

Elżbieta Litwińska

**Stan równowagi w modelowaniu
systemów osadniczych
za pomocą modeli
przesunięć bilansujących**



**Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej
Wrocław 2004**

Recenzenci

Tomasz PARTEKA
Janusz SŁODCZYK

Opracowanie redakcyjne i korekta

Maria IZBICKA

Projekt okładki

Elżbieta LITWIŃSKA

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004

OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCLAWSKIEJ
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

ISBN 83-7085-775-2

Drukarnia Oficyny Wydawniczej Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 347/2004.

Spis treści

Wstęp	5
1. Wprowadzenie	6
1.1. Modelowanie numeryczne w planowaniu przestrzennym	8
1.2. Temat i cel pracy	10
1.3. Przykłady praktycznego zastosowania modeli przesunięć bilansujących	14
1.3.1. Rozmieszczenie ośrodków usługowych – Wrocław (1971)	14
1.3.2. Rozmieszczenie miejsc pracy – Kraków (1972)	15
1.3.3. Rozmieszczenie miejsc pracy – Dzierżonów, Bielawa, Pieszyce (1972)	16
1.3.4. Wstępne studia nad planem kierunkowym aglomeracji krakowskiej (1972)	17
1.3.5. Rozmieszczenie placówek handlowych w Krakowie (1973)	20
1.3.6. Sprawdzanie wariantów rozwoju aglomeracji krakowskiej (1975)	20
1.3.7. Rejon uprzemysławiany – LGOM (1974)	21
1.3.8. Zmiany struktury funkcjonalno-przestrzennej w skali regionu (1976)	22
1.3.9. Aglomeracja wrocławska – plan kierunkowy (1975)	25
1.3.10. Prognoza Symulacyjna Struktury Przestrzennej Polski na lata 1990–2000 (1973–1976).....	29
2. Modele kontaktów	31
2.1. Model grawitacyjny	32
2.2. Model pośrednich możliwości	34
3. Modele przesunięć bilansujących oparte na idei pośrednich możliwości	40
3.1. Model przesunięcie celów	41
3.2. Model przesunięcie ogólne	42
3.3. Model przesunięcie źródeł	43
3.4. Modele przesunięć z tłumieniami	45
3.5. Model wahadłowy	46
3.6. Sposoby wykorzystania modeli przesunięć bilansujących	47
3.7. Modele przesunięć bilansujących a paradygmat decyzji przestrzennych	49
3.8. Inne modele oparte na idei pośrednich możliwości	50
4. Podstawy teoretyczne poszukiwania rozmieszczenia optymalnego za pomocą modeli przesunięć bilansujących	52
4.1. Metoda iteracyjna	52
4.2. Przestrzeń metryczna. Metryka jako ocena stopnia równowagi w systemie osadniczym	55
4.3. Zbieżność ciągów w przestrzeniach zupełnych a proces modelowania	58
4.4. Przestrzeń zwarte a modele przesunięć	61
4.5. Poszukiwanie rozmieszczenia zrównoważonego, jako zagadnienie optymalizacji	63
5. Równowaga w wybranych systemach osadniczych	68
5.1. Dwurejonowy system osadniczy	68

5.1.1.	Metoda graficzna dla ustalonego zagospodarowania źródłowego	69
5.1.2.	Metoda iteracyjna – model <i>przesunięcie celów</i>	75
5.1.3.	Metoda graficzna dla zmiennych potencjałów źródłowych	77
5.1.4.	Metoda iteracyjna – model <i>przesunięcie ogólne</i>	79
5.2.	System składający się z trzech rejonów	80
5.2.1.	Metoda graficzna dla ustalonych potencjałów źródłowych	80
5.2.2.	Metoda iteracyjna – model <i>przesunięcie celów</i>	83
5.2.3.	Metoda iteracyjna – model <i>przesunięcie ogólne</i>	83
5.3.	Regularny system osadniczy średniej wielkości	84
5.3.1.	Model <i>przesunięcie celów</i>	85
5.3.2.	Model <i>przesunięcie ogólne</i>	88
5.4.	Rzeczywiste systemy osadnicze	90
5.4.1.	Sankt Petersburg	90
5.4.2.	Lódź	93
5.4.3.	Wrocław	97
6.	Modele przesunięć a zagadnienie optymalizacji	104
6.1.	Programowanie nieliniowe	104
6.2.	Poszukiwanie rozmieszczenia optymalnego jako zagadnienie programowania nieliniowego	106
6.2.1.	Postać funkcji celu dla systemu dwurejonowego	107
6.2.2.	Ocena zbliżania się do rozwiązania	110
7.	Teoria układów dynamicznych	112
7.1.	Zastosowania teorii układów dynamicznych w geografii i naukach przestrzennych	113
7.2.	Ciągłe układy dynamiczne	115
7.2.1.	Model logistyczny – wersja ciągła	117
7.2.2.	Model Volterra–Lotki	117
7.3.	Dyskretne układy dynamiczne	118
7.3.1.	Model logistyczny – wersja dyskretna	123
7.3.2.	Model Dendrinosa	125
8.	Modele przesunięć bilansujących jako układy dynamiczne	128
8.1.	Równowaga. Stabilność – niestabilność. Dynamika zmian	128
8.2.	Bifurkacje	132
8.3.	Systemy dysypatywne. Samoorganizacja. Hierarchie	135
	Podsumowanie	140
	Bibliografia	144
	Summary	151

Wstęp

Prezentowana praca należy do dziedziny planowania przestrzennego, mieści się w nurcie zagadnień dotyczących modelowania zjawisk zachodzących w przestrzeni zagospodarowanej. Znalazły się w niej wyniki badań dotyczących modeli *przesunąć bilansujących*, które w oparciu o ideę *pośrednich możliwości* modelują kontakty, relacje przestrzenne między elementami systemu osadniczego – takie jak przejazdy z domu do pracy, podróże w celach handlowych czy innego rodzaju oddziaływania między poszczególnymi aktywnościami. Zjawisko kontaktów należy do głównych czynników mających wpływ na skalę i kształt koncentracji zagospodarowania.

Modelami *przesunąć bilansujących* można się posłużyć zarówno do modelowania stanów równowagi systemu osadniczego – takich stanów, w których rozmieszczenie i wielkość zagospodarowania zapewniają zaspokojenie potrzeb w sposób optymalny – jak i do odtwarzania przebiegu procesu przemian struktur osadniczych.

Niniejsza praca nie powstałaby bez atmosfery panującej w zespole skupionym wokół Pana Profesora Tadeusza Zipsa. Profesor potrafi zachęcić do badań zjawisk, będących przedmiotem zainteresowania planowania przestrzennego i gospodarki przestrzennej, i to zarówno w aspekcie praktycznym, jak i teoretycznym. Jestem Mu bardzo wdzięczna za inspirację i życzliwe uwagi.

Panom Profesorom Tomaszowi Parteci i Januszowi Słodczykowi dziękuję za recenzowanie pracy i cenne sugestie, które miały wpływ na jej ostateczny kształt.

1. Wprowadzenie

Planowanie przestrzenne, według Kazimierza Dziewońskiego, zajmuje się „organizowaniem i zagospodarowaniem przestrzeni dla potrzeb społeczeństwa” [80]. Tadeusz Zipser określił je jako „świadome działania człowieka, mające na celu wprowadzenie określonego porządku w zagospodarowaniu przestrzeni” [138], a Bolesław Malisz stwierdził, że jest „narzędziem kształtowania środowiska człowieka” [78]¹.

Planowanie przestrzenne ma zapewnić sprawne, oparte na racjonalnych podstawach, w dużym stopniu stabilne funkcjonowanie społeczeństwa na danym obszarze. Celem planowania jest takie rozmieszczenie elementów zagospodarowania, żeby w możliwie najlepszy sposób zaspokoić różnorakie ludzkie potrzeby, oczywiście po uwzględnieniu istniejących ograniczeń.

Historia urbanistyki dostarcza licznych przykładów organizowania przestrzeni miejskiej. Większość miast średniowiecznej Europy Środkowej powstawało według regularnego wzorca, a odległości między nimi wyznaczał czas przejazdu wozów ładownych [93]. Na przykład kształt Zamościa jest rezultatem harmonijnego połączenia układu szachownicowego z ideami Renesansu [20, 46]. Początkowa faza budowy Łodzi – jako ośrodka przemysłu włókienniczego – przebiegała według planów przygotowanych przez władze Królestwa Kongresowego [58].

Od połowy XIX stulecia obserwuje się żywiołowy rozwój miast, gwałtownie wzrasta liczba ludności, postępuje uprzemysłowienie. Pociąga to za sobą zmiany społeczno-gospodarcze i pogarszanie się warunków życia w miastach, pojawia się pilna potrzeba rozwiązania problemów z tym związanych, konieczność podjęcia działań w sferze teorii i praktyki. Wrocław był jednym z pierwszych miast ówczesnych Niemiec, dla którego w okresie międzywojennym opracowano kompleksowy, oparty na nowoczesnych zasadach plan rozwoju [55].

Początki współczesnego planowania przestrzennego w Polsce, rozumianego jako narzędzie polityki przestrzennej w miastach i regionach, sięgają okresu po odzyskaniu niepodległości w 1918 roku. Warto przypomnieć prace dotyczące Skalnego Podhala J. Chmielewskiego, plany – regionalny i realizacyjny – związane z budową Centralne-

¹Tak rozumiane planowanie przestrzenne w dużym stopniu pokrywa się ze znaczeniem, jakie R. Domański przypisuje pojęciu gospodarka przestrzenna (por. [29], s. 11–12).

go Okręgu Przemysłowego, które powstały pod kierunkiem S. Malessy, czy klasyczne studium pt. *Warszawa funkcjonalna* autorstwa J. Chmielewskiego i S. Syrkusa, zawierające propozycję decentralizacji stolicy [20, 67].

Tuż po wojnie, w nowych warunkach ustrojowych, nawiązywano do przedwojennych koncepcji, a niektóre prace były kontynuowane. Jednak w następnych latach rola planowania przestrzennego zmieniała się w zależności od sytuacji politycznej [78]. Słabością planowania przestrzennego w Polsce Ludowej był jego luźny związek z planowaniem gospodarczym².

Transformacja ustrojowa w Polsce – rozpoczęta w 1989 roku – i wynikające z niej zmiany społeczno-gospodarcze postawiły nowe zadania przed osobami odpowiedzialnymi za planowanie przestrzenne. Zmieniły się zasady funkcjonowania polskich miast i jednocześnie nastąpiło ich otwarcie na przemiany zachodzące w gospodarce światowej. Przemiany te charakteryzuje odchodzenie od tradycyjnych gałęzi przemysłu do opartych na nowoczesnych technologiach, jednocześnie działalnością wiodącą stają się usługi. Na to nakładają się procesy związane z globalizacją, co w konsekwencji wywołuje takie zjawiska, jak metropolizacja, polegająca na wyodrębnianiu się metropolii – miast, których ranga wynika z powiązań o zasięgu ponadnarodowym, czy – w mniejszej skali – przekształcenia struktury funkcjonalno-przestrzennej organizmów miejskich, np. modernizacja centrów i lokowanie się tam funkcji związanych z finansami i obsługą firm, rozwój strefy podmiejskiej, czy upadek dzielnic przemysłowych [30, 50, 52, 88, 94, 95, 106, 113].

Jako dziedzina interdyscyplinarna planowanie przestrzenne odwołuje się do wyników wielu dyscyplin wiedzy, przede wszystkim do tych, w których ważny jest aspekt przestrzenny, jak urbanistyka [122], regionalistyka [21] i geografia [28, 29, 43]. Nie do przecenienia są powiązania z naukami ekonomicznymi, choć przez długi czas nie doceniano znaczenia czynnika przestrzennego w tej dziedzinie. Silne związki łączą planowanie przestrzenne z prawem, socjologią i demografią [4, 49, 51, 118, 127]. Jeśli chodzi o nauki przyrodnicze, to wspólną problematyką jest ochrona i kształtowanie środowiska przyrodniczego [34]. Są też relacje z historią, estetyką, a nawet psychologią. Cybernetyka oraz działy matematyki stosowanej – programowanie liniowe i nieliniowe, teoria grafów, statystyka, ekonometria, taksonomia, teoria zbiorów rozmytych – wzbogacają warsztat geografa i planisty, dostarczając im metod ilościowych i optymalizacyjnych [75, 101, 102].

W planowaniu przestrzennym korzysta się z pojęć oraz idei wywodzących się z innych dziedzin, jeśli okażą się przydatne do scharakteryzowania zjawisk przestrzennych. Na przykład terminem sukcesja – wziętym z ekologii roślin – opisywany

² A. T. Kowalewski podaje wiele przykładów nieuwzględniania w planowaniu czynników ekonomicznych. W Warszawie w latach 60. zbudowano park „Pole Mokotowskie”, który został zlokalizowany na terenie w pełni uzbrojonym, przygotowanym jeszcze przed wojną pod zabudowę mieszkaniową, podczas gdy w niewielkiej odległości znajdowało się odpowiednie do tego celu miejsce [59, s. 99].

jest fakt zastępowania na pewnym obszarze jednego rodzaju użytkowania drugim. Z kolei z tzw. fizyki społecznej wzięto teorie fizyczne do określenia ciężarów w przestrzeni społeczno-ekonomicznej, co stało się podstawą do zbudowania modeli grawitacyjnych. Hägerstrand w pracach dotyczących dyfuzji, czyli rozprzestrzeniania się w czasie na danym obszarze zjawisk – od innowacji do ekspansji przestrzennej miast – czerpał z epidemiologii [56, 57, 73, 107].

Na gruncie nauk interdyscyplinarnych poszukuje się takich teorii, które pozwalają na porządkowanie wiedzy dotyczącej skomplikowanych, złożonych zjawisk rzeczywistych. Do tego celu przydatne jest podejście systemowe, ponieważ ogólna teoria systemów – ze swej natury – dąży do integracji nauk i do przekraczania granic między różnymi dyscyplinami, pozwala całościowo opisywać zjawiska, dysponuje metodologicznymi schematami przydatnymi do badania skomplikowanych obiektów. Operuje m.in. takimi kategoriami, jak: struktura, czyli elementy powiązane ze sobą, interakcje z otoczeniem, otwartość systemu, sprzężenia zwrotne, które dość dobrze oddają charakter niektórych zjawisk, będących tematem zainteresowania planowania przestrzennego i gospodarki przestrzennej [7, 22, 48, 85, 119, 138].

Do opisu aglomeracji, regionu czy kraju przydatne jest użycie pojęcia *system*, który najprościej zdefiniować jako zbiór elementów powiązanych ze sobą i z otoczeniem. Na *strukturę* systemu składają się elementy oraz sposób organizacji stałych powiązań między nimi. Tak więc struktura systemu osadniczego określa przestrzenne rozłożenie *elementów* (aktywności, form zagospodarowania) oraz *relacje*, stałe powiązania między tymi elementami, a także ich zachowanie pod wpływem istniejących między nimi oddziaływań oraz zmiany zachodzące w czasie.

Gdy struktura jest słabo poznana, badanie relacji między jej hipotetycznymi elementami – rozumianych jako współzależność między nimi – pomaga wyznaczyć elementy istotne. Ten sposób postępowania zastosowano w analizie struktury turystyki [69, 146].

1.1. Modelowanie numeryczne w planowaniu przestrzennym

Próby wykorzystania modelowania numerycznego do rozwiązywania problemów w przestrzeni zagospodarowanej datują się od przełomu lat 50. i 60.³ Był to okres upowszechniania się metod ilościowych (tzw. *quantitative revolution*) [44, s. 360]. Wówczas powstało wiele modeli opisujących zjawiska socjoekonomiczne, w części z nich brano pod uwagę aspekt przestrzenny [17].

³ W bibliografii podanej przez F.F. Martina, w książce po raz pierwszy wydanej w 1968 roku, na 16 pozycji dotyczących symulacji ruchu ulicznego i transportu tylko dwie opublikowano w 1957 roku, pozostałe powstały w pierwszej połowie lat 60. [82].

Wart przypomnienia jest nieprzestrzenny model miasta zbudowany przez J. Forrestera – *Urban Dynamics*. W modelu tym 150 równań wyraża związki pomiędzy różnymi współczynnikami odzwierciedlającymi relacje pomiędzy ludnością, mieszkalnictwem i przemysłem. Wzięto pod uwagę trzy rodzaje przemysłu – innowacyjny, tradycyjny i upadający, trzy kategorie ludności – menadżerów, pracowników oraz osoby nisko wykwalifikowane lub bezrobotne i wreszcie trzy typy mieszkalnictwa – o wysokim, średnim i niskim standardzie. Te dziewięć podstawowych zmiennych jest modyfikowanych w trakcie symulacji, proporcje między nimi mówią o stanie społeczno-ekonomicznym miasta. Za pomocą tego modelu były prowadzone dwa rodzaje modelowań. Pierwszy polegał na symulacji procesów rozwojowych miasta w okresie 250 lat, natomiast drugi prognozował skutki podejmowanych decyzji społeczno-politycznych na kondycję miasta [39]⁴.

Wraz z upowszechnianiem się maszyny cyfrowej – komputera – modelowania obejmowały coraz szerszą problematykę, np. poszukiwanie wzorców przestrzennych zachowań, mechanizmy kształtujące koncentracje, problem identyfikacji czynników kontrolujących rozmieszczenie, sterowanie rozwojem układów przestrzennych, zagadnienia lokalizacyjne etc.

W 1962 roku po raz pierwszy w Polsce komputer został wykorzystany do rozwiązywania zagadnienia związanego z planowaniem urbanistycznym, T. Zipser uruchomił napisany przez siebie program⁵, którego celem był dobór typu węzła ulicznego w zależności od jego obciążenia [140]. Pobyt T. Zipsera w Holandii, w następnym roku, pozwolił mu na wzięcie udziału w początkowej fazie tworzenia oprogramowania transportowego na potrzeby Amsterdamu oraz – co później okazało się bardzo inspirowane – umożliwił zapoznanie się z modelem *pośrednich możliwości* (*the intervening opportunities* model), stworzonym w 1960 roku, za pomocą którego prognozowano natężenie ruchu w aglomeracji chicagowskiej [14].

Model *pośrednich możliwości* oblicza liczbę podróży między każdą parą rejonów, na które został podzielony analizowany teren. Na strumień podróży pomiędzy obszarem startowym a obszarem celowym wpływa nie tylko liczba rozpoczynanych podróży i wielkość zbioru celowego, ale również *pośrednie możliwości*, czyli okazje, które są usytuowane bliżej niż rejon celowy. W modelu tym występuje parametr zwany selektywnością, który charakteryzuje specyfikę potrzeby wywołującej przemieszczenie. „Wysoka” („ostra”) selektywność oznacza, że podróżujący ma duże wymagania co do celu podróży, dlatego z mniejszym prawdopodobieństwem zaakceptuje napotkaną okazję, co pociągnie za sobą konieczność penetracji większego zbioru celów. „Niska” selektywność odzwierciedla fakt

⁴ Podobny model stworzony przez Forrestera – *World Dynamics* – został wykorzystany przy sporządzaniu Raportu Rzymskiego, który był próbą analizy rozwoju społeczno-ekonomicznego w skali światowej [86].

⁵ Program został napisany w języku Mark II, a maszyna cyfrowa Elliot-803 mieściła się w Katedrze Metod Numerycznych Uniwersytetu Wrocławskiego.

mniejszych wymagań co do celu podróży, dlatego średnia długość podróży – mierzona okazjami (celami) – będzie krótsza.

Na bazie tego modelu już w 1963 roku powstała – na podstawie bogatego materiału ankietowego z zakresu komunikacji – pierwsza prognoza ruchu dla Wrocławia [131].

Obserwacje poczynione w trakcie przeprowadzonych symulacji transportowych dla innych miast polskich [np. 132, 144] przyczyniły się do powstania wielu nowych modeli, i to zarówno komunikacyjnych, jak i służących do alokacji zagospodarowania, a także do odtwarzania procesu rozwoju osadnictwa. Wśród nich jest grupa modeli *przesunięć bilansujących*, w których główny mechanizm kształtowania koncentracji zagospodarowania polega na zapewnieniu zgodności bilansowej między wielkością zagospodarowania będącego celem podróży a liczbą zanotowanych tam akceptacji. To właśnie konieczność spełnienia warunku równowagi (bilansu) w układzie kontaktów pociąga za sobą koncentrację zagospodarowania – jedno z podstawowych zjawisk w przestrzeni zagospodarowanej [79, 145].

Prace wykonywane z wykorzystaniem symulacji komputerowych, rozpoczęte w 1963 roku, były kontynuowane – pod kierunkiem T. Zipsera – najpierw w ramach powstałego w 1969 roku Zakładu Urbanizacji i Planowania Przestrzennego Wydziału Architektury Politechniki Wrocławskiej, a potem, od 1992 roku, w Katedrze Planowania Przestrzennego. W trakcie wykonywania licznych ekspertyz i opracowań planistycznych zespół zdobywał doświadczenie w zakresie modelowania i symulacji dotyczących transportu, lokalizacji zagospodarowania i rozwoju struktur osadniczych. Różnorodna tematyka tych zadań wymuszała budowę nowych modeli, by lepiej nadawały się do rozwiązywania konkretnych problemów [6, 139].

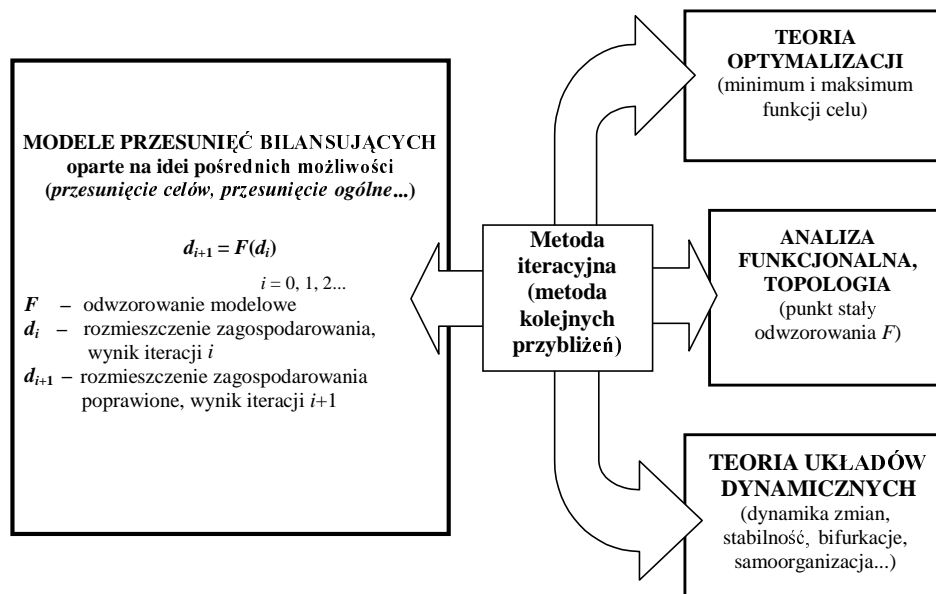
W ostatnich latach do najdynamiczniej rozwijającego się działu informatyki związanego z gospodarką przestrzenną należą systemy informacji przestrzennej (SIP) i geograficznej (GIS) [76, 94]. Ten typ oprogramowania łączy informację przestrzenną (obiekty zlokalizowane w przestrzeni) z danymi opisowymi (cechy obiektów), co pozwala na gromadzenie, przetwarzanie i zarządzanie tą informacją. Trwają próby włączania do tego typu oprogramowania modeli, które są dorobkiem Katedry Planowania Przestrzennego [np. 10, 11, 12, 161].

1.2. Temat i cel pracy

Tematem pracy są wyżej wspomniane modele *przesunięć bilansujących*, które odtwarzają zjawisko **kontaktów** między różnymi aktywnościami. Modele te służą nie tylko do wyznaczania lokalizacji elementów zagospodarowania, ale również mają zdolność modelowania procesów urbanizacji. Dlatego mogą być wykorzystane w prognozowaniu rozwoju układów osadniczych. Użyteczność tych modeli ilustrują przykłady zamieszczone w następnym podrozdziale.

Użyty w tytule pracy termin *stan równowagi* może budzić wątpliwości, bowiem zgodnie z teorią systemów pojęcie to charakteryzuje systemy zamknięte, takie, które nie są w relacji z otoczeniem. Niewątpliwie układ osadniczy – aglomeracja czy region – jest przykładem systemu otwartego, który cechuje wymiana ze światem zewnętrznym – przepływ kapitału, idei, obserwuje się przejazdy ludzi, przewozy ładunków, etc. Jednak nawet w bardzo złożonych systemach otwartych stwierdza się stałość pewnych wielkości, które najczęściej reprezentowane są przez średnie statystyczne. L. von Bertalanffy proponuje w takich sytuacjach stosować termin *stan stabilności* [7, s. 156] lub *równowaga dynamiczna* [7, s. 167]. Tego drugiego określenia R. Domański używa w *Gospodarce przestrzennej* [28, s. 62].

W modelach *przesunięć bilansujących* przez stan równowagi rozumie się taki stan systemu osadniczego, który zapewnia **równowagę** w układzie kontaktów, co oznacza zgodność liczby potrzeb szukających zaspokojenia z wielkością zbioru celów w każdym fragmencie modelowanego obszaru. Do tak określonej równowagi dochodzi się na drodze relokacji podmiotów i przedmiotów kontaktów, czego rezultatem jest **koncentracja** zagospodarowania.



Rys. 1.1. Zastosowania metody iteracyjnej
Fig. 1.1. Applications of the iteration method

Symulacje rozpoczynają się od przyjęcia wstępnego rozmieszczenia elementów zagospodarowania, które zgodnie z formułą modelu *pośrednich możliwości* – dla

określonego systemu dostępności i selektywności potrzeb – generują kontakty. Ich rozkład w układzie osadniczym daje podstawy do korekty lokalizacji zagospodarowania. Poprawione rozmieszczenie podlega tej samej procedurze obliczeń, która jest powtarzana tak długo, aż zostanie osiągnięty stan równowagi. Ten sposób postępowania nosi nazwę metody iteracyjnej. Stosuje się ją w wielu dziedzinach wiedzy (rys. 1.1).

Metoda iteracyjna jest jedną z metod stosowanych w teorii optymalizacji do znajdowania ekstremum funkcji wielu zmiennych, czemu w modelach *przesunięć bilansujących* odpowiada poszukiwanie minimum funkcji mierzącej stopień niedopasowania rozmieszczenia zagospodarowania do potrzeb, które mają być realizowane w ramach systemu osadniczego [145, s. 117].

Tę metodę stosuje się również w zagadnieniu poszukiwania tzw. punktu stałego odwzorowania. Jest to problem z dziedziny analizy funkcjonalnej i topologii. W modelach *przesunięć* tym odwzorowaniem jest funkcja modelowa, za pomocą której oblicza się – na bazie modelu *pośrednich możliwości* – liczbę zakończonych podróży (akceptacji) w rejonie. Z kolei punkt stały odpowiada takiemu stanowi zagospodarowania, który zapewnia równowagę w systemie osadniczym, rozumianą jako zrównoważenie potrzeb z ofertą celów. Dlatego w pracy proponuje się spojrzeć na modele *przesunięć* również pod kątem pojęć z tej dziedziny wiedzy.

Na grunt nauk przestrzennych przenika terminologia wywodząca się z teorii układów dynamicznych, synergetyki i teorii chaosu. Między innymi rezultaty otrzymane przez I. Prigogine'a w latach 70. pokazały, że jeśli pewien rodzaj systemów, tzw. systemy dysypatywne, znajdzie się w stanach dalekich od równowagi, to po okresowym zaburzeniu czy zachwianiu równowagi może utworzyć nową, bardziej zorganizowaną strukturę. Tego typu zjawiska są obserwowane również w chemii, biologii, układach społeczno-ekonomicznych, osadniczych i urbanistycznych [30]. Ponieważ technika iteracyjna stosowana jest także w teorii dyskretnych systemów dynamicznych, warto zobaczyć, co łączy modele *przesunięć bilansujących* z tą teorią.

Celem pracy było rozważenie niektórych aspektów modelowania stanu równowagi układu osadniczego przy zastosowaniu modeli *przesunięć bilansujących*. Poszukiwano odpowiedzi na pytania:

- Co kryje się za metodą iteracyjną, która w tych modelach nie jest wyłącznie techniką poszukiwania rozwiązania; dzięki niej widać dynamikę zmian w rozmieszczeniu zagospodarowania na drodze poszukiwania równowagi w systemie osadniczym. Co można powiedzieć o zbieżności tej metody i o zależności rozwiązania od danych początkowych?
- Jak fakt, że metoda iteracyjna jest używana w innych dziedzinach może wpłynąć na widzenie modeli *przesunięć*?
- Jaka postać przyjmuje funkcja modelowa wspomnianych modeli? Czy cechy tej funkcji wpływają na przebieg symulacji?

- Czy zmieniający się w trakcie modelowania układ osadniczy da się opisać w języku układów dynamicznych? Jeśli tak, to czy można te pojęcia odnieść do obserwowanych zjawisk rzeczywistych?

Odpowiedzi szukano zarówno analizując wyniki przeprowadzonych w tym celu symulacji za pomocą modeli *przesunięć bilansujących*, jak i korzystając z pojęć występujących w takich dziedzinach, jak choćby analiza funkcjonalna czy teoria układów dynamicznych. Wnioski z tych badań starano się odnieść do praktycznej strony modelowań.

Konstrukcja pracy jest następująca. W rozdziale wstępnym – po wprowadzeniu pokazującym interdyscyplinarny charakter planowania przestrzennego i prezentacji nurtu poświęconego modelowaniom zjawisk w zagospodarowanej przestrzeni – został sformułowany temat i cel pracy oraz omówiono jej układ. Ostatni podrozdział wstępu zawiera przegląd praktycznych zastosowań modeli *przesunięć bilansujących*.

Rozdział 2 ma za zadanie przypomnieć dwa podstawowe typy modeli kontaktów w przestrzeni zagospodarowanej, jakimi są model *grawitacyjny* oraz model bazujący na idei *pośrednich możliwości*. Drugi z nich stanowi podstawę dla modeli *przesunięć*.

W rozdziale 3 została zamieszczona charakterystyka kolejnych wariantów modeli *przesunięć bilansujących* oraz omówiono sposoby ich stosowania. Następnie pokazano jak te modele cząstkowe plasują się na tle – zaproponowanego przez T. Zipsera – paradygmatu decyzji przestrzennych, który formułuje szereg cech, jakie winny charakteryzować modele symulujące procesy zachodzące w przestrzeni zagospodarowanej.

Rozdział 4 zawiera opis metody *iteracyjnej*, zwanej inaczej metodą *kolejnych przybliżeń*, za pomocą której poszukiwane jest zoptymalizowane rozmieszczenie oraz wiele wybranych pojęć z analizy funkcjonalnej i topologii, które spróbowano odnieść do modeli *przesunięć bilansujących*, zastanawiając się nad odpowiedzią na takie pytania, jak: Czy metoda iteracyjna zapewnia znalezienie rozwiązania (optymalnego rozmieszczenia) i czy jest ono jedyne? Jeśli określić proces modelowania równowagi jako zagadnienie optymalizacji, to czy funkcja mierząca stopień niedopasowania wielkości potrzeb do istniejącego zagospodarowania osiągnie wartość minimalną?

W rozdziale 5 są prezentowane przykłady przeprowadzonych symulacji modelowych, których celem było poszukiwanie stanu równowagi w systemach osadniczych różniących się liczbą rejonów i wielkością sieci komunikacyjnej określającej wzajemną dostępność rejonów. Obserwowano jaki wpływ na rozwiązanie ma rozmieszczenie wstępne zagospodarowania, parametr modelu – selektywność, kształt sieci komunikacyjnej oraz liczba iteracji.

Uwzględnienie w analizie układów osadniczych składających się zaledwie z dwóch i trzech rejonów pozwoliło na zrobienie wykresów funkcji modelowej dla modeli *przesunięć celów* i *przesunięć ogólne*. Dało to podstawy do wysnucia hi-

potrzeb dotyczących przebiegu modelowania oraz zachowania się układu, które następnie sprawdzano w odniesieniu do dużych rzeczywistych systemów osadniczych.

Treścią rozdziału 6 jest poszukiwanie równowagi w systemie osadniczym rozumiane jako zagadnienie optymalizacji. Na przykładzie modelu *przesunięcie celów* dla układu dwurejonowego został wygenerowany obraz funkcji mierzącej niedopasowanie rozłożenia aktywności do zgłaszanych w systemie potrzeb.

Rozdział 7 zawiera krótką prezentację wybranych pojęć z teorii układów dynamicznych, zarówno ciągłych, jak i dyskretnych. Dynamika układów dyskretnych – ich zachowanie obserwuje się w wybranych chwilach – opisywana jest przez równania różnicowe, co pokrywa się z metodą *iteracyjną*, która stanowi wspólną platformę z modelami *przesunięcie bilansujących*.

Podano przykłady modeli dynamicznych wywodzących się z ekologii matematycznej, które są stosowane do opisu zjawisk demograficznych i społeczno-ekonomicznych. W następnym rozdziale jeden z tych modeli będzie porównywany z modelami *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne*.

Treścią rozdziału 8 jest próba spojrzenia na modele *przesunięcie bilansujących* jako na przykłady układów dynamicznych: co oznacza *równowaga*, jak można interpretować *bifurkacje*, czyli zmiany struktury i zachowania, oraz czy modele te charakteryzuje jedna z cech modeli dysypatywnych – *samoorganizacja*.

Podsumowanie zamyka niniejszą pracę.

1.3. Przykłady praktycznego zastosowania modeli przesunięcie bilansujących

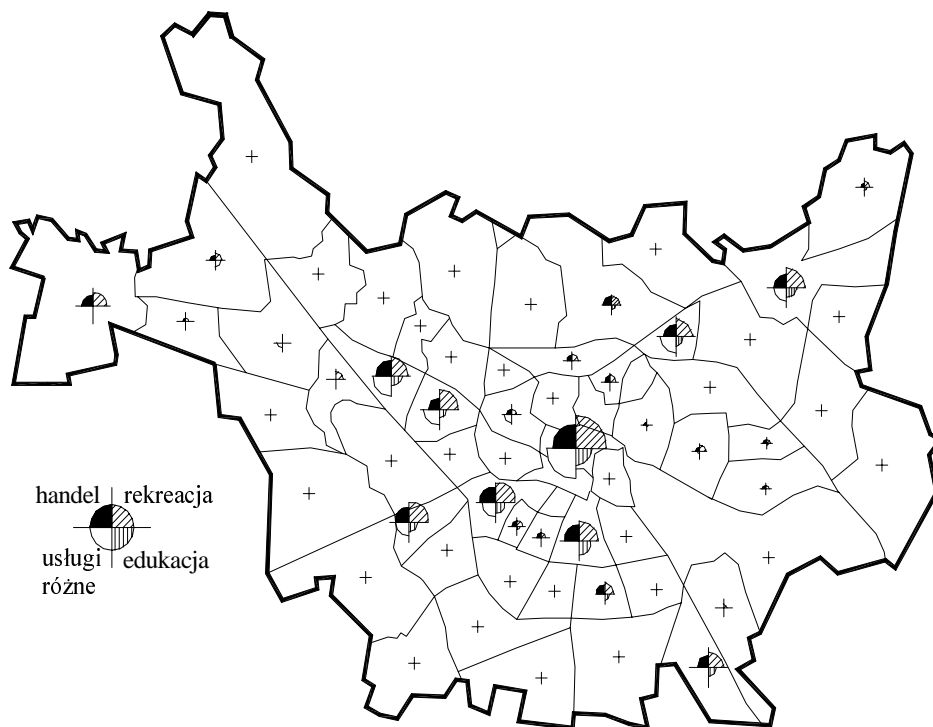
Jak już wspomniano, w modelach *przesunięcie bilansujących* [155] rozmieszczenie optymalne poszukiwane jest iteracyjnie, tzn. w trakcie modelowania otrzymujemy kolejne rozmieszczenia, przybliżenie szukanego rozwiązania. Obserwowane w czasie symulacji dynamiki zmiany wielkości aktywności w rejonach, na które został podzielony obszar, przyjmuje się za charakterystyki atrakcyjności różnych fragmentów układu osadniczego [133, 134, 135]. Te stosunkowo proste modele były używane do rozwiązywania wielu zadań planistycznych. Warto przypomnieć przykłady zastosowań tych modeli w praktyce.

1.3.1. Rozmieszczenie ośrodków usługowych – Wrocław (1971) [143]

Lokalizację usług wyznaczono modelem *przesunięcie celów*, który działa w ten sposób, że w trakcie modelowania zmianom ulega wyłącznie zagospodarowanie celowe, natomiast źródłowe pozostaje niezmiennie.

W symulacji był uwzględniony kontakt *dom–usługi*. Dla ustalonego rozmieszczenia mieszkańców Wrocławia otrzymano lokalizację usług w czterech kategoriach: usługi handlowe, socjalno-rekreacyjne, szkolne i różne (rys. 1.2).

Największa koncentracja usług wystąpiła w centrum, na południe od centrum na Krzykach i w części zachodniej miasta na terenie osiedli Gądów i Na Ostatnim Groszu. Oprócz tego uwidoczniły się ośrodki peryferyjne w dawnych miasteczkach, które zostały włączone w granice administracyjne Wrocławia – w Leśnicy, Brochowie i na Psim Polu.



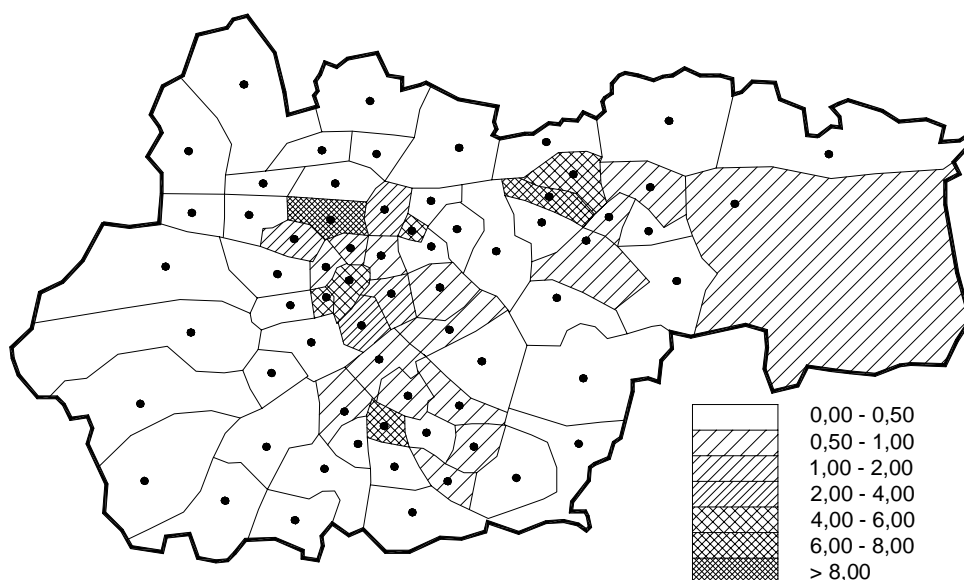
Rys. 1.2. Wrocław. Rozmieszczenie usług. Model *przesunięcie celów*.
Źródło: [143]

Fig. 1.2. Wrocław. The distribution of services.
The shifting of destinations model [143]

1.3.2. Rozmieszczenie miejsc pracy – Kraków (1972) [147]

Symulacja rozmieszczenia miejsc pracy w Krakowie to rezultat modelowania kontaktu *dom–praca* za pomocą modelu *przesunięcie celów*.

Znana była planowana liczba ludności w 63 rejonach, na które został podzielony obszar miasta. Na rysunku 1.3 pokazano jakim zmianom uległy w trakcie symulacji przyjęte na początku liczby miejsc pracy.



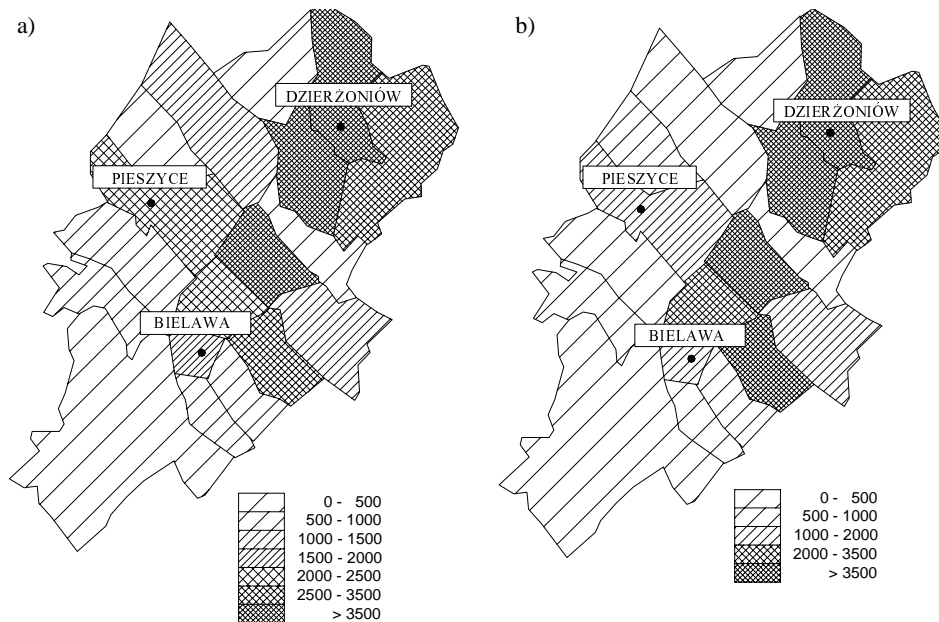
Rys. 1.3. Kraków. Rozmieszczenie miejsc pracy.
Zmiany wstępnych potencjałów celowych.
Model *przesunięcie celów*.
Źródło: [147]

Fig. 1.3. Kraków. The distribution of work places.
Changes of initial destination potentials.
The shifting of destinations model [147]

1.3.3. Rozmieszczenie miejsc pracy – Dzierżoniów, Bielawa, Pieszyce (1972) [43]

Model *przesunięcie celów* został wykorzystany do znalezienia rozłożenia skupisk miejsc pracy dla zespołu miast Dzierżoniów, Bielawa, Pieszyce.

Jak widać na rysunku 1.4 wymodelowane rozmieszczenie miejsc pracy (a) niewiele odbiega od rozłożenia rzeczywistego (b).



Rys. 1.4. Dzierżonów, Bielawa, Pieszyce. Wymodelowane (a) i rzeczywiste (b) rozmieszczenie miejsc pracy. Model *przesunięcie celów*.

Źródło: [43]

Fig. 1.4. Dzierżonów, Bielawa, Pieszyce. The modelled (a) and real (b) distribution of work places. *The shifting of destinations* model [43]

1.3.4. Wstępne studia nad planem kierunkowym aglomeracji krakowskiej (1972) [149]

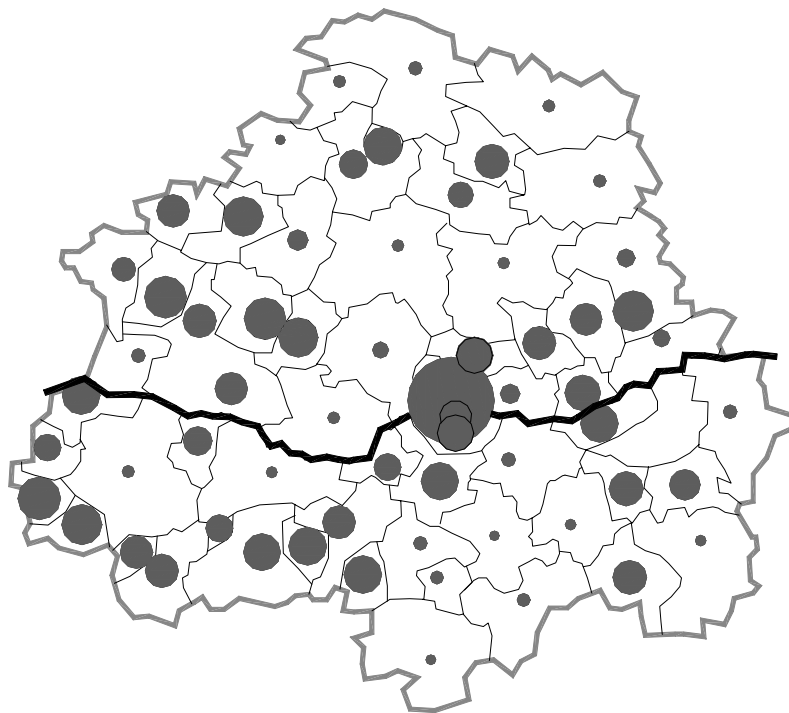
W związku z przygotowywanym przez Miejską Pracownię Urbanistyczną planem kierunkowym aglomeracji krakowskiej przeprowadzono szereg symulacji, które miały za zadanie wstępne rozeznanie tendencji mogących wpłynąć na kształtowanie się aglomeracji. Ograniczono się jedynie do zjawisk koncentracji wywołanych podstawową potrzebą mieszkańca obszarów zurbanizowanych jaką jest potrzeba znalezienia pracy, modelowano więc kontakt *dom-praca*.

Analizowany obszar na północy obejmował Pilicę i Żarnowiec, na południu Andrychów, Pcim i Trzcianę, w kierunku wschodnim sięgał do Wiśnicza, a na zachodzie do Jaworzna i Oświęcimia. W każdym z 62 rejonów, na które został podzielony teren opracowania, znana była wielkość zaludnienia oraz liczba miejsc pracy w 1960 roku. Wzajemną dostępność rejonów określała tablica rzeczywistych odległości.

W pierwszym etapie badano wpływ sieci komunikacyjnej (dostępności) na obraz koncentracji. Dlatego początkowo każdemu rejonowi została przypisana ta sama por-

cja ludności i miejsc pracy, po 7500 jednostek. Wartość selektywności, kluczowego parametru modelu *pośrednich możliwości* równała się $150 \cdot 10^{-6}$ i została tak dobrana, aby zapewnić, że 99% podróży zakończy się w zbiorze liczącym 30 tysięcy celów, a więc niewiele przekraczającym zasób czterech rejonów (selektywność „niska”), co odpowiadało przemieszczeniom o niezbyt dalekim zasięgu.

Symulację przeprowadzono używając modelu *przesunięcie ogólne*, który modyfikuje zarówno rozłożenie ludności, jak i celów. W rezultacie powstały koncentracje z dominującą rolą Krakowa, które w większości pokryły się z istniejącymi ośrodkami miejskimi, takimi jak np. Miechów, Olkusz czy Oświęcim (rys. 1.5).



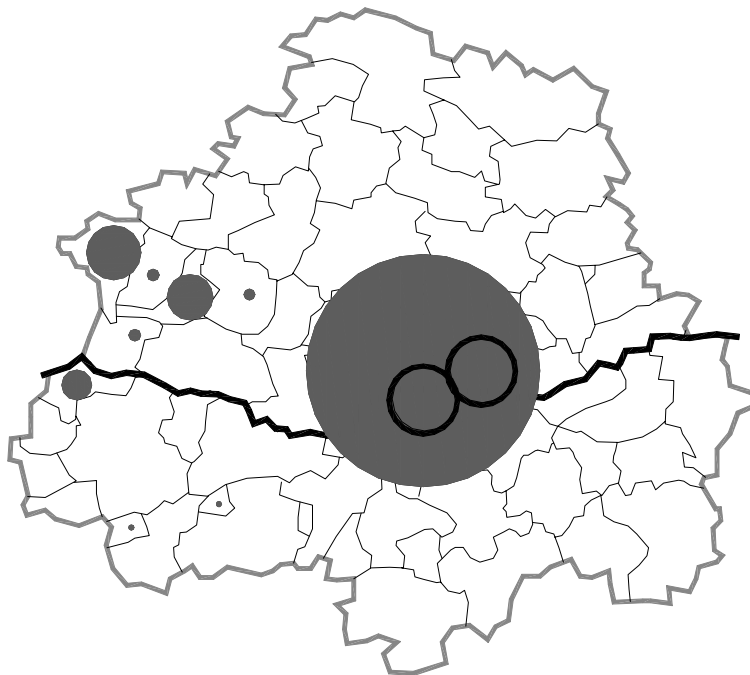
Rys. 1.5. Krakowski Zespół Miejski – koncentracje wymodelowane modelem *przesunięcie ogólne*. Rozmieszczenie wstępne – równomierne. Selektywność „niska” kontaktu dom–praca.
Źródło: [149]

Fig. 1.5. Kraków Urbanized Area – concentrations modelled by *the general shift* model. An initial distribution – uniform. „Low” selectivity of contact home–work [149]

W następnym wariancie obliczeń przyjęto wstępne rozmieszczenie źródłowe równe rzeczywistemu zaludnieniu w 1970 roku, a zagospodarowanie celowe wyrażone zostało liczbą miejsc pracy – dane z roku 1960 pomnożono przez wskaźnik wzrostu dla roku 1970. Przyjęto „wysoką” selektywność równą $15 \cdot 10^{-6}$, co wymagało do

zakończenia 99% podróży spenetrowania około 307 tysięcy celów, a więc połowy obszaru Krakowskiego Zespołu Miejskiego.

Tym razem otrzymany obraz – wynik modelu *przesunięcie ogólne* – charakteryzuje olbrzymia koncentracja w „starym” Krakowie. Wyludnieniu oparty się jedynie nieliczne ośrodki, m. in. Jaworzno, Chrzanów i Oświęcim, Olkusz, Andrychów czy Wadowice, które również w rzeczywistości cechowała największa dynamika (rys. 1.6).



Rys. 1.6. Krakowski Zespół Miejski – koncentracje wymodelowane modelem *przesunięcie ogólne*.
Rozmieszczenie wstępne – rzeczywiste. Selektowność „wysoka” kontaktu dom–praca.
Źródło: [149]

Fig. 1.6. Kraków Urbanized Area – concentrations modelled by *the general shift* model.
An initial distribution – real. “High” selectivity of contact home–work [149]

Te dwa modelowania pokazują wpływ parametru selektywności na wynikową koncentrację. Warto zauważyć, że zgodnie z rzeczywistością są odtwarzane ogólne tendencje w układzie osadniczym, choć jednocześnie uwidoczniła się potrzeba wprowadzenia do modelu procedur tłumiących, by zapobiec zbyt dużym zróżnicowaniom w końcowych wielkościach potencjałów.

Celem kolejnego etapu było znalezienie rozłożenia miejsc pracy, tym razem za pomocą modelu *przesunięcie celów*, a więc przy ustalonym rozmieszczeniu ludności. Wykorzystano empiryczne wartości parametru selektywności przejazdów do pracy

[41], które wahały się od $6 \cdot 10^{-6}$ dla Krakowa do $194 \cdot 10^{-6}$ dla powiatu proszowickiego. Tym razem otrzymano mniej jaskrawe koncentracje.

W ostatnim etapie przetestowano nową wersję modelu – *przesunięcie źródeł* – którego zadaniem było znalezienie rozłożenia ludności przy ustalonym usytuowaniu miejsc pracy. Odpowiadało to rzeczywistej sytuacji, gdyż większość miejsc pracy była zlokalizowana w przemyśle i nie mogła ulec przesunięciu. W tym modelowaniu również przyjęto rzeczywiste pomierzone wielkości selektywności.

1.3.5. Rozmieszczenie placówek handlowych w Krakowie (1973) [150]

Praktyczne zastosowanie miały modelowania wykonane w ramach ekspertyzy dotyczącej zmian układu komunikacji w związku z projektowanym centrum w otoczeniu dworca głównego w Krakowie. Oprócz serii modelowań transportowych przeprowadzono symulację, której zdaniem było znalezienie optymalnej lokalizacji handlu z punktu widzenia klientów. Przyjęto, że początkowe rozłożenie celów handlowych będzie wprost proporcjonalne do zaludnienia. Ponieważ nie dysponowano pomiarami selektywności dla dojazdów do handlu i usług w Krakowie, w obliczeniach użyto wartości, które zostały oszacowane na podstawie wyników badań socjologicznych przeprowadzonych przez B. Jałowieckiego wśród mieszkańców wrocławskich osiedli. Okazało się, że niewiele się one różniły od pomiarów wykonanych w Waszyngtonie dla tego typu potrzeb.

1.3.6. Sprawdzanie wariantów rozwoju aglomeracji krakowskiej (1975) [154]

Głównym celem opracowania wykonanego w 1975 roku na zlecenie Biura Projektów Miasta Krakowa było znalezienie takiego rozmieszczenia zaludnienia i zatrudnienia, by zminimalizować podróże z domu do pracy. Zastosowano nowy sposób modelowania, w którym wzięto pod uwagę dwa kontakty: pierwotny *dom-praca* oraz wtórny *praca-dom*. Po wymodelowaniu ruchów *dom-praca* korekcie podlegało rozmieszczenie miejsc pracy, a w następnym kroku ruchy powrotne, ze zmodyfikowanych już miejsc pracy do domu, służyły do weryfikacji rozmieszczenia ludności. Tak więc w kolejnych krokach zmieniano na przemian liczbę miejsc pracy i wielkość mieszkalnictwa. Ta wersja modelu nosi nazwę modelu *wahadłowego*. Żeby zapobiec zarówno zbytnej koncentracji, jak i „wyzerowywaniu się” rejonów wprowadzono procedury tłumiące, polegające na tym, iż w trakcie symulacji nie można było przekroczyć przyjętych wcześniej dla każdego rejonu górnych i dolnych pułapów, i to zarówno dla ludności, czyli źródeł, jak i miejsc pracy, czyli celów.

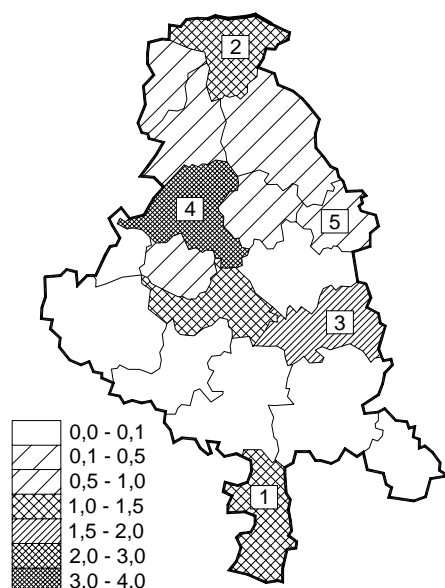
Ostatecznie dla analizowanego obszaru podzielonego na 120 rejonów, wykonano pięć symulacji różniących się zestawem pułapów dla źródeł i celów oraz ogólną liczbą zaludnienia w całym układzie, co odpowiadało różnym założonym *a priori* wariantom

rozwoju aglomeracji krakowskiej. Rezultaty modelowań – koncentracje o charakterze policentrycznym – zostały uwzględnione w dalszych pracach podczas tworzenia planu kierunkowego dla aglomeracji.

