plastyczności betonu: a) w płaskim stanie naprężenia, b) w przekroju dewiatorowym

Powierzchnię plastyczności modelu CDP, przedstawioną w płaskim stanie naprężenia oraz w przekroju dewiatorowym na rys. 3.13, definiuje równanie (3.45):

$$F_m = \frac{1}{1-\alpha} [\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) \langle \hat{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{\max} \rangle] - \bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}) = 0 \quad (3.45)$$

gdzie:

$\bar{p} = -\frac{1}{3}\bar{\sigma} \cdot \mathbf{I}$ – efektywne naprężenie hydrostatyczne,

$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2}\bar{\mathbf{S}} \cdot \bar{\mathbf{S}}}$ – ekwiwalentne efektywne naprężenie Mises'a,

$\bar{\mathbf{S}} = \bar{p}\mathbf{I} + \bar{\sigma}$ – dewiator tensora efektywnego naprężenia $\bar{\sigma}$,

$\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})}(1-\alpha) - (1+\alpha)$, gdzie $\bar{\sigma}_c$ i $\bar{\sigma}_t$ są odpowiednio efektywnymi naprężeniami

kohezji przy ściskaniu i rozciąganiu,

$\alpha = \frac{f_{c2}/f_c - 1}{2f_{c2}/f_c - 1}$, $\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1}$ – bezwymiarowe stałe materiałowe, gdzie f_{c2}/f_c oznacza

stosunek między wartościami wytrzymałości przy dwuosiowym i jednoosiowym ściskaniu (przyjęto typową wartość tego ilorazu równą 1.16), K_c oznacza stosunek między długością rozciąganego i ściskanego południka, co graficznie zinterpretowano na rys. 3.13b (przyjęto typową wartość równą 2/3),

$\hat{\sigma}_{\max}$ – algebraicznie maksymalna wartość własna tensora $\bar{\sigma}$,

$\langle \cdot \rangle$ – nawias Macauleya zdefiniowany zgodnie z równaniem: $\langle x \rangle = (|x| + x)/2$

Obowiązuje niestowarzyszone prawo płynięcia:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G_c(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (3.46)$$

gdzie: $\dot{\lambda}$ – bezwymiarowy mnożnik, G_c – funkcja potencjału plastycznego stanowiąca hiperboliczną powierzchnię Druckera-Pragera, określona wzorem:

$$G_c = \sqrt{(\varepsilon_h \sigma_{t0} \operatorname{tg} \psi_c)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \operatorname{tg} \psi_c \quad (3.47)$$

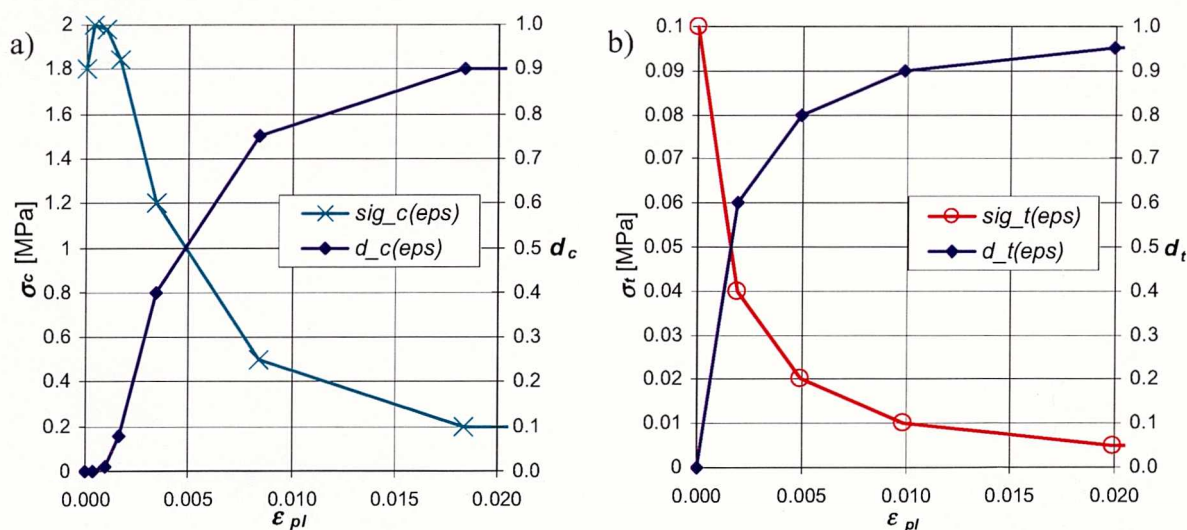
gdzie: ψ_c – kąt dylatacji, σ_{t0} – naprężenie graniczne przy rozciąganiu, ε_h – mimośród hiperboli.

Przyjęte przykładowe zależności $\sigma_c(\varepsilon_{pl})$ i $\sigma_t(\varepsilon_{pl})$ dla niesprężystego zakresu pracy materiału zaprawy (definiujące krzywe wzmocnienia/osłabienia) oraz wartości funkcji degradacji $d_c(\varepsilon_{pl})$ i $d_t(\varepsilon_{pl})$ zarówno dla ściskania, jak i rozciągania zaprezentowano w tab. 3.5

oraz na rys. 3.14. W tabeli pokazano również argumenty powyższych funkcji w postaci odkształceń całkowitych ε_{tot} . Pominęto konieczność opisywania krzywych wzmocnienia/osłabienia w funkcji przemieszczeń plastycznych u_{pl} określających wielkość rozwarcia rysy w zarysowanym przekroju. Takie podejście wprowadzie niezależnia uzyskiwane wyników od rozmiarów elementów skończonych, ale w rozpatrywanych przypadkach jest zbyteczne, ze względu na ograniczoną strefę stałej szerokości (równej we wszystkich modelach około 1 cm), w której może nastąpić uplastycznienie materiału, odpowiadającą obszarowi spoin.

Tab. 3.5. Zależności $\sigma(\varepsilon)$ oraz $d(\varepsilon)$ dla ściskania i rozciągania

ściskanie				rozciąganie			
ε_{tot}	ε_{pl}	σ_c	d_c	ε_{tot}	ε_{pl}	σ_t	d_t
[-]	[-]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[-]
0.0000	0.0000	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.0000
0.0016	0.0000	1.80	0.0000	0.0001	0.0000	0.10	0.0000
0.0020	0.0004	2.00	0.0000	0.0020	0.0019	0.04	0.6000
0.0026	0.0010	1.98	0.0100	0.0050	0.0049	0.02	0.8000
0.0032	0.0016	1.84	0.0800	0.0100	0.0099	0.01	0.9000
0.0050	0.0034	1.20	0.4000	0.0200	0.0199	0.01	0.9500
0.0100	0.0084	0.50	0.7500	0.1000	0.0999	0.01	0.9500
0.0200	0.0184	0.20	0.9000				
0.1000	0.0984	0.20	0.9000				



Rys. 3.14. Krzywe wzmocnienia/osłabienia oraz wartości parametrów degradacji:
a) $\sigma_c(\varepsilon_{pl})$ i $d_c(\varepsilon_{pl})$ – przy ściskaniu, b) $\sigma_t(\varepsilon_{pl})$ i $d_t(\varepsilon_{pl})$ – przy rozciąganiu

3.2.3.3. Dyskretyzacja sklepienia

Zasadniczą cechą wyróżniającą proponowaną w niniejszej pracy technikę modelowania sklepienia, nazwaną mezomodelowaniem [116], jest podział obszaru sklepienia

na tzw. segmenty murowe, obejmujące grupy kilku bloków murowych wraz ze spoinami występującymi między nimi, oraz na warstwy spoin radialnych między segmentami. Takie podejście znacznie upraszcza siatkę i redukuje liczbę elementów skończonych.

Dla wydzielonych segmentów murowych realizowana jest homogenizacja materiału ze szczegółowym uwzględnieniem właściwości i topologii wszystkich występujących komponentów: bloków murowych, spoin radialnych (wspornych) i stycznych (czołowych). Segmenty murowe są zatem modelowane jako materiał ortotropowy sprężysto-plastyczny.

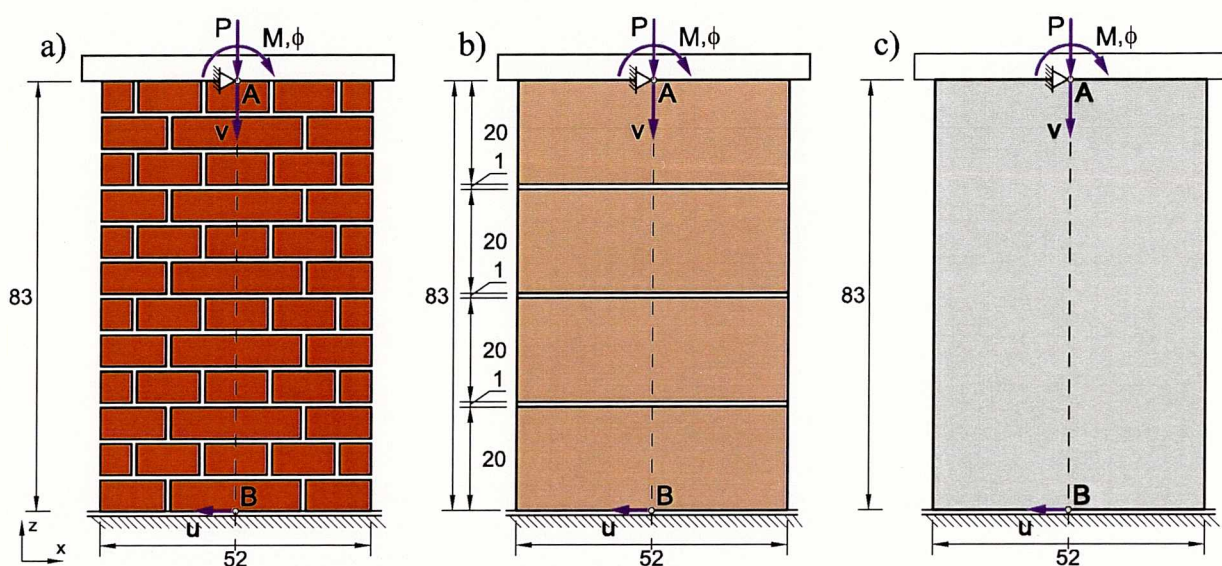
Porównanie proponowanej metody modelowania sklepienia murowanego z technikami powszechnie stosowanymi przedstawiono w tab. 3.6. Z zestawienia tego wynika, że mezomodelowanie, podobnie jak makromodelowanie, może być praktycznie zastosowane do całej konstrukcji sklepienia.

Tab. 3.6. Porównanie proponowanej metody modelowania konstrukcji murowanej z innymi technikami

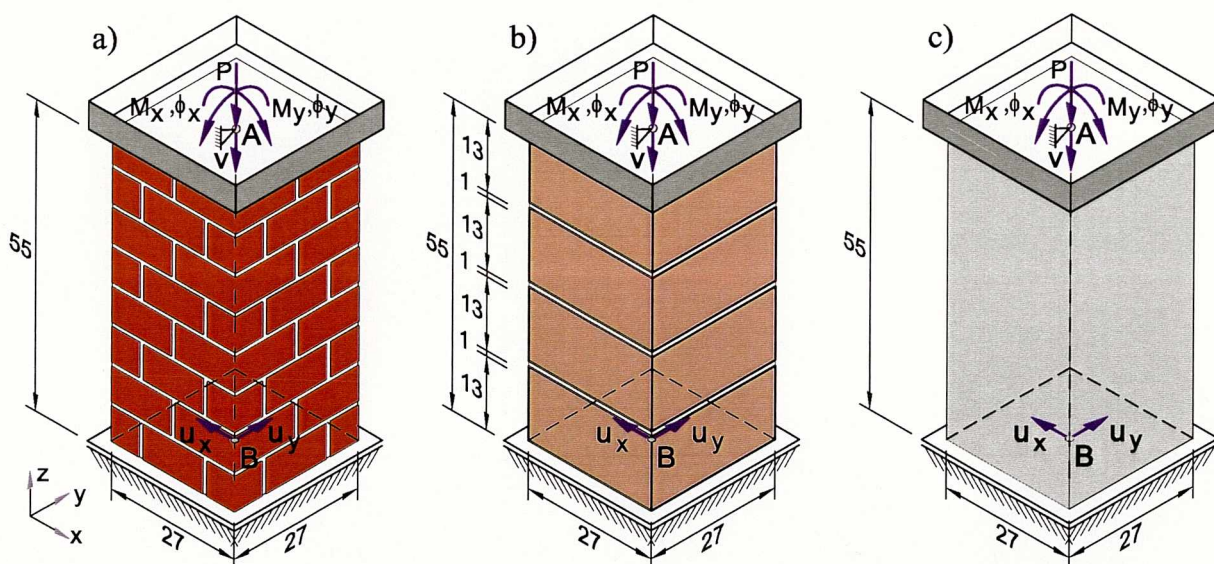
Technika modelowania		Komponenty modelu	Zakres homogenizacji	Praktycznie możliwy zakres zastosowania
makro		kompozyt	cały model	cała konstrukcja lub jej fragment
mikro	typ A	bloki + kontakt	brak	cała konstrukcja* lub jej fragment
	typ B	bloki + spoiny		fragment konstrukcji
	typ C	bloki + spoiny + kontakt		mały fragment konstrukcji
mezo		segmenty + spoiny	segment	cała konstrukcja
* dotyczy specyficznych typów konstrukcji (patrz rozdział 2.2.1.3)				

Technikę mezomodelowania porównano z innymi technikami, przeprowadzając analizy numeryczne próbek murowych. W odróżnieniu od typowych badań fragmentów muru pod kątem reakcji konstrukcji na równomierne ściskanie, jak np. [203], tu przetestowano konstrukcje w złożonym stanie naprężenia wywołanym siłą skupioną i momentami zginającymi, charakteryzującym wyężenie sklepienia konstrukcji mostowej. Podejście to odróżnia się też od testów ściskania mimośrodowego, por. np. [44], w których stosowany jest stały mimośród siły. Analizowano dwa rodzaje modeli: dwu- (2D) i trójwymiarowe (3D); dla każdego z nich przetestowano mikromodelowanie, makromodelowanie i proponowany pośredni wariant – mezomodelowanie. Geometrię modeli testowych wraz ze schematami obciążenia i warunków brzegowych oraz lokalizacją punktów pomiarowych przedstawiono na rys. 3.15 (modele 2D) i rys. 3.16 (modele 3D). Ponadto dla każdego wariantu modelu 2D wykonano obliczenia w płaskim stanie odkształcenia (PE) i płaskim stanie naprężenia (PS),

analizując dwa schematy warunków brzegowych: swobodny (FR) umożliwiające pionowe przemieszczanie punktu A ($v \neq 0$ z zachowaniem stałej wartości obciążenia pionowego $P = \text{const}$) i nieprzesuwny (FX) blokujący pionowe przemieszczanie punktu A w drugim etapie obciążenia ($P \neq \text{const}$, $v = 0$). Również dla każdego wariantu modelu 3D rozpatrzono dwa analogiczne schematy warunków brzegowych: swobodny (FR) i nieprzesuwny (FX). Tak zdefiniowane schematy warunków brzegowych (FR i FX) stanowią dwa skrajne przypadki, między którymi znajduje się schemat ($P \neq \text{const}$, $v \neq 0$) reprezentujący warunki pracy fragmentu sklepienia w konstrukcji przęsła mostu murowanego.



Rys. 3.15. Numeryczne modele testowe 2D słupów murowych uzyskane techniką:
a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelowania



Rys. 3.16. Numeryczne modele testowe 3D słupów murowych uzyskane techniką:
a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelowania

Model 2D stanowi słup murowany o wymiarach w płaszczyźnie rysunku 52 x 83 cm oraz grubości 100 cm. Dla mikromodelu przyjęto elementy murowe o wymiarach w przekroju odpowiadających cegłom pełnym (25 x 6 cm) i półwkom (12 x 6 cm). W mezomodelowaniu przeprowadzono homogenizację obszarów słupa obejmujących po trzy warstwy cegieł, uzyskując jednolite anizotropowe segmenty kompozytowe. Między tymi segmentami zamodelowano pojedyncze spoiny zaprawy. W makromodelu cały słup zamodelowano jako jednolitą strukturę kompozytową. Model 3D stanowi słup pryzmatyczny o kwadratowym przekroju poziomym (27 x 27 cm) i wysokości 55 cm. W mikromodelu przyjęto elementy murowe symulujące półwki cegieł (13 x 13 x 6 cm), w mezomodelu przeprowadzono homogenizację obszarów słupa obejmujących po dwie warstwy cegieł, uzyskując jednolite anizotropowe segmenty kompozytowe. W mezo- i w makromodelu dokonano homogenizacji zgodnie z koncepcją opisaną w rozdziale 3.2.3.1. Zastosowane parametry materiałowe przypisane komponentom poszczególnych modeli przedstawiono w tab. 3.7.

Tab. 3.7. Parametry materiałowe przypisane komponentom modeli testowych

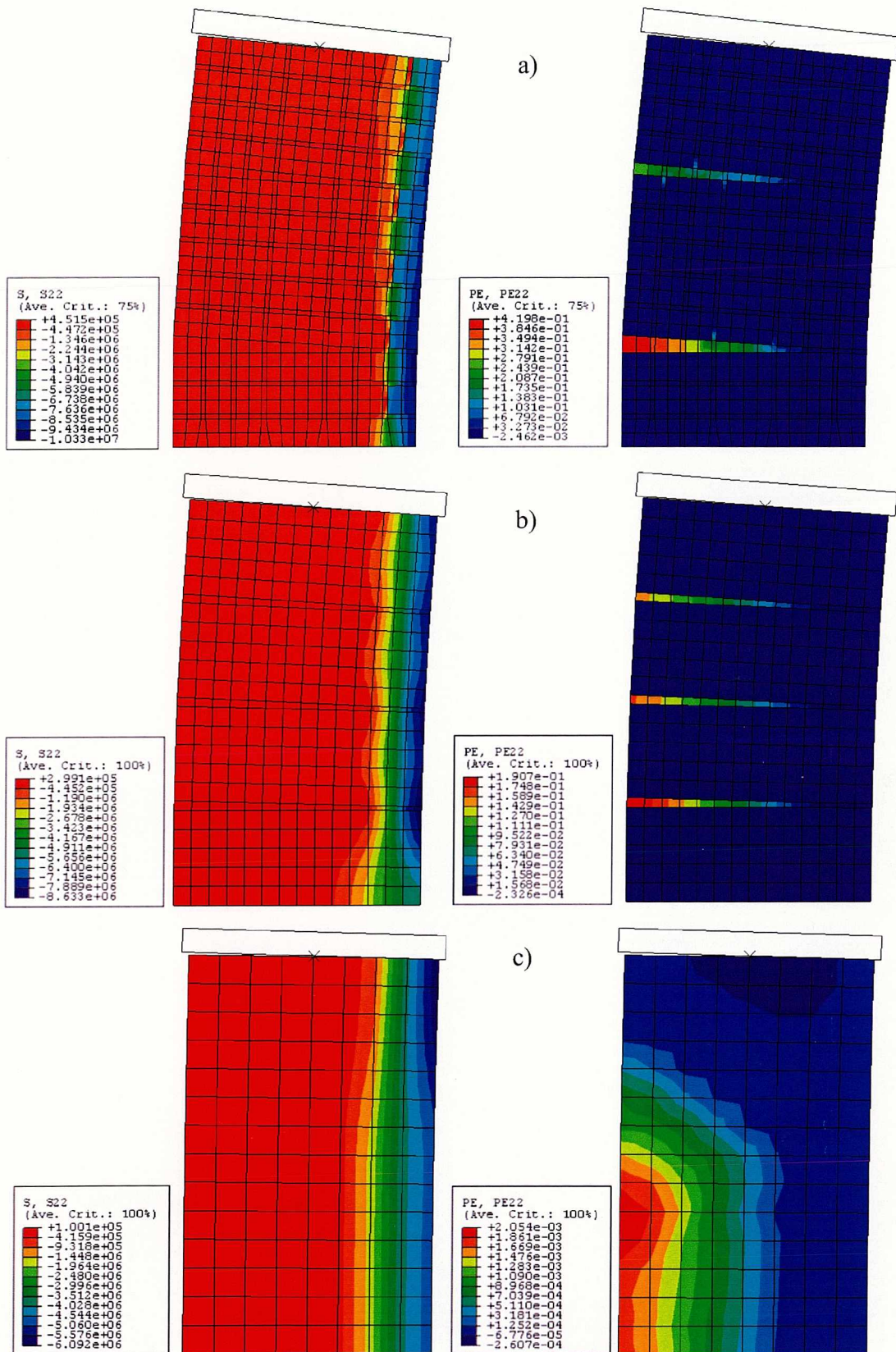
Technika modelowania	Model	Parametry materiałowe											
mikro		blok murowy								spoina			
		E_b [MPa]	ν_b [-]	f_{cb} [MPa]	f_{tb} [MPa]	E_m [MPa]	ν_m [-]	f_{cm} [MPa]	f_{tm} [MPa]				
	2D/3D	10000	0.20	10	2.0	1000	0.16	2.0	0.10				
mezo		segment murowy								spoina			
		E_{xs} [MPa]	E_{ys} [MPa]	E_{zs} [MPa]	ν_{yzs} [-]	ν_{xzs} [-]	ν_{xys} [-]	f_{cs} [MPa]	f_{ts} [MPa]	E_m [MPa]	ν_m [-]	f_{cm} [MPa]	f_{tm} [MPa]
	2D	5533	8477	5203	0.1951	0.1312	0.1278	9.58	2.0	1000	0.16	2.0	0.10
	3D	6214	6124	5688	0.1441	0.1461	0.1476	9.58	2.0				
makro		kompozyt								nie dotyczy			
		E_{xM} [MPa]	E_{yM} [MPa]	E_{zM} [MPa]	ν_{yzM} [-]	ν_{xzM} [-]	ν_{xyM} [-]	f_{cM} [MPa]	f_{tM} [MPa]				
	2D	5422	8295	4744	0.1941	0.1320	0.1279	9.58	0.10				
	3D	6021	5934	4885	0.1447	0.1467	0.1477	9.58	0.10				

W modelach 2D i 3D założono analogiczne warunki brzegowe: ograniczono możliwość pionowych przemieszczeń na spodniej krawędzi/powierzchni słupa, pozostawiając tam swobodę przemieszczeń poziomych, oraz zablokowano przemieszczenia poziome w centralnym punkcie krawędzi/powierzchni wierzchniej (punkt A). W modelu 3D dodatkowo uniemożliwiono obrót wszystkich punktów górnej powierzchni wokół osi pionowej słupa.

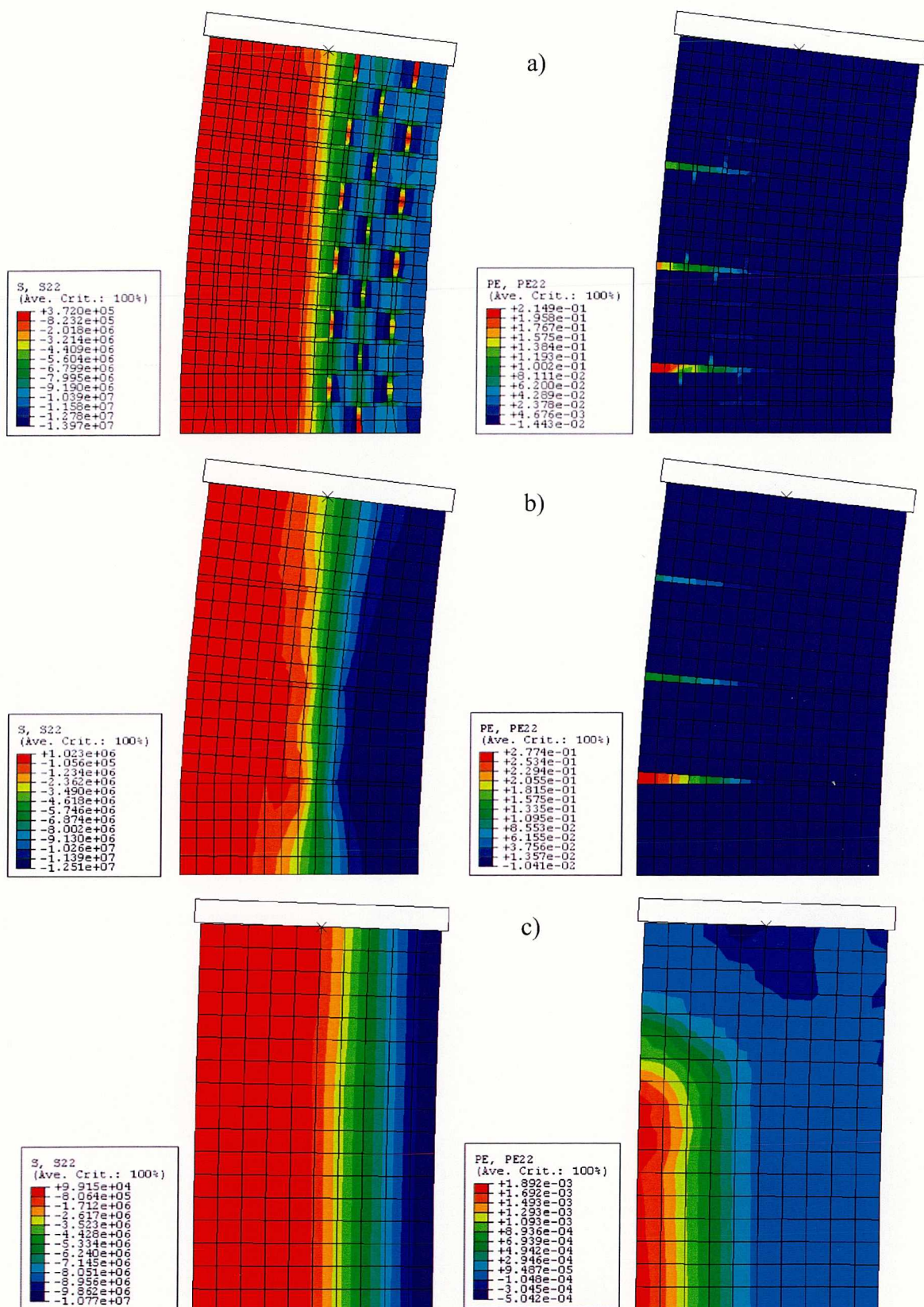
Obciążenie słupów w obu przypadkach (2D i 3D) modelowano za pośrednictwem sztywnej płyty obciążającej według następującego schematu: w pierwszym etapie przykładano pionową siłę skupioną w punkcie A o ustalonej wartości równomiernie ściskającą słup, w drugim etapie dodatkowo wywoływano obciążenie momentem zginającym realizowanym obrotem płyty w jednym (modele 2D) lub dwóch prostopadłych (modele 3D) kierunkach. We wszystkich modelach 2D zastosowano siłę $P_{2D} = 500$ kN, a w modelach 3D siłę $P_{3D} = 100$ kN. W modelu 3D zachowano stałą proporcję między kątami obrotu ϕ_x i ϕ_y płyty obciążającej w stosunku 1:2. Analizę prowadzono co najmniej do momentu przekroczenia maksymalnej wartości momentu zginającego przenoszonego przez słup. W jej trakcie za pomocą modeli o schemacie FR kontrolowano: moment zginający M i przemieszczenie u punktu B dla modelu 2D oraz momenty zginające (M_x , M_y) i przemieszczenia (u_x , u_y) punktu B dla modelu 3D; dla obu modeli monitorowano też przemieszczenie v punktu A , utrzymując stałą wartość siły pionowej P . W schematach FX kontrolowano: moment zginający M i przemieszczenie u punktu B – dla modelu 2D oraz momenty zginające (M_x , M_y) i przemieszczenia (u_x , u_y) punktu B – dla modelu 3D; dla obu modeli monitorowano też wartość siły pionowej P .

Rezultaty analiz w postaci map naprężeń σ_z i odkształceń plastycznych ε_z^{pl} pokazano na zdeformowanych formach badanych obiektów w chwili osiągnięcia krytycznej wartości momentu zginającego. Wyniki te dla modeli 2D przedstawiono na rys. 3.17. dla schematu PE/FR, na rys. 3.18 dla schematu PE/FX, na rys. 3.19 dla schematu PS/FR i na rys. 3.20 dla schematu PS/FX, dla modeli 3D przedstawiono na rys. 3.25 dla schematu FR i na rys. 3.26 dla schematu FX.

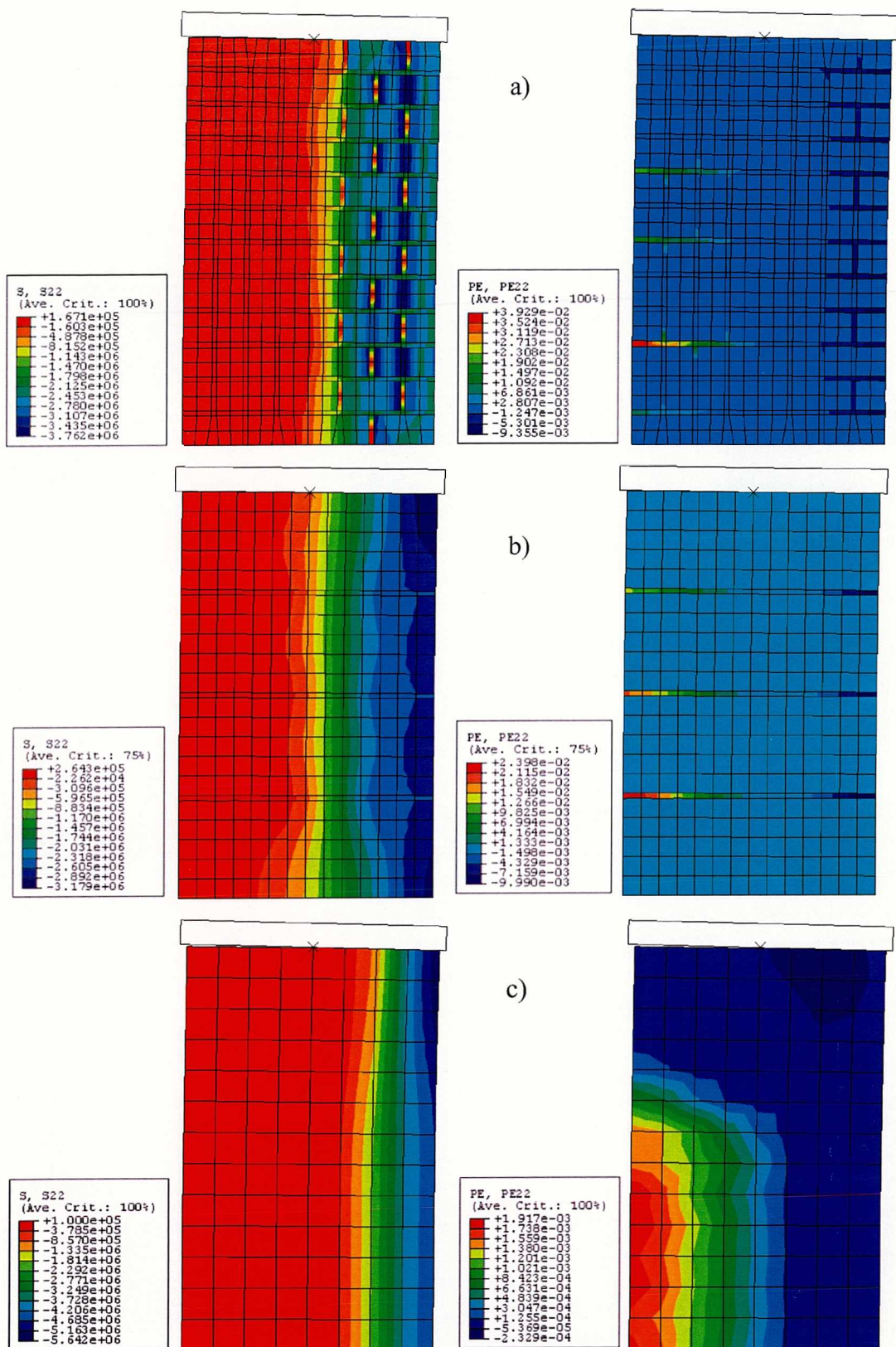
Wyniki w postaci wykresów zależności między kątami obrotu a kontrolowanymi wielkościami dla poszczególnych technik modelowania modeli 2D przedstawiono na rys. 3.21 dla schematu PE/FR, na rys. 3.22 dla schematu PE/FX, na rys. 3.23 dla schematu PS/FR i na rys. 3.24 dla schematu PS/FX. Analogiczne zależności dla modeli 3D przedstawiono na rys. 3.27 dla schematu FR i na rys. 3.28 dla schematu FX.



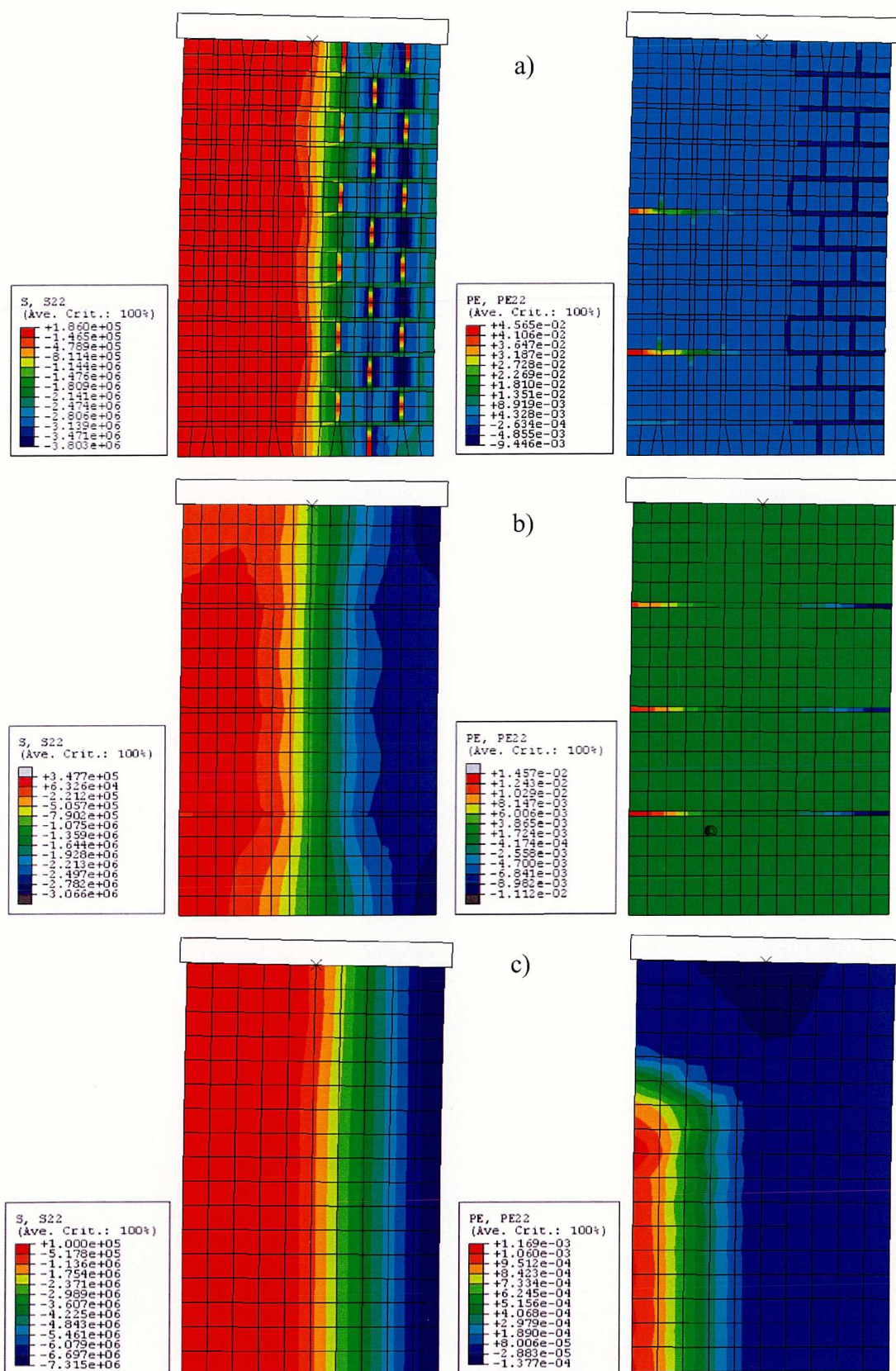
Rys. 3.17. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ε_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 2D w schemacie PE/FR dla: a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



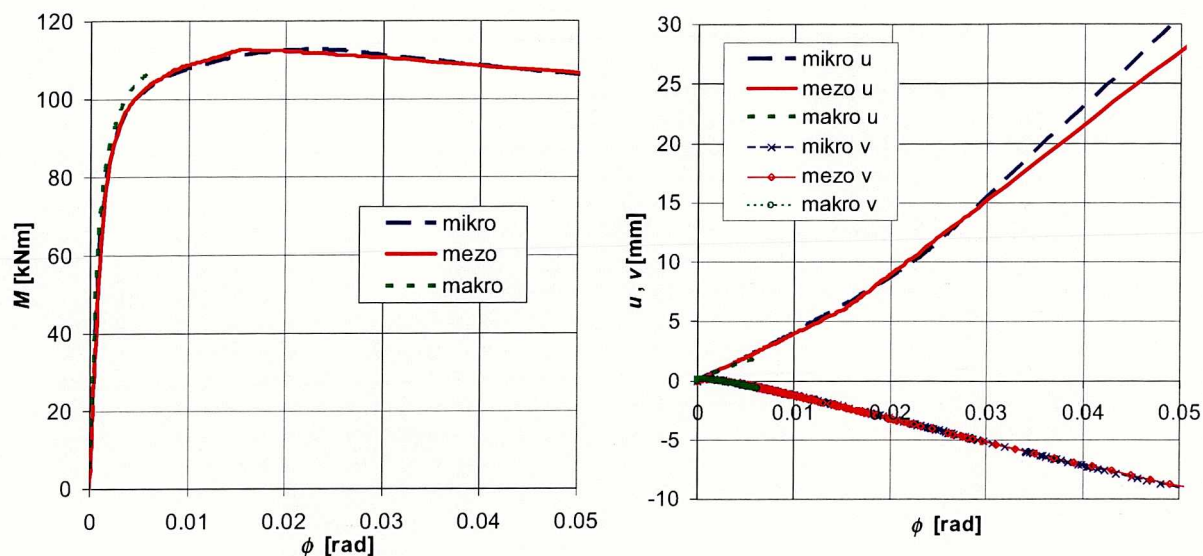
Rys. 3.18. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ϵ_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 2D w schemacie PE/FX dla:
a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



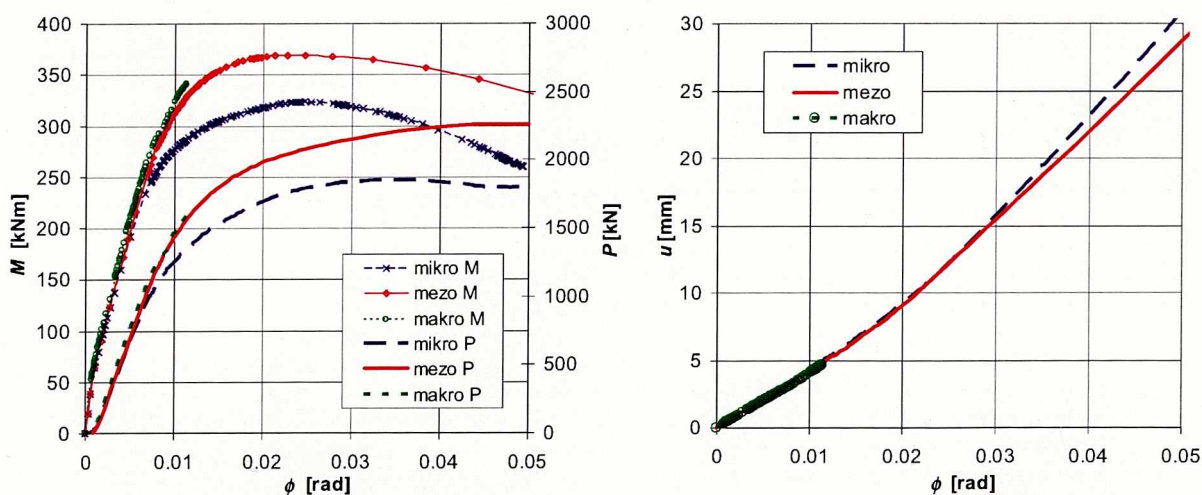
Rys. 3.19. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ε_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 2D w schemacie PS/FR dla:
a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



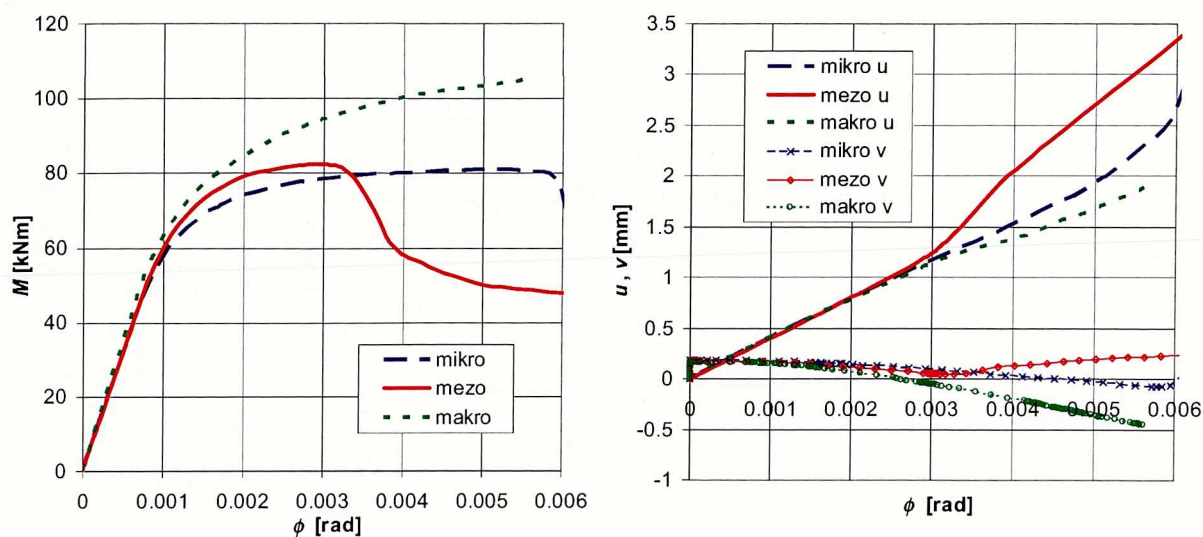
Rys. 3.20. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ϵ_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 2D w schemacie PS/FX dla:
a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



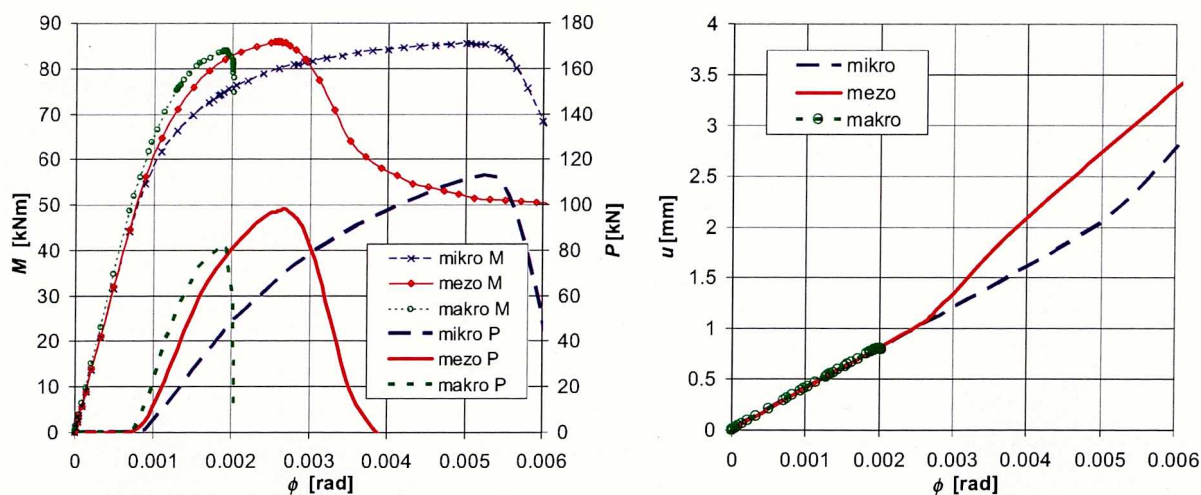
Rys. 3.21. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 2D w schemacie PE/FR jako funkcje kąta obrotu ϕ : moment zginający M (po lewej), przemieszczenie poziome u punktu B i pionowe v punktu A (po prawej)



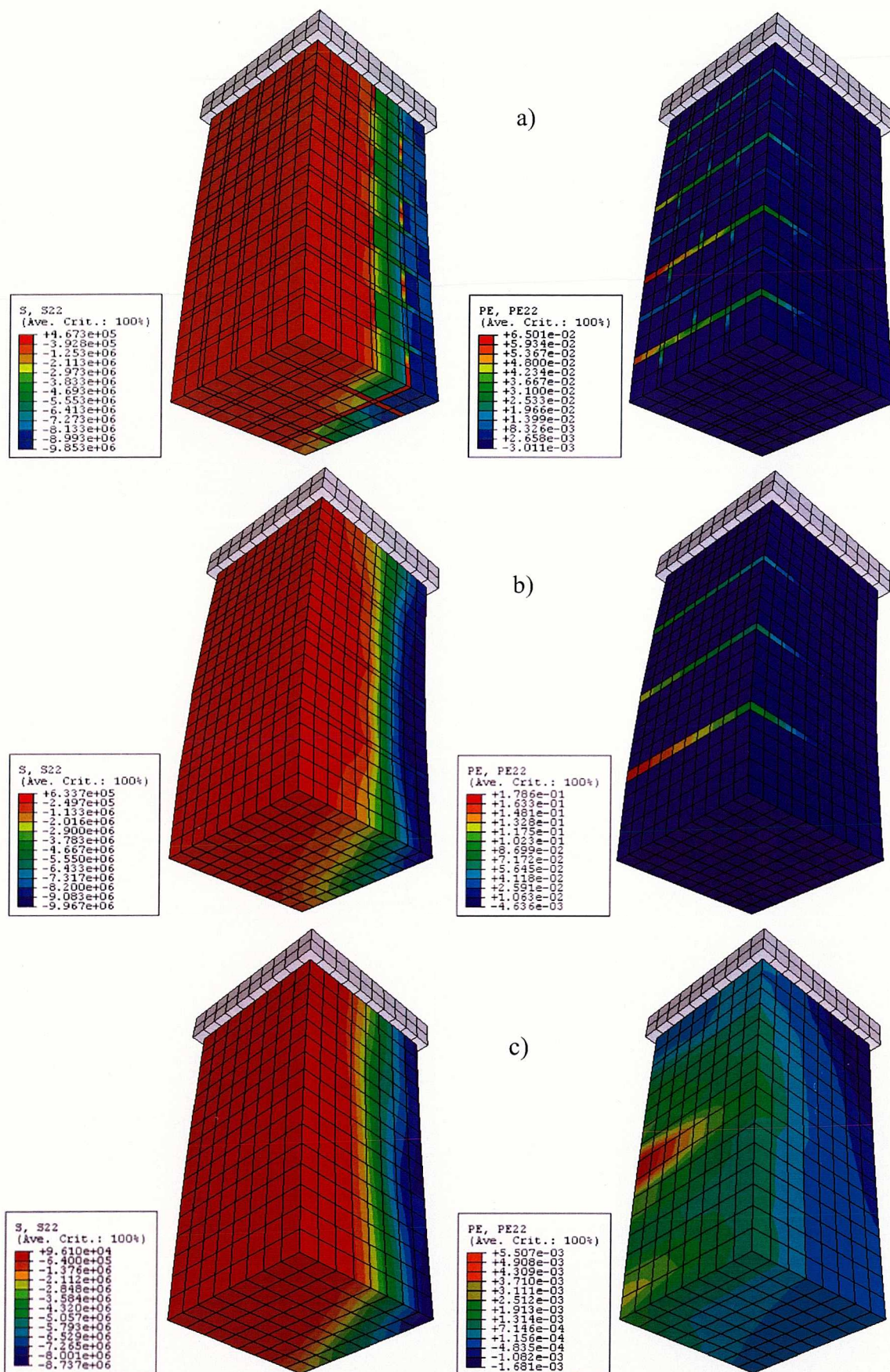
Rys. 3.22. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 2D w schemacie PE/FX jako funkcje kąta obrotu ϕ : moment zginający M i siła skupiona P (po lewej), przemieszczenie poziome u punktu B (po prawej)



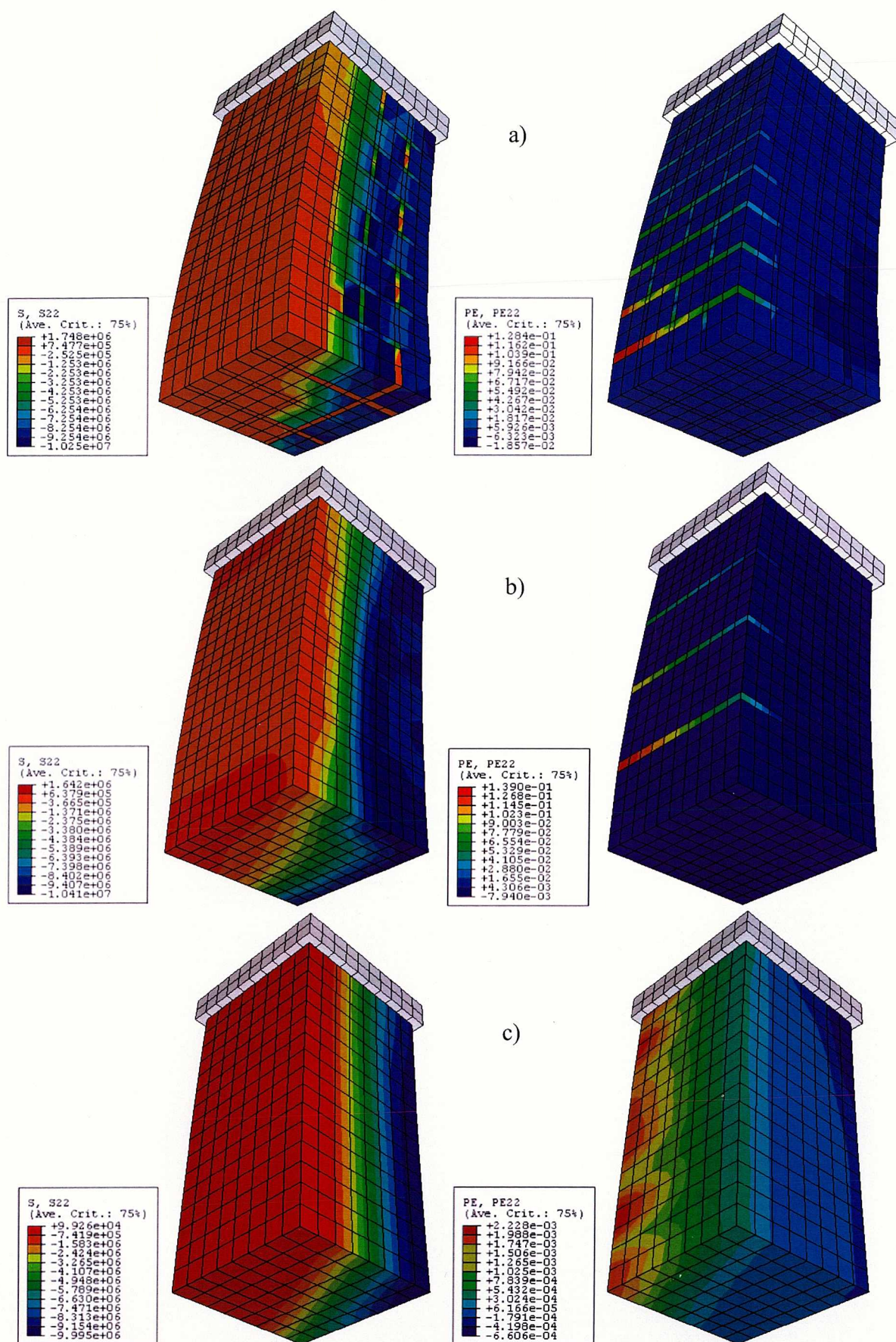
Rys. 3.23. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 2D w schemacie PS/FR jako funkcje kąta obrotu ϕ : moment zginający M (po lewej), przemieszczenie poziome u punktu B i pionowe v punktu A (po prawej)



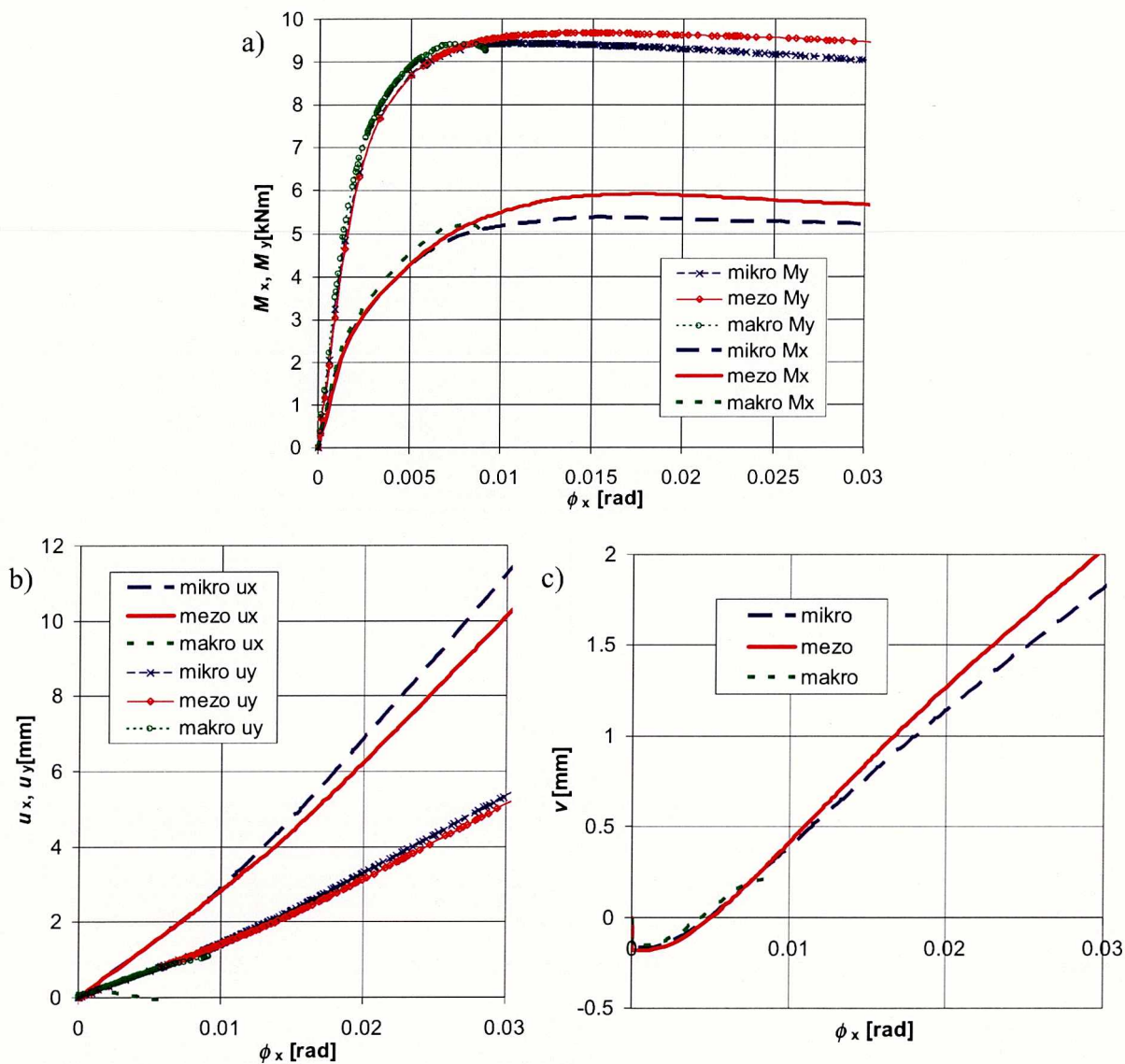
Rys. 3.24. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 2D w schemacie PS/FX jako funkcje kąta obrotu ϕ : moment zginający M i siła skupiona P (po lewej), przemieszczenie poziome u punktu B (po prawej)



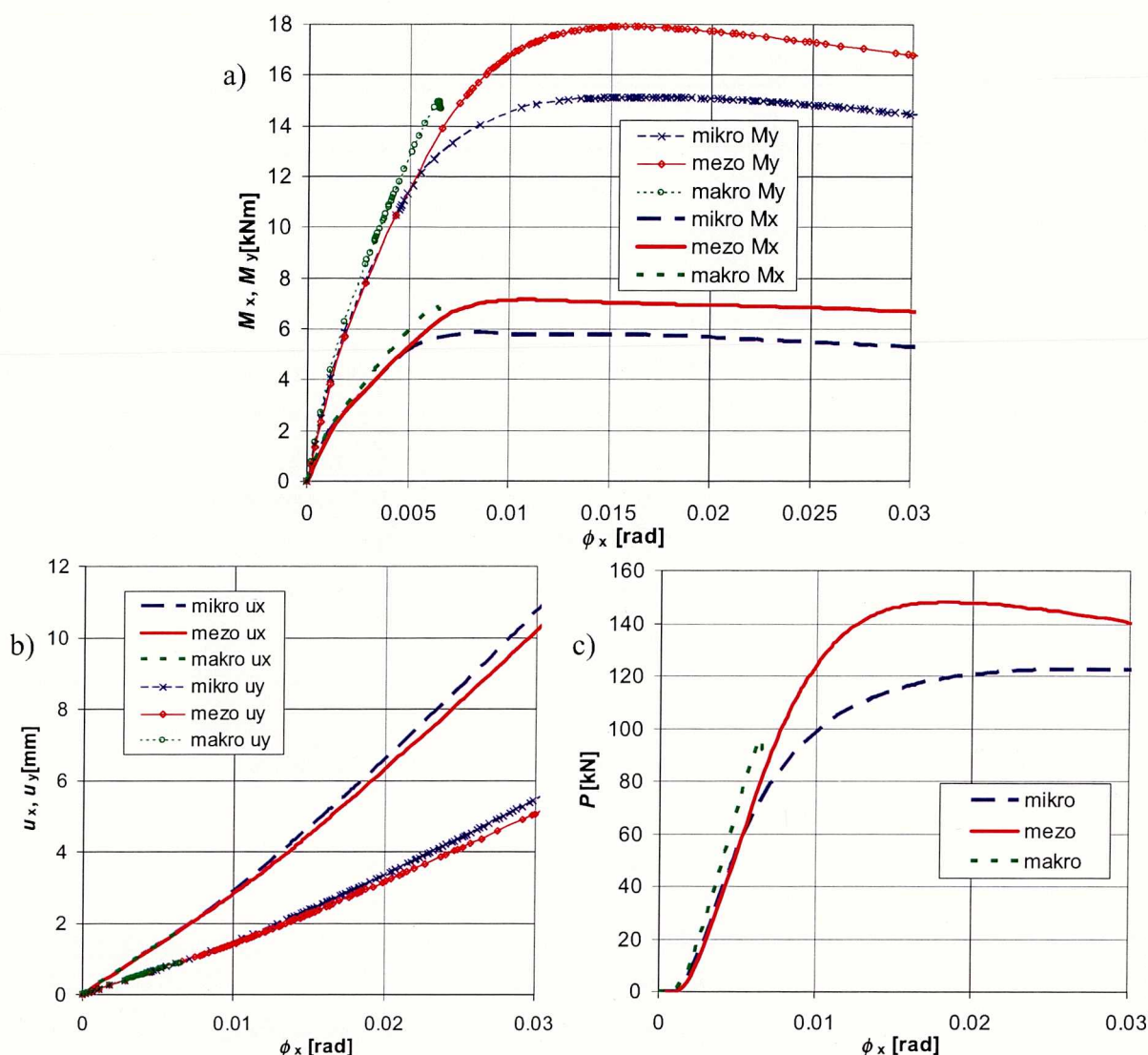
Rys. 3.25. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ε_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 3D w schemacie FR dla: a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



Rys. 3.26. Mapy naprężeń σ_z (po lewej) i odkształceń plastycznych ε_z^{pl} (po prawej) na zdeformowanych modelach 3D w schemacie FX dla: a) mikro-, b) mezo-, c) makromodelu



Rys. 3.27. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 3D w schemacie FR jako funkcje kąta obrotu ϕ_x : a) momenty zginające M_x i M_y , b) przemieszczenia poziome u_x i u_y punktu B, c) przemieszczenie pionowe v punktu A



Rys. 3.28. Wyniki porównania poszczególnych technik modelowania uzyskane za pomocą modeli 3D w schemacie FX jako funkcje kąta obrotu ϕ_x : a) momenty zginające M_x i M_y , b) przemieszczenia poziome u_x i u_y punktu B, c) siła skupiona P w punkcie A

W świetle uzyskanych wyników można stwierdzić, że mezo- a mikromodele dosyć podobnie reagują na obciążenie w odróżnieniu od makromodelu. Podobieństwa przejawiają się w szczególności w modelach 2D w schemacie PE/FR oraz w modelach 3D w schemacie FR, które, jak się wydaje, bardziej realistycznie, niż inne schematy, odzwierciedlają warunki pracy sklepienia. Porównywalność zachowania modeli zachodzi w zakresie rozkładów naprężeń, wartości momentów zginających i przemieszczeń poziomych punktu B.

Podsumowując – opisywane wyżej podejście mezomodelowania charakteryzuje się następującymi cechami:

- umożliwia znaczne uproszczenie topologii modelu materiału konstrukcji murowanej w stosunku do rzeczywistej konfiguracji wszystkich komponentów (przewaga nad mikromodelowaniem),

- redukuje rozmiar zadania przez zmniejszenie liczby elementów skończonych niezbędnych do dyskretyzacji konstrukcji względem liczby elementów stosowanych w mikromodelach,
- zapewnia wierniejsze odtworzenie postaci zniszczenia słupów murowych przez formowanie zlokalizowanych obszarów uplastycznienia (przegubów plastycznych) w strefach spoin (co zachodzi w rzeczywistych konstrukcjach murowanych i w mikromodelach) i uzyskanie w efekcie odmiennej deformacji konstrukcji w stosunku do makromodeli (tworzących nierzeczywistą, ciągłą krzywiznę deformacji),
- umożliwia łatwiejsze osiągnięcie zbieżności numerycznej rozwiązania przy analizie nośności granicznej konstrukcji, zarówno względem makromodelu, jak i w wszystkich mikromodeli pozostałych typów.