1.3.7. Rejon uprzemysławiany – LGOM (1974) [137]

Trzy warianty modeli *przesunięć bilansujących* zostały wykorzystane do przeprowadzenia pilotażowych symulacji dotyczących Lubińsko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego, obszaru, gdzie wówczas następowały szybkie przemiany struktury gospodarczej i społecznej.

Posłużono się dość „grubym” podziałem na 18 rejonów. Dla stanu zaludnienia na rok 1968 przeprowadzono modelowania rozłożenia miejsc pracy (model *przesunięcie celów*) (rys. 1.7) oraz rozmieszczenia zarówno miejsc zamieszkiwania, jak i miejsc pracy (model *przesunięcie ogólne*).



Rys. 1.7. LGOM. Zmiany w początkowym rozmieszczeniu miejsc pracy.

Model *przesunięcie celów*

(1 – Legnica, 2 – Głogów, 3 – Lubin, 4 – Polkowice, 5 – Rudna).

Źródło: [137]

Fig. 1.7. Legnica Głogow Copper District (LGOM). Changes of an initial location of work places.

The shifting of destinations model [137]

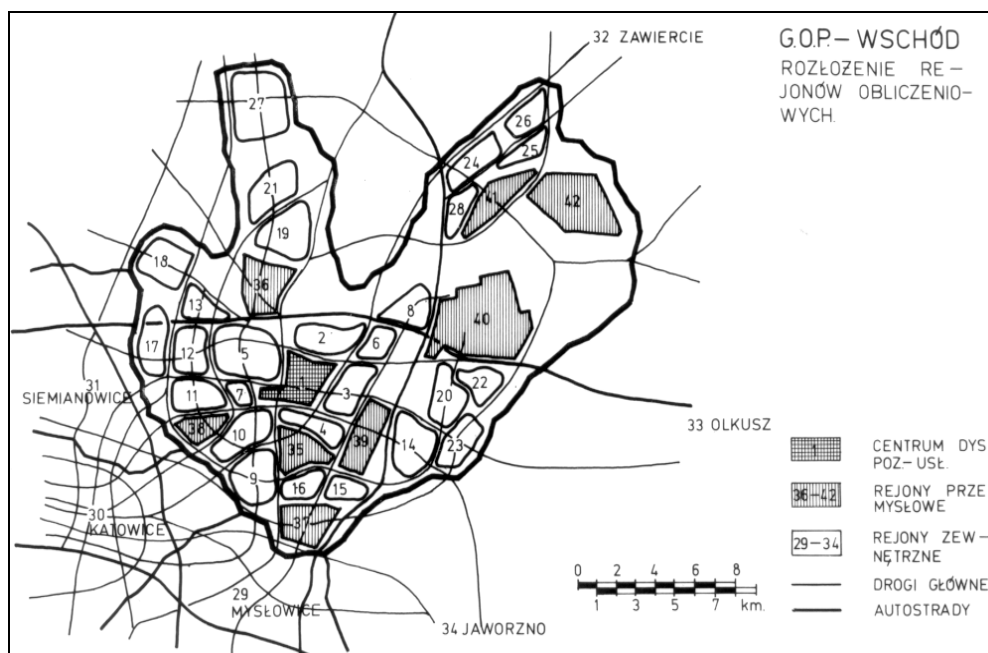
Symulacje te pozwoliły na wyznaczenie predyspozycji rejonów do ogniskowania zatrudnienia i skupiania ludności nierolniczej.

Ponieważ występowanie rudy miedzi oraz lokalizacja wielkich zakładów przetwarzających surowiec determinują usytuowanie znacznej części miejsc pracy, więc użyto również modelu *przesunięcie źródeł*, który dla ustalonych potencjałów źródłowych (miejsc pracy) poszukiwał optymalnego rozmieszczenia mieszkalnictwa. Okazało się, że osiągnięcie równowagi powoduje na ogół wyludnianie się rejonów o dużym potencjale miejsc pracy.

Podczas gdy obrazy uzyskane modelami *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne* można uznać za obraz żywiołowego rozwoju układu osadniczego, model *przesunięcie źródeł* ma charakter normatywnego narzędzia planowania.

1.3.8. Zmiany struktury funkcjonalno-przestrzennej w skali regionu (1976)

Lokalizacja Huty Katowice w Dąbrowie Górniczej, we wschodniej części Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego musiała wywołać przekształcenia struktury funkcjonalno-przestrzennej tej części GOP-u. Na podstawie danych opracowanych przez Wojewódzką Pracownię Regionalną wykonano szereg obliczeń, których celem była prognoza zmian w rozmieszczeniu ludności, miejsc pracy i usług w związku z tą inwestycją.



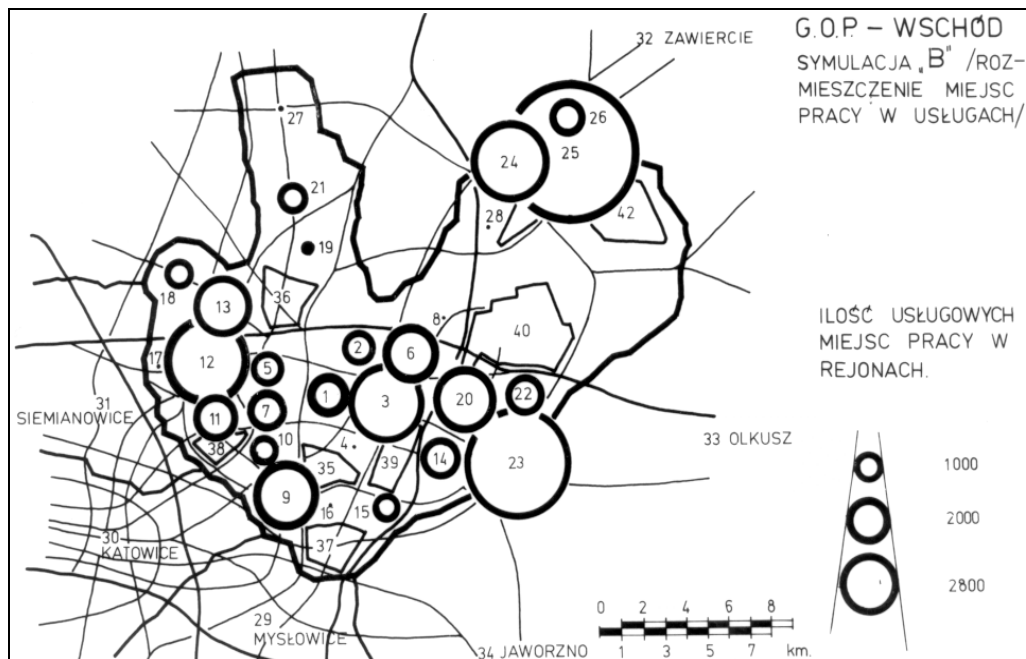
Rys. 1.8. GOP Wschód. Podział na rejony.

Źródło: Archiwum Katedry Planowania Przestrzennego PWr.

Fig. 1.8. Upper Silesia Industrial District – East. Division into zones

Analizowany obszar podzielono na 36 rejonów wewnętrznych, wśród których 7 rejonów miało charakter przemysłowy, m.in. rejon nr 40 – Huta Katowice, a 6 rejonów zewnętrznych obrazowało wpływ otoczenia, były to: Siemianowice, Katowice, Mysłowice, Jaworzno, Olkusz i Zawiercie (rys. 1.8).

Zaprezentowane niżej ilustracje pokazują rezultaty modelowań dotyczących jedynie rozmieszczenia usług. Wzięto pod uwagę dwa kontakty *dom–miejsca pracy w usługach* oraz *klienci–usługi*. Wymodelowane rozmieszczenie usług z punktu widzenia pracujących w usługach pokazano na rys. 1.9.



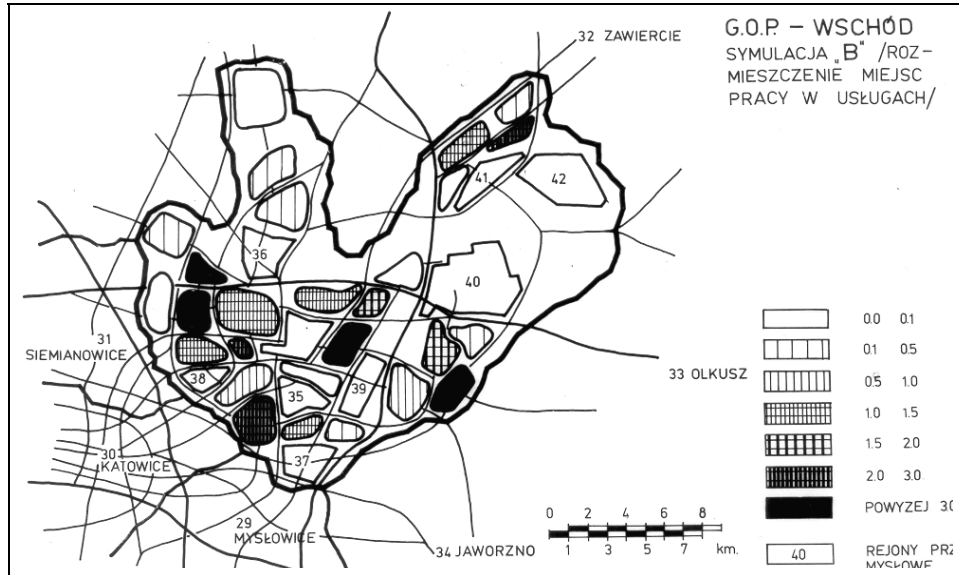
Rys. 1.9. GOP Wschód. Wymodelowane rozmieszczenie miejsc pracy w usługach.

Źródło: Archiwum Katedry Planowania Przestrzennego PWr.

Fig. 1.9. Upper Silesia Industrial District – East.

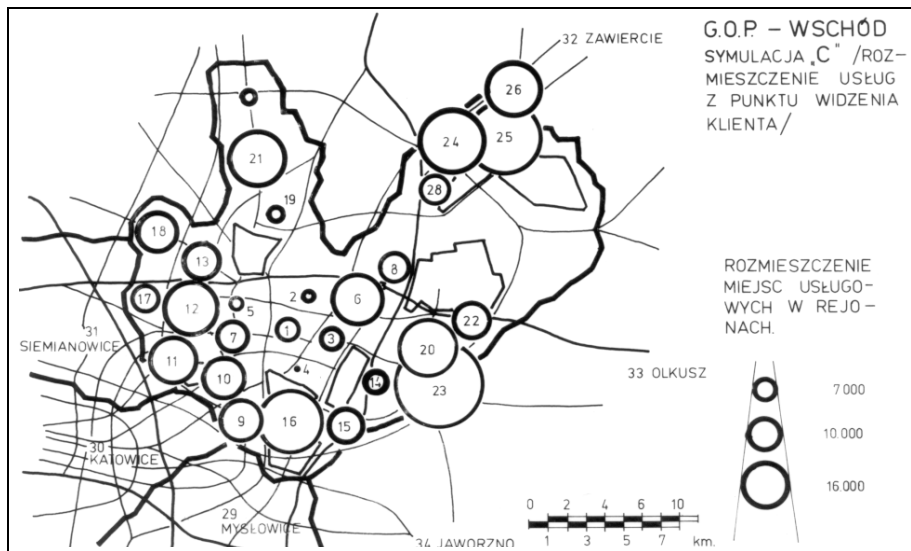
The modelled distribution of work places in services

Oprócz wymodelowanych wielkości ośrodków usługowych ważna jest informacja mówiąca jakim zmianom w trakcie symulacji uległy wstępnie założone wielkości usług. Liczby większe od 1 wskazują na wzrost liczby celów, mniejsze odpowiadają spadkom (rys. 1.10).



Rys. 1.10. GOP Wschód. Zmiany wstępnego rozmieszczenia miejsc pracy w usługach.
Źródło: Archiwum Katedry Planowania Przestrzennego PWr.

Fig. 1.10. Upper Silesia Industrial District – East. Changes of an initial distribution
of work places in services

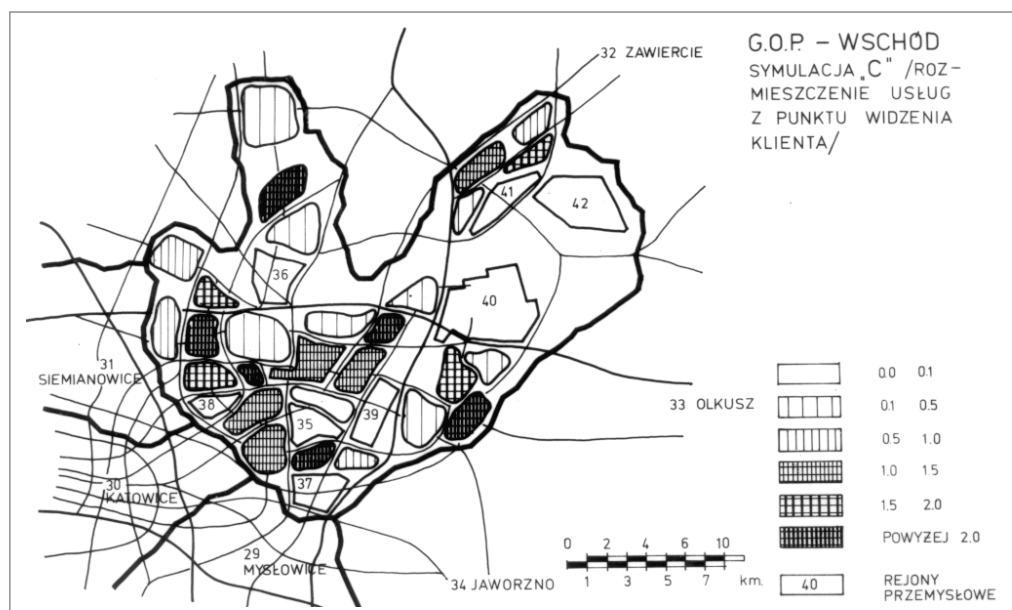


Rys. 1.11. GOP Wschód. Wymodelowane rozmieszczenie usług z punktu widzenia klienta.
Źródło: Archiwum Katedry Planowania Przestrzennego PWr.

Fig. 1.11. Upper Silesia Industrial District – East. The modelled distribution of services

Wynik symulacji – lokalizacja usług oraz ich wielkość, tym razem z punktu widzenia klienta, jest pokazany na rysunku 1.11.

Na rysunku 1.12 zaprezentowano dynamikę zmian założonych na początku wielkości ośrodków usługowych.



Rys. 1.12. GOP Wschód. Zmiany wstępnego rozmieszczenia usług.

Źródło: Archiwum Katedry Planowania Przestrzennego PWi.

Fig. 1.12. Upper Silesia Industrial District – East. Changes of an initial distribution of services

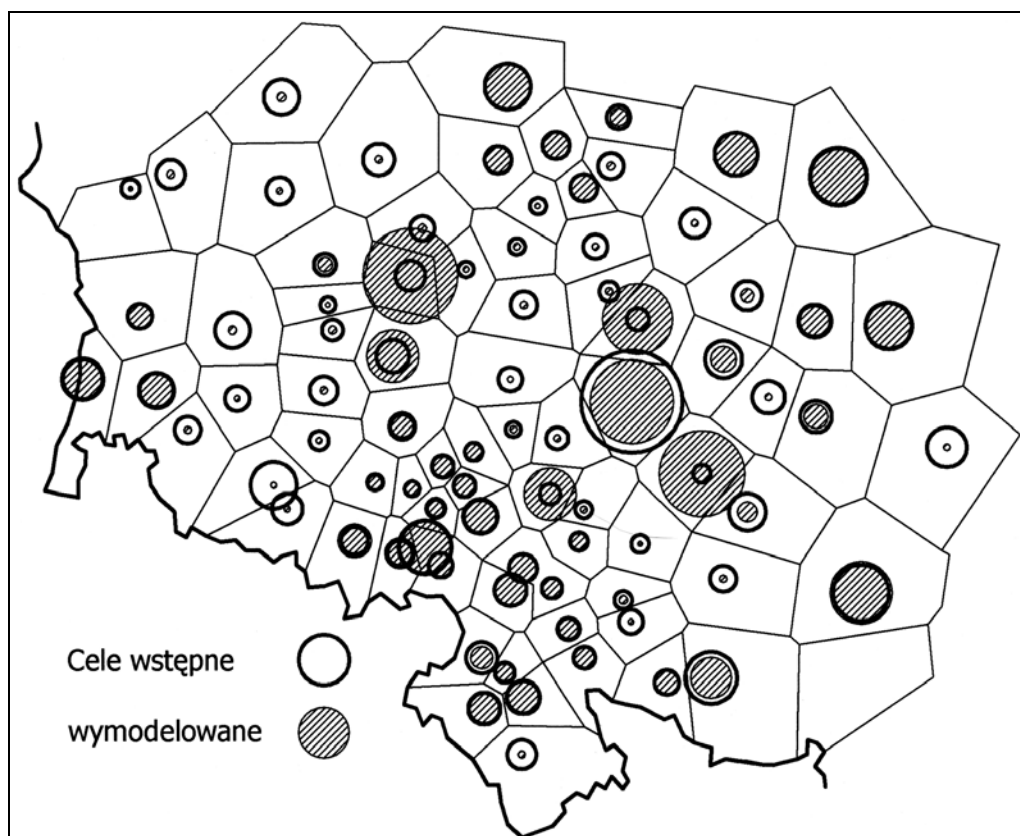
1.3.9. Aglomeracja wrocławska – plan kierunkowy (1975) [26, 153]

Modele *przesunięć bilansujących* znalazły zastosowanie w prognozowaniu rozwoju aglomeracji wrocławskiej. Wykorzystano je na różnych etapach konstruowania planu kierunkowego.

Region wraz z otoczeniem wywiera wpływ na kształt aglomeracji, dlatego w pierwszym etapie przeprowadzono studium obszaru obejmującego ówczesne województwo wrocławskie, część opolskiego, poznańskiego i zielonogórskiego⁶ oraz rejony przygraniczne w NRD i CSRS. Obszar ten podzielono na rejony geometryczne, wyznaczone przez 88 najwyższej sklasyfikowanych węzłów komunikacyjnych. Najpierw wykonano symulacje dla dwóch zestawów selektywności i rzeczywistej liczby ludności pomnożonej przez współczynnik wzrostu. Dodatkowo założono, że 30%

⁶ Sprzed reformy administracyjnej przeprowadzonej w 1975 roku.

osób zawodowo czynnych nie będzie migrować z miejsca zamieszkania. Użyto wersji modelu *przesunięcie ogólne* (wersja z 30% stałych źródeł). Po zanalizowaniu wyników, w następnej symulacji posłużono się pierwszym zestawem selektywności oraz dodatkowo nałożono pułapy górne na niektóre rejony, by zapobiec tworzeniu się w nich zbyt dużych koncentracji. Rezultaty tej symulacji przyjęto za wariant prognozy (rys. 1.13).



Rys. 1.13. Aglomeracja wrocławska. Studium regionu – wariant prognozy.

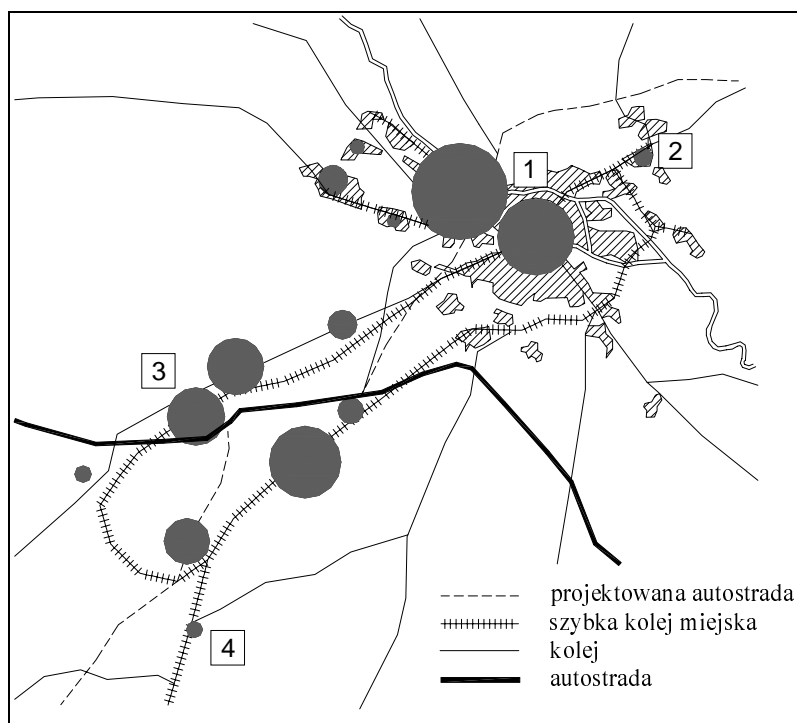
Źródło: [26]

Fig. 1.13. Wrocław Urbanized Area. A regional study – a forecasting variant [26]

Następnie obszar modelowania uległ zmniejszeniu i dokonano nowego podziału, tym razem na 65 rejonów, bazując na siatce kwadratowej o boku jednego kilometra. W celu odtworzenia procesu urbanizacji od podstaw, na początku przyjęto jednakowe rozmieszczenie potencjałów ludnościowych w rejonach oraz założono, że selektywność będzie odpowiadała aglomeracyjnemu poziomowi urbanizacji, będzie się rów-

nała $50 \cdot 10^{-6}$. Wyniki symulacji pozwoliły wyznaczyć tereny rozwojowe i dokonać ostatecznego określenia rejonów obliczeniowych.

Wyniki symulacji przeprowadzonych na tym podziale zostały uwzględnione przy wyznaczaniu kształtu prognozowanej aglomeracji wrocławskiej. Oprócz tego były brane pod uwagę warianty rozwojowe „Odra” i „Północ”, przygotowane przez Pracownię Urbanistyczną we Wrocławiu, oraz wariant „Sudety”, uwzględniający możliwości powiązań aglomeracji wrocławskiej z aglomeracją podsudecką, ponieważ we wcześniej przeprowadzonych symulacjach dla obszaru całego kraju uwidoczniły się tendencje tego rodzaju [60]. Wynikowe rozłożenie miejsc pracy dla wariantu „Sudety” pokazano na rysunku 1.14.



Rys. 1.14. Aglomeracja wrocławska. Wariant „Sudety”. Rozmieszczenie miejsc pracy uzyskane modelem *przesunięcie celów*. Układ policentryczny – największe skupiska w centrum i w dzielnicy przemysłowej Wrocławia oraz w południowo-zachodniej części pasma (1 – centrum Wrocławia, 2 – Psie Pole, 3 – Kąty Wrocławskie, 4 – Rogów).

Źródło: [153]

Fig. 1.14. Wrocław Urbanized Area. „Sudety” variant. The distribution of work places modelled by *the shifting of destinations* model. The polycentric settlement system – the biggest concentrations in a centre and an industrial district of Wrocław as well as in the south-west part of the system [153]

Ostatecznie stworzono ramowy schemat aglomeracji o charakterze policentrycznym. W wielopasmowym układzie wyróżniają się dwa pasma: na kierunku wschód–zachód między Jelczem a Leśnicą oraz na kierunku północny wschód–południowy zachód między Oleśnicą i Kątami Wrocławskimi. Pas zainwestowania biegnie równoległe do Odry, a pasma osiedleńcze zostały zlokalizowane poprzecznie do niego, w celu zminimalizowania poziomu zanieczyszczenia atmosfery (rys. 1.15).



Rys. 1.15. Aglomeracja wrocławska – studium kierunkowe.

Źródło: [26]

Fig. 1.15. Wrocław Urbanized Area – direction plan [26]

Warto zaznaczyć, że podczas tworzenia tej koncepcji za wzorec funkcjonalno-przestrzenny przyjęto strukturę trójkątowo-łańcuchową T. Zipsera [129, 130]. Cechuje

ją dużą przepustowość szlaków komunikacyjnych, może być łatwo rozbudowywana według tego samego schematu oraz – co jest szczególnie ważne w przypadku Wrocławia, który jest silnym ośrodkiem koncentracji – ma zdolność tworzenia układów policentrycznych.

1.3.10. Prognoza Symulacyjna Struktury Przestrzennej Polski na lata 1990–2000 (1973–1976) [152]

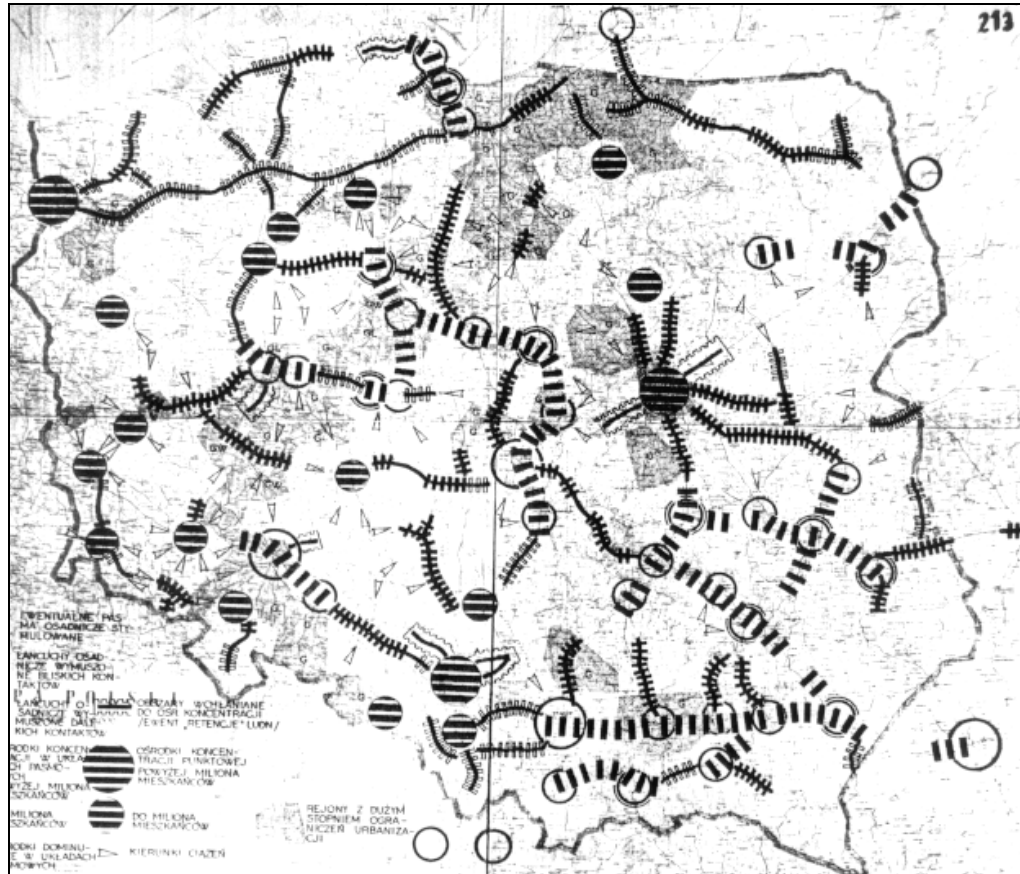
Prace nad Prognozą Symulacyjną Struktury Przestrzennej Polski były wykonane w ramach problemu węzłowego 11.2.1. Ich głównym celem było przygotowanie i przetestowanie narzędzia przydatnego do weryfikacji planu krajowego. Skupiono się przede wszystkim na badaniu mechanizmu modelu *przesunięcie ogólne*, który miał odtwarzać zjawisko różnicowania się jednostek osadniczych oraz modelować zmiany koncentracji, będącej rezultatem dążenia do uzyskania równowagi między liczbą akceptacji a liczbą okazji we wszystkich jednostkach przestrzennych.

W modelowaniach zastosowano trzy podziały obszaru Polski na rejony. Pierwszy – gdy uwzględniono 37 rejonów krajowych i 16 rejonów zewnętrznych – używany był w fazie wstępnej, podczas badania tendencji ośrodkotwórczych różnych regionów Polski. W drugim podziale były 292 rejony na terenie Polski i 24 zagraniczne, wyznaczono je w oparciu o kryterium komunikacyjne. Trzeci podział, na 340 rejonów, bazował na ówczesnych powiatach, z tym że ich granice zostały przystosowane do siatki kwadratowej 10 km × 10 km.

Dla dwóch ostatnich podziałów najpierw przeprowadzono weryfikację mechanizmu modelu *przesunięcie ogólne*, polegającą na wykonaniu symulacji postdykcyjnych, a więc odtwarzających procesy, które zaszły w przeszłości.

Dla rzeczywistej sieci komunikacyjnej łączącej środki ciężkości rejonów wzięto pod uwagę trzy warianty rozmieszczenia ludności – równe, proporcjonalne do powierzchni oraz jednakowe, ale tylko w ramach 17 „starych” województw. Wymodelowane obrazy koncentracji były w dużym stopniu zgodne ze stanem rzeczywistym z 1970 roku, z tym że najlepsze rezultaty otrzymano dla trzeciego wariantu zaludnienia. W wyniku modelowania udało się „odtworzyć” wszystkie aglomeracje. Po porównaniu wielkości 40 największych miast w Polsce – rzeczywistych i otrzymanych w trakcie symulacji – uzyskano wysoki współczynnik korelacji.

Ponieważ rezultaty były zadowalające, uznano model *przesunięcie ogólne* za przydatne narzędzie w prognozowaniu wielkoskalowym i przeprowadzono serię symulacji predykcyjnych, których wyniki pozwoliły na wypreparowanie potencjalnych pasm silnych procesów urbanizacyjnych. Wyznaczona struktura osadnicza kraju w ogólnym zarysie jest układem węzłowo-pasmowym, choć nie jest to układ zamknięty (rys. 1.16).



Rys. 1.16. Prognoza Symulacyjna Struktury Przestrzennej Polski – synteza wyników.

Źródło: [152]

Fig. 1.16. Simulation Forecast of Spatial Structure of Poland – synthesis of results [152]

Oprócz wygenerowania obrazów przyszłej struktury przestrzennej Polski, wyniki obliczeń zostały wykorzystane do delimitacji obszaru kraju na regiony.

2. Modele kontaktów

Kontakty – jedno z najważniejszych zjawisk obserwowanych w przestrzeni zagospodarowanej – manifestują się m.in. przejazdami ludzi, przewozem ładunków, przesyłem informacji. I tak na przykład dojazdy do pracy odzwierciedlają relację pomiędzy mieszkalnictwem (źródłem) a tymi aktywnościami, w których zlokalizowane są miejsca pracy. Jest to kontakt *dom-praca*.

Kontakty mogą być jednak rozumiane szerzej, mianowicie jako oddziaływanie zagospodarowania źródłowego na zmianę lokalizacji zagospodarowania celowego. Wymuszając przekształcenia struktury aglomeracji w kierunku takiego usytuowania działalności i miejsc zamieszkania, by jak najlepiej zaspokoić istniejące potrzeby, kontakty wywierają wpływ na koncentrowanie się zagospodarowania. Odgrywają więc kluczową rolę w kształtowaniu i funkcjonowaniu systemów osadniczych [79, 145].

Istnieje wzajemna zależność między siecią przenoszącą kontakty a strukturą systemu osadniczego. Z jednej strony sieć transportowa wpływa na kształt systemu osiedleńczego, a z drugiej – system, generując kontakty, wymusza modyfikację sieci, jej rozbudowę i modernizację.

Dlatego tak ważnym zadaniem jest rozpoznanie wzorców zachowań przestrzennych osób oraz zasad rządzących dystrybucją towarów. Modele kontaktów przestrzennych stanowią podstawową i najstarszą grupę modeli zjawisk występujących w przestrzeni zagospodarowanej. Reguły modelowe odzwierciedlają fakt przemieszczania się człowieka w celu zaspokojenia różnorodnych potrzeb, także tych, które są związane z instytucjami, przemysłem czy inną działalnością [138].

Na wielkość strumienia ruchu wpływają m.in. charakterystyki miejsc początkowych, gdzie zaczyna się kontakt, miejsc docelowych, gdzie się on kończy, a także ich wzajemne usytuowanie. Przykładem prostego modelu kontaktów jest model Frataro, który szacuje liczbę podróży między jednostkami przestrzennymi w oparciu o znane rzeczywiste wielkości przemieszczeń, które są jedynie modyfikowane przez mnożniki wzrostu. Dlatego wymodelowany obraz nie odbiega za bardzo od stanu wyjściowego i w wielu wypadkach nie może być zastosowany w celach prognostycznych.

Analizując zjawisko kontaktów, należy odpowiedzieć na następujące pytania [145, s. 44–46]:

- *Kto podejmuje kontakt?* Należy zidentyfikować usytuowanie źródeł kontaktu, określić ich wielkość i charakterystyki.

- *Jaki jest cel przemieszczenia?* Uwzględnienie motywacji podróży pozwala podzielić kontakty na różniące się między sobą klasy.

- *Gdzie znajduje się źródło i cel kontaktu?* Pytanie dotyczy przestrzennego rozkładu ruchu, mianowicie skąd – dokąd przemieszcza się podróżujący.

- *Kiedy odbywa się kontakt?* Odpowiedź jest ważna z punktu widzenia zdolności przepustowych sieci komunikacyjnych, np. w miastach występują szczyty ranne i popołudniowe.

- *Jaki środek lokomocji jest używany?* Z tym pytaniem wiąże się typ infrastruktury potrzebnej do przeniesienia kontaktów.

- *Którędy przebiega kontakt?* Chodzi o przestrzenne rozmieszczenie obciążeń, co jest szczególnie ważne dla inżynierii ruchu.

Obecnie używa się zwykle tylko dwóch rodzajów modeli kontaktów. Są to modele *grawitacyjne* oraz modele bazujące na idei *pośrednich możliwości* (*the intervening opportunities idea*).

2.1. Model grawitacyjny

Model grawitacyjny został zbudowany na założeniu, że zachodzi analogia między oddziaływaniem elementów zagospodarowania a oddziaływaniem mas grawitacyjnych. Jak wiadomo, zgodnie z prawem Newtona siła ciężenia między dwoma masami jest wprost proporcjonalna do ich wielkości a odwrotnie do funkcji odległości między nimi. Dlatego w modelu *grawitacyjnym* liczba podróży z obszaru i do obszaru j (liczba kontaktów między skupiskiem i oraz j) (T_{ij}) jest tym większa, im większe są porcje zagospodarowania źródłowego (O_i) i celowego (D_j), maleje natomiast wraz ze wzrostem dystansu między tymi obszarami (d_{ij}), co można zapisać wzorem

$$T_{ij} = \gamma \frac{O_i D_j}{d_{ij}^b}.$$

Współczynnik proporcjonalności γ pozwala uzyskać wynik w odpowiednich jednostkach, natomiast wykładnik potęgowy b odzwierciedla wpływ odległości na siłę kontaktu, a jego wartość zależy od rodzaju kontaktu.

Rozkład kontaktów w przestrzeni określa macierz $[T_{ij}]$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$), która nazywana jest *więźbą ruchu* albo *wymianą ruchu* (ang. *O-D matrix, Origin-Destination matrix*).

Modyfikacje przedstawionej wyżej formuły modelu polegają na wykorzystaniu różnych funkcji odległości. Często zamiast dystansu między strefami (d_{ij}) używa się kosztu przejazdu (c_{ij}). Współczynniki normujące A_i i B_j mają zapewnić, że wygenerowana wiel-

kość kontaktów będzie równa sumie potencjałów źródłowych i jednocześnie liczba podróży zakończonych w każdej strefie zbilansuje się z liczbą zlokalizowanych tam celów.

Liczba podróży ze strefy i do j liczona jest wówczas ze wzoru

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j f(c_{ij}).$$

Podobnie wyglądająca formuła określa model A.G. Wilsona [124]. Trzeba jednak podkreślić, że model ten nie opiera się na podobieństwie do prawa Newtona, ponieważ jego formuła matematyczna została wyprowadzona z zasady maksymalizacji entropii. Poszukiwano najbardziej prawdopodobnej wymiany ruchu (więźby), takiej więźby $[T_{ij}]$, która da się zrealizować przez największą liczbę kombinacji indywidualnych przemieszczeń. Jeśli na przykład w rejonie i mieszkają dwie osoby A i B, a w rejonie j znajdują się dwa miejsca pracy a i b, to maksymalną liczbę podróży T_{ij} równą 2 można uzyskać dwojako – albo przez przyporządkowanie $A \rightarrow a$ i $B \rightarrow b$, albo $A \rightarrow b$ i $B \rightarrow a$.

Poszukiwana więźba liczona jest ze wzoru, w którym koszt określony jest przez funkcję wykładniczą

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j \exp(-\beta c_{ij}).$$

Parametr β jest współczynnikiem Lagrange'a obliczonym przy założeniu, że całkowity koszt podróży równy $\sum \sum T_{ij} c_{ij}$ jest skończony, a obliczone iteracyjnie współczynniki $A_i = [\sum B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})]^{-1}$ oraz $B_j = [\sum A_i O_i \exp(-\beta c_{ij})]^{-1}$ zapewniają bilansowanie się liczby podróży zarówno u źródeł, jak i celów, tzn. $O_i = \sum_j T_{ij}$ oraz $D_j = \sum_i T_{ij}$.

Modele grawitacyjne są często stosowane nie tylko w inżynierii ruchu, ale także do modelowania podróży do pracy i usług oraz do symulowania ruchów migracyjnych [16, 112].

Jednym z pierwszych modeli alokacyjnych, służących do rozwiązywania zagadnień lokalizacyjnych, był model I.S. Lowry'ego (1962, 1963). Został on potem zaadaptowany i zastosowany praktycznie przez R.A. Garina (1966) [22].

Model Lowry'ego zawiera dwa submodele grawitacyjne, jeden z nich poszukuje rozmieszczenia mieszkalnictwa, drugi – usług. Modelowanie rozpoczyna się od rozłożenia zatrudnienia bazowego, które wyznacza lokalizację miejsc zamieszkania dla tej kategorii pracowników (kontakt *praca-dom*). W kolejnym kroku ludność rozmieszczonego w ten sposób mieszkalnictwa generuje rozmieszczenie usług (kontakt *dom-usługi*). Ponieważ pracownicy zatrudnieni w usługach również potrzebują mieszkań, modelowany jest następny kontakt *praca w usługach-dom*. Dla tej kategorii mieszkańców poszukuje się usług, brany jest więc pod uwagę kontakt *dom dla pracujących w usługach-usługi* itd. Sekwencja modelowań prowadzi do zbudowania struktury miasta dla ustalonej liczby ludności, rozmieszczenia i wielkości funkcji bazowych, dostępności oraz ograniczeń o charakterze fizycznym (chłonność) i prawnym.

2.2. Model pośrednich możliwości

Inny sposób patrzenia na zjawisko kontaktów proponuje model *pośrednich możliwości* (*nadarzających się okazji, konkurujących szans*). Podstawą tego modelu jest hipoteza sformułowana przez S.A. Stouffera [109] mówiąca, że liczba kontaktów między rejonem źródłowym a rejonem celowym zależy nie tylko od liczby celów tego ostatniego, ale również od *pośrednich możliwości* (ang. *the intervening opportunities*), czyli tych celów, które leżą między miejscem startu a obszarem docelowym. „Przechwytyją” one część relacji, stanowiąc konkurencję dla rejonu docelowego.

Wersja probabilistyczna tej idei, której autorem jest M. Schneider, po raz pierwszy została wykorzystana do prognozy wymiany ruchu między rejonami w studium komunikacyjnym dla obszaru Chicago [14]. Sposób rozumowania M. Schneidera był następujący. Ponieważ człowiek stara się zaspokoić swoje potrzeby możliwie najmniejszym wysiłkiem, więc rozważa kolejne okazje (miejsca potencjalnych zakończeń podróży), zaczynając od najbliższych położonych. Prawdopodobieństwo akceptacji pojedynczego celu jest małe, określa je pewien poziom wybiórczości, odzwierciedlający m.in. wykształcenie i aspiracje podróżującego. Proces poszukiwania właściwej okazji można opisać serią losowań, z których każde dotyczy jednej okazji. Losowanie kończy się porażką, gdy okazja nie zostanie zaakceptowana, należy więc rozważyć następne, albo sukcesem – akceptacją celu, co oznacza koniec podróży. W tym modelu długość przemieszczenia mierzona jest liczbą nie zaakceptowanych okazji.

Zastosowano schemat Bernoulliego, w którym rozważany jest ciąg niezależnych losowań o stałym prawdopodobieństwie sukcesu, co w konsekwencji prowadzi do tego, że rozkład geometryczny opisuje rozkład zmiennej losowej równej liczbie porażek poprzedzających sukces. Po przejściu do rozkładu ciągłego za pomocą rozkładu wykładniczego określa się prawdopodobieństwo znalezienia odpowiedniego celu w ustalonym rejonie układu osadniczego. Użycie tego rozkładu oznacza, że nie są już rozważane pojedyncze okazje, lecz ich skupiska.

Podana przez Schneidera reguła obliczania wielkości strumienia kontaktów (T_{ij}), czyli liczby podróży z obszaru źródłowego i do obszaru j , w którym zlokalizowane są cele, przybiera postać

$$T_{ij} = O_i [\exp(-s d_{ij}) - \exp(-s (d_{ij} + d_j))], \quad (2.1)$$

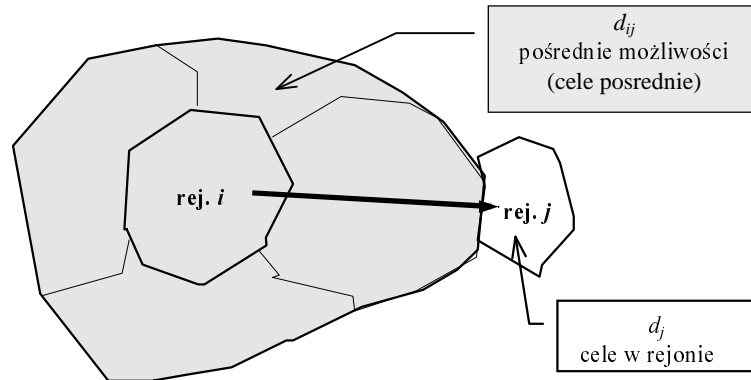
gdzie:

O_i – liczba kontaktów zaczynających się w rejonie źródłowym i ,

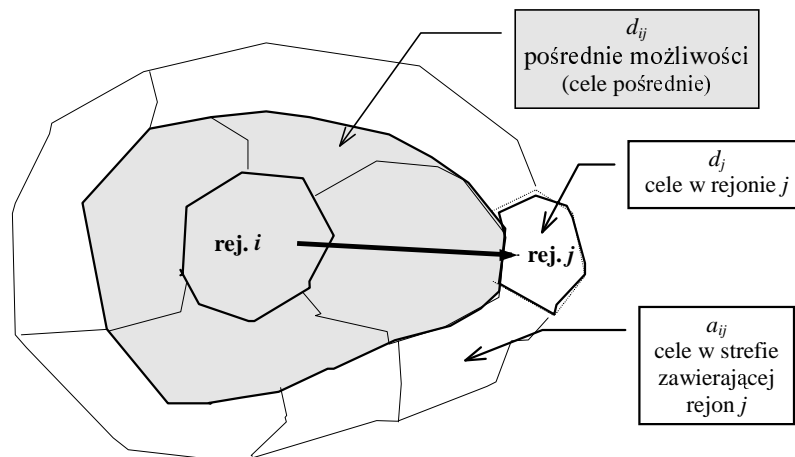
d_j – liczba celów w rejonie celowym j ,

d_{ij} – liczba celów, które są usytuowane bliżej niż rejon j ,

s – selektywność, podstawowy parametr modelu charakteryzujący wybiórczość podróżującego (rys. 2.1). Wyrażenie w nawiasie kwadratowym określa prawdopodobieństwo przemieszczenia się z i do j .



Rys. 2.1. Idea *pośrednich możliwości*. Wpływ celów pośrednich (zlokalizowanych bliżej niż okazje rejonu celowego) na liczbę podróży z rejonu i do rejonu j
 Fig. 2.1. *The intervening opportunities* idea. An influence of intervening opportunities (situated closer than goals of zone j) upon the number of trips from zone i to zone j



Rys. 2.2. Idea *pośrednich możliwości*. Podróże do rejonu celowego j stanowią część podróży do strefy, w której rejon ten jest zlokalizowany
 Fig. 2.2. *The intervening opportunities* idea. Trips to zone j are part of trips to a ring containing this zone

Jeśli kilka rejonów znajdzie się w tej samej strefie odległości, utworzonej ze względu na rejon źródłowy, skąd rozpoczyna się ruch, to wzór ten należy zmodyfikować w sposób następujący (rys. 2.2)

$$T_{ij} = O_i [\exp(-s d_{ij}) - \exp(-s (d_{ij} + a_{ij}))] (d_j / a_{ij}),$$

gdzie:

- O_i – liczba podróży rozpoczynanych w rejonie źródłowym i ,
- d_j – liczba celów w rejonie celowym j ,
- d_{ij} – liczba celów, które są bliżej niż strefa odległości zawierająca rejon j ,
- a_{ij} – liczba celów w strefie zawierającej rejon j ,
- s – selektywność.

W formule modelu odległość nie występuje w sposób jawny, służy jedynie do określenia przestrzennego rozmieszczenia rejonów względem rejonu źródłowego (miejsca startu), tak by w trakcie penetracji przestrzeni były rozważane okazje coraz dalej położone. W modelu *pośrednich możliwości* mamy więc do czynienia z przestrzenią społeczno-ekonomiczną, która wymiarowana jest celami.

Kluczową rolę w modelu odgrywa parametr selektywności, na którego wartość wpływają następujące czynniki [145, s. 38]:

- zróżnicowanie potrzeby wywołującej podróż – zależne od specjalizacji zawodowej, preferencji, od panującego wzorca cywilizacyjnego,
- stopień poinformowania o celach, który wpływa na to jaka część okazji będzie brana pod uwagę w trakcie penetrowania przestrzeni,
- sposób „wymieszania” źródeł i celów w analizowanym obszarze, np. bliskie sąsiedztwo „pasujących” do siebie źródeł i celów (osiedle zakładowe zlokalizowane obok fabryki) obniża modelową selektywność,
- czynnik odwrotnej akceptacji, wybrany cel musi być dostępny,
- dystans krytyczny – odległość, której przekroczenie gwałtownie zmniejsza prawdopodobieństwo zaakceptowania okazji.

Selektywność przypisana rejonowi jest wspólną, uśrednioną miarą wymienionych wyżej czynników, charakteryzuje wszystkie osoby startujące z tego miejsca. Im „ostrzejsza” selektywność, tym dłuższa jest średnia podróż – oczywiście mierzona liczbą pominiętych okazji – z czym wiąże się konieczność penetrowania większego zbioru celów.

Rzeczywistą wielkość parametru selektywności można zmierzyć, korzystając ze wzoru

$$s = \frac{1}{4Dr^2},$$

gdzie:

D – średnia gęstość zakończeń podróży na jednostkę powierzchni w badanym obszarze,

r – średnia długość podróży w układzie osadniczym [99].

Bazując na podanej wyżej zależności dla dwóch rejonów, otrzymujemy następującą proporcję, w której występują średnie długości podróży r_1 i r_2 , średnie gęstości zakończeń podróży D_1 i D_2 oraz selektywności s_1 i s_2

$$r_1 : r_2 = \sqrt{s_2 D_2} : \sqrt{s_1 D_1}.$$

Korzystając z tej zależności Schneider kalibrował wielkości selektywności dla aglomeracji chicagowskiej [14].

Zupełnie inny sposób obliczania empirycznej wartości selektywności zaproponował T. Zipser, wyprowadzając wzór na jej obliczanie bezpośrednio z reguły modelu *pośrednich możliwości* [131]. Jeśli wiadomo, że wewnątrz pewnego obszaru znajduje się a okazji, natomiast R oznacza frakcję podróży, które nie znajdą odpowiedniego celu we wspomnianym obszarze, to otrzymamy zależność

$$s = \ln \frac{(1-R)}{a}. \quad (2.2)$$

Wzór ten może być przekształcony do postaci

$$a = \ln \frac{(1-R)}{s},$$

która pozwala dla znanej selektywności s i podanej wielkości frakcji R obliczyć liczbę okazji a , które zapewnią zaspokojenie $(1-R)100\%$ potrzeb.

Korzystając z formuły na obliczenie selektywności (2.2), na podstawie danych ze spisu kadrowego¹, została wyliczona wartość tego parametru w odniesieniu do dojazdów do pracy na obszarze całej Polski w podziale na powiaty [41]. Te rezultaty oraz wyniki innych analiz – dla Wrocławia, Gliwic, Świdnicy i Wałbrzycha, jak również dla rejonów: zgorzeleckiego, jeleniogórskiego i lubińskiego [19, 41, 137] – doprowadziły do postawienia hipotezy o zależności pomiędzy wielkością selektywności a stopniem zurbanizowania. Wyznaczono następujące poziomy procesów urbanizacyjnych:

metropolitalny	dla	$s \in [2 \cdot 10^{-6}, 10 \cdot 10^{-6})$
wielkomijski	dla	$s \in [10 \cdot 10^{-6}, 50 \cdot 10^{-6})$
aglomeracyjny	dla	$s \in [50 \cdot 10^{-6}, 100 \cdot 10^{-6})$
lokalny	dla	$s \in [100 \cdot 10^{-6}, 200 \cdot 10^{-6})$
rejonu przemysłowego	dla	$s \in [200 \cdot 10^{-6}, 900 \cdot 10^{-6})$
rejonu rolniczego	dla	$s \geq 900 \cdot 10^{-6}$.

Przeprowadzono także badania zależności między wielkością parametru selektywności a różnymi charakterystykami społeczno-ekonomicznymi [41]. Wyniki wielu analiz wskazują na to, że parametr ten cechuje stabilność w ramach jednego kręgu cywilizacyjnego.

W okresie powstawania Legnicko-Głogowskiego Okręgu Przemysłowego (LGOM) obserwowano fluktuacje wielkości tego parametru, co wiązało się z tym, że nowy okręg przemysłowy nie osiągnął jeszcze równowagi [26, s. 27].

Warto podkreślić, że modele oparte na idei *pośrednich możliwości* – z powodu możliwości interpretowania parametru selektywności – są bardziej predystynowane do badań prognostycznych niż modele grawitacyjne, w których parametry mają charakter abstrakcyjny.

¹ Według stanu z 31.01.1968 roku.

Podana reguła modelu *pośrednich możliwości*, służąca do obliczania wielkości strumienia podróży między różnymi obszarami T_{ij} , wylicza więźbę ruchu (wymianę ruchu). Więźba ruchu podaje wielkość powiązań ruchowych w analizowanym obszarze, odpowiadając na najważniejsze z pytań dotyczących przestrzennej dystrybucji kontaktów, a mianowicie *skąd–dokąd* odbywa się przemieszczenie.

Więźbę ruchu wykorzystuje się głównie w analizach komunikacyjnych [148], przede wszystkim do prognozowania obciążenia sieci transportowej [144, 151, 159]. Jest niezbędna w *technice planów selekcyjno-wiązkowych*, która pozwala m.in. na klasyfikację odcinków sieci, wyznaczenie ciągów pieszych i ustalenie tras komunikacji masowej. Jedno z jej nietypowych zastosowań dotyczyło ruchu turystycznego na obszarze Polski, w ramach którego wzięto pod uwagę podróże długoterminowe i weekendowe [5, 68].

Przy modelowaniu niektórych kontaktów jest wymagane zapewnienie zgodności liczby przyjazdów do rejonu z liczbą zlokalizowanych w nim celów. Dotyczy to np. kontaktu *dom–praca*, ponieważ w ramach jednostki przestrzennej liczba przyjeżdżających pracowników musi być równa liczbie miejsc pracy. Okazuje się, że wymodelowana zgodnie z modelem *pośrednich możliwości* wymiana ruchu nie zapewnia bilansu, tzn. liczba przyjazdów do rejonu różni się od oferty celowej; w jednych obszarach notuje się nadwyżkę przyjazdów nad liczbą celów, w innych natomiast – niedobór. Fakt ten spowodował konieczność modyfikacji modelu wymiany ruchu dla tego typu kontaktów. Tak powstała jedna z wersji modelu – model wymiany ruchu z *cofaniem nadwyżek bilansowych i rewizją selektywności* [144].

W tym modelu obliczenia są wykonywane w kilku krokach – iteracjach. Po obliczeniu więźby ruchu i stwierdzeniu niezgodności bilansowych przeprowadza się następujące czynności. Rejony „nadwyżkowe” są blokowane (nie będą już celem przyjazdów), ponieważ ich potencjał został wykorzystany. Natomiast nadwyżki przyjazdów są „wycofywane” do miejsc startu, by powtórnie mogły zostać rozesłane w poszukiwaniu odpowiedniego celu. Z kolei w rejonach z niedoborami w następnej iteracji będą brane pod uwagę jedynie nie zajęte jeszcze cele. W ten sposób potencjały źródłowe i celowe ulegają zmniejszeniu, co pociąga za sobą konieczność zmiany wielkości parametru selektywności, tak by było uwzględnione zredukowane pole penetracji. Część więźby odpowiadającej przepływom, które nie spowodowały nadwyżek jest zapamiętywana. W kolejnych iteracjach dla zmienionych potencjałów źródłowych, celowych oraz selektywności generowana jest nowa wymiana ruchu, a opisane wyżej postępowanie jest powtarzane tak długo, aż wszystkie cele zostaną zajęte. Kolejno otrzymywane cząstkowe więźby są dodawane do siebie. Taki sposób postępowania zapewnia, że w wymodelowanej wynikowej wymianie ruchu liczba przyjazdów równa się liczbie celów.

Początkowo zastosowania modelu *pośrednich możliwości* ograniczały się do dziedziny badań transportowych [99, 103]. Pierwszym modelem, który wyszedł poza zastosowania komunikacyjne był model Lathrop'a i Hamburga, którego celem było znalezienie optymalnego rozmieszczenia przyrostów ludności w zespołach osadniczych [42, 66]. Autorzy modelu założyli, że przyrosty zaludnienia zależą od potencjalnych „możliwości mieszkaniowych”, mierzonych powierzchnią wolnych terenów pomnożonych przez gęstość zaludnienia. Modelowanie rozpoczyna się w rejonie, gdzie jest zlokalizowane największe zatrudnienie, a potem przechodzi się do kolejnych w hierarchii zatrudnienia rejonów.