3.2.3.4. Model konstytutywny materiału zasypki

Zasyпка gruntowa w proponowanych rozwiązaniach jest modelowana jako materiał granularny z właściwościami spoistymi. Przyjęto materiał izotropowy sprężysto-plastyczny ze zmodyfikowaną powierzchnią plastyczności Druckera–Pragera [108] o liniowym kształcie jej przekroju w płaszczyźnie południkowej (rys. 3.29) opisaną równaniem

$$F_s = t_s - p \tan \phi - c = 0 \quad (3.48)$$

gdzie:

$$t_s = \frac{q}{2} \left[1 + \frac{1}{K_s} - \left(1 - \frac{1}{K_s} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] - \text{miara naprężeń dewiatorowych,}$$

K_s – parametr decydujący o kształcie powierzchni plastyczności w przekroju dewiatorowym (wg rys. 3.29b),

$$p = -\frac{1}{3} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{I} - \text{ekwiwalentne naprężenie hydrostatyczne,}$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}} - \text{ekwiwalentne naprężenie Misesa,}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{9}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}} - \text{trzeci niezmiennik dewiatora tensora naprężenia,}$$

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} + p \mathbf{I} - \text{dewiator tensora naprężenia } \boldsymbol{\sigma},$$

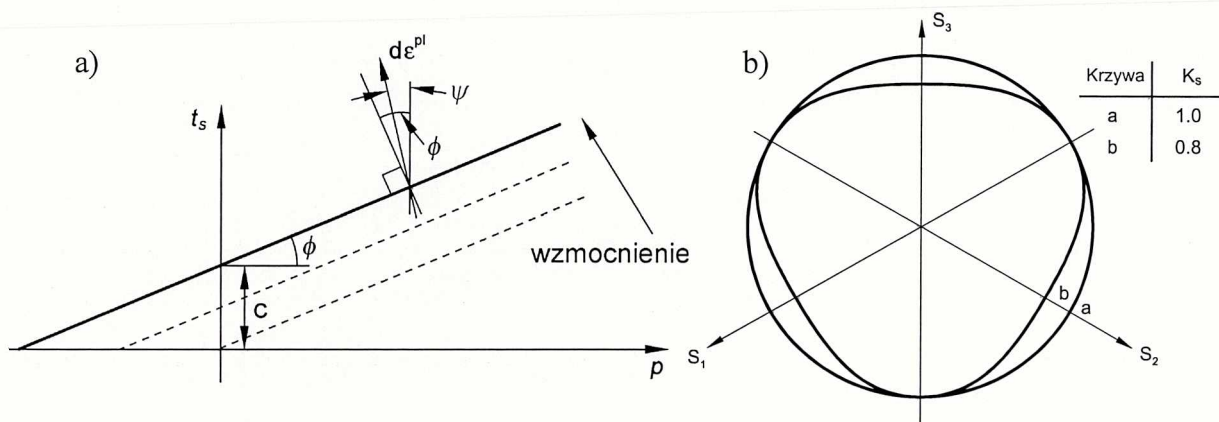
$$\phi - \text{ką tarcia wewnętrznego,}$$

$$c - \text{spójność.}$$

Sprężyste charakterystyki mechaniczne zasypki określone są przez moduł sprężystości E_s i współczynnik Poissona ν_s . W zakresie plastycznym przyjęto niestowarzyszone prawo płynięcia o kącie dyktancji $\psi \neq \phi$. Funkcja potencjału plastycznego G_s określona jest wzorem

$$G_s = t_s - p \operatorname{tg} \psi \quad (3.49)$$

Wartości kąta dyktancji przyjmowane są jako typowe, uzyskiwane w testach laboratoryjnych różnych gruntów, opisywanych np. w pracy [126].



Rys. 3.29. Zmodyfikowane kryterium plastyczności Druckera–Pragera:
a) w płaszczyźnie południkowej (z oznaczonym kierunkiem płynięcia), b) w przekroju dewiatorowym

Warto dodać, że przy wyznaczaniu charakterystyk wytrzymałościowych w modelu Druckera–Pragera na podstawie parametrów zdefiniowanych według hipotezy wytrzymałościowej Coulomba–Mohra należy zastosować odpowiednie przeliczenia uwzględniające inny kształt powierzchni plastyczności w przekroju dewiatorowym. Dla modelu 2D w płaskim stanie odkształcenia zastąpieniu podlegają wartości kąta tarcia wewnętrznego ϕ i kohezji c według następujących wzorów:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{9 \sin \phi_{CM}}{\sqrt{3(9 - \operatorname{tg}^2 \psi) + \sin \phi_{CM} \operatorname{tg} \psi}}, \quad c = \frac{9 \cos \phi_{CM}}{\sqrt{3(9 - \operatorname{tg}^2 \psi) + \sin \phi_{CM} \operatorname{tg} \psi}} c_{CM} \quad (3.50a, b)$$

gdzie: ϕ_{CM} , c_{CM} , ψ – odpowiednio: kąt tarcia wewnętrznego, kohezja i dyktancja wyznaczone wg modelu Coulomba–Mohra.

Dla modelu przestrzennego (3D) modyfikacji podlegają również wartości ϕ i c oraz dodatkowo parametr K_s według wzorów:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{6 \sin \phi_{CM}}{3 - \sin \phi_{CM}}, \quad c = \frac{6 \cos \phi_{CM}}{3 - \sin \phi_{CM}} c_{CM}, \quad K_s = \frac{3 - \sin \phi_{CM}}{3 + \sin \phi_{CM}} \quad (3.51a, b, c)$$

Niemniej jednak dodatkowo uwzględnić należy warunek: $K_s \geq 0.778$ zapewniający wypukłość powierzchni plastyczności, co z kolei narzuca: $\phi \leq 22^\circ$. Ponieważ dla typowych materiałów

tworzących zasypkę sklepienia ostatni warunek nie jest spełniany, proponowanym podejściem jest przyjęcie minimalnego $K_s = 0.778$, a obliczenie ϕ i c zgodnie ze wzorami (3.51).

3.2.4. Model obciążeń

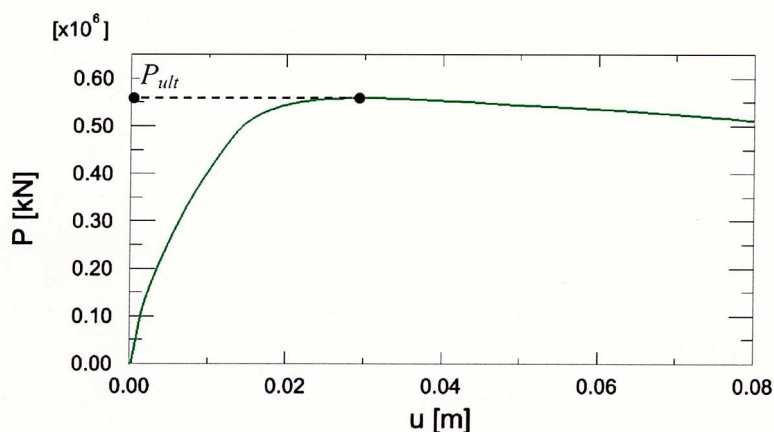
Prowadzone analizy konstrukcji mostów murowanych uwzględniają dwie grupy obciążeń: stałe i zmienne. Obciążenia stałe obejmują ciężar własny wszystkich uwzględnionych w modelu części konstrukcyjnych: sklepienia i zasypki, a w modelu 3D dodatkowo ścian czołowych. Ciężar objętościowy części murowanych oznaczono jako γ_m , a zasypki γ_s . Jako obciążenie zmienne przyjęto nacisk pojedynczą umowną osią pojazdu, stanowiącą najniekorzystniejsze obciążenie sklepienia, reprezentowaną w modelu przez obciążenie pasmowe o wymiarach wzdłuż i w poprzek obiektu odpowiednio w i B_L . W modelach płaskich (2D) zakłada się, że obciążenie to działa na całej szerokości modelowanej konstrukcji. Przyjęte wymiary obciążenia pasmowego wynikają z powierzchni nacisku rzeczywistego obciążenia umowną osią rozłożonego przez niemodelowaną warstwę nawierzchni. W większości analiz przyjęto szerokość pasma $w = 50$ cm. W symulacjach badań laboratoryjnych wymiary w i B_L odpowiadają wymiarom belek obciążających konstrukcję. Lokalizacja obciążenia, tj. środka pasma obciążenia (osi umownego pojazdu), przyjmowana jest za najbardziej niekorzystną, czyli najłatwiej wywołującą stan graniczny konstrukcji. Zazwyczaj zakłada się, że najniekorzystniejsze jest położenie obciążenia w przekroju $x_P = L_0/3$ dla konstrukcji ze sklepieniem półkolistym oraz $x_P = L_0/4$ dla konstrukcji ze sklepieniem o wyniosłości $f \leq L_0/4$.

Obciążenie pasmowe odwzorowywane jest w modelach MES za pomocą sztywnej płyty o wymiarach $w \times B_L$ przyłożonej do górnej krawędzi/powierzchni zasypki. Warunki oddziaływania między płytą obciążającą a zasypką określa powierzchnia kontaktu, która zapewnia przekazywanie sił ściskających między powierzchniami styku i uniemożliwia przekazywanie rozciągania między nimi. Wzajemne przemieszczenia poprzeczne powierzchni styku są natomiast opisane modelem Coulomba-Mohra ze współczynnikiem tarcia określonym w większości przypadków jako $\mu = 0.4$.

3.2.5. Procedura obliczeń

Prezentowane analizy charakteryzujące się silnymi nieliniowościami, zarówno materiałowymi (sprężysto-plastyczne modele konstytutywne), jak i geometrycznymi (zagadnienie kontaktowe i duże odkształcenia) wykorzystują przyrostowo-iteracyjną procedurę rozwiązywania układu równań opartą na metodzie Newtona–Raphsona.

Rozwiązywane zagadnienia składają się z dwóch następujących po sobie etapów: obciążenia konstrukcji ciężarem własnym jej elementów oraz obciążenia naciskiem osi umownego pojazdu. W pierwszym etapie przebieg analizy sterowany jest obciążeniem, w drugim – pionowym przemieszczeniem sztywnej płyty obciążającej. Drugi etap jest kontynuowany do momentu osiągnięcia i przekroczenia maksymalnego, fizycznie możliwego do przeniesienia obciążenia, czyli nośności granicznej konstrukcji. Takie podejście zapewnia lepszą zbieżność rozwiązania, niż zadanie sterowane wartością siły obciążenia, i eliminuje wątpliwości dotyczące osiągnięcia faktycznie największej wartości obciążenia. W toku analizy uzyskuje się wykres (jak na rys. 3.30) relacji między siłą obciążenia P (nacisku umowną osią) a przemieszczeniem u (np. wybranego punktu sklepienia). Na wykresie tego typu maksymalna wartość obciążenia, którą łatwo zidentyfikować (jak na rys. 3.30), jest przyjmowana jako obciążenie graniczne P_{ult} . W przeprowadzonych analizach mostów murowanych wystąpienie granicznej wartości obciążenia P_{ult} następuje zwykle przy względnie małych przemieszczeniach sklepienia rzędu 1÷3 cm.



Rys. 3.30. Wykres zależności: siła – przemieszczenie (P - u) z zaznaczoną wartością obciążenia granicznego P_{ult}

Z względu na nieliniowość materiałową związaną z niestowarzyszonym prawem płynięcia plastycznego przyjętym w modelu zasypki, jak i nieliniowość geometryczną wynikającą z istnienia powierzchni kontaktu ze współczynnikiem tarcia Coulomba $\mu > 0.2$, w toku rozwiązywania układu równań zadania konieczne jest stosowanie niesymetrycznej macierzy sztywności, co znacznie wydłuża czas obliczeń i uniemożliwia skuteczne rozdzielanie zadania na wiele procesorów. W związku ze wspomnianym zagadnieniem kontaktowym wymagane jest uwzględnienie w analizach teorii dużych przemieszczeń.

Wszystkie te czynniki decydują o długim czasie rozwiązywania omawianych zadań, które przy zastosowaniu komputera z procesorem Itanium2 1.4 GHz i 2 GB pamięci RAM wynoszą przykładowo:

- dla modelu 2D z 10 tys. węzłów i 30 tys. stopni swobody – ok. 1 godz.,
- dla modelu 3D z 50 tys. węzłów i 150 tys. stopni swobody – ok. 100 godz.

3.2.6. Analiza wrażliwości modeli 2D

Model dwuwymiarowy (2D) stanowi znaczne uproszczenie zagadnienia w porównaniu z pełnym modelem przestrzennym (3D), choć przy spełnieniu pewnych warunków oraz dzięki odpowiedniej kalibracji może również skutecznie służyć analizie rzeczywistych konstrukcji mostów murowanych. W tym celu w niniejszym rozdziale przeprowadzono szereg testów modelu 2D obejmujących:

- porównanie modeli płaskich stanów odkształceń (PE) i naprężeń (PS) z modelem 3D (konstrukcja bez ścian czołowych),
- dobór liczby segmentów sklepienia (N^x),
- określenie wpływu lokalizacji obciążenia (x_p),
- modyfikację warunków brzegowych zasypki z zastosowaniem elementów nieskończonych.

Wszystkie testy przeprowadzono na modelach o jednakowych wyjściowych parametrach geometrycznych i materiałowych (podanych w tab. 3.8), modyfikując jedynie wybrane do analizy właściwości szczegółowe modelu. W obliczeniach analizowano nośność graniczną konstrukcji pod obciążeniem osią umownego pojazdu zlokalizowaną wyjściowo w 1/4 rozpiętości przęsła L_0 .

Tab. 3.8. Parametry wyjściowe w kalibracji modeli MES-2D

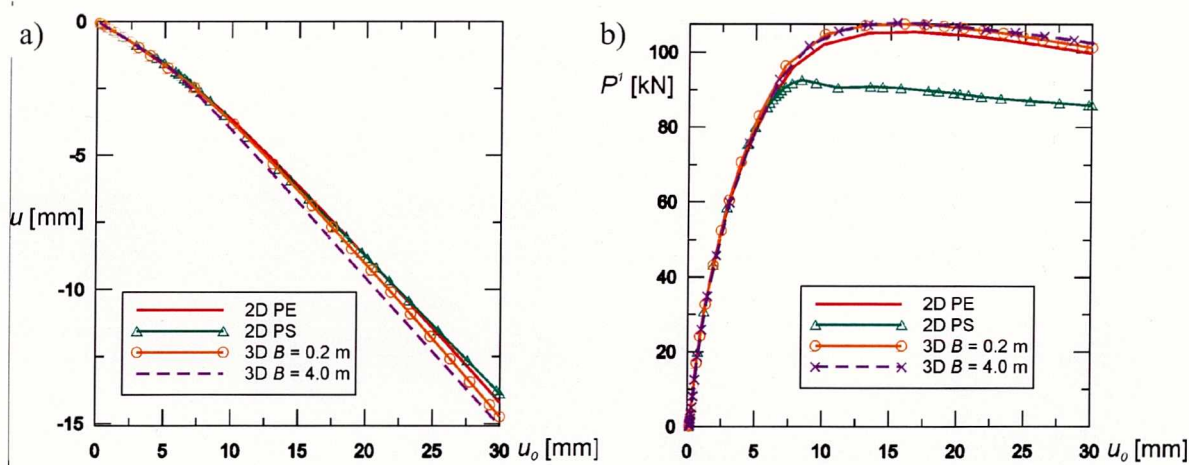
Parametry geometryczne														
L_0	f	f/L_0	D	B	h	w	x_p	t	N^x					
[m]	[m]	[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]					
3.0	0.75	0.25	0.20	1.0	0.20	0.20	0.75	2.0	24/48					
Parametry materiałowe														
E_b	E_m	E_s	ν_b	ν_m	ν_s	f_{cb}	f_{cm}	f_{tm}	μ	ϕ	C	ψ	γ_M	γ_s
[GPa]	[GPa]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]	[°]	[kPa]	[°]	[kN/m³]	[kN/m³]
10	1	50	0.2	0.16	0.3	6.0	2.0	0.05	0.5	45	30	20	20	18

Jednym z zasadniczych problemów związanych z modelowaniem przęseł mostów murowanych przy wykorzystaniu płaskich modeli (2D) jest wybór właściwego zagadnienia teorii sprężystości: płaskiego stanu naprężenia (PS) lub płaskiego stanu odkształcenia (PE). Dostatecznie czytelna sytuacja jest związana z zasypką sklepienia, dla której właściwym sformułowaniem jest płaski stan odkształcenia, co uzasadniono w rozdziale 3.2.2. Natomiast

rzeczywiste warunki pracy samego sklepienia stanowią bardziej złożony problem. Przy modelowaniu wewnętrznego pasma szerokiego obiektu najczęściej przyjmuje się płaski stan odkształcenia, natomiast dla wąskich i długich konstrukcji można rozważyć zastosowanie płaskiego stanu naprężenia. Jednak w większości przypadków, zwłaszcza gdy modelowane jest jednostkowe pasmo konstrukcji, a obciążenie nie jest równomiernie rozłożone na całej szerokości obiektu, stan faktyczny odpowiada zagadnieniu pośredniemu między płaskim stanem naprężenia i płaskim stanem odkształcenia.

Celem zbadania tego zagadnienia, przęśło mostu murowanego o parametrach zgodnych z tab. 3.8 zamodelowano jako płaskie (2D) zagadnienie PE i PS, jak również jako zagadnienie przestrzenne 3D. W modelu 3D pominięto ściany czołowe, a ich wpływ zamodelowano zastępczo, eliminując możliwość poprzecznych przemieszczeń na bocznych powierzchniach zasypki. Dla modeli płaskich (2D) przyjęto jednostkowe szerokości obiektu. W modelu 3D uwzględniono szerokości: 0.2 i 4.0 m, którym odpowiadały pełne szerokości pasma obciążenia.

Wyniki obliczeń porównano w zakresie wartości całkowitego obciążenia granicznego P_{ult} i obciążenia granicznego P_{ult}^1 na 1 m szerokości obiektu, co pokazano w tab. 3.9. Porównano również zależności $(u-u_0)$ między przemieszczeniem punktu sklepienia a przemieszczeniem płyty obciążającej oraz (P^1-u_0) między naciskiem umowną osią na jednostkową szerokość sklepienia a przemieszczeniem płyty obciążającej (rys. 3.31).



Rys. 3.31. Porównanie zależności między przemieszczeniem u_0 płyty obciążającej a) przemieszczeniem punktu sklepienia, b) naciskiem P^1 umowną osią pojazdu dla modeli MES 2D (PE i PS) oraz 3D ($B = 0.2$ i 4.0 m)

Tab. 3.9. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^1 dla modeli MES: 2D (PE i PS) oraz 3D

Model	2D PE	2D PS	3D	
B [m]	1.0	1.0	0.2	4.0
P_{ult} [kN]	106.9	91.7	21.5	433.6
P_{ult}^1 [kN]	106.9	91.7	107.5	108.4
$\rho^{P_{ult}^1/P_{ult}(2DPE)}$ [%]	0.0	-14.2	0.6	1.4

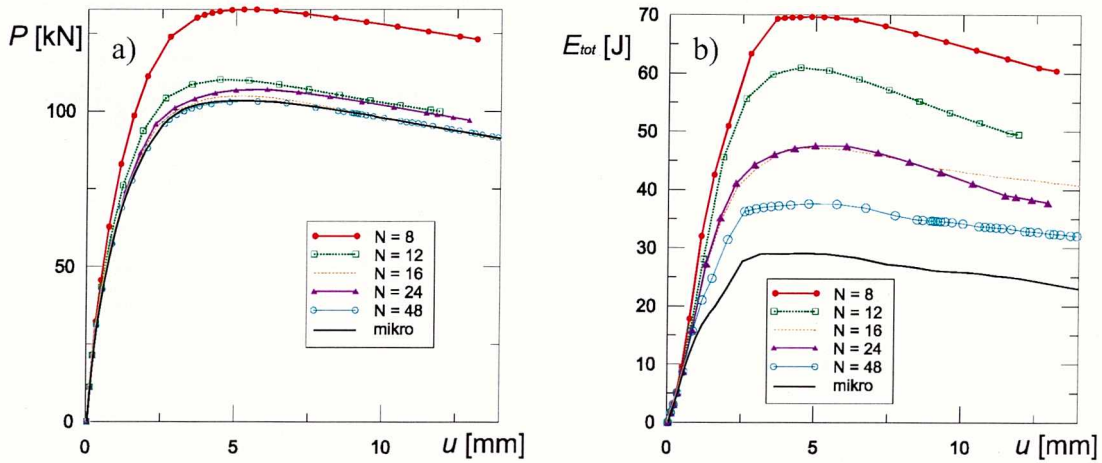
Na podstawie powyższych rezultatów stwierdzono wysoką zgodność między wynikami otrzymanymi za pomocą obu modeli 3D, zarówno pod względem wartości nośności granicznej P_{ult}^1 , jak i kształtu całej krzywej zależności P^1-u_0 . W ten sposób potwierdzono znikomy wpływ szerokości konstrukcji – w analizowanym zakresie jej zmienności (0.2÷4.0 m) – na wartość P_{ult}^1 . Ponadto wyniki te są zgodne z rezultatami obliczeń z zastosowaniem modelu 2D PE – rozbieżność wartości P_{ult}^1 nie przekracza 2 %. Natomiast model 2D PS daje o ponad 14% niższą wartość obciążenia granicznego w stosunku do modelu 2D PE, co jest spodziewanym zjawiskiem, związanym z wyższą wytrzymałością materiału sklepienia przy trójosiowym ściskaniu, względem przypadku ściskania dwuosiowego.

Kolejnym kluczowym zagadnieniem związanym z przyjętym w niniejszej pracy podejściem do dyskretyzacji sklepienia wykorzystującym mezomodelowanie, jest dobór liczby segmentów sklepienia. Jako że liczba segmentów modelu określa jednocześnie liczbę potencjalnych lokalizacji powierzchni zniszczenia (przekrojów krytycznych), jej nadmierne ograniczenie powodować musi zawyżenie nośności granicznej uzyskanej za pomocą takiego modelu. W celu przetestowania tego zjawiska i ustalenia minimalnej liczby segmentów, zapewniającej zadowalające rozwiązanie, przeprowadzono obliczenia dla modelu 2D konstrukcji o parametrach wg tab. 3.8, przy różnej liczbie segmentów (N^s) wynoszącej: 8, 12, 16, 24 i 48, związanej z liczbą warstw elementów murowych (n_x) w pojedynczym segmencie odpowiednio: 6, 4, 3, 2 i 1. Dla każdego modelu, w zależności od liczby warstw wyjściowych elementów murowych objętych pojedynczym segmentem, indywidualnie wyznaczono charakterystyki mechaniczne (zgodnie z rozdziałem 3.2.3.1). Ponadto przeanalizowano mikromodel z wyjściowym układem elementów murowych i spoin (po dwa elementy murowe na wysokości sklepienia w co drugiej warstwie). Wyniki porównano przez bezwzględne wartości nośności granicznej P_{ult} oraz przez procentową odchyłkę ρ tych wartości względem nośności granicznej P_{ult}^{micro} uzyskanej za pomocą mikromodelu, co pokazano w tab. 3.10. Poza tym na rys. 3.32 przedstawiono zależności między przemieszczeniem u punktu

sklepienia a naciskiem P umowną osią pojazdu i całkowitą energią E_{tot} dyssypowaną przez układ dla różnej liczby N^x segmentów sklepienia.

Tab. 3.10. Wpływ liczby segmentów (N^x) na wartości obciążenia granicznego P_{ult}

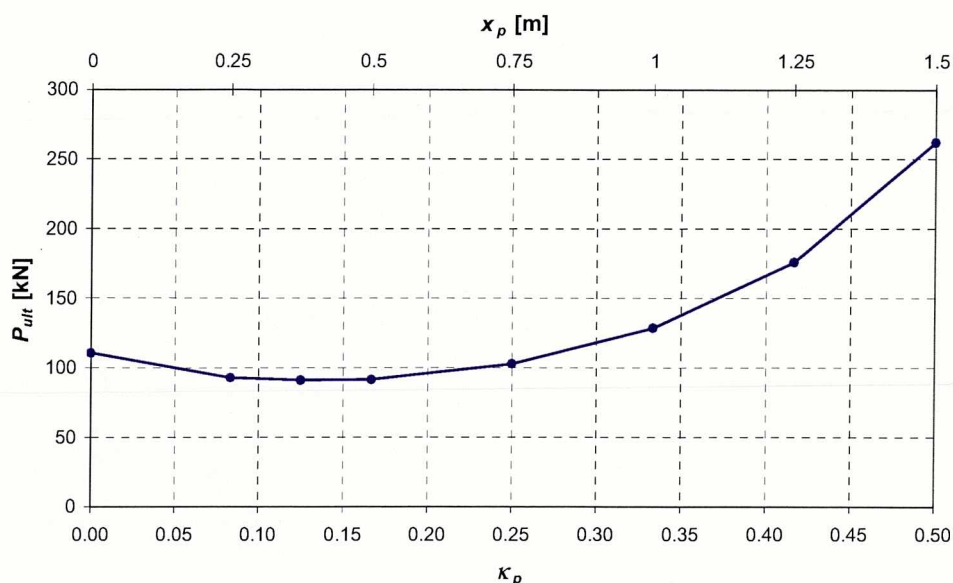
Model	mezo					mikro
Liczba segmentów (N^x)	8	12	16	24	48	-
P_{ult} [kN]	132.7	110.1	104.8	106.9	103.0	103.4
$\rho^{P_{ult}/P_{ult}(mikro)}$ [%]	28.3	6.5	1.4	3.4	-0.4	0.0



Rys. 3.32. Porównanie zależności między przemieszczeniem u punktu sklepienia a) naciskiem P umowną osią pojazdu, b) całkowitą energią E_{tot} dyssypowaną przez układ dla różnej liczby N^x segmentów sklepienia

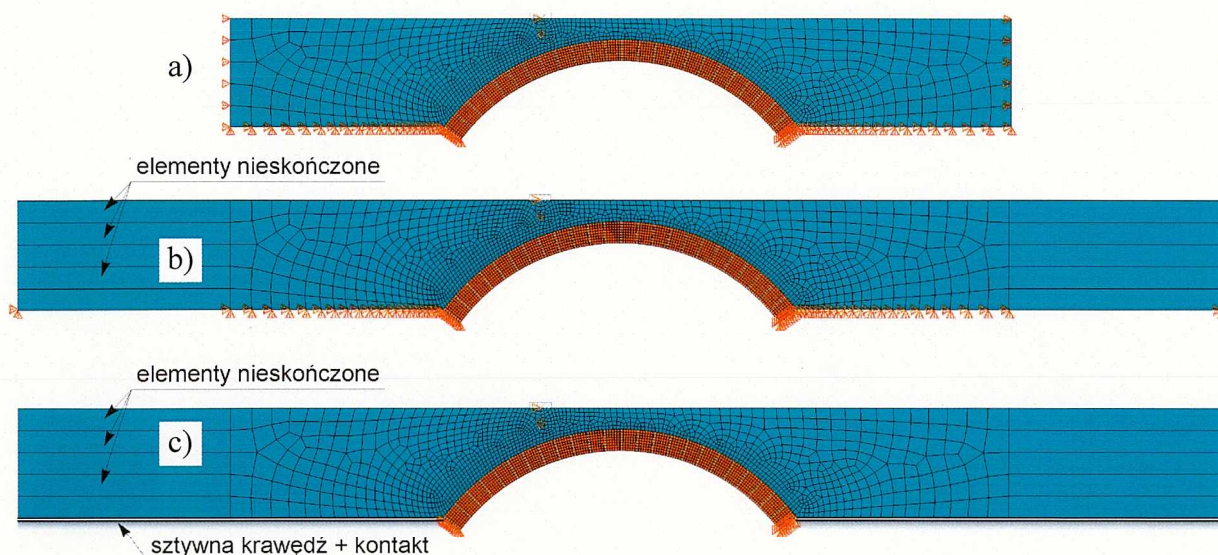
Z przeprowadzonego porównania wynika, że w analizowanym przypadku obciążenia konstrukcji przy zachowaniu doboru charakterystyk mechanicznych segmentów dla liczby segmentów równej co najmniej 16 uzyskiwane wyniki wartości obciążenia granicznego P_{ult} różnią się nie więcej niż 4% od rozwiązania otrzymanego za pomocą modelu mikro. Nieznaczny wzrost wartości nośności przy liczbie segmentów $N^x = 24$ wynika z braku spoiny (potencjalnej powierzchni zniszczenia) w przekroju krytycznym pod obciążeniem.

Analizę wpływu lokalizacji obciążenia na nośność graniczną mostów murowanych wykonano w takim samym zakresie, jak w przypadku zastosowania metody kinematycznej (rozdział 3.1.4), tj. dla $x_p \in \langle 0, L_0/2 \rangle$ przy kroku 25 cm. Wyniki analiz przedstawiono na rys. 3.33 w funkcji bezwzględnej i względnej współrzędnej lokalizacji obciążenia, odpowiednio: $P_{ult}(x_p)$ i $P_{ult}(\kappa_p)$. Z uzyskanego wykresu wynika, że krytyczne położenie względne obciążenia wynosi $\kappa_p^{cr} = 1/8$, co nie pokrywa się z powszechnie uznawanym względnym położeniem krytycznym równym $1/4$ dla sklepień o $f/L_0 = 1/4$. Podobną wartość κ_p^{cr} uzyskano też dla sklepień o $f/L_0 = 1/2$.



Rys. 3.33. Wykres zależności wartości obciążenia granicznego P_{ult} od bezwzględnej x_p i względnej κ_p współrzędnej lokalizacji obciążenia

Dużym uproszczeniem zastosowanym w proponowanych modelach mostów murowanych jest ograniczenie reprezentowanej przestrzeni gruntu do stref bezpośrednio przylegających do sklepienia. Celem zbadania wpływu tego uproszczenia rzeczywistych warunków pracy konstrukcji przeprowadzono porównanie modelu proponowanego z modelem zawierającym tzw. elementy nieskończone. Tego typu elementy stosowane są przy modelowaniu „nieskończonych” obszarów obiektów, czyli takich, które są znacznie bardziej rozległe niż modelowana szczegółowo (za pomocą elementów skończonych) część obiektu. W rozpatrywanym modelu elementy nieskończone są użyte do reprezentacji warstw gruntu leżących po bokach obszaru objętego modelem uproszczonym (złożonym tylko z elementów skończonych). Model uproszczony (FIN) i model zawierający elementy nieskończone (INF) pokazano na rys. 3.34. Przy zastosowaniu elementów nieskończonych zbadano również wpływ modyfikacji możliwości przemieszczeń poziomych punktów dolnych krawędzi zasypki. Wzięte pod uwagę zostały trzy przypadki dotyczące przemieszczeń poziomych: zablokowane (FX), swobodne (FR) oraz określone modelem tarcia Coulomba–Mohra (CM). Celem realizacji ostatniego przypadku wzdłuż dolnych krawędzi zasypki zamodelowano dodatkowo sztywne krawędzie oraz zdefiniowano płaszczyzny kontaktu między elementami sztywnymi a zasypką. Możliwość wzajemnych poziomych przemieszczeń determinuje tarcie z analizowanymi wartościami współczynnika $\mu = 0.5, 0.75$ i 1.0 .



Rys. 3.34. Modele MES: a) uproszczony (FIN), b) zawierający elementy nieskończone i podparcie nieprzesuwne (INF/FX), c) podparcie przesuwne (INF/FR i INF/CM)

Wyniki obliczeń dla wszystkich przypadków zestawiono w tab. 3.11 w postaci bezwzględnych wartości nośności granicznej P_{ult} oraz procentowych odchyłek ρ tych wartości względem nośności granicznej P_{ult}^{FIN} uzyskanej dla przypadku FIN.

Tab. 3.11. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} dla modeli MES-2D: FIN, INF/FR, INF/CM i INF/FX

Model	FIN	INF/FR	INF/CM			INF/FX
μ [-]	-	0	0.5	0.75	1	∞
P_{ult} [kN]	106.9	84.6	96.5	100.9	104.0	105.4
$\rho^{P_{ult}/P_{ult}(FIN)}$ [%]	0	-20.9%	-9.7%	-5.6%	-2.7%	-1.4%

Z analizy warunków brzegowych wynika wyraźny wpływ modyfikacji swobody poziomych przemieszczeń węzłów zasypki wzdłuż dolnej krawędzi – im bardziej ograniczona jest możliwość przemieszczeń (większy współczynnik tarcia μ), tym większa nośność całej konstrukcji. Zastosowanie uproszczonego modelu FIN powoduje nieznaczną różnicę wyniku (równą ok. 3%) w stosunku do nośności uzyskanej za pomocą modelu INF/CM z $\mu = 1.0$. Nadmienić należy, że w tym przypadku wartość $\mu = 1.0$ odpowiada tarcia wewnętrznemu gruntu o kącie $\phi = 45^\circ$ stanowiącym typową wielkość dla materiałów zasypki. W przypadku pozostawienia pełnej swobody przemieszczeń poziomych (model INF/FR), odpowiadającej tarcia $\mu = 0$, uzyskiwane wyniki nie są reprezentatywne.

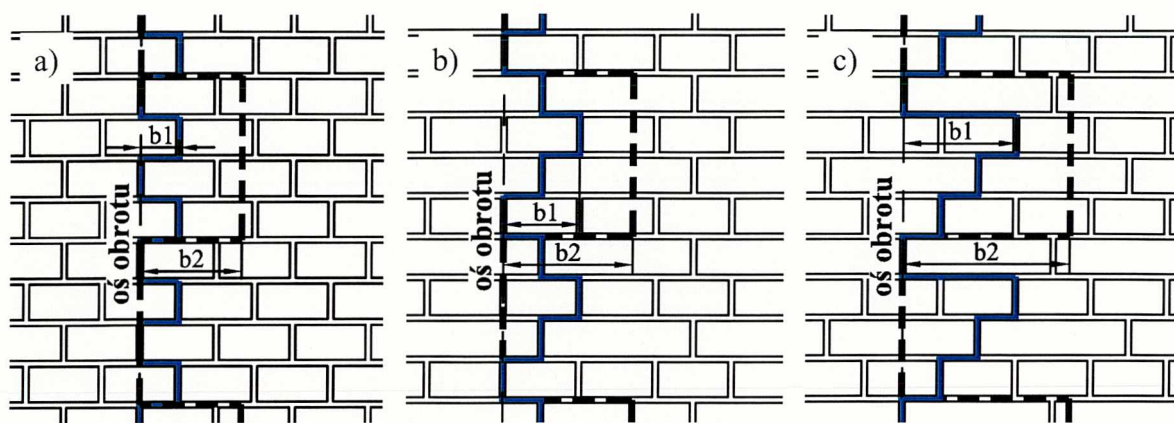
3.2.7. Analiza wrażliwości modeli 3D

Pełny model przestrzenny (3D), tworzony zgodnie z wytycznymi omówionymi w poprzednich rozdziałach, umożliwia najwierniejsze odzwierciedlenie zachowania konstrukcji przęseł mostów murowanych. Niemniej jednak szereg właściwości takiego modelu wymaga dostosowania do konkretnego obiektu rzeczywistego. W tym rozdziale zwrócono uwagę na następujące zagadnienia:

- dobór liczby segmentów sklepienia w kierunku poprzecznym (N^p),
- wyznaczenie szerokości efektywnej (B_{eff}) konstrukcji – analiza wpływu szerokości płyty obciążającej (B_L),
- obecności ścian czołowych i ich połączenie ze sklepieniem.

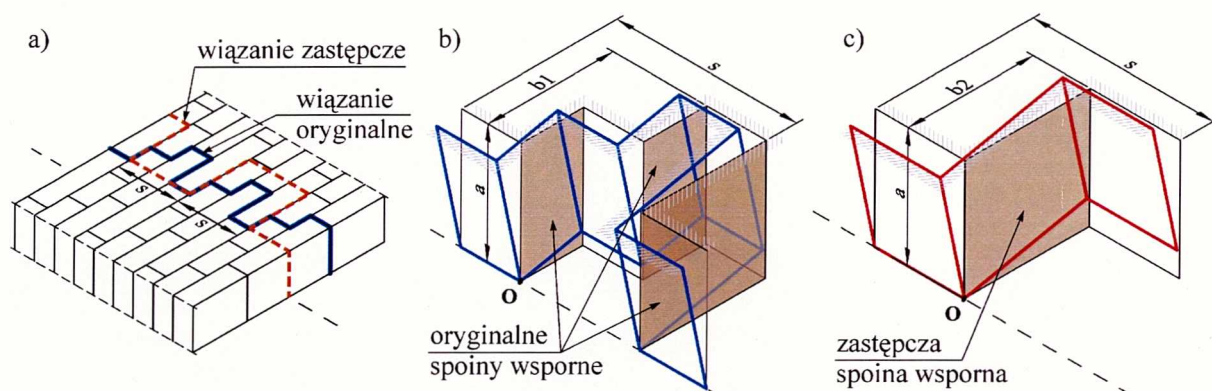
Proponowany w niniejszej pracy podział sklepienia na segmenty stanowi stosunkowo proste zagadnienie dla modelu płaskiego (2D), gdy rozważany jest jedynie kierunek podłużny. Wówczas modelowane są tylko spoiny wsporne zawierające się na całej szerokości obiektu w wybranych płaszczyznach przekroju poprzecznego sklepienia rzeczywistej konstrukcji. W modelach 3D natomiast konieczne staje się ustalenie dodatkowego podziału sklepienia na segmenty w kierunku poprzecznym, co ze względu na istnienie wiązania murowego rzeczywistych konstrukcji powoduje pewne utrudnienie. Nie występują tu wspólne płaszczyzny spoin (potencjalne powierzchnie zarysowania), które można by modelować bezpośrednio płaskimi spoinami, tak jak w kierunku podłużnym. Zatem zdefiniowanie zastępczych płaszczyzn spoin wydzielających segmenty sklepienia w kierunku poprzecznym, konieczne dla uproszczenia siatki modelu, powinno odbyć się z zachowaniem przez wiązanie zastępcze nośności granicznej wiązania oryginalnego.

W omówieniu pominięto krzywiznę sklepienia na długości pojedynczego segmentu, zakładając pełną analogię do zachowania płaskiej ściany murowej. Przyjęto, że wytrzymałość wiązania w stanie nośności granicznej jest determinowana głównie przez jego wytrzymałość na zginanie, która z kolei zależy od rodzaju wiązania. Ponadto założono, że zarysowanie wiązania następuje tylko w płaszczyznach spoin, zatem wytrzymałość przy zginaniu jest bezpośrednio zależna od układu spoin, a konkretnie od przebiegu potencjalnej (najłatwiej powstającej) powierzchni zarysowania w stosunku do osi wzajemnego obrotu rozdzielających się części. Przykładowe układy potencjalnych powierzchni zarysowania i osi wzajemnego obrotu dla typowych rodzajów wiązań murowych pokazano na rys. 3.35.



Rys. 3.35. Potencjalne oryginalne (linia niebieska) i zastępcze (linia czarna przerywana) powierzchnie zarysowania dla różnych rodzajów wiązań murowych:
a) główkowego, b) blokowego (pospolitego), c) krzyżowego

Przy dodatkowym założeniu (aktualnym w całej pracy), że materiał spoin ma pomijalną wytrzymałość na rozciąganie, wytrzymałość na zginanie wynika wówczas jedynie z sił tarcia w spoinach wspornych między rozdzielającymi się częściami muru.



Rys. 3.36. Podział na segmenty w kierunku poprzecznym: a) przebieg pęknięć w oryginalnym i zastępczym wiązaniu murowym, b) powierzchnie styku spoin wspornych w wiązaniu oryginalnym, c) w wiązaniu zastępczym

Wartość uogólnioną tego tarcia, zwaną dalej wytrzymałością styku przy skręcaniu T , określoną zgodnie z modelem Coulomba–Mohra, można obliczyć według wzoru:

$$T = \int \tau_0 \varsigma dA, \quad \tau_0 = \mu \sigma \quad (3.52)$$

gdzie: ς – współrzędna radialna względem środka skręcania powierzchni styku, σ – naprężenia normalne, μ – współczynnik tarcia.

Wytrzymałość styku przy skręcaniu T , wyrażoną przez naprężenia normalne σ , opisuje wzór:

$$T = t \mu \sigma \quad (3.53)$$

gdzie: t – wskaźnik wytrzymałości styku przy skręcaniu.

Wskaźnik wytrzymałości styku przy skręcaniu t dla prostokątnej powierzchni styku, ze środkiem skręcania zlokalizowanym w jednym z wierzchołków powierzchni styku (jak na rys. 3.36a – w punkcie O), można wyznaczyć z przekształconego wzoru (3.54) podanego w zbliżonej postaci przez Orduña i Lourenço ([168] i [169]):

$$t = \frac{ab}{3} \left[c + \frac{a^2}{2b} \ln \left(\frac{b+c}{a} \right) + \frac{b^2}{2a} \ln \left(\frac{a+c}{b} \right) \right] \quad (3.54)$$

gdzie: a , b – długości boków prostokątnej powierzchni styku, c – długość przekątnej prostokątnej powierzchni styku ($c = \sqrt{a^2 + b^2}$).

Po podstawieniu we wzorze (3.54) w miejsce b wielkości: b_1 i b_2 (zgodnie z rys. 3.36) otrzymuje się wskaźniki wytrzymałości przy skręcaniu, odpowiednio dla wiązania: oryginalnego (mikromodelu) t_1 i zastępczego (mezomodelu) t_2 . Zakładając jednakowe współczynniki tarcia i naprężenia normalne na analizowanych powierzchniach styku w obu modelach, uzyskanie w zastępczym wiązaniu reprezentatywnej wytrzymałości styku przy skręcaniu zapewnia równość

$$T_1 = T_2 \quad \Rightarrow \quad nt_1 = t_2 \quad (3.55)$$

gdzie n – liczba powierzchni styku szerokości b_1 (zgodnie z rys. 3.35) na odcinku s w kierunku podłużnym sklepienia objęta pojedynczym segmentem wiązania zastępczego.

Dobór zastępczego wiązania sprowadza się zatem do wyznaczenia b_2 z równości (3.55). Dla przyjętego przykładowo (rys. 3.35) podziału sklepienia na segmenty, obejmujące w kierunku podłużnym po cztery warstwy cegieł, odpowiadające wartości n wynoszą 4 dla wiązania główkowego oraz 2 dla wiązań blokowego i krzyżowego. Przykładowe wyniki obliczeń wytrzymałości styku przy skręcaniu T dla sklepienia (o geometrii zgodnej z tab. 3.8) z główkowym, blokowym i krzyżowym rodzajem wiązania murowego pokazano w tab. 3.12. Największą wartość wytrzymałości styku przy skręcaniu T uzyskano dla wiązania krzyżowego, dla którego zatem reprezentatywne wiązanie zastępcze posiada największą „głębokość zębów” b_2 .

Tab. 3.12. Wartości parametrów styku przy skręcaniu dla różnych rodzajów wiązania murowego

Rodzaj wiązania	n [m]	a [m]	b_1 [m]	b_2 [m]	t [m ³]	T [kNm]
główkowe	4	0.20	0.065	0.190	0.001422	$0.005688\mu\sigma$
blokowe	2	0.20	0.130	0.211	0.003327	$0.006654\mu\sigma$
krzyżowe	2	0.20	0.195	0.303	0.005894	$0.011788\mu\sigma$

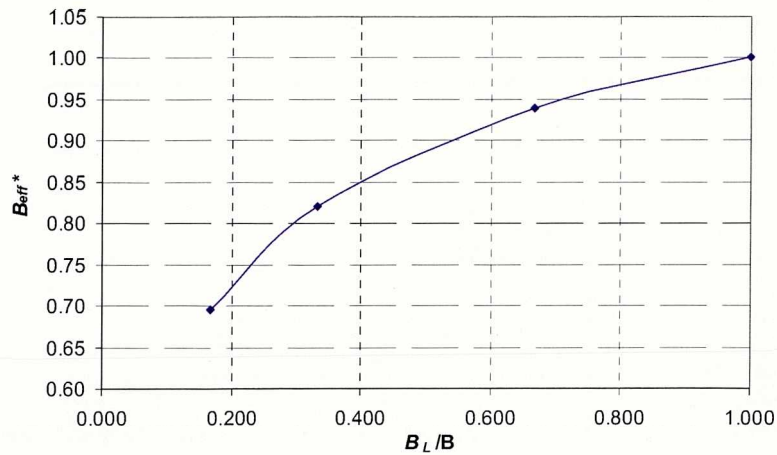
Jak wynika z zaproponowanego powyższej podejścia, ostateczny dobór liczby segmentów sklepienia w kierunku poprzecznym (N^y) jest zależny od: liczby segmentów sklepienia w kierunku podłużnym (N^x) określającej długość odcinków s , rodzaju wiązania murowego oraz szerokości całego sklepienia mostu.

Analizie poddano również wpływ szerokości płyty obciążającej na wartości obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^1 . W tym celu przeprowadzono obliczenia z zastosowaniem modelu MES-3D pozbawionego ścian czołowych, których obecność zastąpiono warunkami brzegowymi, uniemożliwiającymi przemieszczenia zasyпки w kierunku poprzecznym do osi konstrukcji. W ten sposób wyeliminowano wpływ sztywności ścian czołowych na nośność sklepienia i rozpatrzono jedynie wpływ poprzecznego rozkładu obciążenia w sklepieniu. Wyniki obliczeń zastawiono w tab. 3.13 w postaci wartości obciążeń granicznych P_{ult} i P_{ult}^1 oraz absolutnych ($B_{eff} = P_{ult}/P_{ult}^1 (B_L = B)$) i względnych ($B_{eff}^* = P_{ult}^1/P_{ult}^1 (B_L = B) = B_{eff}/B$) szerokości efektywnych sklepienia w zależności od szerokości płyty obciążającej B_L . Ponadto wyniki zależności względnej szerokości efektywnej sklepienia (B_{eff}^*) od stosunku B_L/B pokazano na wykresie na rys. 3.37.

Tab. 3.13. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^1 oraz szerokości dla różnych szerokości płyty obciążającej (B_L) w modelach MES-3D i MES-2D PE

Model	3D				2D
B [m]	6.0	6.0	6.0	6.0	1.0
B_L [m]	1.0	2.0	4.0	6.0	1.0
B_L/B [-]	0.167	0.333	0.667	1.0	1.0
P_{ult} [kN]	469.6	553.8	634.8	675.6	105.4
P_{ult}^1 [kN/m]	78.3	92.3	105.8	112.6	105.4
B_{eff} [m]	4.171	4.918	5.638	6.000	1.000
B_{eff}^* [-]	0.695	0.820	0.940	1.000	1.000

Uzyskane wyniki wskazują na istotny wpływ stosunku szerokości obciążenia do szerokości sklepienia (B_L/B) na miarodajne wielkości: nośność graniczną jednostkowej szerokości sklepienia P_{ult}^1 i tym samym względną szerokość efektywną sklepienia B_{eff}^* .



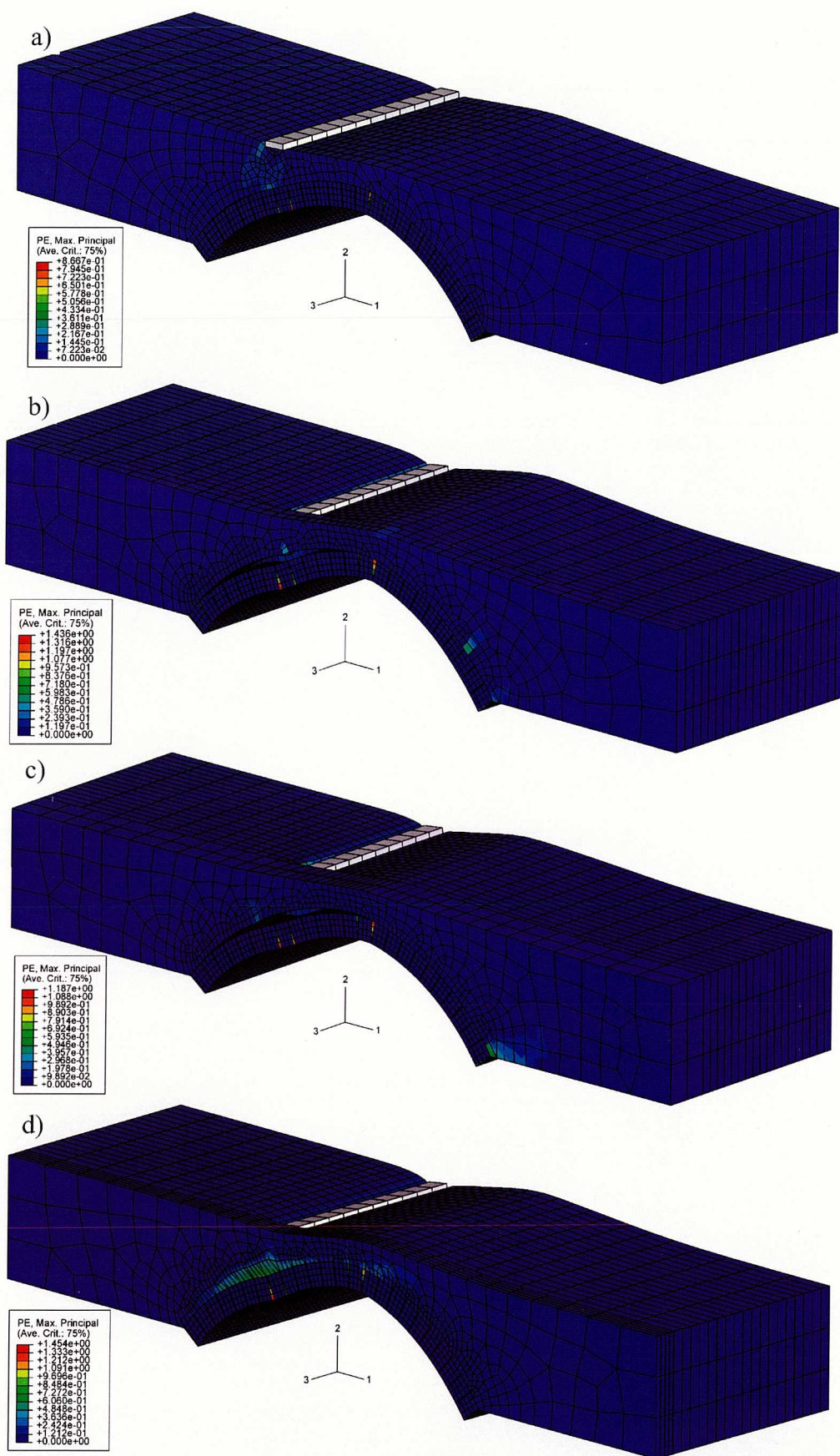
Rys. 3.37. Wpływ stosunku B_L/B na względną szerokość efektywną sklepienia B_{eff}^*

Ostatnim elementem analizy realizowanej przy użyciu modeli MES-3D było sprawdzenie wpływu obecności ścian czołowych i ich połączenia ze sklepieniem na nośność przęsła. Porównano cztery modele konstrukcji przęsła (pokazane na rys. 3.38) z różnym sposobem oparcia bocznych powierzchni zasypki:

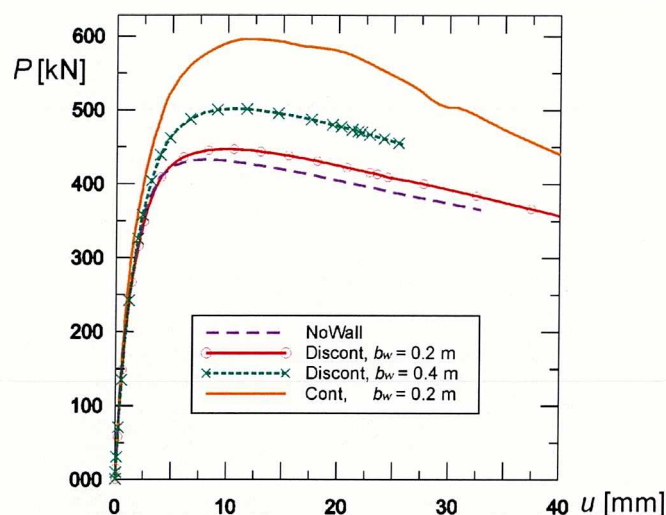
1. Za pomocą sztywnych więzi normalnych do tych powierzchni – z pominięciem ścian czołowych (model NoWall).
2. Za pomocą ścian czołowych o grubości $b_w = 0.2$ m niepołączonych ze sklepieniem (model Discont) – ściany czołowe oddziałują na sklepienie przez powierzchnię kontaktową, zdefiniowaną zgodnie z założeniami podanymi w rozdziale 3.2.2.
3. Jak w p.2, ale ściany czołowe o grubości $b_w = 0.4$ m.
4. Za pomocą ścian czołowych o grubości $b_w = 0.2$ m połączonych ze sklepieniem (model Cont) – elementy skończone tworzące ściany czołowe i sklepienie posiadają wspólne węzły.

Dla wszystkich modeli przyjęto jednakową szerokość konstrukcji $B = 4$ m.

Uzyskane wyniki obliczeń w postaci map odkształceń plastycznych przedstawionych na zdeformowanych postaciach modeli pokazano na rys. 3.38. Ponadto na rys. 3.39 zaprezentowano zależności $P-u$ między siłą obciążenia zewnętrznego a przemieszczeniem pionowym punktu sklepienia w środku jego szerokości pod płytą obciążającą dla różnych przypadków połączenia ścian czołowych ze sklepieniem. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^1 dla różnych modeli MES-3D oraz odchyłki $\rho^{x/NoWall}$ (zdefiniowane wzorem (3.37)) poszczególnych wyników względem wartości nośności granicznej uzyskanej dla modelu bez ścian czołowych (NoWall) zestawiono w tab. 3.14.



Rys. 3.38. Zdeformowane postacie modeli użytych w analizie wpływu połączenia ścian czołowych ze sklepieniem: a) bez ścian, b) bez ciągłości przy $b_w = 0.2$ m, c) $b_w = 0.4$ m, d) z ciągłością przy $b_w = 0.2$ m



Rys. 3.39. Porównanie zależności P - u dla różnych przypadków połączenia ścian czołowych ze sklepieniem: bez ścian czołowych (NoWall), ze ścianami bez ciągłości materiału (Discont) przy $b_w = 0.2$ i 0.4 m oraz z ciągłością (Cont) przy $b_w = 0.2$ m

Tab. 3.14. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^1 dla różnych modeli MES-3D w zależności od sposobu uwzględnienia ścian czołowych

Model	NoWall	Discont		Cont
b_w [m]	0	0.2	0.4	0.2
P_{ult} [kN]	433.6	457.6	502	596.0
P_{ult}^1 [kN]	108.4	114.4	125.5	149
$\rho^{x/NoWall}$ [%]	0.0	5.5	15.8	37.5

Otrzymane wyniki wskazują na wyraźny wpływ ścian czołowych na nośność graniczną przęsła mostu murowanego. Wpływ ten jest tym większy, im grubsze są ściany czołowe. Ponadto zaobserwowano bardzo silny wpływ niepodatnego połączenia ścian czołowych ze sklepieniem, które powoduje ponad 30-procentowe zwiększenie nośności granicznej przęsła w stosunku do konstrukcji z niepołączonymi ścianami czołowymi tej samej grubości.

3.3. Porównanie wyników analiz teoretycznych i badań doświadczalnych

3.3.1. Zakres prac

W ramach prac prezentowanych w tym rozdziale porównano między sobą oraz z wynikami badań doświadczalnych rezultaty uzyskane za pomocą różnych metod analizy opisanych w poprzednich rozdziałach. Zastosowano metodę kinematyczną (MK2), Metodę Elementów Skończonych wykorzystującą model płaski (MES-2D) i przestrzenny (MES-3D) oraz inne metody uproszczone stosowane w komercyjnych narzędziach obliczeniowych

(*RING* i *Archie-M*). Weryfikacji obliczeń dokonano przy użyciu wyników badań laboratoryjnych i terenowych konstrukcji opisanych w rozdziale 2.3 oraz wyników badań własnych autora. Symulacje badań laboratoryjnych prowadzono do poziomu obciążeń granicznych, natomiast badania terenowe zarówno przy udziale obciążeń użytkowych, jak i niszczących. Porównanie metod analizy przeprowadzono nie tylko za pomocą modeli wspomnianych konstrukcji rzeczywistych badanych doświadczalnie, ale także modeli fikcyjnych o typowych parametrach. Obliczenia obiektów fikcyjnych wykonano przez analizę parametryczną wpływu charakterystyk geometrycznych i materiałowych na nośność graniczną konstrukcji. Zakresy porównania i weryfikacji różnych metod analizy zestawiono w tab. 3.15.

Tab. 3.15. Zakresy porównania i weryfikacji różnych metod analizy

Badania	Rodzaj obciążenia	Metody analizy				
		MK1	MK2	MES-2D	MES-3D	RING, Archie-M
Laboratoryjne						
	modele bez ścian czołowych	graniczne		✓	✓	✓
	modele ze ścianami czołowymi	graniczne			✓	✓
Terenowe						
	pod obciążeniem użytkowym	użytkowe			✓	✓
	pod obciążeniem niszczącym	graniczne			✓	✓
Analiza parametryczna	graniczne	✓	✓	✓		✓

3.3.2. Porównanie wyników analiz i badań laboratoryjnych

3.3.2.1. Analiza za pomocą modeli płaskich 2D

Dokonano porównania wyników analiz prowadzonych z użyciem modeli MES-2D oraz metody MK2 z wynikami wybranych badań laboratoryjnych modeli opisanych w rozdziale 2.3.2 oraz wynikami obliczeń za pomocą programów *RING* i *Archie-M*. Spośród modeli laboratoryjnych do porównania wybrano 6 obiektów nieposiadających ścian czołowych, które dzięki temu mogą być skutecznie symulowane przy zastosowaniu płaskich modeli. Analizowane obiekty to: *BI/3-1*, *BI/5-1*, *EdUniv*, *RH2*, *SAL2*, *SAL3*. Dla wszystkich obiektów porównanie przeprowadzono w zakresie analizy wartości nośności granicznej odpowiadającej obciążeniu niszczącemu zmierzonemu podczas badań i maksymalnej wartości obciążenia uzyskanej z obliczeń. Ponadto wykorzystując modele MES dla wybranych konstrukcji, dla których dysponowano bardziej szczegółowymi danymi z pomiarów, porównano także przebiegi zależności między obciążaniem a przemieszczeniem konstrukcji.

Parametry geometryczne i materiałowe konstrukcji, przyjęte do obliczeń zgodnie z danymi z rozdziału 2.3.2, zestawiono wraz z dodatkowymi parametrami opisującymi modele MES w tab. 3.16 i tab. 3.17. Dla wszystkich modeli MES przyjęto płaski stan odkształcenia i grubości elementów odpowiadające całej szerokości modelu rzeczywistego.

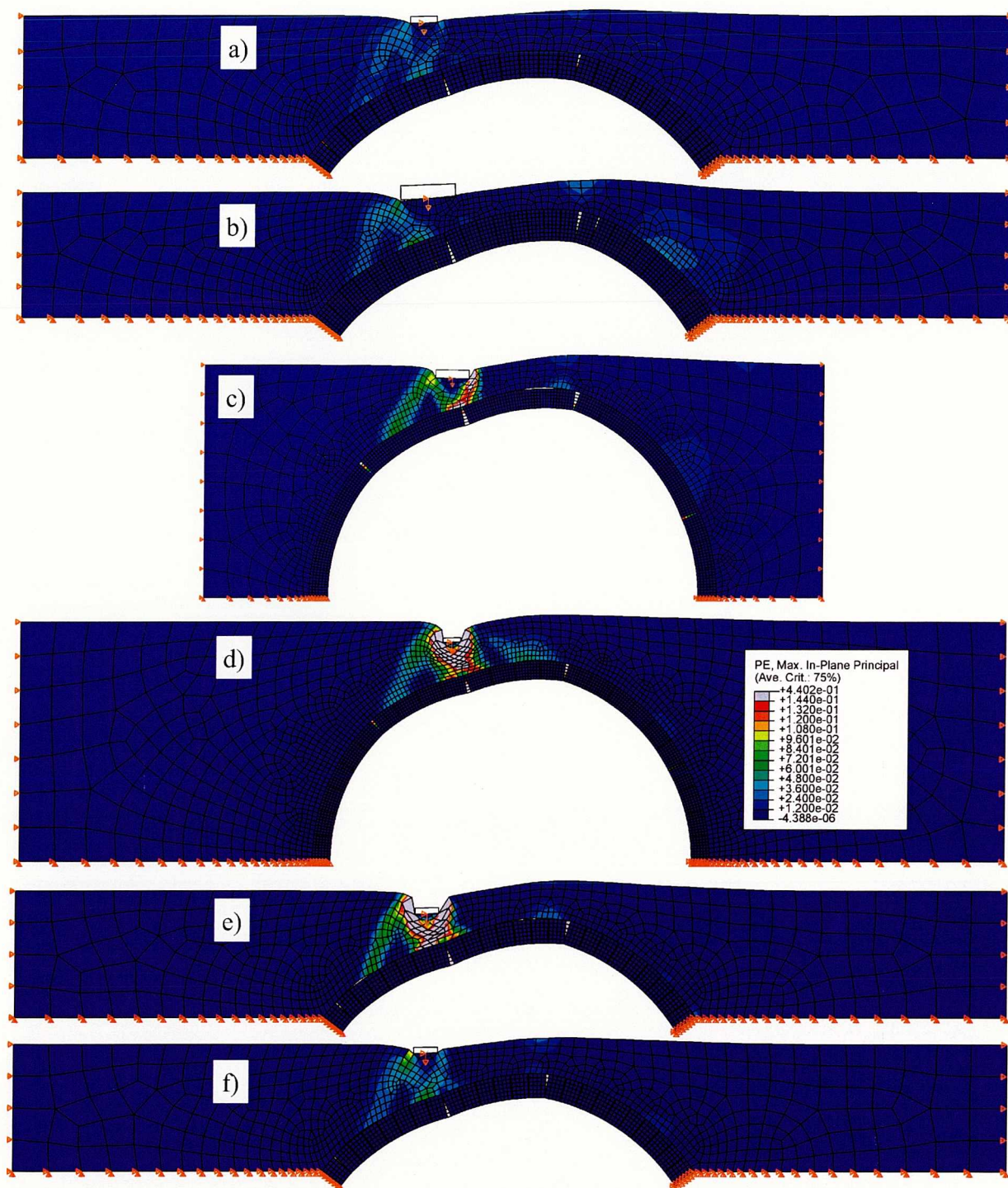
Tab. 3.16. Parametry geometryczne modeli MES-2D w symulacjach badań laboratoryjnych

Model	N^{0x} [-]	N^x [-]	n_x [-]	s_x [m]
<i>BI/3-1</i>	48	24	2	0.143
<i>BI/5-1</i>	81	27	3	0.220
<i>EdUniv</i>	46	23	2	0.134
<i>RH2</i>	46	23	2	0.139
<i>SAL2</i>	48	24	2	0.143
<i>SAL3</i>	48	24	2	0.143

Tab. 3.17. Parametry materiałowe zastosowane w modelach MES-2D, analizach metodą MK2 oraz programach *RING* i *Archie-M* w symulacjach badań laboratoryjnych

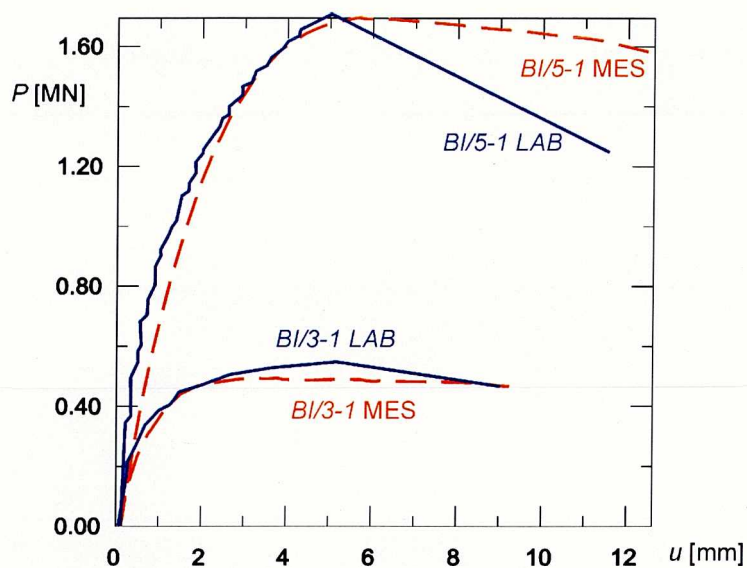
Model	f_{cb} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f_{cM} [MPa]	f_{tm} [kPa]	E_s [MPa]	ϕ [s]	c [kPa]	μ [-]	γ_M [kN/m ³]	γ_s [kN/m ³]
<i>BI/3-1</i>	115	2.40	13.6	300	200	50	30	0.5	22.7	22.2
<i>BI/5-1</i>	154	1.90	15.5	300	200	50	30	0.5	22.7	22.2
<i>EdUniv</i>	4.5	1.00	1.3	50	10	35	15	0.3	20.0	15.5
<i>RH2</i>	30	1.47	5.0	50	30	35	15	0.3	20.0	14.0
<i>SAL2</i>	24.5	1.90	4.7	50	20	25	50	0.3	21.6	22.1
<i>SAL3</i>	24.5	1.90	4.7	100	70	46	25	0.5	21.6	19.1

Modele MES-2D zastosowane w symulacjach badań laboratoryjnych pokazano na rys. 3.40 w postaciach zdeformowanych, odpowiadających końcowym fazom analizy – po przekroczeniu obciążenia granicznego. Przy użyciu prezentowanych modeli przeprowadzono analizę deformacji i wyężenia konstrukcji pod obciążeniem ciężarem własnym i obciążeniem zewnętrznym zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 3.2.5. Na zdeformowanych siatkach elementów skończonych (rys. 3.40) pokazano mapy odkształceń plastycznych wskazujących m.in. położenia przegubów plastycznych w sklepieniach. Uzyskane postaci zniszczenia (lokalizacje przegubów plastycznych) ściśle pokrywają się z postaciami zniszczenia uzyskanymi w trakcie badań laboratoryjnych.