3. Modele przesunięć bilansujących oparte na idei pośrednich możliwości

Wspomniany fakt powstawania nadwyżek i niedoborów w trakcie obliczeń więźby ruchu, czyli brak równowagi bilansowej polegający na występowaniu niezgodności między liczbą przyjazdów do rejonu a liczbą zlokalizowanych tam celów, nasunął T. Zipserowi myśl o skonstruowaniu oryginalnych modeli *przesunięć bilansujących*. Modele te opierają się na założeniu, że „występująca na danym obszarze selektywność potrzeb oraz określony system dostępności obszaru wywołują potrzebę takiego rozmieszczenia źródeł i celów, aby w możliwie wysokim stopniu była zachowana równowaga układu” [136, 145, s. 101]. Brak równowagi jest więc wskazówką do przeprowadzenia relokacji zagospodarowania. Dla poprawionego rozmieszczenia wylicza się nową więźbę i sprawdza się, czy już została osiągnięta równowaga. Postępowanie to jest powtarzane tak długo, aż zostanie znaleziona „zrównoważona” struktura przestrzenna.

Modele te posiadają mechanizm, który można określić jako „pompę ssącą koncentracji”, mianowicie „zbiór źródeł kontaktów stara się „przyciągnąć” do siebie możliwie znaczny zbiór potencjalnych celów, tak aby móc zabezpieczyć wysokie prawdopodobieństwo odnalezienia w nim tych, które najlepiej spełnią aktualne wymagania kontaktu” [140, s. 21].

Modele *przesunięć bilansujących* – w węższym zakresie – wspomagają decyzje dotyczące alokacji elementów zagospodarowania, a w szerszym – pozwalają odtwarzać zawiązywanie się struktur układów osadniczych.

Aby przeprowadzić symulację z użyciem modeli *przesunięć bilansujących* należy:

- dokonać podziału analizowanego obszaru na n rejonów obliczeniowych, w każdym z nich określić punkt go reprezentujący – jego środek ciężkości,
- wyznaczyć modelową sieć komunikacyjną (rzeczywistą lub projektowaną) opisującą dostępność rejonów,
- dla każdego rejonu określić wartość parametru selektywności odpowiadającego modelowanemu kontaktowi oraz wstępne rozmieszczenie zagospodarowania źródłowego i celowego.

Jeżeli dodatkowo będą zastosowane procedury tłumiące, to w rejonach, których mają dotyczyć, muszą być określone:

- wielkości pułapów górnych i dolnych, których nie należy przekroczyć w trakcie symulacji.

3.1. Model przesunięcie celów

Model *przesunięcie celów* służy do znalezienia optymalnego rozmieszczenia **zago-**
sypodarowania celowego $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ – takiego, które zapewni najlepsze zaspoko-
jenie potrzeb – przy założeniu, że potencjały źródłowe $\mathbf{O} = (O_1, O_2, \dots, O_n)$ oraz
wielkości parametru selektywności $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ są znane i nie zmieniają się
w trakcie modelowania.

Model ten znajduje zastosowanie, gdy np. poszukiwana jest lokalizacja ośrodków
handlowych dla ustalonego rozmieszczenia miejsc zamieszkania.

Zgodnie z formułą modelu *pośrednich możliwości* liczba przyjazdów do rejonu
 j (liczba akceptacji w rejonie j) (a_j) jest sumą przemieszczeń z własnego rejonu j oraz
z rejonów pozostałych, co odpowiada zsumowaniu j -tej kolumny w macierzy wymia-
ny ruchu $[T_{ij}]$ (por. rozdz. 2.2). Wyraża to równanie¹

$$a_j = O_j [1 - \exp(-s_j d_j)] + \sum_{k \neq j} O_k [\exp(-s_k d_{k,j}) - \exp(-s_k (d_{k,j} + d_j))] \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Układ osadniczy znajdzie się w równowadze, jeśli we wszystkich rejonach
 j ($j = 1, 2, \dots, n$) liczba celów będzie się równała liczbie akceptacji

$$d_j = a_j.$$

Warunki bilansowania wyraża więc układ równań

$$d_j = O_j [1 - \exp(-s_j d_j)] + \sum_{k \neq j} O_k [\exp(-s_k d_{k,j}) - \exp(-s_k (d_{k,j} + d_j))] \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

który można zapisać w ogólnej postaci jako

$$d_j = F_j(d_1, d_2, \dots, d_n) \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

albo

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d}),$$

gdzie $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$, a funkcje F_j odpowiadają formule modelowej dla j -tego
rejonu celowego.

Mamy więc układ n równań nieliniowych z n niewiadomymi. Rozwiązuje się go
metodą *iteracyjną*, która polega na obliczaniu ciągu przybliżeń szukanego rozwiąza-
nia. Jeżeli $\mathbf{d}_0 = (d_1^0, d_2^0, \dots, d_n^0)$ jest wstępnym rozmieszczeniem celów, to kolejne

¹ Układ równań podano w wersji, która zakłada, że strefy odległości są zbudowane w taki sposób, by
rejon źródłowy i celowe znalazły się same w strefach otaczających rejon źródłowy.

rozmieszczenia zagospodarowania celowego $d_1, d_2, \dots, d_i, d_{i+1}, \dots$ otrzymujemy zgodnie z regułą

$$d_{i+1} = F(d_i),$$

gdzie i oznacza numer kolejnej iteracji ($i = 0, 1, \dots$). Dla każdego rejonu celowego j mamy

$$d_j^{i+1} = F_j(d_1^i, d_2^i, \dots, d_n^i),$$

czyli

$$d_j^{i+1} = O_j [1 - \exp(-s_j d_j^i)] + \sum_{k \neq j} O_k [\exp(-s_k d_{kj}^i) - \exp(-s_k (d_{kj}^i + d_j^i))] \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Wynik $i + 1$ iteracji to stan zagospodarowania celowego równy $d_{i+1} = (d_1^{i+1}, d_2^{i+1}, \dots, d_n^{i+1})$. Równanie to pokazuje jak wielkość zagospodarowania w rejonie j zależy od rozmieszczenia zagospodarowania w iteracji poprzedniej.

Jak widać, po każdej iteracji wielkość potencjałów celowych jest zmieniana zgodnie z zapotrzebowaniem sygnalizowanym przez układ osadniczy. Zmodyfikowana liczba celów w rejonie równa jest liczbie przyjazdów do rejonu, liczbie akceptacji, którą w nim zanotowano. Oznacza to, iż w rejonach, w których zarejestrowano nadwyżki akceptacji zostaje powiększony zasób celów przy jednoczesnym zmniejszeniu ich tam, gdzie stwierdzono niedobory.

Postępowanie powtarzane jest tak długo, aż uzyska się równowagę, z pewną zadaną tolerancją. Oznacza to, że modelowanie zostanie zakończone, jeśli we wszystkich rejonach różnica między kolejnymi wielkościami zagospodarowania jej nie przekroczy².

3.2. Model przesunięcie ogólne

W modelu *przesunięcie ogólne* stan równowagi osiąga się w wyniku zmian rozłożenia zarówno **zagospodarowania źródłowego**, jak i **celowego**.

Ten model używany jest przede wszystkim w modelowaniu koncentracji, do prognozowania zmian struktury przestrzennej miasta, aglomeracji czy regionu.

Ponieważ bez przyjęcia dodatkowych założeń mielibyśmy n równań z $2n$ niewiadomymi, więc wielkości źródeł są zmieniane w powiązaniu ze zmianą liczby celów w taki sposób, by w każdym rejonie zachować pewną proporcję mas źródłowych i celowych. W najprostszym wariancie zakłada się, że w każdym rejonie liczba źródeł

² Dla zadanej tolerancji $\varepsilon > 0$ można badać różnice bezwzględne $|d_j^i - d_j^{i+1}| < \varepsilon$ lub względne $|d_j^i - d_j^{i+1}|/d_j^i < \varepsilon$ ($j = 1, 2, \dots, n$).

będzie się równała liczbie celów. Oczywiście może to dotyczyć jedynie dostatecznie dużych układów osadniczych. Wówczas następujący układ równań obrazuje równowagę między liczbą zlokalizowanych celów d_j a liczbą zakończonych podróży, którą wyraża prawa strona równań

$$d_j = d_j [1 - \exp(-s_j d_j)] + \sum_{k \neq j} d_k [\exp(-s_k d_{k,j}) - \exp(-s_k (d_{k,j} + d_j))] \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Również w tym modelu mamy do czynienia ze schematem typu $\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d})$, który można rozwiązać metodą iteracyjną

$$\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{d}_i) \quad (i = 0, 1, \dots),$$

czyli

$$d_j^{i+1} = d_j^i [1 - \exp(-s_j d_j^i)] + \sum_{k \neq j} d_k [\exp(-s_k d_{k,j}^i) - \exp(-s_k (d_{k,j}^i + d_j^i))] \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

W pierwszej iteracji, gdy wielkości wstępnych mas źródłowych mogą się różnić od wstępnych mas celowych, nowe wielkości zagospodarowania celowego i źródłowego liczone są ze wzorów

$$d_j^1 = O_j^0 [1 - \exp(-s_j d_j^0)] + \sum_{k \neq j} O_k^0 [\exp(-s_k d_{k,j}^0) - \exp(-s_k (d_{k,j}^0 + d_j^0))] \\ O_j^1 = d_j^1 \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

3.3. Model przesunięcie źródeł

Celem modelu *przesunięcie źródeł* jest poszukiwanie wielkości **potencjałów źródłowych** $\mathbf{O} = (O_1, O_2, \dots, O_n)$, które zapewnią równowagę w systemie dla znanego rozmieszczenia celów. W pewnym sensie jest to zadanie odwrotne do zadania, które rozwiązuje model *przesunięcie celów*.

Przykładem zastosowania tego modelu jest poszukiwanie lokalizacji miejsc zamieszkania, gdy znane jest usytuowanie miejsc pracy.

Proponowana jest następująca procedura iteracyjna. Po wymodelowaniu w $i+1$ -ej iteracji wymiany ruchu zgodnie z regułą modelu pośrednich możliwości i obliczeniu liczby akceptacji (liczby zakończonych podróży w rejonach) $\mathbf{a}_{i+1} = (a_1^{i+1}, a_2^{i+1}, \dots, a_n^{i+1})$ przeprowadza się korektę mas źródłowych. Polega ona na „wycofaniu” podróży z rejonów nadwyżkowych, w których liczba akceptacji przekroczyła liczbę celów, do rejonów źródłowych, tam gdzie został stwierdzony niedobór chętnych – proporcjonalnie do wielkości niedoboru. Określa to formuła

$$O_j^{i+1} = \begin{cases} O_j^i + C(d_j - a_j^{i+1})/M & \text{w rejonach z niedoborami akceptacji } (a_j^{i+1} < d_j) \\ O_j^i - \sum_{k(+)} [T_{ik}(a_k^{i+1} - d_k)/a_k^{i+1}] & \text{dla rejonów nadwyżkowych } j(a_k^{i+1} > d_k) \end{cases}$$

w której:

O_j^{i+1} – poprawiona liczba źródeł w rejonie j , wynik $(i+1)$ iteracji,

O_j^i – poprzednia liczba źródeł w rejonie j (po i -tej iteracji),

d_j – liczba okazji (celów) w rejonie j , niezmienna w trakcie symulacji,

a_j^{i+1} – liczba przyjazdów do rejonu j w iteracji $i+1$.

T_{jk} – liczba kontaktów (przyjazdów) z rejonu j do rejonu k ,

$k(+), j(+)$ oznaczają uwzględnienie w sumowaniu jedynie rejonów nadwyżkowych.

Zmienna M równa się sumie nadwyżek akceptacji (przyjazdów) w całym systemie osadniczym i jest liczona za pomocą wzoru

$$M = \sum_{j(+)} (a_j^{i+1} - d_j).$$

Przez C oznaczono sumę wycofanych podróży z rejonów nadwyżkowych, ale tylko tych, które startowały z rejonów nadwyżkowych

$$C = \sum_{k(+)} \sum_{j(+)} [T_{jk}(a_k^{i+1} - d_k)/a_k^{i+1}].$$

Po modyfikacji mas źródłowych przystępuje się do powtórnego obliczenia wymiany ruchu i, jeśli nie uzyska się zgodności liczby akceptacji z liczbą celów, dokonuje się zmiany wielkości źródeł według opisanej wyżej reguły.

W odróżnieniu od omówionych wcześniej modeli *przesunięć* w symulacjach z wykorzystaniem modelu *przesunięcie źródeł* w niektórych przypadkach stwierdzono, że procedura modelowa nie jest zbieżna.

W tak postawionym zadaniu poszukiwanie nieznanymi wielkościami źródeł $\mathbf{O} = (O_1, O_2, \dots, O_n)$ da się sprowadzić do rozwiązania następującego układu równań liniowych

$$d_1 = p_{11} O_1 + p_{21} O_2 + \dots + p_{n1} O_n,$$

$$d_2 = p_{12} O_1 + p_{22} O_2 + \dots + p_{n2} O_n,$$

...

$$d_n = p_{1n} O_1 + p_{2n} O_2 + \dots + p_{nn} O_n,$$

w którym znane są wielkości potencjałów celowych $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ oraz macierz prawdopodobieństw $\mathbf{P} = [p_{ij}]$. Prawdopodobieństwo p_{ij} , że kontakt zaczynający się w rejonie i zakończy się w rejonie j ($i, j = 1, 2, \dots, n$) jest wyliczane z formuły modelu

pośrednich możliwości dla znanych potencjałów celowych, selektywności i przy uwzględnieniu przestrzennego rozmieszczenia rejonów³.

Okazuje się, że ten układ równań liniowych dla niektórych układów osadniczych ma rozwiązania o wartościach ujemnych, co rzecz jasna nie jest interpretowalne [15].

3.4. Modele przesunięć z tłumieniami

W niektórych symulacjach otrzymywano zbyt jaskrawe koncentracje, co było skutkiem nieuwzględnienia wpływu takich czynników jak choćby lokalne ograniczenia, np. niekorzystne warunki fizjograficzne, brak wolnego terenu czy wreszcie inercja samego zagospodarowania. Stało się to powodem wprowadzenia do modeli *przesunięć* procedur tłumiących, które mają za zadanie zapewnić, że wymodelowane koncentracje znajdują się w ustalonym przedziale wielkości.

I tak procedura *pułapu górnego* zapewnia, iż nie zostanie przekroczona chłonność terenu w danym miejscu. Gdy liczba przybyć do rejonu przewyższy założoną maksymalną liczbę celów, wówczas nadwyżka jest kierowana do kolejnych najbliższych rejonów, tak by nie przekroczyć założonych w nich pułapów maksymalnych, aż zostanie rozdysponowana. Proces ten odpowiada zjawisku rozwoju terytorialnego aglomeracji.

Przez d_j^{\max} oznaczmy pułapy górne w rejonach j ($j = 1, 2, \dots$), czyli największe porcje zagospodarowania, które mogą być w nich zlokalizowane. Jeżeli liczba przyjazdów do rejonu przekroczy pułap górny ($a_j^{i+1} > d_j^{\max}$), to nowa liczba celów równa jest

$$d_j^{i+1} = d_j^{\max},$$

a nadwyżkę $a_j^{i+1} - d_j^{\max}$ należy rozmieścić w sąsiednich rejonach $m \in M$, w których jest jeszcze wolne miejsce, czyli $a_m^{i+1} < d_m^{\max}$. Korekta zagospodarowania celowego odbywa się zgodnie z zasadą

$$d_m^{i+1} = a_m^{i+1} + (a_j^{i+1} - d_j^{\max}) \frac{d_m^i}{\sum_{k \in M} d_k^i}.$$

Następnie należy sprawdzić, czy nie nastąpiło przekroczenie pułapu górnego w tych rejonach. Jeżeli tak, to postępowanie trzeba powtórzyć, uwzględniając następne sąsiadujące rejonny.

³ Prawdopodobieństwo $p_{ij} = [\exp(-s d_{ij}) - \exp(-s (d_{ij} + d_j))]$. W ogólnym przypadku wielkość ta jest modyfikowana przez współczynnik równy frakcji jaką stanowi potencjał celowy rejonu j w potencjale całej strefy (por. rozdz. 2.2).

Z kolei procedura *pułapu dolnego* ma zapobiec pustoszeniu rejonu. Jeśli do rejonu przyjedzie mniejsza liczba chętnych niż to założono, to część rozpoczętych tu podróży zostanie wycofana do miejsca startu, co ma zagwarantować utrzymanie w nim funkcji celowej na minimalnym poziomie.

Oznacza to, że mieszkańcom tego rejonu została przypisana mniej „ostra” selektywność. Ale może się zdarzyć, że w przypadku zbyt małej masy źródłowej utrzymanie funkcji celowej na poziomie minimalnym jest niemożliwe.

W rejonie j , w którym $d_j^{\min} > a_j^{i+1}$ korekta odbywa się zgodnie ze wzorem

$$d_j^{i+1} = a_j^{i+1} + \sum_{k \neq j} \left[(d_j^{\min} - a_j^{i+1}) \frac{T_{ij}}{\sum_{k \neq j} T_{jk}} \right],$$

w którym:

d_j^{i+1} – poprawiona wielkość celów w rejonie j ,

a_j^{i+1} – liczba akceptacji w rejonie j ,

d_j^{\min} – pułap dolny w rejonie j .

W pozostałych rejonach $k \neq j$ mamy

$$d_k^{i+1} = a_k^{i+1} - (d_k^{\min} - a_k^{i+1}) \frac{T_{ij}}{\sum_{k \neq j} T_{jk}}.$$

Procedura *pułapu dolnego* i *górnego* może być zastosowana zarówno w modelu *przesunięcie celów*, jak i w modelu *przesunięcie ogólne*.

3.5. Model wahadłowy

Model *wahadłowy* szuka równowagi w systemie osadniczym przez korektę zarówno rozłożenia **zagospodarowania celowego**, jak i **źródłowego** na przemian.

Modelu używa się wtedy, gdy poszukiwana jest optymalna lokalizacja dwóch działalności, które na siebie wzajemnie wpływają.

Wykorzystywany jest ten sam mechanizm co w modelu *przesunięcie celów*, z tym że w iteracjach o numerach nieparzystych rolę źródeł odgrywa aktywność pierwsza, więc nie jest ona zmieniana, natomiast drugą aktywność (celową) modyfikuje się zgodnie z zasadą

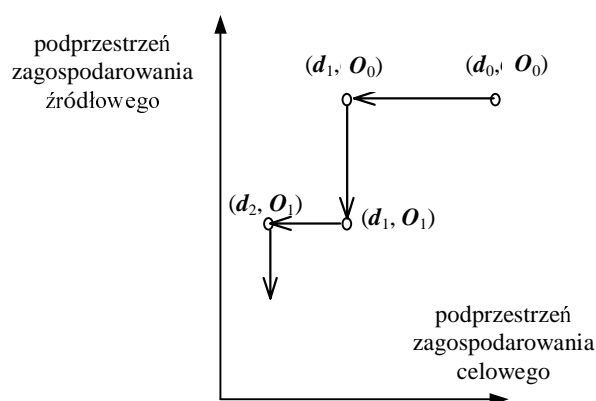
$$d_{i+1} = F^1(d_i, O_i) \quad (i = 0, 1, \dots).$$

Z kolei w iteracjach parzystych następuje zamiana ról, tym razem tylko aktywność pierwsza (źródłowa) ulega zmianie

$$O_{i+1} = F^2(d_{i+1}, O_i) \quad (i = 0, 1, \dots).$$

Funkcje F^1 i F^2 są funkcjami modelowymi odpowiednio dla pierwszego i drugiego kontaktu. Jeśli się przyjmie, że $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{2n}) = (d_1, d_2, \dots, d_n, O_1, O_2, \dots, O_n)$, to model wahadłowy wpisuje się w schemat $\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$, ponieważ $(d_{i+1}, O_{i+1}) = (F^1(d_i, O_i), F^2(d_i, O_i)) = \mathbf{F}(d_i, O_i)$.

Tak więc w kolejnych krokach przeprowadza się naprzemiennie korektę aktywności celowej i źródłowej, co schematycznie pokazano na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Model wahadłowy. Kolejno następuje modyfikacja rozmieszczenia celów i źródeł
Fig. 3.1. The oscillatory model. The destination and origin distributions are modified by turns

Mamy więc do czynienia ze stopniowym dopasowywaniem się dwóch rodzajów zagospodarowania.

W modelu *wahadłowym* można również zastosować procedury tłumień. Były też takie warianty symulacji, w których model wahadłowy bazował nie na modelu *przesunięcia celów*, lecz na *przesunięciu ogólnym* ze stałą frakcją źródeł.

3.6. Sposoby wykorzystania modeli przesunięć bilansujących

Teoria procesów osadniczych lepiej sobie radzi z rozpoznaniem ogólnych prawidłowości występujących w badanych procesach niż z określeniem reguł opisujących poszczególne składowe tych zjawisk. Na takiej zasadzie funkcjonują modele *przesunięć bilansujących*.

Analizując szeroko rozumiane zjawiska komunikacyjne, a więc kontakty między elementami zagospodarowania, można ocenić jakość struktury przestrzennej, stwierdzić czy elementy zagospodarowania są prawidłowo usytuowane i jeśli nie – podjąć decyzję o zmianie ich lokalizacji.

Modele *przesunięć bilansujących* znalazły zastosowanie zarówno do celów praktycznych (przykłady zastosowań zamieszczono w podrozdziale 1.3), jak i teoretycznych, gdy służyły lepszemu poznaniu mechanizmu modelowego.

Pierwszy rodzaj zastosowań polega na wykorzystaniu symulacji do rozwiązania konkretnego zadania mającego za cel wyznaczenie rozmieszczenia elementów zagospodarowania.

Jeżeli rozmieszczenie ludności jest stałe, a poszukuje się lokalizacji aktywności będącej celem codziennych lub okresowych relacji komunikacyjnych, jak miejsca pracy, handel czy usługi, to używany jest model *przesunięcie celów* (por. rozdz. 1.3.1, 1.3.2, 1.3.3 i 1.3.5).

Gdy szuka się usytuowania źródeł relacji przy nie podlegającym zmianom rozmieszczeniu celów – z taką sytuacją mamy do czynienia np. gdy występowanie surowca determinuje lokalizację miejsc pracy lub gdy trzeba dostosować się do istniejących struktur historycznych – wówczas wykorzystywany jest model *przesunięcie źródeł*. Poszukiwano rozmieszczenia miejsc zamieszkania przy ustalonej lokalizacji wielkich zakładów przemysłowych w Lubiąsko-Głogowskim Okręgu Miedziowym (LGOM) i w Krakowskim Zespole Miejskim (por. rozdz. 1.3.4 i 1.3.7).

Zbadanie tendencji rozwojowych tkwiących w systemie osadniczym lub wyznaczenie terenów o predyspozycjach wzrostowych jest zadaniem o charakterze bardziej ogólnym. Do tego celu można się posłużyć modelem *przesunięcie ogólne* (por. rozdz. 1.3.4 i 1.3.9).

Wówczas najczęściej stosowany schemat postępowania polega na przeprowadzeniu – w pierwszej fazie – symulacji modelem *przesunięcie ogólne* dla wstępnie założonych jednakowych porcji źródeł i celów we wszystkich rejonach i dla selektywności odpowiadającej podróżom do pracy. Po uzyskaniu stanu równowagi systemu i ustaleniu wielkości źródeł, modeluje się – stosując model *przesunięcie celów* – rozmieszczenie celów usługowych operując tym razem selektywnością związaną z podróżami do usług. Zachęcające wyniki modelowań dla XIX-wiecznego Krakowa, Świdnicy, Konina, Wrocławia, Szczecina, Poznania czy regionu krakowskiego [26, s. 48] zachęciły do stosowania tego rodzaju symulacji w trakcie prac nad planami kierunkowymi aglomeracji (por. rozdz. 1.3.4 i 1.3.9).

Model *przesunięcie ogólne* okazał się szczególnie przydatny do modelowania zjawisk koncentracji w większej skali – regionu, kraju i kontynentu. Symulacjami objęto Europę [np. 159], Irak oraz wschodnie wybrzeże Morza Śródziemnego – Turcję, Syrię, Liban, Izrael i Egipt [36, 114]. W tych modelowaniach parametr selektywności miał charakter przesłanki migracyjnej.

Model *wahadłowy* jest używany, gdy poszukiwane jest optymalne rozmieszczenie mieszkalnictwa i miejsc pracy. Modelowanie zwykle rozpoczyna się od symulacji kontaktu *dom-praca*, po czym zmieniane jest rozłożenie miejsc pracy, podobnie jak to się dzieje w modelu *przesunięcie celów*. Następnie rozważa się kontakt „odwrócony” *praca-dom* i przeprowadza się korektę rozmieszczenia mieszkalnictwa. Postępowanie

to jest powtarzane (por. rozdz. 1.3.6 i 1.3.7). Warto zauważyć, że koncepcja modelowania kontaktu *praca–dom* jest stosowana w modelu Lowry’ego oraz w takich modelach rozwoju przestrzennego miast, jak model Garin–Lowry’ego, czy Echenique’a [22, 42, 56].

Z kolei symulacje teoretyczne, przeprowadzone na różnych wariantach sieci regularnych, pozwoliły obserwować – w czystej postaci – mechanizm procesów urbanizacyjnych, takich jak np. wyludnianie się centrów aglomeracji, czy falowe rozprzestrzenianie się obszarów najszybciej rozwijających się. Przy pewnych wartościach parametru selektywności udało się otrzymać strukturę zgodną z teorią miejsc centralnych Christallera, natomiast po przyjęciu „ostrzejszej” selektywności następowało rozerwanie tej struktury i powstawała aglomeracja lub konurbacja [157].

Na Wydziale Architektury Politechniki Wrocławskiej wykorzystywano opisane wyżej modele w dydaktyce, zarówno na kierunku architektura jak i gospodarka przestrzenna [70]. Przyszli architekci w ramach przedmiotu *Plan ogólny miasta średniej wielkości* posługiwali się, oprócz intuicyjnego projektowania, modelem *przesunięcie celów* żeby modyfikować wstępną koncepcję planu. Zwykle przeprowadzano symulację jednego wybranego kontaktu, np. miejsca zamieszkania → miejsca pracy albo mieszkalnictwo → usługi. Niektórzy modelowali sekwencję relacji przestrzennych, np. atrakcje turystyczne → miejsca zakwaterowania turystów → miejsca zamieszkania stałych mieszkańców → rozmieszczenie usług w obszarze. Na kierunku gospodarka przestrzenna modele *przesunięcie bilansujących* są używane w ramach planowania regionalnego.

3.7. Modele przesunięć bilansujących a paradygmat decyzji przestrzennych

Wspomniane wyżej modele alokacyjne poszukujące optymalnego rozmieszczenia zagospodarowania nazwane zostały modelami *przesunięć bilansujących*, ponieważ w trakcie symulacji aktywności są relokowane w taki sposób, by zapewnić bilans (równowagę) między wielkością potrzeb a liczbą celów.

Zaproponowany przez T. Zipsera *paradygmat decyzji przestrzennych* [145, s. 16–19] podaje zestaw czynników, które powinny być uwzględnione podczas modelowania systemów osadniczych. Wśród nich są takie, które odzwierciedlają obowiązujący system cywilizacyjny, a więc:

- *aktywności* (formy zagospodarowania, działalności), które będą lokalizowane w analizowanym obszarze,
- *kontakty* między aktywnościami kształtujące system osadniczy i umożliwiające jego prawidłowe funkcjonowanie oraz
- *konflikty*, które ograniczają ich rozmieszczenie.

Inne czynniki charakteryzują środowisko geograficzne:

- *predyspozycje* mierzące przydatność terenu do przyjęcia aktywności i
- *chłonność* terenu – wolne miejsce do zlokalizowania zagospodarowania.

Są też czynniki o charakterze subiektywnym, takie jak:

- *preferencje*, czyli ocena obszaru oparta na subiektywnych przesłankach oraz
- *styl* określony obowiązującymi w danym miejscu i czasie schematami przestrzennymi.

Nieco inny charakter ma:

- *inercja* zagospodarowania, która opóźnia lub utrudnia zmiany w przestrzeni.

Nadrzędną rolę odgrywa:

- *równowaga bilansowa*, która dotyczy ilościowego udziału aktywności lub jej przestrzennego rozmieszczenia.

Ponieważ modele *przesunąć bilansujących* spełniają tylko część założeń wspomnianego wyżej paradygmatu, są więc modelami cząstkowymi. Modele te pozwalają uwzględnić każdorazowo jedynie dwie kontaktujące się aktywności symulując jeden kontakt między aktywnością źródłową a celową. Wyjątkiem jest model *wahadłowy*, gdzie w iteracjach parzystych następuje odwrócenie kontaktu – aktywności celowe przejmują rolę źródłowych.

3.8. Inne modele oparte na idei pośrednich możliwości

Doświadczenia zdobyte w czasie prowadzenia licznych symulacji zarówno transportowych, jak i modelujących stan zrównoważonej koncentracji przyczyniły się do zbudowania dalszych modeli kontaktów opartych na idei *pośrednich możliwości*.

Model *splotowy* (T. Zipser 1976) [145 s. 123–127] to model wymiany ruchu, w którym przestrzenny rozkład kontaktów jest opisany przez splot (sumę) dwóch rozkładów prawdopodobieństwa. Oprócz rozkładu wykładniczego, odzwierciedlającego zjawisko wyboru celów (jak w modelu *pośrednich możliwości*), został użyty rozkład jednostajny odtwarzający fakt konkurowania o cel, z czym mamy do czynienia np. w obszarach centralnych. Model ten w obliczeniach transportowych dla Wrocławia i Wałbrzycha dał wyniki bliższe rzeczywistości niż klasyczny model Schneidera [156, 158].

Z kolei wieloparametrowy model *wiązania pobudzonych sposobności* (T. Zipser 1975) [145 s. 127–133] odzwierciedla zjawiska nie uwzględnione w klasycznym modelu *pośrednich możliwości*, takie jak:

- niepełna informacja o zasobie celów w analizowanym obszarze,
- lokalna specjalizacja celów w niektórych kategoriach kontaktów (np. studenci mieszkający w kampusie blisko uniwersytetu powinni być scharakteryzowani mniej „ostrą” selektywnością niż wynosi średnia w układzie),
- fakt występowania dodatkowych preferencji w stosunku do niektórych skupisk celów, czego odzwierciedleniem są tzw. mapy mentalne [105].

Najbardziej rozbudowanym modelem jest model symulacyjno-decyzyjny *ORION*⁴ [160], który realizuje nakreślony paradygmat decyzji przestrzennych (por. rozdz. 3.7). Pierwsza podstawowa wersja modelu została sformułowana w połowie lat 70. w ramach opracowania pt. *Prognoza Symulacyjna Struktury Przestrzennej Polski na lata 1999–2000* [152], w którym wykorzystano model *przesunięcie ogólne*. Chociaż rezultaty symulacji były zachęcające, zdawano sobie sprawę, że oprócz sieci transportowej i selektywności powinno się w modelu wziąć pod uwagę inne czynniki różnicujące przestrzeń. Dlatego sformułowano założenia wielowarstwowego modelu *ORION*, w których uwzględniono zarówno wnioski płynące z dotychczas przeprowadzonych symulacji, jak i wspomniany wyżej paradygmat decyzji przestrzennych.

Jedną z siedmiu warstw tego modelu jest warstwa kontaktów, która pozwala modelować jednocześnie większą liczbę relacji przestrzennych – między różnymi typami zagospodarowania oraz w ramach własnej aktywności. Uwzględnia się różne typy infrastruktury, w zależności od tego, z jaką relacją mamy do czynienia. Na przykład przemysł kontaktując się z potencjalnymi pracownikami (czyli miejscami zamieszkania) używa sieci o stosunkowo krótkim zasięgu, kontakt z innymi zakładami przemysłowymi czy ośrodkami dyspozycyjnymi wymaga rzadszej infrastruktury, ale o dalekim zasięgu, natomiast zanieczyszczenia powietrza będą się rozchodzić w przestrzeni geometrycznej, modyfikowanej różną wiatrów.

Proces wyboru potencjalnych celów odbywa się zgodnie z aparatem modelu *pośrednich możliwości* i przypomina model *przesunięcie celów*, z tym że symulowane są wszystkie kontakty między aktywnościami. Po zakończeniu symulacji rozkładu przestrzennego kontaktów wyliczana jest liczba głosów na poszczególne aktywności w różnych miejscach analizowanego obszaru, co daje przesłanki do zlokalizowania elementów zagospodarowania z punktu widzenia czynnika kontaktów.

Oprócz uwzględnienia czynnika kontaktów brany jest również pod uwagę czynnik konfliktów między aktywnościami oraz takie charakterystyki terenu, jak chłonność i predyspozycje do przyjęcia elementów zagospodarowania. Wynik modelowania otrzymywany jest również iteracyjnie.

Model *ORION* znalazł szerokie zastosowanie m.in. w praktyce wykonywania planów ogólnych zagospodarowania przestrzennego wielkich miast, w poszukiwaniu kształtu sieci ośrodków usługowych, w studiach aglomeracji. Postać modelu pozwala wprowadzać nowe procedury, i tak np. w modelowaniach dotyczących województwa nowosądeckiego użyto procedur: migracji ludności rolniczej, ruchu turystycznego, zaopatrzenia w wodę, moduł demograficzny i uproszczoną wersję modelu *input–output*, która miała za zadanie odzwierciedlać rozwój ekonomiczny [8, 9]. Model został wykorzystany w trakcie tworzenia *Studium uwarunkowań... gminy Wrocław* [110, 141].

⁴ Nazwa *ORION* to skrót nazwy w języku angielskim *Optative Repartition In Opportunity Network* czyli optyjny rozkład w sieci możliwości.

4. Podstawy teoretyczne poszukiwania rozmieszczenia optymalnego za pomocą modeli przesunięć bilansujących

Jak wcześniej wspomniano, w modelach *przesunięć bilansujących* zrównoważone rozmieszczenie elementów zagospodarowania jest poszukiwane przez stopniową modyfikację wstępnego rozmieszczenia – metodą iteracyjną. Na początku tego rozdziału został zamieszczony opis metody iteracyjnej, następnie zaprezentowano szereg pojęć, głównie z analizy funkcjonalnej, które starano się odnieść do symulacji modelami *przesunięć*.

4.1. Metoda iteracyjna

Należy zwrócić uwagę na fakt niejednoznaczności pojęcia metoda *iteracyjna* (metoda *kolejnych przybliżeń*). W najogólniejszym sensie nazwy tej używa się dla podkreślenia, że pewne czynności są powtarzane, np. gdy tworzy się kolejne wersje planu, coraz bardziej szczegółowe, bo opierające się na pełniejszych danych wejściowych [21, s. 161].

Nazwę tę stosuje się również w celu podkreślenia procedury opisanej tymi samymi formułami matematycznymi. W tym znaczeniu można ją zastosować do przebiegu symulacji we wszystkich modelach *przesunięć bilansujących*, ponieważ w jej wyniku otrzymujemy kolejne poprawione rozmieszczenie zagospodarowania, zgodnie z pewną funkcją modelową. Wyniki ostatnio wykonanej iteracji stają się danymi wejściowymi w iteracji następnej.

Wreszcie w najwęższym sensie nazwa ta określa tylko te powtarzalne procedury, które wymagają, by w kolejnych iteracjach nowe, poprawione wartości były liczone za pomocą pewnej funkcji ciągłej.

Już w starożytnej Grecji była znana iteracyjna metoda rozwiązywania równań typu

$$x = f(x),$$

gdy f jest funkcją ciągłą. Wiadomo, że w II w. p.n.e. zastosował ją Heron [100].

Metoda *iteracyjna* nosząca też nazwę metody *kolejnych przybliżeń* (ang. *method of successive substitutions, method of iterations, method of succesive approximations, method of fixed points*, niem. *die Methode der sukzessiven Approximation*) polega na tworzeniu ciągu

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots,$$

gdzie x_0 jest dowolne, a następne wartości liczone są z zależności

$$x_{i+1} = f(x_i).$$

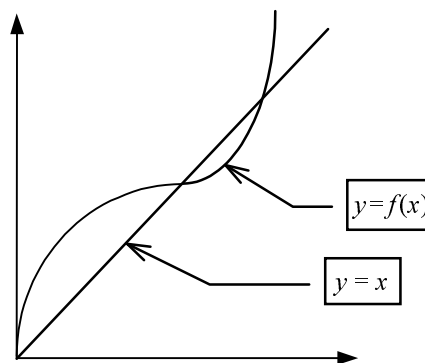
Ciąg ten często bywa zbieżny do rozwiązania x^* , dla którego zachodzi równość $x^* = f(x^*)$.

Jeśli ograniczyć się do funkcji rzeczywistych, to równanie $x = f(x)$ jest równoważne układowi równań

$$y = f(x),$$

$$y = x$$

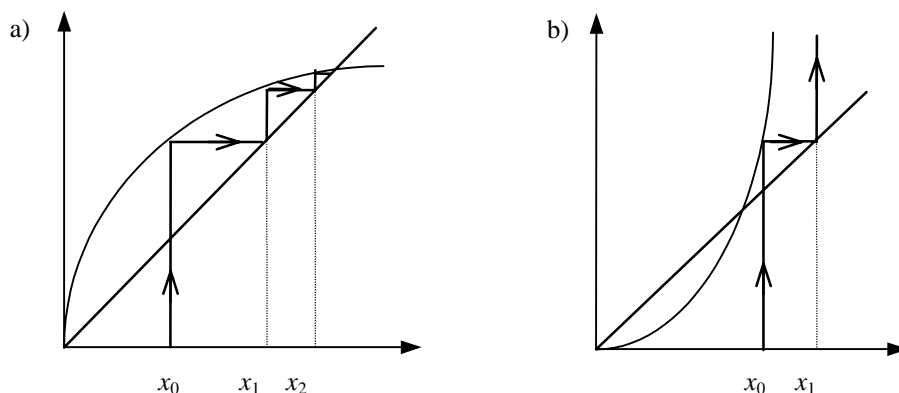
i zadanie sprowadza się do znalezienia takiego punktu (względnie punktów), który jest wspólny dla obu równań, czyli punktów przecięcia funkcji z prostą $y = x$ (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Punkty przecięcia wyznaczają rozwiązanie równania typu $x = f(x)$

Fig. 4.1. Intersection points indicate solution of an equation $x = f(x)$

Dla funkcji jednej zmiennej można użyć metody graficznej. Kolejne wyrazy ciągu otrzymujemy w następujący sposób. Na osi x zaznaczamy punkt początkowy x_0 i prowadzimy linię pionową do przecięcia z wykresem funkcji $f(x)$. Następnie od tego punktu rysujemy linię poziomą do przecięcia z prostą. Pozioma współrzędna tego punktu wyznacza punkt x_1 . Czynności te powtarzamy. Budując kolejne „schodki” tworzymy tzw. diagram pajęczynowy. Metodą iteracyjną można otrzymać zarówno ciąg zbieżny, jak i rozbieżny (rys. 4.2).



Rys. 4.2. Metoda kolejnych przybliżeń. Procedura graficzna:

a) ciąg zbieżny, b) ciąg rozbieżny

Fig. 4.2. The method of iterations. Graphic procedure:

a) convergent sequence, b) non-convergent sequence

Wiadomo, że jeśli funkcja f jest funkcją rzeczywistą, to zbieżność metody iteracyjnej zapewnia spełnienie przez funkcję warunku Lipschitza, co oznacza, że dla wszystkich par liczb x i y należących do pewnego odcinka oraz dla liczby $L \in (0,1)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq L |x - y|.$$

Czasem łatwiejsza do sprawdzenia jest prawdziwość nierówności dotyczącej pochodnej funkcji f

$$\max |f'(x)| < 1.$$

Spełnienie powyższych warunków zapewnia zbieżność ciągu otrzymanego metodą iteracyjną, ale istnieją ciągi, które są zbieżne, choć tych warunków nie spełniają. Są to więc warunki dostateczne, ale niekonieczne.

Nie zawsze jest łatwo wskazać wstępną wartość x_0 . Weźmy pod uwagę następujący przykład. Wiadomo, że równanie $x = f(x)$, gdzie $f(x) = x^2$ (czyli $x = x^2$) ma dwa rozwiązania: 0 oraz 1, ponieważ $x(1 - x) = 0$. Jeśli zastosuje się metodę iteracyjną, to dla początkowej wartości x_0 , która jest mniejsza od 1, otrzymamy ciąg zbieżny do pierwszego rozwiązania, do zera. Natomiast gdy przyjmiemy, że x_0 jest większe od 1, to otrzymamy ciąg coraz większych wartości, wówczas ciąg będzie rozbieżny. Jedynie przyjęcie wielkości $x_0 = 1$ zapewni – w jednym kroku – wyznaczenie drugiego rozwiązania, osiągnięcie jedyńki [40].

Niewątpliwie jedną z zalet metody kolejnych przybliżeń jest łatwość jej oprogramowania. Nie trzeba liczyć pochodnych, co jest wymagane choćby w metodzie Newtona. Natomiast jej wadą jest często niezadowolające tempo zbliżania się do rozwiązania [45].

Po przejściu do przestrzeni n -wymiarowej mamy do czynienia z równaniem wektorowym $\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$, które można zapisać w postaci układu równań

$$x_1 = F_1(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$$x_2 = F_2(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

...

$$x_n = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

gdzie $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, a $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$.

Jeśli uda się przekształcić te równania w ten sposób, że każda ze zmiennych x_i zostanie wyrażona jako funkcja pozostałych zmiennych, przy czym funkcje są ciągłe i różniczkowalne, to metoda iteracyjna jest zbieżna [74].

Niestety układy równań odpowiadające modelom *przesunięć bilansujących* nie spełniają podanego wyżej warunku, ponieważ mamy do czynienia z funkcjami w postaci niejawnej.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania równania typu $x = F(x)$ należy spróbować odpowiedzieć na następujące pytania:

- Czy rozwiązanie istnieje?
- Jeśli istnieje, czy jest jedyne?

Poszukiwanie optymalnego rozkładu aktywności w układzie osadniczym, takiego, które w każdym rejonie zapewni równowagę między wielkością zagospodarowania ($\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$) a wielkością potrzeb ($\mathbf{F}(\mathbf{d})$), co wyraża równanie $\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d})$, można sprowadzić – jeśli \mathbf{F} jest funkcją ciągłą – do tzw. zagadnienia o istnieniu *punktu stałego odwzorowania* [126], przy czym w tym wypadku odwzorowanie \mathbf{F} jest równe funkcji modelowej, obliczającej liczbę podróży kończonych w rejonach, na które podzielono badany obszar.

Zadanie to również można wyrazić w języku teorii optymalizacji, wtedy zbilansowane rozmieszczenie jest wyznaczone przez minimum funkcji niedopasowania potrzeb do istniejącego zagospodarowania w systemie osadniczym.

Analiza funkcjonalna i topologia dostarczają podstaw teoretycznych do rozwiązywania zagadnień tego rodzaju, oferując narzędzia do oceny procedur obliczeniowych. Jedną z nich jest metoda *iteracyjna*, stosowana w modelach *przesunięć bilansujących* [54, 63, 64].

4.2. Przestrzeń metryczna. Metryka jako ocena stopnia równowagi w systemie osadniczym

Jednym z pojęć używanych w tym rozdziale jest *przestrzeń metryczna*, czyli zbiór elementów (punktów, obiektów) z określoną między nimi odległością. Jeśli rozmiesz-

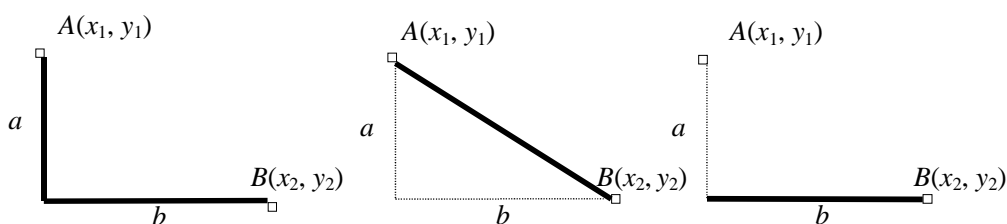
czenia zagospodarowania będą reprezentowane przez elementy przestrzeni metrycznej, to odległość między kolejnymi wariantami zagospodarowania – otrzymanymi w procesie modelowania – można interpretować jako ocenę stopnia zrównoważenia systemu osadniczego, jako miarę zbliżania się do rozwiązania w procesie modelowania.

Definicja. Zbiór X jest *przestrzenią metryczną*, jeśli każdej parze elementów x_1, x_2 należących do zbioru X przyporządkowana jest *metryka* ρ , która jest liczbą nieujemną, spełniającą następujące warunki:

- $\rho(x_1, x_2) = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x_1 = x_2$,
- $\rho(x_1, x_2) = \rho(x_2, x_1)$ (symetria),
- $\rho(x_1, x_2) + \rho(x_2, x_3) \geq \rho(x_1, x_3)$ (nierówność trójkąta).

Metryka często nazywana jest odległością. Jest liczbową miarą dystansu między elementami, ocenia ich „bliskość”.

Przykłady. Przestrzenią metryczną jest płaszczyzna (przestrzeń dwuwymiarowa, R^2). Jeśli mamy dwa punkty $A = (x_1, y_1)$ oraz $B = (x_2, y_2)$ i $a = |y_1 - y_2|$, a $b = |x_1 - x_2|$, to odległość między tymi punktami można określić na różne sposoby (rys. 4.3).



Rys. 4.3. Sposoby mierzenia odległości między punktami A i B na płaszczyźnie (metryka miasta, metryka euklidesowa oraz metryka maksimum)

Fig. 4.3. Methods of measuring distance between point A and B on a plane (city metric, Euclidean metric, maximum metric)

W pierwszym sposobie używa się tzw. metryki miasta; w kwadratowej siatce ulic odległość z punktu A do punktu B jest równa

$$\rho_1(A, B) = a + b.$$

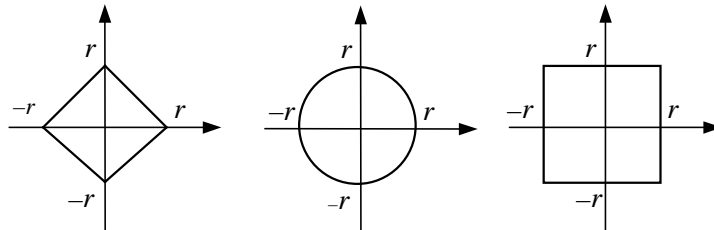
Druga metoda jest stosowana najczęściej i jest najbardziej intuicyjna, dystans mierzony w linii prostej jest obliczany ze wzoru Euklidesa

$$\rho_2(A, B) = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Wreszcie metryka maksimum przyjmuje za odległość większą z liczb a i b

$$\rho_{\max}(A, B) = \max(a, b).$$

Każda z wymienionych metod obliczania odległości wyznacza inny kształt sfery – obiektu, którego wszystkie punkty leżą w odległości r od początku układu współrzędnych (rys. 4.4).



Rys. 4.4. Przykłady sfer wyznaczonych na płaszczyźnie przy pomocy metryk ρ_1 , ρ_2 i ρ_{\max}
Fig. 4.4. Examples of sphere on a plane defined by metrics ρ_1 , ρ_2 and ρ_{\max}

Przestrzenią metryczną jest również przestrzeń n -wymiarowa (R^n). Jeżeli jej dwa punkty oznaczymy¹ następująco: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, a $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, to odległość między nimi możemy obliczyć ze wzoru

$$\rho_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad \text{gdzie } p \geq 1.$$

Warto zauważyć, że dwa pierwsze przykłady metryk podane dla płaszczyzny są równe metryce ρ_p , gdy p przyjmie wartość 1 oraz 2. Natomiast metrykę maksimum wyraża reguła

$$\rho_{\max}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max(|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, \dots, |x_n - y_n|).$$

Wróćmy do modeli *przesunięć bilansujących*. Jeśli analizowany system osadniczy – aglomeracja czy region – zostanie podzielony na n rejonów, to każdemu z rejonów można przypisać wielkość zagospodarowania. Wówczas stan zagospodarowania systemu jest reprezentowany przez punkt w przestrzeni n -wymiarowej (punkt w przestrzeni stanów). Kolejne współrzędne punktu równają się wielkościom porcji aktywności w rejonie 1, 2, ... i n -tym.

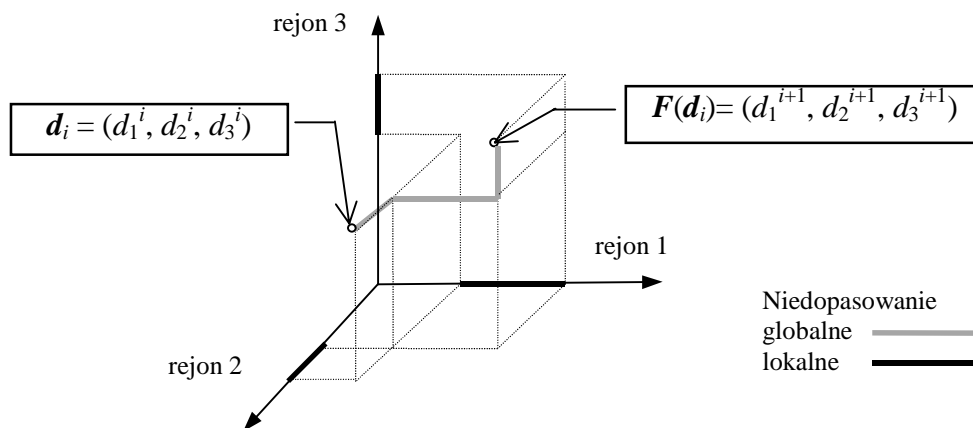
Schemat postępowania w trakcie modelowania jest następujący. Najpierw ustala się wstępne rozmieszczenie aktywności w rejonach, oznaczmy je jako punkt $\mathbf{d}_0 = (d_1^0, d_2^0, \dots, d_n^0)$. Następnie w kolejnych iteracjach, z zależności $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{d}_i)$ ($i = 0, 1, \dots$) obliczane jest nowe, poprawione rozmieszczenie $\mathbf{d}_{i+1} = (d_1^{i+1}, d_2^{i+1}, \dots, d_n^{i+1})$. Funkcja modelowa $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ jest układem równań właściwym dla odpowiedniego modelu *przesunięć*, który przekształca zbiór stanów (możliwych rozmieszczeń zagospodarowania) w nowy zbiór stanów.

¹ W dalszej części rozdziału punkty (elementy) przestrzeni metrycznej będą oznaczone małymi literami, wytłuszczoną czcionką.

W modele *przesunięć bilansujących* wpisane jest żądanie, by dla każdego rejonu uzyskać zgodność liczby przyjazdów do rejonu $F(d_i) = \mathbf{d}_{i+1} = (d_1^{i+1}, d_2^{i+1}, \dots, d_n^{i+1})$ z liczbą zlokalizowanych tam celów $\mathbf{d}_i = (d_1^i, d_2^i, \dots, d_n^i)$. Należy więc badać różnice między tymi wielkościami. Do tego celu można wykorzystać metrykę ρ_1 , sumę wartości bezwzględnych różnic między wielkością potrzeb a istniejącym zagospodarowaniem, czyli

$$\rho_1(\mathbf{d}_i, F(\mathbf{d}_i)) = \sum_{k=1}^n |d_k^i - d_k^{i+1}|.$$

Każdy ze składników sumy mierzy lokalne niedopasowanie potrzeb do istniejącego zagospodarowania w rejonie. Metryka, jako suma takich wielkości, ocenia stopień zbilansowania w całym systemie osadniczym (rys. 4.5).



Rys. 4.5. System osadniczy składający się z 3 rejonów. Miara niedopasowania (braku równowagi) w systemie
 Fig. 4.5. The settlement system consisting of 3 zones. The measure of non-adjustment (lack of equilibrium) in system

4.3. Zbieżność ciągów w przestrzeniach zupełnych a proces modelowania

Kolejnym rozmieszczeniem zagospodarowania, które otrzymujemy podczas modelowania, odpowiada ciąg punktów w przestrzeni n -wymiarowej. Co można powiedzieć o zbieżności takiego ciągu? Pojęcie odległości, metryki, pozwala na wprowadzenie znanego z analizy matematycznej pojęcie *zbieżności* [38]. Przypomnijmy definicję.

Definicja. Ciąg punktów x_1, x_2, \dots przestrzeni metrycznej (X, ρ) jest *zbieżny* do punktu x należącego do tej przestrzeni, jeśli $\rho(x_n, x) \rightarrow 0$, gdy $n \rightarrow \infty$. Punkt x nazywamy *granicą* ciągu.

Weźmy pod uwagę pewną kategorię ciągów.

Definicja. Ciąg $\{x_n\}$ punktów przestrzeni metrycznej nazywamy *ciągami Cauchy'ego*, jeśli odległości między coraz dalszymi wyrazami ciągu dążą do zera, czyli $\rho(x_i, x_j) \rightarrow 0$ gdy $i, j \rightarrow \infty$.

Z analizy matematycznej znany jest fakt, który jest również prawdziwy dla przestrzeni metrycznych, że każdy ciąg zbieżny spełnia warunek Cauchy'ego, natomiast wynikanie w drugą stronę nie zawsze zachodzi.

Definicja. Przestrzeń metryczną (X, ρ) , w której każdy ciąg Cauchy'ego jest zbieżny, czyli ma granicę w X , nazywamy przestrzenią *zupełną*.

Przykłady. Przestrzeń liczb rzeczywistych jest przestrzenią zupełną. Tę samą cechę ma, przez analogię, przestrzeń R^n . Warto zauważyć, że zagospodarowaniu rozmieszczonemu w n rejonach odpowiada punkt przestrzeni n -wymiarowej.

Natomiast odcinek $(0,1)$ nie jest przestrzenią zupełną, bo np. ciąg harmoniczny $\{1/n\}$ ma granicę równą zero, a przecież punkt zero nie należy do odcinka otwartego $(0, 1)$.

Przestrzenie, w których ciągi Cauchy'ego są zbieżne są szczególnie interesujące, ponieważ można w nich badać zbieżność ciągów bez znajomości ich granic.

Miarę niedopasowania (ocenę braku równowagi) w systemie osadniczym można przyjąć jako kryterium zbieżności procesu symulacyjnego, ponieważ $\rho_1(d_i, d_{i+1}) = \sum |d_k^i - d_k^{i+1}|$. Coraz mniejsze odległości między kolejnymi wyrazami mówią o zbliżaniu się do rozwiązania, jakim jest rozmieszczenie optymalne.

Przestrzeni zupełnych dotyczy słynne i bardzo ważne w zastosowaniach twierdzenie Banacha.

Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym. Jeżeli przestrzeń metryczna (X, ρ) jest zupełna, a odwzorowanie $F: X \rightarrow X$ jest *zwężające*, czyli istnieje liczba $\alpha \in (0, 1)$ taka, że dla każdego $x, y \in X$ zachodzi nierówność

$$\rho(F(x), F(y)) \leq \alpha \rho(x, y),$$

to:

(i) Równanie $x = F(x)$ ma **dokładnie jedno** rozwiązanie x^* . Rozwiązanie to nazywane jest punktem stałym (niezmienniczym) odwzorowania.

(ii) Punkt x^* jest granicą ciągu $\{x_i\}$, gdzie x_0 jest dowolnym ustalonym punktem X , a następane wyrazy ciągu są obliczane iteracyjnie z zależności

$$x_{i+1} = F(x_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots).$$

(iii) Oszacowanie błędu przybliżenia punktu x^* za pomocą punktów x_i określa wzór

$$\rho(x_i, x^*) \leq \rho(x_0, x_1) \frac{\alpha^i}{(1-\alpha)}.$$

Twierdzenie to mówi, że nie tylko istnieje jedyne rozwiązanie, ale także podaje metodę *kolejnych przybliżeń* (metodę *iteracyjną*) jako sposób uzyskania jego przybliżenia oraz pozwala oszacować odległość kolejnych wartości ciągu od szukanego rozwiązania. Z oszacowania wynika, że jeśli pierwsze przybliżenie jest dostatecznie bliskie rozwiązaniu, to szybko się je uzyskuje. Dlatego wiele algorytmów jest konstruowanych w taki sposób, by w kolejnych krokach następowało przyspieszenie zbieżności ciągu [72, s. 379].

Przykłady. Funkcja rzeczywista F spełniająca warunek Lipschitza (por. rozdz. 4.1) jest przykładem odwzorowania zwężającego. Zapewnia to, że ciąg otrzymany metodą kolejnych przybliżeń jest zbieżny do rozwiązania równania $x = F(x)$.

Za pomocą jednego lub kilku odwzorowań zwężających (ang. *IFS – Iterated Function System*) można wygenerować na płaszczyźnie fraktale². Fraktale to nietypowe obiekty geometryczne, które cechuje samopodobieństwo (część fraktala jest podobna do całości) oraz to, że jego wymiar nie jest liczbą całkowitą³. Wiele z nich ma niezwykle kształt, wspomnijmy choćby zbiór Mandelbrota [61, 81, 98]. Z jednej strony tworzenie fraktali może zaspokajać estetyczne potrzeby ich twórców, o których Morrison [91] pisze nieco złośliwie: „Dla osób o uzdolnieniach technicznych jest to atrakcyjna odmiana sztuki ludowej, ale stanowi tylko niewielką część sztuki modelowania”, natomiast z drugiej – fraktale pełnią ważną rolę w teorii systemów dynamicznych, wiele z nich to tzw. dziwne atraktory (por. rozdz. 8).

Jedną z metod kompresji obrazu stosowaną w grafice komputerowej polega na zastąpieniu jego fragmentów jednym lub kilkoma odwzorowaniami zwężającymi. Przy dekompresji, za pomocą tych odwzorowań – są generowane punkty obrazu [96].

Jeśli chodzi o modele *przesunąć bilansujących*, to jedynie w modelach *przesunięcie celów*, *przesunięcie ogólne* i w modelu *wahadłowym* we wszystkich iteracjach stosowane jest to samo odwzorowanie ciągłe, ta sama ciągła funkcja modelowa, dlatego tylko ich mogłoby dotyczyć twierdzenie Banacha.

Jednak dotychczasowe doświadczenie zdobyte w trakcie licznych symulacji za pomocą tych modeli wskazuje, że rozmieszczenie początkowe ma wpływ na wynik końcowy. Choćby z tego powodu twierdzenie Banacha nie ma tu zastosowania.

Oczywiście istnieją odwzorowania, które choć nie są odwzorowaniami zwężającymi, to równanie typu $F(x) = x$ ma jedno rozwiązanie.

² Nazwa fraktal została wprowadzona przez B.B. Mandelbrota w jego pracy pt. *The Fractal Geometry of Nature* [81].

³ Jak wiadomo, punkt ma wymiar zero, linia 1, a kwadrat 2. Fraktale plasują się między tymi obiektami.

Należy podkreślić, że podczas gdy twierdzenia dotyczące odwzorowań zwięzających, jak również liniowych⁴ mają charakter globalny, są więc prawdziwe w całej przestrzeni, twierdzenia o nieliniowych odwzorowaniach – w ogólnym przypadku – mają jedynie charakter lokalny i w stosunku do nich prawdziwe jest następujące twierdzenie.

Twierdzenie. Jeżeli F jest ciągłym odwzorowaniem w przestrzeni zupełnej, a ciąg $\{x_i\}$ otrzymany z zależności

$$x_{i+1} = F(x_i),$$

gdzie $i = 0, 1, 2 \dots$ jest zbieżny do x^* , to jest to punkt stały odwzorowania, czyli $x^* = F(x^*)$ [100].

Z tego twierdzenia wynika, że jeśli skonstruowany metodą kolejnych przybliżeń ciąg ma granicę, to jest nią punkt stały. To twierdzenie jest słabsze od twierdzenia Banacha, ponieważ nic nie mówi o tym, czy rozwiązanie jest jedyne, również nie podaje oszacowania błędu aproksymacji, czyli odległości wyrazów ciągu od szukanego rozwiązania $\rho(x_i, x^*)$. Można je odnieść do modeli *przesunięcie celów*, *przesunięcie ogólne* i *wahadłowego*.

4.4. Przestrzenie zwarte a modele przesunięć

Potwierdzenie istnienia rozwiązania w modelach *przesunięć bilansujących* można również znaleźć, korzystając z wyników dotyczących *przestrzeni zwartych*, ważnej podgrupy przestrzeni zupełnych.

Ponieważ w modelowaniach mamy do czynienia z przestrzenią skończoną wymiarową, więc dotyczy jej następujące twierdzenie.

Twierdzenie. Podzbiór przestrzeni metrycznej (R^n, ρ_p) ($p \geq 1$) jest *zwarty* wtedy i tylko wtedy, gdy jest *domknięty* i *ograniczony* [64].

Zbiór jest *domknięty*, jeśli każdy ciąg elementów tego zbioru ma granicę należącą do zbioru. Jest natomiast *ograniczony*, gdy największa odległość między punktami tego zbioru jest skończona.

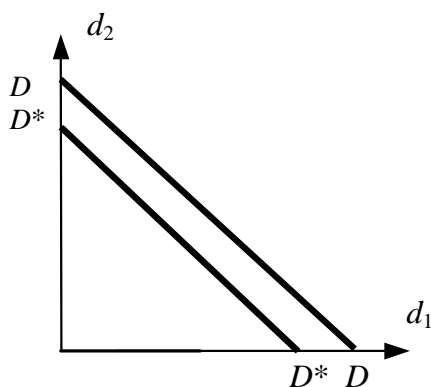
Przykłady. Odcinek domknięty $[a, b]$ na prostej, kwadrat z brzegiem na płaszczyźnie i kostka w przestrzeni n -wymiarowej są zwarte. Ale nie jest zwarta prosta R , bo jest nieograniczona. Również koło bez brzegu nie jest zwarte, bo nie jest zbiorem domkniętym.

⁴ Przekształcenie liniowe L jest odpowiednikiem funkcji liniowej wśród funkcji rzeczywistych; dla każdej pary x_1 i x_2 oraz dla liczby rzeczywistej λ zachodzą warunki: $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$ oraz $L(\lambda x) = \lambda L(x)$.

Okazuje się, że odwzorowania ciągle zachowują cechę zwartości. Mówi o tym następujące twierdzenie.

Twierdzenie. Jeśli X jest przestrzenią zwartą, a odwzorowanie $F: X \rightarrow Y$ jest ciągle, to Y jest zwarte [63].

Spróbujmy się zastanowić, jakie zbiory punktów, którym odpowiadają rozmieszczenia zagospodarowania, są przekształcane w trakcie modelowania. Przypomnijmy, że współrzędne punktu $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ są równe liczbie celów w poszczególnych rejonach. Są to liczby nieujemne i ograniczone, a globalna wielkość zagospodarowania niech wynosi D , wówczas współrzędne spełniają warunek $\sum d_i = D$, czyli leżą na płaszczyźnie określonej tym wzorem. Oznacza to, że zbiór dopuszczalnych rozmieszczeń zagospodarowania tworzy $(n - 1)$ -wymiarową rozmaitość liniową, $(n - 1)$ -wymiarowy sympleks⁵. Jeśli suma potencjałów źródłowych równa jest sumie potencjałów celowych D , to w trakcie modelowania sympleks zostanie przekształcony w sympleks wyznaczony płaszczyzną $\sum d_i = D^* < D$ (rys. 4.6).



Rys. 4.6. Dwurejonowy system osadniczy.

Zbiory rozmieszczeń zagospodarowania – wstępny i po pierwszej iteracji

Fig. 4.6. The settlement system consisting of 2 zones.

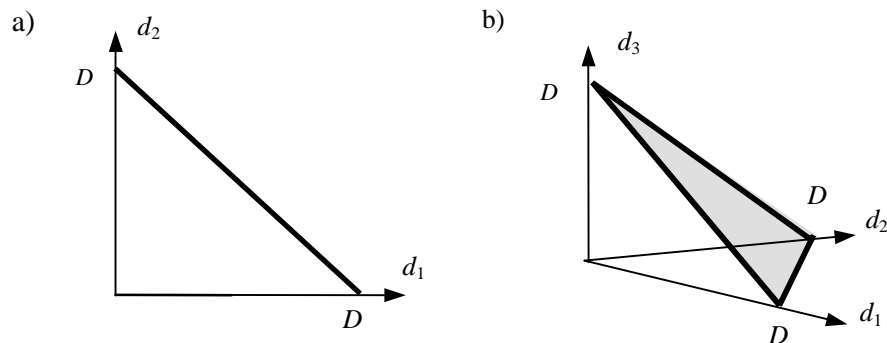
Sets of activity distributions – the initial and after the first iteration

Z własności wykładniczego rozkładu prawdopodobieństwa zastosowanego w formule w modelu *pośrednich możliwości* wynika, że po każdej iteracji globalna wielkość zagospodarowania się zmniejsza. Jeżeli selektywność jest „ostra” i jednocześnie będzie policzona duża liczba iteracji, to wynikiem np. *przesunięcia ogólnego* będzie rozwiązanie zerowe lub bliskie zerowemu. Żeby uniknąć takiej sytuacji wprowadza się „normo-

⁵ W przestrzeni n -wymiarowej sympleks $n - 1$ wymiarowy składa się z punktów postaci $\mathbf{p} = \lambda_1 \mathbf{p}_1 + \dots + \lambda_n \mathbf{p}_n$, gdzie $\sum \lambda_i = 1$ ($\lambda_i > 0$), czyli punkty $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ są liniowo niezależne (np. dla przestrzeni trójwymiarowej oznacza to, że 3 punkty nie leżą na jednej prostej).

wanie” otrzymanych wyników po każdej iteracji, tak jakby za każdym razem procedura poszukiwania optymalnego zagospodarowania rozpoczynała się od nowa.

Na rysunku 4.7 pokazano przykłady zbiorów, składających się z rozmieszczeń aktywności o globalnej wielkości D , dla dwu- i trzyrejonowych systemów osadniczych.



Rys. 4.7. Zbiór rozmieszczeń dopuszczalnych dla systemu osadniczego:

a) dwurejonowego, b) składającego się z 3 rejonów

Fig. 4.7. Set of feasible activity distributions for the settlement system consisting of:

a) 2 zones, b) 3 zones

W modelach *przesunąć bilansujących* mamy do czynienia ze zbiorami ograniczonymi i domkniętymi, a więc zwartymi. Jeżeli funkcja modelowa jest ciągła, to istnienie optymalnego rozmieszczenia zapewnia również twierdzenie Brouwera, które brzmi następująco:

Twierdzenie Brouwera. Dla każdego ciągłego przekształcenia sympleksu na jego podzbiór istnieje punkt stały [64].

Twierdzenie nie daje niestety odpowiedzi na pytanie, czy jest więcej niż jedno rozwiązanie.

4.5. Poszukiwanie rozmieszczenia zrównoważonego, jako zagadnienie optymalizacji

W teorii optymalizacji jedno z podstawowych zadań polega na znalezieniu takiego punktu, w którym pewna funkcja rzeczywista przyjmie wartość ekstremalną – minimum lub maksimum. Z tym zagadnieniem związane jest twierdzenie Weierstrassa.

Twierdzenie uogólnione Weierstrassa. Każda funkcja ciągła określona na przestrzeni zwartej i przyjmująca wartości rzeczywiste $f: X \rightarrow R$ jest ograniczona i osiąga swoje kresy, czyli wartość minimalną i maksymalną.

To twierdzenie zastosujemy do modeli *przesunięć bilansujących*. Ale wcześniej zostanie podana definicja przestrzeni liniowej, która jest uogólnieniem przestrzeni wektorowej. Jej elementami są wektory albo punkty, można je dodawać lub mnożyć przez liczbę.

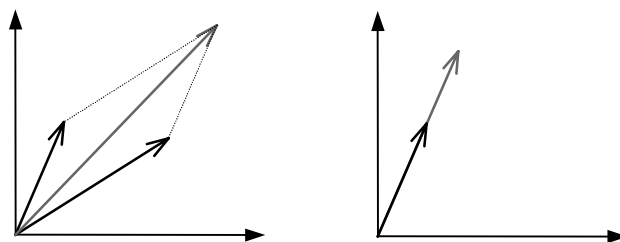
Definicja. Zbiór X nazywamy *przestrzenią liniową*, jeśli jest w nim określona operacja *dodawania*, czyli każdej parze elementów $x, y \in X$ można przyporządkować element z należący do X , zwany sumą, przy czym będą spełnione następujące warunki:

- $x + y = y + x$ (przemienność),
- $x + (y + z) = (x + y) + z$ (łączność),
- Jeśli $x + z_1 = x + z_2$, to $z_1 = z_2$ (jednoznaczność odejmowania).

Oprócz tego określone jest *mnożenie przez liczbę* (skalar), czyli dla każdego $x \in X$ i każdej liczby α , αx też należy do X , przy czym spełnione są następujące warunki:

- $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$ (łączność mnożenia),
- $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ (rozdzielność mnożenia względem dodawania elementów),
- $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ (rozdzielność mnożenia względem dodawania liczb),
- $1x = x$.

Przykłady. W przestrzeni wektorowej każdemu punktowi na płaszczyźnie odpowiada wektor o początku w środku układu współrzędnych. Działaniami na elementach przestrzeni są dodawanie wektorów oraz mnożenie wektora przez skalar (rys. 4.8).



Rys. 4.8. Dodawanie wektorów i mnożenie wektora przez liczbę
Fig. 4.8. Addition and scalar multiplication of vectors

Aksjomaty przestrzeni liniowej opisują tylko algebraiczne własności – dodawanie i mnożenie przez skalar. Dopiero wprowadzenie *normy* – odległości w tej przestrzeni – pozwala na posługiwanie się takimi pojęciami topologicznymi, jak zupełność czy zbieżność ciągu.

Definicja. *Przestrzeń unormowana* to przestrzeń liniowa, w której określono pojęcie długości wektora, czyli *normę*. Spełnia ona następujące warunki:

- $\|x\| > 0$, jeśli $x \neq 0$, $\|0\| = 0$,
- $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$ dla wszystkich liczb rzeczywistych α ,
- $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Norma jest uogólnieniem zwykłego pojęcia odległości. Normę $\|x\|$ interpretuje się jako długość wektora x lub odległość punktu x od początku układu.

Przykłady. Przestrzeń liczb rzeczywistych jest unormowaną przestrzenią z normą równą wartości bezwzględnej z liczby.

Każda przestrzeń unormowana jest przestrzenią metryczną, w której odległość punktu \mathbf{x} od punktu \mathbf{y} definiowana jest jako

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|.$$

Tak zdefiniowana odległość spełnia wszystkie aksjomaty metryki. Dlatego takie pojęcie jak zbieżność punktów odnosi się również do przestrzeni unormowanej, co określane jest jako zbieżność według normy.

Przestrzenią liniową jest przestrzeń n -wymiarowa. Dla punktu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ zdefiniujemy normę w następujący sposób

$$\|\mathbf{x}\|_p = (\sum |x_i|^p)^{1/p} \quad \text{jeśli } p \geq 1.$$

Dla $p = 1$ otrzymujemy

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum |x_i|,$$

a dla $p = 2$ mamy odległość euklidesową

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum x_i^2}.$$

Podajmy jeszcze inny przykład normy

$$\|\mathbf{x}\|_{\max} = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|).$$

Jeżeli \mathbf{y} aproksymuje \mathbf{x} , to norma $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ mierzy błąd aproksymacji, odległość między nimi. Jeżeli $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, to można stosować błąd względny zdefiniowany jako $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|/\|\mathbf{x}\|$.

Ponieważ norma jest funkcją ciągłą [54], więc stosuje się do niej twierdzenie Weierstrassa, które zapewnia, że dla elementów ze zbioru zwartego norma przyjmie wartość minimalną, odpowiadającą rozmieszczeniu optymalnemu, choć nie wiadomo, czy jest to rozwiązanie jedyne.

Należy pamiętać, że w ogólnym przypadku metoda kolejnych przybliżeń zapewnia tylko lokalną zbieżność, ponieważ jej wadą jest to, że pierwsze przybliżenie powinno być dostatecznie blisko rozwiązania.

Jeśli przestrzeń liniowa jest zupełna w normie (tzw. przestrzeń Banacha), to w trakcie poszukiwania optymalnego punktu (wektora) powinien być generowany taki ciąg punktów, w którym każdy następny wyraz będzie lepszy od poprzedniego (przynajmniej od pewnego miejsca), a punkt optymalny jest jego granicą. W celu sprawdzenia efektywności postępowania trzeba zaproponować kryterium zbieżności, jakim jest np. kryterium Cauchy'ego (por. rozdz. 6).

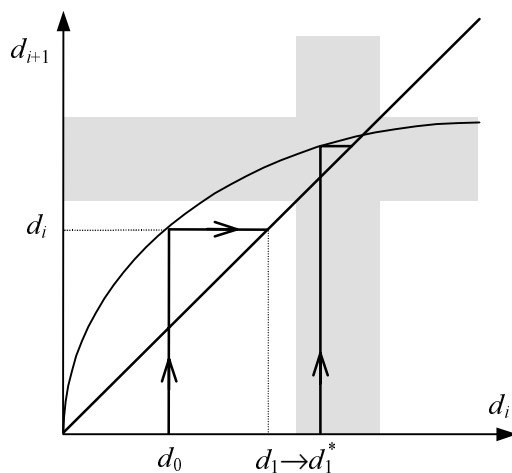
W podsumowaniu należy podkreślić:

- Przytoczone wyżej definicje i twierdzenia starano się odnieść do modeli *przesunięć bilansujących*, które mają za zadanie wyznaczenie takiej struktury zagospodarowania przestrzennego, w której będzie zapewniona równowaga w układzie kontaktów, co określa równanie $\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d})$. Jak wiadomo, rozwiązanie poszukiwane jest metodą *iteracyjną* polegającą na tym, że w kolejnych krokach oblicza się przybliżone rozwiązanie według tej samej procedury, ze wzoru $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{d}_i)$.

- Problem znalezienia optymalnego rozmieszczenia wyrażony w terminach poszukiwania punktu stałego odwzorowania $\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d})$, gdzie \mathbf{F} jest ciągłe, dotyczy modeli *przesunięcie celów*, *przesunięcie ogólne* i modelu *wahadłowego*. Odpowiednie twierdzenia zapewniają istnienie rozwiązania, chociaż nie wiemy, czy jest ono jedyne.

- W modelu *przesunięcie źródeł* w równaniu $\mathbf{O}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{O}_i)$ funkcja modelowa nie jest funkcją ciągłą, co tłumaczyłoby brak zbieżności ciągu przybliżeń w niektórych symulacjach.

- W wariantach modeli, w których wprowadzono procedury tłumiące (modyfikujące rozmieszczenie, jeśli nastąpiło przekroczenie progów) może nastąpić albo przyspieszenie uzyskania rozwiązania (rys. 4.9), albo rozwiązanie będzie dopuszczalne, choć gorsze od optymalnego.



Rys. 4.9. Modyfikacja procesu iteracyjnego w celu znalezienia rozkładu spełniającego założone warunki (oznaczone szarym kolorem).

Skorygowana wielkość d_1^* znajduje się bliżej rozwiązania

Fig. 4.9. Modification of the iteration procedure in order to achieve a distribution fulfilling required conditions (marked by grey colour). Corrected value d_1^* is closer to solution

- Gdy rozmieszczeniom zagospodarowania przyporządkujemy punkty przestrzeni metrycznej, to odległość między rozmieszczeniami otrzymanymi w kolejnych itera-

cjach mierzy metryka $\rho_1(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_{i+1})$, za pomocą której można oceniać szybkość zbliżania się do rozwiązania. Natomiast jeżeli rozmieszczenia aktywności będą reprezentowane przez punkty (wektory) przestrzeni liniowej, to tę samą rolę pełni norma $\|\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{i+1}\|$, która przyjmuje najmniejszą wartość dla poszukiwanego rozmieszczenia zbilansowanego, odpowiadającego równowadze w układzie kontaktów.

- Metoda iteracyjna, stosowana do znalezienia optymalnego rozwiązania, może działać wolno, jeżeli założone na początku modelowania rozmieszczenie wstępne znajduje się „daleko” od szukanego rozwiązania. Ponieważ nie ma gwarancji, że rozwiązanie jest jedyne, więc w zależności od przyjęcia rozmieszczenia wstępnego możemy otrzymać któreś z rozwiązań lokalnych.

- W przypadku modeli *przesunąć bilansujących* nie mamy do czynienia ani z przekształceniem zwężającym, ani z liniowym, co nie pozwala skorzystać z prawdziwych dla tych przekształceń oszacowań bliskości rozwiązania.

5. Równowaga w wybranych systemach osadniczych

Treścią rozdziału jest prezentacja wyników symulacji za pomocą wybranych modeli *przesunięć bilansujących* w odniesieniu do systemów osadniczych, zarówno teoretycznych jak i rzeczywistych, różniących się liczbą rejonów i rozmiarem sieci komunikacyjnej.

Poszukiwany jest taki stan zagospodarowania, który zapewni równowagę między popytem (liczbą przyjazdów) a podażą (wielkością zagospodarowania celowego).

Rozpoczęto od poszukiwania zagospodarowania zbilansowanego dla systemów osadniczych składających się z zaledwie dwóch lub trzech rejonów, co pozwoliło na posłużenie się, oprócz metody kolejnych przybliżeń, metodą graficzną.

5.1. Dwurejonowy system osadniczy

Najpierw weźmy pod uwagę system, który składa się jedynie z dwóch rejonów połączonych odcinkiem sieci komunikacyjnej. Zgodnie z formułą modelu pośrednich możliwości, na liczbę przyjazdów do rejonu pierwszego (mówiąc inaczej – na liczbę chętnych zainteresowanych ofertą w rejonie pierwszym) składa się część mieszkańców rejonu pierwszego (własnego) oraz grupa przybywających z rejonu drugiego, czyli

$$F_1(d_1, d_2) = O_1 [1 - \exp(-s_1 d_1)] + O_2 [\exp(-s_2 d_2) - \exp(-s_2 (d_1 + d_2))].$$

Analogicznie otrzymujemy postać funkcji opisującej przyjazdy do rejonu drugiego

$$F_2(d_1, d_2) = O_1 [\exp(-s_1 d_1) - \exp(-s_1 (d_1 + d_2))] + O_2 [1 - \exp(-s_2 d_2)].$$

Zmienne O_1 , O_2 oznaczają np. liczbę ludności, d_1 , d_2 to zagospodarowanie celowe zlokalizowane odpowiednio w rejonie pierwszym i drugim, natomiast s_1 , s_2 to selektywności charakteryzujące wybredność mieszkańców obu rejonów.

5.1.1. Metoda graficzna dla ustalonego zagospodarowania źródłowego

Naszym celem jest znalezienie takich wielkości zagospodarowania celowego w rejonie 1 i 2, które zapewni równowagę w systemie, przy założeniu, że wielkości potencjałów źródłowych O_1 , O_2 są znane. Dodatkowo przyjmijmy, że suma celów jest równa sumie źródeł czyli $O_1 + O_2 = d_1 + d_2 = D$. Wówczas liczbę przyjazdów do rejonów można wyrazić jako funkcje tylko jednej zmiennej

$$F_1(d_1, d_2) = F_1(d_1, D - d_1) = F_1(d_1),$$

$$F_2(d_1, d_2) = F_2(d_1, D - d_1) = F_2(d_1).$$

Ponieważ szukamy „równoważonego” rozmieszczenia aktywności celowych, więc liczba przyjazdów do rejonu powinna się równać liczbie zlokalizowanych tam celów, dlatego muszą być spełnione następujące równości

$$d_1 = F_1(d_1),$$

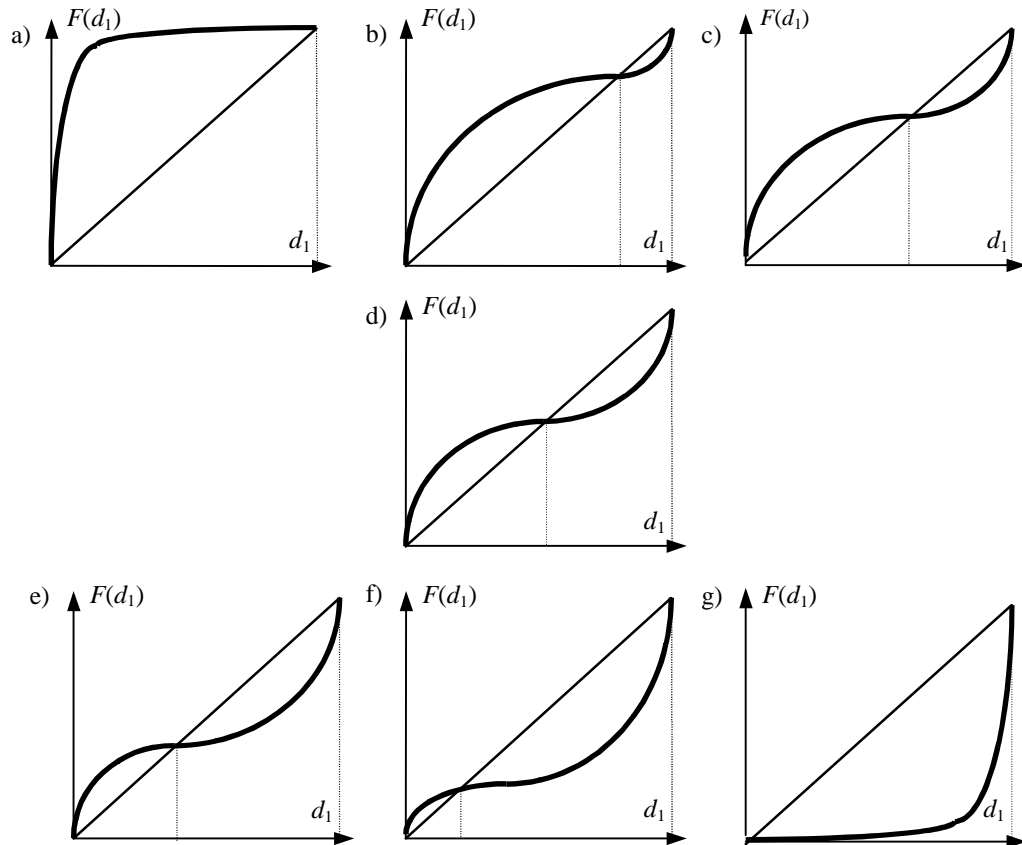
$$d_2 = D - d_1 = F_2(d_1).$$

Zobaczymy, jak zmieniają się wykresy funkcji $F_1(d_1)$ w zależności od tego w jakich proporcjach rozmieszczono 30 tysięcy źródeł w dwóch rejonach (rys. 5.1). Parametr selektywności s został policzony ze wzoru $s = \ln(1/R)/a$ (por. rozdz. 2.2). Przyjęto, że frakcja R równa się 0,0001, co oznacza, że taki ułamek z rozpoczętych 30000 podróży nie znajdzie odpowiedniej okazji w układzie, w którym jest zlokalizowanych $a = 30000$ celów.

Funkcja $F_1(d_1)$ określa zależność liczby przyjazdów do rejonu 1 od wielkości zlokalizowanego w nim zagospodarowania, odzwierciedla atrakcyjność tego rejonu. Jak widać, kształt funkcji zmienia się od funkcji wklęsłych (a), przez wklęsło-wypukłe (b–f) do wypukłych¹ (g). Wynika to z faktu, że funkcja $F_1(d_1)$ jest sumą funkcji wklęsłej (podróże własne) i wypukłej (podróże spoza własnego rejonu).

Znalezienie wielkości zagospodarowania celowego, które zapewni zbilansowanie się liczby podróży z liczbą celów w rejonie pierwszym sprowadza się do wyznaczenia takich wartości d_1 , dla których funkcja $y = F_1(d_1)$ i prosta $y = d_1$ mają punkty wspólne. W skrajnym przypadku, gdy potencjał źródłowy jednego z rejonów dominuje nad drugim, w rejonie pierwszym notuje się albo nadwyżkę przyjazdów nad ofertą celową (a), albo ich niedobór (g). Wtedy poszukiwana wartość d_1 równa jest odpowiednio zeru lub 30000 i mamy do czynienia z sytuacją, gdy całe zagospodarowanie jest skupione tylko w jednym rejonie. Funkcje wklęsło-wypukłe pozwalają znaleźć rozwiązanie dodatnie z przedziału (0,30000), co oznacza, że w obu rejonach znajdzie się część zagospodarowania.

¹ Przyjęto następującą definicję funkcji *wypukłej*. Funkcja h jest *wypukła*, jeśli dla każdych dwóch punktów x_1, x_2 oraz dla każdej liczby $\lambda \in [0, 1]$ zachodzi nierówność $h((1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2) \leq (1 - \lambda)h(x_1) + h(\lambda x_2)$, czyli wykres funkcji jest pod odcinkiem łączącym x_1 i x_2 . Natomiast dla funkcji *wklęsłej* jej wykres znajdzie się nad odcinkiem.



Rys. 5.1. Funkcja przyjazdów do rejonu 1 w zależności od wielkości własnego zagospodarowania dla różnego rozmieszczenia potencjałów źródłowych: a) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$, b) $O_1 = 25000$, $O_2 = 5000$, c) $O_1 = 20000$, $O_2 = 10000$, d) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, e) $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$, f) $O_1 = 5000$, $O_2 = 25000$, g) $O_1 = 1000$, $O_2 = 29000$.

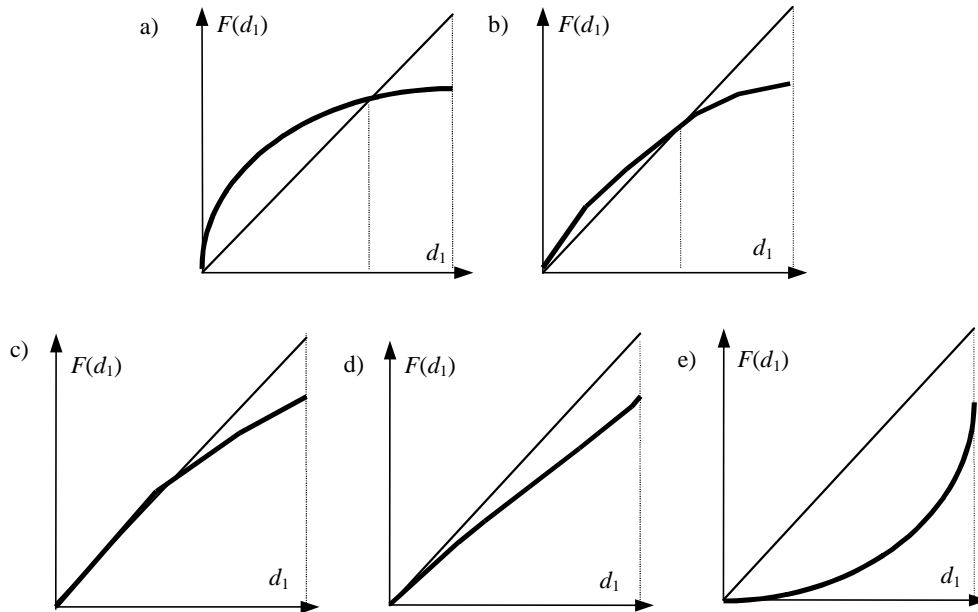
Selektywność dla $R = 0,0001$. Punkty przecięcia wyznaczają stan równowagi

Fig. 5.1. Dependence of arrivals into zone 1 upon size of own activity for different distributions of origins: a) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$, b) $O_1 = 25000$, $O_2 = 5000$, c) $O_1 = 20000$, $O_2 = 10000$, d) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, e) $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$, f) $O_1 = 5000$, $O_2 = 25000$, g) $O_1 = 1000$, $O_2 = 29000$.

Selectivity for $R = 0,0001$. Intersection points indicate state of equilibrium

Z kolei na rysunku 5.2 pokazano wykresy tej samej funkcji, ale przy założeniu, że tym razem wielu spośród mieszkańców nie znajduje satysfakcjonujących ich celów podróży we własnym układzie osadniczym. Przyjęto taką wartość selektywności, która zapewnia, że jedynie 80% osób rozpoczynających podróż znajdzie odpowiednią ofertę w ramach systemu, co oznacza, że frakcja $R = 0,2 = 1 - 0,80$. Zdecydowano się na przyjęcie tak „ostrej” selektywności, żeby uzyskać bardziej jaskrawe obrazy. Znow

mamy warianty funkcji od wklęsłych do wypukłych, choć są one bardziej spłaszczone. Dla wariantów a–c można znaleźć rozwiązanie, które jest niezerowe i zapewnia równowagę popytu i podaży w rejonie 1. Ostatnie przypadki (d–e) odpowiadają sytuacji, gdy liczba przyjazdów do rejonu 1 jest zawsze mniejsza od istniejącego zagospodarowania.



Rys. 5.2. Funkcja przyjazdów do rejonu 1 w zależności od wielkości własnego zagospodarowania dla różnego rozmieszczenia potencjałów źródłowych: a) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$, b) $O_1 = 25000$, $O_2 = 5000$, c) $O_1 = 20000$, $O_2 = 10000$, d) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, e) $O_1 = 5000$, $O_2 = 25000$. Selektyność dla $R = 0,2$.

Punkty przecięcia wyznaczają stan równowagi

Fig. 5.2. Dependence of arrivals into zone 1 upon size of own activity for different distributions of origins: a) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$,

b) $O_1 = 25000$, $O_2 = 5000$, c) $O_1 = 20000$, $O_2 = 10000$, d) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, e) $O_1 = 5000$, $O_2 = 25000$. Selectivity for $R = 0,2$.

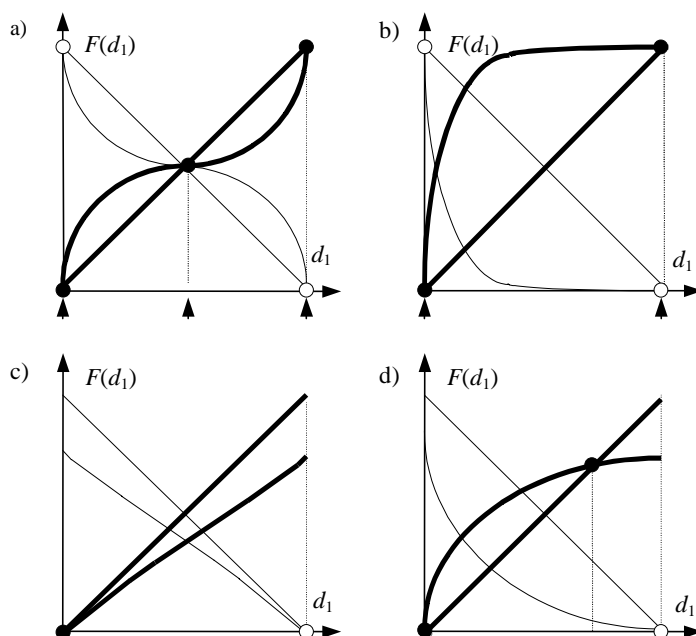
Intersection points indicate state of equilibrium

Omówione wyżej rysunki ilustrują problem znalezienia równowagi wyłącznie dla rejonu pierwszego. Na rysunku 5.3 zamieszczono jednocześnie funkcję przyjazdów do rejonu pierwszego i jego prostą „bilansową” (gruba linia) oraz funkcję przyjazdów do rejonu drugiego i jego prostą „bilansową” (cienka linia). Ponieważ obie funkcje pokazują zależność liczby przyjazdów od liczby celów rejonu pierwszego, więc liczba przyjazdów do rejonu pierwszego wyrażona jest funkcją rosnącą – im więcej zagospodarowania w tym rejonie, tym więcej przyjedzie tam chętnych. Z kolei przybycia do rejonu drugiego opisuje funkcja malejąca, ponieważ im więcej celów w rejonie pierwszym, tym mniej ich będzie

w drugim, a to wpłynie na zmniejszenie zainteresowania tym rejonem. Warianty a) i b) pokazują, że dla obu rejonów można znaleźć jednocześnie takie wielkości zagospodarowania, które zapewnią równowagę. Punkt przecięcia prostej z funkcją jest taki sam dla obu rejonów, oczywiście z pewną dokładnością zależną od R . Natomiast w wariantach c) i d) nie ma takiego rozwiązania, które byłoby dobre dla obu rejonów. Przyczyna tego leży w tym, że mechanizm modelowy generujący liczbę podróży dla ostrej selektywności (czemu odpowiada duża wartość R) powoduje, że liczba przyjazdów jest mniejsza od liczby celów. Dla systemu składającego się z dwóch rejonów o potencjale źródłowym O_1 i O_2 pokazuje następująca nierówność

$$F_1(d_1, d_2) + F_2(d_1, d_2) = (1 - R_1) O_1 + (1 - R_2) O_2 < O_1 + O_2 = d_1 + d_2,$$

gdzie R_1 i R_2 to frakcje podróży, które rozpoczynają się w rejonie 1 i 2 i nie znajdują właściwej okazji w systemie.



Rys. 5.3. Bilansowanie się przyjazdów do rejonów z potencjałami celowymi (linia gruba – rejon 1, cienka – rejon 2). Selektynność dla frakcji $R = 0,0001$.

Źródła: a) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, b) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$.

Selektynność dla frakcji $R = 0,2$. Źródła: c) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, d) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$.

Strzałki wskazują wspólne rozwiązanie dla obu rejonów

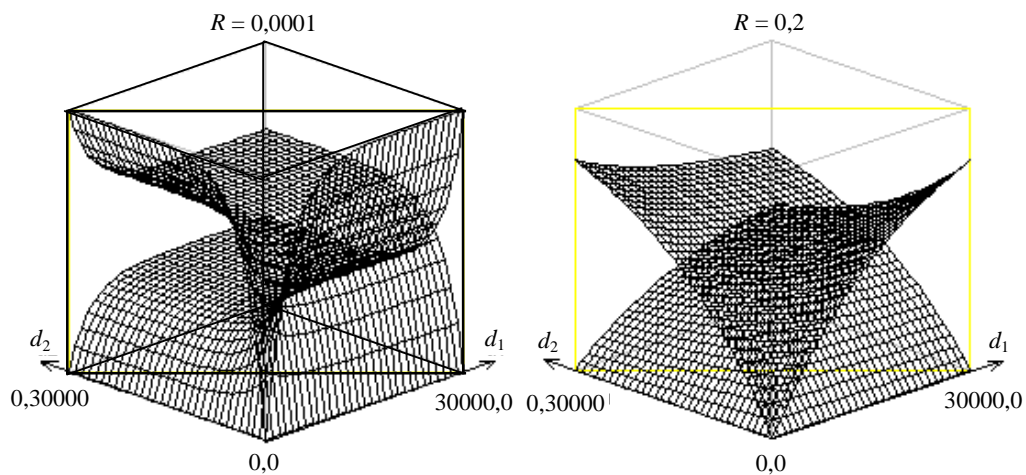
Fig. 5.3. Balance between the number of arrivals into zones and size of own destination activities (thick lines – zone 1, thin lines – zone 2). Selectivity for $R = 0,0001$.

Origin distributions: a) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, b) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$.

Selectivity for $R = 0,2$. Origin distributions: c) $O_1 = 15000$, $O_2 = 15000$, d) $O_1 = 29000$, $O_2 = 1000$.

Arrows point common solutions for both zones

Jeśli zrezygnuje się z warunku, że suma potencjałów celowych ma być równa sumie potencjałów źródłowych, to funkcje przybyć $F_1(d_1, d_2)$ oraz $F_2(d_1, d_2)$ zależą od dwóch zmiennych, ich obrazem są powierzchnie w przestrzeni trójwymiarowej. Na rysunku 5.4 pokazano wykresy wspomnianych funkcji dla dwóch różnych selektywności odpowiadających frakcji $R = 0,0001$ i $R = 0,2$. W obu przypadkach wielkość potencjału źródłowego w rejonie 1 równa się $O_1 = 10000$, a w drugim $O_2 = 20000$. Prezentowane powierzchnie, w postaci obiektów siatkowych, wygenerowano dla punktów (d_1, d_2) co 1000 jednostek, które zmieniały się od zera do 30000. Widać wpływ selektywności na kształt powierzchni, dla bardziej „wybrednych” mieszkańców są one mocniej spłaszczone.



Rys. 5.4. Przyjazdy do rejonu 1 i 2 jako funkcje zagospodarowania celowego. Potencjały źródłowe:

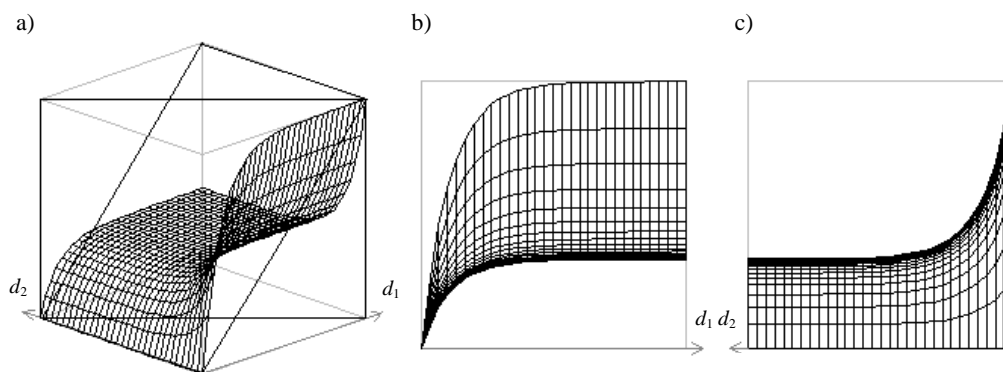
$O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selektywność odpowiada $R = 0,0001$ i $R = 0,2$

Fig. 5.4. Arrivals into zone 1 and 2 as functions of destination activity. Origin masses:

$O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selectivity for $R = 0,0001$ and $R = 0,2$

Przyjrzyjmy się wykresowi funkcji $F_1(d_1, d_2)$, funkcji przyjazdów do rejonu 1 dla selektywności odpowiadającej $R = 0,0001$ (rys. 5.5). Widać, że jest to funkcja wklęsła, jeśli uwzględniamy zależność od własnych celów (b) oraz wypukła, gdy bierze się pod uwagę zależność od zagospodarowania w rejonie drugim (c). Przecięcie tej powierzchni płaszczyzną prostopadłą do płaszczyzny $d_1 d_2$ i przechodzącą przez przekątną łączącą punkty $(0,30000)$ i $(30000,0)$ i wyznaczy na niej funkcję wklęsło-wypukłą, która pokrywa się z przypadkiem przedstawionym na rys. 5.1e. Wynika to z tego, że punkty leżące na przekątnej spełniają warunek, że wielkość zagospodarowania w systemie jest stała i wynosi 30000. Na rysunku 5.5a umieszczono dodatkowo płaszczyznę „bilansową” $z = d_1$. Punkty przecięcia tej płaszczyzny z powierzchnią

$F_1(d_1, d_2)$, zrzutowane na płaszczyznę $d_1 d_2$ wyznaczają takie wielkości zagospodarowania w rejonach 1 i 2 (d_1, d_2), które zapewnią równowagę między liczbą przyjazdów do rejonu 1 a jego ofertą celową.

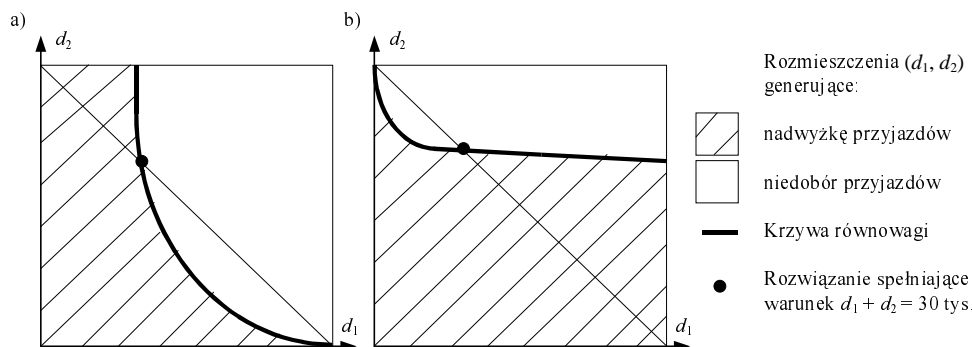


Rys. 5.5. Przyjazdy do rejonu 1 jako funkcja liczby celów w rejonie 1 (d_1) i 2 (d_2).

Selektywność dla $R = 0,0001$. Zależność od celów: a) w obu rejonach, b) w rejonie 1, c) w rejonie 2

Fig. 5.5. Arrivals into zone 1 as function of the number of destinations in zone 1 (d_1) and 2 (d_2).

Selectivity for $R = 0.00001$. Dependence upon destination activity a) in both zones b) in zone 1 c) in zone 2



Rys. 5.6. Krzywe równowagi wyznaczone metodą graficzną, które zapewniają bilans w rejonie:

a) pierwszym, b) drugim

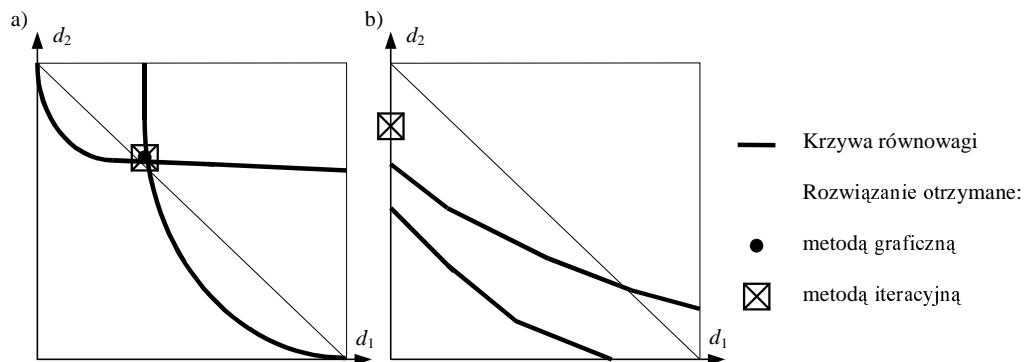
Fig. 5.6. Curves of equilibrium (generated by graphic method for:

a) zone 1, b) zone 2

W celu znalezienia punktów przecięcia powierzchni $F_1(d_1, d_2)$ z płaszczyzną „bilansową” zastosowano uproszczoną metodę graficzną. Obiekt siatkowy został powleczone powierzchnią ciągłą, co pozwoliło na wyznaczenie krzywej utworzonej z punktów przecięcia tej powierzchni z płaszczyzną $z = d_1$. Krzywa ta, zrzutowana na płaszczyznę $d_1 d_2$, wyznaczyła granicę między obszarem rozmieszczeń

generujących nadwyżkę (tam, gdzie liczba przyjazdów jest większa od liczby celów) a obszarem rozmieszczeń z niedoborami (rys. 5.6a). Punkty leżące na krzywej odpowiadają takim rozmieszczeniom celów w obu rejonach (d_1 , d_2), które zapewniają bilansowanie się liczby przyjazdów do rejonu 1 z jego ofertą celową. Podobnie punkty przecięcia funkcji $F_2(d_1, d_2)$ z płaszczyzną $z = d_2$ pozwalają znaleźć punkty równowagi dla rejonu drugiego (rys. 5.6b). Z kolei punkt przecięcia krzywej z przekątną wyznacza rozwiązanie „zrównoważone”, którego wielkość całkowita wynosi 30 tysięcy.

Na następnym rysunku przedstawiono, wyznaczone tą metodą, krzywe bilansowe dla dwóch różnych selektywności. W pierwszym przypadku, gdy w obu rejonach selektywność odpowiada $R = 0,0001$, rozwiązanie jest bardzo blisko prostej $d_1 + d_2 = 30000$ (rys. 5.7a). Natomiast dla selektywności wyliczonej dla frakcji $R = 0,2$ krzywe te nie mają punktu wspólnego, co jest spowodowane przyjęciem „ostrej” selektywności (rys. 5.7b).



Rys. 5.7. Krzywe równowagi dla rejonu 1 i 2, wyznaczone metodą graficzną dla selektywności odpowiadającej frakcji: a) $R = 0,0001$ (istnieje rozwiązanie), b) $R = 0,2$ (brak rozwiązania)
 Fig. 5.7. Curves of equilibrium (generated by graphic method) for zone 1 and 2. Selectivity for: a) $R = 0,0001$ (existence of solution), b) $R = 0,2$ (non-existence of solution)

5.1.2. Metoda iteracyjna – model przesunięcie celów

Dla tego samego przykładu, przy ustalonych potencjałach źródłowych, szukano zbilansowanego rozmieszczenia celów, tym razem metodą iteracyjną, co oznaczało użycie modelu *przesunięcie celów*. Wykonano symulacje dla czterech zestawów selektywności, przy siedmiu różnych rozmieszczeniach wstępnych potencjałów celowych. We wszystkich wariantach przyjęto, że potencjały źródłowe przyjmują wartości $O_1 = 10000$ i $O_2 = 20000$. Wyniki modelowania zamieszczono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1

System dwurejonowy. Model *przesunięcie celów*.
 Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. W obu rejonach ta sama selektywność

Wariant rozmieszczenia wstępnego potencjałów celowych (d_1, d_2)	Selektywność dla $R = 0,0001$ w zbiorze 30000 celów		Selektywność dla $R = 0,2$ w zbiorze 30000 celów	
	Wynikowe rozmieszczenie celów	Nr iteracji, w której uzyskano rozwiązanie	Wynikowe rozmieszczenie celów	Nr iteracji, w której uzyskano rozwiązanie
1, 29999	9492, 20505	14	0, 24000	8
100, 29900	9492, 20505	10	0, 24000	81
1000, 29000	9492, 20505	9	0, 24000	115
10000, 20000	9492, 20505	7	0, 24000	138
20000, 10000	9492, 20505	7	0, 24000	144
29000, 1000	9492, 20505	10	0, 24000	151
29999, 1	9492, 20505	14	0, 24000	169

Po zanalizowaniu otrzymanych wyników, dochodzimy do zaskakującego wniosku: faktem jest, że bez względu na początkowe rozmieszczenie zagospodarowania celowego uzyskano to samo rozwiązanie (ekwifinalność). W niektórych przypadkach dochodzenie do rozwiązania wymagało przeprowadzenia dużej liczby iteracji. Dla selektywności odpowiadającej $R = 0,0001$ otrzymujemy rozwiązanie w tej samej liczbie kroków, startując od krańcowo różnych rozmieszczeń początkowych, z których jedno jest bliższe rozwiązaniu. Wystarczy porównać np. (1, 29999) z (29999, 1). Świadczyłoby to o różnym tempie dochodzenia do rozwiązania w poszczególnych iteracjach. Startując z „gorszego” rozkładu aktywności (bardziej oddalonego od równowagi) udało się uzyskać cel w tej samej liczbie iteracji.

Na rysunku 5.7 zaznaczono wymodelowane iteracyjnie rozwiązania. Dla frakcji $R = 0,0001$ pokrywa się ono z rozwiązaniem otrzymanym metodą graficzną. Jak wcześniej wspomniano, dla $R = 0,2$ rezultaty uzyskane metodą graficzną pokazują, że nie ma takiego rozmieszczenia, które byłoby dobre jednocześnie dla obu rejonów. Natomiast iteracyjnie uzyskaliśmy rozwiązanie za cenę przerwienia całej działalności do rejonu 2.

Tabela 5.2 prezentuje wyniki modelowania z zastosowaniem modelu *przesunięcie celów*, gdy selektywność jest zróżnicowana w rejonach. W pierwszym wariantcie mieszkańcy rejonu pierwszego są mniej „wybredni” niż w rejonie drugim (selektywności wyliczono odpowiednio dla $R_1 = 0,0001$ i $R_2 = 0,2$), w drugim mamy sytuację odwrotną.