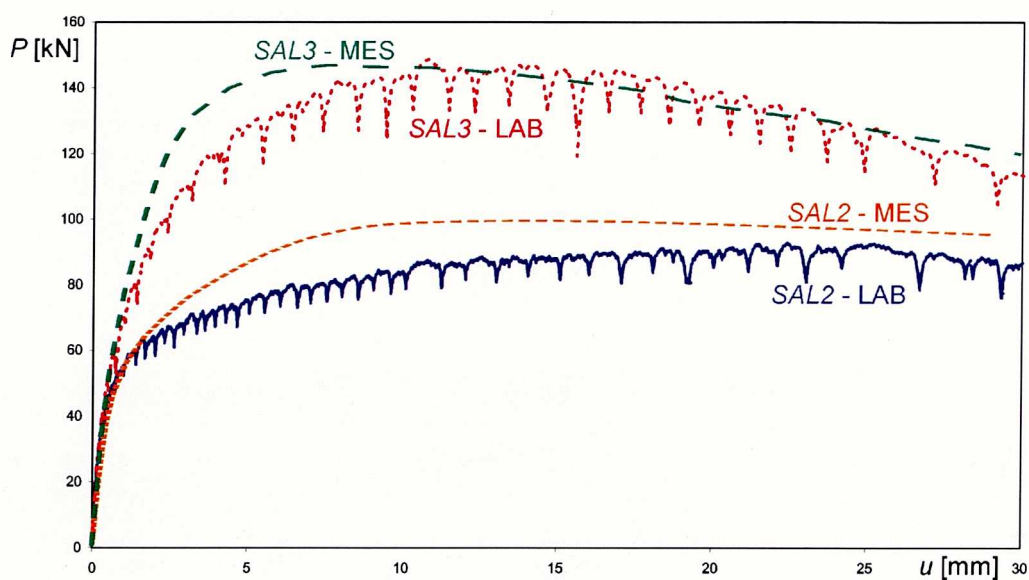


Rys. 3.40. Postaci zniszczenia uzyskane za pomocą modeli MES-2D zastosowanych w symulacjach badań laboratoryjnych: a) *BI/3-1*, b) *BI/5-1*, c) *EdUniv*, d) *RH2*, e) *SAL2*, f) *SAL3*

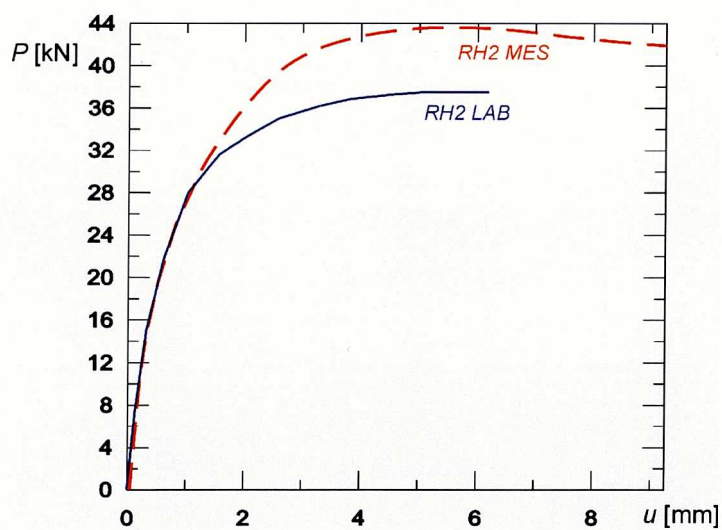
Dla wybranych modeli rezultaty uzyskane w drugim etapie obciążenia (naciskiem umowną osią pojazdu) wraz z wynikami pomierzonymi w trakcie badań laboratoryjnych zaprezentowano na rys. 3.41 i rys. 3.42 w postaci zależności między siłą obciążającą P a radialnym przemieszczeniem u punktu sklepienia leżącym pod środkiem płyty obciążającej.



Rys. 3.41. Wykresy P - u uzyskane z badań i analiz modeli: $BI/3-1$ i $BI/5-1$



Rys. 3.42. Wykresy P - u uzyskane z badań i analiz modeli: $SAL2$ i $SAL3$



Rys. 3.43. Wykresy P - u uzyskane z badań i analiz modelu $RH2$

Obliczenia za pomocą metody MK2 oraz przy użyciu programów *RING* i *Archie-M* prowadzono przyjmując wartości parametrów materiałowych zgodnie z tab. 3.17. Przy wykorzystaniu powyższych metod obliczono wartości nośności granicznej omawianych konstrukcji.

Bezwzględne maksymalne wartości siły obciążającej P (nośności granicznej) uzyskane w toku badań laboratoryjnych (oznaczone jako P_{ult}^{Test}), za pomocą analizy MES-2D (oznaczone jako P_{ult}^{MES}), przy użyciu metody MK2 (oznaczone jako P_{ult}^{MK2}) oraz programów: *RING* (oznaczone jako P_{ult}^{RING}) i *Archie-M* (oznaczone jako P_{ult}^{Archie}) zestawiono w tab. 3.18. Pokazano też wyrażone procentowo odchyłki ρ (zdefiniowane wzorem (3.37)) wyników analiz teoretycznych zrealizowanych przy zastosowaniu poszczególnych metod względem wyników otrzymanych w trakcie badań laboratoryjnych – określone indywidualnie dla każdego obiektu. Ponadto pokazano miarę rozbieżności wyników otrzymanych za pomocą metody MK2 i MES-2D (oznaczoną jako $\rho^{MK2/MES}$) – również osobno dla poszczególnych obiektów. Jako wspólną miarę skuteczności danej metody w analizie różnych konstrukcji użyto średniej odchyłki bezwzględnej $\bar{\rho}_{ABS}^{x/y}$ między wynikami x i y wyrażonej procentowo, określonej wzorem

$$\bar{\rho}_{ABS}^{x/y} = \frac{1}{n} \sum_n \left| \frac{x-y}{y} \right| 100\% \quad (3.56)$$

gdzie n – liczba analizowanych par wyników x i y .

Średnią odchyłkę bezwzględną zdefiniowaną wzorem (3.56) wykorzystano też przy innych porównaniach w dalszej części pracy.

Tab. 3.18. Rezultaty badań laboratoryjnych oraz analiz za pomocą: MES-2D, MK2, *RING* i *Archie-M* – wartości obciążeń granicznych, odchyłki wyników oraz średnie odchyłki bezwzględne wyników

Model	P_{ult}^{Test} [kN]	P_{ult}^{MES} [kN]	$\rho^{MES/Test}$ [%]	P_{ult}^{MK2} [kN]	$\rho^{MK2/Test}$ [%]	P_{ult}^{RING} [kN]	$\rho^{RING/Test}$ [%]	P_{ult}^{Archie} [kN]	$\rho^{Archie/Test}$ [%]	$\rho^{MK2/MES}$ [%]
BI/3-1	540	510.8	-5.4	451.9	-16.3	448	-17.0	453.3	-16.1	-11.5
BI/5-1	1720	1784.5	3.8	1610.6	-6.4	1600	-7.0	1755	2.0	-9.7
EdUniv	38.1	38.3	0.5	27.7	-27.3	32.5	-14.7	29.6	-22.3	-27.7
RH2	37	43.6	17.8	28.2	-23.8	29.2	-21.1	31.6	-14.6	-35.3
SAL2	90	98.2	9.1	82.4	-8.4	82.4	-8.4	114.5	27.2	-16.1
SAL3	148	149.2	0.8	151	2.0	155	4.7	137.7	-7.0	1.2
		$\bar{\rho}_{ABS}^{MES/Test} = 6.2\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{MK2/Test} = 14.0\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{RING/Test} = 12.2\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{Archie/Test} = 14.9\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{MK2/Test} = 16.9\%$

Na podstawie uzyskanych rezultatów można stwierdzić bardzo dobrą zgodność między wynikami badań laboratoryjnych oraz analiz MES-2D, zarówno w odniesieniu do kształtu krzywych zależności $P-u$, jak i wartości obciążeń granicznych P_{ult} . Osiągnięto tu średnią rozbieżność bezwzględną wyników nośności granicznej równą około 6%. Porównanie wyników badań z rezultatami analiz metodą MK2 oraz programami *RING* i *Archie-M*, wypada mniej korzystnie, choć uzyskana średnia rozbieżność $\bar{p}_{ABS}^{x/y}$ nie przekroczyła 15%. Największe rozbieżności pojawiły się w przypadku analiz konstrukcji *EdUniv*, co wynikać może z pewnych nieznanych właściwości tego obiektu – nieuwzględnionych w obliczeniach.

3.3.2.2. Analiza za pomocą modeli przestrzennych 3D

W celu sprawdzenia skuteczności proponowanego modelu w symulacjach zachowania mostów murowanych w stanie nośności granicznej przeprowadzono obliczenia dla grupy obiektów laboratoryjnych badanych do zniszczenia opisanych w rozdziale 2.3.2. Do analiz za pomocą omawianego modelu MES-3D wybrano konstrukcje posiadające ściany czołowe, dla których uzasadnione jest stosowanie modeli przestrzennych. Należy do nich 6 obiektów: *BA1*, *BA2*, *BI/3-3*, *Bolton*, *Dundee* i *RH1*. Porównanie przeprowadzono w zakresie analizy wartości nośności granicznej odpowiadającej obciążeniu niszczącemu zmierzonemu podczas badań i maksymalnej wartości obciążenia uzyskanej z obliczeń. Parametry geometryczne i materiałowe konstrukcji przyjęte do obliczeń zgodnie z danymi z rozdziału 2.3.2, zestawiono wraz z dodatkowymi parametrami charakteryzującymi modele MES w tab. 3.19 i tab. 3.20. Stosowane oznaczenia wyjaśniono w rozdziale 1.6.

Tab. 3.19. Parametry geometryczne modeli MES-3D w symulacjach badań laboratoryjnych

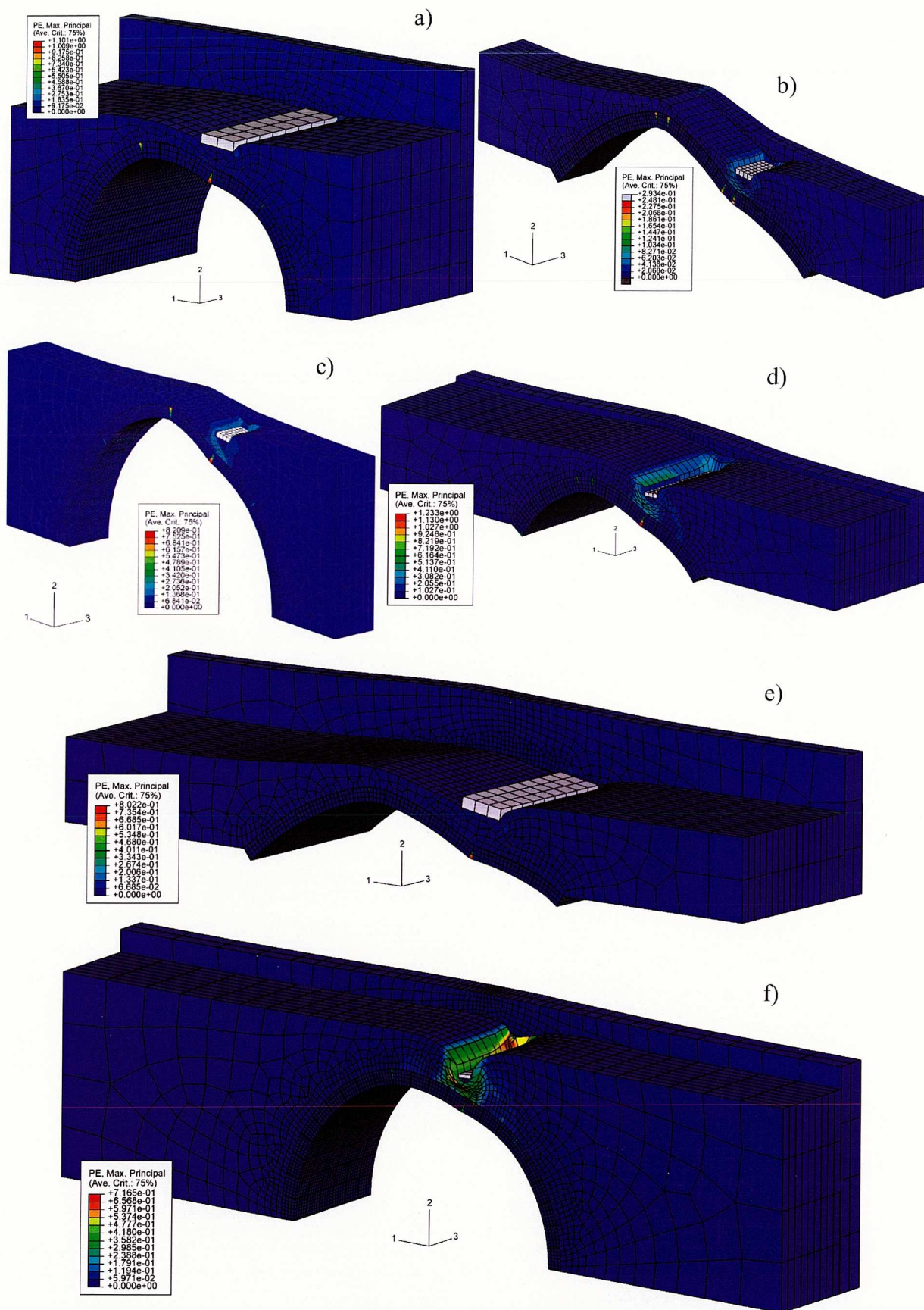
Model	$N^{\rho x}$ [-]	$N^{\rho y}$ [-]	N^x [-]	N^y [-]	n_x [-]	n_y [-]	n_z [-]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
<i>BA1</i>	56	8	28	4	2	2	1	0.130	0.250	0.140
<i>BA2</i>	88	8	22	4	4	2	1	0.238	0.250	0.140
<i>BI/3-3</i>	48	32	24	8	2	4	2	0.153	0.443	0.215
<i>Bolton</i>	88	52	22	13	4	4	2	0.299	0.462	0.220
<i>Dundee</i>	40	30	20	10	2	3	2	0.334	0.600	0.250
<i>RH1</i>	46	15	23	5	2	3	1	0.149	0.338	0.103

Tab. 3.20. Parametry materiałowe modeli MES-3D w symulacjach badań laboratoryjnych

Model	f_{cb} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f_{cM} [MPa]	f_{tm} [kPa]	E_w [GPa]	E_s [MPa]	ϕ [°]	c [kPa]	μ [-]	γ_M [kN/m ³]	γ_s [kN/m ³]
<i>BA1</i>	51	8.3	10.8	100	2.0	120	45	40	0.5	20.0	18.0
<i>BA2</i>	51	8.3	10.8	200	2.0	200	45	40	0.5	20.0	18.0
<i>BI/3-3</i>	22	3.2	5.0	50	2.0	150	45	20	0.4	22.7	22.2
<i>Bolton</i>	32	2.3	5.9	100	2.0	120	45	20	0.4	22.4	21.8
<i>Dundee</i>	5.4	2.0	5.4	50	2.0	80	45	20	0.2	24.5	22.1
<i>RH1</i>	22.4	1.47	4.2	50	0.5	80	40	15	0.3	20.0	14.0

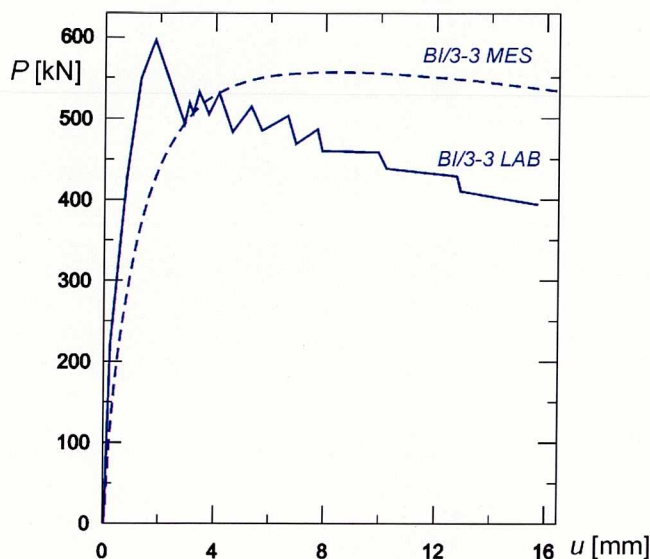
Modele MES-3D zastosowane w symulacjach badań laboratoryjnych pokazano na rys. 3.44 w postaciach zdeformowanych, odpowiadających końcowym fazom analizy – po przekroczeniu obciążenia granicznego. Ze względu na symetrię poprzeczną analizowanych obiektów laboratoryjnych wykorzystana została możliwość uproszczenia modeli MES przez ograniczenie ich do połowy szerokości konstrukcji.

Przy użyciu prezentowanych modeli przeprowadzono analizę deformacji i wyężenia konstrukcji pod obciążeniem ciężarem własnym i obciążeniem zewnętrznym zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 3.2.5. Na zdeformowanych siatkach elementów skończonych (rys. 3.44) pokazano mapy odkształceń plastycznych wskazujących m.in. położenia przegubów plastycznych w sklepieniach. Uzyskane za pomocą modeli MES-3D postaci zniszczenia konstrukcji (lokalizacje przegubów plastycznych) dobrze reprezentują zachowanie modeli laboratoryjnych uzyskane w trakcie badań.

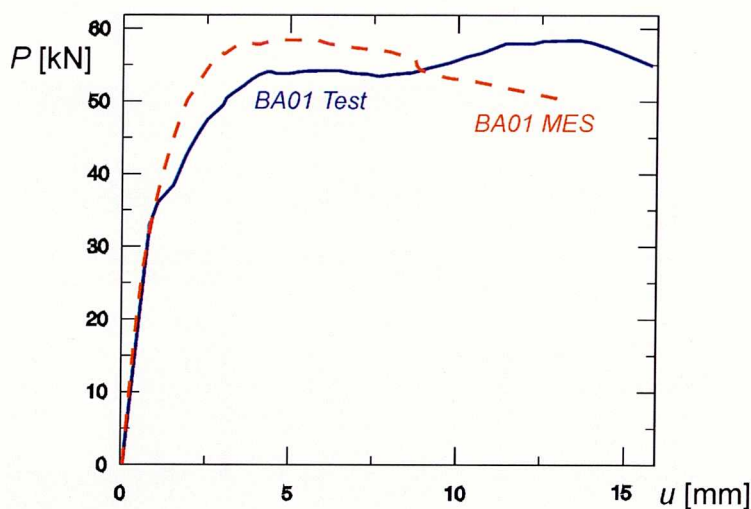


Rys. 3.44. Postacie zniszczenia uzyskane za pomocą modeli MES-3D w symulacjach badań laboratoryjnych:
a) Dundee, b) BA1, c) BA2, d) BI/3-3, e) Bolton i f) RH1

Dla wybranych modeli uzyskane przebiegi analizy w drugim etapie obciążenia (naciskiem umowną osią pojazdu) wraz z wynikami pomierzonymi w trakcie badań laboratoryjnych zaprezentowano na rys. 3.45 i rys. 3.46 w postaci zależności między siłą obciążającą P a radialnym przemieszczeniem u punktu sklepienia usytuowanego pod środkiem płyty obciążającej.



Rys. 3.45. Wykres P - u uzyskany z badań i analiz modelu BI/3-3



Rys. 3.46. Wykresy P - u uzyskane z badań i analiz modeli UPC: a) BA1 i b) BA2

Wyniki analiz testowanych obiektów w postaci obciążeń granicznych przedstawiono w tab. 3.21. Pokazano zarówno bezwzględne maksymalne wartości siły obciążającej, uzyskanej w toku badań (oznaczone P_{ult}^{Test}), oraz za pomocą modelu przestrzennego MES-3D (oznaczone P_{ult}^{MES3D}), jak i rozbieżności między tymi wynikami, oznaczone jako $\rho^{MES3D/Test}$, wyrażone procentowo (zdefiniowane wzorem (3.37)). Razem z wartościami $\rho^{MES3D/Test}$ wyznaczonymi indywidualnie dla każdego obiektu zaprezentowano też średnią odchyłkę

bezwzględna $\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test}$, wyrażoną procentowo, będącą wspólną miarą rozbieżności wyników dla wszystkich obiektów, czyli globalną oceną metody.

Tab. 3.21. Rezultaty analiz MES-3D i badań laboratoryjnych
– wartości obciążeń granicznych, odchyłki wyników oraz średnia odchyłka bezwzględna wyników

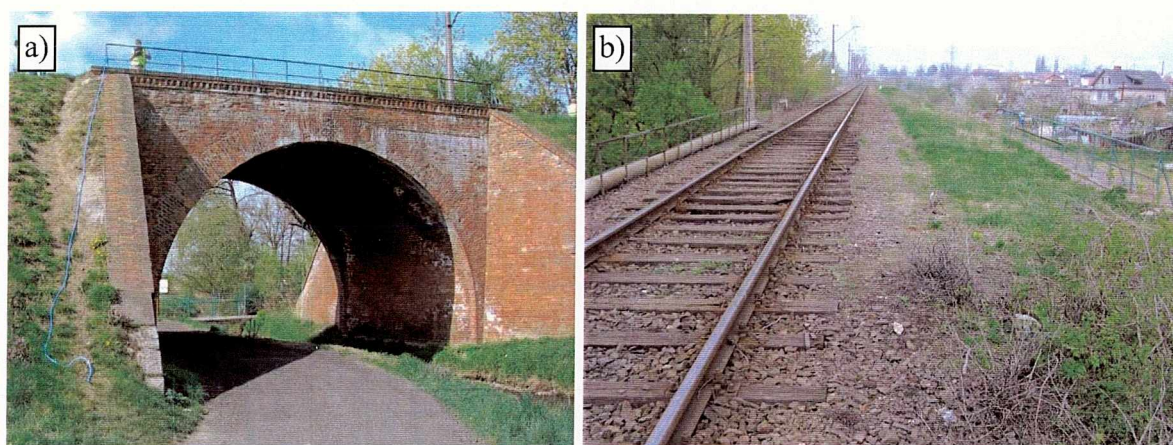
Obiekt	P_{ult}^{Test} [kN]	P_{ult}^{MES3D} [kN]	$\rho^{MES3D/Test}$ [%]
<i>BA1</i>	60	58.8	-2.0
<i>BA2</i>	95	89.2	-6.1
<i>BI/3-3</i>	600	556.6	-7.2
<i>Bolton</i>	1170	1214	3.8
<i>Dundee</i>	1040*	1240	19.2
<i>RH1</i>	90	101	12.2
* w trakcie badań nie osiągnięto pełnego zniszczenia konstrukcji			$\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test} = 8.4\%$

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić zadowalającą zgodność między wynikami badań laboratoryjnych i analiz MES-3D, nie tylko w zakresie kształtu krzywych zależności $P-u$, ale również wartości obciążeń granicznych P_{ult} . Uwzględniając wszystkie obiekty, uzyskano średnią rozbieżność $\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test}$ równą około 8%. Znaczne rozbieżności pojawiły się jedynie w przypadku analiz konstrukcji *Dundee*, co wynika stąd, że w trakcie badań tego obiektu nie osiągnięto pełnego zniszczenia konstrukcji – wskazany poziom obciążeń odpowiadał pojawieniu się zarysowań w czterech przekrojach sklepienia.

3.3.3. Porównanie wyników analiz i badań terenowych

3.3.3.1. Analiza pod obciążeniem użytkowym

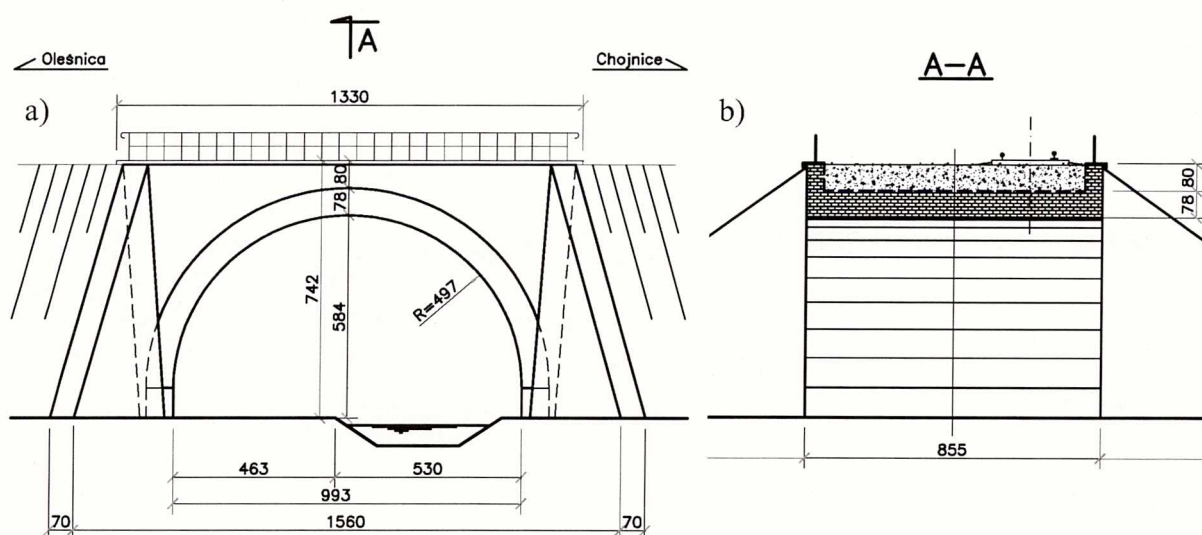
Przykładowe badania terenowe pod obciążeniem użytkowym przeprowadzone zostały pod kierunkiem autora na murowanym kolejowym moście sklepionym w Oleśnicy w 2007 r. ([15], [26], [119]). Obiekt ten wybrano jako reprezentatywny pod względem ukształtowania, stanu technicznego i wieku dla większości mostów kolejowych zarówno w Polsce, jak i w całej środkowej części Europy. Jest to konstrukcja ceglana, jednoprzęsłowa, prostokątna w planie, o półkolistym sklepieniu (rys. 3.47). Most ten został zaprojektowany jako dwutorowy, choć obecnie jest tylko jeden tor zlokalizowany mimośrodowo względem osi konstrukcji. Podstawowe wymiary geometryczne przedstawiono w tab. 3.22 i na rys. 3.48.



Rys. 3.47. Badany most w Oleśnicy: a) widok z boku, b) widok z góry

Tab. 3.22. Parametry geometryczne mostu w Oleśnicy zastosowane w analizach

Obiekt	L_0 [m]	f [m]	f/L_0 [-]	D [m]	B [m]	h [m]	b [m]	w [m]	x_p [m]	P_{serv} [kN]
Oleśnica	9.94	4.97	0.50	0.78	8.55	0.80	0.40	0.50	2.49	600



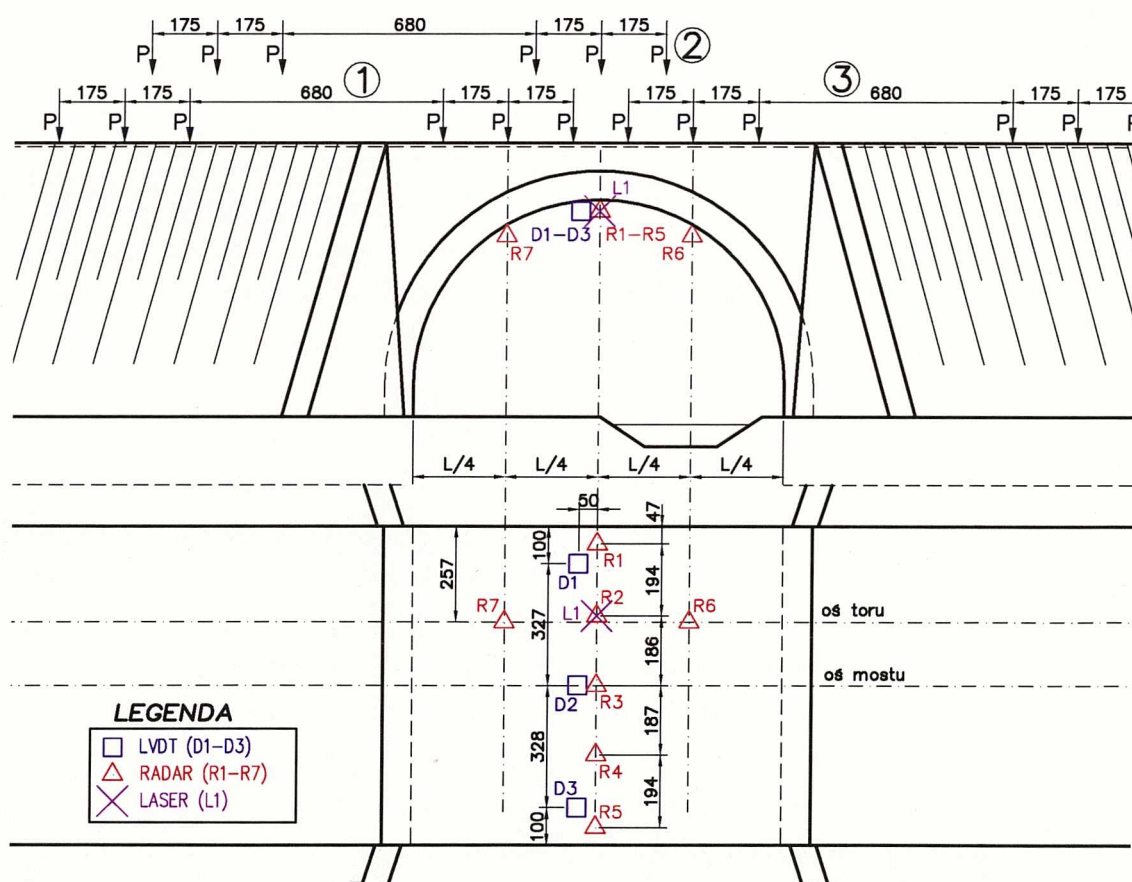
Rys. 3.48. Geometria mostu w Oleśnicy: a) widok z boku, b) przekrój poprzeczny

Prezentowany obiekt był przedmiotem intensywnych badań prowadzonych z udziałem autora w ramach projektu UE *Sustainable Bridges*, które obejmowały: analizy nieznanych i niedokumentowanych wcześniej parametrów geometrii i materiału konstrukcji z zastosowaniem różnorodnych technik nieniszczących ([7], [20]), obciążenia próbne konstrukcji oraz rozległe analizy numeryczne [119]. W ramach obciążeń próbnych przeprowadzono pomiary deformacji konstrukcji w wybranych punktach pod obciążeniem lokomotywą typu ET-22 (rys. 3.49) będącą obecnie największą wśród jednoczołowych lokomotyw typu CoCo (z dwoma wózkami trójosiowymi) eksploatowanych przez PKP.

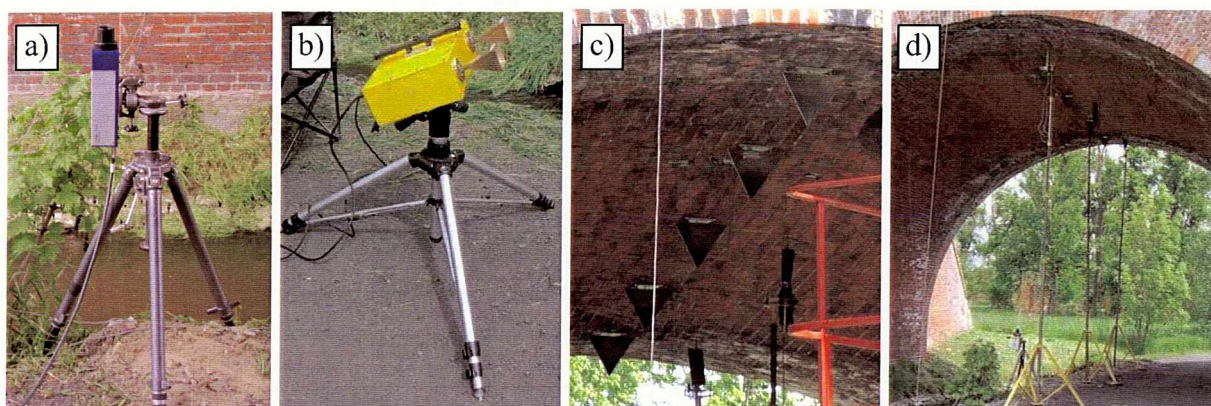


Rys. 3.49. Obciążenie mostu w Oleśnicy lokomotywą ET-22: a) schemat nr 1, b) schemat nr 2 (wg rys. 3.50)

Ustawienia lokomotywy dobrano w ten sposób, aby oś jednego z wózków znajdowała się kolejno nad $1/4$, $1/2$ i $3/4$ rozpiętości przęsła L_0 (uzyskując odpowiednio schematy nr: 1, 2 i 3). Punkty pomiaru przemieszczeń zlokalizowano na podniebieniu sklepienia wzdłuż dwóch osi pomiarowych: podłużnej pokrywającej się w planie z osią toru i poprzecznej – w środku rozpiętości przęsła. Schematy ustawienia lokomotywy oraz lokalizację punktów pomiarowych przedstawiono na rys. 3.50.



Rys. 3.50. Schematy ustawienia lokomotywy i lokalizacja punktów pomiarowych



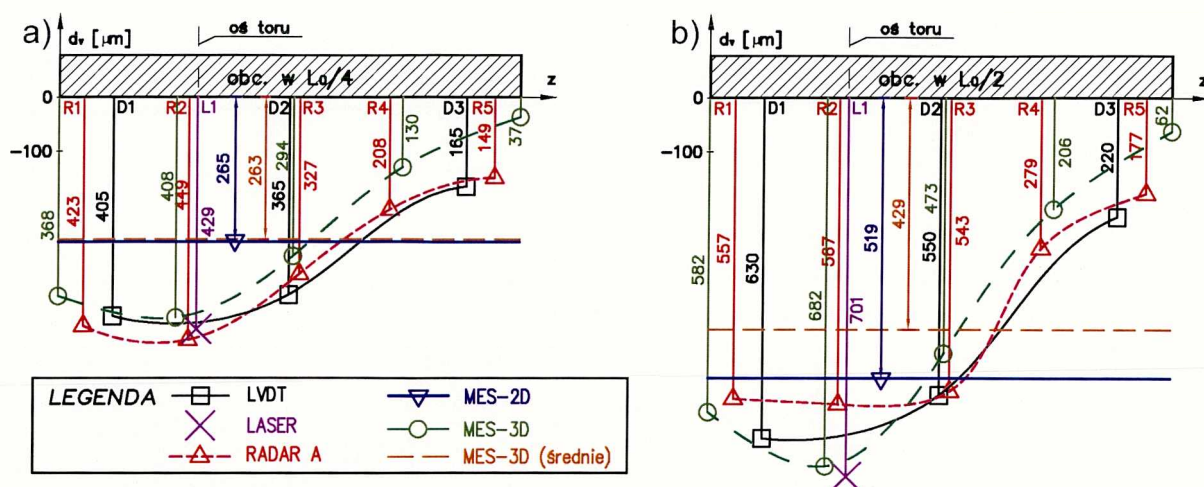
Rys. 3.51. Aparatura zastosowana do pomiaru przemieszczeń na moście w Oleśnicy:
a) miernik laserowy, b) nadajnik/odbiornik, c) zwierciadła systemu radarowego, d) czujniki indukcyjne

Zastosowano trzy niezależne systemy pomiarowe wykorzystujące laser, radar (*IBIS-S*) [112] oraz czujniki indukcyjne (LVDT) pokazane na rys. 3.51. W trakcie obciążania konstrukcji zmierzono przemieszczenia wybranych punktów sklepienia (zgodnie z rys. 3.50). Wielkości w $1/4$ rozpiętości wyznaczono jako średnią z odpowiednich przemieszczeń przy ustawieniach lokomotywy w schematach nr 1 i 3. Ze względu na specyficzne wymagania technologiczne pomiary systemem radarowym prowadzono przy dwóch ustawieniach nadajnika/odbiornika: z boku konstrukcji (pozycja *A*) – dla punktów R1-R5 i spod sklepienia (pozycja *B*) – dla punktów R2, R6 i R7. W punktach pomiarowych systemu radarowego umieszczono trójsieczne zwierciadła metalowe (rys. 3.51c).

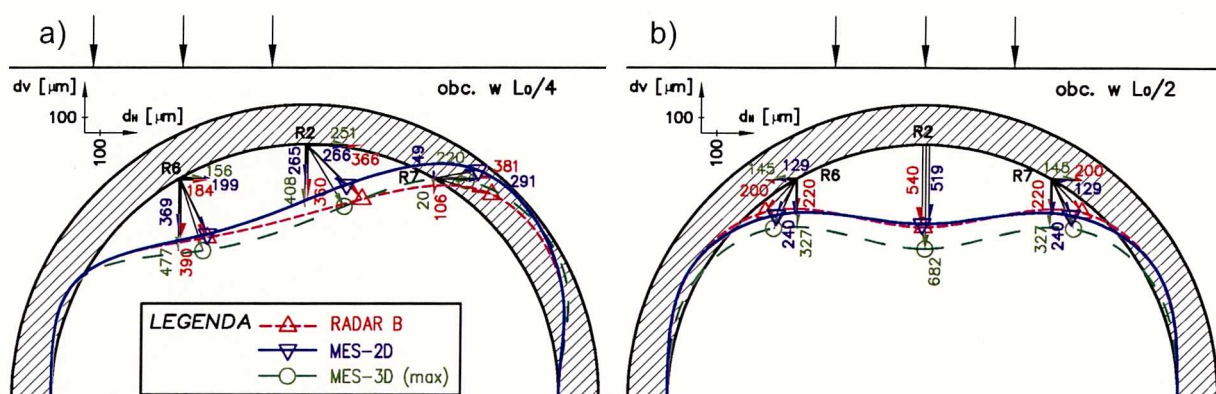
Tab. 3.23. Przemieszczenia punktów sklepienia zmierzone za pomocą różnych metod

	Metoda pomiaru	LVDT			IBIS-S								LASER
					Pozycja radaru								
					A	A	B	A	A	A	B	B	
	punkt	D1	D2	D3	R1	R2	R2	R3	R4	R5	R6	R7	L1
Wielkość	Ustawienie lokomotywy												
d_R	$1/2L_0$	-0.630	-0.550	-0.220	-0.424	-0.382	-0.430	-0.328	-0.156	-0.091	-0.281	0.036	-0.701
	$1/4L_0$	-0.420	-0.390	-0.180	-0.287	-0.255	-0.066	-0.202	-0.123	-0.082	-0.287	0.250	-0.367
	$3/4L_0$	-0.390	-0.340	-0.150	-0.358	-0.349	-0.508	-0.193	-0.109	-0.071	-0.247	-0.375	-0.490
d_H	$1/2L_0$	-	-	-	-	-	0.000	-	-	-	-0.200	0.200	-
d_V		-0.630	-0.550	-0.220	-0.557	-0.567	-0.540	-0.543	-0.279	-0.177	-0.220	-0.220	-0.701
d_H	$1/4L_0$	-	-	-	-	-	0.366	-	-	-	0.184	0.381	-
d_V		-0.405	-0.365	-0.165	-0.423	-0.449	-0.360	-0.327	-0.208	-0.149	-0.390	-0.106	-0.429

Uzyskano zadowalającą zgodność wyników pomiaru przemieszczeń – względna średnia różnica między poszczególnymi metodami nie przekroczyła 10%. Ponadto wysoka wiarygodność dokładności pomiaru w sensie wartości bezwzględnych została potwierdzona przez zastosowanie niezależnych systemów pomiarowych opartych na odmiennych technologiach.



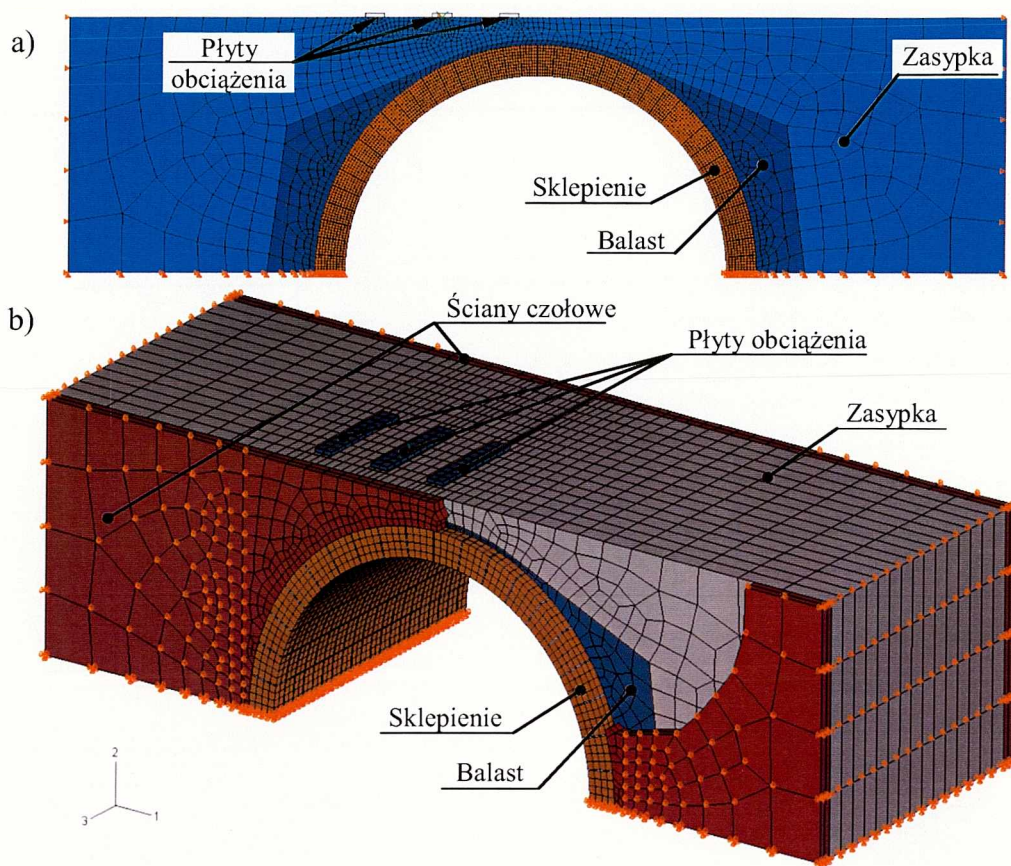
Rys. 3.52. Zmierzone i obliczone pionowe przemieszczenia punktów przekroju poprzecznego sklepienia w kluczu pod obciążeniem zlokalizowanym w: a) $L_0/4$, b) $L_0/2$



Rys. 3.53. Zmierzone i obliczone pionowe i poziome przemieszczenia punktów dolnej powierzchni sklepienia pod osią toru przy obciążeniu zlokalizowanym w: a) $L_0/4$, b) $L_0/2$

Otrzymane wartości przemieszczeń wykorzystano do weryfikacji modeli obliczeniowych analizowanej konstrukcji: MES-2D i MES-3D. Oba modele MES stworzone zgodnie z założeniami podanymi w rozdziale 3.2 pokazano na rys. 3.54. Dodatkowy element stanowi tu balast nad sklepieniem o właściwościach zbliżonych do materiału sklepienia. W obu modelach warunki brzegowe na bocznych krawędziach/powierzchniach modelu (prostopadłych do osi konstrukcji) zdefiniowano za pomocą poziomych więzi prostopadłych do tych krawędzi/powierzchni.

W związku z brakiem szczegółowych danych ewidencyjnych obiektu informacje o materiale i geometrii mostu uzyskano dzięki obszernemu programowi badań (prowadzonych w ramach projektu *Sustainable Bridges*) obejmującemu różnorodne techniki zestawione wraz z mierzonymi parametrami w tab. 3.24. Wartości parametrów materiałowych i geometrycznych przyjęte w analizach MES przedstawiono odpowiednio w tab. 3.25 i na rys. 3.55.



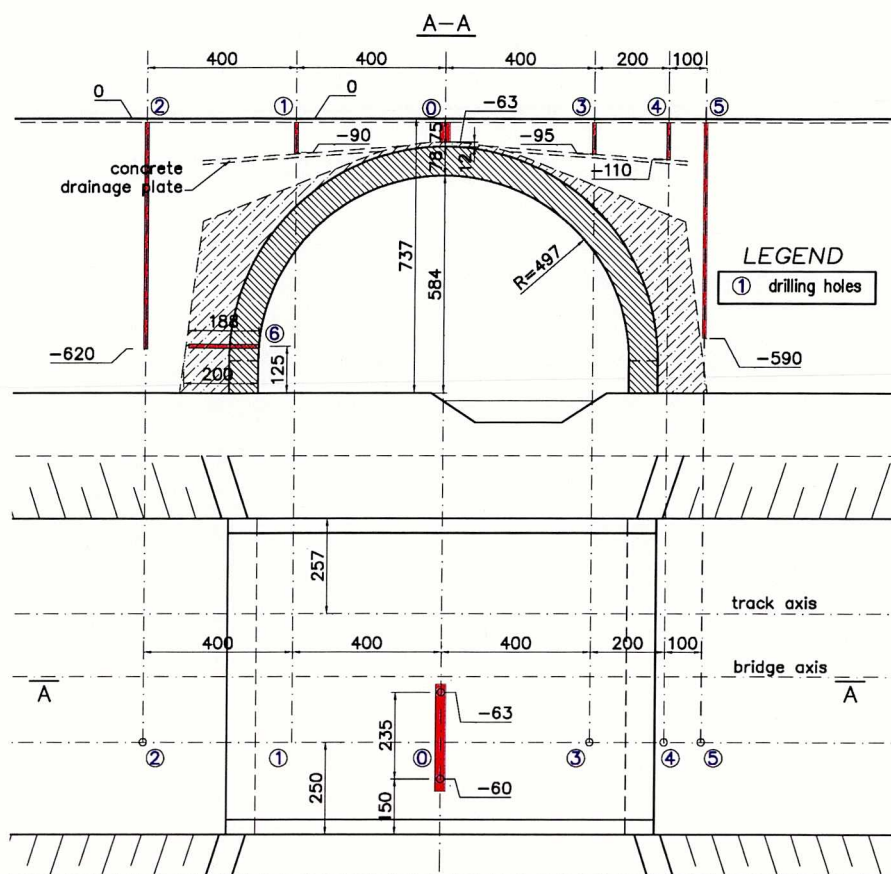
Rys. 3.54. Modele numeryczne zastosowane w analizach mostu w Oleśnicy:
a) MES-2D, b) MES-3D (na rysunku pokazany bez części ściany czołowej)

Tab. 3.24. Rodzaje badań materiałów konstrukcyjnych i geometrii
mostu w Oleśnicy wraz z rodzajami mierzonych parametrów

Lp.	Rodzaj badania	Mierzone parametry
1	badania laboratoryjne próbek materiału murowego sklepienia	f_c , E_M , γ_M , skład chemiczny, wilgotność naturalna
2	badania laboratoryjne próbek zasyпки gruntowej	c , ϕ , E_s , γ_s , wilgotność naturalna, stan gruntu
3	prezyzyjne pomiary geodezyjne prz użyciu aparatury typu Total Station	widoczna geometria konstrukcji
4	odwierty i odkrywki kontrolne w przyczółkach i w zasyпce (rys. 3.55)	niewidoczna geometria konstrukcji, grubości elementów murowych
5	endoskopia	jakość i jednorodność stanu materiału murowego w wewnętrznych obszarach
6	pomiary georadarowe	grubości elementów murowych i jednorodność ich materiału w wewnętrznych obszarach
7	pomiar przewodności elektrycznej	geometria konstrukcji i jednorodność materiału w wewnętrznych obszarach, obecność wilgoci
8	termografia	jednorodność stanu materiału murowego na powierzchni

Tab. 3.25. Parametry materiałowe konstrukcji mostu w Oleśnicy

E_M	E_m	E_s	ν_b	ν_m	ν_s	f_{cM}	f_{cm}	f_{tm}	μ	ϕ	c	ψ	γ_M	γ_s
[GPa]	[GPa]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]	[°]	[kPa]	[°]	[kN/m ³]	[kN/m ³]
5	1	38	0.2	0.16	0.32	3.5	2.0	0.10	0.5	30	15	10	20	18.5



Rys. 3.55. Geometria profilu konstrukcji mostu w Oleśnicy wraz z lokalizacją otworów pomiarowych

Wykorzystując modele MES-2D i MES-3D przeprowadzono analizę statyczną konstrukcji pod obciążeniem użytkowym, koncentrując się na deformacji sklepienia murowanego. Oprócz ciężaru własnego konstrukcji uwzględniono nacisk pojedynczym trójosiowym wózkiem lokomotywy zrealizowany za pomocą obciążenia trzema sztywnymi i sztywno połączonymi ze sobą płytami w rozstawie osiowym 175 cm o wymiarach powierzchni nacisku: 50 × 300 cm (biorąc pod uwagę rozkład obciążenia przez konstrukcję toru). W obliczeniach przyjęto sumaryczną wartość obciążenia trzema osiami – $P_{serv} = 600$ kN odpowiadającą połowie ciężaru całkowitego lokomotywy. Pominęto nacisk drugim wózkiem lokomotywy, zakładając mały jego wpływ na deformację sklepienia (rozstaw osiowy wózków wynosi 10.30 m) – patrz rys. 3.50.

Wartości przemieszczeń wybranych punktów sklepienia obliczone za pomocą obu modeli pokazano wraz z wielkościami zmierzonymi w trakcie badań na rys. 3.52 i rys. 3.53. Występująca rozbieżność między wynikami uzyskanymi w trakcie badań i za pomocą modelu MES-3D nie przekroczyła średnio 15%. Uwzględniając precyzję pomiaru zastosowanej aparatury równą ok. 0.01 mm, wielkość mierzonych przemieszczeń rzędu 0.1 mm oraz ograniczoną dokładność parametrów opisujących materiał konstrukcji w modelu

numerycznym, można stwierdzić zadowalającą zgodność wyników pomiarów i obliczeń. Wartości przemieszczeń uzyskane za pomocą modelu MES-2D porównano w tab. 3.26 z wybranymi wartościami przemieszczeń – maksymalnymi (pod osią toru) i średnimi – otrzymanymi przy użyciu modelu MES-3D. Do porównania wykorzystano odchyłki oznaczone odpowiednio $\rho^{2D/3D(B/4)}$ i $\rho^{2D/3D}$, zdefiniowane wzorem (3.37). Ponadto jako wspólną miarę rozbieżności wartości wszystkich analizowanych wielkości użyto średnich odchyłek bezwzględnych $\bar{\rho}_{ABS}^{2D/3D(B/4)}$ i $\bar{\rho}_{ABS}^{2D/3D}$, określonych wzorem (3.56). Osiągnięto wartości powyższych odchyłek równe odpowiednio: 20% i 17%.

Tab. 3.26. Porównanie przemieszczeń sklepienia mostu w Oleśnicy uzyskanych za pomocą modeli MES-2D i MES-3D

Poło- żenie obcią- żenia	Analizo- wany przekrój	skła- dowa	Przemieszczenie [mm]									
			MES-3D							MES-2D	Porównania	
			Położenie na szerokości sklepienia					średnia	$\rho^{2D/3D(B/4)}$ [%]		$\rho^{2D/3D}$ [%]	
			0	B/4	B/2	3B/4	B					
L/4	L/4	d_V	-0.456	-0.477	-0.360	-0.178	-0.070	-0.308	-0.369	-23	20	
		d_H	0.161	0.156	0.173	0.136	0.185	0.162	0.199	28	23	
	L/2	d_V	-0.368	-0.408	-0.294	-0.130	-0.037	-0.263	-0.265	-35	1	
		d_H	0.300	0.251	0.246	0.183	0.143	0.225	0.266	6	18	
	3L/4	d_V	-0.014	-0.020	-0.030	-0.039	-0.047	-0.030	0.049	-345	-263	
		d_H	0.358	0.220	0.280	0.209	0.156	0.245	0.291	32	19	
L/2	L/4	d_V	-0.317	-0.327	-0.237	-0.104	-0.023	-0.202	-0.240	-27	19	
		d_H	-0.176	-0.145	-0.107	-0.066	-0.029	-0.105	-0.129	-11	23	
	L/2	d_V	-0.582	-0.682	-0.473	-0.206	-0.062	-0.429	-0.519	-24	21	
		d_H	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0	
	3L/4	d_V	-0.317	-0.327	-0.237	-0.104	-0.023	-0.202	-0.240	-27	19	
		d_H	0.176	0.145	0.107	0.066	0.029	0.105	0.129	-11	23	
* pominięto przy liczeniu wartości średnich odchyłek bezwzględnych									$\bar{\rho}_{ABS} =$	20%	17%	

Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono bardzo niski poziom wyężenia konstrukcji przy obciążeniu użytkowym – maksymalne naprężenia główne osiągnęły wartość ok. 1 MPa. Ponadto zaobserwowano liniowo-sprężystą reakcję konstrukcji w części murowanej; nieliniowe zachowanie materiału wystąpiło jedynie w zasypce gruntowej bezpośrednio pod obciążeniem zewnętrznym.

3.3.3.2. Analiza pod obciążeniem niszczącym

Trójwymiarowe modele numeryczne MES-3D wykorzystano również w symulacjach terenowych badań niszczących pięciu pełnowymiarowych obiektów drogowych opisanych w rozdziale 2.3.3, tj. mostów: *Bridgemill*, *Prestwood*, *Shinafoot*, *Strathmashie* i *Torksey*. Do

analizy nośności granicznej tych konstrukcji zastosowano proponowane modele, stworzone przy użyciu techniki mezomodelowania. Modele obliczeniowe MES-3D wykorzystane w tym przypadku zostały opracowane zgodnie z założeniami zawartymi w rozdziale 3.2. Zasadniczą odmienną konstrukcyjną obiektów w terenie w stosunku do modeli laboratoryjnych stanowi nieograniczona przestrzeń gruntowa w obszarach dojazdów do obiektu, którą w modelu obliczeniowym uwzględniono za pomocą poziomych elementów nieskończonych. Na podstawie wyników analizy wrażliwości przeprowadzonej w rozdziale 3.2.6 przyjęto też wariant z nieprzesuwnymi węzłami modelu zasypki na całej powierzchni spodniej.

Porównanie wyników badań i obliczeń przeprowadzono w zakresie analizy wartości nośności granicznej odpowiadającej obciążeniu niszczącemu oraz postaci zniszczenia sklepienia. Parametry geometryczne i materiałowe konstrukcji, przyjęte do obliczeń zgodnie z danymi z rozdziału 2.3.3, zestawiono wraz z dodatkowymi parametrami charakteryzującymi modele MES w tab. 3.27 i tab. 3.28.

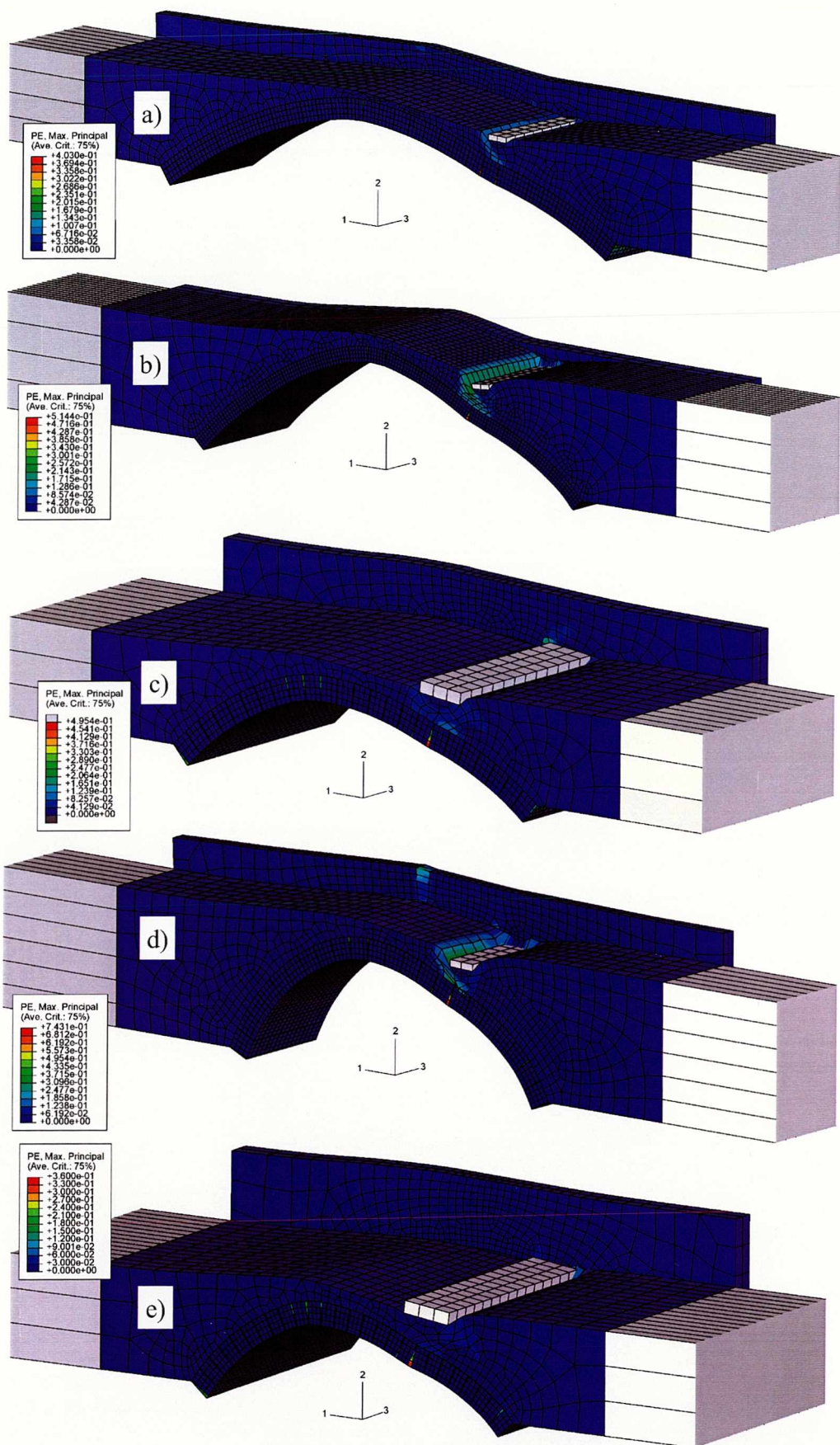
Tab. 3.27. Parametry geometryczne modeli MES-3D w symulacjach badań terenowych

Model	$N^{\theta x}$ [-]	$N^{\theta y}$ [-]	N^x [-]	N^y [-]	n_x [-]	n_y [-]	n_z [-]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
<i>Bridgemill</i>	62	32	31	12	2	2	1	0.642	0.692	0.711
<i>Prestwood</i>	96	30	24	10	4	3	2	0.314	0.380	0.220
<i>Shinafoot</i>	48*	40*	24	10	2	4	2	0.293	0.703	0.390
<i>Strathmashie</i>	88*	32*	22	8	4	4	2	0.566	0.726	0.600
<i>Torksey</i>	78	60	26	10	3	6	3	0.227	0.780	0.343
* wartości przyjęte przez autora jako przybliżone, ze względu na nieregularność ciosów										

Tab. 3.28. Parametry materiałowe modeli MES-3D w symulacjach badań terenowych

Model	f_{cb} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f_{cM} [MPa]	f_{tm} [kPa]	E_w [GPa]	E_s [MPa]	ϕ [°]	c [kPa]	μ [-]	γ_M [kg/m ³]	γ_s [kg/m ³]
<i>Bridgemill</i>	43.8	2.0	6.9	50	1.0	80	40	15	0.4	21.0	18.9
<i>Prestwood</i>	7.7	2.0	3.4	100	1.0	100	37	15	0.3	20.4	18.3
<i>Shinafoot</i>	20.0	2.0	4.2	100	1.0	170	45	30	0.5	22.0	18.0
<i>Strathmashie</i>	53.6	1.0	6.7	50	0.5	60	50	15	0.3	26.4	18.0
<i>Torksey</i>	10.0	1.0	2.2	50	0.5	50	35	15	0.3	22.0	18.0

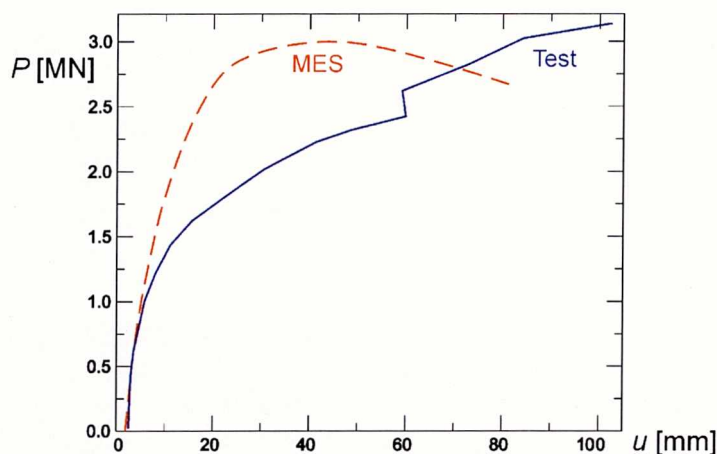
Modele MES-3D zastosowane w symulacjach badań laboratoryjnych pokazano na rys. 3.56 w postaciach zdeformowanych, odpowiadających końcowym fazom analizy – po przekroczeniu obciążenia granicznego. Ze względu na symetrię poprzeczną analizowanych obiektów laboratoryjnych wykorzystana została możliwość uproszczenia modeli MES przez ograniczenie ich do połowy szerokości konstrukcji.