Tabela 5.2

System dwurejonowy. Model *przesunięcie celów*.
Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Zróżnicowanie selektywności w rejonach

Wariant rozmieszczenia wstępnego potencjałów celowych (d_1, d_2)	Selektywność w zbiorze 30000 celów dla $R_1 = 0,0001$ (rejon 1) i $R_2 = 0,2$ (rejon 2)		Selektywność w zbiorze 30000 celów dla $R_1 = 0,2$ (rejon 1) i $R_2 = 0,0001$ (rejon 2)	
	Wynikowe rozmieszczenie celów	Nr iteracji, w której uzyskano rozwiązanie	Wynikowe rozmieszczenie celów	Nr iteracji, w której uzyskano rozwiązanie
1, 29999	18777, 7222	45	0, 27998	2
100, 29900	18777, 7222	42	0, 27998	14
1000, 29000	18777, 7222	40	0, 27998	17
10000, 20000	18777, 7222	38	0, 27998	18
20000, 10000	18777, 7222	32	0, 27998	18
29000, 1000	18777, 7222	50	0, 27998	20
29999, 1	18777, 7222	91	0, 27998	23

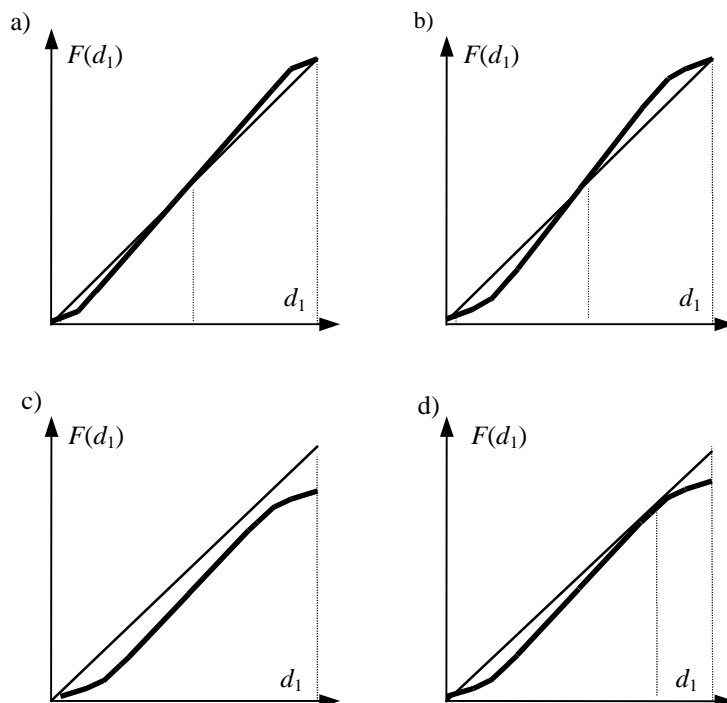
Dla pierwszego zestawu selektywności uzyskano zbilansowane rozmieszczenie aktywności zlokalizowane w obu rejonach, to samo dla wszystkich wstępnych rozmieszczeń zagospodarowania celowego. W otrzymanym rozwiązaniu (18777, 7222) większa porcja zagospodarowania znalazła się w rejonie 1, gdzie mieszkańcy są mniej „wybredni”. Na atrakcyjności zyskał rejon 1, który oprócz własnych mniej „wybrednych” mieszkańców obsłużył część podróżnych z rejonu 2, którzy nie akceptują dużej liczby okazji we własnym rejonie. Dla drugiego zestawu selektywności cele zostały przesunięte do rejonu 2, gdzie mieszkańcy są mniej wymagający. Ich przewaga liczebna spowodowała, że całe zagospodarowanie zostało zlokalizowane w tym rejonie.

5.1.3. Metoda graficzna dla zmiennych potencjałów źródłowych

Poszukujemy teraz zbilansowanego zagospodarowania zarówno źródłowego, jak i celowego, przy założeniu, że w każdym rejonie wielkości mas źródłowych mają się równać celowym. Dodatkowo przyjmujemy, że $d_1 + d_2 = O_1 + O_2 = D$, gdzie D równa się 30000.

Na rysunku 5.8 dla kilku zestawów selektywności zamieszczono wykresy funkcji opisujących przyjazdy do rejonu 1, jako funkcji zlokalizowanego w nim zagospodarowania celowego d_1 , czyli

$$F_1(d_1) = F_1(d_1, D - d_1) = d_1 [1 - \exp(-s_1 d_1)] + (D - d_1)[\exp(-s_2 (D - d_1)) - \exp(-s_2 D)].$$



Rys. 5.8. Przyjazdy do rejonu 1 jako funkcja własnego zagospodarowania przy założeniu, że potencjały źródłowe równają się celowym. Selektowności w rejonie 1 i 2 odpowiadały frakcjom:

a) $R_1 = 0,0001$, $R_2 = 0,0001$, b) $R_1 = 0,01$, $R_2 = 0,01$, c) $R_1 = 0,15$, $R_2 = 0,09$, d) $R_1 = 0,09$, $R_2 = 0,15$

Fig. 5.8. Arrivals into zone 1 as function of own destinations in zone 1 (d_1). Origins and destinations are the same in size. Selectivity in zone 1 and 2 for:

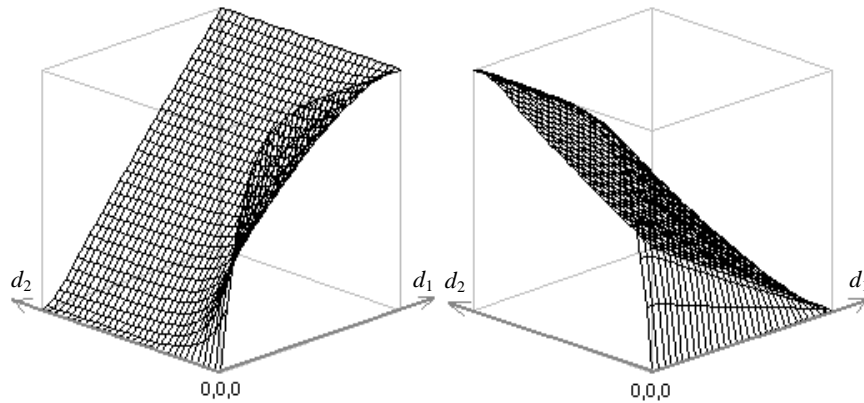
a) $R_1 = 0.0001$, $R_2 = 0.0001$, b) $R_1 = 0.01$, $R_2 = 0.01$, c) $R_1 = 0.15$, $R_2 = 0.09$, d) $R_1 = 0.09$, $R_2 = 0.15$

Są to funkcje wypukło-wklęsłe, podczas gdy dla ustalonych źródeł (por. rys. 5.1) mieliśmy do czynienia z funkcjami wklęsło-wypukłymi. Jak widać, dla a) i b) istnieje rozmieszczenie zbilansowane zlokalizowane w obu rejonach, z tym że w przypadku d) funkcja przyjazdów nie przecina prostej bilansowej a ją jedynie dotyka. Wariant c) odpowiada sytuacji stałych niedoborów w rejonie 1, liczba akceptacji jest mniejsza od potencjałów celowych.

Funkcje przyjazdów można również interpretować jako funkcje pokazujące jak wielkość potencjału celowego zależy od liczby celów w iteracji poprzedniej. W rozdziale 8 prezentowane tu wykresy będą omówione w kontekście teorii systemów dynamicznych.

Jeśli zrezygnować z założenia, że globalna wielkość zagospodarowania jest ustalona ($d_1 + d_2 = D$), to wykresami funkcji przyjazdów do rejonu 1 i 2 są powierzchnie w przestrzeni trójwymiarowej (rys. 5.9). Stosując wspomnianą wyżej metodę graficzną wyznaczono krzywe równowagi dla obu rejonów. Ich punkt przecięcia o współ-

rzędnych (14999, 14999) wyznacza rozwiązanie odpowiadające równo rozmieszczonym celom w obu rejonach.



Rys. 5.9. Funkcje przyjazdów do rejonu 1 i 2 jako funkcja zagospodarowania celowego w rejonie 1 i 2 przy założeniu, że potencjały źródłowe równają się celowym.

Selektywność odpowiada frakcji $R = 0,0001$

Fig. 5.9. Arrivals into zone 1 and 2 as function of own destinations. Origins and destinations are the same in size. Selectivity for $R = 0.0001$

5.1.4. Metoda iteracyjna – model *przesunięcie ogólne*

W tabeli 5.3 zamieszczono wyniki wybranych symulacji wykonywanych za pomocą modelu *przesunięcie ogólne*.

Tabela 5.3

System dwurejonowy. Model *przesunięcie ogólne*. Selektywności dla $R = 0,0001$

Wstępne rozmieszczenie zagospodarowania		Wymodelowane cele	Wstępne rozmieszczenie zagospodarowania		Wymodelowane cele
źródła	cele		źródła	cele	
10000, 20000	10000, 20000	0, 29997	10000, 20000	10000, 20000	0, 29997
10000, 20000	20000, 10000	0, 29997	20000, 10000	10000, 20000	29997, 0
10000, 20000	15000, 15000	0, 29997	15000, 15000	10000, 20000	0, 29997
10000, 20000	1000, 29000	0, 29997	1000, 29000	10000, 20000	0, 29997
10000, 20000	29000, 1000	29997, 0	29000, 1000	10000, 20000	29997, 0

Największa liczba iteracji potrzebna do uzyskania rozwiązania wyniosła 25. Jak widać, w rezultacie modelowania cała aktywność była lokalizowana tylko w jednym

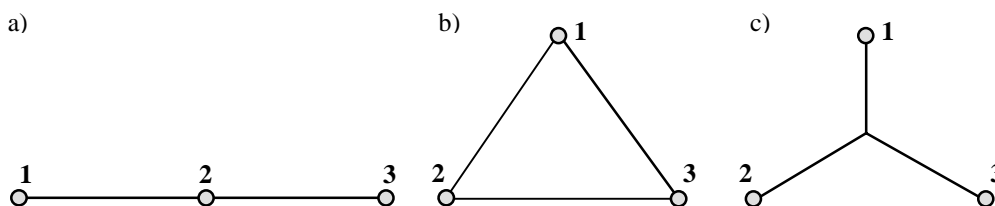
rejonie i od rozmieszczenia wstępnego zależało, w którym. Zamieszczone tu przykłady pokazują, że wstępne rozłożenie źródeł miało większy wpływ od rozłożenia celów.

Jedynie dla równo zlokalizowanego zagospodarowania wstępnego, źródłowego i celowego, otrzymano symetryczne rozmieszczenie wynikowe równe (14999, 14999). To właśnie rozwiązanie pokrywa się ze stanem równowagi wyznaczonym metodą graficzną.

Jak widać z tabeli wyników, dla systemu składającego się z dwóch rejonów za pomocą modelu *przesunięcie ogólne* można uzyskać trzy różne rozwiązania, zależne od wstępnego rozmieszczenia. Zauważa się tendencję do przerzucania całego zagospodarowania do jednego z rejonów.

5.2. System składający się z trzech rejonów

Następnie przeprowadzono symulacje dla systemu, który składa się z trzech rejonów. Na rysunku 5.10 przedstawiono uwzględnione typy sieci komunikacyjnej – liniową (a) i dwie nieliniowe (b, c). Warto zauważyć, że dwie ostatnie sieci są równoważne w modelu pośrednich możliwości, ponieważ w taki sam sposób porządkują przestrzeń celów.



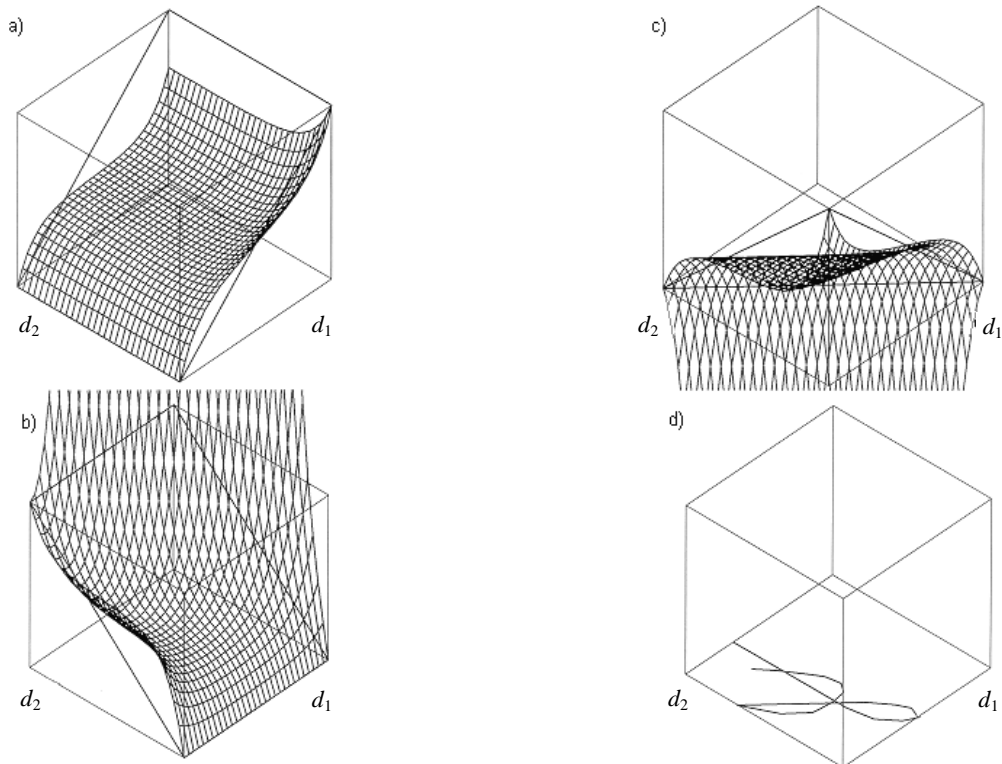
Rys. 5.10. Typy sieci komunikacyjnej dla systemu składającego się z trzech rejonów
Fig. 5.10. Types of transportation network of the settlement system consisting of three zones

5.2.1. Metoda graficzna dla ustalonych potencjałów źródłowych

Jeśli suma potencjałów celowych jest stała ($d_1 + d_2 + d_3 = D$), to funkcje przyjazdów do rejonów $F_i(d_1, d_2, d_3)$ ($i = 1, 2, 3$) zależą jedynie od dwóch zmiennych ($F_i(d_1, d_2, D - (d_1 + d_2)) = F_i(d_1, d_2)$), co umożliwia zrobienie ich wykresów w przestrzeni trójwymiarowej. Płaszczyzny pokazane na rysunku 5.11a, b, c wygenerowano dla równych potencjałów źródłowych: $O_1 = O_2 = O_3 = 10000$ i parametru selektywności wyliczonego dla frakcji $R = 0,0001$ w zbiorze zawierającym 30000 celów.

Opisaną wyżej metodą graficzną (por. rozdz. 5.1.1) wyznaczono krzywe równowagi dla każdego z rejonów. Punkt przecięcia tych krzywych wyznacza stan równo-

wagi. Jak widać, istnieje rozwiązanie – z dokładnością określoną przez R – dobre dla wszystkich rejonów (rys. 5.11d).

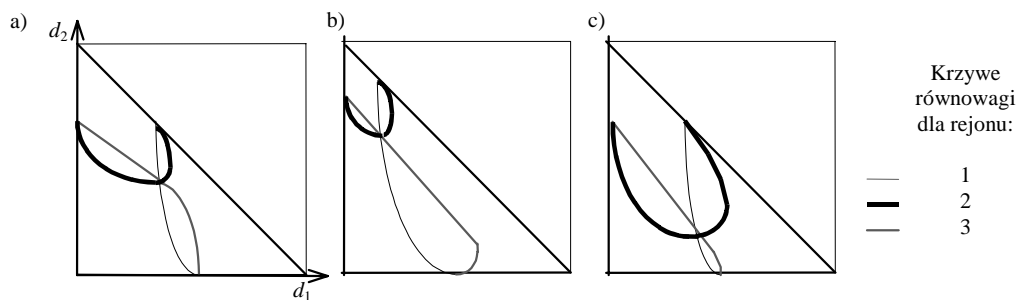


Rys. 5.11. System składający się z trzech rejonów. Sieć liniowa. Równomierne rozmieszczenie źródeł.
 a), b), c) Funkcje przyjazdów do rejonu 1, 2 i 3, d) Krzywe równowagi wyznaczone metodą graficzną
 Fig. 5.11. The settlement system consisting of three zones. Linear transportation system.
 Uniform distribution of origins. a), b), c) Functions of arrivals into zone 1, 2 and 3,
 d) Curves of equilibrium generated by graphic method

„Zrównoważone” zagospodarowanie znaleziono dla różnych proporcji potencjałów źródłowych (rys. 5.12). Były to następujące rozmieszczenia:

- równomierne ($O_1 = 10000$, $O_2 = 10000$, $O_3 = 10000$),
- z największą masą źródłową w centrum układu ($O_1 = 8000$, $O_2 = 14000$, $O_3 = 8000$),
- z największym potencjałem źródłowym w rejonie 1 ($O_1 = 14000$, $O_2 = 8000$, $O_3 = 8000$),
- z maksymalnymi źródłami na krańcach układu ($O_1 = 12000$, $O_2 = 6000$, $O_3 = 12000$).

Jak się należało spodziewać, dla wszystkich wariantów otrzymano podobny kształt krzywych „równowagi”, ale z inaczej umiejscowionym rozwiązaniem.



Rys. 5.12. Krzywe równowagi wyznaczone metodą graficzną. Zależność rozwiązania $(d_1, d_2, 30000 - (d_1 + d_2))$ od rozmieszczenia potencjałów źródłowych:

a) $O_1 = O_2 = O_3 = 10000$, b) $O_1 = O_3 = 8000, O_2 = 14000$, c) $O_1 = O_3 = 12000, O_2 = 6000$.

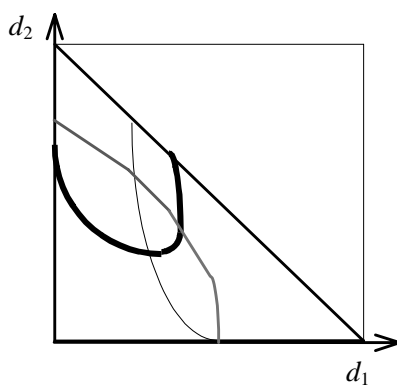
Sieć liniowa. Selektowność dla $R = 0,0001$

Fig. 5.12. Curves of equilibrium generated by graphical method. Dependence of solution

$(d_1, d_2, 30000 - (d_1 + d_2))$ upon origin distributions: a) $O_1 = O_2 = O_3 = 10000$, b) $O_1 = O_3 = 8000, O_2 = 14000$, c) $O_1 = O_3 = 12000, O_2 = 6000$. Linear transportation network. Selectivity for $R = 0.0001$

Linear transportation network. Selectivity for $R = 0.0001$

Dla „ostrzejszej” selektowności, odpowiadającej $R = 0,2$ – tak samo jak dla systemu dwurejonowego – nie można znaleźć rozwiązania dobrego dla trzech rejonów jednocześnie. Możliwe jest jedynie znalezienie punktów wspólnych dla dwóch krzywych (rys. 5.13).



Rys. 5.13. Krzywe równowagi wyznaczone metodą graficzną dla $R = 0,2$

Fig. 5.13. Curves of equilibrium generated by graphical method. Selectivity for $R = 0.2$

5.2.2. Metoda iteracyjna – model *przesunięcie celów*

W tabeli 5.4 zaprezentowano wyniki niektórych symulacji przeprowadzonych za pomocą modelu *przesunięcie celów*, których zadaniem było znalezienie rozmieszczenia zrównoważonego dla trzech rejonów przy niezmiennych potencjałach źródłowych.

Tabela 5.4

System składający się z trzech rejonów. Model *przesunięcie celów*.
Potencjały źródłowe $O_1 = O_2 = O_3 = 10000$. Liniowy układ komunikacyjny

Wariant rozmieszczenia wstępnego potencjałów celowych	Selektywność dla $R = 0,0001$ w zbiorze 30000 celów	
	Wynikowe rozmieszczenie celów	Nr iteracji, w której uzyskano rozwiązanie
8000, 14000, 8000	9703, 10590, 9703	8
1000, 1000, 28000	9703, 10590, 9703	10
14999, 2, 14999	9703, 10590, 9703	16
2, 14999, 14999	9703, 10590, 9703	17

Podobnie jak dla systemu składającego się z dwóch rejonów, ten sam wynik uzyskano dla różnych rozmieszczeń wstępnych. Rozwiązanie pokrywa się z wyznaczonym graficznie rozwiązaniem optymalnym (por. rys. 5.11d). Większą porcję zagospodarowania zanotowano w środku układu, co nie dziwi, ponieważ w tych modelowaniach była uwzględniona liniowa sieć komunikacyjna.

Również dla pozostałych typów sieci omawiany tu system osadniczy, przy przyjętym założeniu o niezmiennych wielkościach źródeł, jest systemem ekwifinalnym.

5.2.3. Metoda iteracyjna – model *przesunięcie ogólne*

Niektóre z wyników symulacji przeprowadzonych za pomocą modelu *przesunięcie ogólne* zostały zamieszczone w tabeli 5.5.

Tabela 5.5

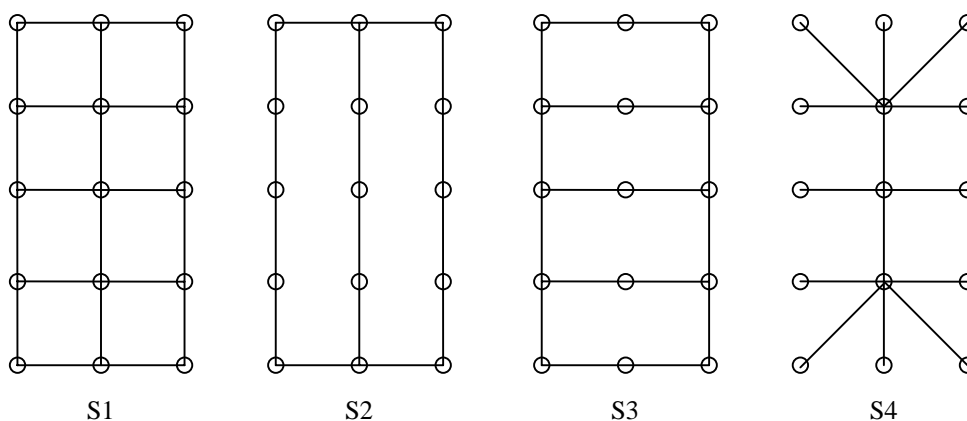
System składający się z trzech rejonów. Model *przesunięcie ogólne*.
Wstępne potencjały źródłowe $O_1 = O_2 = O_3 = 10000$. Selektywność dla $R = 0,0001$

Wariant wstępnego rozmieszczenia potencjałów celowych	Wynikowe rozmieszczenie celów	
	Liniowy układ komunikacyjny	Nieliniowy układ komunikacyjny
8000, 14000, 8000	0, 29997, 0	0, 29997, 0
1000, 1000, 28000	0, 0, 29997	0, 0, 29997
14999, 2, 14999	14998, 0, 14998	14998, 0, 14998
2, 14999, 14999	0, 29997, 0	14998, 0, 14998
10000, 10000, 10000	0, 29997, 0	9999, 9999, 9999

W wynikach ujawnia się wpływ kształtu sieci na rozmieszczenie zrównoważone. Podobnie jak dla układu dwurejonowego potwierdzona została wrażliwość modelu *przesunięcie ogólne* na rozmieszczenie wstępne. Poza tym zauważa się, większą niż w modelu *przesunięcie celów*, tendencję do „zerowania” rejonów.

5.3. Regularny system osadniczy średniej wielkości

W celu sprawdzenia, czy dla bardziej rozbudowanych sieci model *przesunięcie celów* ma cechę ekwifinalności, a model *przesunięcie ogólne* charakteryzuje się wrażliwością na początkowe rozmieszczenie, wzięto pod uwagę układ składający się z 15 rejonów, których środki ciężkości zostały usytuowane w węzłach regularnej siatki. W symulacjach uwzględniono sieć regularną (S1), sieć o dominacji tras pionowych (S2), poziomych (S3) oraz o charakterze koncentrycznym, z dwoma centrami (S4) (rys. 5.14). Oprócz tego dokonano pewnych deformacji wymienionych tu sieci, polegających na skracaniu lub wydłużaniu odcinków a także na usuwaniu niektórych elementów, by wprowadzić asymetrię.



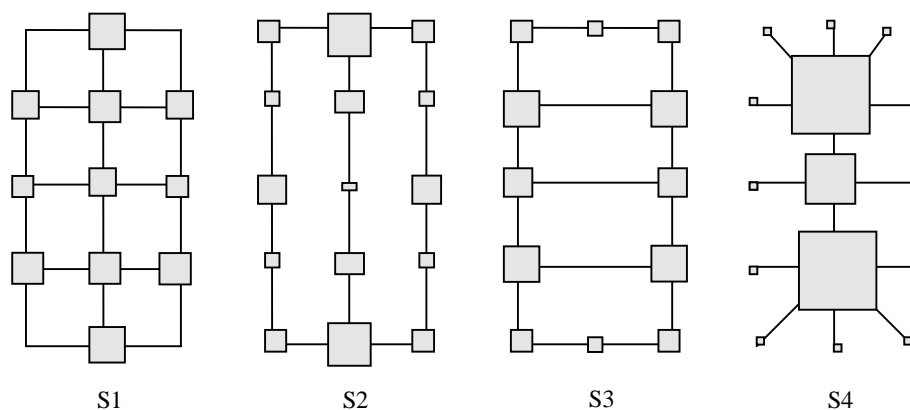
Rys. 5.14. Sieci regularnego systemu średniej wielkości

Fig. 5.14. Transportation networks for the regular medium size settlement system

Jak wiadomo, na wynik modelowania ma wpływ kształt sieci, a co za tym idzie dostępność oraz selektywność. Dotychczasowe doświadczenie wskazywało również na zależność stanu równowagi od rozmieszczenia wstępnego, choć dla pokazanych wcześniej systemów składających się z dwóch i trzech rejonów w symulacjach modelem *przesunięcie celów* równowaga nie zależała od wstępnego rozmieszczenia.

5.3.1. Model przesunięcie celów

W pierwszym etapie wygenerowano obrazy koncentracji zagospodarowania celowego używając modelu *przesunięcie celów* dla omówionych wyżej sieci połączeń. We wszystkich symulacjach, w całym układzie, zarówno wielkość zagospodarowania źródłowego, jak i celowego wynosiła 150 tysięcy. Wstępne równomierne rozmieszczenie mas źródłowych, które nie zmieniało się podczas modelowania, i celowych, które podlegało modyfikacjom było jednakowe we wszystkich rejonach. Przyjęto parametr selektywności odpowiadający frakcji $R = 0,0001$ dla całego zbioru celów. Otrzymane wyniki pokazano na rysunku 5.15.



Rys. 5.15. Model *przesunięcie celów*. Wpływ sieci na wymodelowane koncentracje celów

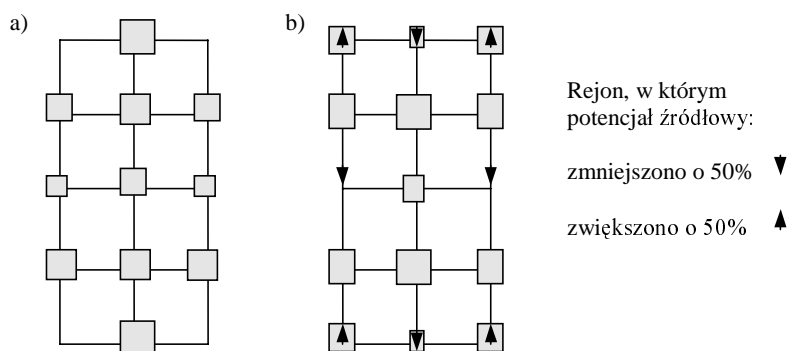
Fig. 5.15. *The shifting of destinations model.*

An influence of transport network on concentrations of goals

Widać wpływ kształtu sieci na wynikowe rozmieszczenie zagospodarowania celowego, co oczywiście nie dziwi, gdyż sieć determinuje kolejność, w jakiej będą rozważane cele. Rozmieszczenie najbardziej zbliżone do jednostajnego otrzymano dla sieci S1. Z wyjątkiem wyzerowania narożnych rejonów w pozostałych wielkości skupisk są w proporcji jak 1: 2,5. Najsilniej uwidoczniło się środkowe pasmo pionowe. Sieci S2 i S3, pozbawione części połączeń, odpowiednio poziomych i pionowych, spowodowały wyłonienie się najsilniejszych rejonów na krańcach pasm w miejscach najlepiej położonych. Sieć S4 łącząca bezpośrednio rejony leżące w środku układu, z tym, że dwa z nich są uprzywilejowane mając aż po 5 bezpośrednich połączeń z sąsiadami, spowodowała, że wykształciły się dwa silne centra i prawie wszystkie cele w nich się usytuowały oraz w rejonie leżącym między nimi.

Następnie, dla ustalonego typu sieci, badano wpływ lokalizacji źródeł na końcowy rezultat. Na rysunku 5.16 dla układu opisanego siecią S1 zaprezentowano dwa wybrane warianty – dla równomiernego rozmieszczenia mas źródłowych oraz dla zróżnicowanego, który polegał na zwiększeniu o 50% porcji źródeł w czterech rejonach zloka-

lizowanych na krańcach układu kosztem czterech innych. Otrzymywano dwa różne rozwiązania zależne jedynie od usytuowania źródeł. Zwiększenie potencjałów źródłowych zapobiegło „ucieczce” celów z tych rejonów.



Rys. 5.16. Model przesunięcia celów. Wpływ lokalizacji źródeł na wynikowe rozmieszczenie celów dla sieci S1. Potencjały źródłowe: a) równomierne, b) zróżnicowane

Fig. 5.16. The shifting of destinations model. An influence of origin locations on distribution of destinations for network S1. Origins: a) uniform, b) differentiate

Podobnie jak dla omówionych wcześniej małych systemów – dla ustalonego rozłożenia źródeł – rozmieszczenie wstępne celów nie wpływało na rezultat końcowy, jedynie na liczbę iteracji potrzebnych do uzyskania stanu równowagi. Bez względu na to z jakiego rozmieszczenia się startowało, choćby nawet odległego od rozwiązania, rezultat był ten sam. Mamy więc i tu do czynienia z cechą ekwifinalności.

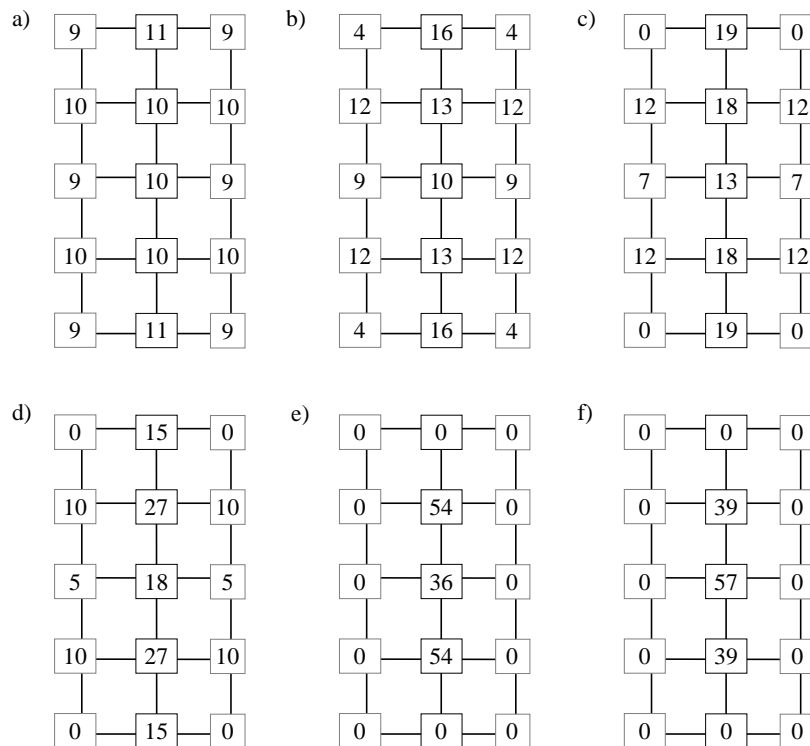
W celu pokazania wpływu selektywności na obraz wynikowy przeprowadzono symulacje dla kilku wariantów tego parametru. Wyliczono go dla różnych frakcji podróży R , które nie zakończą się w zbiorze 150 tysięcy celów (tab. 5.6). W tabeli dodatkowo zostały podane wielkości zbiorów zawierających okazje, które musiałyby być spenetrowane przy zadanej selektywności i frakcji R równej 0,0001.

Tabela 5.6

Warianty selektywności

Wariant	Frakcja R	Wartość selektywności	Liczba celów odpowiadająca selektywności, gdy $R = 0,0001$
A	0,0000000001	0,000184	60000
B	0,000001	0,000092	100000
C	0,0001	0,000061	150000
D	0,001	0,000046	200000
E	0,031	0,000023	397710
F	0,10	0,000015	600000

Obliczenia były wykonane przy założeniu, że w każdym rejonie jest taka sama porcja potencjałów źródłowych. Stanom równowagi odpowiadały różne struktury osadnicze. Ponieważ w niektórych wariantach notowano małe zróżnicowanie wielkości potencjałów celowych, co utrudniłoby graficzną prezentację wyników, podano ich wielkości w zaokrągleniu do tysiąca (rys. 5.17).



Rys. 5.17. Model *przesunięcie celów*. Wpływ parametru selektywności na wymodelowane rozmieszczenie celów. Równomierne rozmieszczenie źródeł. Sieć S1
 Fig. 5.17. *The shifting of destinations model*. An influence of selectivity parameter on concentrations of goals. Uniform origin distribution. Network S1

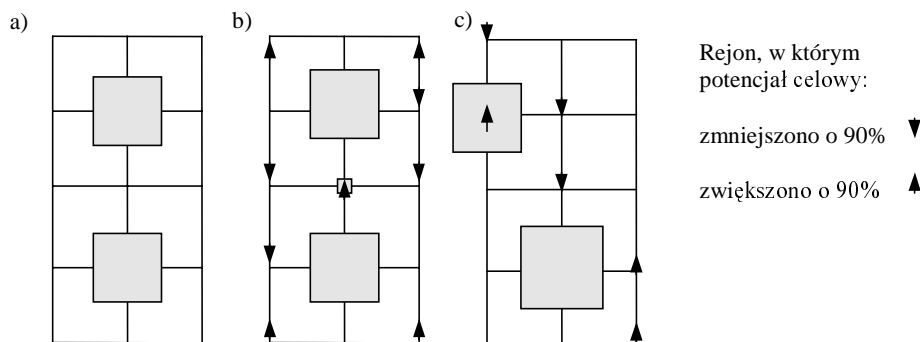
Prześledźmy jak „zaostczenie się” selektywności, z czym związane jest powiększanie obszaru penetracji, wpływa na obraz wynikowy koncentracji dla sieci S1. Początkowo rozkład jest prawie równomierny (a), następnie obserwuje się ucieczkę celów z narożnych rejonów, następuje koncentracja, przede wszystkim na środkowej pionowej nitce komunikacyjnej, z tym że początkowo największe rejony znajdują się na końcach tej osi (b, c). W wariantcie d) przesuwają się one bliżej środka układu, który wzmacnia się coraz bardziej kosztem pozostałych rejonów. Wariant e) to silny układ dwubiegunowy, składający się z trzech rejonów, który „wysłał” z całego syste-

mu wszystkie cele. Ostatecznie powstaje układ monocentryczny z kulminacją celów w środkowym rejonie (f).

5.3.2. Model przesunięcie ogólne

Jeśli w trakcie modelowania za zmianami wielkości potencjałów celowych podążają wielkości źródeł, to mamy do czynienia z modelem *przesunięcie ogólne*. Wtedy wynikowe rozmieszczenie aktywności jest „czułe” na rozmieszczenie wstępne zagospodarowania. Obrazują to przykłady symulacji dla sieci S1 i S3, przy dwóch wariantach selektywności A i C (por. tab. 5.6) i jednostajnym rozłożeniu źródeł.

Na rysunku 5.18 pokazano wyniki dla sieci S1 i parametru selektywności A (co odpowiada $R = 0,0001$ w zbiorze 150 tysięcy celów), gdy przyjmiemy się różne warianty wstępnej lokalizacji celów.



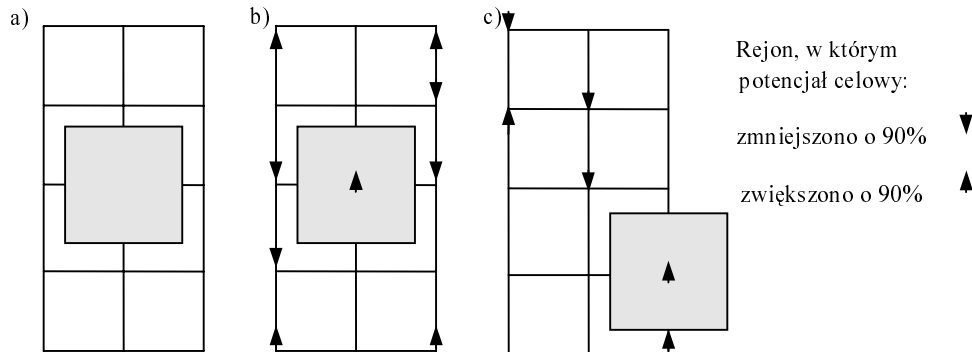
Rys. 5.18. Model *przesunięcie ogólne*. Wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wymodelowane rozmieszczenie celów. Rozmieszczenie celów: a) równomierne, b), c) zróżnicowane.

Wariant selektywności A. Sieć S1

Fig. 5.18. *The general shift model*. An influence of initial destination locations on distribution of destinations. Destinations: a) uniform, b), c) differentiate. Variant of selectivity A. Network S1

Jak widać otrzymano różniące się koncentracje w zależności od rozmieszczenia wstępnego. W wariacie b) znaczne powiększenie mas celowych na krańcach układu nie zapobiegło ich wyzerowaniu. Jedynie większa porcja celów w środku układu spowodowała „utrzymanie” w tym miejscu niewielkiej porcji zagospodarowania. Wariant c) polegał na częściowo asymetrycznym rozmieszczeniu wstępnym celów, co dało w wyniku przesunięcie drugiego ośrodka na skraj układu.

Modelowanie zostało powtórzone dla wariantu selektywności C. Tym razem całe zagospodarowanie skoncentrowało się w jednym rejonie, z tym że asymetryczny rozkład wstępnego rozmieszczenia celów spowodował lokalizację wszystkich celów na krańcach układu osadniczego (rys. 5.19).



Rys. 5.19. Model *przesunięcie ogólne*. Wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wymodelowane rozmieszczenie celów.

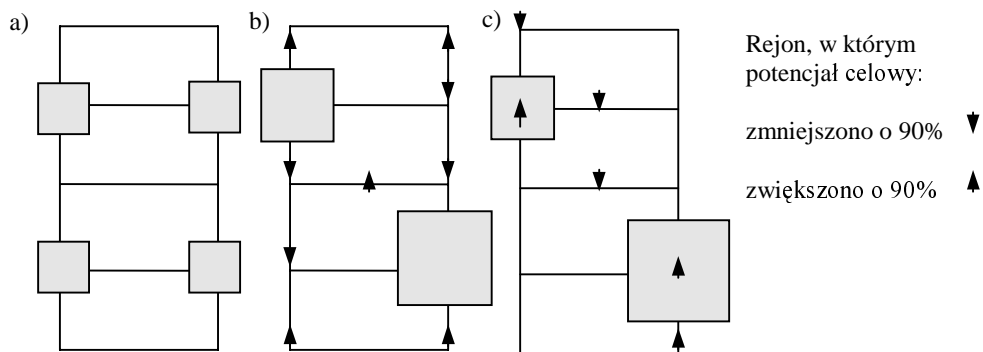
Rozmieszczenie celów: a) równomierne, b), c) zróżnicowane.

Wariant selektywności C. Sieć S1

Fig. 5.19 *The general shift model*. An influence of initial destination locations on distribution of destinations. Destinations a) uniform b), c) differentiate.

Variant of selectivity C. Network S1

Następnie dla tych samych wstępnych rozmieszczeń zagospodarowania i parametru selektywności przeprowadzono symulacje dla układu, w którym dostępność rejonów opisuje sieć S3 (rys. 5.20 i 5.21).



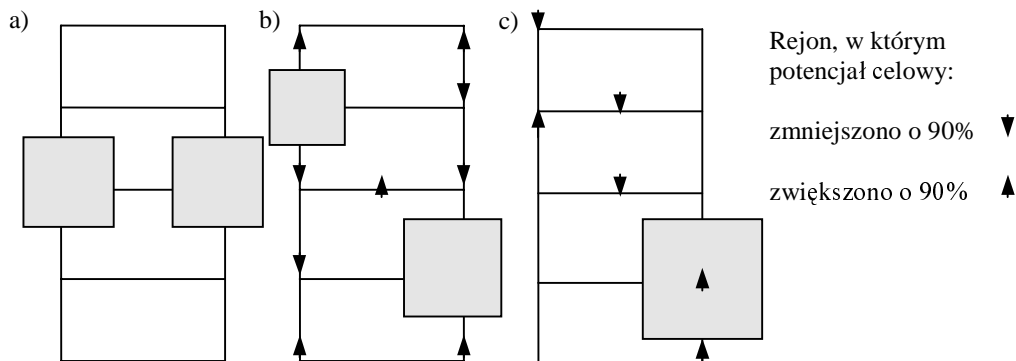
Rys. 5.20. Model *przesunięcie ogólne*. Wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wymodelowane rozmieszczenie celów.

Rozmieszczenie celów: a) równomierne, b), c) zróżnicowane.

Wariant selektywności A. Sieć S3

Fig. 5.20. *The general shift model*. An influence of initial destination locations on distribution of destinations. Destinations: a) uniform b), c) differentiate.

Variant of selectivity A. Network S3



Rys. 5.21. Model przesunięcia ogólne. Wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wymodelowane rozmieszczenie celów.

Rozmieszczenie celów: a) równomierne, b), c) zróżnicowane.

Wariant selektywności C. Sieć S3

Fig. 5.21. The general shift model. An influence of initial destination locations on distribution of destinations. Destinations: a) uniform, b), c) differentiate.

Variant of selectivity C. Network S3

Uwidocznili się wpływ kształtu sieci na umiejscowienie koncentracji. Rzadsza sieć S3 o przewadze kierunków poziomych generuje, na ogół, większą liczbę rejonów z celami, które lokują się na zewnętrznych pionowych nitkach komunikacyjnych.

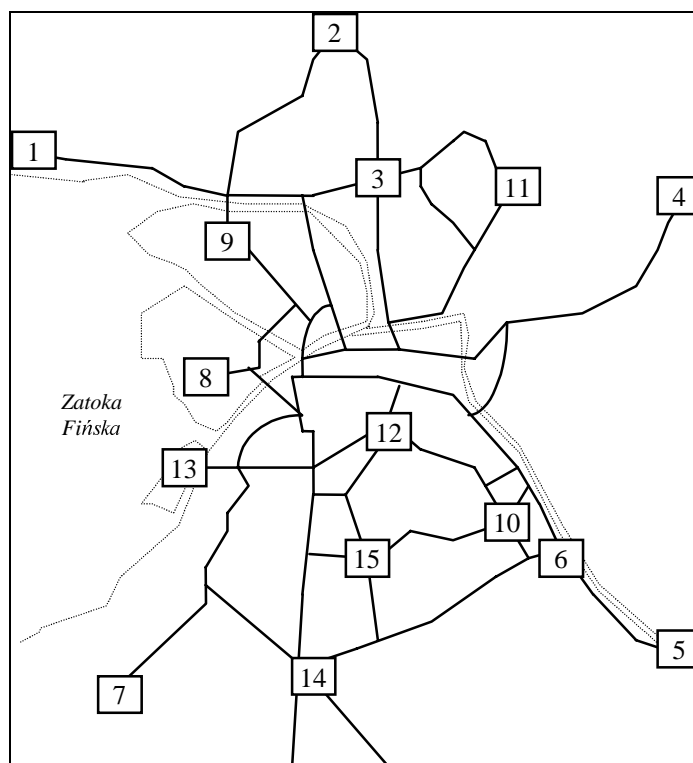
5.4. Rzeczywiste systemy osadnicze

Omówiony wyżej schemat modelowań przeprowadzono na przykładach istniejących systemów osadniczych.

5.4.1. Sankt Petersburg

Dane przygotowane dla systemu składającego się z 15 rejonów o sieci regularnej (por. rozdz. 5.3) postanowiono odnieść do układu rzeczywistego. Zdecydowano się na modelowanie Sankt Petersburga, ponieważ kształt jego sieci komunikacyjnej¹ do pewnego stopnia wykazuje podobieństwo do sieci S1 układu regularnego. Dostępność została opisana siecią składającą się z 59 odcinków i 42 węzłów. Uwzględniając istniejące zainwestowanie oraz strukturę sieci zlokalizowano środki ciężkości reprezentujące 15 rejonów (rys. 5.22).

¹ Na podstawie atlasu samochodowego *Europe. Road Atlas*, Budapest 1981.



Rys. 5.22. Sankt Petersburg. Sieć komunikacyjna. Zaznaczono środki ciężkości 15 rejonów
 Fig. 5.22. Sankt Petersburg. The transportation network. Centers of 15 zones are marked

Dla tej sieci komunikacyjnej wykonano szereg symulacji poszukując optymalnego rozmieszczenia zagospodarowania przy założeniu, że pozostałe dane – wartości parametru selektywności oraz rozmieszczenie potencjałów źródłowych i celowych – są takie same jak dla wspomnianego wcześniej regularnego układu 15 rejonowego (por. rozdz. 5.3).

Najpierw zastosowano model *przesunięcie celów*. Wyniki, wielkości potencjałów celowych, które odpowiadają stanowi równowagi zamieszczono w tabeli 5.7 (w zaokrągleniu do tysiąca).

W wariancie W1 badano wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wynik, przyjmując równomierne rozmieszczenie źródeł, po 10 tysięcy jednostek w każdym rejonie. Selektywność obliczono dla 150 tysięcy celów i frakcji $R = 0,0001$. Bez względu na to jakie było rozmieszczenie wstępne aktywności celowej, otrzymano ten sam stan równowagi. Tak więc również dla tego układu można stwierdzić ekwifinalność.

Sankt Petersburg. Model *przesunięcie celów*. Wyniki modelowania

	W1	W2	W3A	W3B	W3C	W3D	W3E	W3F
Nr rejonu	Wymodelowana liczba celów (w tysiącach)							
1			6					
2			6,4					
3	40	40	21	41	40	39	27	9
4			6					
5			6					
6	19	17	14	25	19	14		
7		0,01	6,2					
8			6,9	0,8				
9	27	27	16	28	27	26	25	31
10	8	11	11	9	8	8		
11			7					
12	32	29	13	20	32	44	92	94
13	1	6	7	3	1	2		
14	12	13	12	18	12	3		
15	9	6	10	8	9	13		

Następnie w wariancie W2 zmodyfikowano jednostajne rozłożenie mas źródłowych, zwiększając je o 50% na krańcach układu, tzn. w rejonach 1, 4, 5 i 7, jednocześnie redukując je o połowę w 3, 6, 9 i 14 rejonie. Jak się należało spodziewać, lokalizacja źródeł wpłynęła na stan równowagi, ale w mniejszym stopniu niż w analogicznej symulacji dla układu regularnego. Prawdopodobnie wynika to z mniej zwartej kształtu sieci. Oprócz tego, peryferyjnie położone rejony, którym zwiększono masy źródłowe, mają słabszą dostępność w porównaniu z odpowiadającymi im rejonami układu regularnego.

Kolejne warianty obliczeń, oznaczone przez W3, przeprowadzono przy założeniu jednostajnego wstępnego rozmieszczenia mas źródłowych i celowych dla różnych wartości parametru selektywności, takich samych jak dla systemu regularnego. Dla tego samego pola penetracji stopniowo zwiększano frakcję osób, które poszukiwały właściwego celu poza obszarem miasta (por. tab. 5.6).

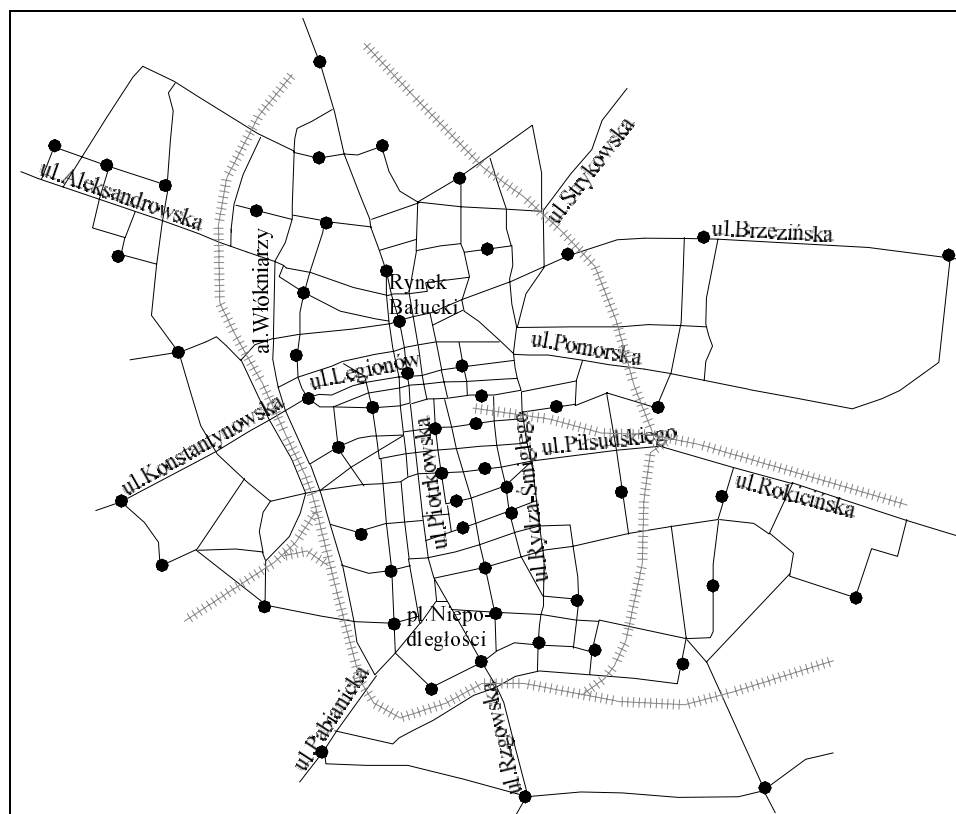
Jest oczywiste, że wariant W3C pokrywa się z omówionym wyżej wariantem W1. Podczas gdy dla regularnego układu osadniczego wyniki dla selektywności A i B stosunkowo mało się różniły, to dla sieci Sankt Petersburga mamy wyrazistą koncentrację już w modelowaniu W3B, cele pozostały jedynie w 9 rejonach, z tym że w rejonie 8 znalazło się poniżej jednego tysiąca okazji. W wariantach W3C i W3D w rejonie ósmym już nie notuje się celów, następuje wzmocnienie rejonu 12 i 15, pozostałe maleją, z tym że rejon 14 dość gwałtownie. W dwóch ostatnich wariantach, W3E i W3F, koncentracja jest ograniczona jedynie do trzech rejonów zlokalizowanych podobnie jak w układzie regularnym.

Przeprowadzone symulacje przy wykorzystaniu modelu *przesunięcie ogólne* potwierdziły, że ma on silniejsze własności koncentrujące niż model *przesunięcie celów*.

Symulacje wykonano dla wstępnie założonej tej samej porcji źródeł w każdym rejonie oraz selektywności odpowiadającej temu, że 0,01% nie znajdzie odpowiedniego celu w całym układzie. Dla różnych wstępnych rozmieszczeń celów otrzymano koncentracje ograniczone do jednego rejonu, był to rejon 12 lub 15. Rezultaty te w dużym stopniu odpowiadały wynikom otrzymanym dla sieci S1 układu regularnego.

5.4.2. Łódź

Do dalszych modelowań wybrano sieć komunikacyjną Łodzi, ze względu na to, że zasadniczą jej część stanowi zwarty prostokątny układ śródmiejski. Fragment centralny jest ograniczony od zachodu al. Włókniarzy, od wschodu ul. Rydza-Śmigłego, Rynek Bałucki wyznacza granicę północną, a pl. Niepodległości – południową. Kilkaście ciągów przekracza kolej, by obsłużyć nowo powstałe dzielnice.



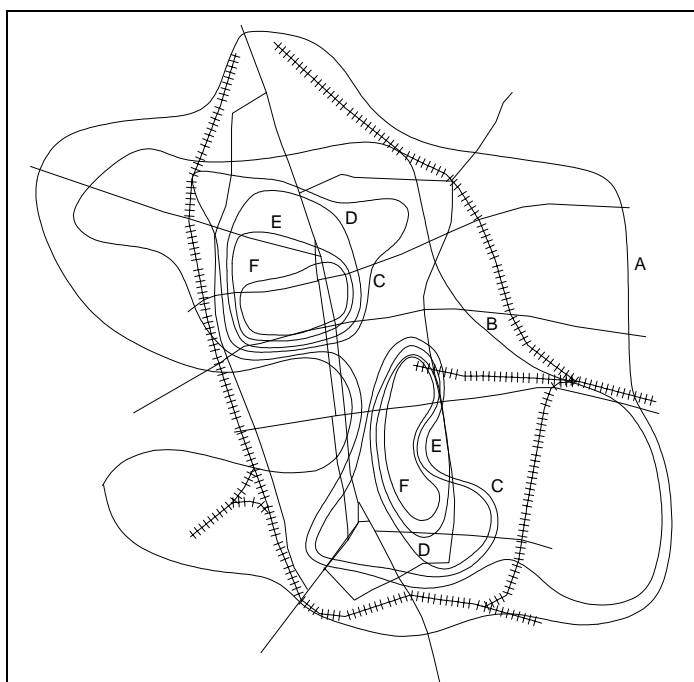
Rys. 5.23. Łódź. Sieć komunikacyjna przyjęta do obliczeń.

Zaznaczono położenie środków ciężkości 57 rejonów

Fig. 5.23. Łódź. The transportation network for modelling. Centers of 57 zones are marked

Sieć użyta w modelowaniach została wypreparowana z układu uliczno-drogowego zamieszczonego w *Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego Łodzi* [111]. Składała się na nią 347 odcinków i 210 węzłów. Postanowiono nie brać pod uwagę kategoryzacji dróg, tak by rezultaty symulacji zależały jedynie od struktury sieci. Uwzględniono 57 rejonów obliczeniowych, które powstały w wyniku agregacji 145 rejonów i 21 makrorejonów podziału wykorzystywanego w *Studium* przy prognozie ruchu (rys. 5.23).

Najpierw modelowano zrównoważone struktury zagospodarowania posługując się modelem *przesunięcie celów*.