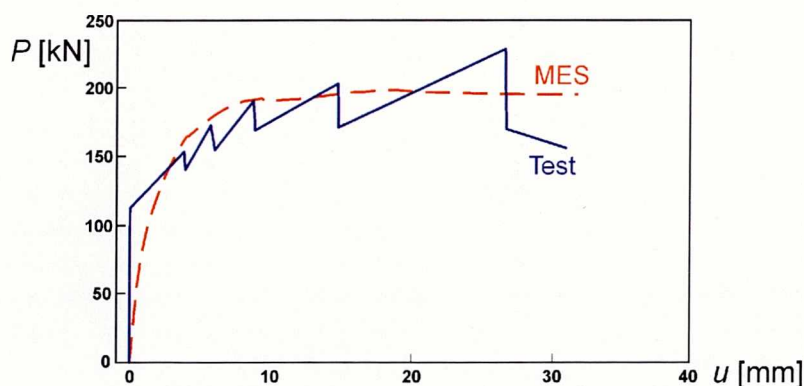
Rys. 3.56. Postacie zniszczenia uzyskane za pomocą modeli MES-3D w symulacjach badań terenowych mostów: a) *Bridgemill*, b) *Prestwood*, c) *Shinafoot*, d) *Strathmashie*, e) *Torksey*

Przy użyciu prezentowanych modeli przeprowadzono analizę deformacji i wyężenia konstrukcji pod obciążeniem ciężarem własnym i obciążeniem zewnętrznym zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 3.2.5. Na zdeformowanych siatkach elementów skończonych (rys. 3.56) pokazano mapy odkształceń plastycznych wskazujących m.in. położenia przegubów plastycznych w sklepieniach. Uzyskane za pomocą modeli MES-3D postacie zniszczenia mostów (lokalizacje przegubów plastycznych) dobrze odtwarzają zachowanie konstrukcji rzeczywistych zidentyfikowane w trakcie badań.

Dla wybranych modeli uzyskane przebiegi analiz w drugim etapie obciążenia (naciskiem umowną osią pojazdu) wraz z wynikami pomierzonymi w trakcie badań laboratoryjnych zaprezentowano na rys. 3.57 i rys. 3.58 w postaci zależności między siłą obciążającą P a radialnym przemieszczeniem u punktu sklepienia usytuowanego pod środkiem płyty obciążającej.



Rys. 3.57. Wykres P - u uzyskany z badań i analiz mostu *Bridgemill*



Rys. 3.58. Wykresy P - u uzyskane z badań i analiz mostu *Prestwood*

Wyniki analiz testowanych obiektów w postaci obciążeń granicznych przedstawiono w tab. 3.29. Pokazano zarówno bezwzględne maksymalne wartości siły obciążającej uzyskanej w toku badań (oznaczone P_{ult}^{Test}) oraz za pomocą modelu przestrzennego MES-3D

(oznaczone P_{ult}^{MES3D}), jak i rozbieżności między tymi wynikami, oznaczone jako $\rho^{MES3D/Test}$, wyrażone procentowo i zdefiniowane wzorem (3.37). Wraz z wartościami $\rho^{MES3D/Test}$ wyznaczonymi indywidualnie dla każdego obiektu zaprezentowano też średnią odchyłkę bezwzględną $\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test}$, wyrażoną procentowo, będącą wspólną miarą rozbieżności wyników dla wszystkich obiektów, czyli globalną oceną metody.

Tab. 3.29. Rezultaty analiz MES-3D i badań terenowych
– wartości obciążeń granicznych, odchyłki wyników oraz średnia odchyłka bezwzględna wyników

Obiekt	P_{ult}^{Test} [kN]	P_{ult}^{MES3D} [kN]	$\rho^{MES3D/Test}$ [%]
<i>Bridgemill</i>	3100	2998.6	-3.3
<i>Prestwood</i>	228	213.8	-6.2
<i>Shinafoot</i>	2524	2403.4	-4.8
<i>Strathmashie</i>	1325*	1782.2	34.5
<i>Torksey</i>	1080**	1419.6	31.4
* poziom nośności granicznej wyznaczyło zawałenie się jednej ze ścian czołowych ** dysponowano mocno przybliżonymi wartościami parametrów materiałowych konstrukcji			$\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test} = 16\%$

Na podstawie otrzymanych rezultatów można stwierdzić dobrą zgodność między wynikami badań terenowych i analiz MES-3D, nie tylko w zakresie kształtu krzywych zależności $P-u$, ale również wartości obciążeń granicznych P_{ult} . Uwzględniając wszystkie analizowane obiekty terenowe, osiągnięto dla wartości nośności granicznej P_{ult} średnią odchyłkę bezwzględną $\bar{\rho}_{ABS}^{MES3D/Test} = 16\%$ (patrz – tab. 3.29).

3.3.4. Porównanie wyników analiz za pomocą modeli 2D i 3D

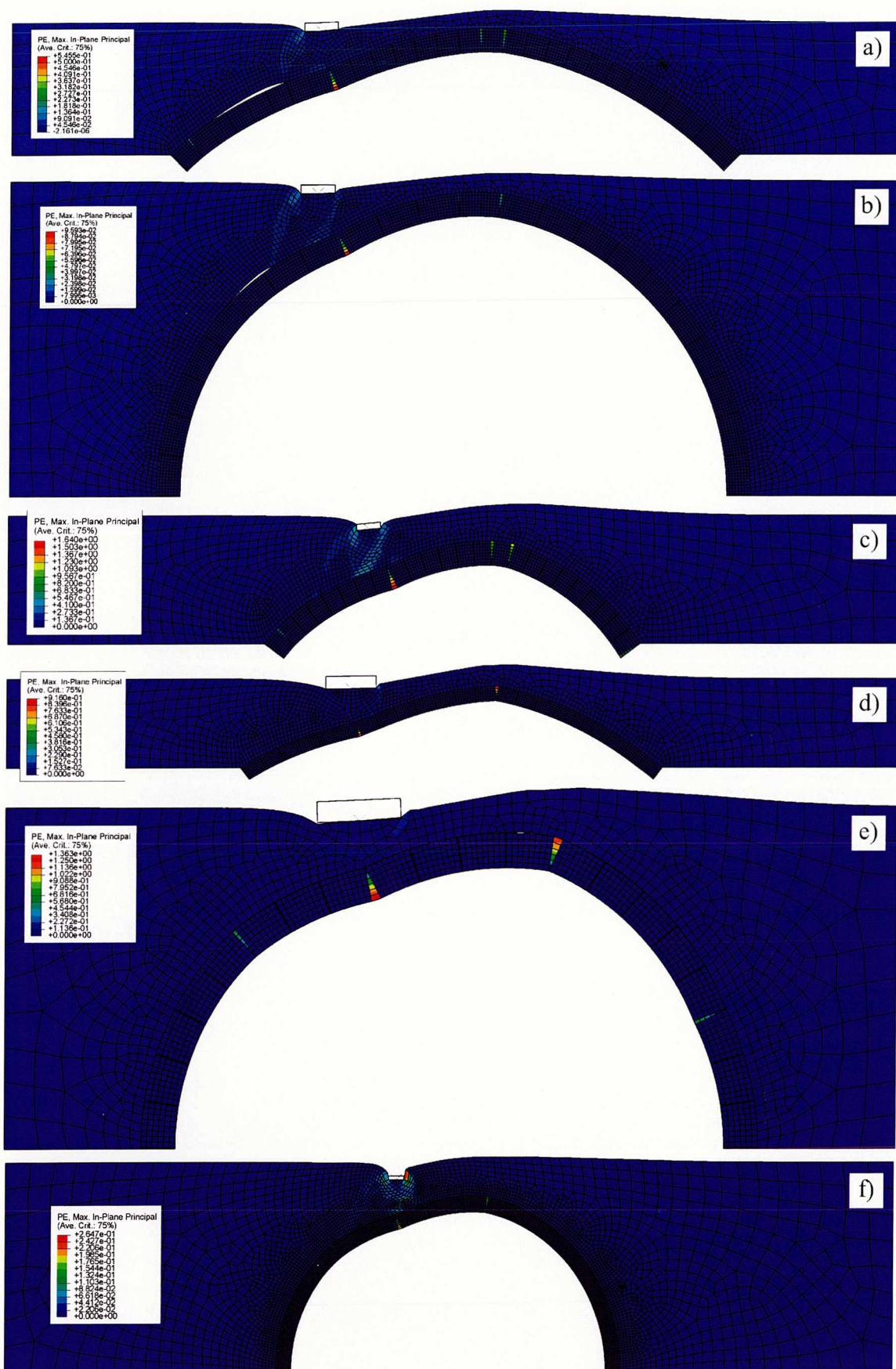
Zastosowanie płaskich modeli MES-2D do symulacji testów prowadzonych na uproszczonych modelach mostów, przedstawionych w rozdziale 3.3.2.1, wydaje się dopuszczalne i daje reprezentatywne wyniki ze względu na brak w tych obiektach ścian czołowych współpracujących ze sklepieniem. Niemniej jednak podjęto też próbę wykorzystania płaskich modeli numerycznych do odtworzenia zachowania laboratoryjnych i terenowych (opisanych odpowiednio w rozdziałach 3.3.2.2 i 3.3.3.2) badań doświadczalnych kompletnych konstrukcji wyposażonych w ściany czołowe. Parametry materiałowe i geometryczne przyjęto zgodnie z danymi charakteryzującymi obiekty przestrzenne (patrz – tab. 3.19, tab. 3.20, tab. 3.27 i tab. 3.28). Prezentowane analizy prowadzono jednak przy użyciu modeli jednostkowej szerokości $B = 1.0$ i bez uwzględniania wpływu ścian czołowych. Wszystkie modele zdefiniowano jako zagadnienia płaskiego stanu odkształcenia (PE) oraz zgodnie z innymi założeniami zawartymi w rozdziale 3.3.2.1. W modelach konstrukcji terenowych

uwzględniono dodatkowo elementy nieskończone reprezentujące grunt poza konstrukcją. Otrzymane wyniki liczbowe pokazano w tab. 3.30 w postaci całkowitych wartości obciążenia granicznego P_{ult} oraz wartości przypadających na 1 m szerokości konstrukcji P_{ult}^1 . Ponadto podano rozbieżności między poszczególnymi wynikami, oznaczone jako: $\rho^{3D/Test}$ (dla analiz MES-3D i badań), $\rho^{2D/Test}$ (dla analiz MES-2D i badań) oraz $\rho^{2D/3D}$ (dla analiz MES-2D i MES-3D), wyrażone procentowo i zdefiniowane wzorem (3.37). Zaprezentowano też średnie odchyłki bezwzględne $\bar{\rho}_{ABS}^{x/y}$ określające rozbieżności wyników wspólnie dla wszystkich obiektów.

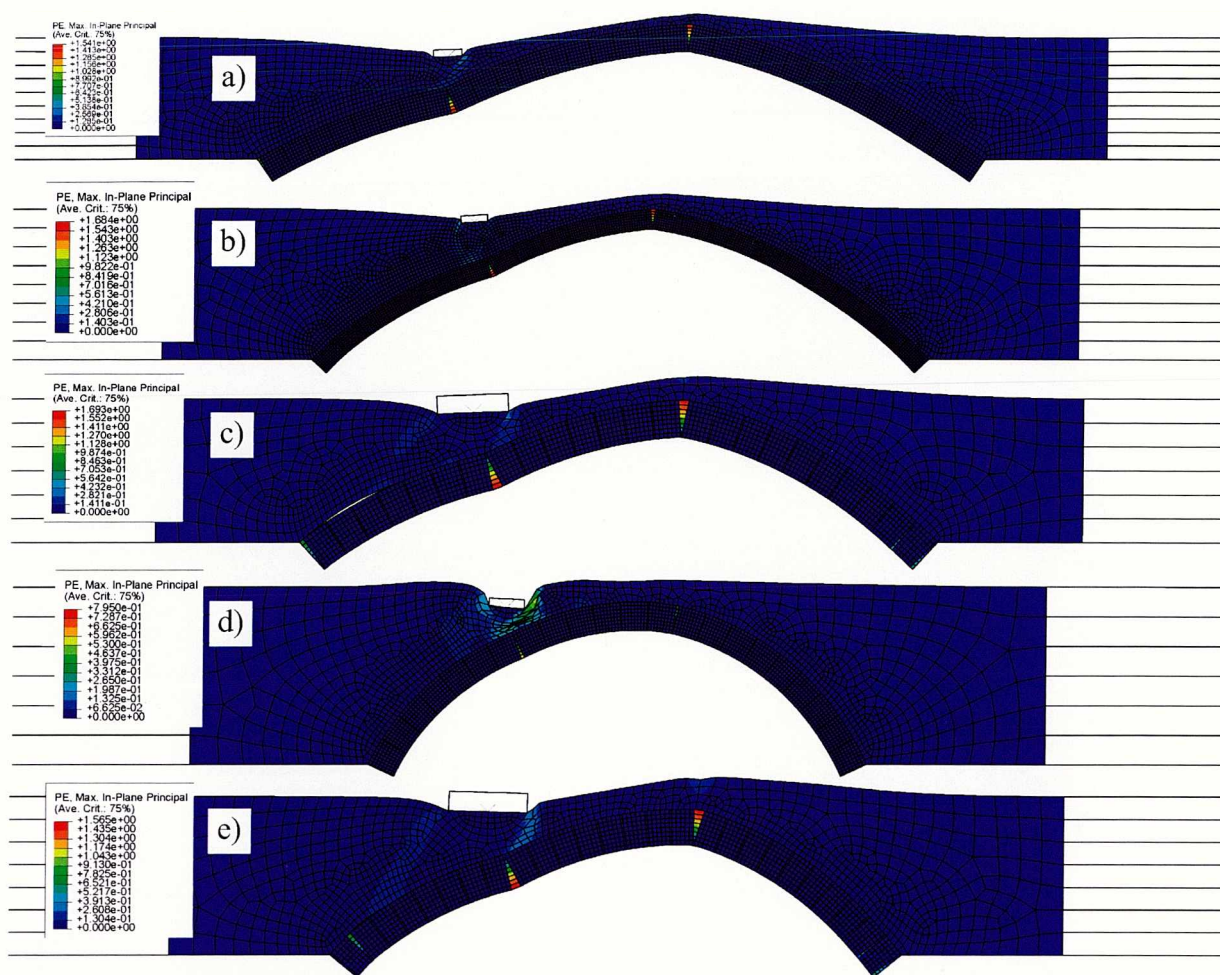
Tab. 3.30. Porównanie rezultatów analiz MES-2D, MES-3D i badań doświadczalnych – wartości obciążeń granicznych, odchyłki wyników oraz średnie odchyłki bezwzględne wyników

Warunki	Obiekt	B [m]	b [m]	b/B [-]	P_{ult}^{Test} [kN]	P_{ult}^{3D} [kN]	$P_{ult}^{1\,Test}$ [kN/m]	$P_{ult}^{1\,3D}$ [kN/m]	P_{ult}^{2D} [kN/m]	$\rho^{3D/Test}$ [%]	$\rho^{2D/Test}$ [%]	$\rho^{2D/3D}$ [%]
Laboratoryjne	BA1	1.0	0.14	0.14	60	58.8	60	59	52.7	-2.0	-12.2	-10.4
	BA2	1.0	0.14	0.14	95	89.2	95	89	69	-6.1	-27.4	-22.6
	BI/3-3	3.54	0.33	0.09	600	556.6	169	157	114.2	-7.2	-32.6	-27.4
	Bolton	6.00	0.44	0.07	1170	1214	195	202	121	3.8	-37.9	-40.2
	Dundee	6.00	0.33	0.06	1040	1240	173	207	166.3	19.2	-4.1	-19.5
	RH1	1.69	0.22	0.13	90	101	53	60	49.4	12.2	-7.2	-17.3
Terenowe	Bridgemill	8.30	0.50	0.06	3100	2998.6	373	361	335.8	-3.3	-10.1	-7.1
	Prestwood	3.80	0.34	0.09	228	213.8	60	56	47.5	-6.2	-20.8	-15.6
	Shinafoot	7.03	0.37	0.05	2524	2403.4	359	342	274	-4.8	-23.7	-19.9
	Strathmashie	5.81	0.40	0.07	1325	1782.2	228	307	283.7	34.5	24.4	-7.5
	Torksey	7.80	0.38	0.05	1080	1419.6	138	182	166.4	31.4	20.2	-8.6
$\bar{\rho}_{ABS}^{x/y} =$										12.9%	20.0%	17.8%

Na podstawie powyższych rezultatów można stwierdzić wyraźną rozbieżność między wynikami analiz MES-2D i badań doświadczalnych mostów ze ścianami czołowymi – średnia odchyłka bezwzględna $\bar{\rho}_{ABS}^{2D/Test}$ wynosi 20%. Co jednak ważniejsze, dla wszystkich obiektów wartości nośności granicznej obliczone przy użyciu modeli MES-2D są, czego można było oczekiwać, niższe od wartości otrzymanych za pomocą modeli MES-3D, a średnia rozbieżność tych wyników wynosi 17.8%. Głównym powodem zaniżania nośności



Rys. 3.59. Postacie zniszczenia uzyskane za pomocą modeli MES-2D w symulacjach badań laboratoryjnych mostów: a) *BA1*, b) *BA2*, c) *BI/3-3*, d) *Bolton*, e) *Dundee* i f) *RHI*



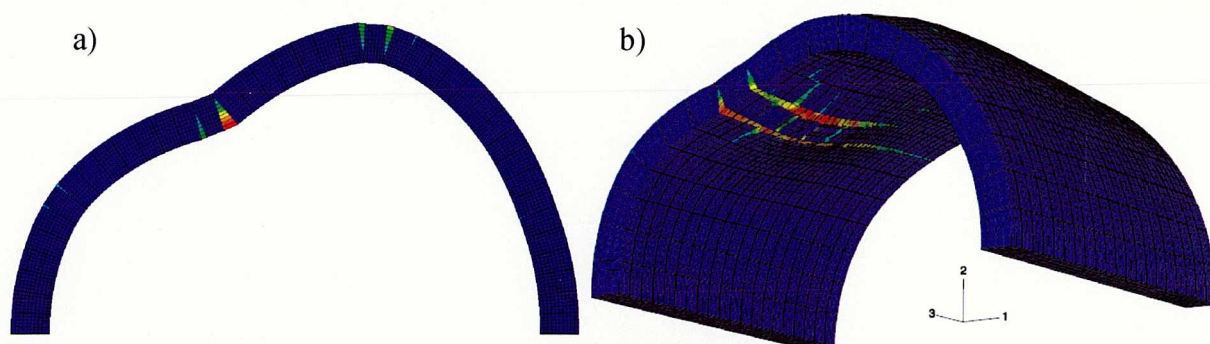
Rys. 3.60. Postacie zniszczenia uzyskane za pomocą modeli MES-2D w symulacjach badań terenowych mostów: a) *Bridgemill*, b) *Prestwood*, c) *Shinafoot*, d) *Strathmashie*, e) *Torksey*

wyznaczanej modelem MES-2D w porównaniu do modelu MES-3D jest pomijanie wpływu ścian czołowych oraz balustrad znacznie usztywniających i wzmacniających sklepienie.

Uzyskane postacie zniszczenia obiektów laboratoryjnych i terenowych przedstawiono odpowiednio na rys. 3.59 i rys. 3.60 w formie map odkształceń plastycznych na zdeformowanych siatkach modeli. Widoczna jest zgodność lokalizacji formujących się przegubów plastycznych w modelach MES-2D i MES-3D – por. z rys. 3.44 i z rys. 3.56.

Oprócz obliczeń reprezentujących rzeczywiste niszczące badania doświadczalne, wykonano też symulację stanu nośności granicznej konstrukcji mostu w Oleśnicy opisanego w poprzednim rozdziale 3.3.3.1. Na jej przykładzie również dokonano porównania pomiędzy wynikami analiz MES-2D i MES-3D. Obliczenia nośności granicznej zrealizowano wykorzystując te same modele numeryczne, które zastosowano w analizie pod obciążeniem użytkowym (patrz – rys. 3.54). Uzyskane postaci zniszczenia sklepienia pokazane na rys. 3.61 wykazują dużą zgodność. Wartości obciążenia granicznego wyznaczone za pomocą obu modeli zestawiono w tab. 3.31. Wyniki otrzymane przy użyciu modelu MES-2D

(reprezentującego płaski stan odkształcenia) podano dla dwóch szerokości B konstrukcji: całkowitej – równej 8.55 m i współpracującej – określonej na podstawie szerokości obciążenia rozłożonego przez warstwę zasypki (w 1/4 rozpiętości przęsła L_0) i połowę grubości sklepienia, równej 5.8 m. Podane wyniki wskazują, że wykorzystując model MES-3D otrzymuje się pośrednią wartość nośności granicznej względem obu modeli MES-2D.



Rys. 3.61. Postaci zniszczenia sklepienia mostu w Oleśnicy uzyskane w toku symulacji za pomocą modeli: a) MES-2D i b) MES-3D

Tab. 3.31. Wartości obciążenia granicznego P_{ult} mostu w Oleśnicy uzyskane za pomocą dla modeli MES-3D oraz MES-2D

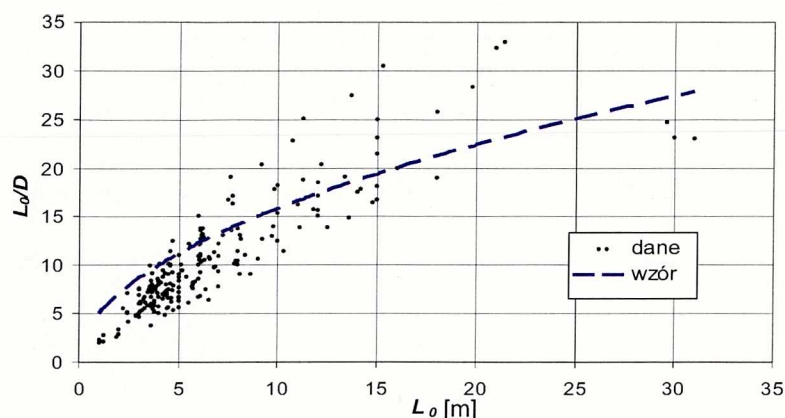
Model	MES-3D	MES-2D	
B [m]	8.55	8.55	5.80
P_{ult} [kN]	7147	8434	5721
$\rho^{x/MES3D}$ [%]	0.0	18.0	-19.9

3.3.5. Analiza wpływu geometrii konstrukcji na nośność graniczną

W ramach porównania zaprezentowanych metod obliczeniowych przeprowadzono analizę parametryczną wpływu geometrii konstrukcji mostów murowanych bez uszkodzeń na ich nośność graniczną. W analizie wykorzystano model MES-2D, metody kinematyczne MK1 i MK2 oraz programy *RING* i *Archie-M*. Parametry materiałowe i geometryczne konstrukcji wzięte pod uwagę w prezentowanej analizie parametrycznej przyjęto na podstawie przeprowadzonych badań studialnych, przedstawionych w rozdziale 1.2, wskazujących najczęściej spotykane rodzaje mostów murowanych. Rozpatrzono konstrukcje rozpiętości przęsła L_0 : 5, 7, 9, 11, 13 i 15 m oraz o stosunkach wyniosłości do rozpiętości sklepienia równych 1/4 i 1/2. Przyjęte grubości sklepienia D wyznaczono w zależności od jego rozpiętości L_0 korzystając ze wzoru, stosowanego przez projektantów mostów murowanych już w XIX i na początku XX w.:

$$D = 0.2 \sqrt{L_0} \quad (3.57)$$

Relację opisaną wzorem (3.57) zaprezentowano na wykresie zależności między stosunkiem L_0/D a L_0 (rys. 3.62) na tle danych charakteryzujących obiekty zbadane przy udziale autora w ramach projektu UIC [171]. Na tej podstawie grubości sklepień określone wzorem (3.57) uznano za reprezentatywne.



Rys. 3.62. Zależność między stosunkiem L_0/D a L_0 według danych zgromadzonych w ramach projektu UIC [171] oraz według wzoru (3.57)

Pozostałe parametry geometryczne i materiałowe przyjęto również jako typowe dla mostów murowanych w Europie Środkowej, uwzględniając dane zebrane w rozdziale 1.2. Przyjęte wartości parametrów charakteryzujących modele obliczeniowe zastosowanych metod zestawiono w tab. 3.32.

Tab. 3.32. Parametry geometryczne i materiałowe zastosowane w analizie parametrycznej

Parametry geometryczne															
L_0	f/L_0	D	B	h	w	x_p	N^x								
[m]	[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]								
5.0÷15.0	1/4; 1/2	$0.2\sqrt{L_0}$	1.0	0.35	0.50	$1/4L_0$	40								
Parametry materiałowe															
E_b	E_m	E_s	ν_b	ν_m	ν_s	f_{cb}	f_{cm}	f_{tm}	μ	ϕ	c	ψ	K	γ_M	γ_s
[GPa]	[GPa]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]	[°]	[kPa]	[°]	[-]	[kN/m³]	[kN/m³]
10	1	100	0.2	0.16	0.3	15.0	6.0	0.10	0.5	45	30	20	1.94	20	18

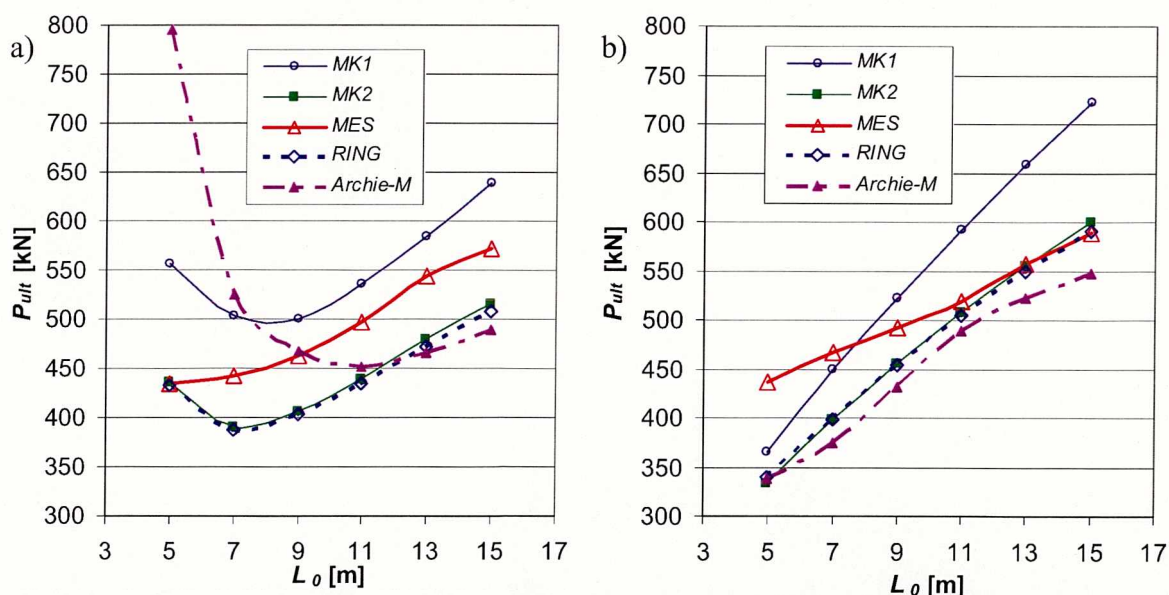
Obliczenia za pomocą wszystkich metod przeprowadzono dla pasma konstrukcji jednostkowej szerokości $B = 1.0$ m. We wszystkich metodach zastosowano prezentowane wcześniej podejście uwzględniające obciążenie ciężarem własnym konstrukcji oraz obciążenie zewnętrzne pod postacią nacisku umowną osią pojazdu zlokalizowaną w 1/4 rozpiętości L_0 . Wartość współczynnika parcia biernego K przyjęto zgodnie ze wzorem

$$K = (1/3)\text{tg}^2(\pi/4 + \phi/2) \quad (3.58)$$

Wyniki analiz przedstawiono w tab. 3.33 w postaci bezwzględnych wartości obciążeń granicznych oraz rozbieżności między tymi wynikami, oznaczonych jako $\rho^{x/MES}$, wyrażonych procentowo i zdefiniowanych wzorem (3.37). Wraz z wartościami $\rho^{x/MES}$ wyznaczonymi indywidualnie dla każdego przypadku zaprezentowano też średnią odchyłkę bezwzględną $\bar{\rho}_{ABS}^{x/MES}$, dla wszystkich obiektów. Wartości bezwzględne obciążeń granicznych pokazano także na rys. 3.63.

Tab. 3.33. Rezultaty analizy parametrycznej różnymi metodami obliczeń
– wartości obciążeń granicznych, odchyłki wyników oraz średnie odchyłki bezwzględne wyników

			MES	MK1		MK2		RING		Archie-M	
L_0	r/L_0	d	P_{ult}	P_{ult}	$\rho^{MK1/MES}$	P_{ult}	$\rho^{MK2/MES}$	P_{ult}	$\rho^{RING/MES}$	P_{ult}	$\rho^{Archie/MES}$
[m]	[-]	[m]	[kN]	[kN]	[%]	[kN]	[%]	[kN]	[%]	[kN]	[%]
5	1/4	0.447	434.6	556.0	27.9	436.5	0.4	433.3	-0.3	795.6	83.1
7		0.529	441.9	502.8	13.8	390.5	-11.6	387.4	-12.3	524.3	18.6
9		0.600	462.0	500.7	8.4	406.6	-12.0	403.0	-12.8	467.2	1.1
11		0.663	497.5	535.4	7.6	439.6	-11.6	434.0	-12.8	452.0	-9.1
13		0.721	544.1	584.0	7.3	479.0	-12.0	472.0	-13.3	465.0	-14.5
15		0.775	572.5	639.7	11.7	516.3	-9.8	508.0	-11.3	489.6	-14.5
5	1/2	0.447	435.8	365.4	-16.1	332.8	-23.6	339.0	-22.2	338.4	-22.3
7		0.529	466.9	448.6	-3.9	399.0	-14.6	399.0	-14.6	374.0	-19.9
9		0.600	491.3	523.0	6.4	456.3	-7.1	454.0	-7.6	432.5	-12.0
11		0.663	519.5	592.6	14.1	508.0	-2.2	504.0	-3.0	489.0	-5.9
13		0.721	556.5	658.8	18.4	555.6	-0.2	549.0	-1.4	522.0	-6.2
15		0.775	589.1	722.2	22.6	599.5	1.8	591.0	0.3	547.0	-7.1
				$\bar{\rho}_{ABS}^{MK1/MES} = 13.2\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{MK2/MES} = 8.9\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{RING/MES} = 9.3\%$		$\bar{\rho}_{ABS}^{Archie/MES} = 17.9\%$	



Rys. 3.63. Nośność graniczna określona różnymi metodami obliczeń w toku analizy parametrycznej dla:
a) $f/L_0 = 1/4$, b) $f/L_0 = 1/2$

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że za pomocą metody kinematycznej MK2 i programu *RING* uzyskuje się bardzo zbliżone wartości nośności granicznej. Metoda kinematyczna MK1 daje wyższe wartości nośności w stosunku do pozostałych metod, co odpowiada przewidywaniom ze względu na założoną nieskończoną wartość wytrzymałości na ściskanie. Program *Archie-M* zapewnia wyniki zbliżone do rezultatów obliczeń programem *RING* za wyjątkiem konstrukcji o rozpiętościach $L_0 < 11$ m i $f/L_0 = 1/4$, dla których wyznaczona nośność graniczna jest wyraźnie wyższa. Wartości nośności granicznej otrzymane przy użyciu modelu MES-2D stanowią pośrednie wyniki w porównaniu z uzyskanymi za pomocą pozostałych metod – wyższe niż rezultaty otrzymane z zastosowaniem metody MK2, *RING* i *Archie-M*, a niższe niż wyniki metody MK1. Uzyskanie za pomocą modelu MES-2D wyższych nośności granicznych w stosunku do innych metod zakładających skończone wytrzymałości materiałów wynika z przyjętych w MES sprężysto-plastycznych (czyli bliższych rzeczywistości) modeli materiału sklepienia i zasyпки uwzględniających m.in. takie parametry, jak dylatację i spójność materiału zasyпки czy tarcie między zasypką a sklepieniem, pomijane w metodach uproszczonych.

3.4. Nośność graniczna a dopuszczalne obciążenie konstrukcji

Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe mostów murowanych prezentowane w niniejszej pracy dotyczą analizy nośności granicznej określonej maksymalną wartością obciążenia o założonym schemacie (nacisk umowną pojedynczą osią pojazdu) możliwe do przeniesienia przez konstrukcję. Takie podejście umożliwia zastosowanie wielu różnych metod obliczeniowych (takich jak np. analizę rozkładu ciśnień czy metodę kinematyczną).

Niemniej jednak równie istotną kwestią związaną z analizą tego typu konstrukcji jest określenie obciążenia dopuszczalnego stanowiącego praktyczną informację z punktu widzenia możliwości eksploatacji obiektu. Obciążenie dopuszczalne jest definiowane jako maksymalne obciążenie o założonym schemacie możliwe do przeniesienia przez konstrukcję w sposób bezpieczny. Rozumie się przez to takie obciążenie, które nie powoduje przekroczenia dopuszczalnych wartości wybranych wielkości fizycznych określających wyężenie konstrukcji, takich jak siły uogólnione, napężenia czy odkształcenia. Wielkością graniczną, brana tutaj pod uwagę, bywa wytrzymałość materiału sklepienia na rozciąganie, która determinuje dopuszczalne zakresy wartości sił uogólnionych i napężeń. Jednak, jak wspomniano w rozdziale 2.2.2, kontrola napężeń rozciągających jest przesadnie ostrożnym podejściem, gdyż wystąpienie tych napężeń, zwłaszcza w pojedynczym przekroju, nie

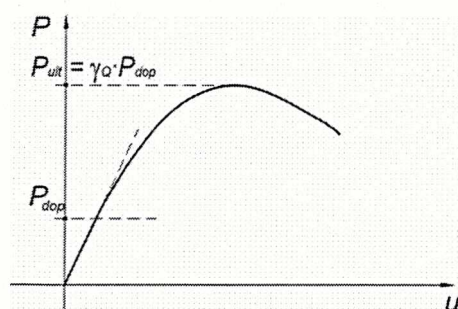
powoduje obniżenia nośności ani zaburzenia stateczności sklepienia. Właściwszym sposobem analizy wydaje się zatem kontrola naprężeń ściskających, których przekroczenie powoduje zniszczenie materiału. Zwykle jednak w sklepieniach mostów murowanych przekroczenie naprężeń ściskających wynika z działania przekrojowej siły osiowej na dużym mimośrodku powodującym zmniejszenie strefy ściskanej przekroju i powstanie przegubu plastycznego. Przekroczenie naprężeń ściskających powodujące zgniot materiału występuje więc tylko w części przekroju, wywołując jednocześnie redystrybucję sił w sklepieniu. Uplastycznienie materiału i wytworzenie się przegubu plastycznego w pojedynczym przekroju nie prowadzi jednak do utraty stateczności sklepienia, która wymaga powstania co najmniej czterech przegubów.

W związku z powyższym można stwierdzić, że zarówno analiza naprężeń rozciągających, jak i ściskających, ograniczona do pojedynczego przekroju, bez rozpatrzenia globalnego wyężenia sklepienia (np. kontroli przebiegu linii ciśnień w całym sklepieniu), nie jest doskonałym podejściem. Analiza prowadzona w ten sposób nie dostarcza informacji na temat poziomu obciążenia, które może doprowadzić do globalnego zniszczenia konstrukcji. Nie są zatem rozróżnione skrajne przypadki, gdy jednocześnie z powstaniem pierwszego przegubu plastycznego pojawiają się trzy dodatkowe przeguby i konstrukcja natychmiast przekształca się w mechanizm oraz gdy po pojawieniu się pierwszego przegubu konieczny jest znaczny przyrost obciążenia, aby wystąpiły kolejne przeguby i konstrukcja uległa zawaleniu.

Odminnym podejściem do określenia obciążenia dopuszczalnego względem oceny naprężeń ekstremalnych jest wykorzystanie analizy stanu nośności granicznej. Wyznaczenie obciążenia dopuszczalnego na podstawie nośności granicznej jest możliwe przez zastosowanie mnożnika obciążenia γ_Q zgodnie ze wzorem

$$\gamma_Q P_{dop} = P_{ult} \rightarrow P_{dop} = P_{ult} / \gamma_Q \quad (3.59)$$

W przypadku murowanych mostów sklepionych przyjmuje się zazwyczaj wartość współczynnika γ_Q równą około 3. Przykładowo zgodnie z wytycznymi brytyjskimi [70] stosowany jest mnożnik $\gamma_Q = 3.4$. Wartość $\gamma_Q = 3$ pokrywa się też z wartością, wymienionego wcześniej, geometrycznego współczynnika bezpieczeństwa oznaczającą zawieranie się linii ciśnień w rdzeniach przekrojów całego sklepienia. W interpretacji graficznej zastosowanie współczynnika γ_Q określa poziom obciążenia $P = P_{dop}$, poniżej którego zależność $P-u$ ma liniowy przebieg zgodnie z rys. 3.64. Z doświadczeń badawczych wynika, że poziom ten stanowi zwykle około 30% obciążenia granicznego P_{ult} .



Rys. 3.64. Wykres relacji P - u dla typowej konstrukcji mostu murowanego

W prezentowanej w niniejszej pracy metodzie oceny nośności granicznej, a zatem także w wyrażonym wzorem (3.59) sposobie określania poziomu obciążenia dopuszczalnego, zakłada się wyidealizowany przypadek precyzyjnej znajomości parametrów materiałowych konstrukcji. Chcąc wykorzystać do wyznaczenia obciążenia dopuszczalnego konstrukcji akceptowaną powszechnie, ale stosowaną głównie w projektowaniu, metodę stanu granicznego nośności (SGN), związanego z koncepcją rozdzielonych współczynników bezpieczeństwa, należy w obliczeniach, prowadzonych w powyższy sposób, uwzględnić zredukowane parametry materiałowe, przypisując je elementom modelu numerycznego.

Stosując analizę nośności granicznej do wyznaczenia dopuszczalnego obciążenia konstrukcji, oprócz zastosowania mnożnika obciążenia, należy też uwzględnić ewentualną rozbieżność między schematem obciążenia przyjętym w modelu obliczeniowym a schematem rzeczywistego obciążenia, którego wartość dopuszczalna jest określana. W przypadku wykorzystania płaskiego modelu obliczeniowego konieczne staje się przeliczenie nośności obliczonej dla pasma konstrukcji jednostkowej szerokości na nośność całej konstrukcji. Należy tu wziąć pod uwagę względną szerokość obciążenia odniesioną do szerokości całej konstrukcji (patrz rozdział 3.2.7) oraz wpływ ścian czołowych usztywniających konstrukcję. Ponadto istotnym zagadnieniem wpływającym na wartość obciążenia dopuszczalnego jest liczba osi rzeczywistego obciążenia. W prezentowanych analizach przyjętym schematem obciążenia jest nacisk pojedynczą osią uznawany za najbardziej niekorzystny przypadek, zatem gdy obciążenie jest rozłożone na kilka osi, co jest często spotykane zwłaszcza dla taboru kolejowego, sumaryczna wartość obciążenia dopuszczalnego jest znacznie wyższa.

Warto jeszcze zwrócić uwagę, że prowadzone analizy dotyczą oceny nośności przęseł mostów murowanych z pominięciem konstrukcji ich podpór i posadowienia. Dlatego przy wyznaczaniu rzeczywistego obciążenia dopuszczalnego całego obiektu należy uwzględnić możliwość przeniesienia wyznaczonego obciążenia również przez elementy podpór. Z reguły jednak podpory mostów murowanych są bardzo masywne i nie stanowią krytycznego

elementu całej konstrukcji, a decydujące znaczenie dla nośności obiektu ma nośność jego przęseł.

3.5. Wnioski

W rozdziale 3 przedstawiono dwa odmienne podejścia do analizy nośności granicznej przęseł mostów murowanych wykorzystujące: metodę kinematyczną i Metodę Elementów Skończonych z zastosowaniem zaproponowanej techniki mezomodelowania. Obie metody okazały się skuteczne w realizacji tego zadania, zapewniając akceptowalną zgodność z wynikami badań doświadczalnych i obliczeniami za pomocą innych uproszczonych metod.

Weryfikację metod obliczeń przeprowadzono uwzględniając rezultaty badań nieniszczących i niszczących obiektów laboratoryjnych i terenowych. Śledząc zależności między obciążeniem a przemieszczeniem konstrukcji, skontrolowano funkcjonowanie użytych modeli obliczeniowych zarówno w zakresie sprężystym, jak i niesprężystym, aż do osiągnięcia poziomu obciążenia granicznego. Uzyskano zadowalającą zgodność wyników obliczeń z rezultatami badań doświadczalnych – rozbieżność między wartościami nośności granicznej nie przekroczyła średnio kilkunastu procent.

Wyniki obliczeń potwierdziły stwierdzaną w toku badań doświadczalnych dużą sztywność konstrukcji mostów murowanych zachowywaną aż do momentu zniszczenia konstrukcji. Dowodem tego są względnie małe deformacje sklepienia nie tylko pod obciążeniem użytkowym, nieprzekraczające w rozpatrywanym przypadku (mostu w Oleśnicy) 1 mm, ale również pod obciążeniem niszczącym, które osiągają od kilkunastu do kilkudziesięciu milimetrów. Podobnego rzędu wartości przemieszczeń sklepien mostów murowanych pod obciążeniem użytkowym podają autorzy innych badań, np. w pracach [39], [76]. Ponadto zauważalna jest duża „wydajność” układu konstrukcyjnego, jakim jest most murowany, w przenoszeniu obciążeń – względnie mała objętość elementów konstrukcyjnych umożliwia przeniesienie znacznych sił skupionych przekraczających w analizowanych przypadkach nawet 3000 kN.

Wykorzystując obie zaproponowane w pracy metody przeprowadzono szereg analiz wrażliwości stosowanych modeli obliczeniowych na modyfikację wybranych parametrów. Dzięki temu ustalono newralgiczne elementy tych modeli i możliwe konsekwencje ewentualnego braku precyzji w wyznaczaniu charakterystyk modelu obliczeniowego.

Jeden z ciekawszych wniosków dotyczy określenia krytycznych lokalizacji na długości przęsła rozpatrywanego obciążenia umowną osią pojazdu. Wyniki metody

kinematycznej potwierdziły powszechnie przyjmowane przez badaczy i projektantów współrzędne κ_p^{cr} położenia takiego obciążenia równe około 0.22 dla $f/L_0 = 1/4$ i $\kappa_p^{cr} = 0.40$ dla $f/L_0 = 1/2$. Za pomocą modeli MES stwierdzono natomiast, że najniekorzystniejsze współrzędne κ_p^{cr} położenia obciążenia wynoszą około 0.125 zarówno dla sklepień z $f/L_0 = 1/4$, jak i $f/L_0 = 1/2$. Rozbieżność ta wynikać może z uproszczonego modelu oddziaływań obciążenia zewnętrznego i gruntu na sklepienie przyjmowanego w metodzie kinematycznej i w innych metodach stosowanych do tej pory przez inżynierów, zakładającego teorię I rzędu – z pomijalnie małymi deformacjami. W zaproponowanym nieliniowym modelu MES uwzględniona jest teoria II rzędu i duże przemieszczenia. W związku z tym wszelkie efekty oddziaływań między sklepieniem a gruntem są zmienne w trakcie procesu zwiększania obciążenia pod względem ich rodzaju i intensywności (nieliniowość geometryczna) oraz zależne od proporcji sztywności materiałów tych dwóch części konstrukcji i ich wzajemnych przemieszczeń. Niezwykle istotnym zatem parametrem jest tu tarcie między sklepieniem a gruntem uwzględnione w modelach MES, pomijane natomiast w metodach uproszczonych.

W zaproponowanych modelach MES zastosowano nowatorską technikę modelowania konstrukcji murowej sklepienia – mezomodelowanie. Technika ta umożliwia stworzenie modeli numerycznych mostów murowanych o zredukowanej liczbie stopni swobody i przeprowadzenie przy ich użyciu obliczeń w przystępnym czasie i przy wykorzystaniu dostępnego sprzętu komputerowego. Modele MES tworzone z wykorzystaniem koncepcji mezomodelowania charakteryzują kilkunastokrotną redukcją liczby elementów skończonych w stosunku do odpowiadających im mikromodeli. Jednocześnie przy tych ewidentnych zaletach praktycznych modele tworzone techniką mezomodelowania stanowią szczególnie przydatne, z punktu widzenia tej pracy, narzędzie zapewniające możliwość osiągnięcia stanu nośności granicznej konstrukcji z czytelną prezentacją postaci zniszczenia.

Zastosowana koncepcja mezomodelowania wiąże się z podziałem sklepienia na zhomogenizowane segmenty murowe. Przeprowadzone analizy wykazały, że podział sklepienia w kierunku podłużnym na co najmniej 16 segmentów zapewnia zadowalającą zgodność z precyzyjnym mikromodelowaniem oznaczającym bezpośrednią reprezentację każdego bloku murowego i spoiny – rozbieżność wyników nie przekracza 4%. W modelach MES-3D dobór podziału sklepienia na segmenty w kierunku poprzecznym proponuje się ustalać na podstawie wytrzymałości styku przy skręcaniu w płaszczyźnie spoin wspornych.

Wśród ważnych parametrów modeli numerycznych mostów murowanych, mocno

wpływających na nośność konstrukcji, wymienić należy również ciężar objętościowy materiałów konstrukcyjnych, wytrzymałość materiału sklepienia przy ściskaniu oraz wymiary powierzchni obciążenia zewnętrznego w kierunku podłużnym i poprzecznym. Równie istotnym, chociaż często pomijanym elementem modeli tych konstrukcji jest przestrzeń zasypki gruntowej. Właściwe jej modelowanie umożliwiają elementy nieskończone, które można pominąć w analizach pod obciążeniem użytkowym, ale nie w analizach nośności granicznej, ponieważ znacząco wpływają na wyniki.

4. Nośność graniczna mostów murowanych z uszkodzeniami

4.1. Uszkodzenia mostów murowanych

Na potrzeby niniejszej pracy przeprowadzono serię przeglądów mostów murowanych [22], w trakcie których szczegółowej analizie poddano stan techniczny konstrukcji, uwzględniając głównie rodzaje i poziom uszkodzeń sklepień murowanych. Na podstawie uzyskanych rezultatów badań opracowano klasyfikację uszkodzeń mostów murowanych oraz wytypowano uszkodzenia najczęściej spotykane i najbardziej oddziałujące na mechanikę konstrukcji.

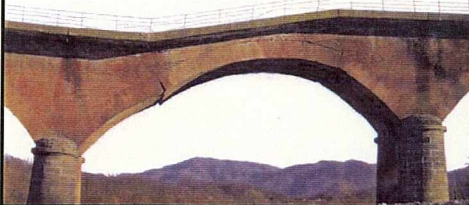
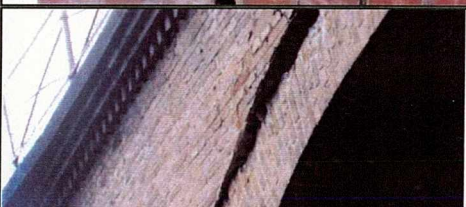
Prezentowana klasyfikacja ([16], [29]), obejmująca wszelkie zaobserwowane typy uszkodzeń mostów murowanych, ma układ hierarchiczny, wielostopniowy i stanowi rozwinięcie koncepcji zaproponowanej w publikacji [14]. Jako decydujące kryterium klasyfikacji przyjęto skutki uszkodzeń, które (w odróżnieniu od kryterium przyczynowego) mogą być jednoznacznie zidentyfikowane, zbadane i zmierzone przy wykorzystaniu dostępnych technik badawczych [20]. Na najwyższym poziomie rozróżnionych jest 6 podstawowych typów uszkodzeń – ich definicje i przykłady fotograficzne przedstawiono w tab. 4.1, a pełną systematykę w tab. 4.2. Dla poszczególnych typów uszkodzeń zastosowano tu dwu-, trój- lub czteropoziomowy system klasyfikacji.

Jak zasygnalizowano powyżej, klasyfikację uszkodzeń mostów murowanych oraz wszelkich innych konstrukcji można zbudować na podstawie różnych kryteriów (np. [99], [171]) definiowanych przez:

- przyczyny uszkodzeń,
- procesy powstawiania uszkodzeń lub
- skutki uszkodzeń.

Wszystkie trzy zagadnienia są niezwykle istotne dla procesu zarządzania obiektami mostowymi, ale znaczenie każdego z nich ma nieco inny charakter. Przyczyny i procesy powstawiania uszkodzeń stanowią podstawową informację w organizacji i planowaniu prac utrzymaniowych na obiekcie i prognozowaniu ewolucji degradacji, skutki uszkodzeń są natomiast ważne z punktu widzenia doraźnej oceny nośności konstrukcji. Najczęściej spotykane procesy degradacji związane z powstawianiem poszczególnych typów uszkodzeń przedstawiono w tab. 4.3 (por. prace [19], [28]).

Tab. 4.1. Podstawowe typy uszkodzeń mostów murowanych

Typ uszkodzenia i jego definicja	Przykład	
	Obiekt kamienny	Obiekt ceglany
Deformacja – zmiana geometrii niezgodna z projektem, powodująca zmiany odległości punktów elementu konstrukcji		
Destrukcja – pogorszenie parametrów fizyko-chemicznych konstrukcji względem wartości projektowanych		
Nieciągłość – niezgodne z projektem przerwanie ciągłości materiału konstrukcji		
Przemieszczenie – niezgodne z projektem przemieszczenie całego elementu konstrukcyjnego, niepowodujące zmian odległości jego punktów		
Ubytek – zmniejszenie ilości materiału konstrukcji w stosunku do wartości zaprojektowanej		
Zanieczyszczenie – występowanie każdego rodzaju zabrudzenia lub nieprzewidzianej w projekcie wegetacji roślin		

W przypadku większości typów uszkodzeń nie jest możliwe jednoznaczne określenie ich przyczyn czy procesów powstawiania, a tym bardziej wskazanie pojedynczych zjawisk z nimi związanych, gdyż zwykle istnieje jednocześnie kilka różnych możliwych przyczyn i procesów powstawiania jednakowych uszkodzeń [162]. Stosowanie opisu uszkodzeń na podstawie ich widocznych lub mierzalnych skutków zapewnia natomiast pewność i jednoznaczność właściwej identyfikacji i sklasyfikowania uszkodzeń.

Tab. 4.2. Hierarchiczna klasyfikacja uszkodzeń mostów murowanych

Deformacja	Mur	Wygięcie	
		Ścięcie	
		Wybrzuszenie	
	Zasyпка	Wygięcie	
		Ścięcie	
		Wybrzuszenie	
Destrukcja	Element murowy	Modyfikacja cechy fizycznej	Redukcja wytrzymałości
			Redukcja modułu sprężystości
			Wzrost kruchości
			Wzrost porowatości
			Wzrost przepuszczalności
			Wzrost nasiąkliwości
		Modyfikacja cechy chemicznej	Obniżenie mrozoodporności
			Wzrost zawartości soli
			Redukcja wodorotlenku wapnia
			Obniżenie wskaźnika pH
	Spoina	Modyfikacja cechy fizycznej	Redukcja wytrzymałości
			Redukcja modułu sprężystości
			Wzrost kruchości
			Wzrost porowatości
			Wzrost przepuszczalności
			Wzrost nasiąkliwości
		Modyfikacja cechy chemicznej	Obniżenie mrozoodporności
			Wzrost zawartości soli
			Redukcja wodorotlenku wapnia
			Obniżenie wskaźnika pH
	Zasyпка	Modyfikacja cechy fizycznej	Redukcja wytrzymałości na ścinanie
			Redukcja modułu ściśliwości
			Obniżenie zagęszczenia
Nieciągłość	Mur	Rysa	Podłużna
			Poprzeczna
			Skośna
			Nieregularna
		Pęknięcie	Podłużne
			Poprzeczne
	Zasyпка	Rozwarstwienie	Skośne
			Nieregularne
Przemieszczenie	Przesunięcie		
	Obrót		
Ubytek	Element murowy		
	Spoina		
	Zasyпка		
Zanieczyszczenie	Mur	Nieorganiczne	Neutralne
			Agresywne
	Zasyпка	Organiczne	Powierzchniowe
			Penetrujące
		Nieorganiczne	Neutralne
			Agresywne
		Organiczne	Powierzchniowe
			Penetrujące

Tab. 4.3. Procesy degradacji a uszkodzenia mostów murowanych

Procesy degradacji	Deformacja	Destrukcyja	Nieciągłość	Przemieszczenie	Ubytek	Zanieczyszczenie
Fizyczne						
Modyfikacja warunków podparcia	✓		✓	✓		
Penetracja wody		✓			✓	✓
Przeciążenie	✓	✓	✓	✓	✓	
Skurcz		✓	✓			
Wpływ wysokich temperatur (pożar)	✓	✓	✓		✓	✓
Zamarzanie	✓	✓	✓	✓	✓	
Zmęczenie	✓	✓	✓		✓	
Chemiczne						
Karbonatyzacja		✓				
Krystalizacja	✓	✓	✓		✓	✓
Ługowanie		✓			✓	✓
Oddziaływanie soli i kwasów		✓	✓		✓	✓
Biologiczne						
Działalność żywych organizmów	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Zanieczyszczenie		✓				✓

Do najczęściej spotykanych rodzajów uszkodzeń (zgodnie z podanym nazewnictwem) należy zaliczyć:

- deformację muru (wygięcie ściany czołowej),
- destrukcję materiału elementu murowego i/lub spoiny (wszystkich rodzajów w odniesieniu do wszystkich części murowanych konstrukcji),
- nieciągłość muru (rysy poprzeczne sklepienia, pęknięcie podłużne – wzdłuż bocznych krawędzi sklepienia, rysa nieregularna w odniesieniu do wszystkich części murowanych konstrukcji),
- ubytek elementu murowego i/lub spoiny (głównie w odniesieniu do sklepienia),
- zanieczyszczenia muru (organiczne penetrujące).

Uszkodzenia typu „przemieszczenie” są rzadko spotykane, gdyż stanowią oznakę bardzo złego stanu technicznego, którego rozwojowi zwykle wcześniej się zapobiega.

Uszkodzenia natomiast najsilniej wpływające na pracę mechaniczną mostów murowanych to:

- deformacja muru (wygięcie sklepienia),

- destrukcja elementu murowego i/lub spoiny (redukcja wytrzymałości, redukcja modułu sprężystości, wzrost kruchości w odniesieniu do wszystkich części murowanych konstrukcji),
- nieciągłość muru (pęknięcie podłużne, skośne czy rozwarstwienie sklepienia, pęknięcie poprzeczne lub skośne ściany czołowej),
- ubytek elementu murowego i/lub spoiny (w odniesieniu do wszystkich części murowanych konstrukcji),
- przemieszczenie (przesunięcie lub obrót podpory).

Destrukcja materiału sklepienia wiążąca się z obniżeniem wytrzymałości przy ściskaniu i redukcją modułu sprężystości jest typowym zjawiskiem następującym np. pod wpływem zawilgocenia materiału. Potwierdzają to liczne badania prowadzone m.in. na piaskowcach [103], [212] lub całych fragmentach murowych [142], [186]. Często spotykane rysy poprzeczne sklepienia nie są z reguły poważnym uszkodzeniem i nie wpływają na mechanikę sklepienia, co wyjaśniono w rozdziale 2.2.4.

Po uwzględnieniu zaprezentowanych spostrzeżeń do szczegółowych analiz wpływu uszkodzeń na nośność mostów murowanych wybrano następujące uszkodzenia:

1. Degradację elementów murowych i spoin (redukcja wytrzymałości i modułu sprężystości w odniesieniu do całego fragmentu sklepienia murowanego) – dalej nazywane krótko „destrukcją”.
2. Nieciągłość muru (pęknięcie podłużne wzdłuż bocznych krawędzi sklepienia) – dalej nazywane krótko „pęknięciem”.
3. Ubytek elementów murowych i spoin (w odniesieniu do całego fragmentu sklepienia) – dalej nazywane krótko „ubytkiem”.

4.2. Założenia analiz konstrukcji z uszkodzeniami

4.2.1. Procedura analizy wpływu uszkodzeń na nośność graniczną

W ramach prezentowanego zakresu prac badany jest wpływ trzech typów uszkodzeń, wybranych w poprzednim rozdziale, na nośność graniczną konstrukcji mostów murowanych. Obliczenia realizowane są za pomocą odpowiednio przystosowanych metod – kinematycznej (opisywanej w rozdziale 3.1) oraz Metody Elementów Skończonych (opisywanej w rozdziale 3.1.4) z wykorzystaniem płaskich modeli obliczeniowych (2D). Ograniczenie analizy do płaskiego zagadnienia jest uzasadnione w przypadkach uszkodzeń równomiernie pokrywających całą szerokość konstrukcji mostu. W pozostałych sytuacjach takie podejście

stanowi uproszczenie rzeczywistości, niemniej jednak może być stosowane w analizie pasma konstrukcji o jednostkowej szerokości, zawierającej uszkodzony obszar sklepienia. Analiza tego typu może być prowadzona alternatywnie przy zastąpieniu rzeczywistego uszkodzenia, występującego np. na części szerokości sklepienia, uszkodzeniem równoważnym, występującym równomiernie na całej szerokości konstrukcji. W zakresie badań stanowiących obszerną analizę parametryczną rozpatrywany jest wpływ uszkodzeń o różnych położeniach i rozmiarach (typowych dla poszczególnych typów uszkodzeń) na nośność graniczną konstrukcji. Rozpatrywanym obciążeniem, poza ciężarem własnym konstrukcji, jest nacisk umowną osią pojazdu, opisywaną w rozdziale 3.2.4, zlokalizowaną w 1/4 rozpiętości przęsła L_0 . Uwzględnia się symetrię konstrukcji mostu murowanego i wynikającą stąd możliwość analizy uszkodzeń występujących tylko na połowie długości łuku. Niemniej jednak dla każdego przypadku uszkodzenia rozpatrywana jest najbardziej niekorzystna lokalizacja obciążenia zewnętrznego, tzn. taka, która zapewnia osiągnięcie nośności granicznej przy najniższej wartości tego obciążenia ($P_{ult} = P_{min}$). W praktyce oznacza to wybór bardziej niekorzystnego przypadku spośród lokalizacji obciążenia w: 1/4 lub 3/4 rozpiętości przęsła L_0 . Omawiane przypadki uszkodzeń zróżnicowane są jakościowo i ilościowo za pomocą parametrów zdefiniowanych w następnym rozdziale. Dobór liczby i rozkładu wartości tych parametrów

w przyjętych przedziałach ich zmienności jest dyktowany możliwością skutecznej aproksymacji wyników otrzymanych dla dyskretnych przypadków w pełnych zakresach zmienności parametrów uszkodzeń. Uzyskany zestaw wyników, obok danych z analiz konstrukcji nieuszkodzonych, składa się na bazę wiedzy wykorzystywaną przez narzędzie ekspertowe, opisane w rozdziale 5, wspomagające ocenę nośności mostów murowanych.

Jako miarę wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji proponuje się przyjęcie wielkość zwanej *wskaźnikiem wpływu uszkodzenia* (η) definiowanej wzorem

$$\eta = \frac{P_{ult} - P_{ult}^d}{P_{ult}} \cdot 100\% = \frac{\Delta P_{ult}}{P_{ult}} \cdot 100\% \quad (4.1)$$

gdzie: ΔP_{ult} – różnica między wartością nośności granicznej konstrukcji nieuszkodzonej P_{ult} a wartością nośności granicznej tej samej konstrukcji z uwzględnieniem uszkodzenia P_{ult}^d .