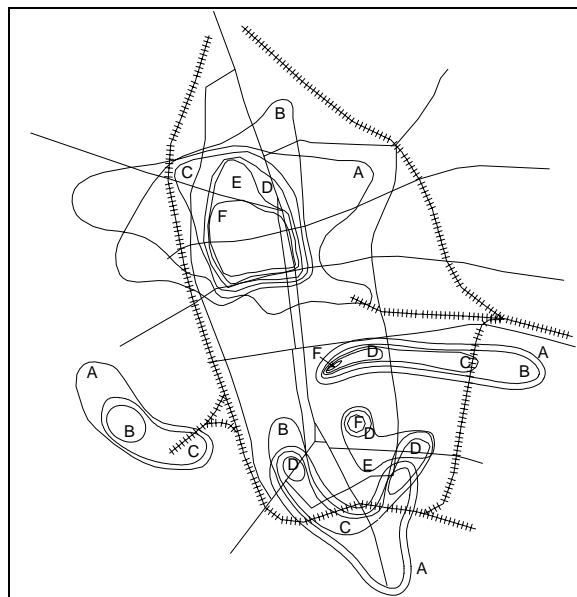


Rys. 5.24. Łódź. Model *przesunięcie celów*. Zależność kształtu koncentracji od przyjętego wariantu selektywności. Wstępne rozmieszczenie źródeł i celów – jednostajne
 Fig. 5.24. Łódź. *The shifting destination* model. Dependence of concentration upon selectivity. The initial distribution of origins and destinations – uniform

Pierwszą serię modelowań wykonano w celu zbadania wpływu parametru selektywności na obraz zrównoważonego układu, zakładając na wstępie jednostajne rozmieszczenie aktywności źródłowych i celowych. Wielkość potencjałów w każdym rejonie wynosiła 15000, co w sumie dało 855000, a więc w przybliżeniu liczbę mieszkańców Łodzi. Warianty selektywności odpowiadały następującym wielkościom R , frakcji podróży nie zakończonych w zbiorze 855000 celów: 0,0000000001, 0,000001, 0,0001, 0,001, 0,031 oraz 0,1. Oznaczono je literami A, B, C, D, E i F. Wyniki po

przeprowadzeniu 125 iteracji zostały przedstawione w następujący sposób: kolejne poziomicę ograniczają obszar zawierający środki ciężkości rejonów, które w modelowaniu uzyskały dodatnią liczbę celów (rys. 5.24).

Wraz z „zaostreniem się” selektywności (co odpowiada zwiększaniu wartości R) obszar koncentracji coraz bardziej się kurczy. Przy selektywności A zostały wyzerowane zewnętrzne rejony oraz 4 słabiej skomunikowane rejony na zachodzie. Przy B obserwowane jest dalsze zmniejszanie się tego obszaru. Z kolei w wariantach C obszar ten niewiele wykracza poza trzon śródmiejski, z tym że nastąpiło jego rozerwanie na dwie części, północno-zachodnią i południowo-wschodnią. Granica pierwszego obszaru przebiega na północy w okolicach ul. Pojezierskiej, Julianowskiej i Inflanckiej, na południu biegnie ulicą Legionów, od zachodu dochodzi do alei Włókniarzy przekraczając ją w północnej części i zbliżając się do torów kolejowych, na zachodzie od ul. Strykowskiej oddziela ją teren Cmentarza Żydowskiego i ogródki działkowe. Drugi obszar jest bardziej zwężony w północnej części, lokując się między ulicami Piotrkowską i Rydza-Śmigłego, na północy obejmuje teren dworca Łódź Fabryczna, na południu dochodzi do linii wyznaczonej ulicami Paderewskiego i Broniewskiego obejmując okolice pl. Niepodległości. W dalszych wariantach widać zmniejszanie się tych obszarów a w ostatnim, w F, północna część obejmuje już tylko cztery rejony, a południowa pięć. Powstał dwubiegunowy układ usytuowany asymetrycznie po obu stronach osi północ-południe.



Rys. 5.25. Łódź. Model przesunięcie celów. Zależność kształtu koncentracji od przyjętego wariantu selektywności. Wstępne rozmieszczenie źródeł i celów – rzeczywiste
 Fig. 5.25. Łódź. The shifting destination model. Dependence of concentration on selectivity. The initial distribution of origins and destinations – real

Druga seria modelowań została przeprowadzona dla tych samych selektywności przy rzeczywistym rozmieszczeniu źródeł i celów podróży, które w przybliżony sposób oszacowano na podstawie rysunku przedstawiającego wielkości podróży rozpoczynanych i kończonych w rejonach komunikacyjnych dla kontaktu *dom-praca*². Wyniki zilustrowano w taki sam sposób jak dla rozmieszczenia jednostajnego (rys. 5.25).

Widać, że już dla selektywności A obszar z dodatnimi wielkościami celów rozpada się na cztery podobszary. Największy z nich lokuje się w północnej części miasta, przy czym dla selektywności B, C, D, E i F stopniowo się kurczy, by ostatecznie zająć teren ograniczony ulicami Limanowskiego, Legionów, Włókniarzy i Zachodnią. Wrzecionowaty podobszar położony na wschodzie poniżej ul. Piłsudskiego stopniowo zmniejsza swą powierzchnię, by dla F ulokować się w okolicach ul. Kilińskiego. Najbardziej nieregularny kształt przyjął podobszar południowy. Dla selektywności A, B i C otacza on pl. Niepodległości z trzech stron, dla D zauważa się trzy części, które w wariancie E łączą się, lokując się na wschód od placu. Dla F mamy jeden rejon usytuowany w okolicach skrzyżowania ul. Kilińskiego z ul. Przybyszewskiego. Czwararty podobszar, na zachodzie miasta, istnieje jedynie dla selektywności A, B i C.

Gdy dla jednostajnego rozmieszczenia najczęściej następowało „regularne” kurczenie się obszarów koncentracji celów, to dla rzeczywistego zdarza się dość często, że rejon, który został „wyzerowany” dla mniej ostrych selektywności mają wartości niezerowe w dalszych modelowaniach. Ciekawe, że dla selektywności F w obu seriach otrzymujemy układy dość podobne. Jak widać, ostre selektywności są mniej czułe na rozmieszczenie wstępne.

Następnie badano ekwifinalność modelu *przesunięcie celów* szukając odpowiedzi na pytanie, czy również dla Łodzi otrzymane to samo rozwiązanie bez względu na początkowe rozmieszczenie celów. Przyjęto, że selektywność będzie odpowiadać frakcji $R = 0,0001$, co pokrywa się z omówionym wyżej wariantem C (por. rys. 5.24). Następnie wstępne rozłożenie celów zostało zmodyfikowane w ten sposób, że potencjały celowe zwiększono o 10000 jednostek w ośmiu wybranych rejonach, które w poprzednim modelowaniu zostały „wyzerowane” przy jednoczesnym zmniejszeniu masy celowej w innych ośmiu rejonach, wytypowanych spośród tych, które w wyniku modelowania uzyskały dodatnie wielkości celów. Otrzymany wynik był bardzo podobny do poprzedniego, potencjały celowe usytuowały się w tych samych rejonach, różnice wielkości w poszczególnych rejonach wynosiły od 4 jednostek do prawie 1000, a średnio różniły się o około 50 jednostek. Dla bardziej rozbudowanej sieci obserwuje się wpływ wstępnego rozłożenia celów na wynik. Dodatkowo przeprowadzona większa liczba iteracji nie zniwelowała tych różnic.

² Rysunek został wykonany przez firmę *Projekty-Konsultacje-Oprogramowanie ANDRZEJ WALTZ* w ramach *Studium uwarunkowań* na podstawie badań zachowań komunikacyjnych mieszkańców Łodzi w 1995 r. Wielkości potencjałów oszacowano na podstawie powierzchni kół obrazujących sumaryczną liczbę rozpoczynanych i kończonych podróży w rejonie oraz proporcji między nimi. Nakrywanie się niektórych kół, szczególnie w centrum, utrudniało ocenę.

Warto zauważyć, że dla tak dużej sieci przeliczenie 200 czy nawet 800 iteracji nie zapewniło uzyskania rozwiązania w „pełni stabilnego”. Nadal występowały w niektórych rejonach drobne zmiany w wielkościach potencjałów celowych, najczęściej był to wzrost lub spadek zaledwie o jedną jednostkę w 10 iteracjach.

Z kolei obliczenia przeprowadzone za pomocą modelu *przesunięcie ogólne* dla jednostajnego rozmieszczenia źródeł i celów oraz trzech selektywności odpowiadających frakcji $R = 0,0000001$, $0,0001$ i $0,01$ dały koncentracje usytuowane tylko w jednym rejonie. Był to jeden z rejonów usytuowanych w czworoboku wyznaczonym ulicami Piłsudskiego, Przybyszewskiego, Piotrkowską i Rydza-Śmigłego. Symulacje potwierdziły koncentrujące własności tego modelu oraz wpływ wstępnego rozmieszczenia na końcowe rozwiązanie.

5.4.3. Wrocław

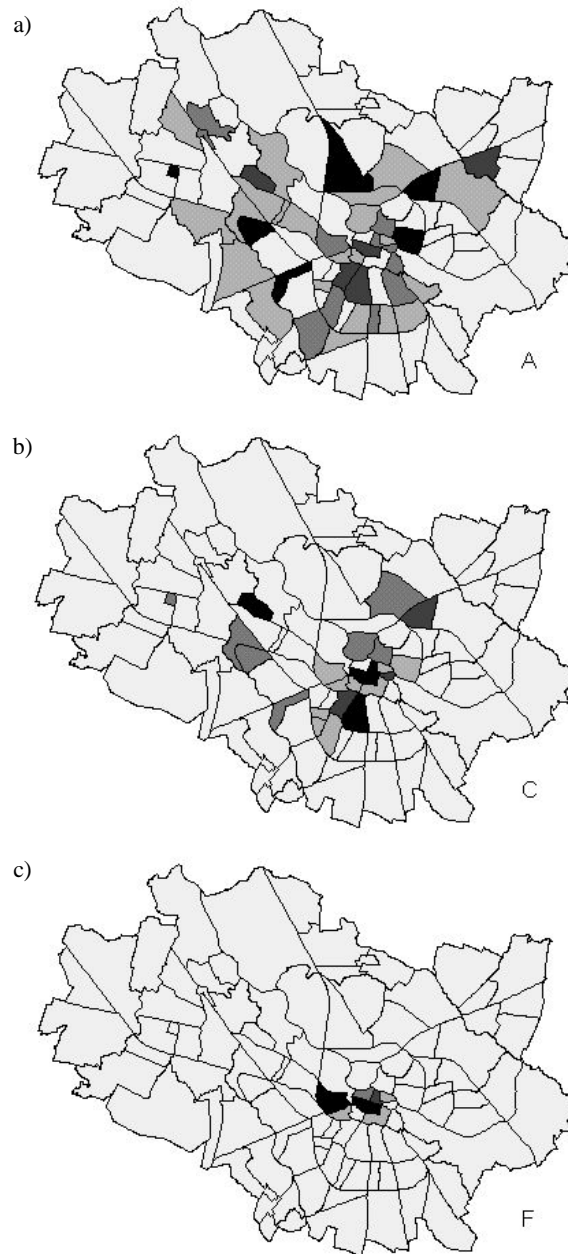
Układ uliczny Wrocławia ma charakter promienisty o nierównomiernej gęstości. Najważniejszą barierą topograficzną jest rzeka Odra wraz z dopływami i kanałami. Na ponad dwudziestokilometrowym fragmencie Odry w granicach Wrocławia wszystkie przeprawy mostowe są zlokalizowane w pobliżu Starego Miasta, na odcinku długości zaledwie trzech kilometrów. Natomiast barierę techniczną stanowi rozbudowany system torowisk tnących miasto na szereg sektorów.

Część danych wykorzystanych w modelowaniach zostało przygotowanych w ramach prac nad *Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego gminy Wrocław* [110], m.in. podział na 105 rejonów oraz sieć komunikacyjna składająca się z 396 węzłów i 517 odcinków.

Uwzględniono dwa rodzaje rozmieszczeń wstępnych – jednostajne, gdy każdemu z rejonów została przypisana ta sama wielkość mas źródłowych i celowych oraz rzeczywiste – określone przez liczbę ludności (źródła) i liczbę miejsc pracy (potencjały celowe). Pozwoliło to wziąć pod uwagę cztery warianty rozmieszczeń: jednostajne, rzeczywiste i dwa mieszane.

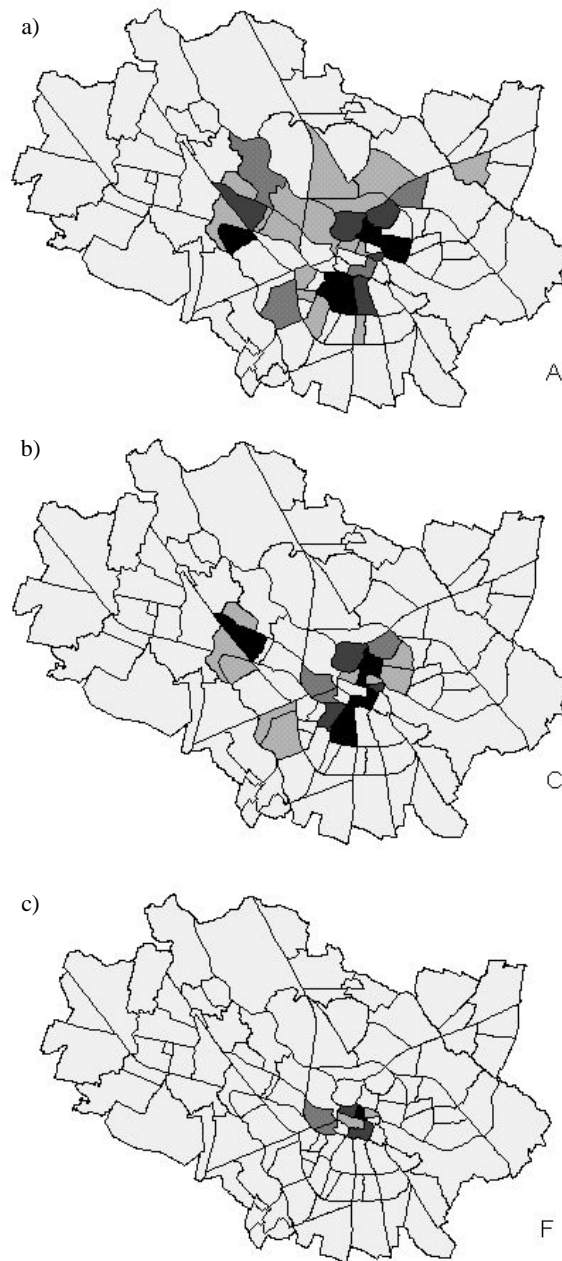
Dla rozmieszczenia wstępnego zagospodarowania – jednostajnego i rzeczywistego – wykonano serie obliczeń modelem *przesunięcie celów* dla selektywności odpowiadającej frakcji R równej $0,0000000001$, $0,000001$, $0,0001$, $0,001$, $0,31$ i $0,1$ (warianty A, B, C, D, E i F). Rysunki 5.26 oraz 5.27 ilustrują wyniki wybranych modelowań, warianty A, C i F. Jasnoszarą barwę przypisano tym rejonom, w których wymodelowana liczba celów równa była zeru. Intensywność ciemniejszych szarości odpowiada wielkościom wymodelowanego potencjału celowego. Podobnie jak dla poprzednio omówionych układów osadniczych widać, że im ostrzejsza selektywność, tym większą otrzymujemy koncentrację, zagospodarowanie celowe lokuje się w mniejszej liczbie rejonów.

W wariantcie A przy równomiernym rozmieszczeniu wymodelowana struktura jest bardziej poszarpana i zajmuje większy obszar (rys. 5.26a) niż dla rozmieszczenia



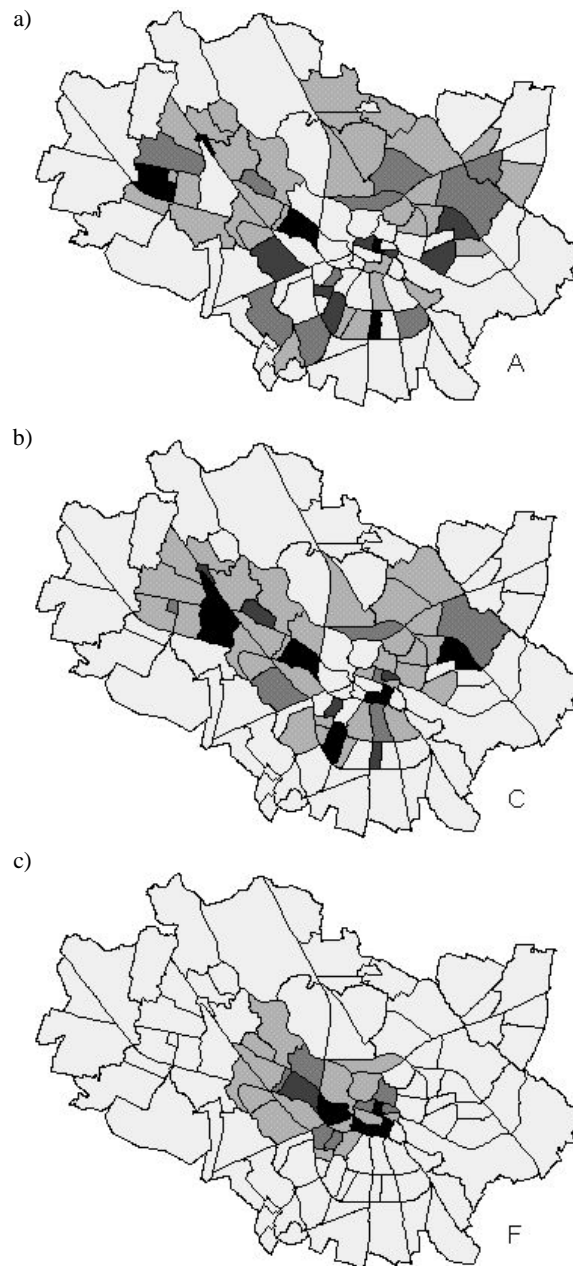
Rys. 5.26. Wrocław. Model przesunięcia celów. Sieć rzeczywista, selektywności typu A, C i F.
Wstępne rozmieszczenie celów – jednostajne

Fig. 5.26. Wrocław. *The shifting of destinations* model. The real transportation network.
Type of selectivity – A, C, i F. An initial distribution of destination – uniform



Rys. 5.27. Wrocław. Model przesunięcia celów. Sieć rzeczywista, selektywności typu A, C i F.
Wstępne rozmieszczenie celów – rzeczywiste

Fig. 5.27. Wrocław. *The shifting of destinations model. The real transportation network.*
Type of selectivity – A, C, i F. An initial distribution of destinations – real



Rys. 5.28. Wrocław. Model *przesunięcie celów*. Sieć prostoliniowa, selektywność typu A, C i F.
 Wstępne rozmieszczenie celów – jednostajne
 Fig. 5.28. Wrocław. *The shifting of destinations* model. The transportation network – straight lined.
 Type of selectivity – A, C, i F. An initial distribution of destination – uniform

rzeczywistego (rys. 5.27a), które jest skupione w środkowej części miasta. Uwidacznia się w nim klin rejonów pozbawionych celów, który sięga aż Starówki. Jego oś stanowi linia kolejowa prowadząca w kierunku Jeleniej Góry. Są to na ogół obszary przemysłowe lub słabiej zaludnione.

Dla selektywności C i początkowego jednostajnego rozmieszczenia (rys. 5.26b) cele są usytuowane już tylko w 24 rejonach, cztery z nich są izolowane, a pozostałe zgrupowały się w dwa obszary – na północy (Karłowice i pl. Kromera) i w centrum miasta. Gdy wstępne rozmieszczenie jest rzeczywiste (rys. 5.27b), to cele są notowane tylko w 11 rejonach, w centralnej części miasta od Śródmieścia na północy do Ronda na południu, na zachodzie wokół Nowego Dworu i osiedla Kosmonautów oraz na południu słaba koncentracja obejmująca Grabiszyn Przemysłowy i Grabiszyniek.

Wreszcie w wariancie F dla obu rozmieszczeń wstępnych (rys. 5.26c, 5.27c) koncentracja skupia się na obszarze Starego Miasta, pl. Społecznego, wschodniej części Przedmieścia Świdnickiego oraz w rejonie ul. Tęczowej i Archimedesza, jedynie kulminacje są inaczej usytuowane. Otrzymany obraz jest wyraźnie zdeterminowany układem promienistej sieci.

W celu sprawdzenia jak będzie wyglądać koncentracja bez uwzględnienia wpływu istniejącego układu komunikacyjnego, przeprowadzono symulację modelem *przesunięcie celów* dla – łączącej środki ciężkości rejonów – sieci prostoliniowej. Otrzymane wyniki prezentuje rysunek 5.28.

Tym razem otrzymana koncentracja obejmuje większą liczbę rejonów. Dla selektywności A można wyróżnić trzy grupy rejonów, pierwsza sytuuje się na północy tworząc zwarty obszar, druga obejmuje teren na zachodzie miasta z „dziurą” w rejonie na północ od Żernik, a trzecia to mało zwarta grupa w centrum, w której wyróżnia się pas rejonów biegnący równoleżnikowo poniżej Ronda, łączący się ze Starym Miastem. W wariancie C następuje przybliżanie się tych grup do siebie, w kierunku centrum. Tworzy się obwarzanek z „dziurą” w środku układu. Wreszcie dla F powstaje spójny obszar obejmujący Stare Miasto, rozbudowany głównie w kierunku zachodnim, sięgający do Kuźnik i Kozanowa.

Należy zauważyć, że – pomimo nieuwzględnienia istniejącej sieci komunikacyjnej – położenie środków ciężkości rejonów zdeterminowane jest ich wielkością oraz faktem, że są one często zlokalizowane na istniejącej sieci, a więc w sposób pośredni odzwierciedlają stan rzeczywisty.

Druga część obliczeń dotyczyła zagadnienia ekwifinalności modelu *przesunięcie celów*. Dla ustalonego rozmieszczenia źródeł badano, czy wstępne rozmieszczenie celów ma wpływ na szukany wynik. Najpierw przy równomiernym wstępnym rozmieszczeniu źródeł wykonano dwa modelowania, dla jednostajnego wstępnego rozmieszczenia celów, a następnie powtórzono je dla rzeczywistego. Rozmieszczenie optymalne sytuowało się w tych samych rejonach, a wielkości celów były na ogół tego samego rzędu. Podobne rezultaty otrzymano, gdy przyjęto wstępne rzeczywiste

rozmieszczenie źródeł. Podobnie jak dla symulacji dotyczących Łodzi, zauważa się pewien wpływ wstępnego rozmieszczenia celów na wynik.

Symulacje przeprowadzone modelem *przesunięcie ogólne* dały koncentracje ograniczone jedynie do trzech rejonów: części zachodniej Starego Miasta, Starego Podwala i rejonu Hotelu Panorama (obecnie Galeria Dominikańska), i to zarówno wtedy, gdy uwzględniono jednostajne rozłożenie zagospodarowania, jak i rzeczywiste. Przyjęcie różnych wartości selektywności dało ten sam wynik. Otrzymane rezultaty potwierdziły silne własności koncentrujące tego modelu.

Łatwo zauważyć, że dla dużych systemów osadniczych szukane rozwiązanie – układ zrównoważony – składa się z relatywnie małej liczby rejonów, w których jest zlokalizowane zagospodarowanie. Dla „ostrej” selektywności model *przesunięcie celów* jest prawie tak samo silnie koncentrujący jak *przesunięcie ogólne*, jednak wymaga policzenia większej liczby iteracji.

Chociaż w części zaprezentowanych w tym rozdziale symulacji dotyczących Łodzi i Wrocławia wykorzystane zostały dane rzeczywiste, to jednak kluczowy dla modelu parametr selektywności miał charakter teoretyczny – w poszczególnych symulacjach przyjmował różne wielkości, ale takie same we wszystkich rejonach. Jak pokazały choćby badania dotyczące Wrocławia czy obszaru Polski [41], w rzeczywistych układach obserwuje się stratyfikację tego parametru. Odzwierciedla on m.in. zróżnicowanie aspiracji i wykształcenia mieszkańców (w wypadku aglomeracji) czy stopień zurbanizowania (na poziomie krajowym).

Przyjęcie w modelowaniach zróżnicowanych wielkości tego parametru jest jednym ze sposobów zapobiegania zbyt dużym koncentracjom.

Również dotychczasowa praktyka modelowania, polegająca na kończeniu symulacji z chwilą osiągnięcia równowagi z zadaną tolerancją równą np. 5 czy 10%, zapobiega powstawaniu nierealistycznych koncentracji. W takim podejściu odzwierciedlony jest fakt, że układ osadniczy może osiągnąć stan równowagi jedynie w przybliżeniu. W rzeczywistych układach kontakty przekształcają strukturę w taki sposób, by zapewnić zbliżanie się do takiego stanu, ale proces osiągania równowagi jest zjawiskiem długotrwałym i stale modyfikowanym przez relacje z otoczeniem lub inne czynniki, jak stan gospodarki, rozwój techniki, innowacje itp.

Wreszcie można zastosować wersje modeli *przesunięć bilansujących* z pułapami, które mają mechanizmy uwzględniające chłonność terenu i zapobiegające wyzerowaniu się rejonów.

Modele *przesunięć bilansujących* opierają się na prostej formule modelu pośrednich możliwości, opisującej wielkość strumienia podróży między parą rejonów $T_{ij} = O_i [\exp(-s d_{ij}) - \exp(-s (d_{ij} + d_j))]$. Każdemu wariantowi modeli *przesunięć* odpowiada specyficzna dla niego funkcja modelowa, modyfikująca rozłożenie aktywności.

Z wyjątkiem modelu *przesunięcie źródeł* są to funkcje określające liczbę przyjazdów do rejonów (liczbę chętnych zainteresowanych ofertą celów w tym rejonie), na co się składają przemieszczenia zarówno z własnego rejonu, jak i pozostałych.

Po raz pierwszy podjęto próbę zbadania tej funkcji dla modelu *przesunięcia celów* i *ogólnego*. Dla dwóch i trzech rejonów było możliwe wykonanie wykresów tej funkcji. Pozwoliło to znaleźć wspólną płaszczyznę z układami dynamicznymi, o czym mowa w rozdziale 8.1.

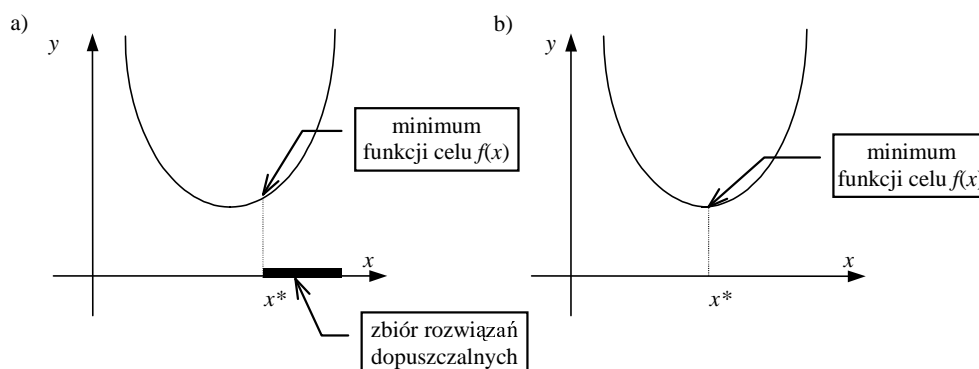
Dla małych układów symulacje modelem *przesunięcia celów* pokazały, że wstępne rozmieszczenie celów nie wpływa na stan równowagi, chociaż może wydłużyć czas dochodzenia do rozwiązania. Może to dotyczyć jedynie układów, w których w całym obszarze jest ta sama selektywność i taka, która zapewnia penetrację całego zbioru celów w systemie osadniczym. Zanikanie tej cechy dla większych układów może się wiązać z małym zróżnicowaniem płaszczyzn wielowymiarowych odpowiadających funkcjom przyjazdów lub wynikać z cechy metody iteracyjnej, wolnej zbieżności dla niektórych wstępnie założonych wielkości.

6. Modele przesunięć a zagadnienie optymalizacji

Poszukiwanie rozmieszczenia aktywności zapewniającego w każdym rejonie równowagę między liczbą kończących się w nim kontaktów a wielkością zbioru celów można sprowadzić do zagadnienia optymalizacji. Zadanie to polega na wyznaczeniu takiego rozmieszczenia, które zapewni w każdym rejonie jak najmniejsze niedopasowanie liczby przyjazdów do liczby celów. Zagadnieniami tego typu zajmuje się programowanie matematyczne: liniowe i nieliniowe [37, 125].

6.1. Programowanie nieliniowe

Zadanie programowania nieliniowego najogólniej można sformułować jako poszukiwanie maksimum (lub minimum) pewnej funkcji, najczęściej z uwzględnieniem ograniczeń nałożonych na szukane rozwiązanie.



Rys. 6.1. Zagadnienie programowania nieliniowego na przykładzie minimalizacji funkcji celu:

a) z ograniczeniami, b) bez ograniczeń

Fig. 6.1. Non-linear programming problem – an example of minimize the objective function:

a) with constrains, b) without constrains

Zapis formalny jest następujący. Szukamy takiego punktu \mathbf{x}^* w przestrzeni n -wymiarowej (*punkt optymalny*), dla którego funkcja $f: R^n \rightarrow R$ osiągnie maksimum (lub minimum). Funkcję f nazywamy *funkcją celu*. Jeśli punkt ten ma dodatkowo spełniać m ograniczeń $g_i(\mathbf{x}) \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$), to rozwiązanie będzie szukane w *zbiornie rozwiązań dopuszczalnych* (rys. 6.1a). Jeśli nie nakładamy warunków na rozwiązanie, to jest to zagadnienie programowania bez ograniczeń (rys. 6.1b).

Jeśli funkcja celu oraz ograniczenia są funkcjami liniowymi, to mamy do czynienia z programowaniem liniowym, natomiast w wypadku funkcji nieliniowych mówimy o programowaniu nieliniowym.

W ogólnym przypadku wyznaczanie ekstremum funkcji ciągłych jest zadaniem trudnym. Jeżeli nie ma dodatkowych informacji o własnościach funkcji, to konieczne jest przeszukiwanie całego zbioru wartości, co wcale nie gwarantuje znalezienia rozwiązania.

Wydaje się, że programowanie nieliniowe jest obecnie najlepszą metodą rozwiązywania układów równań nieliniowych [125]. Weźmy pod uwagę następujący układ równań

$$a_i(\mathbf{x}) = 0,$$

w którym $i = 1, 2, \dots, n$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Dla tego układu zdefiniujmy funkcję celu w sposób następujący

$$f(\mathbf{x}) = \sum |a_i(\mathbf{x})|.$$

Jest oczywiste, że funkcja $f(\mathbf{x})$ jest nieujemna i przyjmuje wartość zero wtedy i tylko wtedy, gdy \mathbf{x} jest rozwiązaniem układu równań. Poszukiwanie rozwiązania układu sprowadza się do znalezienia minimum funkcji f , do zagadnienia programowania nieliniowego bez ograniczeń.

W programowaniu nieliniowym używa się pojęcia *gradientu*, wektora pochodnych cząstkowych funkcji f

$$\nabla f(\mathbf{x}) = [\partial f(\mathbf{x})/\partial x_1, \partial f(\mathbf{x})/\partial x_2, \dots, \partial f(\mathbf{x})/\partial x_n].$$

Gradient pokazuje kierunek wzrostu (względnie spadku) funkcji w otoczeniu punktu, w którym został wyliczony. Warunkiem koniecznym optymalności punktu \mathbf{x}^* dla zadania bez ograniczeń jest zerowanie się gradientu, czyli $\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0$. Nie jest to warunek dostateczny, bo jest on również spełniony dla maksimum (minimum) lokalnego oraz punktu siodłowego. Dla funkcji wypukłych punkt, w którym zeruje się gradient jest punktem optymalnym, dlatego tego typu funkcje w programowaniu nieliniowym są ważne. Niekiedy w jego ramach wydziela się osobno programowanie wypukłe [37].

Do wyznaczenia rozwiązania programowania nieliniowego stosuje się różne algorytmy. Pojęcie gradientu wykorzystuje m.in. algorytm największego spadku i algorytm Newtona. Używane są też algorytmy nie wymagające obliczania pochodnych

cząstkowych, jak choćby algorytm Gaussa–Seidla [125]. Wiele metod stosowanych w programowaniu wypukłym można zastosować do funkcji pseudo-wypukłych i quasi-wypukłych, które mają tylko niektóre własności funkcji wypukłych.

Do wyznaczenia optimum często stosowana jest metoda iteracyjna, metoda kolejnych przybliżeń. Jeśli funkcja f spełnia założenia twierdzenia Banacha, czyli jest odwzorowaniem zwężającym, to wiadomo, że ta metoda generuje ciąg zbieżny do rozwiązania (por. rozdz. 4.3). W ogólnym przypadku zapewniona jest jedynie lokalna zbieżność [72].

Z zagadnieniem programowania nieliniowego można się spotkać w bardzo różnych dyscyplinach naukowych, od ekonomii, gdzie funkcją celu jest efektywność, koszt czy zysk, do różnych dziedzin fizyki czy chemii. Są również próby zastosowania programowania matematycznego w gospodarce przestrzennej, wspomnijmy choćby problem optymalizacji przewozów na bazie zagadnienia transportowego, czy poszukiwanie takiego rozmieszczenia produkcji, by zapewnić popyt przy minimalnym koszcie całkowitym, uwzględniając ograniczenia nałożone na zdolności produkcyjne i zasoby podstawowych czynników produkcji [92]. Przykładem zastosowania programowania w naukach społecznych jest próba opisanie poziomu napięć społecznych w postaci funkcji celu, która powinna być minimalizowana przy założeniu, że grupę osób obowiązują pewne ograniczenia.

Trudno się nie zgodzić z I. Prigogine'em, że wadą modeli optymalizacyjnych jest niemożność zastosowania ich do opisanie procesu przekształcania struktury systemu czy zmian zachowania, wreszcie do modelowania takich zjawisk, jak inercja czy nieuwzględnienie elementów niepewności [98, s. 224]. Pomimo tych wad techniki optymalizacyjne, bazujące na programowaniu, są atrakcyjnym i powszechnie stosowanym narzędziem w wielu dziedzinach.

6.2. Poszukiwanie rozmieszczenia optymalnego jako zagadnienie programowania nieliniowego

W modelach *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne* poszukiwanie takiego rozłożenia działalności, które zapewni równowagę popytu z podażą celów we wszystkich rejonach modelowanego obszaru można sformułować jako zagadnienie optymalizacji [145]. Rozmieszczenie optymalne $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ ma spełniać następujący układ równań

$$d_1 - F_1(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0,$$

$$d_2 - F_2(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0,$$

...

$$d_n - F_n(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0,$$

w którym funkcja modelowa $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ jest wektorem funkcji przyjazdów do rejonu 1, 2, ... i n -tego, a funkcja celu określa stopień zbilansowania w systemie osadniczym i ma postać

$$f(\mathbf{d}) = \sum_i |d_i - F_i(d_1, d_2, \dots, d_n)|.$$

Jeśli posłużymy się pojęciem unormowanej przestrzeni liniowej (por. rozdz. 4.5), to podaną wyżej równość możemy zapisać w postaci normy

$$f(\mathbf{d}) = \|\mathbf{d} - F(\mathbf{d})\|.$$

Szukamy takiego \mathbf{d} , dla którego norma osiągnie wartość zero lub minimum. Zapewnia to twierdzenie Weierstrassa (por. rozdz. 4.5), ponieważ norma jest funkcją ciągłą. Poszukiwanie równowagi w systemie osadniczym w rozumieniu rozważanych tu modeli sprowadza się do rozwiązania układu równań, do czego można zastosować metodę kolejnych przybliżeń, która się pokrywa z metodą iteracyjną używaną w trakcie symulacji komputerowych prowadzonych modelami *przesunąć bilansujących*.

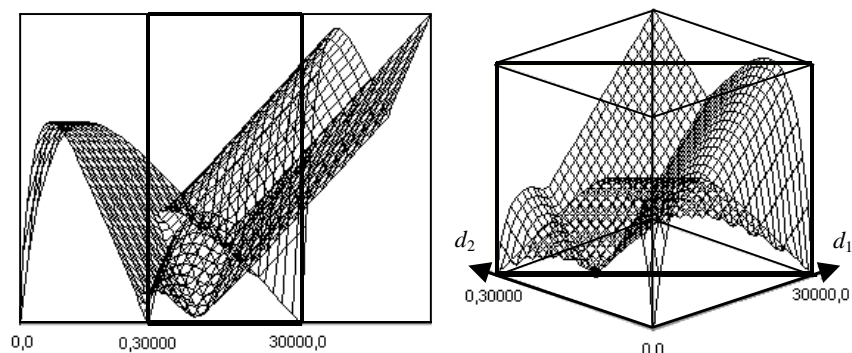
6.2.1. Postać funkcji celu dla systemu dwurejonowego

Dla systemu osadniczego składającego się z dwóch rejonów, w których zlokalizowano odpowiednio d_1 i d_2 celów, można łatwo zilustrować postać funkcji celu, mierzącej stopień niedopasowania rozmieszczenia zagospodarowania do popytu na nie, która wyraża się wzorem

$$f(\mathbf{d}) = |d_1 - F_1(d_1, d_2)| + |d_2 - F_2(d_1, d_2)|,$$

w którym $\mathbf{d} = (d_1, d_2)$. Poszukiwane jest takie rozmieszczenie $\mathbf{d} = (d_1, d_2)$, dla którego funkcja f przyjmie wartość minimalną.

Na rysunku 6.2 pokazano wykres tej funkcji dla modelu *przesunięcie celów* przy założeniu, że liczba mieszkańców w rejonie pierwszym i drugim wynosi odpowiednio $O_1 = 10000$ i $O_2 = 20000$. Selektowność przypisana mieszkańcom obu rejonów jest taka sama i została obliczona dla frakcji $R = 0,0001$, co odpowiada temu, że jedynie 0,01% mieszkańców (czyli trzy osoby, ponieważ $0,0001 \times 30000 = 3$) nie znajdzie właściwego celu w układzie osadniczym. Jak widać, wykresem funkcji opisującej stopień zbilansowania jest powierzchnia w przestrzeni trójwymiarowej. Wartości funkcji zostały policzone dla rozmieszczeń zagospodarowania (d_1, d_2) , gdzie d_1 oraz d_2 przyjmowały wartości z przedziału $[0, 30000]$. Im większa wartość tej funkcji, tym większe niedopasowanie między rozmieszczeniem celów a zapotrzebowaniem na nie. Funkcja ta nie jest funkcją wypukłą, więc nie można użyć którejś z metod wykorzystujących pojęcie gradientu.



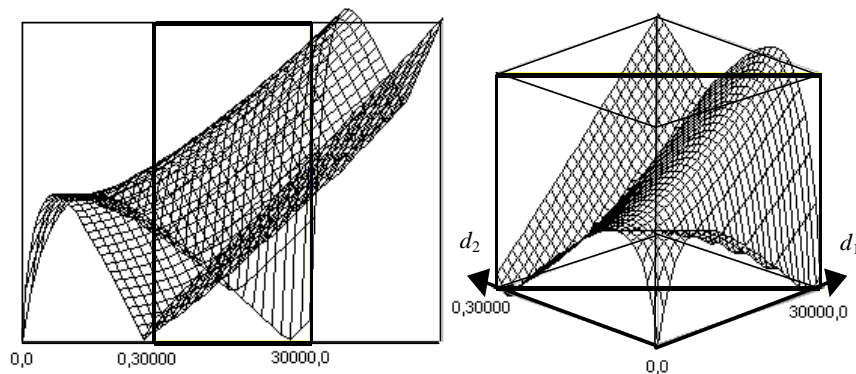
Rys. 6.2. Wykres funkcji niedopasowania wymodelowanych kontaktów do istniejącego zagospodarowania. Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selektowność dla frakcji $R_1 = R_2 = 0,0001$.

Kółkiem oznaczono rozwiązanie znalezione iteracyjnie

Fig. 6.2. Plot of non-adjustment function of modelled contacts to existing activities. Origins: $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selectivity for fraction $R_1 = R_2 = 0.0001$. The solution found by method of iterations was marked by circle

Największą rozbieżność zauważa się dla rozmieszczenia $(30000, 30000)$, co nie dziwi, bo odpowiada to sytuacji, w której suma potencjałów celowych dwukrotnie przekracza sumę źródeł. Interesuje nas wykres funkcji rozpięty nad zbiorem rozwiązań dopuszczalnych, trójkątem (sympleksem), którego wierzchołki znajdują się w punktach $(0,30000)$, $(30000,0)$ i $(0,0)$. Najmniejszą wartość funkcja osiąga w czterech punktach – w $(0,0)$, czemu odpowiada brak zagospodarowania w układzie osadniczym, w $(0,30000)$ i $(30000,0)$, gdy zagospodarowanie jest skupione tylko w jednym z rejonów, oraz w punkcie, który zapewnia obecność aktywności w obu rejonach, co pokrywa się z rozmieszczeniem wymodelowanym metodą iteracyjną równym $(9492, 20505)$ (por. rozdz. 5.1.2).

Przyjrzyjmy się postaci funkcji dla innych zestawów selektywności. Niech mieszkańców rejonu pierwszego charakteryzuje bardziej „ostra” selektywność, taka, która odpowiada frakcji $R_1 = 0,2$ co oznacza, że 20% podróży zakończy się poza granicami układu, a ludności drugiego rejonu przypiszmy selektywność odpowiadającą $R_2 = 0,0001$ (rys. 6.3). Najmniejsze wartości funkcja przyjmuje dla rozmieszczenia $(0,0)$ i – sądząc z rysunku – dla zagospodarowania zlokalizowanego tylko w jednym rejonie typu $(d,0)$ lub $(0,d)$, gdzie $d < 30000$. W wyniku obliczeń iteracyjnych otrzymano rozwiązanie $(0,27998)$, które pokrywa się z jednym z minimów.

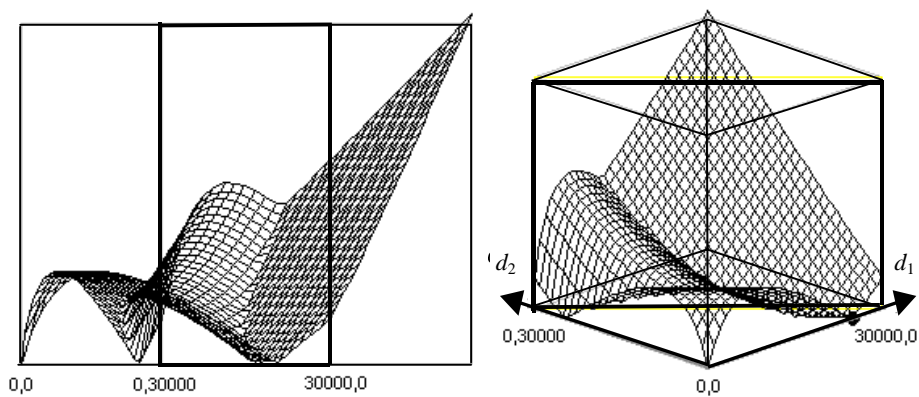


Rys. 6.3. Wykres funkcji niedopasowania wymodelowanych kontaktów do istniejącego zagospodarowania. Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$.
Selektywność dla frakcji $R_1 = 0,2$, $R_2 = 0,0001$.

Kółkiem oznaczono rozwiązanie znalezione iteracyjnie

Fig. 6.3. Plot of function of non-adjustment of modelled contacts to existing activities.
Origins: $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selectivity for fraction $R_1 = 0.2$, $R_2 = 0.0001$.
The solution found by method of iterations was marked by circle

Z kolei na rysunku 6.4 pokazano funkcję dla takiego wariantu selektywności, w którym bardziej „wybredni” są mieszkańcy rejonu 2 ($R_2 = 0,2$), w rejonie 1 pozostawiono selektywność odpowiadającą $R_1 = 0,0001$. Metodą kolejnych przybliżeń otrzymaliśmy rozwiązanie (18777, 7222).



Rys. 6.4. Wykres funkcji niedopasowania wymodelowanych kontaktów do istniejącego zagospodarowania. Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$.
Selektywność dla frakcji $R_1 = 0,0001$, $R_2 = 0,2$.

Kółkiem oznaczono rozwiązanie znalezione iteracyjnie

Fig. 6.4. Plot of function of non-adjustment of modelled contacts to existing activities.
Origins: $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$. Selectivity for fraction $R_1 = 0.0001$, $R_2 = 0.2$.
The solution found by method of iterations was marked by circle

Jak widać w podanych przykładach, dla systemu dwurejonowego optymalne rozmieszczenie pokrywało się z jednym z minimów funkcji niedopasowania.

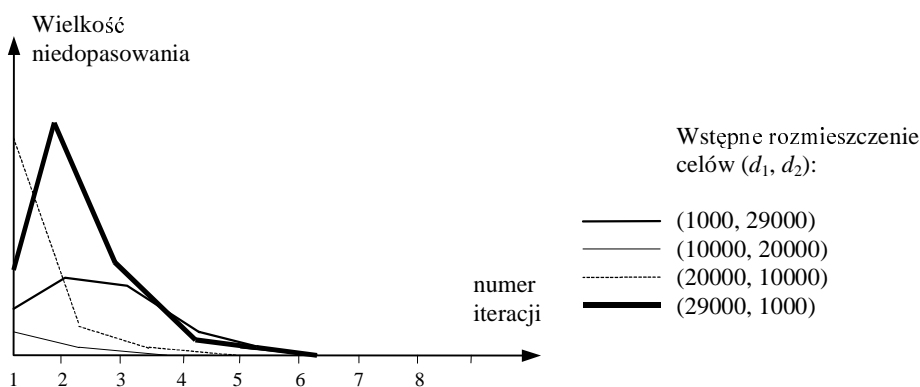
6.2.2. Ocena zbliżania się do rozwiązania

W trakcie symulacji w kolejnych iteracjach konstruowany jest ciąg punktów, proponowanych rozmieszczeń aktywności. Od procedury iteracyjnej wymaga się, żeby – przynajmniej od pewnego numeru iteracji – każdy następny punkt był lepszy od poprzedniego. Różnicę między sąsiednimi wyrazami ciągu (rozmieszczeniami) określa równość

$$\| \mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{i+1} \| = \| \mathbf{d}_i - F(\mathbf{d}_i) \| = f(\mathbf{d}_i),$$

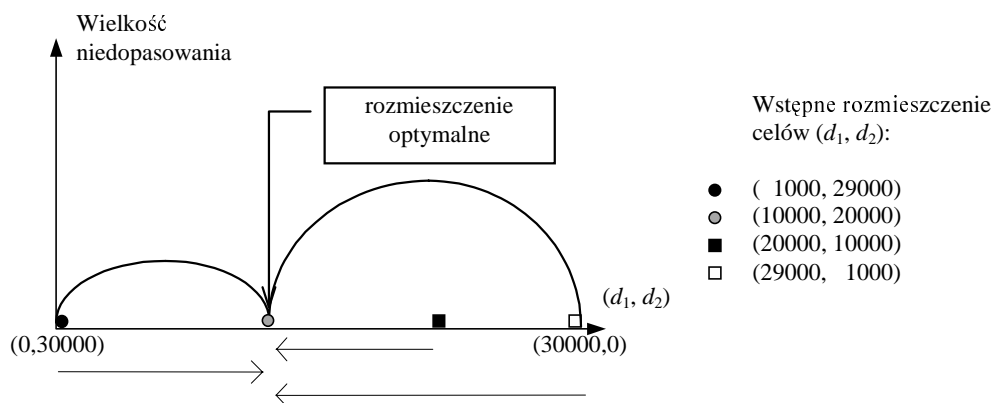
w której $\mathbf{d}_i = (d_1^i, d_2^i, \dots, d_n^i)$ i $\mathbf{d}_{i+1} = (d_1^{i+1}, d_2^{i+1}, \dots, d_n^{i+1})$ są rozmieszczeniami otrzymanymi w i -tej oraz $i+1$ iteracji. Żądanie, by różnica między sąsiadującymi rozmieszczeniami zbliżała się do zera pokrywa się więc z osiągnięciem minimum przez funkcję niedopasowania.

Ponieważ trudno otrzymać oszacowanie tej różnicy, prześledźmy na przykładzie systemu dwurejonowego, jak zmieniają się wartości funkcji niedopasowania podczas symulacji przeprowadzonych modelem *przesunięcie celów*. Obliczenia wykonano przy założeniu, że masy źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$, a wartość parametru selektywności odpowiada $R = 0,0001$. Dla czterech wybranych wariantów symulacji, różniących się wstępnym rozmieszczeniem zagospodarowania celowego, z których każde prowadziło do tego samego rozwiązania (por. tab. 5.1), pokazano jak się zmienia wielkość niedopasowania w kolejnych iteracjach (rys. 6.5).



Rys. 6.5. Wartość funkcji niedopasowania w kolejnych iteracjach.
Potencjały źródłowe: $O_1 = O_2 = 10000$, selektywność dla $R = 0,0001$
Fig. 6.5. Value of non-adjustment function in succeeding iterations.
Origins: $O_1 = O_2 = 10000$. Selectivity for fraction $R = 0.0001$

Jak widać, w dwóch przypadkach niedopasowanie stale się zmniejsza, a w dwóch pozostałych na początku modelowania funkcja rośnie, by dopiero potem zmaleć. Wynika to z kształtu funkcji niedopasowania (rys. 6.6). Ponieważ $O_1 + O_2 = 30000$ i jednocześnie R przyjmuje małą wartość, więc wykres wspomnianej funkcji jest rezultatem przecięcia powierzchni $f(\mathbf{d})$ (funkcji niedopasowania) płaszczyzną prostopadłą do przekątnej łączącej punkty $(0,30000)$ i $(30000,0)$, oczywiście z dokładnością do $0,0001$ (por. rys. 6.2). Punkty odpowiadające wstępnemu rozmieszczeniu celów, które są położone w dużej odległości od rozwiązania optymalnego, „muszą” przejść przez obszar wartości maksymalnych tej funkcji, dlatego w pierwszej fazie modelowania wielkości te rosną.



Rys. 6.6. Wartości funkcji niedopasowania dla wstępnego zagospodarowania celowego (d_1, d_2) . Potencjały źródłowe $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$, $d_1 + d_2 = 30000$, selektywność dla frakcji $R = 0,0001$

Fig. 6.6. Value of non-adjustment function for an initial destination distribution (d_1, d_2) .

Origins: $O_1 = 10000$, $O_2 = 20000$, $d_1 + d_2 = 30000$, selectivity for fraction $R = 0.0001$

Podobne zjawisko obserwowano w niektórych modelowaniach systemów osadniczych, omówionych w rozdziale 5. Jeśli wstępne zagospodarowanie było blisko rozmieszczenia optymalnego, to funkcja niedopasowania stale malała. Jeśli natomiast było położone dalej od rozwiązania, to w kolejnych iteracjach generowane rozmieszczenie „przechodziło” przez obszar rozwiązań, dla których funkcja ta przyjmuje większe wartości.

Śledzenie podczas modelowania przebiegu funkcji niedopasowania może ułatwić podjęcie decyzji o zakończeniu obliczeń.

7. Elementy teorii układów dynamicznych

Na treść rozdziału składają się niektóre pojęcia teorii układów dynamicznych, zarówno ciągłych jak i dyskretnych, oraz przykłady systemów wywodzących się z ekologii matematycznej.

Twórcą dynamiki klasycznej jest Izaak Newton. Jego dzieło *Philosophiae naturalis principia mathematica* stanowi kulminację rewolucji naukowej Zachodu. Zawiera ono obraz wszechświata jako gigantycznego mechanizmu zegarowego opisanego prostymi prawami, w pełni przewidywalnego. Prawa Newtona, mające postać równań różniczkowych, pozwoliły wyjaśnić ruch ciał niebieskich, zjawisko przyptyków i odpływów, przewidzieć istnienie nieznanych planet. Sukcesy nauki klasycznej przyczyniły się m.in. do umocnienia koncepcji determinizmu. Chociaż i dzisiaj nauka Newtonowska zajmuje pozycję wyjątkową, to od wieku XIX zaczęto dostrzegać jej ograniczenia [13, 97, 116].

Pod koniec dziewiętnastego stulecia wielki matematyk francuski H. Poincaré zajął się tzw. problemem trzech ciał, opisem ich ruchu pod wpływem wzajemnego oddziaływania sił grawitacyjnych. Ponieważ układ równań określający dynamikę takiego systemu jest niecałkowalny, zaproponował on tzw. metodę przekroju, która pokazała w jak niezwykle skomplikowany i nieintuicyjny sposób porusza się trzecie ciało, nawet jeśli zostaną przyjęte upraszczające założenia. W tej pracy należy widzieć początki tzw. dynamiki chaosu [108].

Dopiero jednak w latach 60. ubiegłego stulecia zaczęto się interesować podobnie zachowującymi się układami dynamicznymi. W 1963 Lorenz [71] opublikował artykuł – nie od razu zauważony – dotyczący konwekcji, ruchu powietrza unoszącego się w kierunku pionowym. Układ trzech równań różniczkowych opisujących to zjawisko okazał się nadzwyczaj czuły na warunki początkowe. Drobne zmiany w danych wstępnych prowadziły do zupełnie różnych wyników. To właśnie Lorenz został autorem sławnego zwrotu „efekt motyla”, oznaczającego, że trzepotanie motyli skrzydeł powodując drobną zmianę w stanie atmosfery może w konsekwencji wywołać tornado w innej części globu. Był to pierwszy przykład modelu zjawiska rzeczywistego, którego cechą charakterystyczną był chaos. W ten sposób oprócz w pełni przewidywalnych obiektów deterministycznych oraz rządzonych prawami rachunku prawdopodobieństwa obiektów stochastycznych, pojawiły się takie, których zachowanie cechuje *chaos deterministyczny*.

Wkrótce w innych dziedzinach zaczęto zauważać podobny rodzaj układów – w fizyce, chemii, biologii i naukach społeczno-ekonomicznych. Pomimo prostej deterministycznej postaci funkcji opisującej taki układ jego dynamika okazywała się bardzo skomplikowana, co utrudniało, a często uniemożliwiało prognozowanie jego zachowania. Należy pamiętać, że pojęcie chaosu nie zawsze ma znaczenie negatywne, po okresie występowania fluktuacji układ może osiągnąć nowy stan równowagi.