4.2.2. Parametry opisu uszkodzeń

Celem jednoznacznego opisu uszkodzeń, niezbędnego zarówno na etapie przeglądu i badania stanu konstrukcji, jak i w trakcie implementacji uszkodzenia w modelu obliczeniowym, wprowadzone zostają trzy parametry geometryczne: lokalizacja, rozległość i intensywność, które wyczerpująco determinują analizowane typy uszkodzeń w płaskim modelu. Dodatkowo dla destrukcji i pęknięcia definiuje się po jednym parametrze opisu jakościowego, odpowiednio: poziom degradacji i współczynnik separacji. Definicje przyjętych parametrów uszkodzeń są następujące:

- *lokalizacja* ($\mathbb{L}$) – stosunek między współrzędną centrum obszaru uszkodzenia x_c mierzoną wzdłuż osi sklepienia a długością całego sklepienia l (rys. 4.1a) opisany równaniem

$$\mathbb{L} = \frac{x_c}{l} \quad (4.2)$$

- *rozległość* ($\mathbb{E}$) – stosunek między długością obszaru uszkodzenia Δl mierzoną wzdłuż osi sklepienia a długością całego sklepienia l (rys. 4.1a) wyrażony procentowo, według równania

$$\mathbb{E} = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

- *intensywność* ($\mathbb{I}$) – stosunek między wysokością obszaru uszkodzenia ΔD mierzoną prostopadłe do osi sklepienia a wysokością całego przekroju sklepienia D (rys. 4.1a) wyrażony procentowo, zgodnie z równaniem

$$\mathbb{I} = \frac{\Delta D}{D} \cdot 100\% \quad (4.4)$$

- *poziom degradacji* ($\mathbb{D}$) – miara destrukcji materiału sklepienia definiowana jako stosunek między redukcją wytrzymałości (Δf_{cm} i Δf_{cM})/modułu sprężystości (ΔE_m i ΔE_M) materiału spoin i segmentów murowych w obszarze uszkodzenia a wytrzymałością (f_{cm} i f_{cM})/modułem sprężystości (E_m i E_M) materiału elementów nieuszkodzonych wyrażony procentowo, określony równaniem

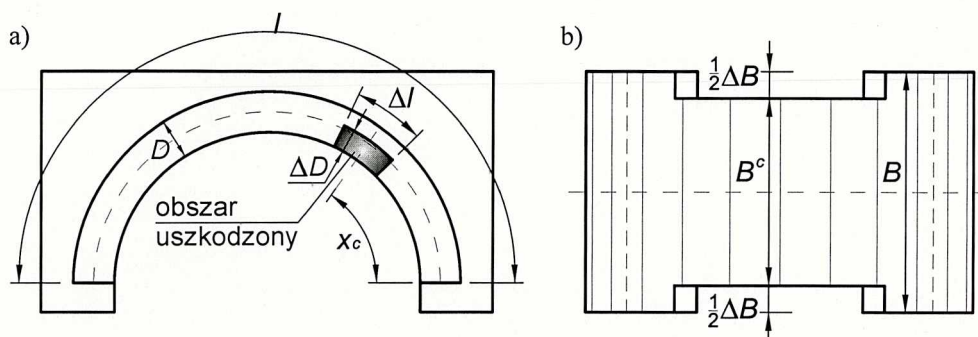
$$\mathbb{D} = \frac{\Delta f_{cm,cM}}{f_{cm,cM}} \cdot 100\% = \frac{\Delta E_{m,M}}{E_{m,M}} \cdot 100\% \quad (4.5)$$

- *współczynnik separacji* ($\mathbb{S}$) – miara redukcji szerokości efektywnej sklepienia definiowana jako stosunek między redukcją szerokości efektywnej sklepienia ΔB

w obszarze uszkodzenia a szerokością całego nieuszkodzonego sklepienia B (rys. 4.1b) wyrażony procentowo, według równania

$$S = \frac{B - B^c}{B} \cdot 100\% = \frac{\Delta B}{B} \cdot 100\% \quad (4.6)$$

gdzie: B , B^c , ΔB zgodnie z rys. 4.1.



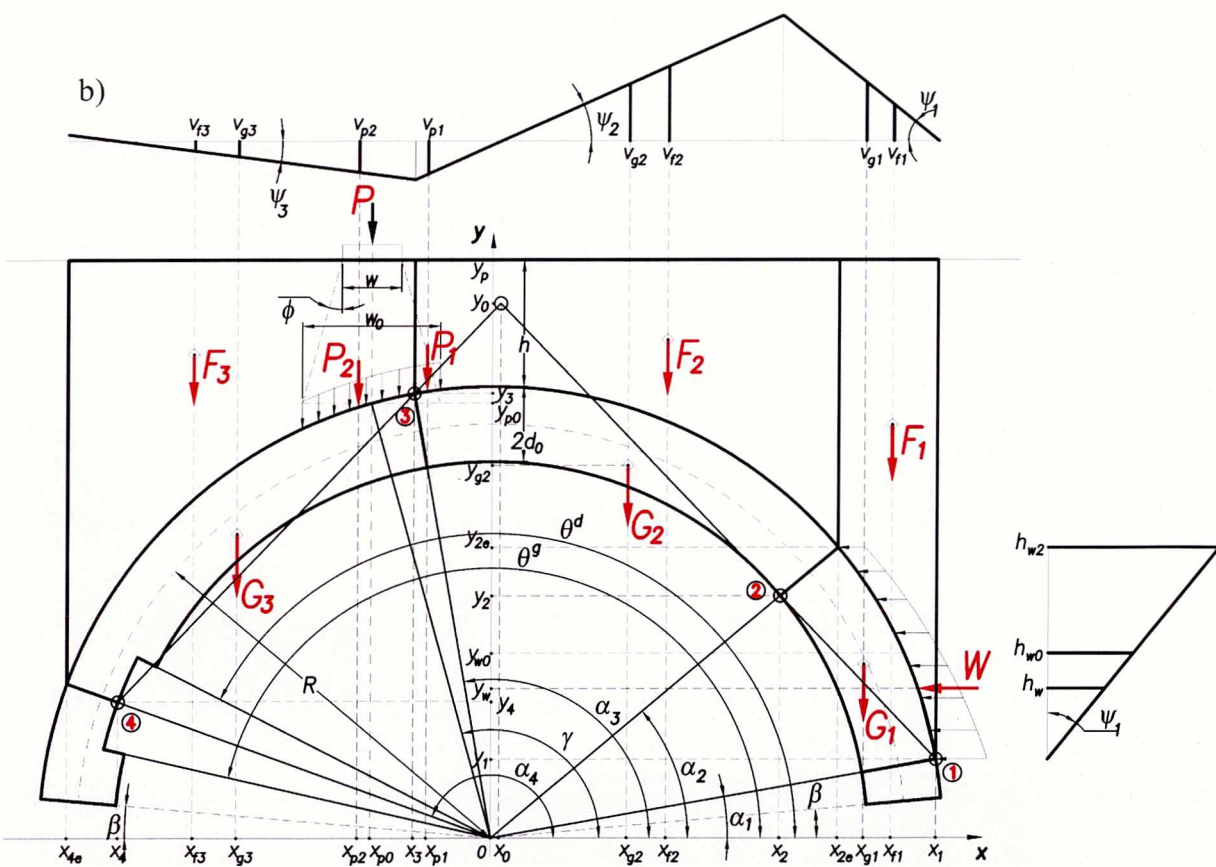
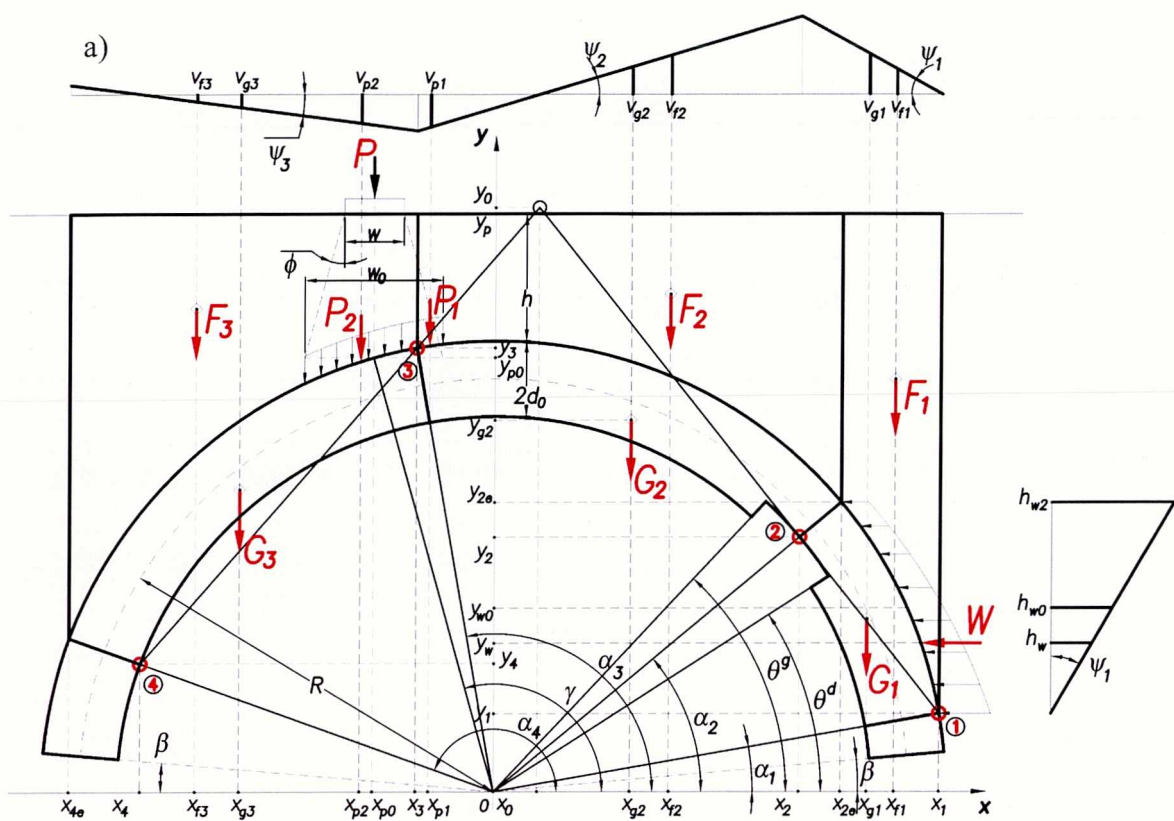
Rys. 4.1. Graficzna interpretacja parametrów opisu uszkodzeń:
a) widok z boku, b) widok z góry

4.3. Modelowanie uszkodzeń w metodzie kinematycznej

4.3.1. Podstawowe założenia

Metoda kinematyczna przedstawiona w rozdziale 3.1, oprócz zastosowań do wyznaczania nośności konstrukcji bez uszkodzeń, umożliwia też prowadzenie analizy przęseł murowanych z uszkodzeniami, takimi jak: destrukcja, pęknięcie i ubytek materiału. Sposób implementacji tych uszkodzeń opisano poniżej.

Proponowana metoda umożliwia modelowanie uszkodzeń o dowolnej ich lokalizacji na konstrukcji sklepienia. Dla każdego przypadku analizowane są różne możliwości położenia powstających przegubów plastycznych w stosunku do uszkodzonej strefy, wśród których wybierany jest układ dający najniższą wartość obciążenia granicznego. W zależności od lokalizacji uszkodzenia na długości sklepienia, branych jest pod uwagę kilka niezależnych przypadków różniących się liczbą przegubów powstających przed, wewnątrz i za uszkodzoną strefą. Przykładowo na rys. 4.2 pokazano dwa warianty lokalizacji ubytku materiału wokół przegubów – nr 2 i nr 4. Naturalnie występowanie przegubu wewnątrz obszaru uszkodzenia determinuje zastosowanie, odmiennej względem strefy nieuszkodzonej, procedury obliczenia położenia przegubu na wysokości przekroju krytycznego. Podział tak sformułowanego zagadnienia optymalizacji (poszukiwania minimum funkcji) na oddzielne przypadki jest tu konieczny, gdyż w związku z istnieniem uszkodzenia analizowana funkcja ani jej pochodne nie są ciągłe na całej długości sklepienia.



Rys. 4.2. Schematy modelu obliczeniowego metody kinematycznej uwzględniające ubytki materiału:
a) wokół przegubu nr 2, b) wokół przegubu nr 4

W każdym z analizowanych osobno przypadków jest formułowany zatem dodatkowy warunek na położenie wybranych przegubów:

$$\theta^d \leq \alpha_k < \dots < \alpha_l \leq \theta^g \quad (4.7)$$

gdzie:

α_k do α_l – współrzędne katowe przekrojów krytycznych ($k, \dots, l$) leżących w strefie uszkodzonej,

θ^d, θ^g – współrzędne katowe dolnej i górnej granicy obszaru uszkodzenia.

Przykładowo zgodnie z rys. 4.2, gdzie w uszkodzonej strefie znajduje się przegub nr 2 i nr 4, wzór (4.7) przyjmuje postaci określone odpowiednio

$$\theta^d \leq \alpha_2 \leq \theta^g, \quad \theta^d \leq \alpha_4 \leq \theta^g \quad (4.8a, b)$$

Istotnym parametrem jest w tym przypadku dobór wektora początkowego rozwiązania α_0 z poszczególnymi składowymi wskazującymi właściwe przedziały sklepienia – zgodne z powyższymi warunkami. Decyduje to bowiem o możliwości uzyskania i tempie zbieżności rozwiązania.

4.3.2. Destrukcja materiału sklepienia

Destrukcja materiału sklepienia jest modelowana przez redukcję wytrzymałości materiału na ściskanie f_c . Konsekwencją tego jest modyfikacja położenia przegubów plastycznych wyliczana zgodnie ze wzorem (3.24). Występowanie tego typu uszkodzenia zakłada się na całej wysokości sklepienia, por. z rozdziałem 4.1. W zależności od lokalizacji uszkodzenia na długości sklepienia, rozpatrywanych jest tu od 2 do 6 niezależnych przypadków różniących się liczbą przegubów powstających przed, wewnątrz i za uszkodzoną strefą. Przykładowo, gdy cała uszkodzona strefa znajduje się między obciążeniem zewnętrznym P a lewym węzłowiem (jak na rys. 3.1), tj. $\theta^d > \gamma$, wówczas, uwzględniając warunki określone wzorem (4.7), analizowane są dwa przypadki – żaden z przegubów nie występuje w obrębie uszkodzenia lub w uszkodzonej strefie pojawia się tylko przegub nr 4.

4.3.3. Ubytek materiału sklepienia

Modelowanie ubytku materiału odbywa się przez redukcję grubości sklepienia w uszkodzonym obszarze, a co za tym idzie, modyfikację położenia ewentualnego przegubu na wysokości przekroju. Dolna powierzchnia sklepienia, w strefie, w której pojawia się ubytek, jest odsunięta od pierwotnego położenia o głębokość ubytku. Początkowe położenie przegubu pojawiającego się w tym obszarze, występujące w pierwszym kroku iteracyjnej

procedury rozwiązania (przedstawionej na rys. 3.3), jest zatem odpowiednio zmodyfikowane, a uplastycznienie przekroju dotyczy sklepienia grubości $(d - \Delta d)$. Analizowany ubytek materiału obejmuje jedynie część przekroju sklepienia od strony podniebienia, zgodnie z rozdziałem 4.1. W związku z tym tego typu uszkodzenie wpływa na ewentualne położenie tylko przegubów nr 2 i 4 (patrz rys. 4.2), co znacznie ogranicza liczbę przypadków do analizy. W zależności od lokalizacji ubytku na długości sklepienia liczba przypadków obliczeniowych może wynosić od 2 do 4. W najbardziej złożonym schemacie, gdy strefa uszkodzenia, mierząc współrzędne katowe względem osi x , rozpoczyna się w prawej połowie sklepienia i kończy poza siłą P , należy rozpatrzeć cztery przypadki: w uszkodzonym obszarze powstają oba przeguby (nr 2 i 4), tylko przegub nr 2, tylko przegub nr 4 lub żaden z przegubów (nr 2 i 4).

4.3.4. Pęknięcie sklepienia

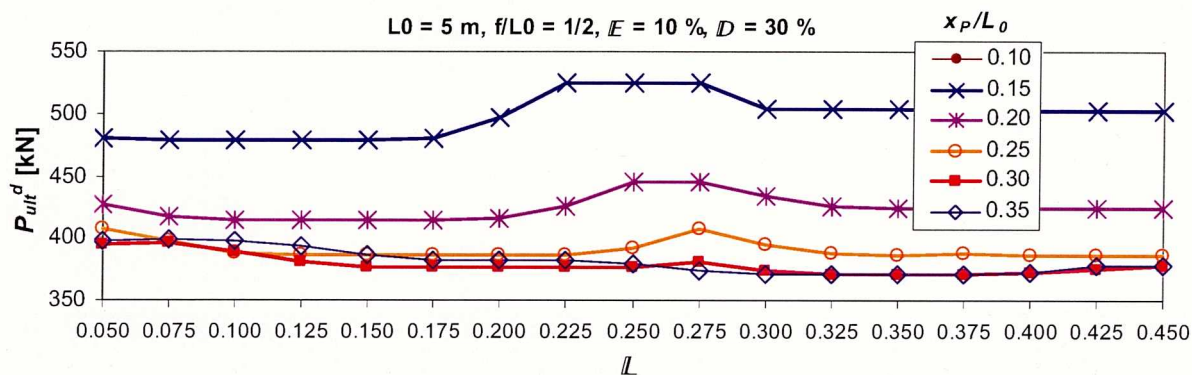
Prezentowany płaski model umożliwia również uproszczoną reprezentację podłużnych pęknięć wzdłuż krawędzi sklepienia. Tego typu uszkodzenie, przez oddzielenie skrajnego pasma płaszczyzną pęknięcia, skutkuje zmniejszeniem efektywnej szerokości sklepienia przenoszącej obciążenie zewnętrzne. Analizując jednostkową szerokość sklepienia, można przyjąć, że w strefie uszkodzonej zredukowana szerokość odpowiada stosunkowi szerokości efektywnej po uszkodzeniu do pierwotnej szerokości całkowitej sklepienia. Konsekwencją redukcji szerokości sklepienia jest inna wysokość uplastycznionego przekroju krytycznego w stosunku do konstrukcji nieuszkodzonej – nawet w przypadku jednakowej przekrojowej siły osiowej, co wynika bezpośrednio ze wzoru (3.24). Biorąc pod uwagę, że podłużne pęknięcia występują zazwyczaj w pobliżu środka rozpiętości sklepienia, we wszystkich rozpatrywanych przypadkach uszkodzenie obejmuje przekrój w kluczu. Dlatego, w zależności od lokalizacji uszkodzenia na długości sklepienia, rozpatrywanych jest od dwóch do czterech przypadków.

Należy też podkreślić, że ze względu na symetrię konstrukcji, dla każdego uszkodzenia brane są pod uwagę dwie sytuacje – obciążenie P leży w $1/4$ i w $3/4$ rozpiętości. Niemniej jednak w celu uniknięcia wprowadzania nowego schematu obliczeniowego drugi przypadek jest modelowany przez modyfikację lokalizacji θ analizowanego uszkodzenia do postaci $(\pi - \theta)$. W związku z symetrią zatem dla każdego uszkodzenia liczba analizowanych przypadków jest podwajana.

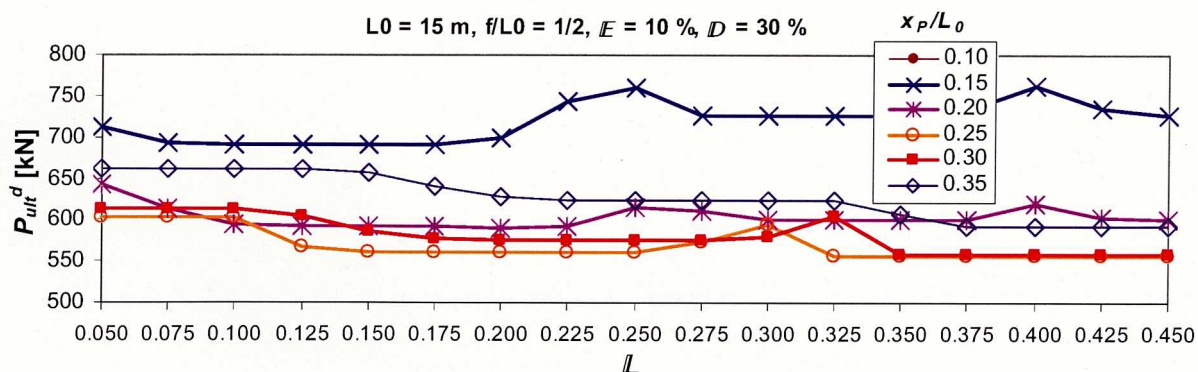
4.3.5. Analiza wrażliwości modeli z uwzględnieniem uszkodzeń

Wykorzystując metodę kinematyczną MK2, przeprowadzono analizę wrażliwości nośności granicznej uszkodzonych przęseł mostów murowanych ze względu na położenie umownej osi pojazdu obciążenia zewnętrznego. W analizie rozważono kolejno następujące typy uszkodzeń: destrukcję materiału, ubytek materiału i pęknięcie sklepienia. Rozpatrzono konstrukcje sklepień o rozpiętościach $L_0 = 5$ i 15 m z parametrem $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$. Przyjęto położenia umownej osi pojazdu x_P równe: $0.10L_0$, $0.15L_0$, $0.20L_0$, $0.25L_0$, $0.30L_0$ i $0.35L_0$.

Przypadek destrukcji materiału sklepienia zbadano na przykładzie przęseł z parametrem $f/L_0 = 1/2$ przy rozpiętościach $L_0 = 5$ i 15 m (odpowiednio rys. 4.3 i rys. 4.4). Przyjęto stałe parametry uszkodzenia: $\mathcal{E} = 10\%$, $\mathcal{D} = 30\%$ oraz zmienną jego lokalizację z zakresu $\mathcal{L} = 0.025 \div 0.475$.



Rys. 4.3. Wpływ lokalizacji $\mathcal{L}$ destrukcji materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/2$

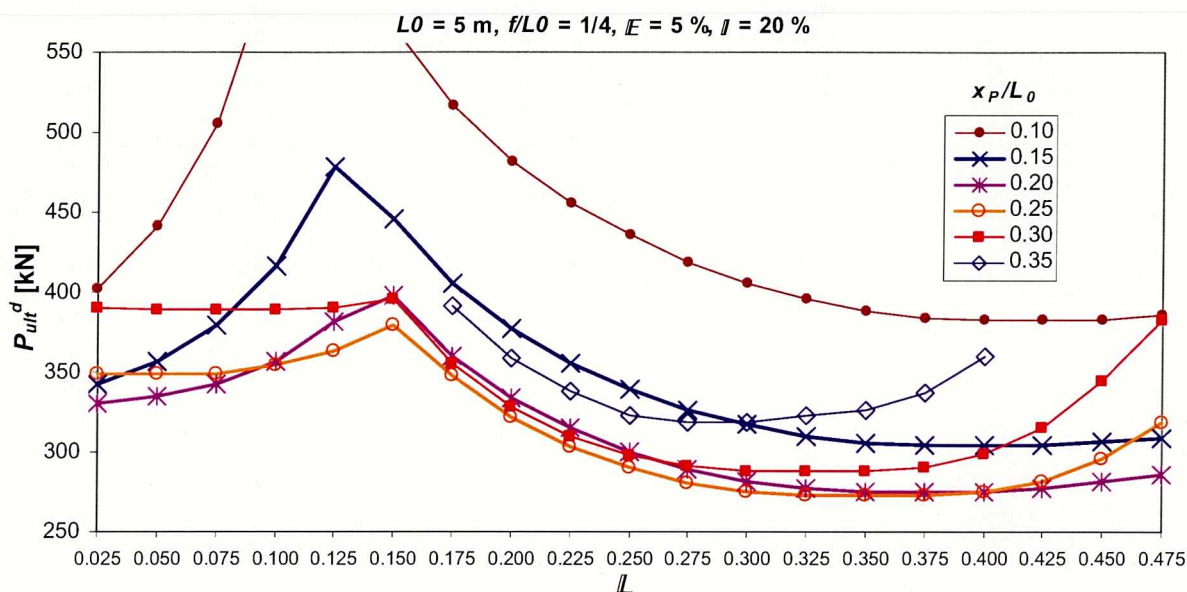


Rys. 4.4. Wpływ lokalizacji $\mathcal{L}$ destrukcji materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 15$ m i $f/L_0 = 1/2$

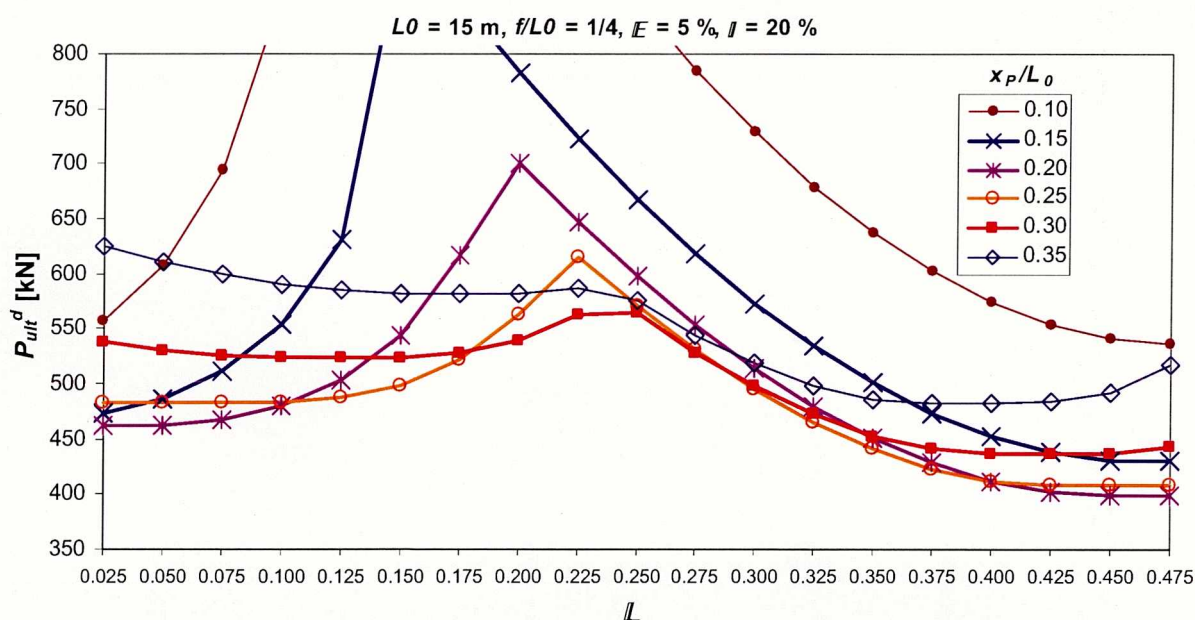
Na podstawie wyników uzyskanych dla przypadku destrukcji materiału można stwierdzić, że krytyczne położenie x_P siły obciążającej jest w bardzo niewielkim stopniu zależne od lokalizacji tego typu uszkodzenia. Dla krótszych przęseł ($L_0 = 5$ m) krytyczne

położenie x_P wynosi około $0.30L_0$, dla przęseł dłuższych natomiast krytyczne położenie x_P wynosi około $0.25L_0$.

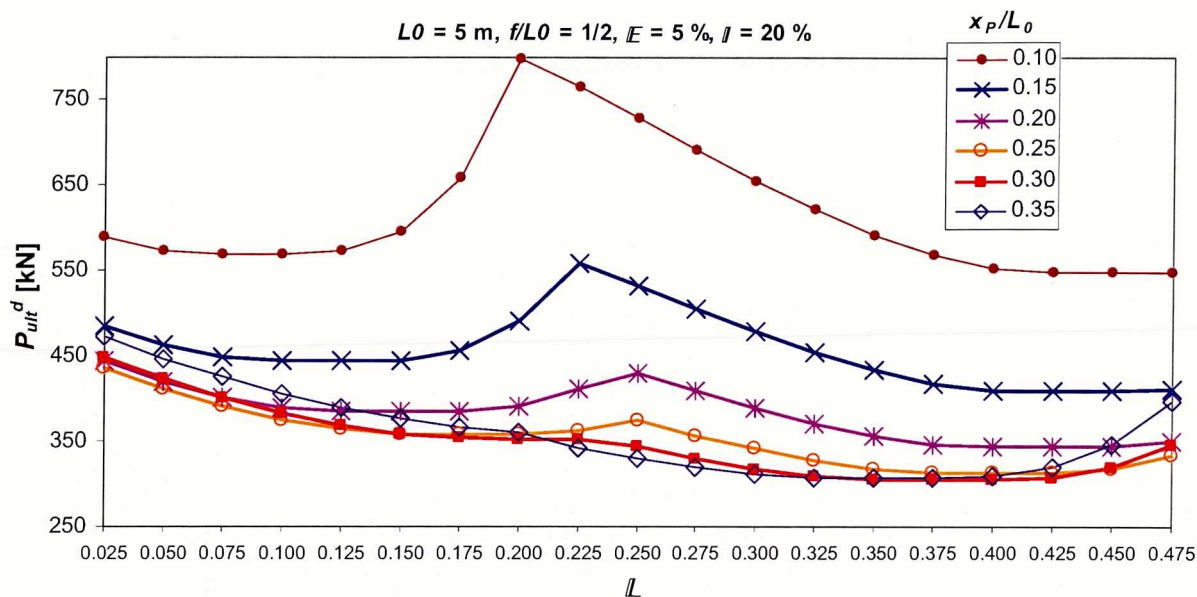
Analizując ubytek materiału przyjęto stałe parametry opisu uszkodzenia: rozległość $\mathcal{E} = 5\%$ i intensywność $\mathcal{I} = 20\%$, dla których prześledzono wpływ lokalizacji uszkodzenia z zakresu $\mathcal{L} = 0.025 \div 0.475$. Wyniki tej analizy dla konstrukcji o różnych geometriach przedstawiono na rys. 4.5 do rys. 4.8.



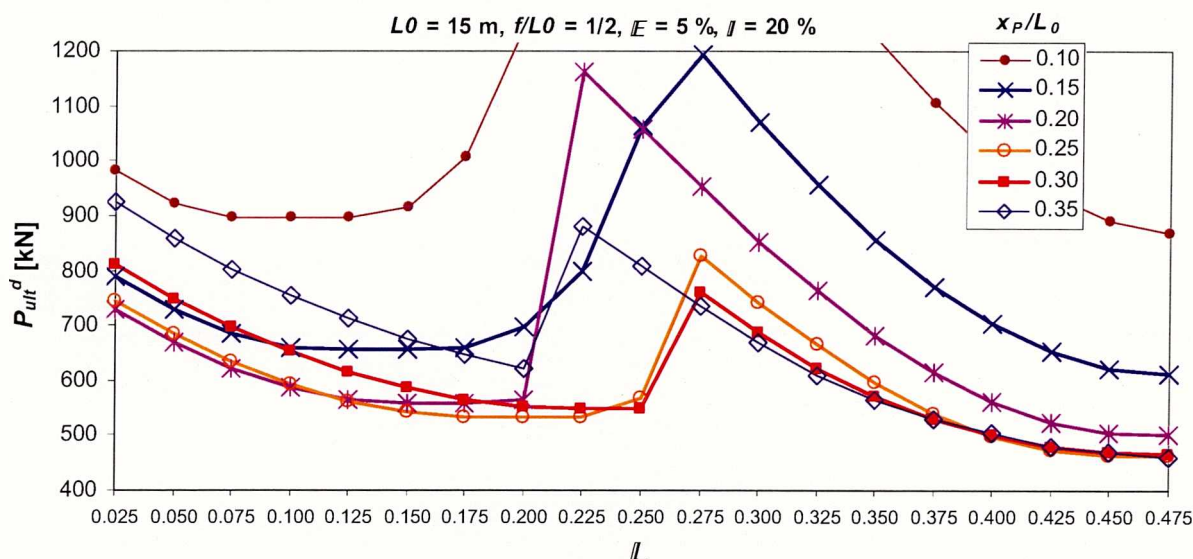
Rys. 4.5. Wpływ lokalizacji $\mathcal{L}$ ubytku materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 5 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/4$



Rys. 4.6. Wpływ lokalizacji $\mathcal{L}$ ubytku materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 15 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/4$



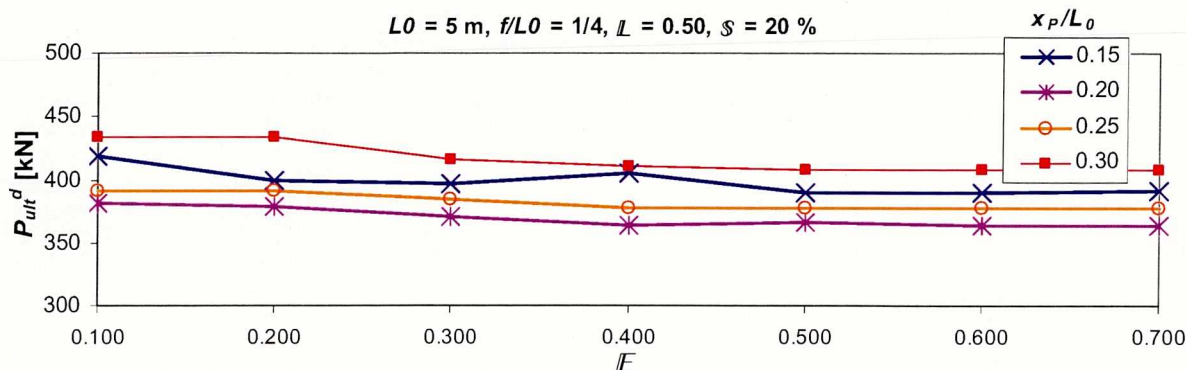
Rys. 4.7. Wpływ lokalizacji l ubytku materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/2$



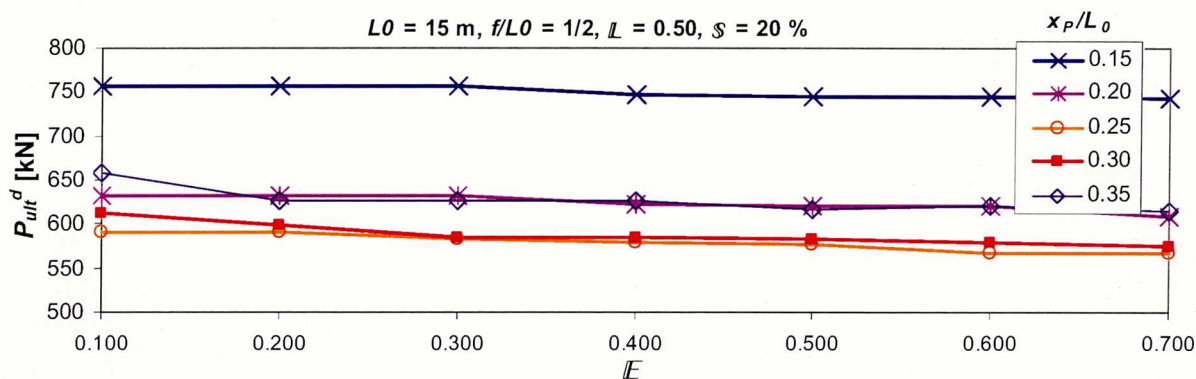
Rys. 4.8. Wpływ lokalizacji l ubytku materiału na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 15$ m i $f/L_0 = 1/2$

Z powyższych wykresów wynika, że dla większości lokalizacji ubytku materiału krytyczne położenie obciążenia zewnętrznego wynosi około $0.25L_0$ dla sklepień z $f/L_0 = 1/4$ i około $0.30L_0$ dla sklepień z $f/L_0 = 1/2$. Brak gładkości wykresów wpływu lokalizacji uszkodzenia w środkowej części zakresu zmiennej l jest spowodowany tym, że dla niższych wartości lokalizacji uszkodzenia ($l < 0.25$) w strefie uszkodzonej pojawia się przegub nr 4, dla wyższych wartości ($l \geq 0.25$) natomiast w strefie uszkodzonej pojawia się przegub nr 2. Dla większości zbadanych przypadków krytyczna lokalizacja ubytku jest znikomo zależna od położenia obciążenia zewnętrznego i znajduje się w przedziale $l = 0.35 \div 0.45$.

Wyniki analizy wpływu położenia x_P siły obciążającej dla przypadku podłużnego pęknięcia sklepienia zbadano na przykładzie przęseł z parametrem $f/L_0 = 1/4$ i rozpiętości $L_0 = 5$ m oraz z parametrem $f/L_0 = 1/2$ i rozpiętości $L_0 = 15$ m (odpowiednio rys. 4.9 i rys. 4.10). Przyjęto stałe parametry uszkodzenia: $\mathcal{L} = 0.50$, $\mathcal{S} = 20\%$ oraz zmienną jego rozległość z zakresu $\mathcal{E} = 0.10 \div 0.70$.



Rys. 4.9. Wpływ rozległości $\mathcal{E}$ pęknięcia sklepienia na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/4$



Rys. 4.10. Wpływ rozległości $\mathcal{E}$ pęknięcia sklepienia na nośność graniczną P_{ult}^d przy różnych położeniach x_P siły obciążającej dla przęsła o $L_0 = 15$ m i $f/L_0 = 1/2$

Wyniki analizy wpływu pęknięcia sklepienia również wskazują, że krytyczne położenie x_P siły obciążającej wynosi około $0.25L_0$ niezależnie od rozległości tego uszkodzenia.

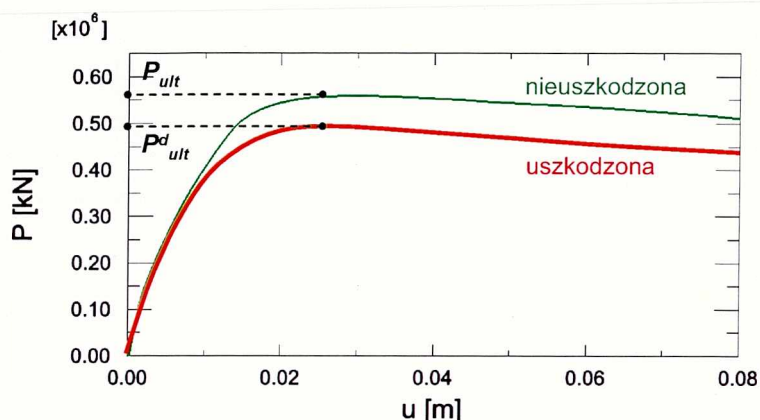
4.4. Modelowanie uszkodzeń w Metodzie Elementów Skończonych

4.4.1. Podstawowe założenia

Metoda Elementów Skończonych przedstawiona w rozdziale 3.2 w zastosowaniu do analizy nośności granicznej mostów murowanych umożliwia też prowadzenie obliczeń z uwzględnieniem wybranych typów uszkodzeń ([18], [23]). Ze względu na możliwości precyzyjnego i dowolnego sterowania wieloma parametrami materiałowymi i dużą swobodę kształtowania geometrii modelu metoda ta umożliwia bardziej szczegółowe niż metoda

kinematyczna modelowanie wybranych uszkodzeń mostów murowanych.

Biorąc pod uwagę obszerny zakres przypadków uszkodzeń rozpatrywanych w pracy, do oceny wpływu uszkodzeń na nośność graniczną przęseł murowanych zastosowano modele płaskie MES-2D, których kalibrację przeprowadzono przy użyciu modeli MES-3D. Wśród analizowanych za pomocą modeli MES-2D typów uszkodzeń, przedstawionych w niniejszym rozdziale, znajdują się: destrukcja, ubytek i pęknięcie materiału sklepienia.



Rys. 4.11. Wyznaczanie w MES z wykresu P - u wartości nośności granicznej dla konstrukcji nieuszkodzonej P_{ult} i uszkodzonej P_{ult}^d

Analizy mostów murowanych z uszkodzeniami są realizowane przez obliczenia nośności granicznej konstrukcji dla poszczególnych przypadków uszkodzeń w sposób analogiczny do procedury przedstawionej w rozdziale 3.2.5 dla obiektów nieuszkodzonych. Wartość nośności granicznej dla konstrukcji uszkodzonej, oznaczona P_{ult}^d , wyznaczana jest jako maksymalna wartość obciążenia uzyskiwana w trakcie analizy, którą można zidentyfikować na wykresie zależności między pionowym przemieszczeniem sklepienia u a siłą obciążenia zewnętrznego P (rys. 4.11).

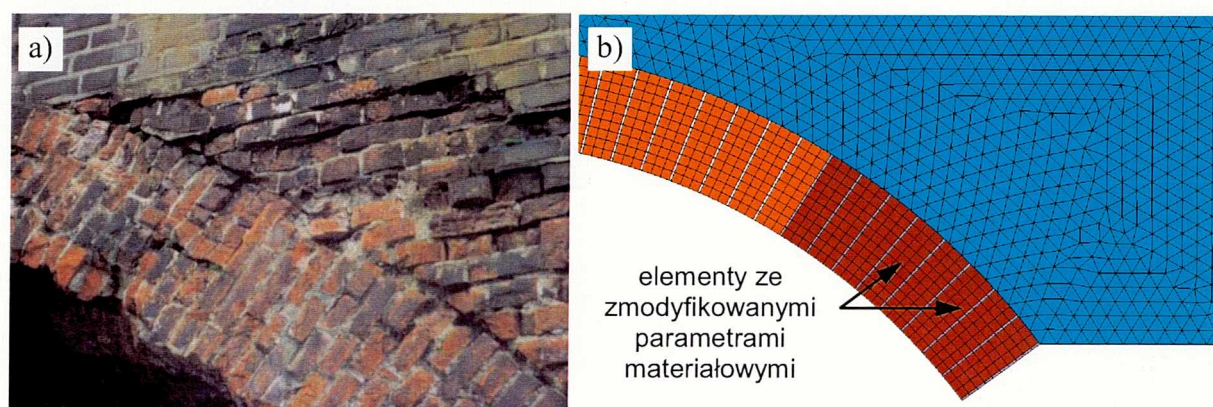
4.4.2. Destrukcja materiału sklepienia

Destrukcja materiału sklepienia jest modelowana w MES przez jednoczesną proporcjonalną modyfikację (redukcję) wartości parametrów materiałowych obu komponentów muru (cegieł i zaprawy) z zastosowaniem mnożnika $k = (1 - D)$ związanego z poziomem degradacji (D). Zredukowaniu podlegają:

- wytrzymałości przy ściskaniu: $f_{cm}^d = k f_{cm}$ i $f_{cm}^d = k f_{cm}$,
- moduły sprężystości: $E_m^d = k E_m$ i $E_M^d = k E_M$.

Wraz z redukcją wytrzymałości proporcjonalnie modyfikowane są krzywe zależności wzmocnienia/osłabienia: $\sigma_c^d(\epsilon_{pl}) = k \sigma_c(\epsilon_{pl})$ i $\sigma_t^d(\epsilon_{pl}) = k \sigma_t(\epsilon_{pl})$. Wytrzymałość materiału muru przy rozciąganiu jest zakładana jako pomijalnie mała (rozdział 3.2.3.2), więc nie jest

dotatkowo modyfikowana przy modelowaniu destrukcji. W prowadzonych analizach destrukcja materiału stosowana jest w stosunku obszarów pokrywających pełną grubość sklepienia, tj. $\ell = 100\%$. Taka sytuacja jest typowym zjawiskiem np. przy zawilgoceniu sklepienia występującym na całej jego grubości, spowodowanym niesprawną izolacją przykrywającą sklepienie. Zawilgocenie materiału może powodować nawet kilkudziesięcioprocentowe obniżenie zarówno wytrzymałości muru na ściskanie, jak i modułu sprężystości poszczególnych komponentów, co potwierdzają niezależne badania różnych materiałów [186], [212].



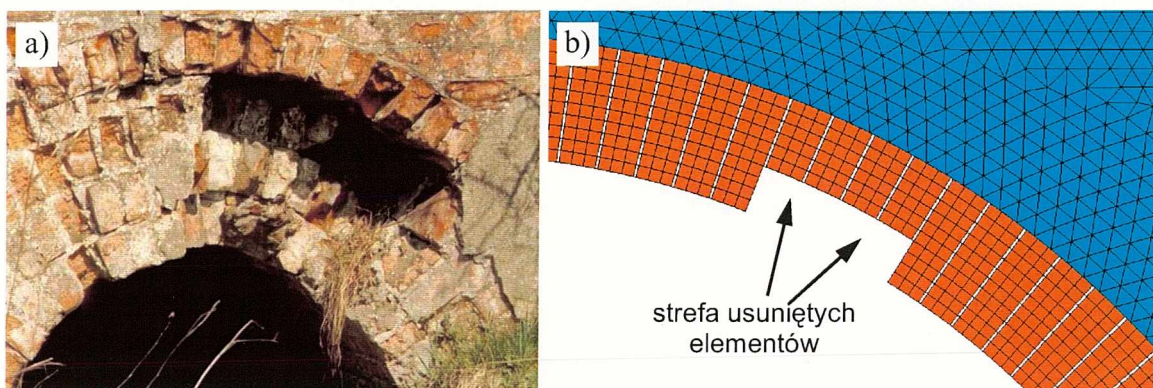
Rys. 4.12. Destrukcja materiału sklepienia: a) na obiekcie, b) sposób modelowania w MES

Przykład modelowanego uszkodzenia typu – destrukcja, zastosowanego wobec fragmentu sklepienia, przedstawiono na rys. 4.12. Ciemniejszymi kolorami zaznaczono elementy skończone, którym przypisano parametry materiałowe zmodyfikowane zgodnie z przedstawionym powyżej opisem.

4.4.3. Ubytek materiału sklepienia

Ubytek materiału sklepienia jest modelowany przez usunięcie z siatki modelu konstrukcji nieuszkodzonej wybranych elementów skończonych. Celem uniknięcia wpływu na wyniki rozwiązania ewentualnej modyfikacji kształtu elementów skończonych w obszarze uszkodzenia dąży się do takiej dyskretyzacji sklepienia konstrukcji nieuszkodzonej, aby krawędzie wybranych elementów pokrywały się z granicami ubytku. We wszystkich omawianych przypadkach uszkodzenie to występuje tylko w części przekroju sklepienia przylegającej od podniebienia, co jest zgodne z sytuacjami spotykanymi w rzeczywistości. Intensywność ubytku ℓ w realizowanych analizach przyjmuje dowolną wartość, która w pojedynczym przypadku jest przyjmowana jako stała na długości całego uszkodzenia.

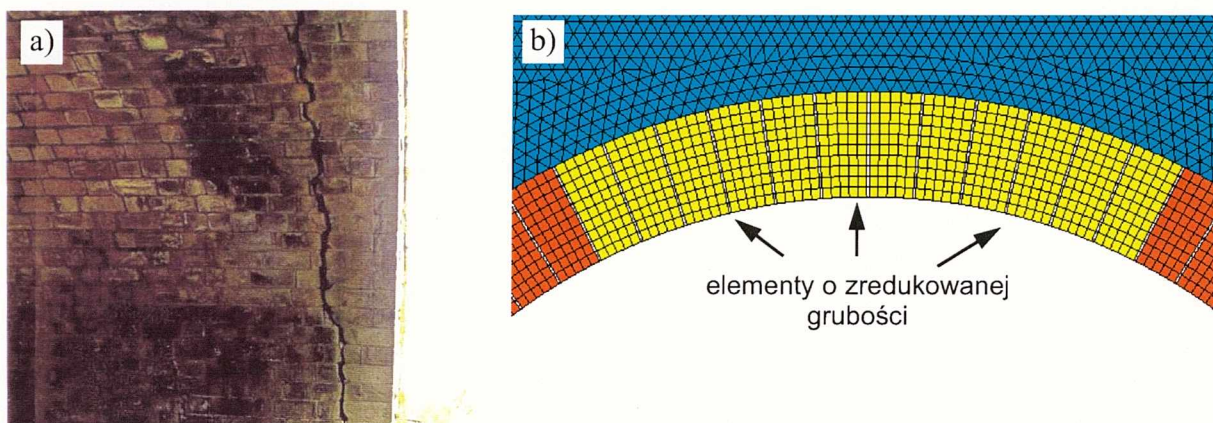
Przykład zaimplementowanego w modelu MES ubytku materiału sklepienia przedstawiono na rys. 4.13.



Rys. 4.13. Ubytek materiału sklepienia: a) na obiekcie, b) sposób modelowania w MES

4.4.4. Pęknięcie sklepienia

Modelowanie podłużnego pęknięcia sklepienia jest realizowane przy założeniu redukcji efektywnej szerokości sklepienia biorącej udział w przenoszeniu obciążenia konstrukcji, powodowanej tego typu uszkodzeniem. Omawiane przypadki takiego uszkodzenia dotyczą pęknięć występujących w pobliżu krawędzi sklepienia – zwykle leżących w płaszczyznach wewnętrznych powierzchni ścian czołowych. Implementacja pęknięć podłużnych w płaskim modelu MES odbywa się przez redukcję grubości tarczowych elementów skończonych znajdujących się w obszarze uszkodzenia. Zredukowana grubość (B^p)



Rys. 4.14. Pęknięcie podłużne sklepienia: a) na obiekcie, b) sposób modelowania w MES

jest wyznaczana jako iloczyn grubości elementów w strefach nieuszkodzonych (B) oraz wyrażenia związanego ze współczynnikiem separacji (S^p): $B^p = (1 - S^p)B$ i dotyczy zarówno elementów modelujących segmenty murowe, jak i spoiny. Zgodnie z definicją pęknięcie powoduje oddzielenie skrajnego pasma sklepienia, które jest wówczas pomijane w modelu, na całej wysokości jego profilu, zatem: $I^p = 100\%$. Ponadto w prezentowanych analizach brane pod uwagę są jedynie pęknięcia zlokalizowane symetrycznie ($L^p = 0.50$), czyli w najwyższym obszarze sklepienia, co odzwierciedla najczęstsze lokalizacje tych uszkodzeń na rzeczywistych obiektach.

Przykładowy sposób modelowania podłużnego pęknięcia sklepienia pokazano na rys. 4.14. Jaśniejszym kolorem oznaczono elementy skończone o zredukowanej grubości, modelujące segmenty murowe i spoiny leżące w strefie pęknięcia.

4.5. Analiza parametryczna wpływu uszkodzeń na nośność graniczną

4.5.1. Zakres prac

W ramach analizy wpływu różnych typów uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji mostów murowanych porównano wyniki uzyskane za pomocą metody kinematycznej MK2 i MES-2D. W badaniach uwzględniono konstrukcje o różnych parametrach geometrii, zgodnych z wielkościami przyjętymi w analizie parametrycznej przedstawionej w rozdziale 3.3.4, dla których zdefiniowano uszkodzenia: destrukcję, ubytek i pęknięcie materiału. Obliczenia wykonano dla konstrukcji o jednostkowej szerokości ($B = 1.0$ m).

Rozpatrzono uszkodzenia z parametrami o wartościach określonych w tab. 4.4. Dla przyjętych zakresów zmienności parametrów w tab. 4.4 przedstawiono również liczby rozpatrywanych przypadków poszczególnych uszkodzeń – destrukcji, ubytku i pęknięcia – oraz łączną liczbę przeanalizowanych wariantów uszkodzeń. Liczby te wynikają z kombinacji parametrów uszkodzeń i geometrii konstrukcji podanych w tabeli. Do analizy przyjęto destrukcję materiału opisaną dodatkowo poziomem degradacji $D = 30\%$. Dla podłużnych pęknięć sklepienia przyjęto współczynnik separacji $S = 20\%$.

Na podstawie wyników analizy wrażliwości przedstawionej w rozdziale 4.3.5 dla wszystkich przypadków uszkodzenia przyjęto położenie obciążenia P w odległości od wezglowia równej $1/4$ rozpiętości sklepienia L_0 .

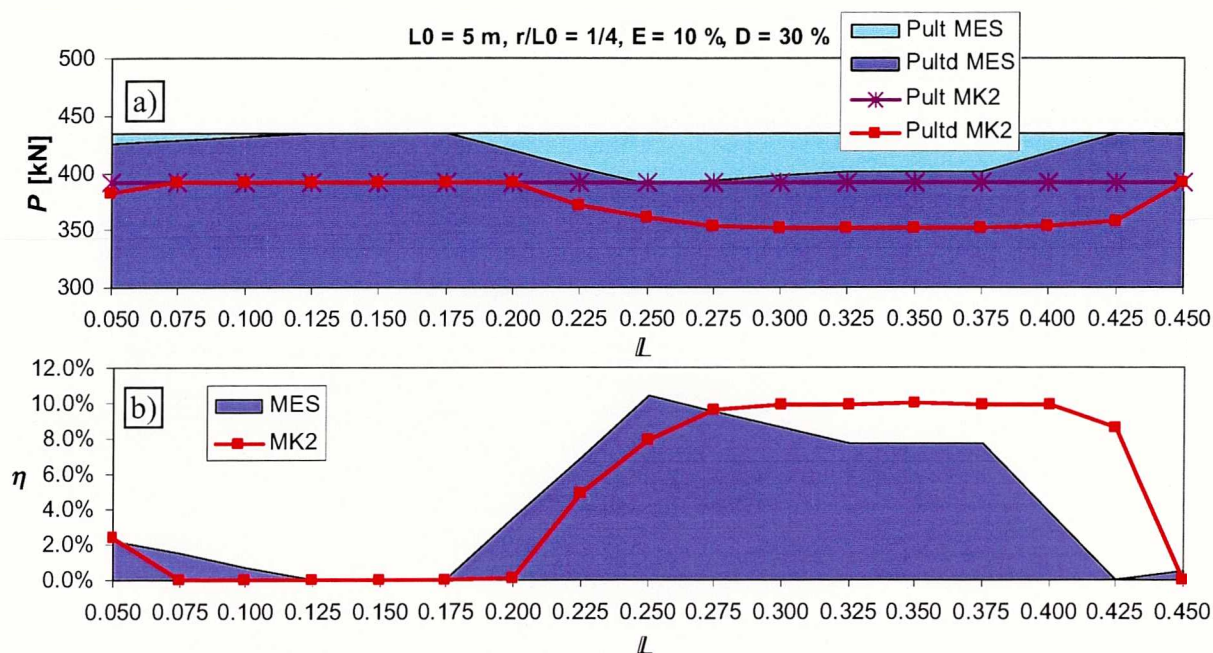
Tab. 4.4. Wartości parametrów uszkodzeń i geometrii mostów w analizie parametrycznej

Typ uszkodzenia	Parametry					Liczba przypadków
	E [%]	L [-]	I [%]	L_0 [m]	f/L_0 [-]	
Destrukcja materiału	10	0.050	100	5 7 9 11 13 15	1/4 1/2	240
		0.125				
		0.175				
		0.250				
		0.325				
		0.375				
		0.425				
	0.500					
	30	0.150				
		0.175				
		0.250				
		0.325				
		0.375				
		0.425				
		0.500				
50	0.250					
	0.325					
	0.375					
	0.425					
0.500						
Ubytek materiału	5	0.025	5 10 15 20	5 7 9 11 13 15	1/4 1/2	768
		0.125				
		0.175				
		0.250				
		0.325				
		0.375				
		0.425				
	0.500					
	10	0.050				
		0.125				
		0.175				
		0.250				
		0.325				
		0.375				
		0.425				
0.500						
10 20 30 40 50 60 70	0.500	100	5 7 9 11 13 15	1/4 1/2	84	
$\Sigma =$						1092

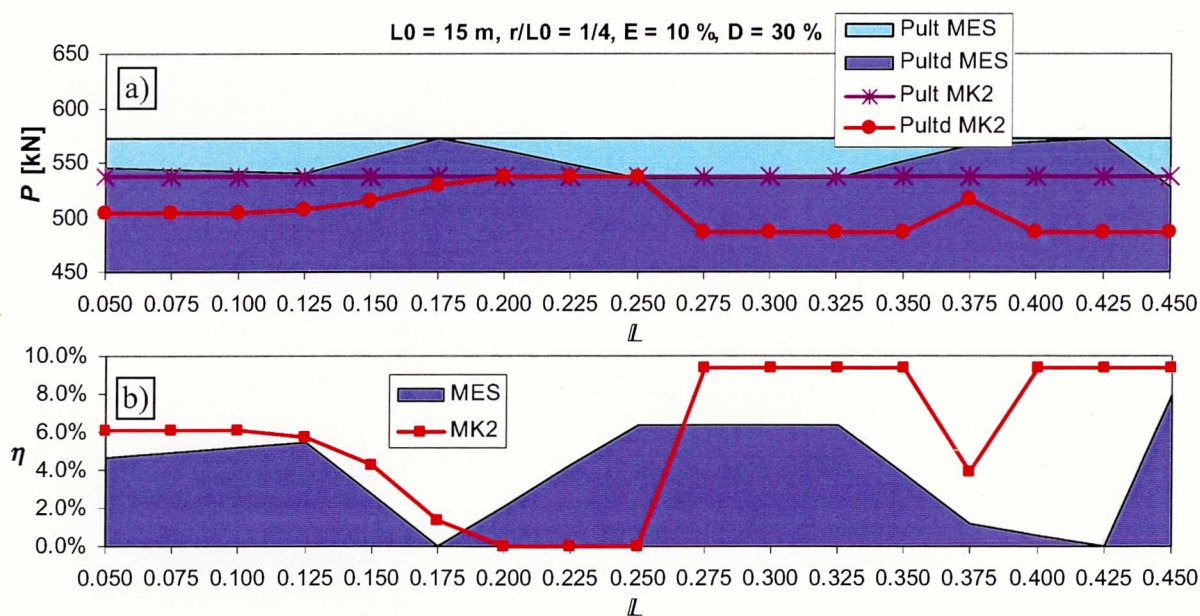
4.5.2. Wyniki analiz

Wyniki analiz wpływu uszkodzeń przeprowadzonych z wykorzystaniem metod MK2 i MES-2D przedstawiono zarówno w postaci bezwzględnych wartości obciążenia granicznego P_{ult}^d dla konstrukcji uszkodzonych na tle wartości P_{ult} dla konstrukcji nieuszkodzonych, jak i procentowo za pomocą wskaźnika wpływu uszkodzenia η . Wyniki przedstawiono dla połowy długości sklepienia ze względu na symetrię rezultatów w pozostałej jego części. Na wykresach wartości P_{ult}^d uwzględniono natomiast jednocześnie dwa przypadki położenia obciążenia – w $1/4L_0$ i $3/4L_0$. Brak „gładkości” wykresów wartości P_{ult}^d wynika ze zmiennego zawierania się przekrojów krytycznych w strefie uszkodzonej w zależności od wartości parametrów uszkodzenia.

Wybrane wyniki wpływu destrukcji materiału sklepienia na nośność konstrukcji uzyskane za pomocą metod MK2 oraz MES-2D przedstawiono na rys. 4.15 i rys. 4.16.



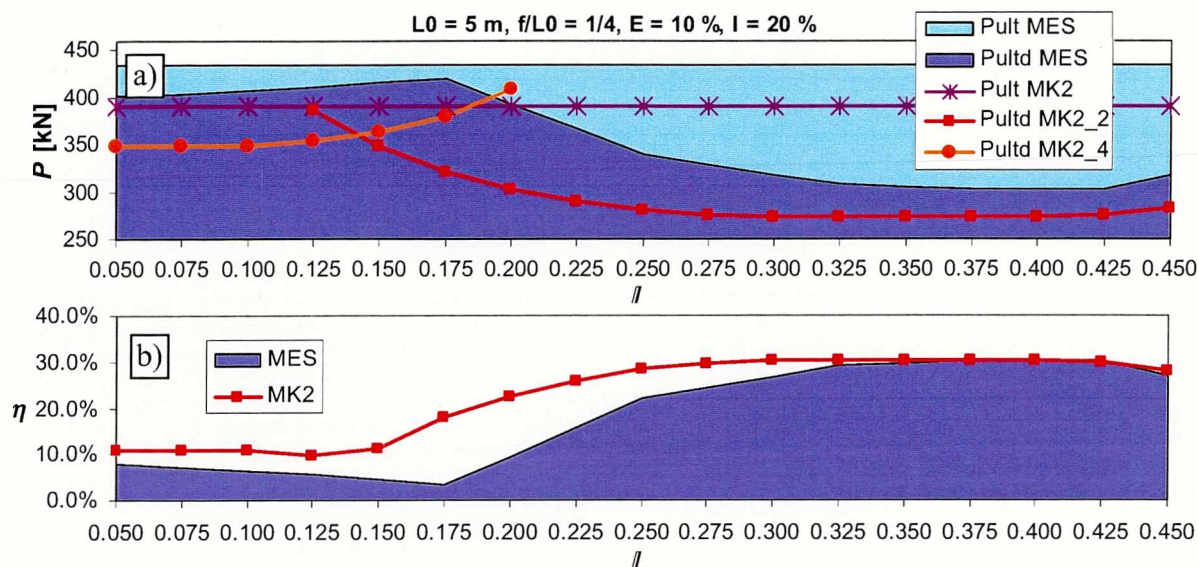
Rys. 4.15. Wyniki analiz przęseł o rozpiętości $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/4$ z destrukcją materiału o parametrach $E = 10\%$, $D = 30\%$ i $l = 0.05 \div 0.45$: a) obciążenie graniczne P_{ult} i P_{ult}^d , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η



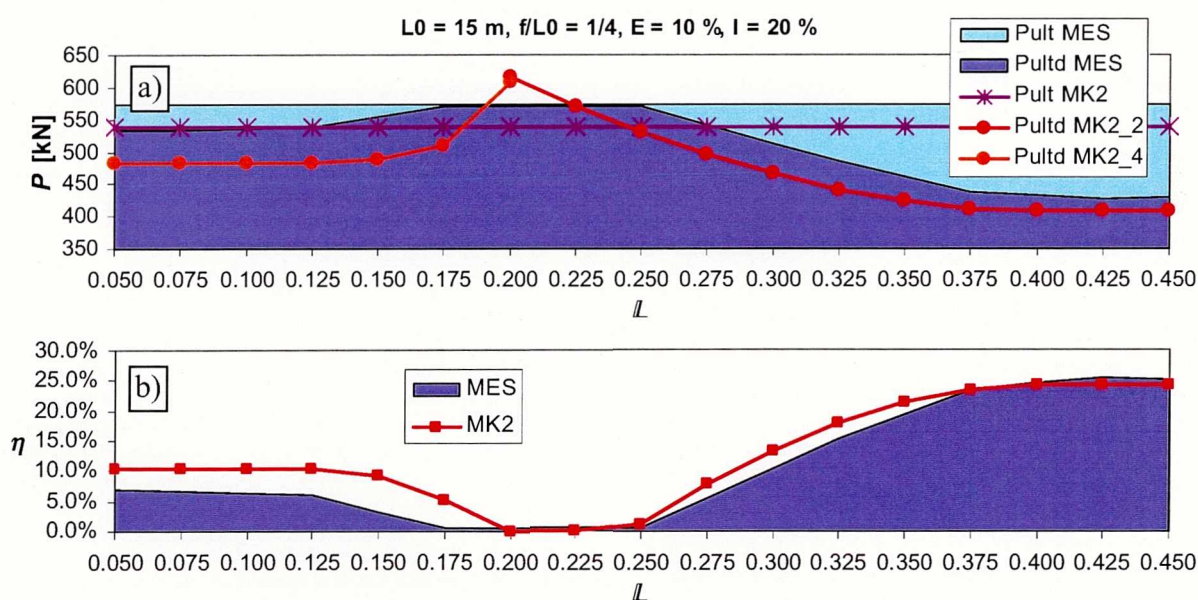
Rys. 4.16. Wyniki analiz przęseł o rozpiętości $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/4$ z destrukcją materiału o parametrach $E = 10\%$, $D = 30\%$ i $l = 0.05 \div 0.45$: a) obciążenie graniczne P_{ult} i P_{ult}^d , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η

Wybrane wyniki wpływu ubytku materiału sklepienia na nośność graniczną konstrukcji przedstawiono na rys. 4.17 i rys. 4.18. W tym przypadku wpływ uszkodzenia dotyczy przekrojów krytycznych zawierających przeguby plastyczne występujące od strony podniebienia (nr 2 i 4), stąd wykresy wpływu lokalizacji uszkodzenia na nośność P_{ult}^d tworzą

dwie gałęzie odpowiadające przekrojom nr 2 i 4, oznaczone na wykresie odpowiednio MK2_2 i MK2_4. Przy wyznaczaniu wartości wskaźnika wpływu uszkodzenia η dla każdej lokalizacji uszkodzenia pod uwagę brana jest wartość minimalna nośności.