Wiele zagadnień dotyczących układów dynamicznych jest tematem zainteresowań interdyscyplinarnej dziedziny nazwanej przez H. Hakena synergetyką¹ [47]. Synergetyka poszukuje prawidłowości w funkcjonowaniu i rozwoju struktur składających się z wielu oddziałujących na siebie składników. Spotykamy się tu m.in. z takimi terminami, jak samoorganizacja, tworzenie się nowych struktur, bifurkacja, która oznacza jakościową zmianę zachowania lub struktury układu [87].

Nie można też nie wspomnieć teorii katastrof R. Thoma [115], która opisuje nagłe zmiany zachowania systemu i jest powiązana z teorią bifurkacji.

Szczególnie godne podkreślenia jest znaczenie prac I. Prigogine'a [97, 98]. Początkowo dziedziną jego zainteresowań były zachowania systemów poza stanem równowagi, fluktuacje oraz procesy nieodwracalne. W latach 60. sformułował koncepcję struktur dysypatywnych², które tracą materię lub energię, co w konsekwencji prowadzi do ich przekształcenia w jakościowo nowe struktury. Jego prace popularyzatorskie przyczyniły się do uświadomienia szerokiemu gronu czytelników zmian zachodzących w paradygmacie nauki stworzonej przez Newtona i Laplace'a. Jeśli prawa deterministyczne mogą powodować zachowania, które wyglądają jak przypadkowe lub chaotyczne, to w tym świetle pojawiają się niepokojące pytania dotyczące powtarzalności eksperymentu, przewidywalności czy weryfikacji teorii. Od deterministycznego opisu świata, w którym czas jest odwracalny, należy przejść do innego sposobu opisywania rzeczywistości. Pojawiają się takie pojęcia jak łamanie symetrii, ograniczenie przewidywalności, systemy samoorganizujące się, chaos zdeterminowany itp.

Warto przypomnieć, że również teoria systemów [7], której początki datują się na lata 30., kwestionowała pewne elementy nauki klasycznej, a historia zmian paradygmatu w nauce była tematem zainteresowania T. Kuhna [62].

7.1. Zastosowania teorii układów dynamicznych w geografii i naukach przestrzennych

Wiele pojęć z dziedzin związanych z teorią układów dynamicznych dobrze charakteryzuje zjawiska obserwowane w przestrzeni zagospodarowanej. Dlatego podej-

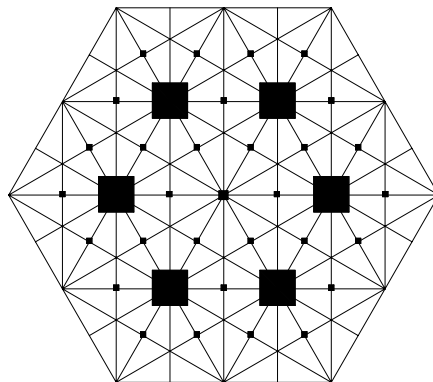
¹ Synergetyka pochodzi od greckiego wyrazu *synergós* oznaczającego współdziałający.

² Od pochodzącego z greki słowa *dysypacja* – rozpraszanie.

mowane są próby ich wykorzystania do opisu procesów w planowaniu i gospodarce przestrzennej.

W geografii i regionalistyce w tradycyjnym podejściu reprezentowanym przez von Thüнена, Christallera czy Löschę przestrzeń jest izotropowa (homogeniczna) [24, 28, 29]. Jednak przeczy temu powszechnie obserwowane zróżnicowanie przestrzeni, wspomnijmy choćby o roli determinant geograficznych. Ciekawy przykład został podany przez J. Diamonda [25]. Wśród kilku regionów o podobnych warunkach klimatycznych właśnie obszar Żyznego Półksiężycy na Bliskim Wschodzie stał się pierwszym na świecie ośrodkiem produkcji żywności na wielką skalę. Przyczyniło się do tego m.in. występujące tam bogactwo gatunkowe flory, duża liczba roślin o korzystnych cechach do udomowienia, sezonowa zmienność klimatyczna, co sprzyjało dużemu udziałowi roślin jednorocznych, a także zróżnicowanie topograficzne, co z kolei umożliwiało rozciągnięcie w czasie sezonu zbiorów.

W brukselskiej szkole Prigogine'a powstał model [1, 2] bazujący na teorii ośrodków centralnych Christallera [18]. Teoria Christallera przedstawia optymalną strukturę osadniczą, w której ośrodki działalności ekonomicznej są zlokalizowane w węzłach siatki sześciobocznej i tworzą regularny hierarchiczny układ scharakteryzowany liczbą ludności i wielkością zatrudnienia. Wspomniany model symuluje przekształcenia początkowo jednorodnej struktury osadniczej w jakościowo inną, zróżnicowaną. W wyniku wprowadzenia do modelu zmiennych losowych, które odzwierciedlają moment i miejsce rozpoczęcia pewnych przedsięwzięć oraz dzięki zastosowaniu mechanizmu interakcji między ludnością a zatrudnieniem następuje złamanie symetrii układu i pojawiają się skupiska w pewnych miejscach kosztem zmniejszenia się zaludnienia w innych obszarach [98, s. 213]. Na gruncie polskim ten model był stosowany przez R. Domańskiego i A.P. Wierzbickiego [32, 33].



Rys. 7.1. Koncentracje otrzymane z równomiernego rozmieszczenia źródeł i celów.

Model *przesunięcie ogólne*. Sieć teoretyczna typu F. Źródło: [157]

Fig. 7.1. Concentrations emerging from the uniform distribution of origins and destinations.

The *general shift* model. Theoretical transportation network F [157]

Jak to pokazały badania T. Zipsera [157], modele *przesunięć bilansujących*, choć wyrosły z innej idei, z idei pośrednich możliwości, również pozwalają ze stanu jednorodnego uzyskać obrazy koncentracji. Jeden z przykładów pokazano na rysunku 7.1.

W Stanach Zjednoczonych D.S. Dendrinos podjął wraz z zespołem prace nad badaniem ewolucji systemu miejskiego na modelach ekologii matematycznej [23]. Modele obrazujące dynamikę układu osadniczego bazowały m.in. na modelu Volterry–Lotki i na modelu logistycznym. Jeden z jego ostatnich modeli zostanie przedstawiony w rozdziale 7.3.2.

Warte wspomnienia są prace W. Weidlicha i G. Haaga [120, 121], którzy wykorzystali metody stosowane w synergetyce w analizach systemu osadniczego oraz do badania zjawiska migracji.

Wśród wielu pojęć występujących w teorii systemów dynamicznych pojęcie samoorganizacji zostało uznane przez R. Domańskiego za podstawową ideę porządkującą problematykę gospodarki przestrzennej [30].

7.2. Ciągłe układy dynamiczne

Dynamika zmian ciągłych układów dynamicznych opisywana jest przez równania różniczkowe [3, 104], w których występują funkcje i ich pochodne. Weźmy pod uwagę równanie

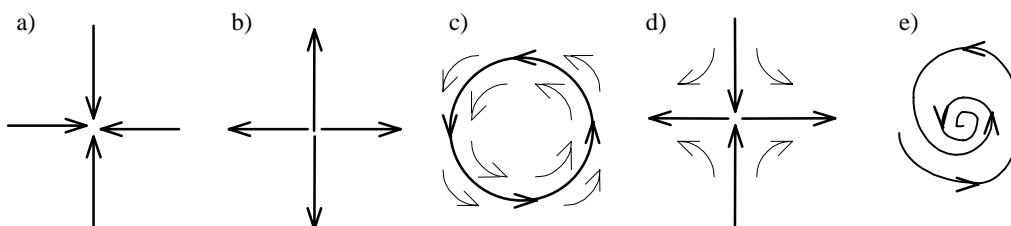
$$dx/dt = f(x, t),$$

w którym x jest wektorem (punktem) w przestrzeni n -wymiarowej, a t oznacza czas. Zbiór wektorów spełniających to równanie tworzy tzw. przestrzeń stanów. Rozwiązaniem równania jest funkcja $x = \phi(x_0, t)$, która zależy od warunku początkowego x_0 (zakładamy, że w chwili t_0 funkcja x przyjmuje wartość x_0). Odpowiada jej krzywa, trajektoria wychodząca z punktu x_0 , która przemieszcza się w przestrzeni stanów. Jeśli ograniczyć się do równań różniczkowych określonych dla dwóch zmiennych, to można sobie wyobrazić ruch wszystkich możliwych punktów początkowych jako ruch płynu, którego przemieszczanie wyznaczone jest przez trajektorie. Dla ustalonego punktu początkowego współrzędne przemieszczającego się punktu są rozwiązaniem równania dla danych warunków początkowych. Obraz linii przepływu to tzw. portret fazowy równania, który pozwala śledzić ewolucję różnych punktów początkowych. Przykłady zachowania układu dla $n = 2$ pokazano na rysunku 7.2a, b, c i d:

a) zbliżanie się trajektorii do pewnego punktu, w którym znikają. Jest to tzw. zlew, węzeł stabilny, w którym układ osiąga stan stały (*steady state*). Wszystkie trajektorie dążą do niego niezależnie od punktu początkowego;

b) trajektorie uciekają od pewnego punktu, jest to źródło, niestabilny węzeł stacjonarny;

- c) cykl graniczny, znajdujące się w jego pobliżu punkty poruszają się w kierunku krzywej zamkniętej. Wówczas mamy do czynienia ze stabilnością cykliczną;
 d) siodło – stabilność występuje tylko w jednym kierunku, w drugim natomiast niestabilność;
 e) ognisko stabilne.



Rys. 7.2. Schematy zachowań systemu opisanego przez trajektorie w przestrzeni fazowej:

a) zlew, b) źródło, c) cykl graniczny, d) siodło, e) ognisko stabilne

Fig. 7.2. Typical behaviour patterns of system described by trajectories in phase space:

a) sink, b) origin, c) limit circle, d) saddle, e) stable focus

W dziedzinie równań różniczkowych zarysowały się dwie tendencje. Z jednej strony poszukuje się rozwiązań szczegółowych, choćby za pomocą jakiejś metody aproksymacyjnej, z drugiej – bez znajomości rozwiązania – badana jest stabilność układu równań oraz zachowanie asymptotyczne, określające w jakim stanie znajdzie się układ po upływie długiego czasu [65]. Pierwszym, który podjął problem stabilności, był H. Poincaré, przy okazji badania problemu trzech ciał. Oprócz tego analizował zachowanie długookresowe układu, czyli zbliżanie się do tzw. atraktora. Atraktor to część przestrzeni fazowej, do której dążą wszystkie trajektorie równania. Okazuje się, że na płaszczyźnie jedynymi atraktorami są: punkt, stabilny cykl graniczny oraz ognisko stabilne (por. rys. 7.2a, c, e), natomiast w przestrzeni trójwymiarowej występują jeszcze tzw. dziwne atraktory, jednym z nich jest atraktor Lorenza.

Wspomniane na początku rozdziału nietypowe zachowanie trajektorii wyznaczonej przez trzy zmienne układu równań różniczkowych opisujących konwekcję jest spowodowane przez wspomniany wyżej atraktor Lorenza. Jest to dwupłatowy obiekt w przestrzeni trójwymiarowej, przypominający zgnieciony obwarzanek. Składa się z nieskończonej liczby oddzielnych warstw. Dla pewnych wartości parametrów punkty stałe układu równań tracą stabilność, co powoduje, że punkt reprezentujący stan układu krąży dookoła jednego z punktów na pierwszym płacie, następnie przechodzi przez połączenie na drugi płat i zaczyna okrążyć drugi punkt, by po jakimś czasie znaleźć się na pierwszym płacie. W ten sposób nigdy nie zostanie osiągnięty stan stały.

7.2.1. Model logistyczny – wersja ciągła

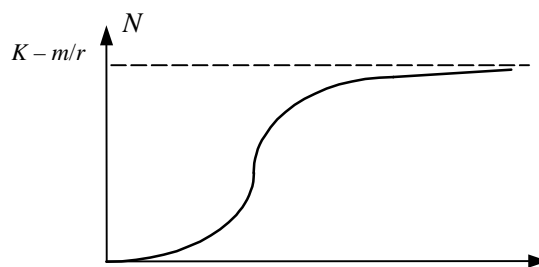
Część modeli stosowanych w gospodarce przestrzennej wywodzi się z ekologii matematycznej, której tematem zainteresowań są modele zmian liczebności i zagęszczenia populacji [117].

Jednym z najprostszych modeli opisujących zmiany liczebności populacji jest model logistyczny określony równaniem różniczkowym

$$dN/dt = rN(t) [K - N(t)] - m N(t),$$

gdzie $N(t)$ określa wielkość populacji, jest to funkcja zależna od czasu, dN/dt to pochodna tej funkcji, wyraża szybkość zmian liczebności, K oznacza pojemność siedliska, a r i m są odpowiednio współczynnikami urodzin i zgonów.

Szukana funkcja $N(t)$ została przedstawiona na rys. 7.3. Najpierw obserwujemy wzrost wykładniczy, który następnie ulega spłaszczeniu i w końcu dąży asymptotycznie do wartości $K - m/r$, którą osiągnie bez względu na to, jaki był początkowy rozmiar populacji.



Rys. 7.3. Krzywa logistyczna. Wielkość populacji jako funkcja czasu
Fig. 7.3. Logistic curve. Population growth as a function of time

Krzywą logistyczną można interpretować jako ilustrację sprzężenia zwrotnego; tempo wzrostu jest spowalniane przez własny wzrost, który nie może być nieograniczony. Modelu tego używa się również do modelowania nieodnawialnych zasobów.

7.2.2. Model Volterra–Lotki

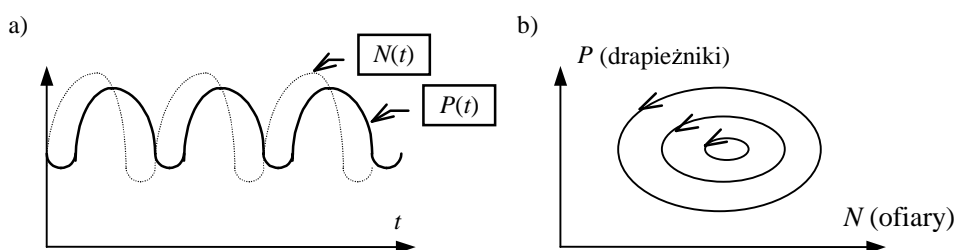
W przyrodzie często obserwuje się oscylacje zagęszczenia drapieżników i ich ofiar. Pochodzący z lat 20. XX wieku model Volterra–Lotki pokazuje zmiany liczebności dwóch populacji – drapieżników $P(t)$ i ich ofiar $N(t)$. Ponieważ w modelu nie uwzględnia się ograniczeń w ilości pokarmu, którym żywią się ofiary, więc, przy braku drapieżników, liczebność ofiar będzie rosła wykładniczo. Pierwsze równanie modelowe, opisujące zmiany liczebności ofiar, ma postać

$$dN/dt = a N(t) - b N(t) P(t) \quad a, b > 0.$$

Drugie równanie, dotyczące drapieżników, jest następujące

$$dP/dt = -c P(t) + d N(t) P(t) \quad c, d > 0.$$

Rozwiązanie podanego wyżej układu równań różniczkowych odzwierciedla periodyczne zmiany wielkości dwóch populacji (rys. 7.4a). Wzrost liczebności ofiar po pewnym czasie pociąga za sobą zwiększenie się liczby drapieżników, co musi spowodować redukcję populacji ofiar. Zmniejszenie liczby ofiar oznacza pogorszenie warunków życia drapieżników i w konsekwencji prowadzi do zmniejszenia się ich liczebności, co stwarza warunki do odbudowy populacji ofiar itd.



Rys. 7.4. Model Volterra–Lotki dla populacji drapieżników i ofiar:
 a) rozwiązanie – zmiany populacji w czasie, b) trajektorie w przestrzeni fazowej
 Fig. 7.4. Volterra–Lotka model for predator and prey populations:
 a) solution – changes of population in time, b) trajectories in phase space

Trajektorie w przestrzeni fazowej obrazują okresową zmienność wielkości tych dwóch populacji (rys. 7.4b). Szukanym rozwiązaniem jest cykl graniczny, który zależy od warunków początkowych. Pod wpływem małych zaburzeń cykl powinien dążyć spiralnie do punktu równowagi o współrzędnych równych $(c/d, a/b)$ [91, s. 357].

Zmienne modelu mogą być też interpretowane w inny sposób, mianowicie $N(t)$ określa wielkość populacji, a $P(t)$ jest czynnikiem ograniczającym jej wzrost (np. są to choroby). Model ten jest również stosowany do obrazowania konkurencji między podsystemami.

R. Domański, korzystając z modelu zbudowanego przez Dendrinosa na bazie modelu Volterra–Lotki, badał stabilność układów przestrzenno-gospodarczych po I fazie transformacji w Polsce [30, s. 148–200].

7.3. Dyskretne układy dynamiczne

Jeżeli wielkości zmiennych są obserwowane tylko w pewnych chwilach czy okresach, to mamy do czynienia z układem dyskretnym. Wówczas jego zachowanie opisane jest przez równanie różnicowe, którego postać jest następująca

$$x_{i+1} = F(x_i),$$

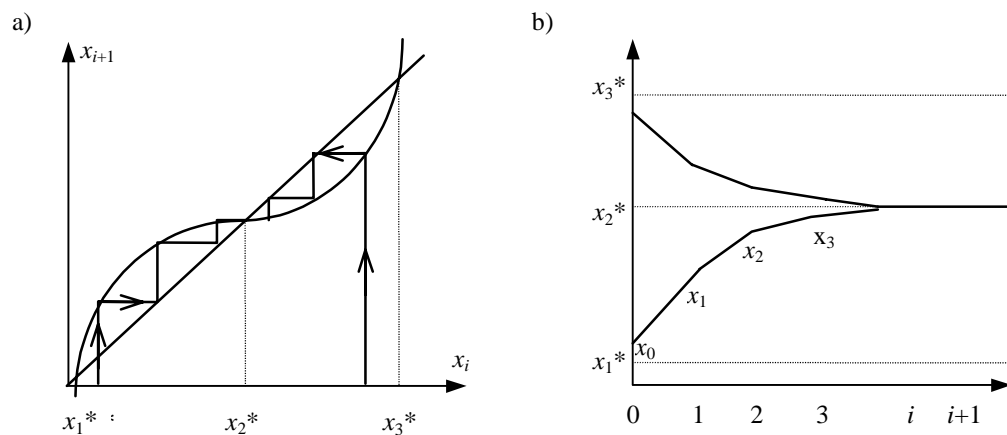
gdzie x_{i+1} i x_i są elementami przestrzeni n -wymiarowej. Stan układu w chwili $i+1$ zależy od stanu w chwili poprzedniej i , co określa funkcja $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$.

Łatwo zauważyć, że równanie różnicowe generuje ciąg kolejnych przybliżeń, który jeśli jest zbieżny, to prowadzi do znalezienia punktu stałego odwzorowania F , jeśli F jest ciągle (por. rozdz. 4.3).

Wśród równań różnicowych zdarzają się takie, których dynamika jest niezwykle złożona pomimo prostoty równania. Chaotyczne zachowanie spotyka się nawet dla odwzorowań jednowymiarowych, opisanych funkcją jednej zmiennej.

Interesuje nas pytanie w jakim stanie znajdzie się układ po upływie długiego okresu czasu. Przyjrzyjmy się kilku wzorcom zachowań na przykładzie układów zależnych od jednej zmiennej. Łatwo je wizualizować, kolejne wyrazy ciągu otrzymujemy tworząc tzw. diagram pajęczynowy (por. rozdz. 4.1).

Najpierw weźmy pod uwagę układ, który charakteryzuje funkcja zamieszczona na rysunku 7.5a. Określa ona przejście ze stanu x_i do x_{i+1} . Jej wykres przecina prostą w trzech miejscach, wyznaczając trzy stany równowagi (punkty stałe): x_1^* , x_2^* oraz x_3^* . Obserwując diagram pajęczynowy – graficzny obraz metody iteracyjnej – dla dwóch różnych stanów początkowych widać, że dla wszystkich wartości z przedziału (x_1^*, x_3^*) układ dąży do stanu x_2^* , który jest stanem równowagi (*steady state*). Na rysunku 7.5b pokazano dynamikę tego układu, zmiany stanu układu w kolejnych iteracjach dla wspomnianych stanów początkowych.



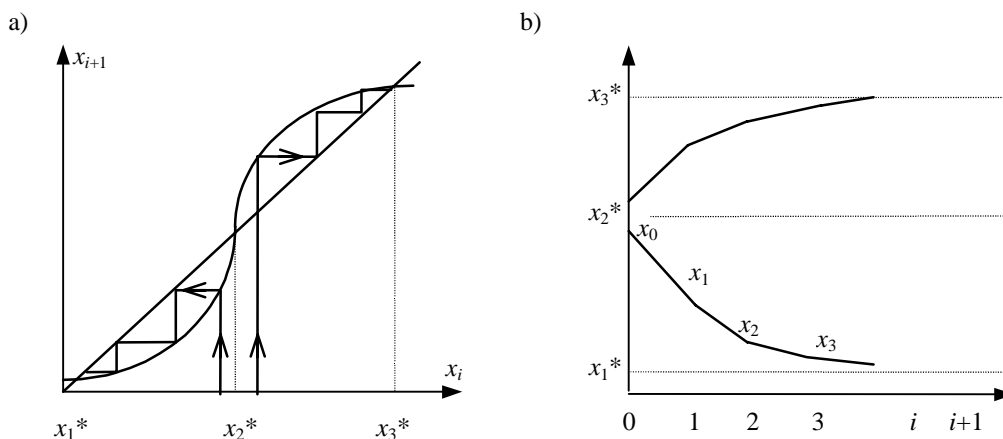
Rys. 7.5. Układ zbieżny do stanu równowagi x_2^* :

a) diagram pajęczynowy, b) dynamika w czasie (w kolejnych iteracjach)

Fig. 7.5. Convergence of system to a fixed point x_2^* :

a) cobweb diagram, b) dynamics in time (in sequence of iterations)

Z kolei na rysunku 7.6 zaprezentowano układ, który albo dąży do x_1^* , gdy stan początkowy jest z przedziału (x_1^*, x_2^*) , albo do x_3^* , jeżeli początkowa wartość zawiera się między x_2^* a x_3^* . Łatwo zauważyć, że jeśli punktem startu będzie x_2^* , to układ w nim pozostanie.



Rys. 7.6. Układ zbieżny do stanu równowagi x_1^* lub x_3^* :
 a) diagram pajęczynowy, b) dynamika w czasie (w kolejnych iteracjach)
 Fig. 7.6. Convergence of system to fixed points x_1^* or x_3^* :
 a) cobweb diagram, b) dynamics in time (in sequence of iterations)

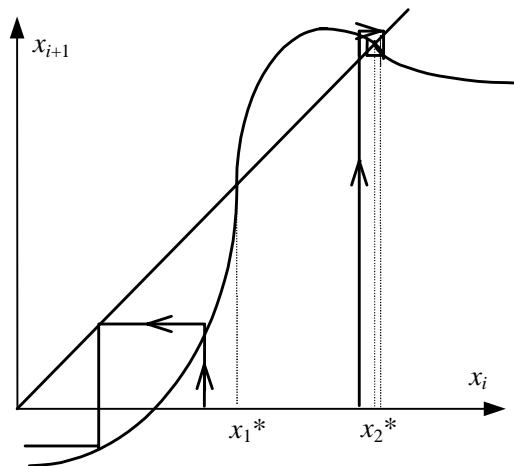
Jednym z kluczowych pojęć teorii układów dynamicznych jest *stabilność*. Nie wystarczy stwierdzić istnienie punktu stałego odwzorowania x^* , który z definicji spełnia równość $x^* = F(x^*)$, lecz należy zbadać czy jest on stabilny. Intuicyjnie stabilność oznacza, że niewielka zmiana x_i w równaniu $x_{i+1} = F(x_i)$ nie spowoduje uzyskania innego punktu stałego.

Nietrudno zauważyć, że zachowanie układów pokazanych na rys. 7.5 i 7.6 opisują wzajemnie jednoznaczne funkcje monotoniczne. W obu przypadkach są 3 punkty stałe wyznaczone przez przecięcie funkcji z prostą: x_1^* , x_2^* oraz x_3^* . Dla pierwszego układu punkt stały x_2^* jest stabilny dla punktów z obszaru (x_1^*, x_3^*) , a punkty x_1^* i x_3^* są niestabilne. Jeśli stan początkowy przyjmie wartości mniejsze od x_1^* lub większe od x_3^* , to układ będzie uciekał od wartości z przedziału, będzie rozbieżny.

Z kolei dla drugiego układu ciąg punktów albo dąży do x_1^* , albo do x_3^* , które są stabilne. Niestabilny punkt stały x_2^* oddziela dwa zupełnie różne sposoby zachowania, nazywamy go punktem *bifurkacji*, ponieważ w tym punkcie następuje zmiana zachowania systemu. Jest to przykład lokalnej bifurkacji, takiej, która pojawia się w otoczeniu punktu stałego.

Tak więc w pierwszym z omawianych układów punkty bifurkacji były usytuowane na końcach przedziału, a w drugim w środku.

Na rysunku 7.7 widać, że układ ma dwa punkty stałe wyznaczone przez przecięcie prostej z funkcją F . Punkt x_1^* jest niestabilny, ponieważ ciąg przybliżeń „ucieka” od niego, a punkt stały x_2^* jest stabilny, bo sekwencja otrzymanych iteracyjnie punktów jest do niego zbieżna.



Rys. 7.7. Diagram pajęczynowy dla odwzorowania z dwoma punktami stałymi.

Punkty stałe: x_1^* – niestabilny, x_2^* – stabilny

Fig. 7.7. Cobweb diagram for two fixed points.

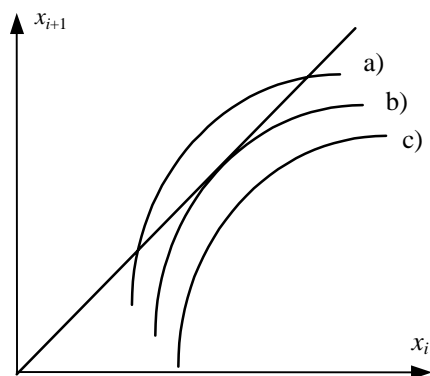
Fixed points: x_1^* – unstable, x_2^* – stable

W odróżnieniu od dwóch poprzednich układów, gdzie zbliżanie się do punktu stabilnego następowało z „jednego kierunku”, tutaj ciąg jest zbieżny, ale przyjmuje naprzemian wartości większe i mniejsze od punktu stabilnego.

Analitycznie sprawdzenie stabilności punktu sprowadza się do zbadania, czy w punkcie stałym wartość bezwzględna pochodnej funkcji $F(x^*)$ jest mniejsza od 1, co zapewnia stabilność, lub czy jest większa od 1, co oznacza niestabilność. Odpowiada to badaniu kąta, jaki tworzy styczna do funkcji F w punkcie stałym.

Oprócz pytania o stabilność punktu stałego pojawia się zagadnienie wpływu parametrów układu na jego stabilność.

Z ciekawym przypadkiem mamy do czynienia, gdy funkcja F dotyka przekątnej (rys. 7.8). Wówczas ten właśnie punkt rozdziela jakościowo różne rodzaje zachowań. Jeśli zmiana parametru wpływa na zmianę położenia funkcji F względem przekątnej, to przejście od położenia a) do c) odpowiada sytuacji, gdy dwa punkty stałe (a) zlewają się w jeden (b), a następnie znikają (c). Jest to przykład bifurkacji typu węzeł-siodło (por. rozdz. 8.5).



Rys. 7.8. Przykład bifurkacji węzeł-siodło:

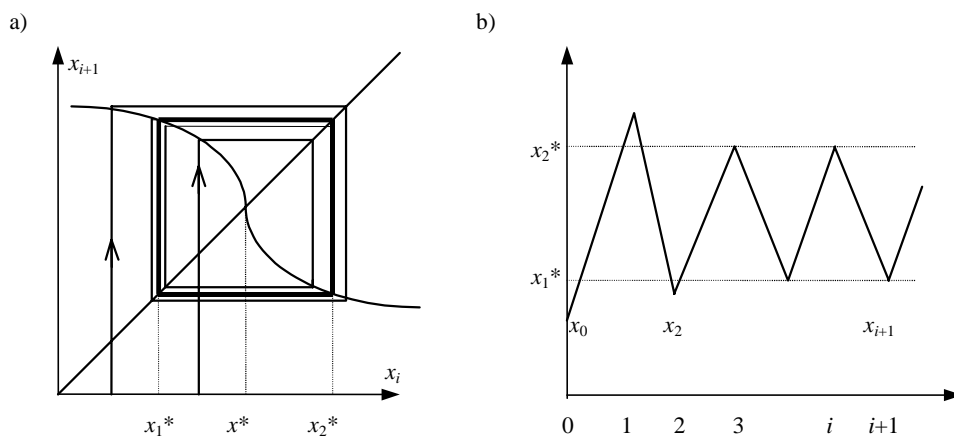
- a) dwa punkty stałe – niestabilny i stabilny, b) zlanie się dwóch punktów stałych,
c) zniknięcie punktu stałego

Fig. 7.8. An example of saddle-node bifurcation:

- a) two fixed points – unstable and stable, b) joining two fixed points,
c) disappearing fixed points

Mamy więc tu do czynienia z trzema zupełnie różnymi sposobami zachowania.

Oprócz punktów stałych jednowymiarowe odwzorowanie może wygenerować cykl (rys. 7.9). Punkt stały x^* jest niestabilny, ponieważ układ ucieka od niego, dążąc do sekwencji $x_1^*, x_2^*, x_1^*, x_2^*, \dots$. Stabilność cyklu (x_1^*, x_2^*) jest zapewniona, gdy wartość bezwzględna iloczynu pochodnych w punktach x_1^* i x_2^* jest mniejsza od 1.



Rys. 7.9. Zachowanie cykliczne układu:

- a) diagram pajęczynowy, b) dynamika w czasie (w kolejnych iteracjach)

Fig. 7.9. Periodic behaviour of system:

- a) cobweb diagram, b) dynamics in time (in sequence of iterations)

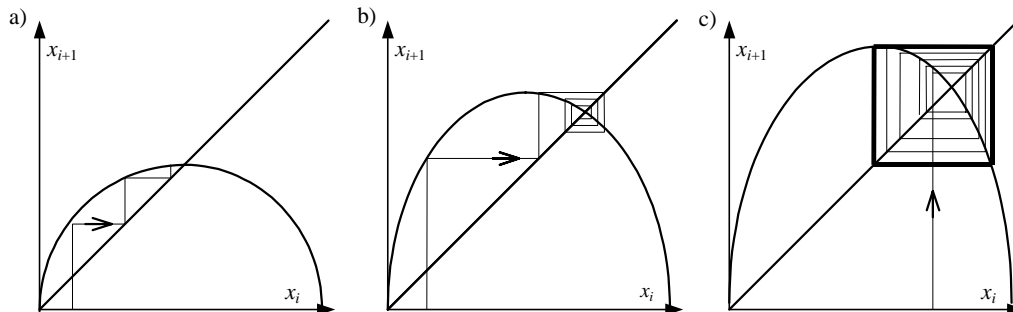
Jeśli zrezygnujemy z wzajemnej jednoznaczności funkcji określającej zachowanie układu, to jest możliwe wygenerowanie takiej sekwencji punktów, która nie ma ani stabilnych punktów stałych, ani cykli, układ będzie się zachowywał chaotycznie. Przykładem takiej funkcji jest funkcja modelu logistycznego w wersji dyskretniej.

7.3.1. Model logistyczny – wersja dyskretna

Model logistyczny w dyskretniej postaci [83, 84] jest chyba najczęściej prezentowanym przekształceniem o dynamice chaotycznej. Określa go następująca zależność

$$x_{i+1} = \mu x_i (1 - x_i).$$

W modelu zakłada się, że liczebność populacji w danym pokoleniu jest unormowana w stosunku do maksymalnej liczebności osobników, którzy mogą się zmieścić w środowisku o danej pojemności. Dlatego nie operuje się rzeczywistymi wielkościami populacji, a jedynie wartościami względnymi z przedziału $[0, 1]$. Przyjmuje się założenie, że wielkość populacji w pokoleniu $i+1$ (x_{i+1}) jest proporcjonalna do liczebności w poprzednim pokoleniu i (x_i) oraz do ilości pozostałego wolnego miejsca $(1 - x_i)$. Parametr μ przyjmuje wartości z przedziału $[0, 4]$ co zapewnia, że $x_{i+1} \in [0, 1]$. Jak nietrudno zauważyć, wykresem tej funkcji jest parabola.



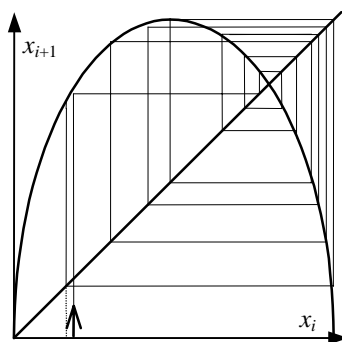
Rys. 7.10. Stabilna dynamika modelu logistycznego w zależności od parametru μ :
a), b) punkt stały dla $\mu \in [1, 3]$, c) cykl dla $\mu \in (3, 1+\sqrt{6}]$.

Źródło: [96]

Fig. 7.10. Stable dynamics of logistic map depending upon value of μ parameter:
a), b) fixed point for $\mu \in [1, 3]$, c) cycle for $\mu \in (3, 1+\sqrt{6}]$ [96]

Obliczony z formuły modelu ciąg wartości zachowuje się diametralnie różnie w zależności od wartości parametru μ . I tak, dla μ z przedziału $(0,1)$ mamy stabilny punkt stały równy zero. Następnie punkt stały traci stabilność i dla $\mu \in [1, 3]$ ciąg $\{x_i\}$ jest zbieżny do wartości $1 - 1/\mu$ (rys. 7.10a,b), jest to nowy punkt stały (stan stacjo-

nary, atraktor³ punktowy). Gdy $\mu = 3$, zbieżność staje się bardzo powolna, punkt stały traci stabilność i spirala dąży do kwadratowej pętli, układ oscyluje, mamy cykl o okresie 2 (rys. 7.10c). Gdy $\mu > 1 + \sqrt{6} \sim 3,45$, pojawia się nowa bifurkacja, cykl o okresie 4, który traci stabilność dla $\mu \sim 3,54$, rodzi się cykl o okresie 8 itd., aż μ osiągnie wartość 3,5699. Dla $\mu \in (3,5699; 4]$ obserwuje się chaotyczną dynamikę, proces się nie zatrzymuje, nie dąży do granicy. Zamiast uporządkowanego zachowania następuje stopniowe zapełnianie całej dostępnej przestrzeni, system jest niestabilny (rys. 7.11).



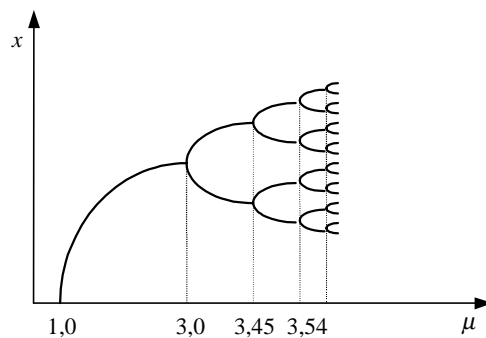
Rys. 7.11. Niestabilna dynamika modelu logistycznego dla $\mu \in (3,5699; 4]$.

Wynik po 15 iteracjach obliczeń. Źródło: [96]

Fig. 7.11. Non-stable dynamics of logistic map for dla $\mu \in (3,5699; 4]$.

Result after 15 iterations [96]

Diagram bifurkacji, czyli obraz dynamiki w zależności od wartości jaką przyjmie parametr μ , przedstawiono na rys. 7.12.



Rys. 7.12. Diagram bifurkacji dla modelu logistycznego

Fig. 7.12. The bifurcation diagram of the logistic map

³ Podobnie jak dla równań różniczkowych, atraktorem nazywamy stan, do którego dąży ciąg wygenerowany w kolejnych iteracjach. Atraktor może być punktem, obiektem geometrycznym (np. okręgiem), a także nietypowym obiektem, tzw. dziwnym atraktorem.

Okazuje się, że taki schemat zachowania systemu jest charakterystyczny dla wszystkich modeli opisanych funkcją jednej zmiennej, która ma jedno maksimum [108].

7.3.2. Model Dendrinosa

Dendrinos i Sonis w książce *Chaos and Socio-Spatial Dynamics* [24] zaprezentowali model charakteryzujący się zróżnicowanym zachowaniem. Model ten w wersji podstawowej obrazuje dynamikę przydziałów pewnej aktywności w dwóch rejonach (*one stock – two locations*) wyrażoną wielkościami względnymi. Postać modelu jest następująca

$$x_1(t + 1) = A_1 F_1[x_1(t), x_2(t)]/W,$$

$$x_2(t + 1) = A_2 F_2[x_1(t), x_2(t)]/W,$$

gdzie $t = 0, 1, 2, \dots$, natomiast $x_1(t + 1)$ i $x_2(t + 1)$ pokazują w jakich proporcjach zostanie rozmieszczona aktywność (ludność, działalność) w dwóch rejonach. Funkcje F_1 i F_2 określają zależność rozmieszczenia odpowiednio w rejonie 1 i 2 od rozmieszczenia w poprzednim okresie. Zmienna $W = A_1 F_1[x_1(t), x_2(t)] + A_2 F_2[x_1(t), x_2(t)]$ zapewnia, że w kolejnych iteracjach wielkości będą się mieścić w przedziale $[0, 1]$ i ich suma będzie równa 1.

Formuła modelu może być zapisana jednym równaniem

$$x(t + 1) = 1/(1 + (A_2 F_2)/(A_1 F_1)) = 1/(1 + A F).$$

Przy takim zapisie $x_1(t + 1) = x(t + 1)$, natomiast $x_2(t+1) = 1 - x(t + 1)$, $F = F_2/F_1$, $A = A_2/A_1$.

Zachowanie modelu badano dla funkcji nawiązującej do modelu logistycznego

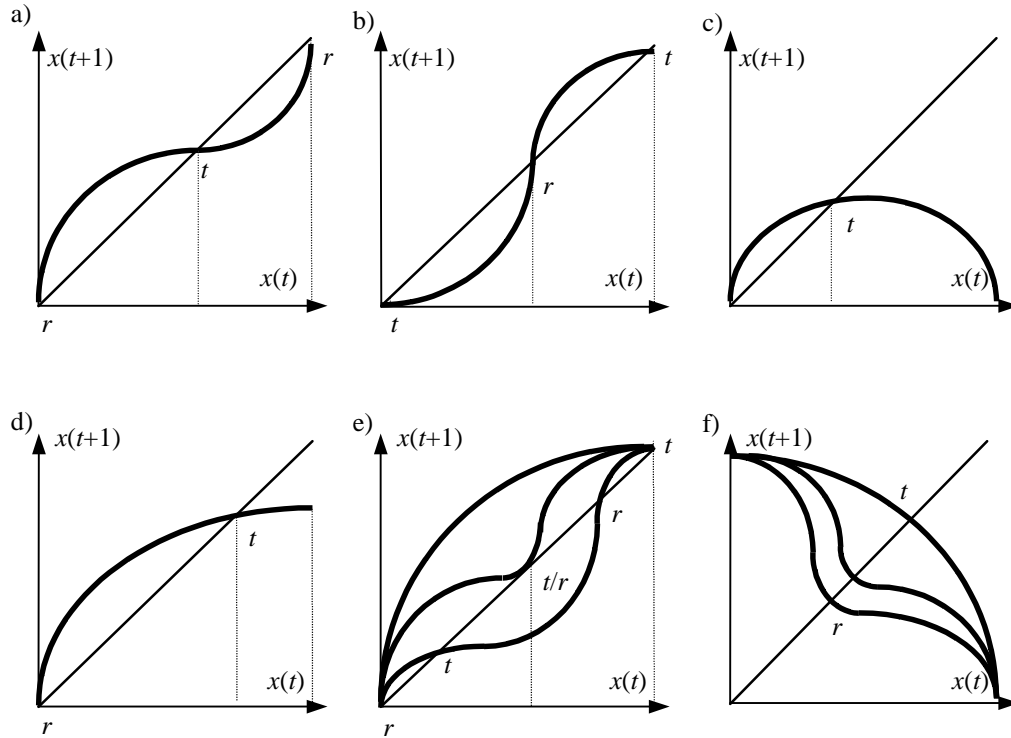
$$F[x(t)] = A x(t)^a [1 - x(t)]^b.$$

Parametry a i b obrazują różnice w predyspozycjach rejonów do przyjęcia aktywności i w mniejszym stopniu wpływają na dynamikę układu, A jest parametrem odzwierciedlającym wpływ środowiska, jest to parametr bifurkacji.

Otrzymano aż 49 typów zachowań modelu, na rysunku 7.13 pokazano wykresy funkcji modelowej dla kilku zestawów parametrów. Literą t oznaczono atraktor – stabilny punkt stały odwzorowania, a literą r – repiler, niestabilny punkt stały. Funkcje te pokazują, jak wielkość przydziału aktywności w rejonie 1 w chwili $t + 1$ zależy od przydziału w poprzednim okresie t .

Nawet pobieżna analiza wykresów odwzorowania modelowego pozwala stwierdzić, w których punktach stałych (punktach przecięcia wykresu z prostą) wartość bezwzględna pochodnej jest mniejsza od 1, co zapewnia im stabilność, a w których

jest większa od 1, co oznacza, że są niestabilne. Wśród zachowań tego modelu można spotkać zachowania stabilne, okresowe i chaotyczne.



Rys. 7.13. Model Dendrinos. Przykłady funkcji modelowej dla wartości parametrów:

a) $a \in (-1,0)$ $b \in (0,1)$, b) $a < -1$ $b > 1$, c) $a \in (-1,0)$ $b \in [-1,0)$,

d) $a \in (-1,0)$ $b = 0$, e) $a \in (-1,0)$ $b > 1$, f) $a > 1$ $b \in (-1,0)$.

t – atraktor (stabilny punkt stały), r – repiler (niestabilny punkt stały)

Źródło: D.S. Dendrinos, M. Sonis *Chaos and Socio-Spatial Dynamics*

Fig. 7.13. Dendrinos model. Examples of model function (map) for parameters:

a) $a \in (-1,0)$ $b \in (0,1)$, b) $a < -1$ $b > 1$, c) $a \in (-1,0)$ $b \in [-1,0)$,

d) $a \in (-1,0)$ $b = 0$, e) $a \in (-1,0)$ $b > 1$, f) $a > 1$ $b \in (-1,0)$.

t – attractor (stable fixed point), r – repiler (unstable fixed point)

Model ten rozszerzono uwzględniając większą liczbę rejonów. Tę wersję modelu testowano na danych ludnościowych Stanów Zjednoczonych. Dla ludności czterech rejonów (powstałych w wyniku agregacji stanów) zostały wyestymowane metodą regresji parametry modelu w oparciu o dane demograficzne rejestrowane od 1850 roku. Dla tak otrzymanych parametrów wykonano prognozę demograficzną do roku 2050.

Dendrinos i Sonis widzą swój model jako uniwersalne narzędzie pozwalające na opis zmian w układach ekonomicznych, społecznych, regionalnych, w których obok

zjawisk osiągających stan zrównoważony można obserwować zjawiska występujące cyklicznie, jak choćby szczyty ranne i popołudniowe w aglomeracjach, wzrost i upadek miast w sieci osiedleńczej regionów i krajów, cykl rocznego budżetu, sezonowe wahania wskaźników ekonomicznych, czy wreszcie chaotyczne zachowania na giełdzie.

8. Modele przesunięć bilansujących jako układy dynamiczne

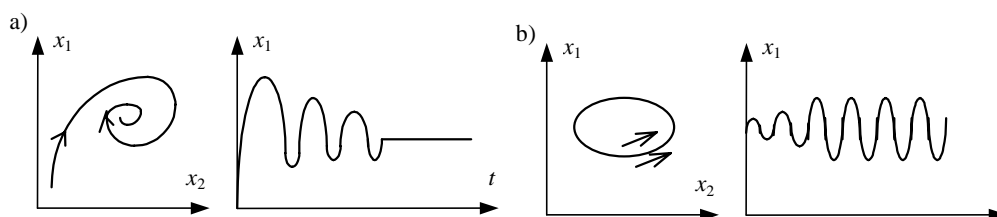
Spróbujmy przyjrzeć się modelom *przesunięć bilansujących* w świetle pojęć wywodzących się z teorii układów dynamicznych.

8.1. Równowaga. Stabilność – niestabilność. Dynamika zmian

Jednym z podstawowych terminów używanych w analizie systemów dynamicznych jest *równowaga*, która nazywana jest też stanem stałym, ustalonym, *steady state* lub punktem stałym odwzorowania.

Jest oczywiste, że w stosunku do organizmów żywych, systemów ekologicznych, a także regionów czy aglomeracji trudno utożsamiać równowagę ze statycznym, niezmiennym bezruchem. Należy mówić raczej o równowadze dynamicznej [7, s. 167], względnie o równowadze na poziomie makroskopowym. Taki stan stacjonarny, zrównoważony jest podtrzymywany dzięki wymianie energii, materii i informacji z otoczeniem, co jest charakterystyczne dla systemów otwartych.

Badając układ dynamiczny – bez względu na to, czy jest opisany równaniami różniczkowymi czy różnicowymi – najpierw staramy się znaleźć stan równowagi, a następnie stwierdzić, czy jest on stabilny.



Rys. 8.1. Typowe przykłady stabilnego zachowania systemu, gdy atraktor jest

a) pojedynczym punktem (ogniskiem stabilnym), b) cyklem granicznym

Fig. 8.1. Typical examples of stable behaviour of system when attractor is:

a) single point (stable focus) b) limit circle

Układ zależny od dwóch zmiennych x_1 i x_2 , którego zachowanie określa równanie różniczkowe osiąga stan stabilny, który jest punktem (zlew lub ognisko stabilne) albo cyklem granicznym (por. rys. 7.2a, c, e). Na rysunku 8.1 pokazano przebieg trajektorii w przestrzeni fazowej oraz wykres funkcji $x_1(t)$, która obrazuje jakim zmianom podlega czynnik x_1 wraz z upływem czasu.

Proces modelowania z wykorzystaniem metody iteracyjnej (za pomocą układu równań różnicowych), z jakim mamy do czynienia w modelach *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne*, pozwala widzieć zmiany rozmieszczenia zagospodarowania w trakcie symulacji jako układ dynamiczny.

Dla modelu *przesunięcie celów* w odniesieniu do systemu osadniczego składającego się z dwóch rejonów wykresy funkcji przyjazdów (obrazujących zapotrzebowanie na zagospodarowanie celowe), zamieszczone w rozdziale 5.1, pokazują jak wielkość zagospodarowania w iteracji $i + 1$ zależy od wielkości zagospodarowania w poprzedniej, i -tej iteracji (por. rys. 5.1).

Zwróćmy uwagę, że wykresy 5.1b–f mają trzy punkty stałe (punkty przecięcia z prostą), z tym że środkowy jest punktem stabilnym, czyli atraktorem. Wynika to z faktu, że kąt nachylenia stycznej do funkcji w tym punkcie jest mniejszy niż 45 stopni, co zapewnia, że wartość pochodnej nie przekracza 1. Bez względu na to jakie wstępne rozmieszczenie celów zostanie przyjęte, uzyskamy to samo rozwiązanie. Ciąg wielkości wygenerowanych metodą kolejnych przybliżeń jest zbieżny do środkowego punktu stałego, któremu odpowiada zlokalizowanie aktywności w obu rejonach. Właśnie dlatego obserwuje się zjawisko ekwifinalności w modelu *przesunięcie celów* dla układu składającego się z 2 rejonów (por. rozdz. 5.1.2). Ekwifinalność obserwowano również dla systemów składających się z 3 i 15 rejonów (por. rozdz. 5.2.2, 5.3.1 oraz 5.4.1).

W wariantach 5.1a oraz 5.1g rozwiązanie sprowadza się do umieszczenia całego zagospodarowania celowego w jednym z rejonów. Powodem tego jest fakt, że z dwóch punktów stałych, usytuowanych na końcach przedziału, tylko jeden jest stabilny. Dla wariantu 5.1a stabilnym rozwiązaniem jest $d_1 = 30000$ (całe zagospodarowanie w rejonie 1), a dla 5.1g stan równowagi $d_1 = 0$, czyli aktywność lokuje się w drugim rejonie.

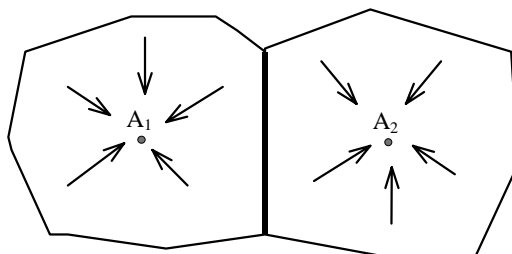
Modelowania przeprowadzone na większych przykładach Łodzi i Wrocławia (por. rozdz. 5.4.2, 5.4.3) pokazują, że rozmieszczenie wstępne wpływa na rezultat końcowy. Może to wynikać z faktu, że metoda kolejnych przybliżeń w niektórych przypadkach generuje ciągi wolno zbieżne (por. rozdz. 4.1).

Wykresy funkcji opisujących w modelu *przesunięcie ogólne* przejście z iteracji i do $i + 1$ dla systemu osadniczego składającego się z dwóch rejonów (por. rys. 5.8a, b) mają trzy punkty wspólne z prostą (trzy stany równowagi). Krańcowe punkty, odpowiednio $d_1 = 0$ i $d_1 = 30000$ są atraktorami, natomiast punkt ze środka przedziału jest repilerem, punktem odpychającym. Dlatego – z wyjątkiem przypadku, gdy rozmieszczenie wstępne jest mu równe – otrzymujemy rozwiązanie polegające na zlokalizowaniu zagospodarowania wyłącznie w jednym z rejonów. Ta cecha odwzorowania modelowego – atraktory umieszczone w podprzestrzeniach o mniejszej liczbie wymia-

rów – musi prowadzić do bardziej jaskrawych koncentracji w porównaniu z wynikami modelu *przesunięcie celów*.

Różnica w usytuowaniu punktów stabilnych, które dla modelu *przesunięcie celów* często są w środku przedziału, podczas gdy dla *przesunięcia ogólnego* sytuują się na jego końcach powoduje, że w rozwiązaniu otrzymanym drugim modelem będzie więcej „zerowych” rejonów (bez zagospodarowania). To tłumaczy zależność rozwiązań wygenerowanych modelem *przesunięcie ogólne* od rozmieszczenia wstępnego, w zależności od jego położenia względem punktów stabilnych zostanie wybrany jeden z nich (por. tab. 5.3).

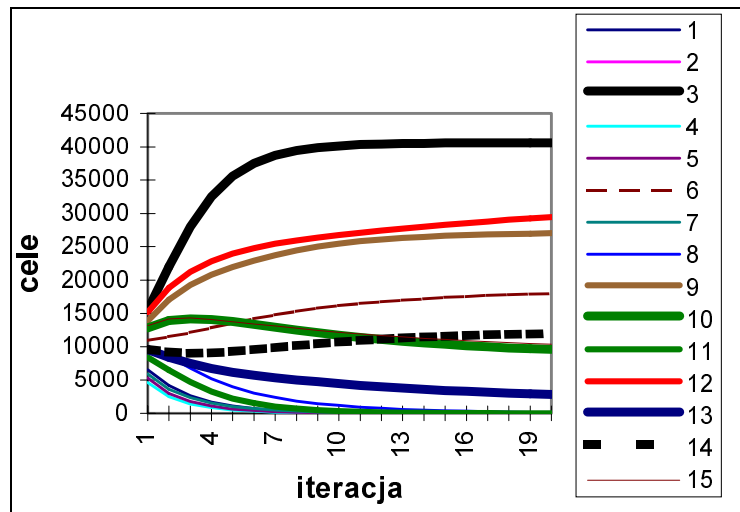
Wrażliwość rozwiązań otrzymanych modelem *przesunięcie ogólne* na rozmieszczenia wstępne aktywności zostało schematycznie zilustrowane na rysunku 8.2. Pokazany tu system osiąga równowagę w punkcie A_1 lub A_2 , w zależności od lokalizacji stanu początkowego. Drobne zmiany położenia w pobliżu granicy oddzielającej dwa zbiory mogą spowodować diametralnie różne zachowania.



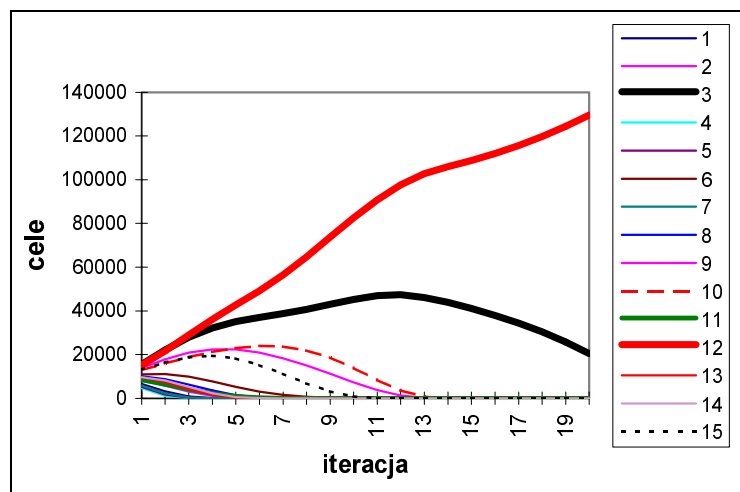
Rys. 8.2. Wpływ danych wstępnych na rozwiązanie.
Dwa zbiory punktów, które prowadzą do różnych rozwiązań (A_1 lub A_2)
Fig. 8.2. An influence of initial data on solution.
Two sets of points determining different solutions (A_1 or A_2)

Z porównania wykresów funkcji modelowych modeli *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne* (por. rys. 5.1 oraz 5.2) z odpowiednimi wykresami modelu Dendrinosa (por. rys. 7.13) wynika, że istnieje analogia między wariantem z rys. 5.1b–f i 7.13a. Z kolei wariantom z rys. 5.2a–c odpowiada 7.13d, dla którego mamy stabilne rozwiązanie niezerowe. Jednak to podobieństwo zachodzi jedynie do pewnego stopnia, ponieważ w modelu Dendrinosa operuje się wielkościami względnymi, sumującymi się do 1, a w modelu *przesunięcie celów*, przy przyjęciu tak „ostrej” selektywności, suma przyjazdów do systemu będzie znacznie mniejsza niż zlokalizowane tam zagospodarowanie. Z kolei wariant odwzorowania modelu *przesunięcie ogólne*, odpowiadający takim selektywnościom, dla których niewielki ułamek podróży przekroczy granice układu (rys. 5.8a) ma analog z rys. 7.13b.

Jak zmieniają się wielkości zagospodarowania celowego w rejonach w trakcie symulacji? Posłużmy się przykładem Sankt Petersburga podzielonego na 15 rejonów (por. rozdz. 5.4.1). Na rysunku 8.3 pokazano zmiany wielkości potencjałów celowych w rejonach w pierwszych 20 iteracjach symulacji modelem *przesunięcie celów*.



Rys. 8.3. Model *przesunięcie celów*. Zmiany wielkości potencjałów celowych w 15 rejonach dla 20 iteracji. Wstępne rozmieszczenie równomierne. Selektywność dla frakcji $R = 0,0001$ w obszarze 150000 celów
 Fig. 8.3. *The shifting destinations* model. Changes of destination masses of 15 zones for 20 iterations. An initial distribution – uniform. Selectivity for fraction $R = 0.0001$ and 150000 goals



Rys. 8.4. Model *przesunięcie ogólne*. Zmiany wielkości potencjałów celowych w 15 rejonach dla 20 iteracji. Wstępne rozmieszczenie równomierne. Selektywność dla $R = 0,0001$ w obszarze 150000 celów
 Fig. 8.4. *The general shift* model. Changes of destination masses of 15 zones for 20 iterations. An initial distribution – uniform. Selectivity for fraction $R = 0.0001$ and 150000 goals

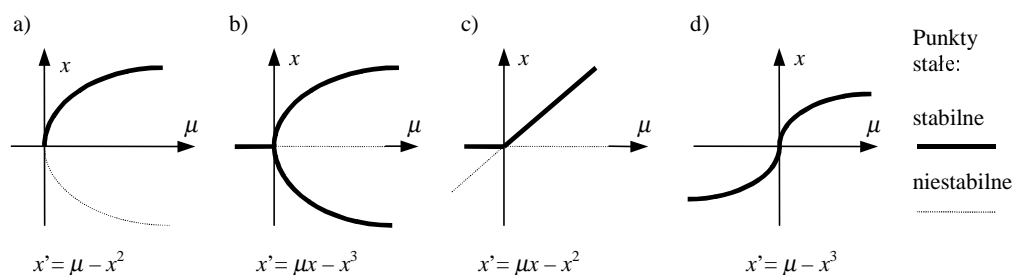
Na rysunku 8.4 zilustrowano dynamiki zmian potencjałów celowych, gdy użyto modelu *przesunięcie ogólne*.

Prawie we wszystkich rejonach obserwuje się albo wzrost, albo zmniejszanie się mas celowych, jedynie w nielicznych przypadkach zauważa się najpierw wzrost, a potem spadek. Nie widać gwałtownych zmian, ani oscylacji, ani tym bardziej chaotycznych zmian wielkości zagospodarowania. W wykresach dynamik ujawnia się też większa siła koncentrująca modelu *przesunięcie ogólne*, bowiem po 20 iteracjach cele są zlokalizowane już tylko w dwóch rejonach, z tym, że jeden z nich rośnie kosztem drugiego i w wyniku dalszych iteracji skupi się w nim całe zagospodarowanie.

8.2. Bifurkacje

Przez bifurkację rozumie się jakościową zmianę zachowania lub struktury systemu, co jest charakterystyczne dla wielu nieliniowych zależności. Bifurkacje podobnych typów spotykane są w pozornie odległych dziedzinach, jak termodynamika, optyka, mechanika płynu, ekonomia, socjologia, czy gospodarka przestrzenna.

Na rysunku 8.5 przedstawiono przykłady trzech rodzajów bifurkacji, zmian zachowania systemu, które zależą od wartości pewnego parametru [53, 123].



Rys. 8.5. Bifurkacje dla podanych równań różniczkowych:

a) typu węzeł–siodło, b) symetryczna, c) transkrytyczna.

Punkt $(0,0)$ jest punktem bifurkacji, μ – parametr bifurkacji.

d) brak bifurkacji – system osiąga równowagę dla wszystkich wartości parametru μ

Fig. 8.5. Bifurcations for given differential equations:

a) saddle–node, b) symmetric, c) transcritical.

Point $(0,0)$ is point of bifurcation, μ – parameter of bifurcation.

d) lack of bifurcation – system achieves equilibrium for all values of μ parameter

I tak bifurkacja typu *węzeł–siodło* (a) opisuje sytuację, gdy dla ujemnych wartości parametru μ nie istnieje punkt stały, dla $\mu = 0$ następuje zmiana; przejście do dodatnich wartości powoduje pojawienie się dwóch stanów stałych, z których tylko jeden

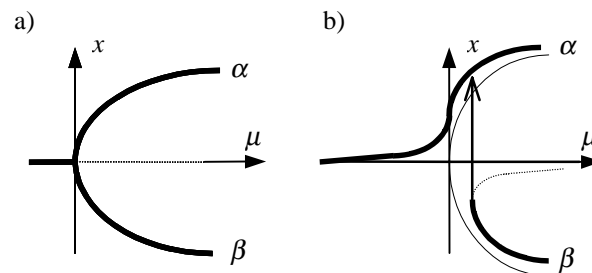
jest stabilny (na górnej gałęzi krzywej). Układ opisany funkcją przedstawioną na rys. 7.7 podlega temu typowi bifurkacji.

Z kolei bifurkacja *symetryczna* (typu widły, widłowa) (b) odpowiada następującemu zachowaniu. Dla parametrów ujemnych istnieje jeden stabilny stan ustalony. Gdy parametr przyjmie wartość równą zero, obserwuje się zmianę zachowania, dotychczasowy stan stały traci stabilność, pojawiają się dwa nowe stany, oba stabilne. W punkcie rozgałęzienia system staje wobec dwóch możliwości, pojawia się element losowości. Na ogół fluktuacje decydują, która gałąź będzie wybrana. Często obserwuje się uprzywilejowanie jednego ze stanów, czego przykładem jest np. lewoskrętność struktury DNA. Wydaje się jednak, że o wyborze jednego z wariantów zadecydowało jednostkowe zdarzenie, który potem jest tylko powielane [98].

Przykładowi bifurkacji *transkrytycznej* (c) odpowiada następująca sytuacja. Dla ujemnych wielkości parametru μ system osiąga równowagę stabilną, stan równy zero, który staje się niestabilny dla $\mu = 0$, wówczas następuje zmiana, nowe stabilne rozwiązania opisane są inną krzywą.

Ostatni przypadek (d) odpowiada systemowi, który dla wszystkich wartości parametru ma jeden punkt stabilny opisany tą samą krzywą. Nie obserwujemy bifurkacji.

Z bifurkacją *wspomaganą* mamy do czynienia, jeśli oddziaływanie zewnętrzne wpływa na wybór stanu stałego (rys. 8.6).



Rys. 8.6. Przejście od bifurkacji symetrycznej do wspomaganej:

a) dla $\mu > 0$ dwa stany stabilne, b) oddziaływanie zewnętrzne wpływa na preferowanie stanu α

Fig. 8.6. Transition from symmetric bifurcation to supported one:

a) for $\mu > 0$ two stable states, b) external influence affects preferring state α

Ten rodzaj bifurkacji rozważmy na przykładzie modelu kształtowania opinii publicznej, czy raczej manipulowania nią. Społeczność ma głosować w pewnej sprawie, która ma tyle samo zwolenników co przeciwników. Niech x będzie równe różnicy między liczbą głosów za i przeciw. Jeśli $x = 0$, to żadna z opinii nie jest preferowana. W referendum będzie wybrana jedna z opcji α lub β (górna lub dolna gałąź), co odpowiada bifurkacji symetrycznej (rys. 8.6a). Schemat ten ulega zmianie na skutek lepszej informacji lub tylko bardziej przekonującej propagandy na rzecz α (rys. 8.6b), głosujący zaczynają się skłaniać ku opcji α . System wybierze tę opcję podążając

w sposób ciągły górną gałęzią. Załóżmy, że stan systemu opisuje dolna gałąź β . Drobne zmiany mogą spowodować, że preferencje zmieniają się drastycznie, nastąpi przeskok z dolnej gałęzi na górną. Takie zachowania spotykamy w fizyce, w tzw. przejściach fazowych [77, s. 94].

W podobnej sytuacji znajdzie się inwestor, który podejmuje decyzję o kupnie jednej z działek położonych w dwóch gminach. Jeśli oferowane są zbliżone warunki, to odpowiada to bifurkacji symetrycznej. Na ostateczny wybór może wpłynąć informacja o panującej korupcji we władzach jednej z gmin, a to odpowiada bifurkacji wspomaganey.

Przeglądając wykresy dla funkcji modelowej *przesunięcia ogólnego* zauważamy, że dla selektywności odpowiadające frakcji $R_1 = 0,09$ dla rejonu 1 i $R_2 = 0,15$ dla rejonu 2 (por. rys. 5.8d) funkcja dotyka przekątnej w punkcie bifurkacji, mamy więc do czynienia z bifurkacją typu węzeł-siodło (por. rys. 7.8). Dla podanych wyżej selektywności przeprowadzono modelowanie, startując od wstępnych rozmieszczeń celów zlokalizowanych w jednym z dwóch obszarów wyznaczonych przez punkt bifurkacji (punkt ten oszacowano z wykresu, w przybliżeniu był równy (22000, 8000)). Wybór obszaru rozmieszczenia wstępnego wpływał na szukany stan równowagi, czemu odpowiadało usytuowanie zagospodarowania albo w rejonie 1, albo w 2.

Podany wcześniej przykład odwzorowania logistycznego (por. rozdz. 7.3.1) pokazuje, że wartości parametru μ mogą powodować diametralnie różniące się zachowanie układu, od równowagi (jeden punkt stały), przez dynamikę cykliczną aż do chaosu. Okazuje się, że to samo dotyczy wszystkich odwzorowań mających jedno maksimum [108]. Niektóre równania różnicowe opisane funkcją malejącą (por. rys. 7.9) pozwalają uzyskać zachowanie polegające na przejściu ze stanu stałego do cyklu [77].

Zaprezentowane w rozdziale 5 wykresy równań różnicowych dla modeli *przesunięcia celów* i *przesunięcia ogólne* dla układu składającego się z 2 i 3 rejonów (por. rys. 5.1, 5.8 i 5.11) pokazują funkcje rosnące i wzajemnie jednoznaczne, dlatego nie należy się spodziewać ani okresowej dynamiki, ani chaotycznego zachowania układu osadniczego opisanego tymi modelami.

Ale można bifurkacji nadać szersze znaczenie. I nawet jeśli formalnie nie obserwujemy bifurkacji, bo układ charakteryzuje ten sam typ zachowania (np. *steady state*), to wymodelowane dwa stany równowagi mogą oznaczać zupełnie różne rozwiązania z punktu widzenia planisty przestrzennego, jakimi są np. układ monocentryczny i policentryczny.

Pokazały to rezultaty wielu symulacji przeprowadzonych przez T. Zipsera [157] dla układu teoretycznego składającego się z 61 rejonów, których środki ciężkości zostały zlokalizowane w węzłach sieci regularnych, co pozwoliło wygenerować różne obrazy koncentracji – zależne od parametru selektywności, typu sieci transportowej (dostępności) oraz rozmieszczenia wstępnego zagospodarowania. Jeden z przykładów przypomniano w poprzednim rozdziale (por. rys. 7.1).

Niewątpliwie parametr selektywności jest parametrem bifurkacji. Można przeprowadzić serię modelowań stosując np. model *przesunięcia celów* dla aglomeracji,

w której dostępność określa sieć o charakterze koncentrycznym, a wstępne rozmieszczenie celów będzie jednostajne. Wówczas dla selektywności bliskiej 1 otrzymamy praktycznie niezmienny układ początkowy. Jeśli zmniejszymy wartość selektywności, z czym wiąże się penetracja na większą odległość (np. obejmująca kilka sąsiednich rejonów), to otrzymamy układ policentryczny, wyłonią się ośrodki dzielnicowe. Wreszcie przyjęcie selektywności odpowiadającej podrójom w całym obszarze wygeneruje układ monocentryczny.

8.3. Systemy dysypatywne. Samoorganizacja. Hierarchie

Formalna definicja systemu dysypatywnego mówi, że prawie wszystkie trajektorie określające ewolucję systemu dążą do atraktora. Atraktoem może być punkt, linia zamknięta lub dziwny atraktor, czemu odpowiadają kolejno: *steady state*, zachowanie okresowe, natomiast dziwny atraktor jest przyczyną chaosu układu [87, s. 29].

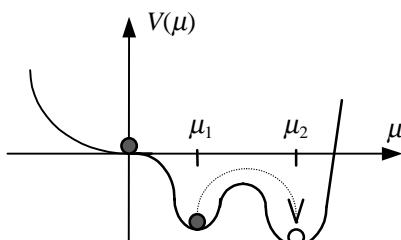
Przejdźmy do bardziej opisowej charakterystyki systemów dysypatywnych. Systemy dysypatywne to systemy rozpraszające energię i materię, ale jednocześnie pobierające ją z zewnątrz, co pozwala im przekształcić zarówno swoją strukturę, jak i funkcjonowanie. Następuje specjalizacja różnych elementów, układ ewoluuje w stronę coraz większej złożoności. Podczas gdy układy zamknięte, izolowane osiągają stan równowagi (czemu odpowiada maksymalna entropia, z czym wiąże się wymieszanie, nieuporządkowanie i jest to proces nieodwracalny), to w systemach dysypatywnych – organizmach żywych, systemach ekologicznych, społeczeństwach czy aglomeracjach – dostrzega się wzrost porządku i organizacji.

Z organizacją związane są takie pojęcia, jak wzrost, hierarchia, zróżnicowanie, dominacja. W takich systemach obserwuje się *samoorganizację* (*self-organization*), proces formowania systemu na skutek interakcji między jego elementami lub pod wpływem bodźca zewnętrznego z otoczenia systemu [87].

Często mamy do czynienia z następującym zjawiskiem: system zostaje wytracony ze stanu równowagi na skutek impulsu z zewnątrz lub interakcji wewnętrznych, co wywołuje zaburzenia, które go destabilizują. Fluktuacje mogą albo wygasnąć, albo doprowadzić do zmian jakościowych. W stanach dalekich od stanu równowagi samoorganizacja cechująca systemy dysypatywne prowadzi do większej złożoności, tworzą się dalsze stopnie hierarchii [98].

W fizyce systemy dysypatywne określane są za pomocą funkcji energii potencjalnej, która umożliwia zilustrowanie pewnych aspektów ich zachowania. Na rysunku 8.7 pokazano funkcję potencjału zależną od parametru μ . Impuls powoduje, że system znajdzie się w stanie opisanym parametrem μ_1 . Dalsze fluktuacje mogą go przesunąć – np. dzięki procesowi *dyfuzji* – do bardziej stabilnego stanu (odpowiada mu μ_2), który zapewni systemowi wyższy stopień adaptacji do istniejących warunków. Jeśli dopuści

się konkurencję, to system będzie ewoluował dzięki „grze” między fluktuacjami a możliwością wyboru pewnych wariantów [47, s. 200].



Rys. 8.7. Rola fluktuacji w przejściu do nowego stanu stabilności

Źródło: H. Haken *Synergetics* 1983

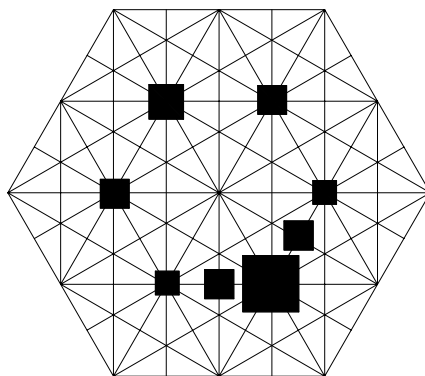
Fig. 8.7. Role of fluctuation in transition to a new stable state

Niewątpliwie systemy ekonomiczno-geograficzne mają cechy systemów dysypatywnych. Dobrym przykładem jest rozpoczęta w Polsce w 1989 roku transformacja ustrojowa i gospodarcza, która wytrąciła z dotychczasowej równowagi m.in. system miast. Wprowadzone reformy zmieniły sposób ich funkcjonowania. Przekształcenia własnościowe przedsiębiorstw, dotychczas państwowych, spowodowały upadłość i likwidację części z nich. Na ogół w większych miastach dopływ kapitału, pojawienie się inwestorów, właściwa polityka władz samorządowych przyczyniły się do zmiany struktury przedsiębiorstw, ułatwiły utworzenie nowych, umożliwiły przebudowę niektórych sektorów gospodarki. Po okresie zaburzeń powstały nowe struktury, o innych właściwościach. W wyniku korzystnych zmian pojawiły się nowe funkcje, co przyciągnęło dalszych inwestorów, nastąpiło ich przyswojenie i dyfuzja innowacji. Jednak w wielu małych miastach, z przestarzałym przemysłem, często z jednym zakładem pracy nastąpił regres, załamanie się produkcji, usług, obniżenie poziomu konsumpcji, wzrosło bezrobocie. Miasta te utraciły niektóre funkcje, ulegają powolnej degradacji gospodarczej i administracyjnej. Powstaje pytanie, czy nowe mechanizmy gospodarcze, system prawny i otoczenie społeczno-polityczne będą zdolne do stworzenia warunków, które pozwolą im na osiągnięcie równowagi i stabilnego rozwoju [31].

Łódź to przykład dużego miasta, w którym zauważa się negatywne efekty transformacji. Przyczyniła się do tego dominacja w gospodarce miasta przemysłu włókienniczego, który uległ załamaniu na skutek praktycznie zamknięcia rynku w byłym ZSRR oraz rozregulowania rynku krajowego w wyniku importu tanich tekstyliów, głównie z Dalekiego Wschodu.

Jak modele *przesunięć bilansujących* reagują na fluktuacje, w jakim stopniu zmieni się stan równowagi systemu osadniczego? W ramach wspomnianych już symulacji badających pewne cechy tych modeli [145, 157] zostały przeprowadzone modelowania, których celem było zbadanie wpływu fluktuacji na wynikową zrównoważoną strukturę.

Układ pokazany na rysunku 8.8 jest rezultatem wprowadzenia w rozmieszczeniu wstępnym zaburzenia polegającego na zwiększeniu porcji zagospodarowania wstępnego w trzech rejonach położonych asymetrycznie względem środka układu. Pozostałe dane były takie same jak w symulacji, której wynik jest przedstawiony na rysunku 7.1, w poprzednim rozdziale. Jak widać, to zaburzenie we wstępnym rozmieszczeniu źródeł i celów spowodowało złamanie symetrii układu i wykształcenie się nowej jakościowo struktury. Oprócz koncentracji w miejscu wystąpienia fluktuacji pojawiało się jej odbicie, położone symetrycznie względem środka układu. Jak zauważono [142], w podobny sposób odbywał się proces samogrupowania owadów, co zostało opisane przez I. Prigogine'a i I. Stengers [98, s. 199]. Wprowadzenie na obrzeżu porcji ważnej dla tych owadów substancji spowodowało ich koncentrację w tym miejscu, oprócz tego utworzyło się konkurencyjne skupisko położone mimosrodkowo.



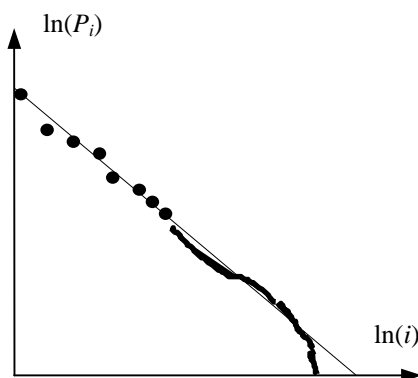
Rys. 8.8. Koncentracje otrzymane z równomiernego rozmieszczenia źródeł i celów po wprowadzeniu fluktuacji. Model *przesunięcie ogólne*. Sieć teoretyczna typu F. Źródło: [157]
 Fig. 8.8. Concentrations emerging after modification of the uniform distribution of origins and destinations. The *general shift* model. Theoretical transportation network F [157]

Systemy dysypatywne charakteryzuje *hierarchia*, która jest wynikiem procesu samoorganizacji. Struktury hierarchiczne są opisywane przez prawa potęgowe [81]. Przykładem takiego prawa jest obserwowane w systemie miast tzw. *prawo Zipfa*, inaczej *prawo wielkości i kolejności* [128]. Mówi ono, że jeśli ustawić miasta układu osadniczego według liczby ludności w ciągu malejącym, to ich wielkości będą leżeć na krzywej określonej wzorem

$$P_i = \frac{P_1}{i^a},$$

w którym P_i oznacza liczbę mieszkańców w i -tym co do wielkości mieście ($i = 1, 2, \dots$), a P_1 to ludność największego ośrodka. Prawo to określa zależność wielkości miasta od jego rangi.

Po zlogarytmowaniu obu stron równania otrzymane wielkości znajdują się na prostej o współczynniku kątowym a . W rzeczywistych układach najczęściej moduł a przyjmuje wartość zbliżoną do 1, wówczas kąt nachylenia prostej względem osi poziomej wynosi około 135 stopni (rys. 8.9).



Rys. 8.9. Reguła wielkości i kolejności. Typowy wykres
Fig. 8.9. Rank size rule. Typical plot

Okazuje się, że prawo wielkości i kolejności ma charakter uniwersalny, dotyczy również innych ukształtowanych systemów, takich jak np. język. Jeśli się więc ustawi wyrazy według rangi mierzonej częstotliwością ich występowania w tekście, to się okaże, że spełniają prawo wielkości i kolejności (tzw. *prawo Estoupa–Zipfa*).

Na regule Zipfa opierała się metoda [27], którą stosowano w analizie wyników symulacji przeprowadzonych w trakcie prac nad Prognozą Symulacyjną Struktury Przestrzennej Polski (por. rozdz. 1.3, przykład 1.3.10). Wykalibrowane na podstawie wymodelowanych wielkości parametru a miały wartości bezwzględne znacznie mniejsze od 1. Przyczyną tego był fakt, że w analizie zostały uwzględnione nie miasta, lecz rejony obliczeniowe, powstałe według podziału powiatowego lub w wyniku stosowania kryterium komunikacyjnego.

Od dawna toczona są dyskusje na temat tego, co leży u podstaw prawa Zipfa. Jego interpretacja w systemach przestrzennych wiąże się z zagadnieniem czy struktura systemu jest kształtowana przede wszystkim przez system regionu (a więc relacje miasto – region) czy przez system miast (powiązania między wyspecjalizowanymi miastami). W celu weryfikacji hipotezy, że to hierarchiczna sieć kontaktów doprowadza do rozkładu koncentracji, który podlega prawu wielkości i kolejności, T. Zipser przeprowadził szereg modelowań modelami *przesunąć* dla różnych sieci hierarchicznych. Okazało się, że w otwartych systemach, na skutek kontaktów o dalekim zasięgu, kształtują się układy hierarchiczne. Symulacje te dodatkowo potwierdziły obserwowane w sieci powiązań transportowych zmiany, jakie nastąpiły w wyniku rewolucji przemysłowej [142].

M. Mlek przeprowadziła badania wpływu wstępnego rozmieszczenia na parametry krzywej Zipfa dla rezultatów symulacji modelem *przesunięcie ogólne*. Okazało się, że asymetryczne usytuowanie koncentracji daje lepsze wyniki niż zlokalizowanie jej w centrum układu [89].

Konkludując, modele *przesunięć bilansujących* są w stanie odtworzyć wiele zjawisk obserwowanych w przestrzeni zagospodarowanej, które da się wyrazić w terminach wziętych z szeroko rozumianej teorii układów dynamicznych. Przede wszystkim chodzi o takie pojęcia, jak równowaga, stabilność, zdolność adaptacji do zmieniających się warunków, tendencja do różnicowania struktury, specjalizacja niektórych elementów czy tworzenie hierarchii.

Należy podkreślić, że od strony formalnej nie jest łatwo badać tego typu układy, gdyż określają je równania różniczkowe i różnicowe zależne od wielu zmiennych. Analiza prostych układów – nawet jeśli nie zawsze dadzą się uogólnić na większe – wspomaga intuicję i pozwala poznać pewne cechy mechanizmu modelowego, wynikające z kształtu funkcji. Zawsze pozostaje jeszcze możliwość przebadania układu dynamicznego za pomocą serii symulacji.

Podsumowanie

Przedstawiona praca dotyczy problematyki modelowania systemów osadniczych i prognozowania ich rozwoju. Powstała w kręgu szkoły naukowej prof. Tadeusza Zipsera, gdzie tego typu modele rozwijane są od wielu lat, przy czym modele *przesunąć bilansujących* należą do stosunkowo prostych. Pomimo prostoty modele te pozwalają na rozwiązywanie wielu niebanalnych zagadnień praktycznych, co zostało zaprezentowane w rozdziale 1.3.

Jeżeli struktura układu osadniczego – miasta czy aglomeracji – jest wynikiem konfrontacji systemu potrzeb człowieka z systemem środowiska przestrzennego [145, s. 24], to **brak bilansu** w układzie kontaktów, a więc sytuacja, gdy w pewnych miejscach liczba osób zainteresowanych usytuowanymi tam celami przewyższa wielkość zagospodarowania celowego (rejonu nadwyżkowe, atrakcyjne), a w innych nie wszystkie cele znalazły chętnych (rejonu z niedoborami), wymusza zmianę lokalizacji aktywności, tym samym wpływa na kształt systemu osadniczego.

Układ osadniczy osiąga **stan równowagi**, jeżeli każdy z podmiotów kontaktu – scharakteryzowany przez pewien stopień wybiórczości – znajdzie wystarczający zbiór celów, by zrealizować swoje potrzeby. Dążenie do tak rozumianej równowagi powoduje **koncentrację zagospodarowania**.

Sposób działania modeli *przesunąć bilansujących* sprowadza się do symulacji przestrzennego rozmieszczenia kontaktów zgodnie z probabilistyczną formułą modelu *pośrednich możliwości*. Poszukuje się stanu równowagi \mathbf{d}^* , czyli takiego rozłożenia aktywności w badanym obszarze, które zapewnia, że potrzeby sygnalizowane w systemie osadniczym, $\mathbf{F}(\mathbf{d}^*)$, będą zaspokojone.

Kolejne rozmieszczenia zagospodarowania otrzymywane są metodą iteracyjną, zgodnie z formułą

$$\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{d}_i),$$

w której \mathbf{F} jest funkcją modelową, charakteryzującą dany wariant modelu *przesunąć*, bazuje ona na idei *pośrednich możliwości*.

Jak widać, w każdej iteracji modyfikacji podlega rozmieszczenie zagospodarowania, tak by sukcesywnie zbliżać się do stanu równowagi. Rozłożenie zagospodarowania w iteracji $(i+1)$, czyli \mathbf{d}_{i+1} , zależy od rozłożenia w poprzedniej iteracji i -tej, a więc

d_i . W każdym rejonie wielkość działalności jest korygowana w zależności od stopnia notowanego w nim poziomu akceptacji celów.

Wspomniana metoda iteracyjna (metoda kolejnych przybliżeń) ma zastosowanie w wielu dziedzinach. W zagadnieniach optymalizacji służy do wyznaczania ekstremum funkcji wielu zmiennych, w teorii układów dynamicznych pozwala generować stany układu dyskretnego, w analizie funkcjonalnej natomiast jest stosowana do znajdowania tzw. punktu stałego odwzorowania. Analiza funkcjonalna daje podstawy teoretyczne zarówno metodom optymalizacyjnym, jak i teorii układów dynamicznych. Dotyczy to przypadku, gdy funkcja F , opisująca zmiany między kolejnymi iteracjami, jest funkcją ciągłą.

Wśród modeli *przesunięć bilansujących* z funkcjami ciągłymi mamy do czynienia w modelach *przesunięcie celów*, *przesunięcie ogólne* i *wahadlowym*. Pozwala to patrzyć na symulacje przeprowadzone z wykorzystaniem tych modeli jako na:

- sposób poszukiwania stanu równowagi układu osadniczego, takiego rozłożenia zagospodarowania, które zapewni zbilansowanie się wielkości zagospodarowania (d^*) z potrzebami przezeń wywołanymi ($F(d^*)$), musi więc być spełnione równanie $F(d^*) = d^*$,
- proces osiągnięcia stanu zrównoważonego zagospodarowania, który jest wyznaczony przez minimum funkcji mierzącej stopień niedopasowania rozmieszczenia aktywności do istniejących potrzeb $\|F(d^*) - d^*\|$ oraz
- metodę pozwalającą symulować zarówno dynamikę zmian w układzie osadniczym, jak i proces zbliżania się do stanu równowagi.

Jednym z wątków przedstawionej pracy była próba zbadania funkcji modelowych, którym odpowiadają układy równań określających liczbę przyjeżdżających do poszczególnych rejonów badanego obszaru. Chociaż wykresy funkcji można było wykonać jedynie dla systemów składających się z dwóch i trzech rejonów, pozwoliło to jednak na wyciągnięcie wniosków dotyczących pewnych cech modeli *przesunięć bilansujących*.

Oprócz tego analiza tych wykresów wykazała istnienie pewnych podobieństw między modelami *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne* a modelem D.S. Dendri-nosa, który wywodzi się z ekologii matematycznej i jest również stosowany do modelowania zjawisk zachodzących w przestrzeni zagospodarowanej [24].

W zasadzie w większości analiz ograniczono się jedynie do dwóch spośród modeli *przesunięć bilansujących* – do modelu *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne*. Wynikało to przede wszystkim z tego, że w tych wariantach w każdej iteracji używa się tej samej funkcji ciągłej, co umożliwia wykorzystanie wyników analizy funkcjonalnej. Nieciągłość funkcji w modelu *przesunięcie źródeł* jest prawdopodobnie powodem braku zbieżności w niektórych zastosowaniach praktycznych.

Ponieważ badanie funkcji modelowych od strony formalnej nie pozwala udzielić odpowiedzi na niektóre pytania dotyczące modelowania stanów równowagi, więc przeprowadzono szereg symulacji. Modelowano systemy różniące się liczbą rejonów

i rozmiarem sieci komunikacyjnej stosując modele *przesunięcie celów* i *przesunięcie ogólne*.

Okazało się, że model *przesunięcie celów* dla różnych rozmieszczeń wstępnych zagospodarowania celowego – przy niezmiennych wielkościach mas źródłowych i takich wartości kluczowego parametru selektywności, które zapewniają penetrację całego zbioru celów – prowadzi do tych samych wyników, ale jedynie wtedy, gdy symulacja dotyczy małych i średnich systemów. Wraz ze wzrostem wielkości układu osadniczego cecha ta, ekwifinalność, ulega osłabieniu.

Potwierdzona została mocniejsza, w porównaniu z modelem *przesunięcie celów*, tendencja modelu *przesunięcie ogólne* do symulowania silnych koncentracji. Wynika to również z postaci funkcji modelowej. Funkcję tę charakteryzuje to, że stabilne stany równowagi sytuują się w podprzestrzeniach przestrzeni n -wymiarowej, dlatego w mniejszej liczbie rejonów będzie zlokalizowane zagospodarowanie. To również tłumaczy większą zależność wynikowej struktury układu od rozmieszczenia wstępnego.

W przeprowadzonych symulacjach wykonano większą niż zazwyczaj liczbę iteracji. Okazało się, że szczególnie dla dużych układów osadniczych, zrównoważoną strukturę wynikową charakteryzuje jaskrawa koncentracja kosztem „wyrzucenia” aktywności z dużej części obszaru. Dlatego używana w praktyce strategia postępowania, polegająca na przerywaniu obliczeń z chwilą gdy z akceptowaną dokładnością zostanie osiągnięty stan równowagi, jest rozsądna, bo zapobiega zbyt silnym przerysowaniom.

Pokrywa się to z często stosowaną zasadą konstruowania algorytmów, która polega na tym, że zamiast zbioru punktów optymalnych wprowadza się szerszą klasę akceptowanych rozwiązań [125]. Trzeba pamiętać, że jedynie w szczególnych przypadkach, np. w programowaniu liniowym, można otrzymać punkt optymalny w skończonej liczbie kroków, ale nawet wówczas na przeszkodzie mogą stanąć błędy przybliżenia. Dlatego czasem rezygnujemy ze znalezienia punktów optymalnych, zadowalając się np. znalezieniem punktu, w którym funkcja celu przyjmuje mniejszą wartość od pewnej zadanej z góry wielkości. Taki sposób postępowania można uzasadnić również tym, że zarówno model *przesunięcie celów*, jak i *przesunięcie ogólne* nie mają mechanizmów zapobiegających tworzeniu się zbyt dużych koncentracji. Wcześniejsze przerywanie obliczeń temu zapobiega.

Wprowadzenie procedur tłumiących do wspomnianych modeli jest jeszcze innym sposobem uniknięcia zbyt jaskrawych obrazów.

Przy podejmowaniu decyzji o zakończeniu procesu symulacyjnego proponuje się dodatkowo obserwować w kolejnych iteracjach wielkość funkcji niedopasowania, ponieważ w pierwszej fazie jej wartości mogą okresowo rosnać. Dotyczy to jednak tylko mniejszych układów osadniczych.

W pracy badano również aspekt dynamiczny poszukiwania stanu równowagi systemu osadniczego, bowiem proces modelowania można interpretować jako ciąg kolejnych stanów układu dynamicznego. Funkcje modelowe *przesunięcia celów* i *przesunięcia ogólnego* były analizowane pod tym kątem.

Pojęcia pochodzące m.in. z teorii układów dynamicznych, systemów dysypatywnych, teorii bifurkacji dotyczyły początkowo dziedziny fizyki i chemii, ale okazały się również dobre do opisywania zjawisk występujących w przestrzeni zagospodarowanej.

Modele bazujące zarówno na terminach, jak i ideach z tych dziedzin są rozwijane głównie w dwóch ośrodkach – w Brukseli pod kierunkiem I. Prigogine’a i w Stanach Zjednoczonych w zespole kierowanym przez D.S. Dendrinsa. W pierwszym zespole zbudowano modele wykorzystujące pojęcie samoorganizacji, która jest cechą systemów dysypatywnych, polega m.in. na zdolności do tworzenia coraz bardziej rozbudowanych struktur. W drugim ośrodku zostały stworzone modele wywodzące się głównie z ekologii matematycznej, cechuje je bogata dynamika¹.

Okazuje się, że modele *przesunąć bilansujących* – choć opierają się na innych zasadach – również mają zdolność odtwarzania zjawisk tego rodzaju, choćby takich jak tworzenie się koncentracji, modelowanie zmian w strukturze układu osadniczej czy wpływ zaburzeń na przekształcanie struktury.

Tak więc terminologia wywodząca się z teorii układów dynamicznych stanowi wspólną płaszczyznę łączącą modele *przesunąć bilansujących* z wyżej wspomnianymi modelami. Wszystkie powstawały niezależnie, w oparciu o inne idee, choć w podobnym okresie.

Modelowanie zjawisk w przestrzeni zagospodarowanej ma znaczenie zarówno dla teorii, jak i dla praktyki. Powinno stanowić jedno z podstawowych narzędzi wspomagających racjonalne gospodarowanie przestrzenią, która jest dobrem rzadkim.

¹ Prof. R. Domański wykonał symulacje korzystając z tych modeli, podjął również próbę zbudowania nowego paradygmatu porządkującego wiedzę dotyczącą gospodarki przestrzennej w oparciu o ideę samoorganizacji [29, 30].

Bibliografia

- [1] ALLEN P.M., SANGLIER M., 1979, *Dynamic Model of Urban Growth*, Journal for Social and Biological Structures, s. 265–280.
- [2] ALLEN P.M., SANGLIER M., 1979, *Urban Evolution, Self-Organization and Decision-making*, Environment and Planning, 13, s. 167–183.
- [3] ARNOLD W.I., 1975, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Warszawa.
- [4] BAGIŃSKI E., 1995, *Opinie młodego pokolenia mieszkańców o swoich miastach*, Wrocław.
- [5] BAGIŃSKI E., LITWIŃSKA E., ZIPSER T., 1995, *Próby symulacji modelowej rozkładu przestrzennego ruchu turystycznego w Polsce*, Wrocław.
- [6] BAGIŃSKI E., ZIPSER T. (red.), 1990, *The Model of Intervening Opportunities in Theory and Practice of Territorial Arrangement*, Prace Naukowe Instytutu Historii Architektury, Sztuki i Techniki Politechniki Wrocławskiej nr 21, Studia i Materiały nr 10, Wrocław.
- [7] BERTALANFFY, von L., 1984, *Ogólna teoria systemów*, Warszawa.
- [8] BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., OSSOWICZ T., SŁAWSKI J., ZIPSER T., 1990, *Modeling of Development of Nowy Sącz Region as a Computer Aided Method in Regional Planning – Implementation of NS-ORION Allocation Model*, Referat wygłoszony na XXVI Kongresie Międzynarodowego Stowarzyszenia Urbanistów, 25-30 sierpnia 1990, Warszawa.
- [9] BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., OSSOWICZ T., SŁAWSKI J., ZIPSER T., 1990, *Problem of Future Employment Structure and Development of Region of Great Ecological Values – Model NS-ORION*, Referat wygłoszony na 30th European Congress of Regional Science Association, 27–31 sierpnia 1990, Stambuł.
- [10] BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., 1996, *Przykład rozbudowy systemu informacji o mieście o narzędzia symulacji zjawisk komunikacyjnych*, Referat wygłoszony na II Krajowej Konferencji Użytkowników Oprogramowania ESRI, 24–25 września 1996, Warszawa.
- [11] BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., 1997, *System informacji dla potrzeb planowania przestrzennego na przykładzie terenu miasta Wrocławia*, Referat wygłoszony na konferencji zorganizowanej pod patronatem KBN: INFOBAZY'97. Bazy danych dla nauki, 23–25 czerwca 1997, Gdańsk.
- [12] BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., MLEK M., OSSOWICZ T., ZIPSER T., 1999, *Opracowanie analizy przestrzennej dla obszaru Zielonej Góry z wykorzystaniem technik GIS i modeli symulacyjnych*, raport Katedry Planowania Przestrzennego Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [13] CAPRA F., 1987, *Punkt zwrotny*, Warszawa.
- [14] CATS (*Chicago Area Transportation Study*), 1960, Final Report 2.
- [15] CHĄDZYŃSKA E., 1985, *Analityczne metody wyznaczania równowagi kontaktów oparte na modelu pośrednich możliwości*, Politechnika Wroclawska (praca doktorska).
- [16] CHOJNICKI Z., 1966, *Zastosowanie modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych*, Studia KPZK PAN, z. 14, Warszawa.

- [17] CHORLEY R.J., HAGGETT P. (ed.), 1968, *Socio-Economic Models in Geography*, London.
- [18] CHRISTALLER W., 1933, *Die zentralen Orte in Suddeutschland. Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeit der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen*, Jena.
- [19] CZARNECKA I., 1966, *Dojazdy do pracy jako czynnik więzi w tworzeniu się zespołów produkcyjno-osadniczych*, Acta Universitatis Wratislaviensis, No 47, Seria: Studia Geograficzne VIII, Wrocław.
- [20] CZARNECKI W., 1965, *Planowanie miast i osiedli*, Warszawa.
- [21] DĄBROWSKI L.T., 1977, *Projektowanie regionalne. Regionalne plany zagospodarowania przestrzennego*, Warszawa.
- [22] DEMBOWSKA Z., 1978, *Planowanie przestrzenne w ujęciu systemowym*, Warszawa.
- [23] DENDRINOS D.S., MULLALLY H., 1985, *Urban Evolution. Studies in the Mathematical Ecology of Cities*, New York.
- [24] DENDRINOS D.S., SONIS M., 1990, *Chaos and Socio-Spatial Dynamics*, New York.
- [25] DIAMOND J., 2000, *Strzelby, zarazki, maszyny. Losy ludzkich społeczeństw*, Warszawa.
- [26] DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., ZIPSER T., 1978, *Zastosowanie modelowania symulacyjnego do oceny i prognozowania rozwoju wybranych elementów obszarów zurbanizowanych*, Prace Naukowe Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały, Wrocław.
- [27] DOBROWOLSKI M., LITWIŃSKA E., 1979, *Numeryczna metoda porównywania układów zurbanizowanych z zastosowaniem reguły wielkości i kolejności*, w: *Planowanie przestrzenne. Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej. Seria Studia i Materiały*, s. 11–25.
- [28] DOMAŃSKI R., 1977, *Geografia ekonomiczna*, Warszawa.
- [29] DOMAŃSKI R., 1993, *Gospodarka przestrzenna*, Warszawa.
- [30] DOMAŃSKI R., 1997, *Przestrzenna transformacja gospodarki*, Warszawa.
- [31] DOMAŃSKI R., 2000, *Miasto innowacyjne*, Warszawa.
- [32] DOMAŃSKI R., WIERZBICKI A.P., 1981, *A Simulation Model for Developing Service Centers in Rural Settlement Network*, w: M.ABEGOV, B.ISSAEV, R.KULIKOWSKI, F.SNICKARS (ed), *Regional Systems Analysis: Final Report on the Case Study for the Upper Notea Region in Poland*, Collaborative Paper, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, s. 177–205.
- [33] DOMAŃSKI R., WIERZBICKI A.P., 1983, *Self-organization in Dynamic Settlement Systems*, Papers of the Regional Science Association, t. LI, s. 141–160.
- [34] DUBEL K., 1996, *Ochrona i kształtowanie środowiska*, Zabrze.
- [35] ECHENIQUE M., 1971, *An Approach to Urban Studies*, Architectural Design, t. 41, nr 5.
- [36] EHSIN SLMIN, 1994, *Symulacja modelowa oraz próba prognozy rozwoju urbanizacji Iraku*, Politechnika Wrocławska (praca doktorska).
- [37] ELSTER K., 1980, *Nichtlineare Optimierung*, Leipzig.
- [38] FICHTENHOLZ G.M., 1985, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Warszawa.
- [39] FORRESTER J.W., 1969, *Urban Dynamics*, The M.I.T. Press, Cambridge Massachusetts & London England.
- [40] FULFORD G., FORRESTER P., JONES A., 1997, *Modelling with Differential and Difference Equations*, Cambridge.
- [41] GŁOGOWSKI K., 1978, *Badania nad strukturą parametru selektywności dojazdów do pracy*, Politechnika Wrocławska (praca doktorska).
- [42] GŁOGOWSKI K., 1986, *Modele symulacyjne zawiązywania się struktury przestrzennej oparte na teorii pośrednich możliwości*, Referat wygłoszony na Międzynarodowej Konferencji Naukowej pt. Model pośrednich możliwości w teorii i praktyce zagospodarowania przestrzennego, 1–5 września 1986, Wrocław.

- [43] GOLACHOWSKI S., KOSTRUBIEC B., ZAGOŹDŹON A., 1974, *Metody badań geograficzno-osadniczych*, Warszawa.
- [44] GOODALL B., 1987, *Dictionary of Human Geography*, London.
- [45] GUSTAFSON G.B., WILCOX C.H., 1998, *Analytical and Computational Methods of Advanced Engineering Mathematics*, New York.
- [46] GRZYBOWSKI S., 2000, *Trzyście miast czyli antynomie kultury europejskiej*, Wrocław-Warszawa-Kraków.
- [47] HAKEN H., 1983, *Synergetics. An Introduction*, Berlin.
- [48] HALL A.D., 1968, *Podstawy techniki systemów. Ogólne zasady projektowania*, Warszawa.
- [49] HAMM B., 1990, *Wprowadzenie do socjologii osadnictwa*, Warszawa.
- [50] JAŁOWIECKI B., 1999, *Współczesne przekształcenia struktury osadniczej i przestrzeni miejskiej*, Biuletyn KPZK PAN, z. 186, Warszawa.
- [51] JAŁOWIECKI B., 2000, *Problematyka społeczna w planowaniu przestrzennym*, Biuletyn KPZK PAN, z. 134, Warszawa.
- [52] JAŁOWIECKI B., 2000, *Spoleczna przestrzeń metropolii*, Warszawa.
- [53] KAPITANIAK T., WOJEWODA J., 1994, *Bifurkacje i chaos*, Łódź.
- [54] KOŁODZIEJ W., 1982, *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Warszawa
- [55] KONONOWICZ W., 1997, *Wrocław. Kierunki rozwoju urbanistycznego w okresie międzywojennym*, Wrocław.
- [56] KORCELLI P., 1974, *Teoria rozwoju struktury przestrzennej miast*, Warszawa.
- [57] KOSTRUBIEC B., 2000, *Szybkość zmian struktur ludnościowych regionu, na przykładzie aglomeracji strasburskiej*, w: S. CIOK, D. ILNICKI (red.) *Przekształcenia regionalnych struktur funkcjonalno - przestrzennych V*, Wrocław.
- [58] KOTER M., LISZEWSKI S., MARSZAŁ T., PĄCZKA S., 1993, *Man, Environment and Planning in the Development of Łódź Urban Region*, Kronika Miasta Łodzi, z. 1/93, s. 9–33, Łódź.
- [59] KOWALEWSKI A.T., 1990, *Ekonomiczne aspekty planów urbanistycznych w Polsce*, Wrocław.
- [60] KOWALSKI J., 1974, *Zastosowanie wielkomiejskiej struktury przestrzennej jako układów pasmowych w ramach jednostki mieszkalno-usługowej*, w: *Zjawiska komunikacyjne a modelowanie funkcjonowania obszarów zurbanizowanych*, Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały nr 3, Wrocław.
- [61] KUDREWICZ J., 1993, *Fraktale i chaos*, Warszawa.
- [62] KUHN T.S., 1968, *Struktura rewolucji naukowych*, Warszawa.
- [63] KURATOWSKI K., 1966, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa.
- [64] KURCYUSZ S., 1982, *Matematyczne podstawy teorii optymalizacji*, Warszawa.
- [65] LA SALLE J., LEFSCHETZ S., 1966, *Zarys teorii stabilności Lapunowa i jego metody bezpośredniej*, Warszawa.
- [66] LATHROP G.T., HAMBURG I.R., 1965, *An Opportunity–Accessability Model for Allocation Regional Growth*, Journal of Amer. Inst. of Plan., 31, p. 93–102.
- [67] LEŚNIAK J., 1985, *Planowanie przestrzenne*, Warszawa.
- [68] LITWIŃSKA E., 1996, *Obiektywizacja odczytu wyników w technice planów selekcyjno-wiązkowych*, w: E. BAGIŃSKI (red.), *Zarys metod i technik badawczych w planowaniu przestrzennym*, Wrocław.
- [69] LITWIŃSKA E., ZIPSER T., 1989, *Struktura przestrzenno - funkcjonalna turystyki w Polsce*, w: K. ANTONIAK, J. ŁACIAK, R. SZCZECIŃSKI (red.) *Turystyka jako czynnik rozwoju społeczno - gospodarczego*, CPBP 08.06, s. 86–92, Warszawa.
- [70] LITWIŃSKA E., BRZUCHOWSKA J., CHĄDZYŃSKA E., 1995, *Computer Models in Town Planning Teaching*, w: T. MARSZAŁ, T. ZIPSER (red.), *Planning Education*, Łódź.
- [71] LORENZ E.N., 1993, *Deterministic Nonperiodic Flow*, Journal of Atmospheric Sciences, 20, s. 130–141.

- [72] LUENBERGER D.G., 1974, *Teoria optymalizacji*, Warszawa.
- [73] ŁOBODA J., *Modele dyfuzji w badaniach geograficznych*, w: *Metody ilościowe i modele w geografii*, Warszawa.
- [74] ŁUKASZEWICZ J., WARMUS M., 1956, *Metody numeryczne i graficzne*, Warszawa.
- [75] MAĆKIEWICZ A., RATAJCZAK W., 1996, *Metody grafowe w geografii ekonomicznej*, w: T. CZYŻ (red.) *Metody ilościowe i modele w geografii*, s. 143–157.
- [76] MAGNUSZEWSKI A., 1999, *GIS w geografii fizycznej*, Warszawa.
- [77] MALINETSKII G.G., 1993, *Synergetics, Predictability and Deterministic Chaos*, w: KRAVTSOV YU. A. red.), *Limits of Predictability*, New York.
- [78] MALISZ B., 1976, *Przyszły kształt Polski*, Warszawa.
- [79] MALISZ B., 1981, *Zarys teorii kształtowania układów osadniczych*, Warszawa.
- [80] MAŁA ENCYKLOPEDIA EKONOMICZNA, 1974, Warszawa.
- [81] MANDELBROT B.B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, New York.
- [82] MARTIN F. F., 1976 *Wstęp do modelowania cyfrowego*, Warszawa.
- [83] MAY R., 1974, *Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles, and Chaos*, *Science*, 186, s. 645–647.
- [84] MAY R., 1976, *Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamic Nature*, 261, s. 459–467.
- [85] MC LOUGHLIN J.B., 1969, *Urban and Regional Planning – A Systems Approach*, London.
- [86] MEADOWS D.H., MEADOWS D.L., ROMDERS J., BEHRENS W.W., 1973, *Granice wzrostu*, Warszawa.
- [87] MIKHAILOV A.S., LOSKUTOV A.YU., 1991, *Foundations of Synergetics II*, Berlin.
- [88] MIRONOWICZ I., 1998, *Analiza czynników i wzorca rozmieszczenia przestrzennego sektora obsługi biznesu*, w: E. BAGIŃSKI (red.) *Problematyka planowania przestrzennego w ujęciu wielodyscyplinowym*, Wrocław, s. 89–114.
- [89] MLEK M., 2003, *Cechy geometryczne układu przestrzennego osadnictwa a zachowanie prawa Zipfa. Badania modelowe*, Politechnika Wrocławska (praca doktorska).
- [90] MORRIL R.L., 1970, *The Spatial Organization of Society*, Elmont.
- [91] MORRISON F., 1996, *Sztuka modelowania układów dynamicznych*, Warszawa.
- [92] MOSES L.N., 1970, *The General Equilibrium Approach*, w: R.D. DEAN, W.H. LEAHY, D.L. MC KEE (ed.) *Spatial Economic Theory*, New York.
- [93] OSTROWSKI W., 2001, *Wprowadzenie do historii budowy miast. Ludzie i środowisko*.
- [94] PARTEKA T., 2000, *Planowanie strategiczne w równoważeniu struktur regionalnych*, *Studia KPZK PAN*, t. CVIII, Warszawa.
- [95] PARYSEK J., 2000, *Wewnętrzne i zewnętrzne uwarunkowania transformacji przestrzenno-strukturalnej i rozwoju miast polskich w końcu XX wieku*, w: J. SŁODCZYK (red.) *Przemiany bazy ekonomicznej i struktury przestrzennej miast*, Opole, s. 15–30.
- [96] PEITGEN H. -O., JURGENS H., SAUPE D., 1995, *Granice chaosu. Fraktale*, Warszawa.
- [97] PRIGOGINE I., 2000, *Kres pewności. Czas, chaos i nowe prawa natury*, Warszawa.
- [98] PRIGOGINE I., STENGERS I., 1970, *Z chaosu ku porządkowi*, Warszawa.
- [99] PYERS C.E., 1965, *Evaluation of the Intervening Opportunities Trip Distribution Model*, Annual Meeting of Highway Research Board, Washington.
- [100] RALL L.B., 1969, *Computational Solution of Nonlinear Operator Equations*, New York.
- [101] RATAJCZAK W., 1977, *Metody grafowe w geografii ekonomicznej*, w: Z. CHOJNICKI (red.) *Metody ilościowe i modele w geografii*, Warszawa.
- [102] REGULSKI J., 1974, *Cybernetyka systemów planowania*, Warszawa.
- [103] RUITER E.R., 1967, *Towards a Better Understanding of the Intervening Opportunities Model*, *Transp.Research.*, vol. 1, s. 47–56.

- [104] SANCHEZ D.A., ALLEN R.C., KYNER W.T., 1983, *Differential Equations*, London.
- [105] SŁODCZYK J., 1984, *Mapy mentalne i ich zastosowanie w badaniach geograficznych*, Czasopismo Geograficzne 55/1.
- [106] SŁODCZYK J. (red.), 2000, *Przemiany bazy ekonomicznej i struktury przestrzennej miast*, Opole.
- [107] STEWART J.Q., WARNTZ W., 1958, *Physics of Population Distribution*, Journal of Regional Science.
- [108] STEWART I., 1994, *Czy Bóg gra w gości? Nowa matematyka chaosu*, Warszawa.
- [109] STOUFFER S.A., 1948, *Intervening Opportunities: A Theory Relating Mobility and Distance*, American Sociological Review, 5.
- [110] *Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego gminy Wrocław*, 1998, główny projektant – T.Zipser, zespół głównego projektanta: E. Bagiński, J. Brzuchowska, M. Dobrowolski, I. Mironowicz, T. Ossowicz, projektanci: J. Barski, J. Grudzińska, K. Haladyn, K. Iwaszko, E. Litwińska, E. Majchrzak, A. Nędzi, E. Słowikowska, S. Staszewska, B. Warczewska, W. Warczewski, I. Włodarska, ochrona dziedzictwa kulturowego: W. Kononowicz, J. Rozpędowski, P. Geber, turystyka: B. Mikułowski, J. Wyrzykowski.
- [111] *Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego miasta Łodzi. Stan środowiska zurbanizowanego miasta. Transport i przemieszczenia*, 1997/98, projektanci: J. Bartosiewicz, Z. Gust, M. Grzybowska, M. Kabacińska, B. Sieroń, A. Śliwiński, A. Waltz.
- [112] SZROMNIK A., 1992, *Metody analizy interakcji przestrzennych*, w: MYNARSKI S. (red.) *Badania przestrzenne rynku i konsumpcji. Przewodnik metodyczny*, Warszawa.
- [113] TOFFLER A., 1985, *Trzecia fala*, Warszawa.
- [114] TOUMA G., 1992, *Próba modelowego wyjaśnienia współzależności rozwoju sieci komunikacyjnej i koncentracji osadnictwa we wschodniej części Morza Śródziemnego*, Politechnika Wrocławska (praca doktorska).
- [115] THOM R., 1975, *Structural Stability and Morphogenesis*, Reading.
- [116] THOM R., 1991, *