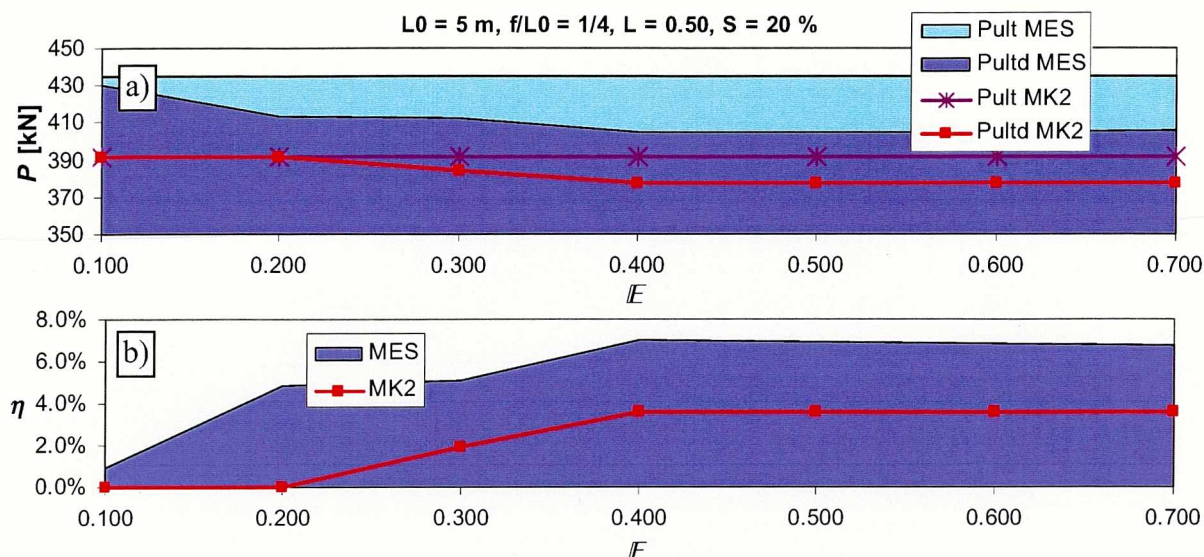


Rys. 4.17. Wyniki analiz pręseł o rozpiętości $L_0 = 5 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/4$ z ubytkiem materiału o parametrach $E = 10 \%$, $I = 20 \%$ i $l = 0.05 \div 0.45$: a) obciążenie graniczne P_{ult} i P_{ult}^d , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η

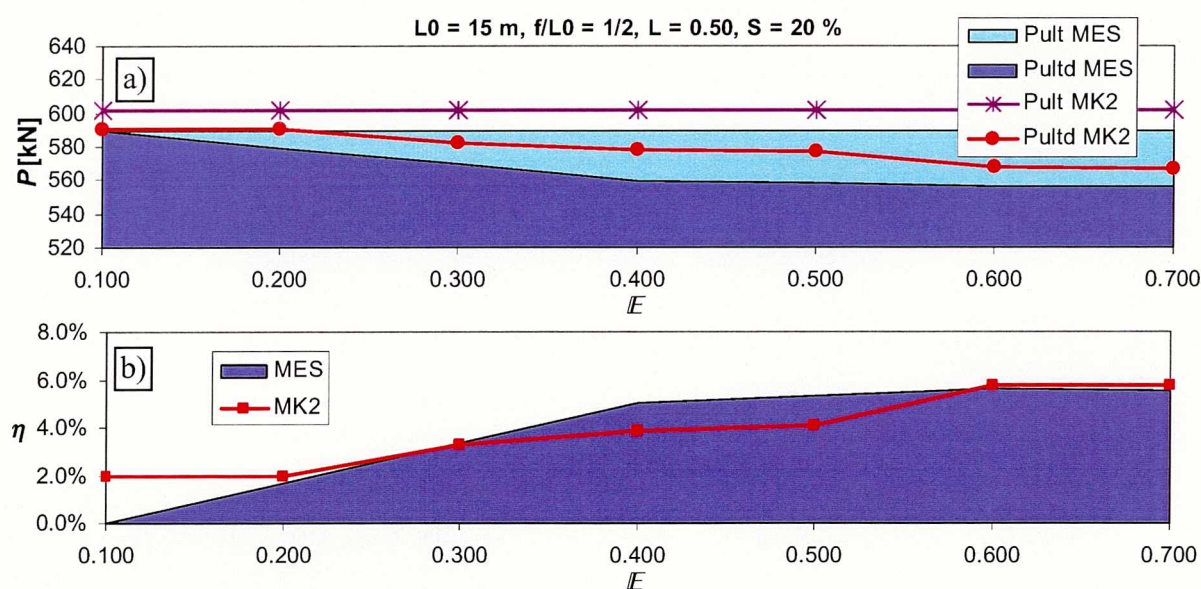


Rys. 4.18. Wyniki analiz pręseł o rozpiętości $L_0 = 15 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/4$ z ubytkiem materiału o parametrach $E = 10 \%$, $I = 20 \%$ i $l = 0.05 \div 0.45$: a) obciążenia graniczne P_{ult} i P_{ult}^d , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η

Wybrane wyniki wpływu pęknięć podłużnych sklepienia na nośność konstrukcji uzyskane za pomocą metod MK2 oraz MES-2D przedstawiono na rys. 4.19 i rys. 4.20.



Rys. 4.19. Wyniki analiz przęseł o rozpiętości $L_0 = 5 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/4$ z pęknięciem sklepienia o parametrach $L = 0.50$, $S = 20\%$ i $l/E = 0.10 \div 0.70$: a) obciążenia graniczne P_{ult} i P_{ultd} , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η



Rys. 4.20. Wyniki analiz przęseł o rozpiętości $L_0 = 15 \text{ m}$ i $f/L_0 = 1/2$ z pęknięciem sklepienia o parametrach $L = 0.50$, $S = 20\%$ i $l/E = 0.10 \div 0.70$: a) obciążenia graniczne P_{ult} i P_{ultd} , b) wskaźnik wpływu uszkodzenia η

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że zastosowanie metody MK2 prowadzi do otrzymania zazwyczaj niższych wartości nośności granicznej niż w przypadku MES-2D, zarówno dla konstrukcji nieuszkodzonych, jak i uszkodzonych. Niemniej kształty wykresów uzyskane za pomocą obu metod są zbliżone i na obu można zidentyfikować strefy wpływu oddziaływania uszkodzeń na poszczególne przeguby plastyczne. W efekcie różnice między bezwzględnymi wartościami wskaźnika wpływu uszkodzenia η z poszczególnych

metod nie przekraczają średnio kilku procent.

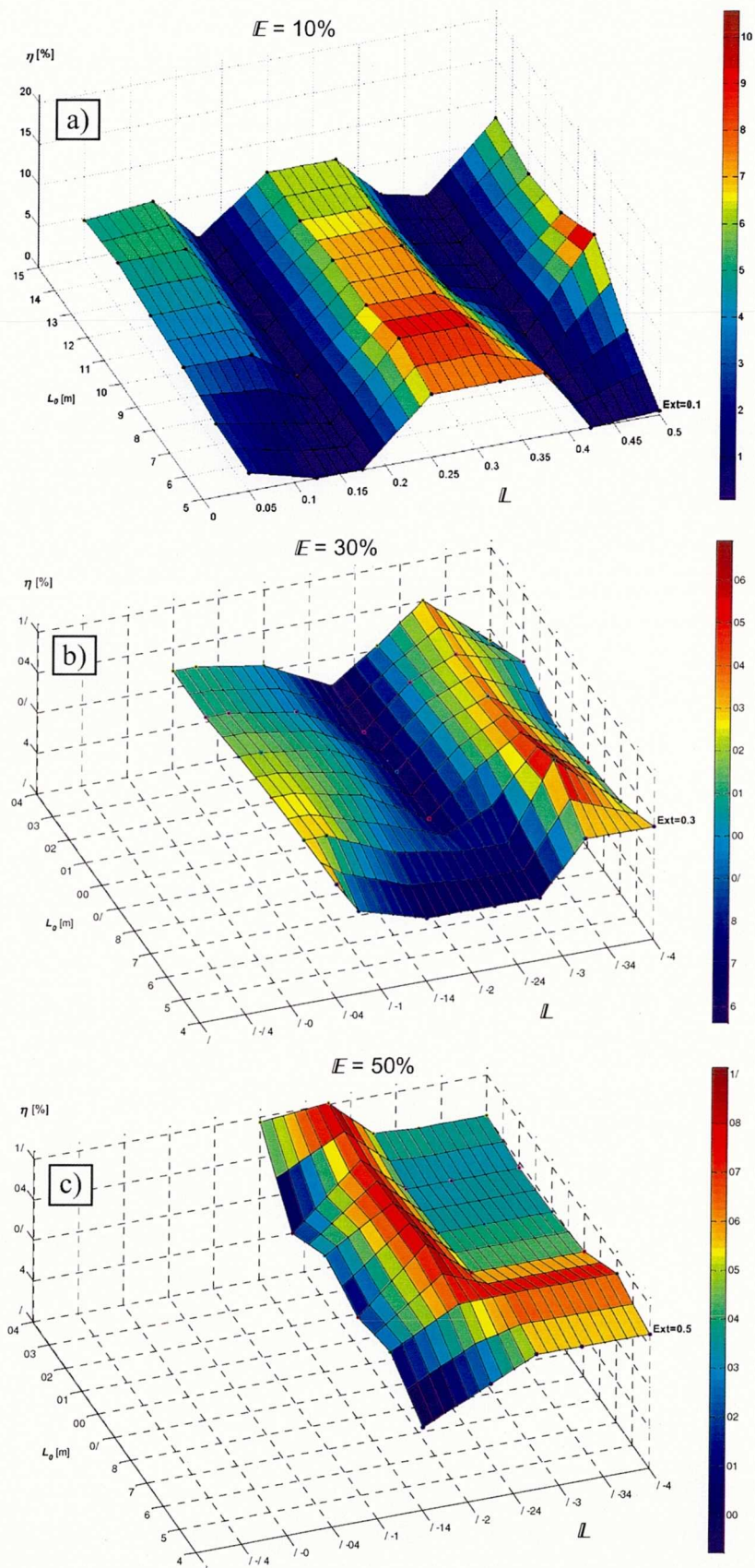
Za bardziej zaawansowaną i precyzyjniej modelującą rzeczywistość uznano metodę stosującą model MES-2D, dlatego pełną analizę parametryczną konstrukcji przęseł mostów sklepionych przeprowadzono za pomocą MES. Wyniki tej analizy obejmującej wszystkie przypadki zawarte w tab. 4.4 przedstawiono graficznie w postaci wykresów wskaźnika wpływu uszkodzenia η w funkcji parametrów geometrii konstrukcji i uszkodzeń.

Wpływ destrukcji materiału na wartość wskaźnika η pokazano na rys. 4.21 i rys. 4.22, odpowiednio dla sklepień z $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$, za pomocą osobnych trójwymiarowych wykresów funkcji $\eta = \eta(L_0, \mathbb{L})$ dla dyskretnych wartości: $\mathbb{E} = 10, 30$ i 50% oraz $\mathbb{D} = 30\%$.

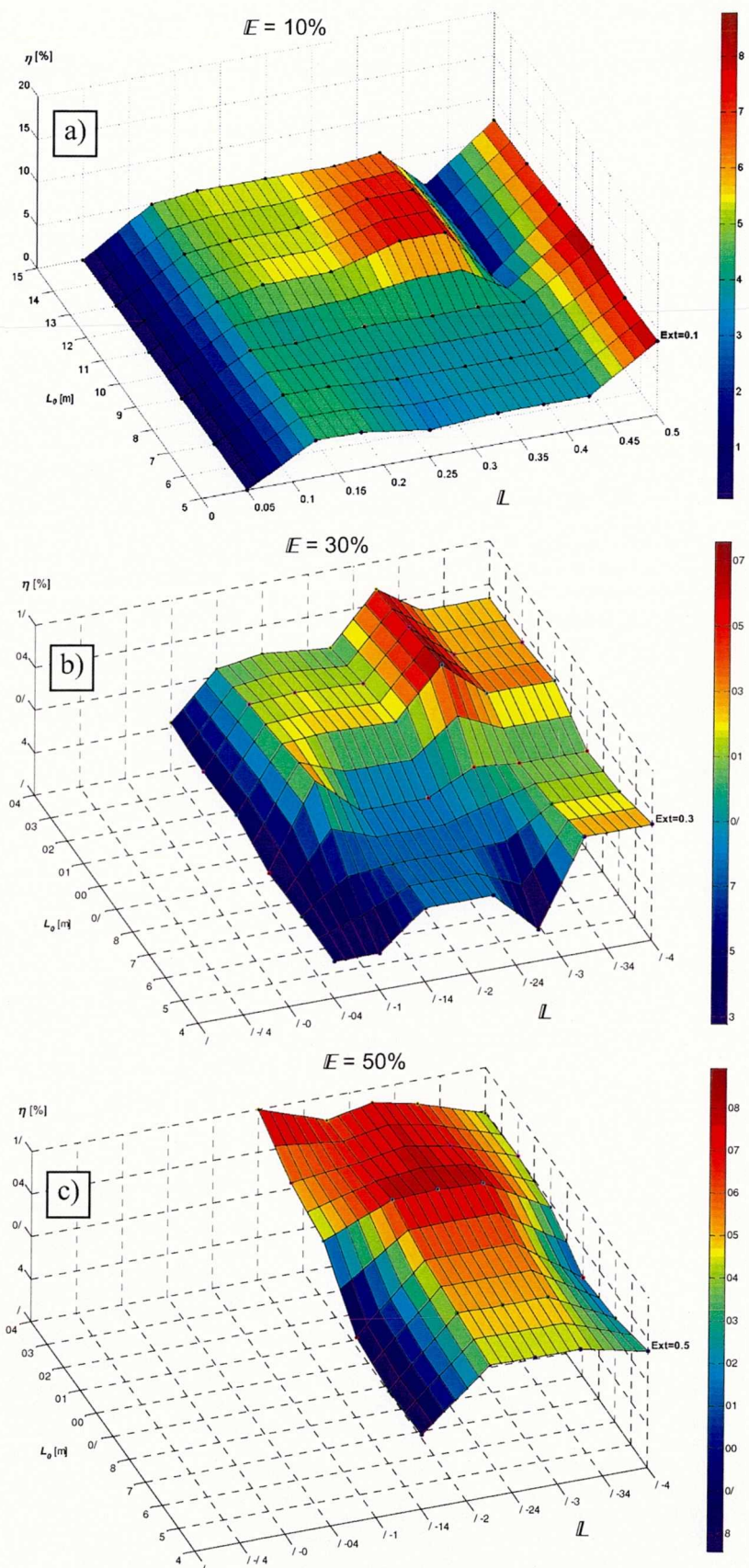
Wpływ ubytku materiału na wartość wskaźnika η pokazano na rys. 4.23 i rys. 4.24, odpowiednio dla sklepień z $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$, przy wykorzystaniu osobnych trójwymiarowych wykresów funkcji $\eta = \eta(L_0, \mathbb{L})$ dla wybranych wartości parametrów: $\mathbb{L} = 10$ i 20% oraz $\mathbb{E} = 10\%$ (dla wartości $\mathbb{L} = 5$ i 15% oraz $\mathbb{E} = 5\%$ uzyskano podobne wykresy).

Ponadto wpływ zmienności parametrów $\mathbb{L}$ i $\mathbb{E}$ ubytku materiału na bezwzględne wartości nośności granicznej przedstawiono na rys. 4.25 i rys. 4.26, odpowiednio dla konstrukcji rozpiętości $L_0 = 5$ i 15 m przy $f/L_0 = 1/4$, w postaci trójwymiarowych wykresów funkcji $P_{ult} = P_{ult}(\mathbb{L}, \mathbb{D})$ oraz $P_{ult} = P_{ult}(\mathbb{L}, \mathbb{E})$.

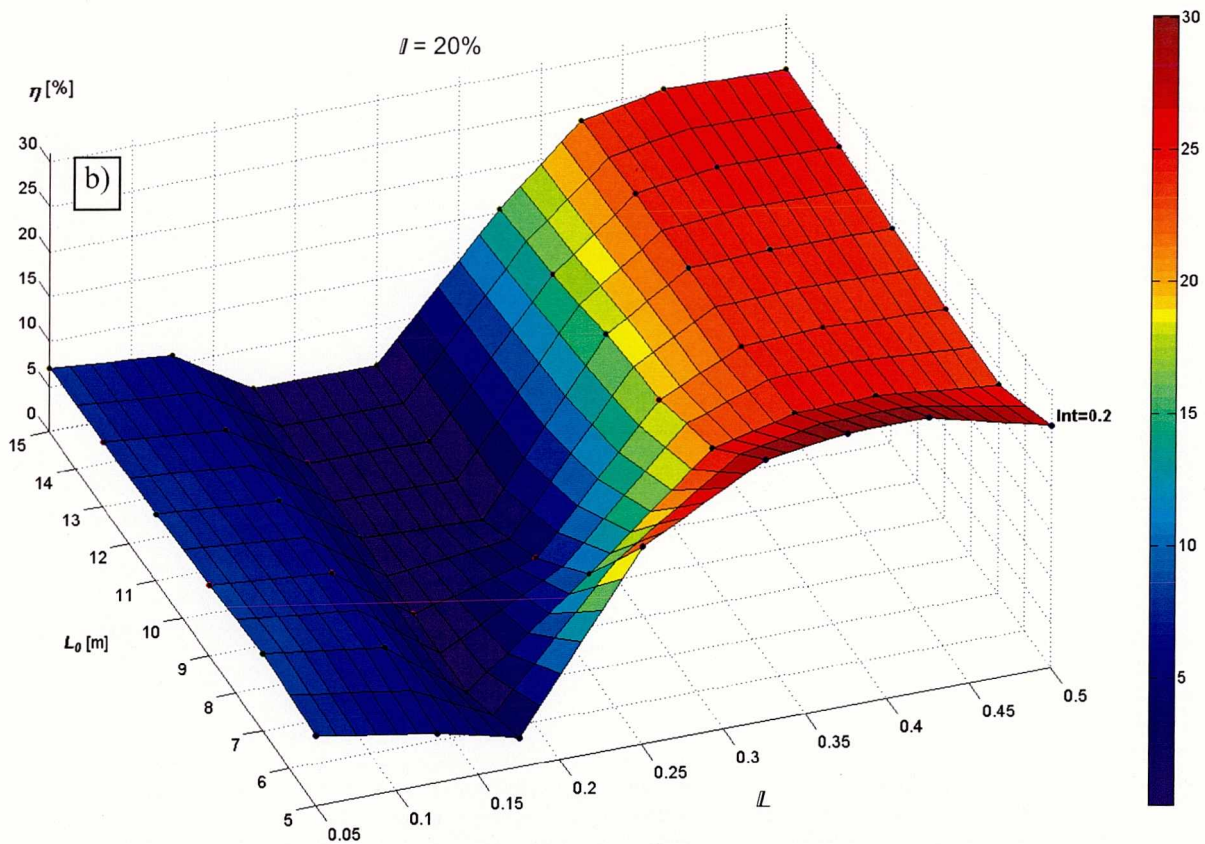
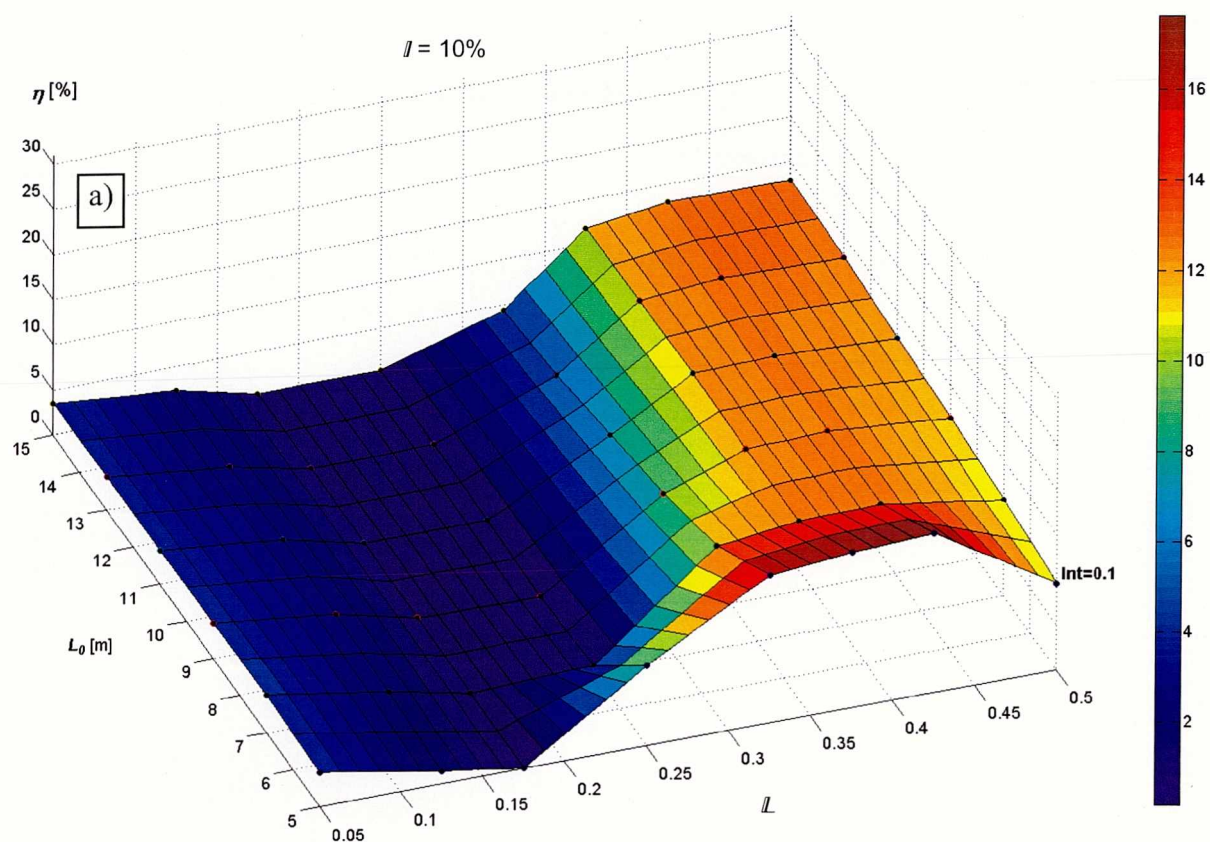
Wpływ pęknięć podłużnych sklepienia na wartość wskaźnika η pokazano na rys. 4.27 przy użyciu trójwymiarowych wykresów funkcji $\eta = \eta(L_0, \mathbb{E})$ osobno dla $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$ przy założonej stałej wartości parametru $\mathbb{S} = 20\%$.



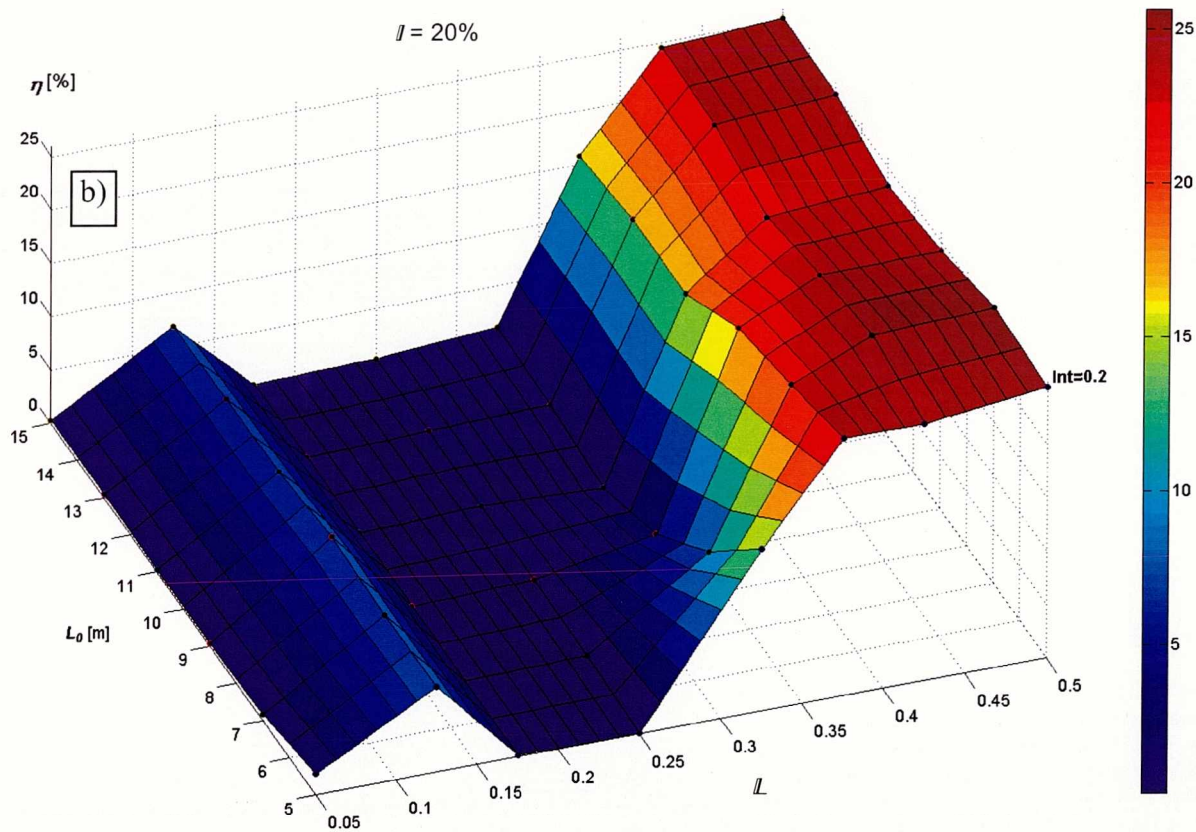
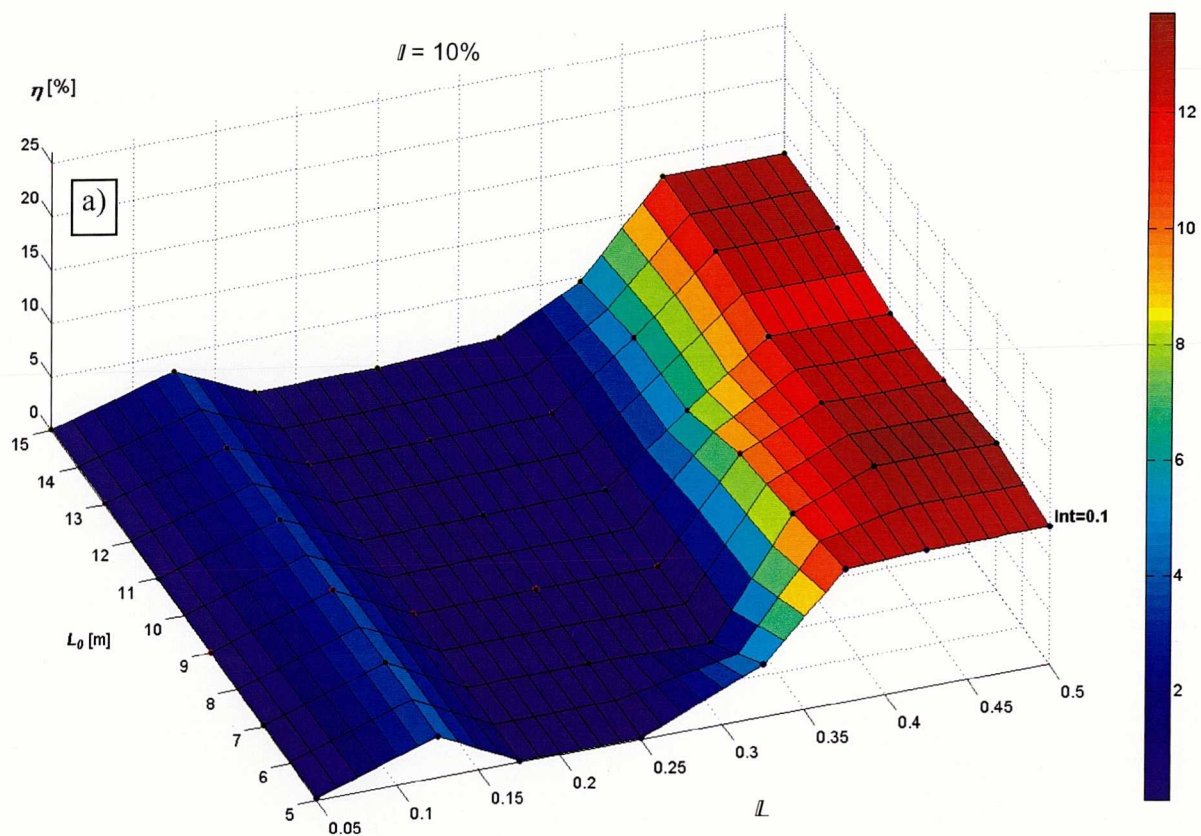
Rys. 4.21. Wskaźnik wpływu uszkodzenia η na nośność graniczną pręseł z $f/L_0 = 1/4$ z destrukcją materiału o parametrach $L = 0.05 \div 0.50$, $D = 30\%$ oraz: a) $E = 10\%$, b) $E = 30\%$, c) $E = 50\%$



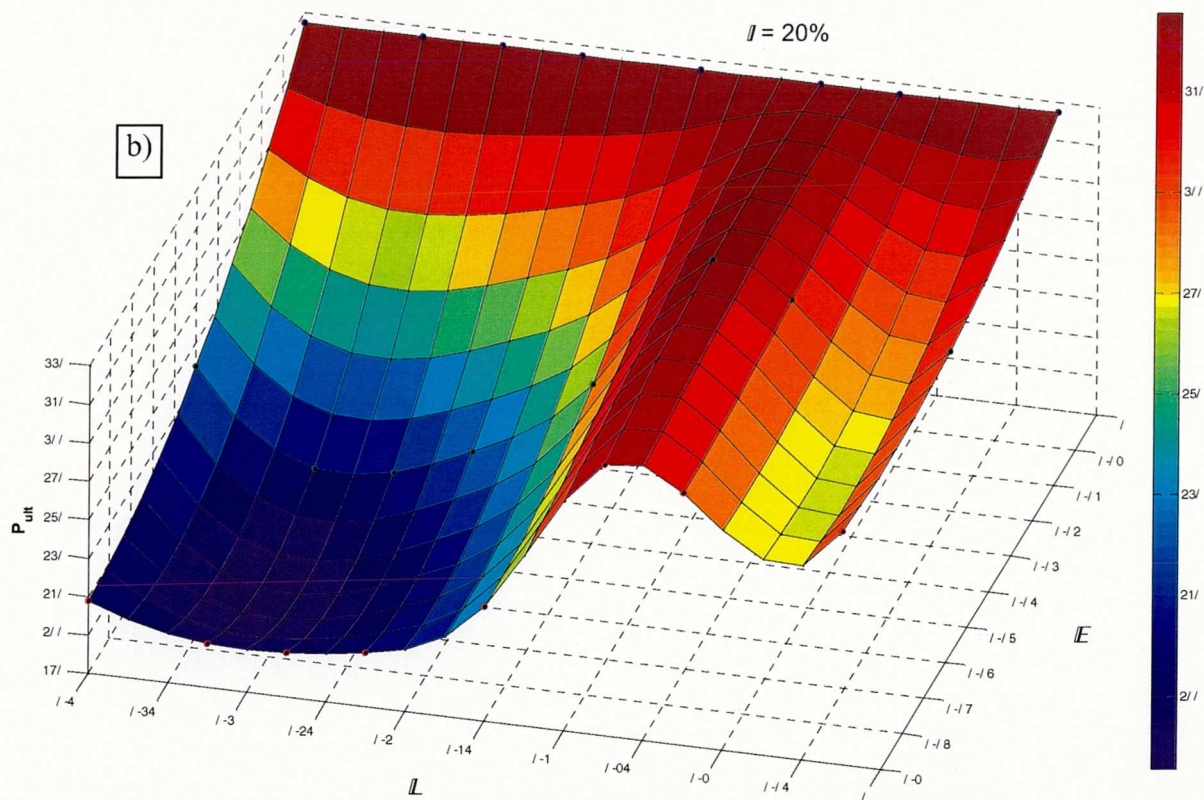
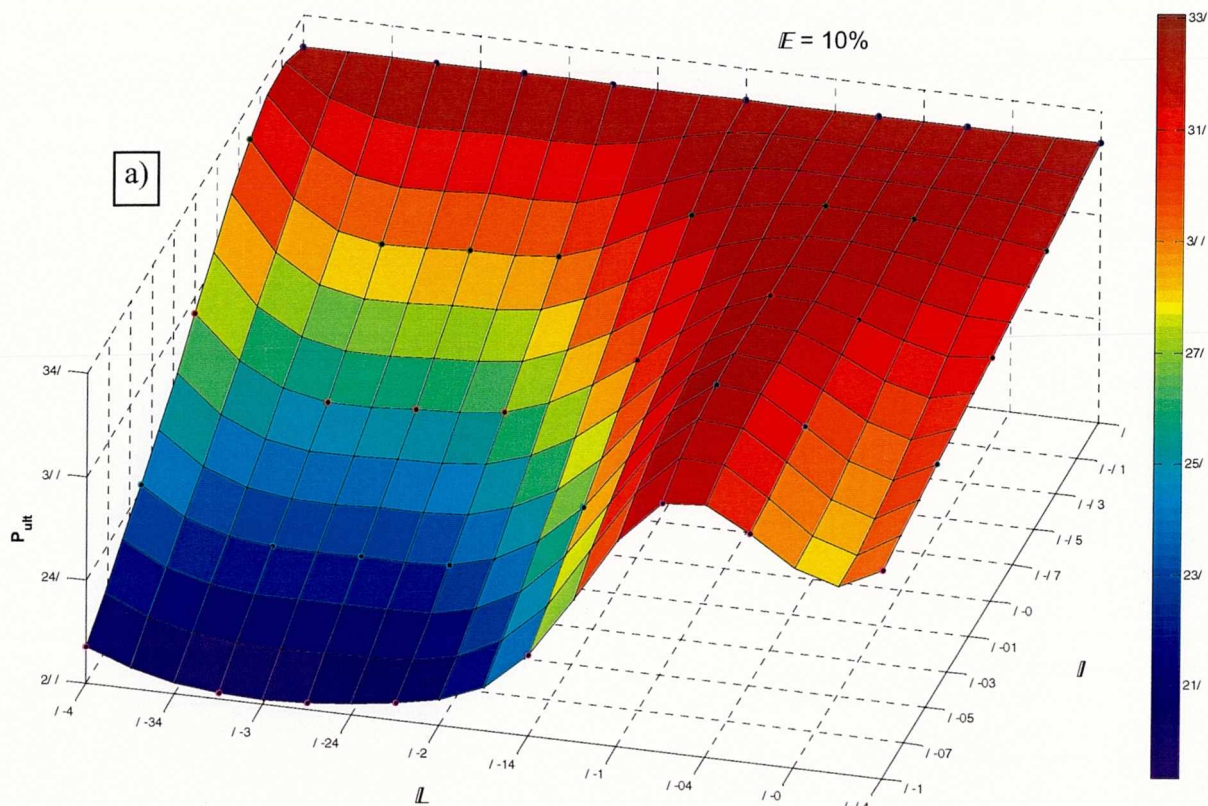
Rys. 4.22. Wskaźnik wpływu uszkodzenia η na nośność graniczną pręseł $z/f/L_0 = 1/2$ z destrukcją materiału o parametrach $L = 0.05 \div 0.50$, $D = 30\%$ oraz: a) $E = 10\%$, b) $E = 30\%$, c) $E = 50\%$



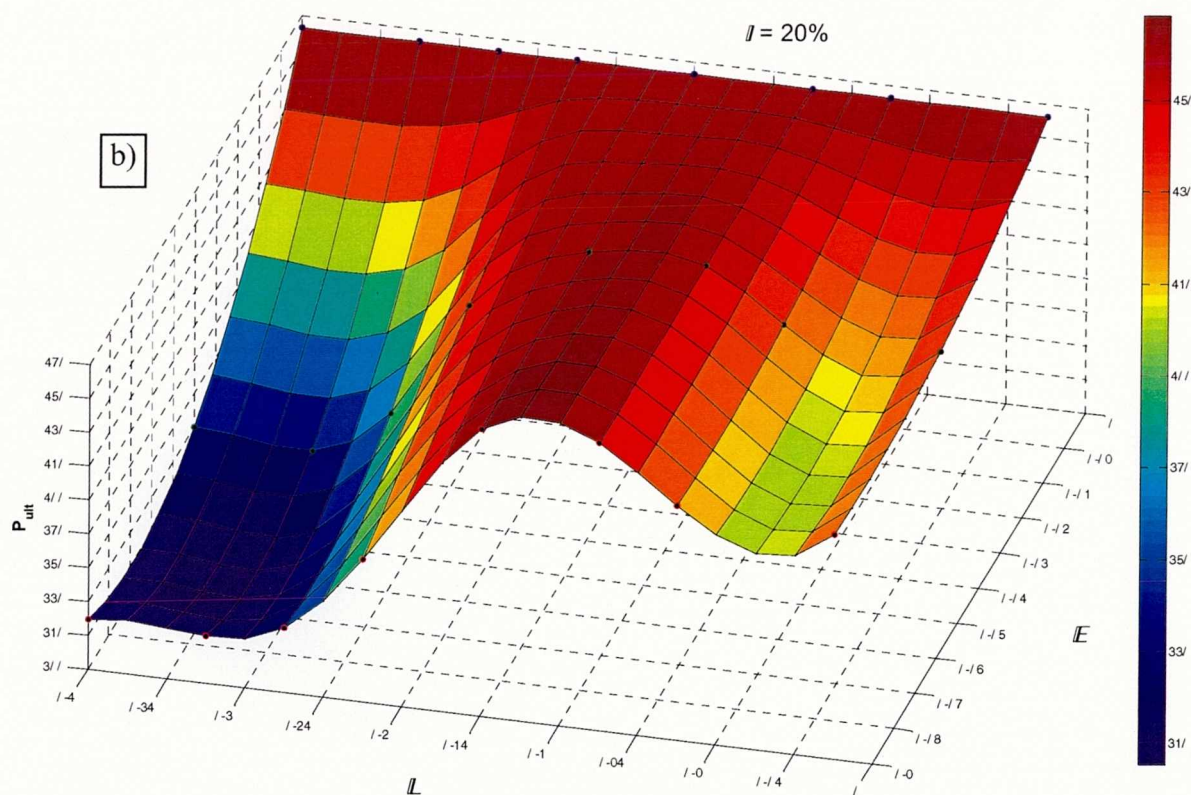
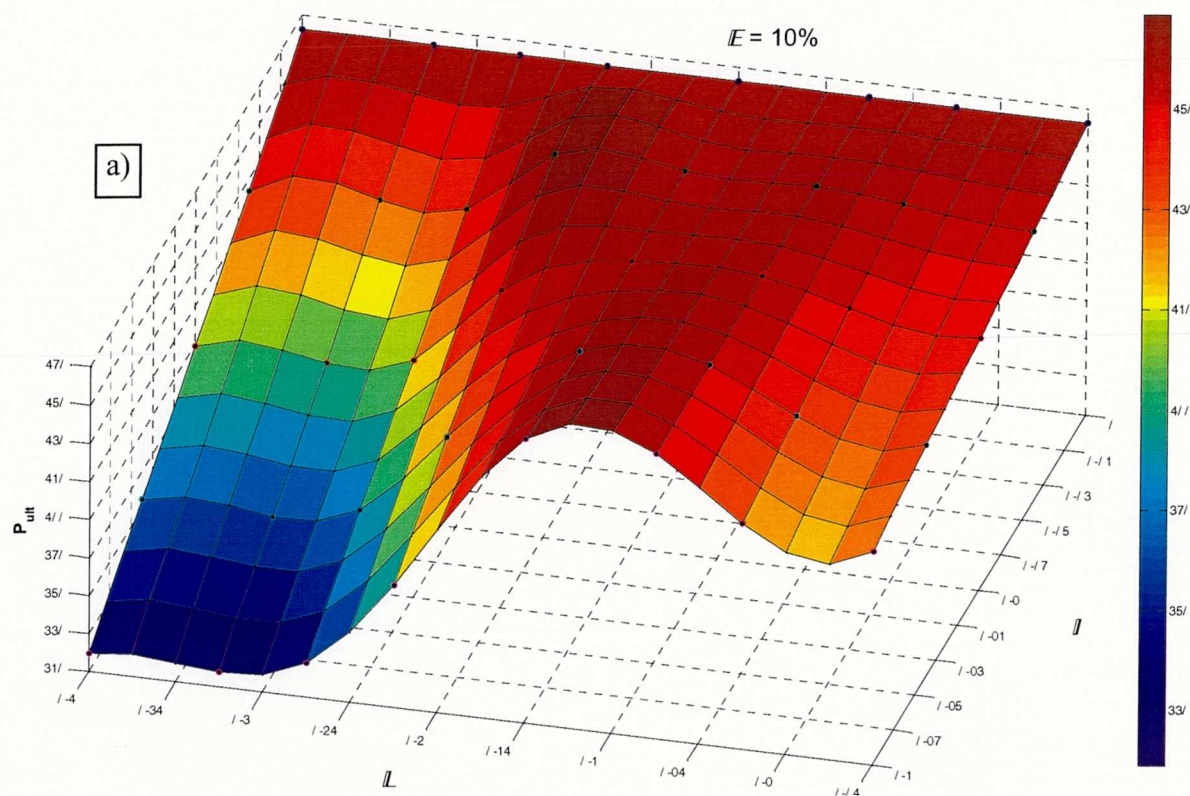
Rys. 4.23. Wskaźnik wpływu uszkodzenia η na nośność graniczną pręseł z $f/L_0 = 1/4$ z ubytkiem materiału o parametrach $l = 0.05 \div 0.50$, $I = 10\%$ oraz: a) $I = 10\%$, b) $I = 20\%$



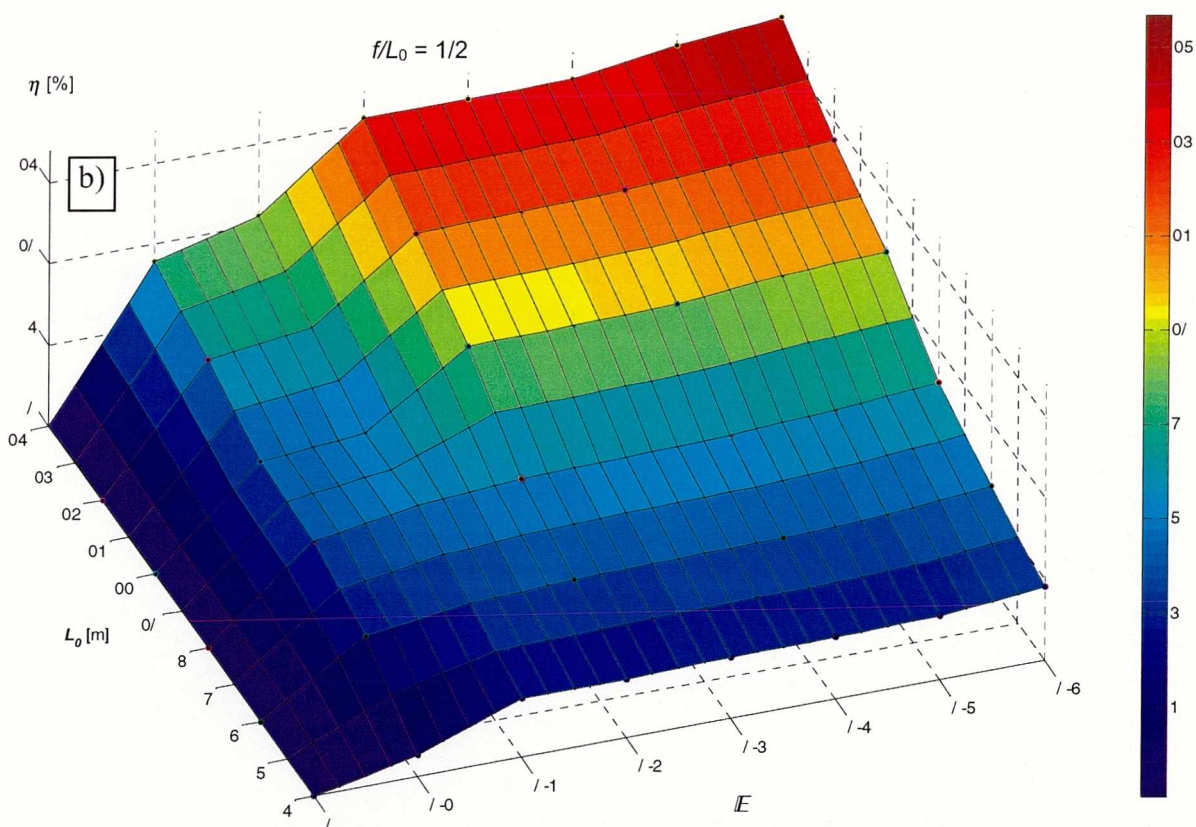
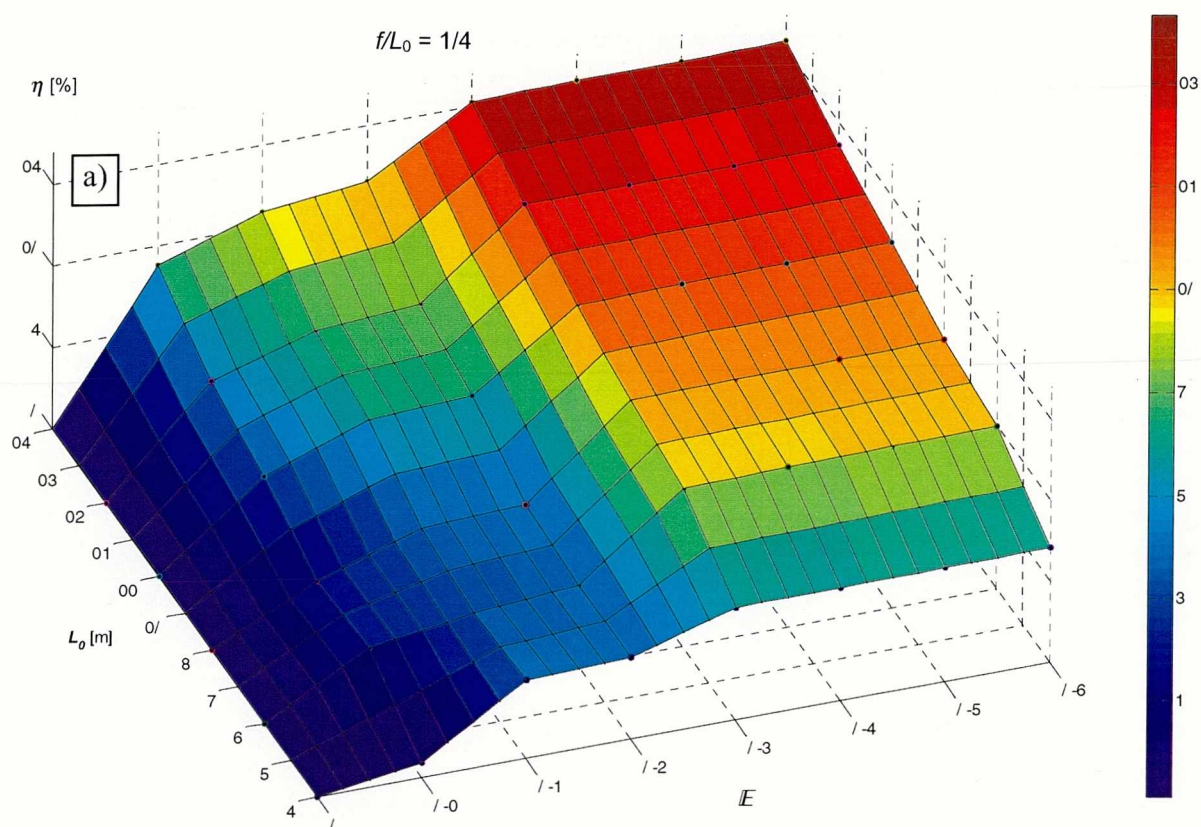
Rys. 4.24. Wskaźnik wpływu uszkodzenia η na nośność graniczną pręseł z $f/L_0 = 1/2$ z ubytkiem materiału o parametrach $L = 0.05 \div 0.50$, $I = 10\%$ oraz: a) $I = 10\%$, b) $I = 20\%$



Rys. 4.25. Wartości nośności granicznej pręseł o rozpiętości $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/4$ z ubytkiem materiału o parametrach $l = 0.05 \div 0.50$ oraz: a) $E = 10\%$ i $l = 0 \div 20\%$, b) $l = 20\%$ i $E = 0 \div 10\%$



Rys. 4.26. Wartości nośności granicznej pręseł o rozpiętości $L_0 = 15$ m i $f/L_0 = 1/4$ z ubytkiem materiału o parametrach $\bar{l} = 0.05 \div 0.50$ oraz: a) $E = 10\%$ i $\bar{l} = 0 \div 20\%$, b) $\bar{l} = 20\%$ i $E = 0 \div 10\%$

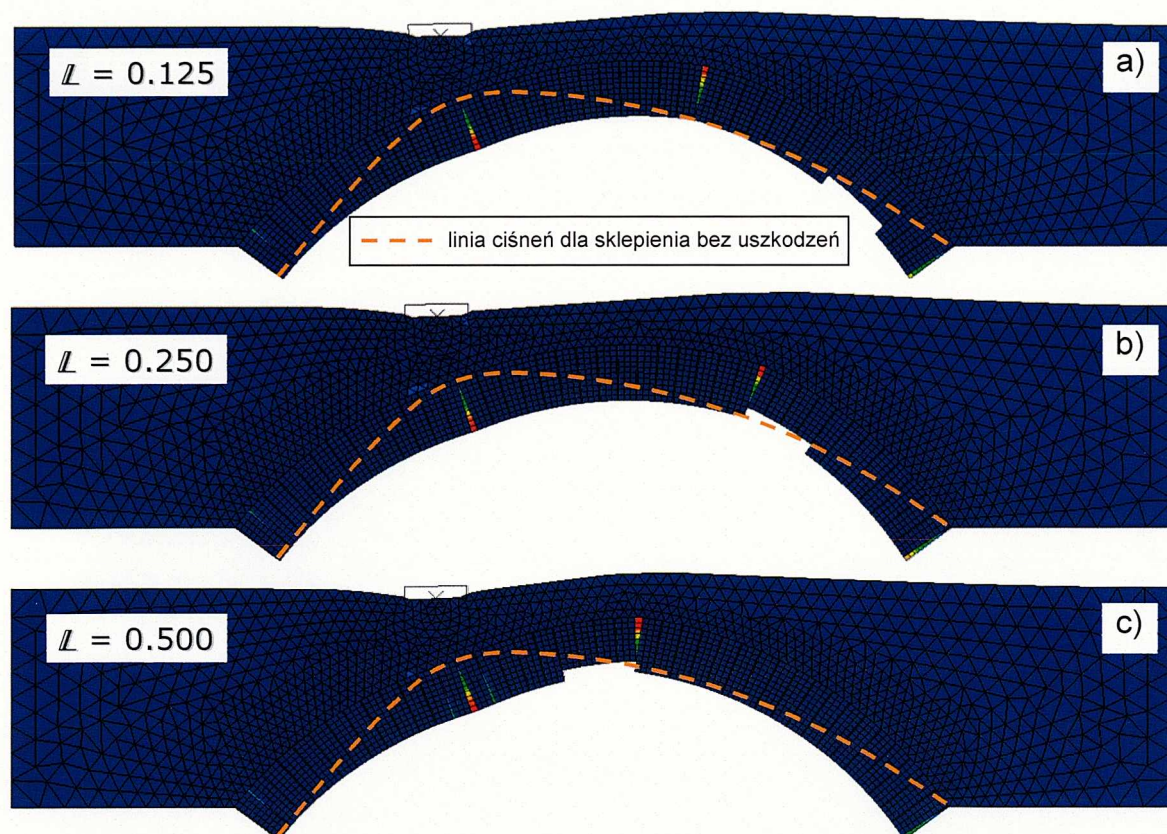


Rys. 4.27. Wskaźnik wpływu uszkodzenia η typu pęknięcie podłużne sklepienia o parametrach $L = 0.50$, $S = 20\%$ na nośność graniczną przęseł z: a) $f/L_0 = 1/4$, b) $f/L_0 = 1/2$

4.6. Mechanizm wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji

Wpływ rozpatrywanych typów uszkodzeń na nośność graniczną przęseł mostów murowanych jest zjawiskiem wyraźnie się objawiającym. Jego poziom ściśle wiąże się z wartościami parametrów opisu uszkodzenia, czyli, ogólnie rzecz biorąc, uzależniony jest od rozmiaru i położenia uszkodzenia.

Istotę wpływu uszkodzeń na mechanikę sklepienia mostu murowanego można wyjaśnić, w najbardziej czytelny sposób, za pomocą linii ciśnień i związanego z nią położenia przegubów plastycznych w przekrojach krytycznych. Obniżenie nośności granicznej konstrukcji na skutek uszkodzeń jest powodowane modyfikacją przebiegu linii ciśnień w stosunku do konstrukcji nieuszkodzonej. Przykładowo, gdy na trasie linii ciśnień pojawia się obszar objęty destrukcją materiału, minimalna odległość linii względem podniebienia/grzbietu sklepienia jest określana z uwzględnieniem obniżonej wytrzymałości materiału, a więc jest odpowiednio zwiększana. To z kolei narzuca zmniejszenie granicznej wartości obciążenia zewnętrznego celem zachowania całej linii ciśnień w obrębie profilu sklepienia. Analogiczna jest interpretacja wpływu ubytków materiału, które linia ciśnień musi „omijać”.



Rys. 4.28. Wpływ lokalizacji ubytku materiału na postać zniszczenia sklepienia o parametrach ($L_0 = 5 \text{ m}$, $f/L_0 = 1/4$): a) $L = 0.125$, b) $L = 0.250$, c) $L = 0.500$

W związku z tym na nośność graniczną w największym stopniu wpływają uszkodzenia, które występują na trasie linii ciśnień wyznaczonej dla konstrukcji nieuszkodzonej. Na rys. 4.28 pokazano przykładowo trzy przypadki ubytku materiału ($E = 0.10\%$, $I = 20\%$) sklepienia o $L_0 = 5$ m i $f/L_0 = 1/4$ dla lokalizacji: $L = 0.125$, $L = 0.250$ i $L = 0.500$ na tle kształtu linii ciśnień dla takiego samego obiektu bez uszkodzeń. Wzajemne położenie linii ciśnień i stref ubytku materiału stanowi wyjaśnienie zróżnicowanego wpływu tego uszkodzenia w funkcji jego lokalizacji i daje w efekcie (zgodnie z wynikami przedstawionymi na rys. 4.23b) wartości wskaźnika wpływu uszkodzenia przedstawione w tab. 4.5.

Tab. 4.5. Wpływ lokalizacji ubytku materiału o parametrach $E = 10\%$, $I = 20\%$, $L_0 = 5$ m, $f/L_0 = 1/4$ na wartości wskaźnika wpływu uszkodzenia η

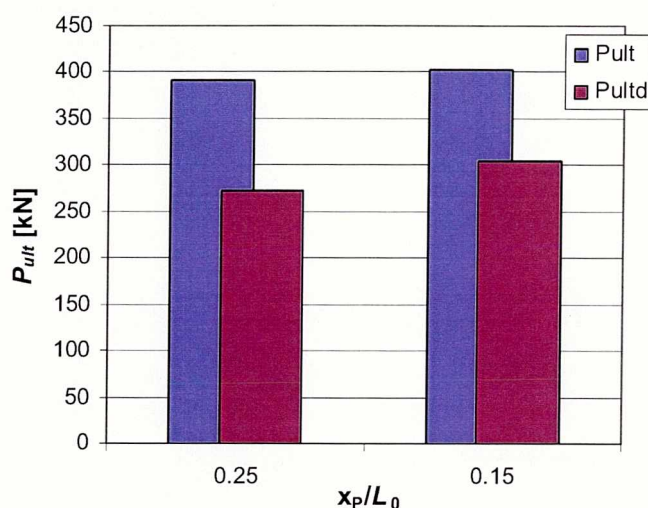
L	0.125	0.250	0.500
η [%]	5.5	21.9	26.9

Widoczny jest mały wpływ ($\eta = 5.5\%$) ubytku materiału na nośność graniczną konstrukcji przy lokalizacji uszkodzenia $L = 0.125$, co wynika z występowania tego ubytku poza trasą linii ciśnień. Dla lokalizacji $L = 0.50$ wpływ ubytku materiału na nośność graniczną jest natomiast znaczny ($\eta = 26.9\%$), gdyż uszkodzenie to pokrywa się z linią ciśnień konstrukcji nieuszkodzonej, czyli występuje w ściskanych częściach przekrojów sklepienia. Z wykresów przedstawionych na rys. 4.23 i rys. 4.24 wynika, że obszar sklepienia niewrażliwy na ubytki materiału jest bardziej rozległy dla przęseł większych rozpiętości. Podobne zależności można zaobserwować dla pozostałych typów uszkodzeń – destrukcji i podłużnych pęknięć sklepienia.

Obecność uszkodzeń może wpływać też na postać zniszczenia sklepienia przez modyfikację położenia przekrojów krytycznych. Tego typu sytuację reprezentują również przypadki przedstawione na rys. 4.28. Dla lokalizacji $L = 0.25$ i $L = 0.50$ następuje przemieszczenie drugiego (od prawej) przekroju krytycznego w stosunku do przypadku konstrukcji nieuszkodzonej; postać zniszczenia sklepienia z ubytkiem zdefiniowanym lokalizacją $L = 0.125$ odpowiada postaci zniszczenia przęsła bez uszkodzeń. Efekt ten związany jest ze zmniejszeniem energii potrzebnej do przekształcenia sklepienia w mechanizm dzięki przemieszczeniu przekroju krytycznego do obszaru uszkodzenia, w którym przegub plastyczny może formować się dalej od krawędzi sklepienia.

Jak wspomniano wcześniej przebieg linii ciśnień decyduje o wpływie uszkodzeń na nośność graniczną przęsła murowanego, zatem zmiana schematu obciążenia konstrukcji,

np. zmiana współrzędnej położenia obciążenia zewnętrznego modyfikująca rozkład sił wewnętrznych (linię ciśnień) w sklepieniu, zmienia położenia przekrojów krytycznych i tym samym krytyczne lokalizacje uszkodzeń. Najbardziej niekorzystne lokalizacje uszkodzeń ulegają jednak tylko nieznacznej modyfikacji, co potwierdza analiza przedstawiona w rozdziale 4.3.5, a graniczne wartości obciążenia P położonego w nowym miejscu ($x_P \neq L_0/4$) są wyższe w stosunku do przypadku obciążenia położonego w $L_0/4$ w porównaniu zarówno do konstrukcji nieuszkodzonych, jak i z uszkodzeniami o krytycznych lokalizacjach. Przykładowo na rys. 4.29 pokazano porównanie nośności granicznej konstrukcji ($L_0 = 5$ m, $f/L_0 = 1/4$) nieuszkodzonej (P_{ult}) i uszkodzonej (P_{ult}^d) z ubytkiem materiału o parametrach $\varepsilon = 5\%$, $\eta = 20\%$ obciążonych w $x_P = 0.25L_0$ i $x_P = 0.15L_0$. Dla każdego przypadku położenia obciążenia zewnętrznego wybrano odpowiadające im najniekorzystniejsze lokalizacje uszkodzenia wynoszące odpowiednio: $\xi = 0.35$ i $\xi = 0.40$.



Rys. 4.29. Wpływ współrzędnej położenia obciążenia (x_P) na nośność graniczną konstrukcji ($L_0 = 5$ m, $f/L_0 = 1/4$) nieuszkodzonej (P_{ult}) i uszkodzonej (P_{ult}^d) z ubytkiem materiału ($\varepsilon = 5\%$, $\eta = 20\%$) zlokalizowanym najniekorzystniej

Mając na względzie wszystkie sformułowane wcześniej uwagi należy uznać, że analiza nośności granicznej murowanych przęseł sklepionych umożliwia globalną i jednoczesną kontrolę wyężenia konstrukcji w całym jej obszarze z uwzględnieniem obecności ewentualnych uszkodzeń. Takie podejście ma wyraźną przewagę nad innymi metodami obliczeń (patrz – rozdział 2.2.2), jak np. analiza ekstremalnych naprężeń czy analiza interakcji sił wewnętrznych. W tych metodach analiza obejmuje poszukiwanie przekrojów krytycznych sklepienia, kontrolę sił w tych przekrojach (wielu jednocześnie) oraz szczegółową interpretację wyników. Analiza nośności granicznej opiera się natomiast na pojedynczej wartości obciążenia P i w tym sensie stanowi zatem wygodną, porównywalną

i jednoznaczna miarę wpływu uszkodzenia na stan konstrukcji. Nośność graniczna może również stanowić podstawę analiz konstrukcji z wieloma jednoczesnymi uszkodzeniami, co jednak jest bardziej złożonym zagadnieniem niepodlegającym zasadzie superpozycji i wykracza poza zakres niniejszej pracy.

Ponadto, jak się wydaje, istnieje możliwość wykorzystania prezentowanych analiz nośności granicznej do oceny wpływu uszkodzeń na redukcję obciążeń dopuszczalnych konstrukcji. Proponowanym podejściem do tego zagadnienia jest bezpośrednie zastosowanie, zdefiniowanego w pracy, wskaźnika wpływu uszkodzenia jako miary obniżenia wartości obciążenia dopuszczalnego. Możliwość takiego rozwiązania jest bezpośrednią konsekwencją przyjęcia liniowego związku między nośnością graniczną a obciążeniem dopuszczalnym określonego w rozdziale 3.4 wzorem (3.59).

4.7. Wnioski

W rozdziale 4 przystosowano prezentowane w pracy metody analizy nośności granicznej przęseł mostów murowanych do obliczeń z uwzględnieniem wpływu typowych uszkodzeń tych konstrukcji. Zaproponowane rozwiązania związane ze sposobem implementacji uszkodzeń oraz z procedurami obliczeniowymi okazały się być skuteczne w określaniu jednoznacznej, miarodajnej i porównywalnej oceny wpływu na stan konstrukcji uszkodzeń trzech rodzajów o różnych parametrach ich opisu (lokalizacji, rozległości i intensywności).

W wyniku przeprowadzonej obszernej analizy parametrycznej stwierdzono wyraźne oddziaływanie rozpatrywanych typów uszkodzeń na mechanikę przęseł mostów murowanych. Dla przyjętych zakresów zmienności parametrów uszkodzeń (o wartościach odpowiadających przypadkom spotykanym w praktyce) efekt ich wpływu na nośność graniczną, wyrażony wskaźnikiem wpływu uszkodzeń η , sięga kilkudziesięciu procent.

Omawiając wyniki wpływu destrukcji i ubytków materiału na nośność konstrukcji, można zauważyć podobieństwo wykresów wskaźnika wpływu uszkodzenia η w funkcji lokalizacji uszkodzenia L (przekrojów pionowych równoległych do osi L) dla wszystkich rozpiętości przęsła L_0 . Podobieństwo to obejmuje zarówno kształt wykresu, jak i bezwzględne wartości wskaźnika η .

Dla pewnych wartości lokalizacji destrukcji materiału widoczny jest brak wpływu tych uszkodzeń na nośność konstrukcji ($P_{ult}^d = P_{ult} \rightarrow \eta = 0$). Przykładowo w przypadku destrukcji o rozległości $E = 10\%$ dla przęseł z $f/L_0 = 1/4$ (rys. 4.21a) sytuacja taka występuje dla

lokalizacji uszkodzenia w pobliżu $\mathbb{L} = 0.175$ i $\mathbb{L} = 0.425$. Wynika ona z tego, że wyszczególnione lokalizacje odpowiadają strefom sklepienia, w których nie pojawiają się przekroje krytyczne i w związku z tym nie dochodzi do modyfikacji położenia przegubów plastycznych na wysokości przekroju sklepienia i tym samym obniżenia nośności.

Na podstawie uzyskanych wyników można też zidentyfikować krytyczne lokalizacje destrukcji materiału mające największy wpływ na nośność przęsła murowanego. Lokalizacje krytyczne zależą w znacznym stopniu od rozległości destrukcji i wynikającej stąd potencjalnej liczby przekrojów krytycznych objętych uszkodzeniem. Dla rozległości równej $\mathbb{E} = 10\%$ krytyczne położenie uszkodzenia obejmuje pojedynczy przekrój krytyczny i odpowiada lokalizacji w pobliżu $\mathbb{L} = 0.30$. Dla rozległości $\mathbb{E} = 30\%$ i $\mathbb{E} = 50\%$ krytyczne położenie uszkodzenia odpowiada natomiast innym wartościom lokalizacji, gdyż obejmuje dwa lub więcej przekrojów krytycznych.

Analogiczne wnioski można wyciągnąć badając wyniki wpływu ubytku materiału na nośność konstrukcji. Przykładowo dla przęseł z $f/L_0 = 1/4$ obszar niewrażliwy na uszkodzenia rozległości $\mathbb{E} = 10\%$ obejmuje lokalizacje z zakresu $\mathbb{L} = 0.175 \div 0.250$, a dla przęseł z $f/L_0 = 1/2$ – lokalizacje z zakresu $\mathbb{L} = 0.175 \div 0.325$. Wyjaśnienie przyczyny tego zjawiska jest takie samo, jak w przypadku destrukcji materiału, czyli wynika z położeniem uszkodzenia w stosunku do miejsc występowania przegubów plastycznych. Krytyczne lokalizacje ubytku powodujące największe obniżenie nośności granicznej dla przęseł z $f/L_0 = 1/4$ znajdują się w pobliżu $\mathbb{L} = 0.4$, a dla przęseł z $f/L_0 = 1/2$ w pobliżu $\mathbb{L} = 0.45$.

Wpływ pęknięcia podłużnego sklepienia na nośność graniczną przęsła zwiększa się wraz ze wzrostem rozległości tego uszkodzenia. Ponadto w odróżnieniu od pozostałych typów uszkodzeń wpływ ten jest zależny również od rozpiętości przęsła – przy większych rozpiętościach jest wyższy, dla $L_0 = 15$ m przekracza 15%, podczas gdy dla $L_0 = 5$ m osiąga około 5%.

We wszystkich przypadkach uszkodzeń zachowana jest zgodna z przewidywaniami prawidłowość dotycząca redukcji nośności granicznej przy wzroście rozmiarów uszkodzenia, tj. parametrów rozległości lub intensywności.

5. Wspomaganie oceny nośności granicznej za pomocą systemu ekspertowego

5.1. Wprowadzenie

Prezentowany w poprzednich rozdziałach sposób oceny nośności prześł mostów murowanych stanowi złożony proces wykorzystujący zaawansowane narzędzia obliczeniowe związane z czasochłonnymi procedurami modelowania, analizy i interpretacji wyników. Tego typu podejście, choć jest ciekawym zagadnieniem naukowo-badawczym, nie może być bezpośrednio wykorzystane jako standardowa procedura szybkiej oceny nośności mostów murowanych, stosowana w typowych problemach utrzymania i zarządzania infrastrukturą mostową.

Jako alternatywne podejście proponowane jest użycie systemu ekspertowego. Tego typu system stanowi narzędzie przetwarzania i reprezentacji wiedzy, zgromadzonej w tzw. bazie wiedzy, którego zadaniem jest zastąpienie eksperta i wspomaganie użytkownika systemu w podejmowaniu decyzji. Systemy ekspertowe funkcjonują w postaci specjalistycznych programów komputerowych generujących rozwiązania problemów zdefiniowanych zestawem informacji wejściowych zadanych przez użytkownika. Wykorzystanie narzędzi ekspertowych obejmuje bardzo zróżnicowane dziedziny (np. [209], [211]) i jest przydatne zwłaszcza w tych zagadnieniach, gdzie wymagana jest profesjonalna ekspertyza.

W niniejszej pracy prezentowany jest system ekspertowy wspomagający ocenę nośności granicznej mostów murowanych z uwzględnieniem ich uszkodzeń [24]. System taki wykorzystuje gotowe dane uzyskane w drodze analiz statyczno-wytrzymałościowych, opisywanych w poprzednich rozdziałach, i zapewnia ich czytelną reprezentację oraz aproksymację w zakresie przypadków nieuwzględnionych w analizach. Posługiwanie się nim jest proste i nie wymaga od użytkownika specjalistycznej wiedzy na temat metod obliczeniowych zastosowanych przy tworzeniu systemu. Obsługa narzędzia sprowadza się do wyboru parametrów konstrukcji i zdefiniowania uszkodzenia (przy użyciu parametrów opisu uszkodzenia). W przeciwieństwie do analiz obliczeniowych, wymagających z reguły długotrwałych obliczeń numerycznych, wyniki uzyskiwane za pomocą systemu ekspertowego są dostępne praktycznie natychmiast po zdefiniowaniu danych wejściowych.

W rozdziale tym są opisane podstawy teoretyczne wykorzystanej w proponowanym

systemie ekspertowym hybrydowej technologii reprezentacji wiedzy, wykorzystującej w głównej mierze sztuczne sieci neuronowe, a także ukazana jest procedura jego tworzenia oraz gotowe i w pełni funkcjonalne narzędzie ekspertowe w postaci programu komputerowego *MyBriDE* [25].

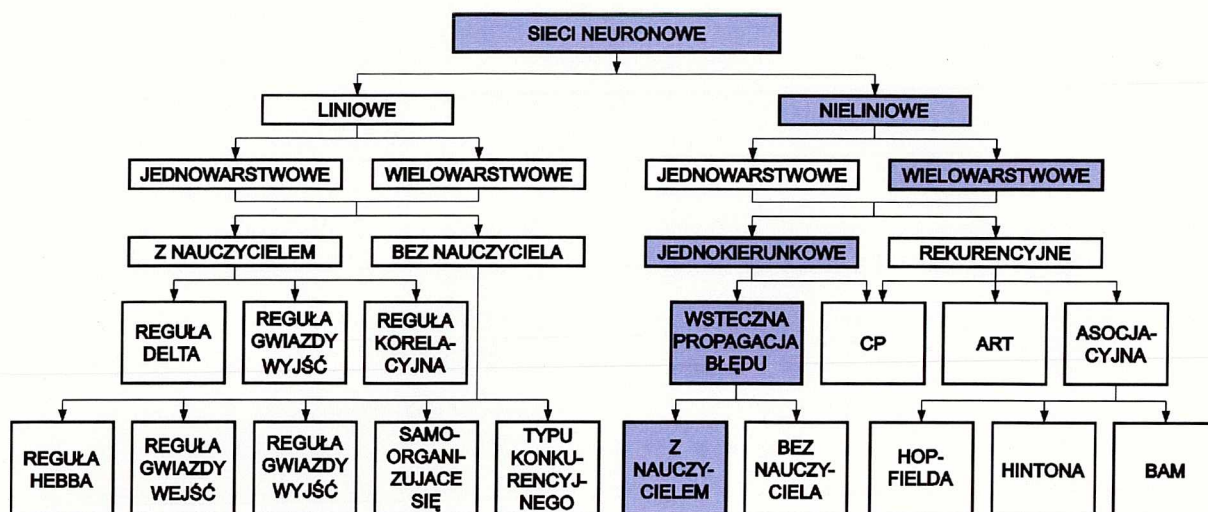
Zakres zastosowań proponowanego narzędzia obejmuje przypadki konstrukcji i ich uszkodzeń określone w poprzednich rozdziałach tj. przeszła murowane o parametrach: $L_0 = 5\div 15$ m, $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$ oraz $D = 0.2\sqrt{L_0}$ z uszkodzeniami o typowych wartościach parametrów ich opisu.

5.2. Podstawy technologii sztucznych sieci neuronowych

Sztuczne sieci neuronowe są nowoczesnym i obecnie coraz bardziej popularnym narzędziem matematycznym. Koncepcję ich funkcjonowania zaczerpnięto z neurofizjologii, naśladując sieci rzeczywistych neuronów w mózgu. Choć historia rozwoju tej technologii sięga pierwszej połowy XX w. [106], wciąż są nie do końca rozpoznany narzędziem pod względem ścisłych reguł tworzenia ich architektury oraz sposobów trenowania. Jakość funkcjonowania sieci nie została dotąd zweryfikowana matematycznie (nie udowodniono poprawności jej działania), ale o ich dużej wydajności i skuteczności świadczą bardzo liczne zastosowania praktyczne [150]. Generalnie działanie sieci neuronowych polega na reprezentacji, przetwarzaniu i uogólnianiu wiedzy, stanowiącej wielowymiarowe zbiory danych, na podstawie wcześniej poznanych wzorców. Charakteryzuje je zdolność do uczenia się i adaptacji do zmieniających się warunków. Obszar zastosowań sztucznych sieci neuronowych jest bardzo szeroki [145] i obejmuje różne zagadnienia, takie jak: klasyfikacja, rozpoznawanie wzorców, optymalizacja, aproksymacja, filtracja danych, kompresja danych, reprezentowanie związków, predykcja, sterowanie (np. [11], [163]).

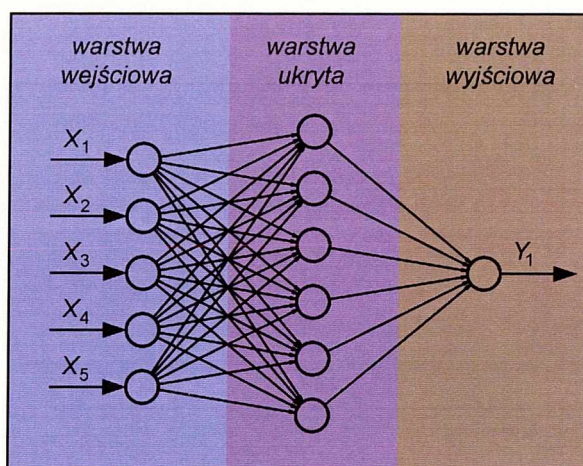
Podstawowym elementem składowym każdej sztucznej sieci neuronowej, tak jak w przypadku jej biologicznego wzorca, jest neuron wykonujący pewną elementarną operację na sygnale wejściowym, złożonym z dowolnej liczby zmiennych, i przekształcający go w pojedynczy sygnał wyjściowy. Poszczególne neurony są połączone między sobą za pomocą złożonego systemu połączeń, który określa rodzaj i specyficzne właściwości sieci.

Spośród różnych dostępnych technologii sztucznych sieci neuronowych (rys. 5.1) na potrzeby reprezentacji wiedzy związanej w analizowanym zagadnieniem wybrano sieci następującego rodzaju: nieliniowe (z logistyczną funkcją aktywacji), wielowarstwowe, jednokierunkowe, ze wsteczną propagacją błędów, wykorzystujące techniki treningu z nauczycielem.



Rys. 5.1. Zastosowana technologia sieci neuronowej na tle innych dostępnych rodzajów sieci

Do zasadniczych elementów wybranego rodzaju sieci, charakterystycznych również dla innych typów sieci, należą: neurony wejściowe i wyjściowe, neurony warstwy ukrytej, sieć połączeń między neuronami oraz funkcje aktywacji. Przykładowy schemat wielowarstwowej jednokierunkowej sieci warstwowej pokazano na rys. 5.2. Przedstawiona sieć posiada 5 neuronów wejściowych, 1 neuron wyjściowy i 6 neuronów warstwy ukrytej. Każdy neuron każdej warstwy jest połączony ze wszystkimi neuronami warstwy poprzedniej i następnej siecią połączeń. Strzałki na rysunku określają kierunek przepływu informacji w sieci. Parametry wejściowe (oznaczone $X_1 \div X_5$) odpowiadają zmiennym funkcji, którą ma aproksymować sieć neuronowa, a parametr wyjściowy (Y_1) reprezentuje wartość tej funkcji. Relacje między danymi wejściowymi a pojedynczym sygnałem wyjściowym każdego neuronu określa tzw. funkcja aktywacji [195].



Rys. 5.2. Schemat wielowarstwowej jednokierunkowej sieci neuronowej

Funkcja aktywacji neuronu (f_a) opisuje zależność między sygnałami wejściowymi neuronu x_j a sygnałem wyjściowym y_i według wzoru

$$y_i = f_a(s_i) = f_a\left(\sum_{j=1}^n (w_{ij}x_j + w_{i0})\right) \quad (5.1)$$

gdzie: s_i – łączny sygnał pobudzenia neuronu i , w_{ij} – waga sygnału wejściowego j , w_{i0} – waga wyróżnionego sygnału wejściowego.

Jedną z popularniejszych funkcji aktywacji jest funkcja sigmoidalna (logistyczna) określona wzorem (5.2), którą zastosowano również w narzędziu ekspertowym prezentowanym w niniejszej pracy:

$$f_a(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} \quad (5.2)$$

gdzie: β – parametr określający kształt sigmoidy.

Funkcja przyjmuje wartości: $f_a = 0$ dla $x \rightarrow -\infty$ oraz $f_a = 1$ dla $x \rightarrow +\infty$.

Jedną z powszechnie znanych metod uczenia wielowarstwowych sieci jednokierunkowych jest algorytm wstecznej propagacji błędów. Wykorzystuje on wartość błędu między wartościami wzorcowymi a wartościami podawanymi przez sieć, a jako jego miarę przyjmuje się sumę E kwadratów błędów wyznaczonych dla wszystkich wyjść określoną wzorem

$$E = \sum_{m=1}^p (y_m^w - y_m)^2 \quad (5.3)$$

gdzie: p – liczba wyjść sieci, y_m^w – wartość wzorcowa, y_m – wartość podawana przez sieć.

Uczenie sieci polega na adaptacyjnej modyfikacji wszystkich wag w_{ij} prowadzącej do minimalizacji powyższego błędu. W tym celu wykorzystuje się regułę najszybszego spadku i wartości wag w kolejnym kroku uczenia ($n + 1$) w stosunku do kroku aktualnego n wynoszą:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) - \eta_u \frac{\partial E(n)}{\partial w_{ij}(n)} \quad (5.4)$$

gdzie η_u – mnożnik tempa uczenia (trenowania).

W usystematyzowanym zapisie omawiany algorytm definiują poniższe wyrażenia:

$$w_{ij}^{(k)}(n+1) = w_{ij}^{(k)}(n) + 2\eta_u \delta_i^{(k)}(n) x_j^{(k)}(n) \quad (5.5)$$

$$\delta_i^{(k)}(n) = \varepsilon_i^{(k)}(n) f_a'(s_i^{(k)}(n)) \quad (5.6)$$

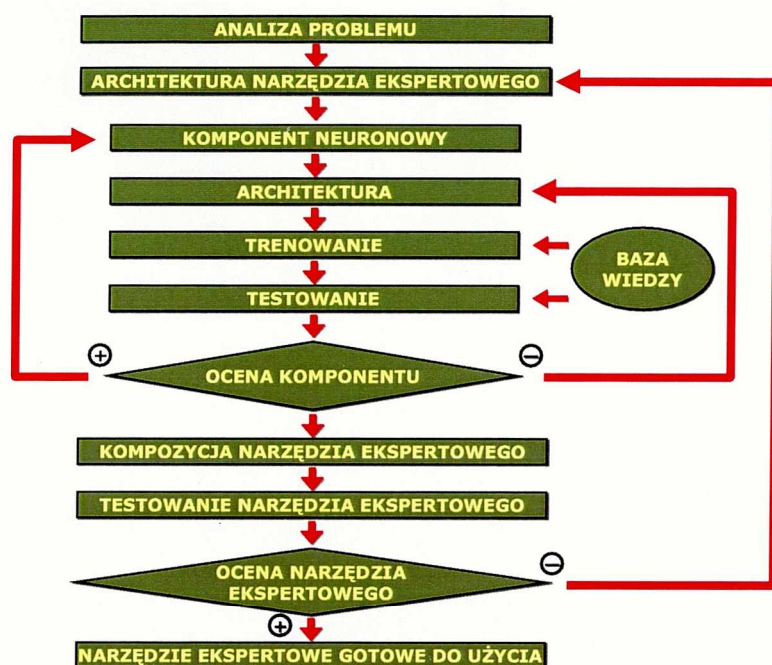
$$\varepsilon_{ij}^{(k)}(n) = \begin{cases} d_i^{(k)}(n) - y_i^{(k)}(n) & \text{dla warstwy wyjściowej} \\ \sum_{m=1}^{N_{k+1}} \delta_m^{(k+1)}(n) w_{mi}^{(k+1)}(n) & \text{dla warstw pozostałych} \end{cases} \quad (5.7)$$

gdzie: k – numer warstwy.

Na podstawie powyższych wzorów można zauważyć, że obliczanie błędów przebiega w kolejności od warstwy ostatniej do pierwszej.

5.3. Procedura tworzenia narzędzia ekspertowego

Tworzenie każdego narzędzia ekspertowego, w tym proponowanego w niniejszej pracy systemu opartego na technologii sztucznych sieci neuronowych, jest związane z wykonaniem szeregu zabiegów niezbędnych do prawidłowego działania powstającego narzędzia. Kolejne etapy takiego procesu przedstawiono na schemacie ideowym na rys. 5.3.



Rys. 5.3. Procedura tworzenia narzędzia ekspertowego

Punktem wyjścia do tworzenia narzędzia ekspertowego jest analiza omawianego zagadnienia, na podstawie której następuje wstępny dobór globalnej architektury narzędzia. Etap ten obejmować może podział głównego problemu na podrzędne o mniejszym zakresie reprezentowane przez osobne sieci neuronowe, określenie zasad współdziałania poszczególnych sieci oraz format i zakres danych wejściowych i wyjściowych narzędzia.

Następnie tworzone są poszczególne komponenty systemu stanowiące niezależne sztuczne sieci neuronowe. W ramach tworzenia każdego komponentu neuronowego realizowane są generalnie cztery kroki: określenie architektury, trenowanie, testowanie i ocena sieci neuronowej. Na podstawie oceny skuteczności działania sieci proces formowania komponentu rozpoczyna się od początku (od modyfikacji jego architektury) w przypadku oceny negatywnej lub następuje jego zakończenie i przejście do tworzenia kolejnego

komponentu w przypadku oceny pozytywnej. Gdy wszystkie komponenty są stworzone, odbywa się kompozycja narzędzia ekspertowego, oznaczająca zdefiniowanie wzajemnych powiązań między komponentami, oraz testowanie funkcjonowania całego systemu. W sytuacji negatywnej oceny działania narzędzia modyfikowana jest globalna architektura systemu i w przypadku zmiany zakresu działania poszczególnych sieci neuronowych cały proces tworzenia komponentów, ich kompozycji i testowania narzędzia rozpoczyna się ponownie. Pozytywna ocena działania systemu na tym etapie kończy proces tworzenia narzędzia ekspertowego.

Wstępny dobór globalnej architektury narzędzia ekspertowego jest dyktowany racjonalnym podziałem zagadnienia na części, uzależnionym od postaci danych zawartych w bazie wiedzy. Optymalną architekturę można jednak uzyskać tylko metodą prób i błędów przez stopniowe jej modyfikowanie i testowanie narzędzia. Kryterium oceny prawidłowego działania systemu może być określone wielkością zbieżności między posiadanymi wynikami (zawartymi w bazie wiedzy) a wynikami uzyskiwanymi za pomocą narzędzia. Zwykle stosuje się w tym celu średni błąd kwadratowy E_{RMS} określony wzorem:

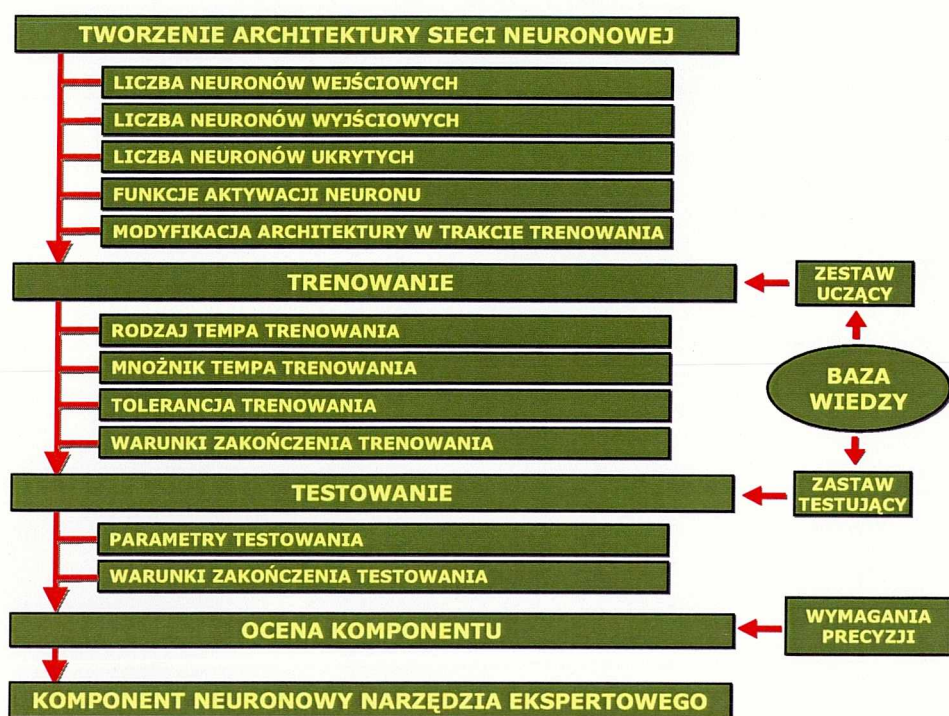
$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k^w - y_k)^2} \quad (5.8)$$

gdzie: n – liczba wzorców uczących/testujących, y_k^w – wartość wzorcowa, y_k – wartość podawana przez sieć.

Błąd E_{RMS} jest wykorzystywany zarówno do oceny całego narzędzia, jak i poszczególnych jego komponentów neuronowych, niezależnie w procesie ich uczenia i testowania.

Szczegółową procedurę tworzenia sztucznej sieci neuronowej przedstawiono na rys. 5.4. Poszczególne cztery zasadnicze etapy formowania sieci składają się z kilku elementów. Tworzenie architektury sieci neuronowej obejmuje: dobór liczby neuronów warstwy wejściowej, wyjściowej i warstwy (warstw) ukrytej, zdefiniowanie funkcji aktywacji oraz ewentualną modyfikację architektury sieci w trakcie jej uczenia.

Liczba neuronów wejściowych odpowiada liczbie parametrów problemu reprezentowanego przez sieć (w tym przypadku liczbie zmiennych funkcji). Liczba neuronów wyjściowych w analizowanym przypadku, stanowiącym zagadnienie aproksymacji funkcji, równa jest 1 i odpowiada wartości tej funkcji. Swobodnej modyfikacji podlegać może natomiast liczba neuronów warstwy ukrytej.



Rys. 5.4. Procedura tworzenia komponentu neuronowego

Wpływ zmiany liczby neuronów warstwy ukrytej przetestowano dla wybranej sieci trójwarstwowej o liczbach neuronów w poszczególnych warstwach równych kolejno $2-N_u-1$. Wyniki porównania w postaci średniego błędu kwadratowego testowania E_{RMS}^t przedstawiono w tab. 5.1.

Tab. 5.1. Wpływ liczby neuronów N_u warstwy ukrytej na wartość błędu testowania E_{RMS}^t

liczba neuronów N_u	5	10	15	20	30	40
E_{RMS}^t [%]	6.3	3.8	3.1	2.6	2.7	2.8

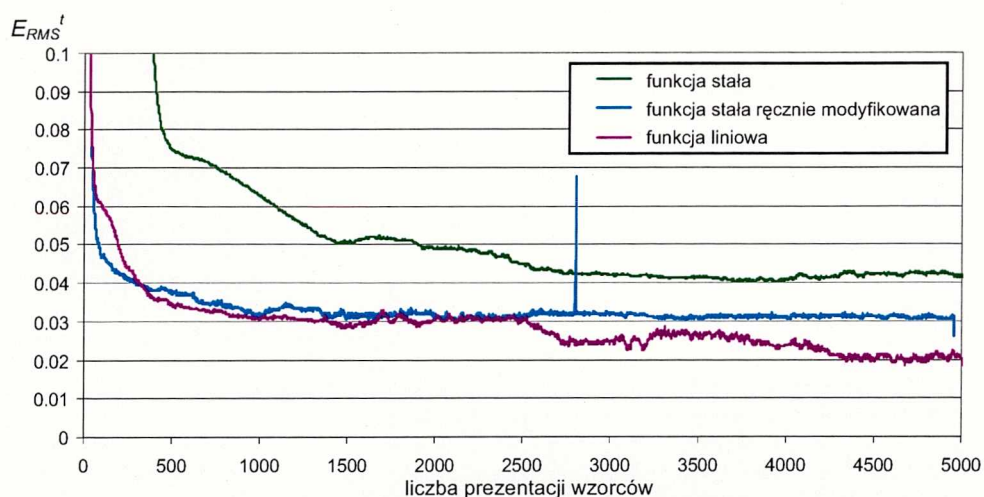
Widoczny jest wzrost dokładności działania tej sieci (obniżenie wartości błędu testowania) przy zwiększaniu liczby neuronów warstwy ukrytej do wartości równej 20. Jednak powyżej tej liczby brak wyraźnego wzrostu skuteczności działania sieci. Biorąc pod uwagę wydłużenie czasu trenowania sieci o większej liczbie neuronów, zwiększanie liczby N_u powyżej 20 w analizowanej sieci nie jest uzasadnione.

W powyższym przykładzie, jak również w przypadku wszystkich sztucznych sieci neuronowych użytych na potrzeby reprezentacji zagadnienia stanowiącego przedmiot tej pracy, wykorzystano jedynie jednokierunkowe sieci trójwarstwowe. Na podstawie praktycznych doświadczeń uznaje się bowiem, że tego typu sieci są zdolne do nauczenia się każdej funkcji, która składa się ze skończonego zbioru punktów lub jest ciągła i określona na zwartym zbiorze [150].

W wybranych przypadkach zastosowano też metody automatycznej modyfikacji architektury sieci podczas jej uczenia. Zastosowano automatyczne dodawanie neuronów warstwy ukrytej (przy braku poprawy działania sieci po 100 cyklach uczenia) oraz usuwanie połączeń o niskich wartościach współczynników wagowych (przy zadeklarowanej wartości progowej).

Zwykle przyjmuje się jeden rodzaj funkcji aktywacji całej sieci. Wczesne modele sieci neuronowych często wykorzystywały funkcje progowe (unipolarne lub bipolarne), ale obecnie bardziej popularną i skuteczną okazała się funkcja sigmoidalna (opisana w poprzednim rozdziale), którą użyto również w prezentowanym narzędziu.

Kolejny etap tworzenia komponentu neuronowego stanowi trenowanie (uczenie) sieci. Składają się na niego takie zabiegi, jak: sterowanie tempem trenowania przez dobór jego rodzaju i mnożnika, określenie tolerancji błędu trenowania oraz definiowanie warunków zakończenia tego etapu. Rodzaj tempa trenowania jest określony rodzajem funkcji opisującej związek między liczbą wzorców uczących spełniających warunki tolerancji a wartością mnożnika uczenia, stosowanego w algorytmie wstecznej propagacji błędu opisanym w poprzednim rozdziale. Najczęściej stosowane są funkcje stałe (niezależne od liczby akceptowanych wzorców uczących), liniowe lub wykładnicze. Wartość mnożnika tempa uczenia η_u określa prędkość modyfikacji wartości wag w procesie trenowania sieci. Zwykle na początku uczenia sieci zakładane są losowe wartości wag zbliżone do zera. Mnożnik uczenia na początku jest natomiast przyjmowany bliski jedności i stopniowo zmniejszany w trakcie postępów trenowania sieci. Proces ten może być też realizowany przy wykorzystaniu stałej funkcji o ręcznie modyfikowanej wartości. Wpływ rodzaju tempa



Rys. 5.5. Zmiana wartości błędu E_{RMS}^t testowania sieci w trakcie jej uczenia dla różnych rodzajów funkcji mnożnika uczenia

trenowania na prędkość uczenia (osiągania zbieżności wyników) sieci, wyrażony wartością błędu testowania E_{RMS}^t dla różnych funkcji mnożnika η_u , przedstawiono na rys. 5.5. Z pokazanych wykresów wynika, że brak modyfikacji wartości mnożnika η_u (funkcja stała) skutkuje względnie niskim tempem trenowania sieci, natomiast najlepszy efekt uzyskuje się przy zastosowaniu liniowej funkcji mnożnika uczenia.

Ważnym elementem trenowania sieci jest zdefiniowanie wartości tolerancji rozbieżności wyników, co jest wykorzystywane, jak wspomniano wcześniej, m.in. do sterowania wartością mnożnika uczenia sieci czy w procesie modyfikacji architektury całej sieci. Wartości tolerancji również mogą podlegać modyfikacji w trakcie trenowania sieci. W ostatnim kroku trenowania sieci zastosowanie mają warunki zakończenia uczenia. Określają je różne kryteria, takie jak: całkowita liczba przeprowadzonych prezentacji pełnych zestawów uczących, procentowy udział prawidłowo odtwarzanych wzorców (mieszczących się w zakresie tolerancji wspomnianej powyżej) lub osiągnięcie akceptowalnej wartości błędu E_{RMS}^u uczenia.

Odrębnym procesem względem uczenia jest testowanie sieci. Niezależność wzorców wykorzystywanych w testowaniu w stosunku do wzorców uczenia gwarantuje skuteczność całej procedury tworzenia komponentu neuronowego. Testowanie zwykle przenika się z uczeniem sieci, bezpośrednio i natychmiastowo wpływając na parametry trenowania, co zwykle przyspiesza tempo osiągania zbieżności sieci. Testowanie sieci jest sterowane różnymi parametrami. Wśród nich znajdują się częstości realizacji testowania (odniesione do liczby prezentowanych wzorców uczących) oraz wartości tolerancji testowania. Warunki zakończenia testowania są definiowane wartością błędu E_{RMS}^t testowania.

Ostatni etap tworzenia sztucznej sieci neuronowej stanowi ocena prawidłowości jej działania i dokładności otrzymywanych wyników. Ocena ta jest uzależniona od narzuconych przez użytkownika wymagań precyzji. Gdy jest pozytywna, proces tworzenia sieci neuronowej można uznać za zakończony.

Omówione procesy trenowania i testowania sieci neuronowej wykorzystują dane zgromadzone w bazie wiedzy zawierającej wyniki uzyskane na drodze analiz numerycznych prezentowanych w poprzednich rozdziałach pracy. W istocie informacje zawarte w bazie wiedzy obejmują zbiór wzorców stanowiących pary wektorów wejściowych i odpowiadających im wektorów wyjściowych, w analizowanym przypadku jednoelementowych. Na potrzeby skutecznego formowania sieci zbiór wzorców zawartych w bazie wiedzy jest rozdzielany na dwa zestawy – uczący i testujący. Najczęściej przyjmuje się równą proporcję

między liczebnością tych zestawów, choć modyfikacja tej proporcji może również stanowić sposób optymalizacji procesu uczenia sieci. Zastosowanie zestawu testującego zapewnia pełniejszą kontrolę nad formą powstającej sieci w stosunku do przypadku przeznaczenia wszystkich wzorców do uczenia sieci powodującego ryzyko tzw. przetrenowania sieci. Efekt ten objawia się zdolnością sieci do wiernego odwzorowywania danych z zestawu uczącego przy jednoczesnym produkowaniu błędnych rezultatów dla nowych parametrów wejściowych.

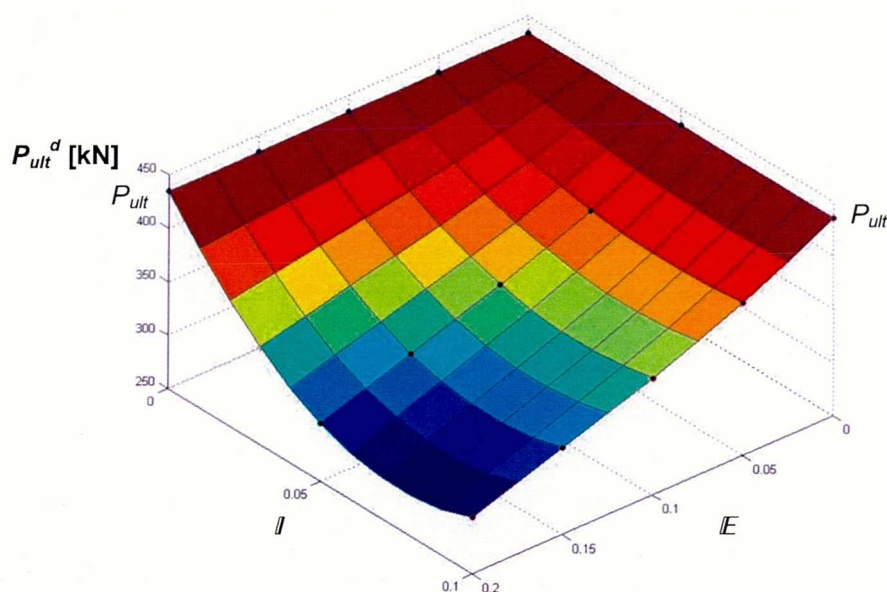
Schemat tworzenia bazy wiedzy, przedstawiony na rys. 5.6, związany jest z analizami parametrycznymi geometrii konstrukcji i uszkodzeń. Dla każdej geometrii przęsła określono nośność graniczną konstrukcji nieuszkodzonej oraz przeprowadzono analizę parametryczną wpływu uszkodzenia z określeniem nośności granicznej dla każdego rozpatrywanego przypadku uszkodzenia. Obliczenia dla konstrukcji uszkodzonych odbywają się kolejno dla trzech różnych typów uszkodzeń. W ramach przypadków o jednej geometrii przęsła odbywa się porównanie wyników dla konstrukcji nieuszkodzonej i uszkodzonej, a następnie cały proces jest powtarzany dla nowej geometrii przęsła. Przy tworzeniu bazy wiedzy na potrzeby niniejszej pracy przeprowadzono łącznie 1092 tego typu analizy konstrukcji z uszkodzeniami (patrz – tab. 4.4), które dodatkowo uzupełniono 696 przypadkami uwzględniającymi zerowe wartości parametrów uszkodzeń, co wyjaśniono poniżej. Łączny czas realizacji wymienionych wyżej analiz numerycznych (bez uwzględnienia czasu niezbędnego na modelowanie konstrukcji) wyniósł około 500 godzin.



Rys. 5.6. Procedura tworzenia bazy wiedzy narzędzia ekspertowego

W przeciwieństwie do zakresu zmienności wartości podawanych przez sieci neuronowe, odpowiadającego przedziałowi $[0, 1]$, pożądaną postać wyników podawanych przez sieć neuronową w rozpatrywanym przypadku stanowią wartości nośności granicznej przęseł rzędu kilkuset kiloniutonów. W związku z tym wartości podawane przez funkcję

aktywacji neuronu warstwy wyjściowej podlegają procedurze skalowania i przekształcenia liniowego na podstawie minimalnej i maksymalnej wartości zawartej w zbiorze uczącym [139]. Wynika stąd wniosek, że w zbiorze uczącym powinny znajdować się te pary wektorów wejściowych i wyjściowych, które zawierają minimalne i maksymalne wartości parametrów wyjściowych. Celem możliwości spełnienia tego warunku baza wiedzy rozpatrywanego zagadnienia została uzupełniona o pary danych wejściowych i wyjściowych reprezentujących minimalne wartości parametrów uszkodzeń z przyjętych zakresów ich zmienności – dające minimalne wartości nośności granicznej. Przyjęte minimalne wartości parametrów opisujących rozmiar uszkodzenia, tj. rozległości $\mathbb{E}$ i intensywności $\mathbb{I}$, równe są 0, zatem związane z nimi wartości parametrów wyjściowych odpowiadają wartościom nośności granicznej konstrukcji nieuszkodzonej. Zagadnienie to ilustruje rys. 5.7, na którym w przestrzeni $(\mathbb{E}, \mathbb{I}, P_{ult})$ dla wybranej geometrii przęsła, pokazano punkty leżące na granicy dziedzin parametrów uszkodzeń o współrzędnych $\mathbb{E} = 0$ i $\mathbb{I} = 0$ dających wartości nośności granicznej konstrukcji nieuszkodzonej P_{ult} .



Rys. 5.7. Uzupełnienie bazy o wyniki dla zerowych wartości parametrów uszkodzenia

5.4. Narzędzie ekspertowe MyBriDE

Jako końcowy efekt prac stworzono specjalistyczne narzędzie ekspertowe o nazwie MyBriDE (ang. *Masonry Bridge Damage Evaluator*) wspomagające ocenę nośności granicznej mostów murowanych. Jest ono samodzielny, w pełni funkcjonalny i łatwy w obsłudze programem komputerowym. Umożliwia analizę konstrukcji o zróżnicowanej geometrii, w stanie nienaruszonym, a także z uwzględnieniem typowych uszkodzeń. Zakres

stosowania systemu obejmuje obiekty o następujących charakterystykach geometrycznych i materiałowych:

- rozpiętość L_0 z ciągłego przedziału $5 \div 15$ m,
- stosunek strzałki do rozpiętości łuku f/L_0 o dyskretnych wartościach $1/4$ i $1/2$,
- grubość sklepienia $D = 0.2\sqrt{L_0}$,
- wysokość zasypki nad kluczem sklepienia $h = 35$ cm,
- wytrzymałość muru przy ściskaniu $f_{cM} = 10$ MPa,
- moduł sprężystości zasypki $E_s = 100$ MPa,
- kąt tarcia wewnętrzznego $\phi = 45^\circ$,
- spójność $c = 30$ kPa,
- długość obciążenia $w = 50$ cm,
- ciężar objętościowy konstrukcji murowanej $\gamma_M = 20$ kN/m³,
- ciężar objętościowy zasypki $\gamma_b = 18$ kN/m³.

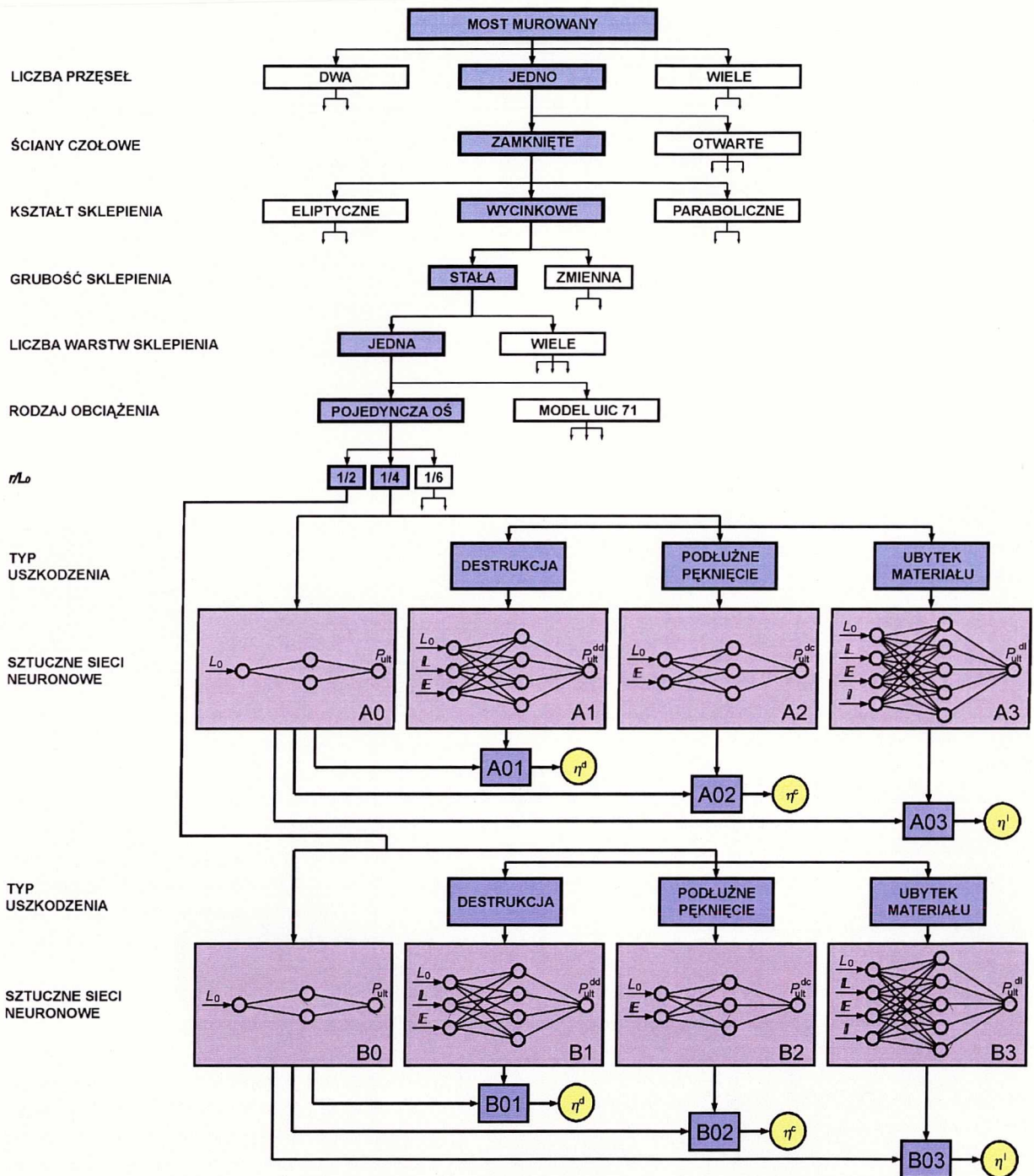
Analizowane rodzaje uszkodzeń z zakresami zmienności parametrów ich opisu są następujące:

- dla destrukcji materiału:
 - lokalizacja $L = 0 \div 0.50$,
 - rozległość $E = 0 \div 50\%$,
 - intensywność $I = 100\%$,
 - poziom degradacji $D = 30\%$;
- dla ubytku materiału:
 - lokalizacja $L = 0 \div 0.50$,
 - rozległość $E = 0 \div 10\%$,
 - intensywność $I = 0 \div 20\%$;
- dla podłużnych pęknięć:
 - lokalizacja $L = 0.50$,
 - rozległość $E = 0 \div 70\%$,
 - intensywność $I = 100\%$,
 - współczynnik separacji $S = 20\%$.

Program MyBriDE został stworzony według procedury tworzenia narzędzia ekspertowego, opisanej w poprzednim rozdziale. Wykorzystywaną przez niego bazę wiedzy opracowano na podstawie wyników analiz parametrycznych wpływu geometrii przęseł mostów murowanych oraz ich uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji, zawartych w rozdziałach 3 i 4 pracy. Globalną architekturę narzędzia przedstawiono na rys. 5.8 w formie

schematu ideowego obejmującego najważniejsze kroki działania programu oraz ścieżki potencjalnej rozbudowy zakresu jego funkcjonalności.

Zaproponowana architektura programu została dostosowana do zakresu i postaci parametrów wejściowych. Przyjęty podział realizacji zadań narzędzia na kilka niezależnych komponentów uznano za potencjalnie bardziej skuteczny w reprezentacji pożądaných wyników. Jak pokazano na rys. 5.8 omawiane narzędzie ekspertowe zbudowane jest z 8 sieci

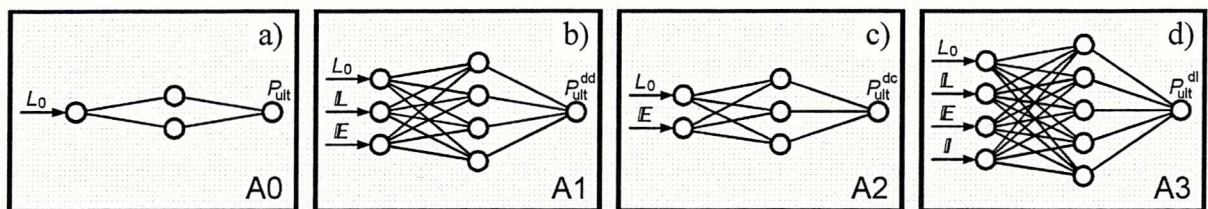


Rys. 5.8. Architektura narzędzia ekspertowego MyBriDE

neuronowych (oznaczonych A0÷A3 i B0÷B3) oraz 6 komponentów funkcyjnych (oznaczonych A01÷A03 i B01÷B03), co czyni je siecią hybrydową.

Wyróżnione są dwie grupy komponentów osobno generujących wyniki dla pręseł o stosunku $f/L_0 = 1/4$ i $f/L_0 = 1/2$. Podział ten wynika z zaobserwowanych dużych rozbieżności między tymi dwoma grupami pod względem kształtów funkcji nośności granicznej, zarówno wśród pręseł nienaruszonych jak i z uszkodzeniami (por. np. rys. 4.21 i rys. 4.22). Taka niespójność kształtów funkcji jest trudna do nauczenia się dla sieci neuronowej, co stwierdzono w trakcie prób trenowania pojedynczej sieci obejmującej oba rodzaje geometrii konstrukcji (z $f/L_0 = 1/4$ i $f/L_0 = 1/2$). Wprawdzie taka sieć mogłaby teoretycznie reprezentować nośność pręseł o innych proporcjach f/L_0 , ale w praktyce generowane wyniki dla f/L_0 różnych od $1/4$ i $1/2$ byłyby wysoce wątpliwe. Wynika to ze zbyt małej liczby (równej w tym przypadku 2) dostępnych wartości parametru f/L_0 uniemożliwiającej zidentyfikowanie przez sieć trendu wpływu jego zmienności. W związku z powyższym rozdzielenie problemu na osobne sieci ogranicza zakres zastosowań programu do dyskretnych wartości proporcji $f/L_0 = 1/4$ i $1/2$, ale skutkuje większą precyzją uzyskiwanych wyników dla tych wartości parametru.

Dla każdego stosunku f/L_0 przyjęto cztery sieci neuronowe – jedną sieć dla konstrukcji nieuszkodzonych oraz po jednej sieci dla każdego typu uszkodzenia. Symbolicznie zilustrowaną architekturę wymienionych sieci dla wybranego stosunku f/L_0 przedstawiono na rys. 5.9, gdzie zaniechano dokładnej prezentacji liczby neuronów warstwy ukrytej w związku z jej modyfikacją w trakcie uczenia sieci. Zachowano natomiast liczbę i rodzaje parametrów wejściowych i wyjściowych sieci. Dla konstrukcji nieuszkodzonych sieć ma jedno wejście (L_0) i jedno wyjście (P_{ult}). W przypadku destrukcji określa się 3 parametry wejściowe (L_0 , $\mathbb{L}$ i $\mathbb{E}$), a otrzymywany wynik jest w postaci wartości nośności granicznej P_{ult}^{dd} . Dla pęknięcia podłużnego do dwóch parametrów wejściowych należy L_0 i $\mathbb{E}$, a wynik stanowi wartość P_{ult}^{dc} . Sieć analizująca ubytek materiału posiada 4 wejścia (L_0 , $\mathbb{L}$, $\mathbb{E}$ i $\mathbb{I}$) oraz pojedyncze wyjście P_{ult}^{dl} .



Rys. 5.9. Architektura sieci neuronowych analizujących przypadki: a) konstrukcji nieuszkodzonej oraz z uszkodzeniami – b) destrukcją, c) pęknięciem, d) ubytkiem materiału

Sztuczne sieci neuronowe zastosowane w narzędziu ekspertowym stworzono za pomocą programu BrainMaker [124]. Przyjęte ostatecznie postaci architektury sieci (liczby neuronów w poszczególnych warstwach) zestawiono w tab. 5.2. Jakość sieci określono za pomocą minimalnego błędu testowania E_{RMS}^t , który udało się osiągnąć w trakcie procesu ich tworzenia przy pomocy różnych rodzajów funkcji mnożnika uczenia. Wartości tego błędu dla poszczególnych sieci, oznaczonych zgodnie z rys. 5.8, również zamieszczono w tab. 5.2.

Tab. 5.2. Architektura i wartości błędu testowania E_{RMS}^t sieci zastosowanych w narzędziu MyBriDE

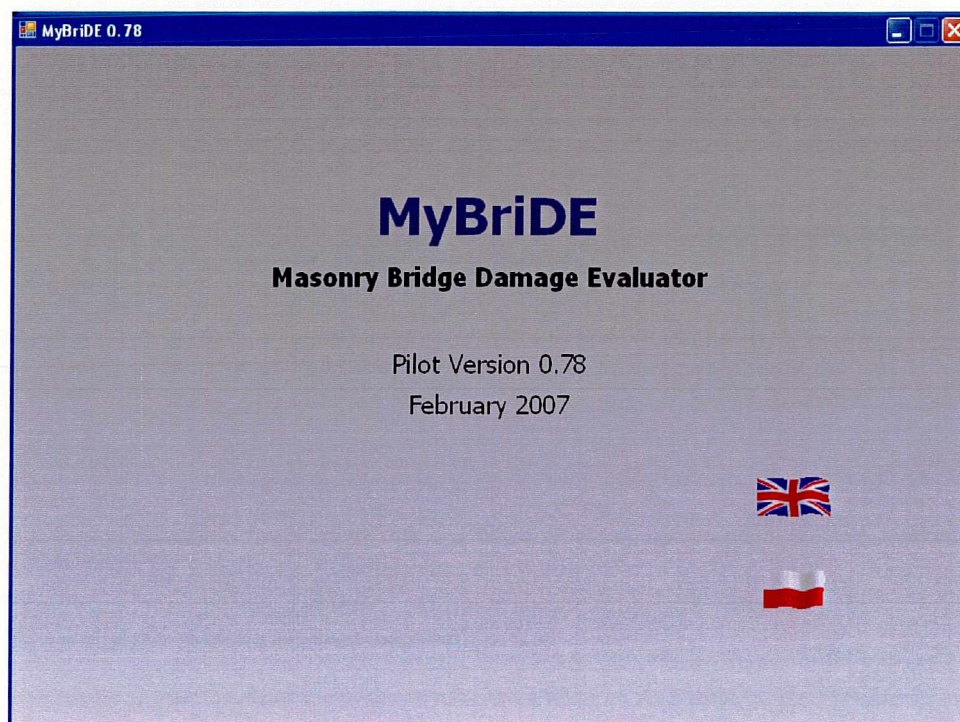
Sieć neuronowa	Architektura sieci	E_{RMS}^t [%]
A0	1-3-1	1.2
A1	3-25-1	3.7
A2	2-20-1	3.1
A3	4-20-1	3.8
B0	1-3-1	3.2
B1	3-25-1	3.9
B2	2-20-1	3.2
B3	4-20-1	3.5

Wyniki otrzymywane przy użyciu powyższych sieci podlegają kontroli – gdy wartość $P_{ult}^{di} > P_{ult}$, co może wystąpić ze względu na ograniczoną dokładność aproksymacji sieci, wówczas przyjmowane jest $P_{ult}^{di} = P_{ult}$ dla każdego i ze zbioru (d, c, l) . Ponadto uzyskane wyniki nośności granicznej służą wyznaczeniu, za pomocą komponentów funkcyjnych systemu, wartości wskaźnika wpływu uszkodzenia η , zgodnie ze wzorem (4.1). Zbiór końcowych wyników podawanych przez narzędzie MyBriDE stanowią wartości nośności P_{ult}^d i P_{ult} przypadające na pasmo konstrukcji jednostkowej szerokości ($B = 1$ m) oraz wskaźnika wpływu uszkodzenia η .

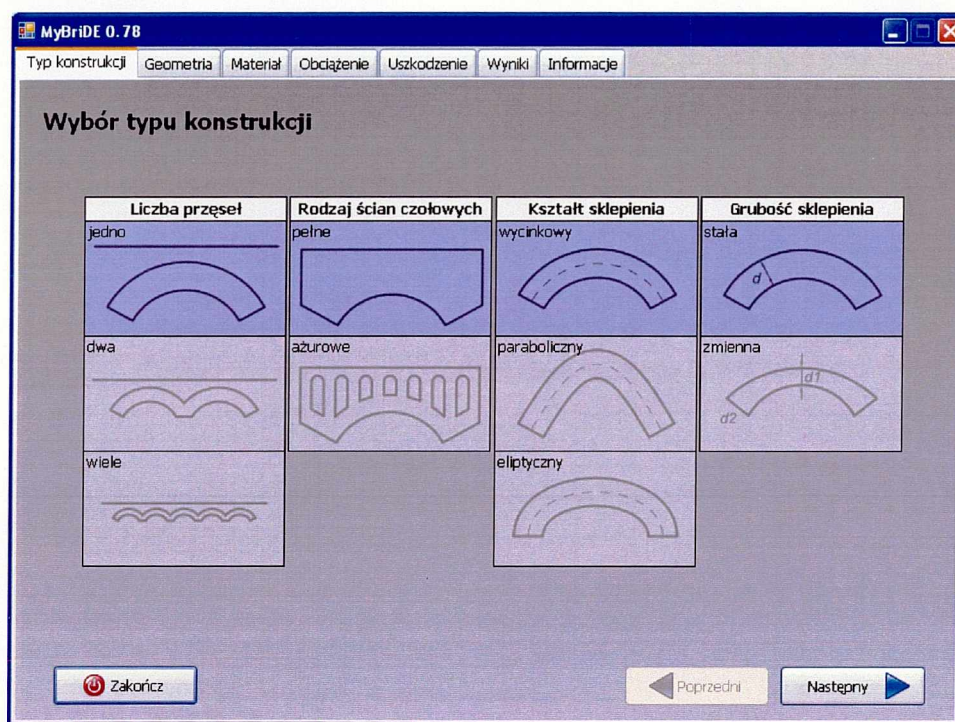
Wygląd interfejsu użytkownika omawianego narzędzia ekspertowego przedstawiono na rys. 5.10 do rys. 5.16. Składa się on z ekranu startowego oraz siedmiu zakładek służących do obsługi programu.

Ekran startowy programu w wersji 0.78 pokazano na rys. 5.10, na którym dostępny jest wybór jednego z dwóch języków (angielskiego i polskiego), w jakich stworzono program.

Na rys. 5.11 zaprezentowano natomiast wygląd zakładki „Typ konstrukcji”, na której dokonywany jest wybór podstawowego rodzaju geometrii analizowanego przesła. Wyróżnione opcje przedstawiają aktualny zakres funkcjonalności programu obejmujący konstrukcje: jednoprzęsłowe, z pełnymi ścianami czołowymi i z segmentowym (wycinkowym) sklepieniem o stałej grubości.

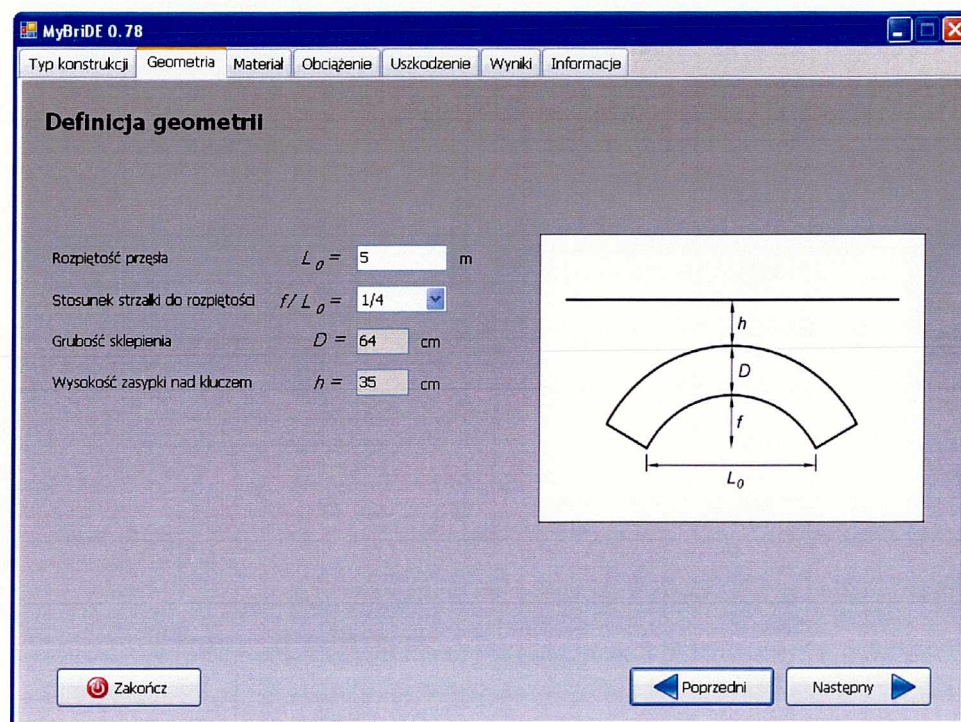


Rys. 5.10. Ekran startowy programu MyBriDE



Rys. 5.11. Zakładka „Typ konstrukcji” programu MyBriDE

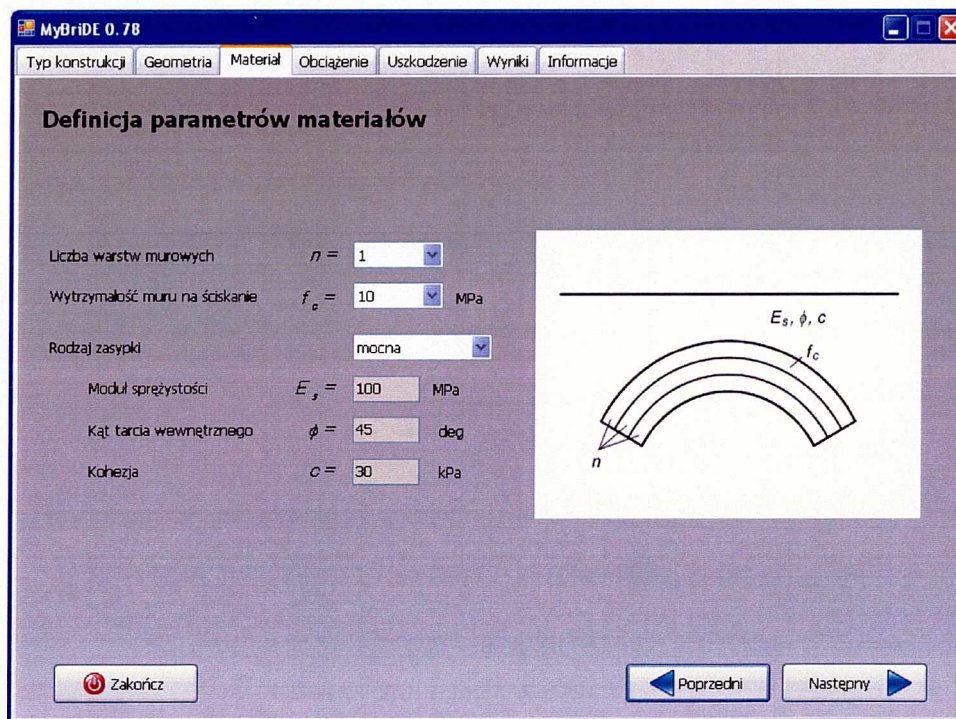
Bardziej szczegółowy opis geometrii przęsła następuje przy wykorzystaniu zakładki „Geometria” pokazanej na rys. 5.12. Definiowana jest tu rozpiętość przęsła L_0 , wyrażona w metrach, w postaci wartości rzeczywistej z zakresu 5÷15 oraz wybierana jest proporcja f/L_0 równa 1/4 lub 1/2. Ponadto na ekranie jest wyświetlana grubość sklepienia D , automatycznie



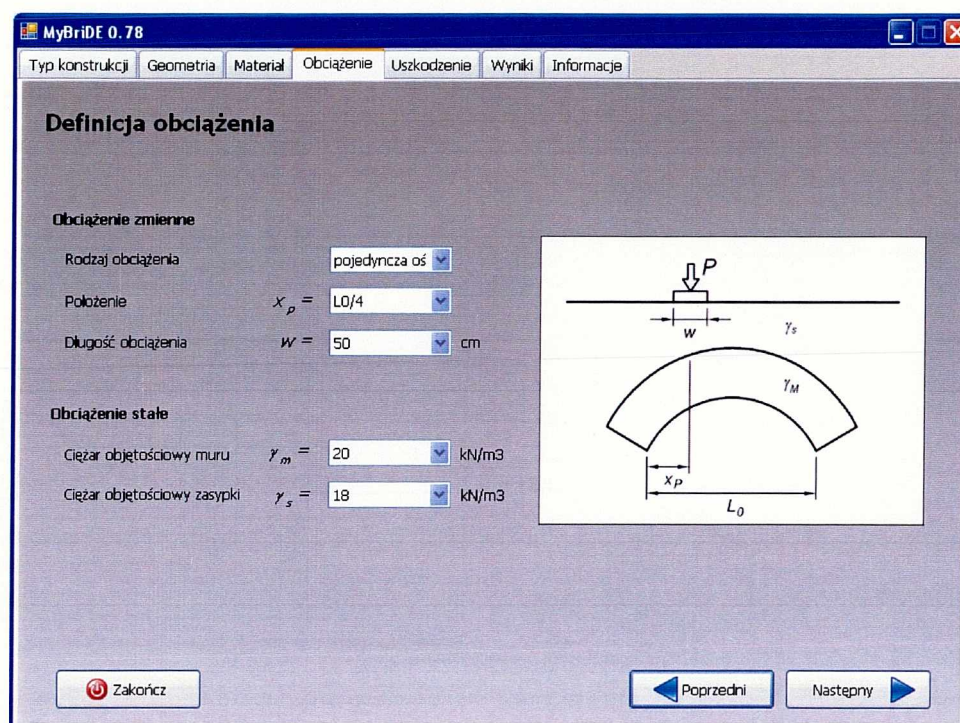
Rys. 5.12. Zakładka „Geometria” programu MyBriDE

wyznaczana na podstawie rozpiętości przęsła ($D = 0.2\sqrt{L_0}$), oraz wysokość zasyпки nad kluczem h , przyjmowana dla wszystkich przypadków jako stała i równa 35 cm.

Na zakładce „Material” (rys. 5.13) określone są parametry materiałowe konstrukcji, takie jak: liczba warstw sklepienia n , wytrzymałość muru na ściskanie f_c oraz rodzaj zasyпки



Rys. 5.13. Zakładka „Material” programu MyBriDE



Rys. 5.14. Zakładka „Obciążenie” programu MyBriDE

ujęty w dwóch grupach skrajnych przypadków – „mocna” i „słaba”, z których każdą definiują dodatkowo trzy parametry: moduł sprężystości E_s , kąt tarcia wewnętrznego ϕ oraz kohezja c . W obecnej wersji programu zostały przyjęte następujące wartości parametrów: $n = 1$, $f_c = 10$ MPa, $E_s = 100$ MPa, $\phi = 45^\circ$ oraz $c = 30$ kPa.

Definicja obciążenia jest realizowana za pomocą zakładki „Obciążenie” pokazanej na rys. 5.14. Określane są tu dwie grupy obciążeń – zmienne i stałe. Pierwszą grupę opisuje: rodzaj obciążenia (pojedyncza oś lub model UIC 71), położenie środka obciążenia x_p i długość obciążenia w , w drugiej – zawarte są ciężary objętościowe muru γ_m i zasypki γ_s . W prezentowanej wersji programu przyjęte są następujące dane: pojedyncza oś obciążenia, $x_p = L_0/4$, $w = 50$ cm, $\gamma_m = 20$ kN/m³ i $\gamma_s = 18$ kN/m³.

Kolejna zakładka „Uszkodzenie” (rys. 5.15) służy szczegółowej definicji rozpatrywanego przypadku uszkodzenia sklepienia. Dostępne są trzy typy uszkodzenia wybierane w pierwszym polu tej zakładki: destrukcja, pęknięcie i ubytek. Każdy spośród tych typów uszkodzenia jest precyzowany za pomocą parametrów opisu uszkodzenia, zdefiniowanych w rozdziale 4.2.2, tj. lokalizacji L , rozległości E i intensywności I (wspólnych dla wszystkich typów uszkodzenia) oraz poziomu degradacji D (dostępnego dla destrukcji) i współczynnika separacji S (dostępnego dla pęknięcia). Dla każdego przypadku uszkodzenia obok pól edycji parametrów uszkodzenia wyświetlane są dopuszczalne zakresy zmienności tych parametrów, podane na początku tego rozdziału.

MyBriDE 0.78

Typ konstrukcji Geometria Materiał Obciążenie Uszkodzenie Wyniki Informacje

Definicja uszkodzenia

Typ uszkodzenia: **destrukcja**

Lokalizacja: $L = 0.15$ (0.15 - 0.5)

Rozległość: $E = 30$ % (0 - 50)

Intensywność: $I = 100$ % (100 - 100)

Poziom degradacji: $D = 30$ %

Współczynnik separacji: $S = 20$ %

$$L = \frac{x_c}{s}$$

$$E = \frac{\Delta s}{s} \cdot 100\%$$

$$I = \frac{\Delta D}{D} \cdot 100\%$$

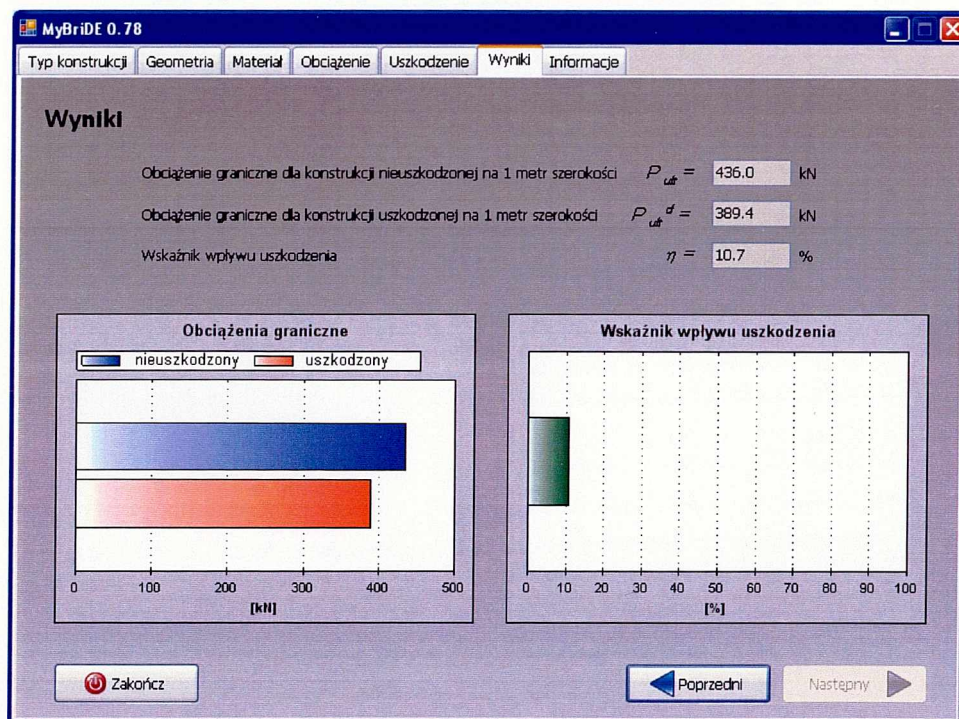
$$D = \frac{\Delta f_{a,t}^d}{f_{a,t}} \cdot 100\%$$

$$S = \frac{\Delta B}{B} \cdot 100\%$$

Zakończ Poprzedni Następny

Rys. 5.15. Zakładka „Uszkodzenie” programu MyBriDE

Po zdefiniowaniu wszystkich parametrów analizowanego przypadku w zakładce „Wyniki” natychmiast pojawiają się rezultaty działania narzędzia (rys. 5.16). Pokazane są w postaci trzech wartości: obciążenia granicznego P_{ult} i P_{ult}^d oraz wskaźnika wpływu uszkodzenia η . Wartości te są dodatkowo prezentowane przy wykorzystaniu wykresów słupkowych.



Rys. 5.16. Zakładka „Wyniki” programu MyBriDE

6. Podsumowanie

6.1. Główne elementy pracy

W pracy zaproponowano oryginalną metodykę modelowania przęseł mostów murowanych oraz procedury wyznaczania ich nośności granicznej umożliwiające kompleksową statyczno-wytrzymałościową analizę tego typu konstrukcji w pełnym zakresie ich obciążeń. Przedstawione rozwiązania pozwalają na uniknięcie wielu ograniczeń związanych ze stosowanymi dotąd metodami, a w szczególności zapewniają możliwość analizy wpływu uszkodzeń o praktycznie dowolnych parametrach na pracę przęseł mostów murowanych.

Główną uwagę poświęcono opracowaniu zaawansowanych modeli metody elementów skończonych oraz procedur nieliniowej analizy statyczno-wytrzymałościowej rozpatrywanych murowanych konstrukcji mostowych. Opracowano i szeroko zweryfikowano dwu- i trójwymiarowe modele numeryczne konstrukcji umożliwiające precyzyjną reprezentację wszystkich elementów konstrukcyjnych murowanych przęseł sklepionych. Jednym z ważniejszych nowatorskich rozwiązań zaproponowanych w pracy jest koncepcja mezomodelowania użyta przy tworzeniu modelu sklepienia murowanego w MES. Wśród głównych zalet stosowania techniki mezomodelowania należy wymienić możliwość skutecznego i realistycznego odtwarzania przez uzyskany model stanu nośności granicznej konstrukcji, pod względem wartości obciążenia i postaci zniszczenia sklepienia, a także redukcję rozmiarów problemu obliczeniowego przez uproszczenia sposobu dyskretyzacji modelu. Wykorzystując modele MES przeprowadzono obszerne analizy symulacyjne wrażliwości konstrukcji na modyfikację różnych cech rozpatrywanych modeli, a na podstawie uzyskanych wyników określono najbardziej efektywne modele. Szczegółową analizą objęto porównanie modeli dwuwymiarowych przy założeniu płaskiego stanu odkształceń (PE), a także przy przyjęciu płaskiego stanu naprężeń (PS) z trójwymiarowym modelem konstrukcji bez ścian czołowych. Przebadano także wpływ liczby segmentów sklepienia, lokalizacji obciążenia oraz modelu warunków brzegowych zasypki na wyznaczaną nośność graniczną konstrukcji bez uszkodzeń.

W pracy przedstawiono też autorską metodę kinematyczną umożliwiającą analityczne wyznaczanie nośności granicznej przęseł mostów sklepionych. W metodzie tej wzięto pod uwagę najważniejsze efekty, możliwe do reprezentowania za pomocą modeli dwuwymiarowych, charakteryzujące zachowanie tych konstrukcji, takie jak: 4-przegubowa

postać zniszczenia sklepienia, materiał sklepienia bez wytrzymałości na rozciąganie i z plastycznością przy ściskaniu oraz wpływ zasypki gruntowej na pracę przęsła (obejmujący ciężar własny, parcie bierne gruntu i rozpraszanie obciążenia zewnętrznego). Przy wykorzystaniu zaproponowanego modelu i procedur obliczeniowych przeprowadzono analizę wrażliwości nośności granicznej konstrukcji na modyfikację wybranych parametrów modelu, w toku której zidentyfikowano właściwości szczególnie istotne z punktu widzenia możliwości uzyskania precyzyjnych wyników, jak i te mające znikomą wpływ na otrzymywane rezultaty. Specjalną uwagę zwrócono na ocenę wpływu lokalizacji obciążenia, ciężaru objętościowego materiału zasypki i sklepienia, wytrzymałości materiału sklepienia przy ściskaniu oraz szerokości obciążenia zewnętrznego na wyznaczaną analitycznie nośność graniczną konstrukcji przęseł nieuszkodzonych.

Wyniki obliczeń realizowanych przy użyciu zarówno MES, jak i metody kinematycznej porównano między sobą oraz zweryfikowano wykorzystując wyniki laboratoryjnych i terenowych badań doświadczalnych przeprowadzonych przy udziale autora oraz dostępne w literaturze informacje o eksperymentalnych testach nośności granicznej przęseł murowanych. W toku porównania stwierdzono satysfakcjonującą zgodność wyników analiz teoretycznych zrealizowanych zaproponowanymi w pracy metodami z rezultatami badań doświadczalnych – rozbieżność między obliczonymi i zmierzonymi wartościami nośności granicznej nie przekroczyła średnio kilkunastu procent. Na podstawie efektów analiz numerycznych modeli przęseł murowanych o zróżnicowanej geometrii, właściwościach materiałowych i schematach obciążeń potwierdzono dużą skuteczność i efektywność techniki mezomodelowania materiału sklepień zastosowanej w dwu- i trójwymiarowych modelach MES.

Obie zaproponowane w pracy technologie modelowania i analizy przęseł mostów murowanych zastosowano do wyznaczania nośności granicznej konstrukcji z uszkodzeniami. W obliczeniach uwzględniono typowe i najczęściej występujące rodzaje uszkodzeń zidentyfikowane w toku przeglądów terenowych i studiów literaturowych: destrukcję, ubytek materiału oraz pęknięcie podłużne sklepienia. Opracowano szczegółową metodykę reprezentacji uszkodzeń zarówno w modelach MES, jak i w modelach wykorzystywanych w metodzie kinematycznej.

Najbardziej efektywne dwuwymiarowe modele obliczeniowe i wydajne nieliniowe procedury MES wykorzystano do analizy parametrycznej wpływu podstawowych typów uszkodzeń na nośność graniczną przęseł mostów murowanych. Obejmuje ona ponad tysiąc

przypadków różniących się wartościami parametrów uszkodzeń (lokalizacja, intensywność, rozległość) oraz geometrią rozpatrywanych konstrukcji przęseł. Realizacja tego zadania wymagała zastosowania komputerów dużej mocy, a pomimo tego obliczenia zajęły łącznie kilkaset godzin (bez uwzględnienia czasu niezbędnego na zdefiniowanie modeli obliczeniowych i opracowanie wyników). Do oceny wpływu uszkodzeń na stan konstrukcji zaproponowano *wskaźnik wpływu uszkodzenia* wyznaczany na podstawie nośności granicznej konstrukcji bez uszkodzeń oraz konstrukcji z rozpatrywanym uszkodzeniem. Zaproponowany wskaźnik okazał się skuteczną i stosunkowo prostą miarą umożliwiającą porównywanie wpływu uszkodzeń różnych typów. W efekcie przeprowadzonych analiz zidentyfikowano obszary konstrukcji najbardziej wrażliwe na poszczególne rodzaje uszkodzeń, a także określono ilościowy wpływ parametrów uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji.

Jako jedno z zastosowań zaproponowanej w niniejszej pracy metodyki modelowania i analizy przęseł murowanych zaprezentowano możliwości wspomagania oceny nośności granicznej mostów murowanych za pomocą systemu ekspertowego. Tego typu podejście umożliwia proste dla użytkownika, a w pełni efektywne i kompleksowe, wykorzystanie wyników zaawansowanych i wymagających dużych nakładów czasu i pracy nieliniowych analiz MES. Powyższą koncepcję zrealizowano wykorzystując technologię sieci hybrydowych o komponentach neuronowych oraz komponentach funkcyjnych. Objąsnilo procedurę tworzenia narzędzia ekspertowego ze wskazaniem jej newralgicznych elementów i zasad zapewniających skuteczność. Jako przykład praktycznej realizacji proponowanego podejścia zaprezentowano autorskie narzędzie ekspertowe MyBriDE wspomagające ocenę nośności granicznej mostów murowanych z uwzględnieniem uszkodzeń. Bazę wiedzy narzędzia stanowią wyniki analiz parametrycznych wykonanych przy użyciu MES. Osiągnięto wysoką dokładność reprezentacji wyników analiz za pomocą stworzonego narzędzia, dla którego zarówno błędy uczenia jak i testowania poszczególnych sieci neuronowych nie przekroczyły 4%. Potwierdzono zatem możliwość i skuteczność reprezentacji złożonego i wieloparametrowego problemu oceny nośności przęseł mostów murowanych z uwzględnieniem uszkodzeń o praktycznie dowolnych parametrach przy wykorzystaniu systemu ekspertowego.

6.2. Praktyczne wykorzystanie wyników pracy

W toku badań związanych z realizacją podjętego tematu opracowano szereg praktycznych koncepcji, metod i procedur, które mogą mieć bezpośrednie zastosowanie

w zagadnieniach numerycznego modelowania i analizy konstrukcji murowanych mostów sklepionych. Wiele prezentowanych rozwiązań, opracowanych na potrzeby mostów murowanych, może być też użytych w obliczeniach innych konstrukcji sklepionych, jak np. sposób reprezentacji zasypki gruntowej czy obciążenia zewnętrznego. Technikę mezomodelowania można zastosować również do innych, niż sklepienia mostowe, obiektów murowanych charakteryzujących się podobnym stanem naprężenia.

Oprócz prezentowanych nowych rozwiązań, przydatny w praktyce może być też zawarty w pracy szeroki przegląd dostępnych metod modelowania i analizy mostów murowanych, przedstawiony w ujęciu chronologicznym. Źródło praktycznych informacji stanowią także zamieszczone w pracy wyniki badań doświadczalnych.

Analizy wrażliwości przeprowadzone z wykorzystaniem metodyki zaproponowanej w pracy dostarczają informacji wskazujących te właściwości murowanych mostów sklepionych, które należy szczególnie dokładnie badać i modelować, by móc uzyskiwać precyzyjne wyniki. Obszerny zestaw wyników analiz z uwzględnieniem uszkodzeń ukazuje najgroźniejsze ich rodzaje i przypadki, a sposób wymiernej oceny ich wpływu na nośność graniczną konstrukcji stanowić może podstawę tworzenia hierarchii uszkodzeń i planowania kolejności ewentualnych prac remontowych.

Stworzone i zaprezentowane gotowe do użycia narzędzie ekspertowe MyBriDE może być z powodzeniem bezpośrednio wykorzystane w praktycznych zastosowaniach, wspomagając pracę inspektorów mostowych.

Wybrane elementy prezentowanych prac zostały już wykorzystane w dwóch międzynarodowych opracowaniach przygotowanych przy udziale autora, a adresowanych do służb zajmujących się utrzymaniem i eksploatacją mostów murowanych:

- wytycznych p.t. „*D4.2 Guideline for Load and Resistance Assessment of Existing European Railway Bridges*” [68], dotyczących oceny nośności istniejących mostów kolejowych, przygotowanych w ramach projektu *Sustainable Bridges*,
- uaktualnionej wersji zaleceń Międzynarodowej Unii Kolei p.t. „*UIC Code 778-3R Recommendations for the inspection, assessment and maintenance of masonry arch bridges*” [208], na temat prowadzenia przeglądów, oceny nośności i utrzymania murowanych mostów sklepionych, opracowanych w ramach projektu UIC nr I/03/U/285.

6.3. Potencjalne kierunki dalszych badań

Zakres badań prezentowanych w tym opracowaniu z oczywistych względów jest ograniczony. Istnieje wiele potencjalnych kierunków jego rozwijania, które jednak wymagają znacznego wkładu dodatkowej pracy.

Do ciekawszych zagadnień nadających się, zdaniem autora, do dalszego badania należy doskonaleniu modeli MES wykorzystywanych do analizy mostów murowanych. Sugerowane jest m.in. ujęcie w modelu konstrukcji podpór (ze skrzydłami przyczółków i fundamentami) oraz gruntu wokół nich wraz ze sprawdzeniem ich wpływu na pracę konstrukcji. Rozbudowę modelu można też prowadzić pod kątem jego zastosowania do analizy mostów wieloprzęsłowych, o sklepieniach wielowarstwowych czy skośnych w planie. W odniesieniu do dwóch ostatnich rodzajów konstrukcji konieczne byłoby zmodyfikowanie proponowanej koncepcji mezomodelowania uwzględniające odmienny w tych przypadkach podział na segmenty murowe sklepienia.

Istotnym usprawnieniem zaproponowanych modeli mogłoby być również wykorzystanie wspomnianej techniki mezomodelowania przy dyskretyzacji ścian czołowych. Podział na segmenty murowe powinien wówczas pokrywać się z najbardziej prawdopodobnymi powierzchniami pęknięcia ścian czołowych w stanie nośności granicznej konstrukcji, których identyfikacja też może stanowić przedmiot odrębnych intensywnych badań.

Posługiwanie się modelem 2D wymaga jeszcze dokładniejszego określenia możliwości reprezentacji za jego pomocą zachowania się trójwymiarowej konstrukcji. Sposób wyznaczania szerokości efektywnej przęsła, wykorzystywanej w modelu 2D, uwzględniać powinien dodatkowe parametry, takie jak: szerokość mostu, geometria ścian czołowych i ewentualnych balustrad oraz szerokość obciążenia i jego położenia w poprzek przęsła.

Dalsze badania powinny też objąć analizę wpływu innych, nie rozpatrywanych w niniejszej pracy, typów uszkodzeń na nośność graniczną mostów murowanych. Wśród ważniejszych uszkodzeń należałoby uwzględnić przemieszczenia podpór, wymagające jednak modyfikacji procedury realizacji obliczeń. Osobnym i dużo bardziej złożonym zagadnieniem, które powinno być rozwiązane, jest jednocześnie, niepodlegające zasadzie superpozycji, oddziaływanie wielu uszkodzeń na pracę konstrukcji.

Interesujący problem stanowi też odwzorowanie uszkodzeń w modelach 3D. W takim podejściu liczba przypadków, które wymagałyby rozpatrzenia dla przeanalizowania wpływu uszkodzeń na nośność graniczną konstrukcji, jest wielokrotnie większa od zakresu badań

prezentowanych w tej pracy.

Precyzyjną weryfikację rezultatów analiz numerycznych konstrukcji z uszkodzeniami zapewnić mogłyby badania doświadczalne takich obiektów. Szczególnie przydatne, z punktu widzenia rozpatrywanego zagadnienia, byłoby zbadanie do zniszczenia serii mostów o jednakowej geometrii – nieuszkodzonych oraz posiadających uszkodzenia o różnych parametrach.

Zastosowanie systemów ekspertowych ma duży potencjał w reprezentacji problemu analizy nośności nienaruszonych i uszkodzonych mostów murowanych. Ich szersze wykorzystania obejmować może konstrukcje o bardziej zróżnicowanej geometrii, z innymi typami uszkodzeń czy przypadki wielu jednoczesnych uszkodzeń. Narzędzia te mogą również służyć analizie innych, niż nośność graniczna, wielkości czy cech opisujących zachowanie konstrukcji, a bezpośrednimi źródłami danych, tworzącymi ich bazy wiedzy, mogą być nie tylko wyniki obliczeń numerycznych, ale także rezultaty badań doświadczalnych, dane zaczerpnięte z literatury czy wiedza ekspertów.

Literatura

- [1] Alfaiate J., de Almeida J.R., Gago A., *On the numerical analysis of localized damage in masonry structures*, Second International Conference on Structural Engineering and Construction – ISEC02, Rzym, 2003.
- [2] Alfaiate J., Gallardo A., *Numerical simulations of a full scale load test on a stone masonry arch bridge*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), Guimarães, s. 739–747, 2001.
- [3] Ali S., Page A.W., *Finite Element Model for Masonry Subjected to Concentrated Loads*, Journal of Structural Engineering, Vol. 114, No. 8, s. 1761–1784, 1988.
- [4] Almeida J.C., Lourenço P.B., Barros J.A., *Characterization of brick and brick–mortar interface under uniaxial tension*, VII International Seminar on Structural Masonry for Developing Countries, Belo Horizonte, Brazylia, 18–20 września, 2002.
- [5] Anthoine A., *Homogenization of periodic masonry: plane stress, generalized plane strain or 3D modelling?*, Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 13, s. 319–326, 1997.
- [6] Azevedo J., Sincaian G., *Modelling The Seismic Behaviour Of Monumental Masonry Structures*, International Millennium Congress – Archi 2000, Paryż, 2001.
- [7] Batog A., Kupis R., Pochrań Z., *Badania polowe i laboratoryjne gruntów nasypowych na wiadukcie kolejowym w Oleśnicy*, Raporty IGiH PWr., Seria U, Nr 328, Wrocław, maj 2007.
- [8] Bell B., *European Railway Bridge Demography. Technical Report: WP1 WP1-02-T-040601-F-D1.2*, Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, 2004.
- [9] Betti M., Drosopoulos G.A., Stavroulakis G.E., *On the collapse analysis of single masonry/stone arch bridges with fill interaction*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 617–624, Funchal, 2007.
- [10] Betti M., Drosopoulos G.A., Stavroulakis G.E., *Two non-linear finite element models developed for the assessment of failure of masonry arches*, Comptes Rendus Mecanique, Vol. 336, s. 42–53, 2008.
- [11] Bhandari N.M., Kumar P., *Artificial neural network – a tool for load rating of masonry arch bridges*, Advances in Bridge Engineering, 24–25 marca, 2006.
- [12] Bicanic N., Stirling C., Pearce C.J., *Discontinuous Modelling of Structural Masonry*, Fifth World Congress on Computational Mechanics, Vienna, Austria, 2002.
- [13] Bicanic N., Stirling C., Pearce C.J., *Discontinuous modelling of masonry bridges* Computational Mechanics, Vol. 31, s. 60–68, 2003.
- [14] Bień J., *Modelowanie obiektów mostowych w procesie ich eksploatacji*, Oficyna Wydawnicza PWr., Wrocław, 2002.
- [15] Bień J., Jakubowski K., Kamiński T., Nowak H., Rawa P., Trela Ch., Helmerich R., Niederleithinger E., Reis M., Kubiak Z., *D7.4 Demonstration bridge C: Masonry arch structure*, w ramach projektu Sustainable Bridges: Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, 2007.
- [16] Bień J., Kamiński T., *Damages to masonry arch bridges – proposal for terminology unification*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 341–349, Funchal, 2007.
- [17] Bień J., Kamiński T., *Masonry Arch Bridges in Poland*, 4th International Conference on Arch Bridges – Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 182–191, Barcelona, 2004.
- [18] Bień J., Kamiński T., *Numerical modelling of damaged masonry arch bridges*, 3rd International Conference on Bridge Maintenance, Safety, Management, Life-Cycle Performance and Cost, s. 227–228, Porto, 2006.
- [19] Bień J., Kamiński T., *Procesy degradacji i uszkodzenia mostów murowanych*, Współczesne problemy naukowo-badawcze budownictwa lądowego i wodnego, s. 33–40, Oficyna Wydawnicza PWr., Wrocław, 2007.
- [20] Bień J., Kamiński T., *Współczesne metody badań murowanych mostów sklepionych*, Badania Materiałów Budowlanych i Konstrukcji Inżynierskich, Wrocław, 2004.

- [21] Bień J., Kamiński T., *Wybrane metody oceny nośności murowanych mostów sklepionych*, V Konferencja Naukowo-Techniczna Problemy projektowania, budowy oraz utrzymania mostów małych i średnich rozpiętości, Wrocław, 2004.
- [22] Bień J., Kamiński T., Rawa P., *Catalogue of Masonry Arch Bridge Damages – Examples and Classification of Damages*, w ramach projektu UIC I/03/U/285 Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges, Raporty IIL PWr., Seria SPR, nr 85, Wrocław, 2004.
- [23] Bień J., Kamiński T., Rawa P., *D4.7.3 Methods of analysis of damaged masonry arch bridges*, w ramach projektu Sustainable Bridges: Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, Raporty IIL PWr., Seria SPR, nr 119, Wrocław, 2005.
- [24] Bień J., Kamiński T., Rawa P., *Methodology for the Condition Assessment of Masonry Arch Bridges by Means of Expert Tools*, w ramach projektu UIC I/03/U/285 Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges, Raporty IIL PWr., Seria SPR, nr 118, Wrocław, 2005.
- [25] Bień J., Kamiński T., Rawa P., *Technology and pilot version of expert tool supporting evaluation of degradation level for masonry bridges with damages*, w ramach projektu UIC I/03/U/285 Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges, Raporty IIL PWr., Seria SPR, nr 78, Wrocław, 2006.
- [26] Bień J., Kamiński T., Treła Ch., *Numerical analysis of old masonry bridges supported by field tests*, 4th International Conference on Bridge Maintenance, Safety, Management, Life-Cycle Performance and Cost, Seul, 2008.
- [27] Bień J., Kmita J., Machelski Cz., *Komputerowe wspomaganie projektowania mostów*, WKiŁ, Warszawa, 1989.
- [28] Bień J., Kmita J., Rawa P., Jakubowski K., Kamiński T., Cruz P., Maksymowicz M.: *Railway bridge defects and degradation mechanisms*, International Conference Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, s. 105–116, Wrocław, 10–11 października 2007.
- [29] Bień J., Kmita J., Rawa P., Jakubowski K., Kamiński T., Maksymowicz M., *Proposal of unified method of bridge condition evaluation*, w ramach projektu Sustainable Bridges: Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, Raporty IIL PWr., Seria SPR, nr 84, Wrocław, 2004.
- [30] Biliszczuk J. i in., *Podręcznik inspektora mostowego. Część I i II*, Wrocław, 1995.
- [31] Biliszczuk J., Budych L., *Most nad Młynówką w Kłodzku – zabytek techniki mostowej najwyższej klasy*, Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 1998.
- [32] Biliszczuk J., Budych L., Kubiak Z., Rabiega J., *Wielkie kamienne mosty kolejowe na Śląsku*, Inżynieria i Budownictwo, nr 9, 2000.
- [33] Biliszczuk J., Januszewski S., *Zabytki przemysłu i techniki w Polsce. 7. Mosty*, FOMT i BSİDZT, Wrocław, 2007.
- [34] Blasi C., Foraboschi P., *Analytical approach to collapse mechanisms of circular masonry arches*, Journal of Structural Engineering – ASCE, Vol. 120, Nr 8, s. 2288–2309, 1994.
- [35] Boothby T.E., *Elastic plastic stability of jointed masonry arches*, Engng S.s, Vol. 19, s. 345–351, 1997.
- [36] Boothby T.E., *Load Rating of Masonry Arch Bridges: Refinements*, Journal of Bridge Engineering ASCE, Vol. 9, s. 304–307, 2004.
- [37] Boothby T.E., *Load Rating of Masonry Arch Bridges*, Journal of Bridge Engineering ASCE, Vol. 6, s. 79–86, 2001.
- [38] Boothby T.E., *Stability of Masonry Piers and Arches Including Sliding*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 2, s. 304–319, 1994.
- [39] Boothby T.E., Domalik D.E., Dalal V.A., *Service Load Response of Masonry Arch Bridges*, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No. 1, s. 17–23, 1998.
- [40] Boothby T.E., Erdogmus E., Yurianto Y., *Transverse strength of a model masonry arch bridge*, 4th International Conference on Arch Bridges – Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 413–424, Barcelona, 2004.

- [41] Boothby T.E., Fanning, P.J., *Assessment methods for masonry arch bridges*, Structural Faults and Repair, 2001.
- [42] Boothby T.E., Rosson B.T., *Elasto-plastic Hardening and Shakedown of Masonry Arch Joints*, Meccanica, Vol. 34, s. 71–84, 1999.
- [43] Brencich A., Cavicchi A., Gambarotta L., *Load carrying capacity and collapse mechanisms of masonry arch bridges*, IABMAS, 2004.
- [44] Brencich A., Corradi C., Gambarotta L., *Experimental and theoretical analysis of eccentrically loaded brickwork*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 365–372, Funchal, 2007.
- [45] Brencich A., Corradi C., Gambarotta L., Mantegazza, G., Sterpi, E. *Compressive strength of solid clay brick masonry under eccentric loading*, Proc. Brit. Mas. Soc., Vol. 9, s. 37–46, 2002.
- [46] Brencich A., De Francesco U., *Assessment of Multi-Span Masonry Arch Bridges. Part I: a Simplified Approach*, J. of Bridge Eng.ng, ASCE, Vol. 9, s. 582–590, 2004.
- [47] Brencich A., De Francesco U., *Assessment of Multi-Span Masonry Arch Bridges. Part II: Examples and Applications*, J. of Bridge Eng.ng, ASCE, 9, s. 591–598, 2004.
- [48] Brencich A., De Francesco U., *Simplified approaches to the assessment of railway masonry bridges*, Railway Engineering, Londyn, 3–4 lipca, 2002.
- [49] Brencich A., De Francesco U., Gambarotta L., *Elastic no tensile resistant-plastic analysis of masonry arch bridges as an extension of Castigliano's method*, 9th Canadian Masonry Symposium, Fredericton, Kanada, 3–6 czerwca, 2001.
- [50] Brencich, A., Colla, C., *The influence of construction technology on the mechanics of masonry railway bridges*, Proc. Railway Engineering, Londyn, 3–4 lipca, 2002.
- [51] Bridle R.J., Hughes T.G., *An energy method for arch bridge analysis*, Proceedings of The Institution of Civil Engineers, Vol. 89, s. 375–385, 1990.
- [52] Brookes C.L., Mullett P.J., *Service load testing, numerical simulation and strengthening of masonry arch bridges*, 4th International Conference on Arch Bridges, Barcelona, 2004.
- [53] Brooks J.J., *Composite modelling of masonry arch bridges*, Materials and Structures, Vol. 23, s. 241–251, 1990.
- [54] Burroughs P. O., Baralos P., Hughes T. G., Davies M. C. R., *Soil effects and the service loading of masonry arch bridges*, 12th IBMAC, Madryt, 25–28 czerwca, 2000.
- [55] Burroughs P., Hughes T.G., Hee S.C., Davies M.C.R., *Passive pressure development in masonry arch bridges*, Proc. Instn. Civ. Engrs. – Structures & Buildings, Vol. 152, s. 331–339, 2002.
- [56] Cavicchi A., Gambarotta L., *Collapse analysis of masonry bridges taking into account arch–fill interaction*, Engineering Structures, Vol. 27, s. 605–615, 2005.
- [57] Cavicchi A., Gambarotta L., *Limit analysis of multispan masonry bridges including arch-fill interaction*, SUMAS VI, International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, 22–24 września 2003.
- [58] Choo B.S., Coutie M.G., Gong N.G. *Finite-element analysis of masonry arch bridges using tapered elements*, Proc. Inst. Civ. Engrs. Part 2, Vol. 91, s. 755–770, 1991.
- [59] Choo B.S., Coutie M.G., Gong N.G. *The effects of cracks on the behaviour of masonry arches*, Proc. 9th International Brick/Block Masonry Conference, Vol. 2, s. 948–955, Berlin, 1991.
- [60] Choo B.S., Gong N.G. *Finite element analysis of masonry arch bridges: A comparison with data from scale models*, Proceedings of the 2nd International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Books & Journals International Ltd., University of Wales, Swansea, 1993.
- [61] Ciesielski R., Dulińska J., *Wielkie mosty kamienne XIX stulecia na rzece Prut: sprawdzenie statyczne i dynamiczne*, IV Krajowa Konferencja Estetyka Mostów, Popowo n/Bugiem, 17–19 kwietnia 2002.
- [62] Cińcio A., Wawrzynek A., *Plastyczno-kruchy degradacyjny model betonu w symulacjach numerycznych konstrukcji obciążonych cyklicznie*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria: Budownictwo, 2003.

- [63] Clemente P., Occhiuzzi A., Raithel A., *Limit behaviour of stone arch bridges*, J. Struct. Engrg., ASCE, Vol. 121, s. 1045–1050, 1995.
- [64] Costa C., Costa P., Arede A., Costa A., *Structural design, modelling, material testing and construction of a new stone masonry arch bridge in Vila Fria, Portugal*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 561–569, Funchal, 2007.
- [65] Crisfield M.A., *A finite element computer program for the analysis of masonry arches*. Transport and Road Research Laboratory, TRRL Laboratory Report 1115, Crowthorne, Berkshire, 1984.
- [66] Crisfield M.A., *A mechanism program for computing the strength of masonry arch bridges*. Transport and Road Research Laboratory, Department of Transport, Research Report 124, Crowthorne, Berkshire, 1987.
- [67] Crisfield M.A., *Finite element and mechanism methods for the analysis of masonry and brickwork arches*. Transport and Road Research Laboratory, London, 1985.
- [68] *D4.2 Guideline for Load and Resistance Assessment of Existing European Railway Bridges*, w ramach projektu Sustainable Bridges: Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, 2007.
- [69] Department of Transport, *Design Manual for Roads and Bridges*, Vol. 3. Section 4. Part 3. BD 21/01, The Assessment of Highway Bridges and Structures, 2001.
- [70] Department of Transport, *Design Manual for Roads and Bridges*, Vol. 3. Section 4. Part 4. BA 16/97, The Assessment of Highway Bridges and Structures, 2001.
- [71] Dhanasekar M., Page A.W., Kleeman P.W., *The failure of brick masonry under biaxial stresses*, Proc. of the Institution of Civil Engineers, Part 2, Vol. 79, s. 295–313, 1985.
- [72] Drei A., Fontana A., *Load carrying capacity of multiple-leaf masonry arches*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 547–556, Guimarães, 2001.
- [73] Drosopoulos G.A., Stavroulakis G.E., Massalas C.V. *Limit analysis of a single masonry bridge with unilateral frictional contact interfaces*, Engineering Structures, Vol. 28, s. 1864–1873, 2006.
- [74] Dudkiewicz J., Gierczak J., Ignatowicz R.L., *Uproszczona analiza MES łuku ceglanego*, XII Konferencja Naukowo-Techniczna Problemy remontowe w budownictwie ogólnym i obiektach zabytkowych, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2006.
- [75] Fanning P.J., *Three-dimensional assessment of stone arch bridges*, Proceedings of the 2004 Symposium Bridge Engineering Research in Ireland, s. 71–78, Dublin, 2004.
- [76] Fanning P.J., Boothby T.E., *Experimentally-based assessment of masonry arch bridges*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers Bridge Engineering, Vol. 156, s. 109–116, 2003.
- [77] Fanning P.J., Boothby T.E., *Three-dimensional modelling and full-scale testing of stone arch bridges*, Computers & Structures, Vol. 79, s. 2645–2662, 2001.
- [78] Fanning P.J., Boothby T.E., Roberts B.J., *Longitudinal and transverse effects in masonry arch assessment*, Construction and Building Materials, Vol. 15, s. 51–60, 2001.
- [79] Fanning P.J., Salomoni V.A., Sloan D.T., *Nonlinear Modelling of a Multi-Span Arch Bridge under Service Load Conditions*, Proceedings 10th International Conference on Structural Faults and Repairs, Londyn, 1–3 lipca 2003.
- [80] Fanning P., Sobczak L., *Three-dimensional modelling of a Greenfields bridge, Ballincollig, Co. Cork*, Proceedings of the 2004 Symposium Bridge Engineering Research in Ireland, s. 61–70, Dublin, 2004.
- [81] Fedorowicz L., Fedorowicz J., *Applying the numerical procedures in order to reproduce some selected laboratory tests and in situ observations concerning masonry structures subjected to the subsoil displacements*, AMCM'2005 – Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures, Gliwice–Ustroń, 2005.
- [82] Flaga K., *Wielkie mosty kamienne w dolinie Prutu*, Inżynieria i Budownictwo, nr 6, 1990.
- [83] Ford T.E., Augarde C.E., Tuxford S.S. *Modelling masonry arch bridges using commercial finite element software*, 9th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing, Egmond aan Zee. 2003.
- [84] Frunzio G., Monaco M., Gesualdo A. *3D F.E.M. analysis of a Roman arch bridge*, Historical

- Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 591–599, Guimarães, 2001.
- [85] Gago A., Alfaiate J., Gallardo A., *Numerical analyses of the Bargower arch bridge*, Finite Elements in Civil Engineering Applications, Hendriks & Rots (Eds.), Swets & Zeitlinger, Lisse, 2002.
 - [86] Gambarotta L., Brencich A., *Guide to the high level assessment of masonry bridges*, UIC I/03/U/285 Improving Assessment, Optimisation of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges, 2007.
 - [87] Ganz H.R., Thrülimann B., *Versuche über die Festigkeit von zweiachsig beanspruchtem Mauerwerk*, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 7502-3, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1982.
 - [88] Gilbert M., *On the analysis of multi-ring brickwork arch bridges*, Proc. 2nd International Arch Bridges Conference, Wenecja, s. 109–118, 1998.
 - [89] Gilbert M., *RING: a 2D rigid-block analysis program for masonry arch bridges*, in ARCH'01, ed. Abdunur C., Proc. 3rd International Arch Bridges Conference, Paris, s. 459–464, 2001.
 - [90] Gilbert M., *The behaviour of masonry arch bridges containing defects*, praca doktorska, University of Manchester, 1993.
 - [91] Gilbert M., Melbourne, C., *Rigid-block analysis of masonry structures*, The Structural Engineer, Vol. 72, Nr. 21, s. 356–361, 1994.
 - [92] Gilbert M., Nguyen D. P., Smith C. C., *Computational limit analysis of soil-arch interaction in masonry arch bridges*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 633–640, Funchal, 2007.
 - [93] Gilbert M., Smith C.C., Melbourne C., Wang J., *An experimental study of soil-arch interaction in masonry bridges*, 3rd International Conference on Bridge Maintenance, Safety, Management, Life-Cycle Performance and Cost, s. 779–780, Porto, 2006.
 - [94] Gilbert M., Smith C.C., Wang J., Callaway Ph.A., Melbourne C., *Small and large-scale experimental studies of soil-arch interaction in masonry bridges*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 381–388, Funchal, 2007.
 - [95] Gilbert M., strona domowa programu RING, <http://www.shef.ac.uk/ring/>, 2007.
 - [96] Giordano A., Mele E., De Luca A., *Modelling of historical masonry structures: comparison of different approaches through a case study*, Engineering Structures, Vol. 24, No. 8, s. 1057–1069, 2002.
 - [97] Gutermann M., Slowik V., Steffens K., *Experimental Safety Evaluation of Concrete and Masonry Bridges*, International Symposium (NDT-CE 2003) Non-Destructive Testing in Civil Engineering, 2003.
 - [98] Harvey W.J., Vardy A.E., Craig R.F., *Load tests on a full scale model four metre span masonry arch bridge*, Department of Transport, TRRL Contractor Report 155, 1989.
 - [99] Harvey W., Bucknall I., *Evaluation of Arch Bridge Defects. A Handbook for Network Rail*, 4th International Conference on Arch Bridges – Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 241–249, Barcelona, 2004.
 - [100] Harvey W., Obvis, strona domowa, <http://www.obvis.com/>, 2007.
 - [101] Harvey W., Tomor A., Smith F., *A Three Dimensional Model for Masonry Arch Bridge Behaviour*, Structural Engineering International, Vol. 2, s. 101–104, 2005.
 - [102] Harvey, W.E.J., *Application of the mechanism analysis to masonry arches*, The Structural Engineer, Vol. 66, s. 77–84, 1988.
 - [103] Hawkins A.B., McConnell B.J., *Sensitivity of sandstone strength and deformability to changes in moisture content*, Quarterly Journal of Engineering, 25, s. 115–130, 1992.
 - [104] Hendry A., Davies S.R., Royles R., *Test on stone masonry arch at Bridgemill – Girvan*, Department of Transport, TRRL Contractor Report 7, 1985.
 - [105] Hendry A.W., Davies S.R., Royles R., Ponniah D.A., Forde M.C., Komeyli-birjandi F., *Load test to collapse on a masonry arch bridge at Bargower, Strathclyde*, Reference: CR26, 1986.

- [106] Hertz J., Krogh A., Palmer R.G., *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993.
- [107] Heyman, J., *The Masonry Arch*, Ellis Horwood, 1982.
- [108] Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc. *ABAQUS 6.6 Documentation*, 2006.
- [109] Huerta S., *Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 47–70, Guimarães, 2001.
- [110] Hughes T.G., Blackler M.J., *A review of the UK masonry arch assessment methods*, Proc. Instn. Civ. Engrs., Vol. 122, s. 305–315, 1997.
- [111] Hughes T.G., Hee S.C., Soms E., *Mechanism analysis of single span masonry arch bridges using a spreadsheet*, Proc. Instn. Civ. Engrs. – Structures & Buildings, Vol. 152, s. 341–350, 2002.
- [112] Ingegneria Dei Sistemi (IDS), strona domowa: <http://www.ids-spa.it/>
- [113] International Union of Railways (UIC), *Assessment, reliability and maintenance of masonry arch bridges – Full Report*, UIC Project I/03/U/285, 2004.
- [114] Jasieńko J., Łodygowski T., Rapp P., *Naprawa, konserwacja i wzmacnianie wybranych, zabytkowych konstrukcji ceglanych*, DWE, Wrocław, 2006.
- [115] Jiang K., Esaki T., *Quantitative evaluation of stability changes in historical stone bridges in Kagoshima, Japan, by weathering*, Engineering Geology, Vol. 63, s. 83–91, 2002.
- [116] Kamiński T., *Mezomodelling of masonry arches*, 6th International Conference AMCM'2008 – Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures, Łódź, 9–11 czerwca 2008.
- [117] Kamiński T., *Numeryczne modelowanie i analiza statyczna murowanych mostów sklepionych*, Inżynieria i Budownictwo, Nr 1–2, s. 72–76, 2008.
- [118] Kamiński T., *Three-dimensional modelling of masonry arch bridges based on predetermined planes of weakness*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 525–533, Funchal, 2007.
- [119] Kamiński T., Trela Ch., *Advanced methods of testing and analysis of old masonry bridge in Oleśnica*, International Conference Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, s. 461–472, Wrocław, 10–11 października 2007.
- [120] Karaveziroglou M., Stavrakakis E., Lazarides P., Liolios A., Giannopoulou M., Roukounis Y., Yeroyianni M., *A comparative analysis of some historical stone arch bridges in Greece by two new numerical approaches*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 749–756, Guimarães, 2001.
- [121] Kawa M., Pietruszczak S., Shieh-Beygi B., *Limit states for brick masonry based on homogenization approach*, Solids and Structures, Vol. 45, s. 998–1016, 2008.
- [122] Kumar P., *Mechanism Based Assessment of Masonry Arches Bridges*, Structural Engineering International, Vol. 3, s. 226–234, 2006.
- [123] Kumar P., Bhandari N. M., *Non-linear Finite Element Analysis of Masonry Arches for Prediction of Collapse Load*, Structural Engineering International, Vol. 3, s. 166–174, 2005.
- [124] Lawrence J., Fredrickson J., *BrainMaker Professional. User's Guide and Reference Manual*, California Scientific Software, 1993.
- [125] Lee J.S., Fenves G.L., *Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 8, s. 892–900, 1998.
- [126] Lee W.F., Chen C.L.J., Ku B., *Applications of dilative behavior in marine soil*, Proceedings of The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference, Honolulu, Hawaii, USA, 25–30 maja 2003.
- [127] Limón T.G., Hortelano A.M., Fernández B.M., *A brief analysis of the Roman bridges of the way La via de la Plata*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), Guimarães, 2001.
- [128] Livesley R.K., *A computational model for the limit analysis of three-dimensional masonry structures*, Meccanica, Vol. 27, s. 161–172, 1992.
- [129] Livesley R.K., *Limit analysis of structures formed from rigid blocks*, Int. Journ. for Num. Meth. in Eng.,

Vol. 12, s. 1853–1871, 1978.

- [130] Loo Y., *Collapse Load Analysis of Masonry Arch Bridges*, Arch Bridges, Ed. Melbourne, C., Thomas Telford, s. 167–173, 1995.
- [131] Loo, Y., Yang, Y., *Cracking and failure analysis of masonry arch bridges*, ASCE J. Struct. Eng., Vol. 117, Nr. 6, s. 1641–1659, 1991.
- [132] Lopez J., Oller S., Onate E., Lubliner J., *A homogeneous constitutive model for masonry*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, s. 1651–1671, 1999.
- [133] Lourenço P.B., *An orthotropic continuum model for the analysis of masonry structures*, Delft University of Technology Report, TNO-95-NM-R0712, 1995.
- [134] Lourenço P.B., *Computational strategies for masonry structures*, PhD Thesis, Delft University Press, The Netherlands, 1996.
- [135] Lourenço P.B., *The elastoplastic implementation of homogenisation techniques*, Delft University of Technology Report, TNO-95-NM-R0251, 1995.
- [136] Lourenço P.B., Rots J.G., Blaauwendraad J., *Two approaches for the analysis of masonry structures: Micro and macro-modelling*. HERON, Vol. 40, No. 4, s. 313–340. 1995.
- [137] Lubliner J., Oliver J., Oller S., Onate E., *A Plastic-Damage Model for Concrete*, International Journal of Solids and Structures, vol. 25, nr 3, s. 229–326, 1989.
- [138] Lucchesi M., Padovani C., Pasquinelli G., Zani N., *On the Collapse of Masonry Arches*, Meccanica, Vol. 32, s. 327–346, 1997.
- [139] Lula P., Tadeusiewicz R. *Wprowadzenie do sieci neuronowych*, StatSoft Polska, Kraków, 2001.
- [140] Łagoda G., Łagoda M., *Stan mostów murowanych w Polsce*, Drogownictwo, Nr 5, 1993.
- [141] Łagoda G., Łagoda M., *Podstawy wytrzymałościowej analizy mostowych konstrukcji murowanych*, Drogi i Mosty, Nr 4, 2005.
- [142] Łagoda G., Zasuń H., *Badanie budulca mostów murowanych w Polsce*, Drogownictwo, Nr 5, 1993.
- [143] Madaj A., Siekierski W. *Szacowanie nośności sklepionych mostów łukowych*, III Ogólnopolska Konferencja Mostowców Konstrukcja i wyposażenie mostów, s. 239–248, Wisła, 18–20 czerwca 1997.
- [144] Madaj A., Siekierski W. *Wpływ wybranych parametrów modelu obliczeniowego na szacowanie nośności mostów sklepionych*, Konferencja Naukowo-Techniczna Mosty w drodze do XXI wieku, s. 439–450, Gdańsk–Jurata, 3–5 września, 1997.
- [145] Markowska-Kaczmar U., Kwaśnicka H., *Sieci neuronowe w zastosowaniach*, OWPWr, Wrocław, 2005.
- [146] Martín-Caro J.A., Martínez J.L., León J., *A First Level Structural Analysis Tool for the Spanish Railways Masonry Arch Bridges*, 4th International Conference on Arch Bridges – Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 192–201, Barcelona, 2004.
- [147] Martín-Caro J.A., Martínez J.L., León J., Lopez L., *A Methodology for the Assessment of Masonry Arch Bridges*, 3rd International Conference on Arch Bridges, Paryż, 19–21 września 2001.
- [148] Martínez J.L., Martín-Caro J.A., León J. *Masonry compressive strength enhancement under eccentric axial load*, 4th International Conference on Arch Bridges, s. 405–412, Barcelona, 2004.
- [149] Martinez Martinez J.A., Moreno Revilla J., Aragon Torre A., *Critical thickness criteria on stone arch bridges with low rise/span ratio and current traffic loads*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 609–616, Guimarães, 2001.
- [150] Masters T., *Sieci neuronowe w praktyce. Programowanie w języku C++*, WNT, Warszawa, 1996.
- [151] McKibbins L.D., Melbourne C., Sawar N., Gaillard C.S., *Masonry arch bridges: condition appraisal and remedial treatment*, CIRIA C656, London, 2006.
- [152] Melbourne C., Begimgil M., Gilbert M., *The load test to collapse of a 5m span brickwork arch bridge with tied spandrel walls*, Arch Bridges, Ed. Melbourne C., Thomas Telford, s. 509–517, 1995.
- [153] Melbourne C., Gilbert M., *The behaviour of multiring brickwork arch bridges*, The Structural Engineer, Vol. 73, No. 3, s. 39–47, 1995.

- [154] Melbourne C., Gilbert M., Wagstaff M., *The behaviour of multi-span masonry arch bridges*, Arch Bridges, Ed. Melbourne C., Thomas Telford, s. 489–497, 1995.
- [155] Melbourne C., Gilbert M., Wagstaff M., *The collapse behaviour of multi-span brickwork arch bridges*, The Structural Engineer, Vol. 75, No. 17, s. 297–305, 1997.
- [156] Melbourne C., Walker P. J., *Load test to collapse on a full scale model six metre span brick arch bridge*, Department of Transport, TRRL Contractor Report 189, 1990.
- [157] Melbourne C., Wang J., *The 3-Dimensional Behaviour of Masonry Arches*, 4th International Conference on Arch Bridges – Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), Barcelona, 2004.
- [158] Melbourne C., Wang J., Tomor A., *D4.7.1 Structural Assessment of Masonry Arch Bridges*, w ramach projektu Sustainable Bridges: Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, 2007.
- [159] Molins C., Roca P., *Capacity of masonry arches and spatial frames*, J. S. Eng. rg, Vol. 124, s. 653–663, 1998.
- [160] Ng K.H., Fairfield C.A., *Modifying the mechanism method of masonry arch bridge analysis*, Construction and Building Materials, Vol. 18, s. 91–97, 2004.
- [161] Ng K.H., Fairfield C.A., Sibbald A. *Finite-element analysis of masonry arch bridges*, Proc. Inst. Civ. Engrs – Structures and Buildings, Vol. 134, s. 119–127, 1999.
- [162] Niemierko A., *Vademecum bieżącego utrzymania i odnowy drogowych obiektów mostowych. Tom 3. Mosty ceglane i kamienne. Rozdział 3.1. Bieżące utrzymanie*, Generalna Dyrekcja Dróg Publicznych, Warszawa, 1993.
- [163] Noureldin A., Reda Taha M.M., *Prediction of creep performance of masonry structures using artificial neural networks*, ICPCM – A New Era of Building, Kair, Egipt, 2003.
- [164] O'Dwyer D., *Funicular analysis of masonry vaults*, Computers and Structures, Vol. 73, s. 187–197, 1999.
- [165] Oliveira D.V., Maruccio C., Lourenço P.B. *Numerical modelling of a load test on a masonry arch bridge*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 577–584, Funchal, 2007.
- [166] Onysyk J., Biliszczuk J., *Uratujmy most, po którym spacerował Fryderyk Chopin*, Inżynieria i Budownictwo, nr 9, 2000.
- [167] Orduña A., *Seismic Assessment of Ancient Masonry Structures by Rigid Blocks Limit Analysis*, PhD Thesis, Guimaraes, Portugal, 2003.
- [168] Orduña A., Lourenço P.B., *Three-dimensional limit analysis of rigid blocks assemblages. Part I: Torsion failure on frictional interfaces and limit analysis formulation*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 42, s. 5140–5160, 2005.
- [169] Orduña A., Lourenço P.B., *Three-dimensional limit analysis of rigid blocks assemblages. Part II: Load-path following solution procedure and validation*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 42, s. 5161–5180, 2005.
- [170] Owen D.R.J., Peric D., Petrinic N., Brookes C.L., James P.J., *Finite/Discrete Element Models for Assessment and Repair of Masonry Structures*, 2nd International, Arch Bridge Conference, s. 173–180, 1998.
- [171] Ozaeta R., Martín-Caro J.A., *Catalogue of damages on masonry arch bridges final draft*, UIC Project I/03/U/285, 2006.
- [172] Page J., *Load Tests To Collapse On Masonry Arch Bridges*, Arch Bridges, Ed. Melbourne C., Thomas Telford, s. 289–298, 1995.
- [173] Page J., *Load tests to collapse on two arch bridges at Preston, Shropshire and Prestwood, Staffordshire*, Reference: RR110, 1987.
- [174] Page J., *Load tests to collapse on two arch bridges at Strathmashie and Barlae*, Department of Transport, TRRL Contractor Report 201, 1989.
- [175] Page J., *Load tests to collapse on two arch bridges at Torksey and Shinafoot*, Department of Transport, TRRL Contractor Report 159, 1988.

- [176] Page J., *Masonry Arch Bridges, State of the Art Review*, Transport Research Laboratory, Department of Transport, HMSO, 1993.
- [177] Pande G.N., Liang J.X., Middleton J., *Equivalent elastic moduli for brick masonry*, Computers and Geotechnics, Vol. 8, s. 243–265, 1989.
- [178] Papa E., Nappi A., *A numerical approach for the analysis of masonry structures*, Masonry International, Vol. 7(1), s. 18–24, 1993.
- [179] Parland H., Miettinen A., *Transverse cracking and horizontal thrust in flattened arches*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 529–538, Guimarães, 2001.
- [180] Pina-Henriques J., Lourenço P.B., *Masonry micro-modelling adopting a discontinuous framework*, Proc. 7th Int. Conf. CST, Lizbona, 2004.
- [181] Pina-Henriques J., Lourenço P.B., Krakowiak K.J., *Modelling of masonry creep and damage*, 11th International Conference on Fracture, Turyn, 2005.
- [182] PN-EN 1996-1-1:2006. *Eurokod 6. Projektowanie konstrukcji murowych. Część 1-1: Reguły ogólne dla zbrojonych i niezbrojonych konstrukcji murowych*, 2006.
- [183] Proske D., Lieberwirth P., van Gelder P., *Sicherheitsbeurteilung historischer Steinbogenbrücken*, Dirk Proske Verlag, Dresden, 2006.
- [184] Purtak F., Geissler K., Lieberwirth P., *Bewertung bestehender Natursteinbogenbrücken*, Bautechnik, Vol. 84, s. 525–543, 2007.
- [185] Richtlinie 805.0203 *Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken Nachrechnen von Eisenbahnbrücken Gewölbebrücken und Unterbauten*, Deutsche Bahn, 1997.
- [186] Roberts T.M., Hughes T.G., Dandamudi V.R., Bell B., *Quasi-static and high cycle fatigue strength of brick masonry*, Construction and Building Materials, Vol. 20, s. 603–614, 2006.
- [187] Roca P., Molins C., *Experiments on arch bridges*, 4th International Conference on Arch Bridges Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 365–374, Barcelona, 2004.
- [188] Roca P., Molins C., Hughes T.G., Sicilia C., *Numerical simulation of experiments in arch bridges*, 4th International Conference on Arch Bridges Advances in Assessment, Structural Design and Construction, Roca and Molins (Eds.), s. 195–204, Barcelona, 2004.
- [189] Roeder-Carbo G.M., Ayala G., *An evaluation of methods for the determination of the structural stability of historic masonry arches*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 557–566, Guimarães, 2001.
- [190] Rosset A., *Drogi i mosty w średniowieczu i w czasach odrodzenia*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1974.
- [191] Rosset A., *Starożytne drogi i mosty*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1970.
- [192] Rosson B.T., Boothby, T.E., *Hardening and shakedown of masonry arch joints*, Proc. 2nd International Arch Bridge Conference, Wenecja, s. 155–161, 1998.
- [193] Rouxinol G.A.F., Providência P., Lemos J.V., *Bridgemill bridge bearing capacity assessment by a discrete element method*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 669–676, Funchal, 2007.
- [194] Royles R., Hendry A.W., *Model tests on masonry arches*, Proceedings Institution of civil engineers. Part 2. Research and Theory, s. 299–321, 1991.
- [195] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa–Łódź, 1999.
- [196] Rybak M. *Zanim nastał wiek XX – były mosty kamienne i drewniane*, Drogownictwo, nr 4, 2001.
- [197] Rymśa J. *Model obliczeniowy sklepionego mostu drogowego*, Konferencja Naukowo-Techniczna *Mosty w drodze do XXI wieku*, s. 715–720, Gdańsk–Jurata, 3–5 września 1997.
- [198] Rymśa J. *O sklepieniach mostów łukowych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1996.
- [199] Seim W., *Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben*. Institut für Tragkonstruktionen, Universität Karlsruhe, Heft 27, Dissertation,

- 1995.
- [200] Sieczkowski J., Szołomicki J., *Metody obliczeń statyczno-wytrzymałościowych sklepień w budowlach gotyckich*, Oficyna Wydawnicza PWr., Wrocław, 1999.
 - [201] Sinopoli A., Aita D., Focé F., *Further remarks on the collapse of masonry arches with coulomb friction*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 649–657, Funchal, 2007.
 - [202] Sinopoli A., Corradi M., Focé F., *Modern Formulation for Preelastic Theories on Masonry Arch Bridges*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 3, s. 204–212, 1997.
 - [203] Szojda L., Wandzik G., *Homogeniczny, sprężystoplastyczny model materiałowy do analizy konstrukcji murowych*, Problemy naukowo-badawcze budownictwa. Konstrukcje budowlane i inżynierskie. Tom II, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok, 2007.
 - [204] Taylor N., Mallinder P., *The brittle hinge in masonry arch mechanism*, The Structural Engineer, Vol. 71, s. 359–366, 1993.
 - [205] Thavalingam A., Bicanic N., Robinson J.I., Ponniah D.A., *Computational framework for discontinuous modelling of masonry arch bridges*, Computers and Structures, Vol. 79, s. 1821–1830, 2001.
 - [206] The MathWorks, Inc., MATLAB 7.0 Documentation, 2004.
 - [207] *UIC Code 778-3R. Recommendations for the assessment of the load carrying capacity of existing masonry and mass-concrete arch bridges*, 1994.
 - [208] *UIC Code 778-3R. Recommendations for the inspection, assessment and maintenance of masonry arch bridges*, 2008.
 - [209] Van Balen K.E.P., *Learning from damage of masonry structures, expert systems can help!*, Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), s. 15–28, Guimarães, 2001.
 - [210] Van der Pluijm R., *Non-linear Behaviour of Masonry under Tension*, HERON, Vol. 42, No. 1, 1997, s. 25–54.
 - [211] Van Groningen Ch.N., Paddock R.A., *Smart Bridge: Expert Bridge Classification System*, Expert Systems with Applications, Vol. 13, No. 2, 1997, s. 121–126.
 - [212] Vászárhelyi B., Ván P., *Influence of water content on the strength of rock*, Engineering Geology, 2005.
 - [213] Wang J., Melbourne C., *Finite element analysis of soil-structure interaction in masonry arch bridges*, 5th International Conference on Arch Bridges, s. 515–523, Funchal, 2007.
 - [214] Willam K.J., Warnke E.D. *Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete*, Proc. IABSE Symp., ISMES, Bergamo, 1975.
 - [215] Zienkiewicz O.C., *Metoda Elementów Skończonych*, Arkady, Warszawa, 1972.
 - [216] Zucchini A., Lourenço P. B., *A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 39, s. 3233–3255, 2002.

The ultimate load of masonry arch bridge spans taking into account influence of defects

The presented work deals with the problem of the ultimate load assessment of masonry arch bridge spans including influence of various damage types. In the study various numerical approaches to the ultimate load evaluation based on the structural analysis as well as the expert tools supporting assessment of the ultimate load are proposed.

The applied techniques of the structural analysis are: kinematic method and the Finite Element Method (FEM). The kinematic method is based on the virtual work equation formulated for 2D system of rigid or rigid-plastic blocks representing the arch barrel and the soil backfill of the structures. All the critical aspects of the structural behaviour are captured, like limited compressive strength and negligible tensile strength of masonry, failure mode of the arch based on 4-hinge mechanism, passive pressure and live load distribution provided by the backfill.

FEM utilizes two- (2D) and three-dimensional (3D) models of masonry spans including masonry arch barrel, soil backfill and spandrel walls (in 3D models). For the arch barrel discretization an original mesomodelling technique is proposed. It consists in division of the arch into homogenised orthotropic masonry segments (representing a group of units and joints) and into individual homogeneous isotropic mortar joints. The technique is thoroughly compared with other common techniques (micro- and macromodelling) by means of simple and complex 2D and 3D cases. The proposed finite element (FE) models accommodate all the most advanced features which are: nonlinear elastic-plastic constitutive models of masonry and soil, contact surfaces between soil and masonry or infinite elements representing the ground surrounding the structure.

Both approaches (kinematic and FE method) are used in wide-ranging parametric studies providing evaluation of the critical as well as negligible parameters of the models. The analysed parameters are: the number of masonry segments of the arch barrel division in the longitudinal and the transverse direction, localization and length of the live load, strength and density of the structural materials, modification of the boundary conditions of the soil and also presence of the spandrel walls considering various types of their connection to the arch barrel.

The proposed methods of analysis are verified by means of several laboratory and

field destructive as well as non-destructive load tests of full-scale masonry arch bridges. A good agreement between calculations and experiments is found in the scope of both the ultimate load as well as the load-displacement relationship.

Both the kinematic and the FE method are adjusted to the analysis of the structures with various types of damage. Techniques of the damage implementation into the numerical models are presented and methodology for evaluation of the damage influence on the structure behaviour is proposed. The FE models are applied to extensive parametric study considering over 1000 cases taking into account various types, location, intensity and extent of damages.

Finally the received results of the ultimate load for intact and damaged structures are used as the knowledge base for creation of the expert tool supporting assessment of masonry arch bridges. The expert tool is designed and implemented by means of hybrid network technology utilising artificial neural networks and components based on mathematical functions. Details of the expert tool technology and methodology of its training and testing are explained and also the exemplary expert tool MyBriDE is shown.

Mgr inż. Tomasz Kamiński
Zakład Mostów
Instytut Inżynierii Lądowej
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictwa I-14 w maju 2008 roku

Lista odbiorców:

1. Promotor	1 egz.
2. Recenzenci	2 egz.
3. Instytut Inżynierii Lądowej	2 egz.
4. Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego	1 egz.
5. Biblioteka Główna	1 egz.
6. Autor	2 egz.

Razem	9 egz.
-------	--------

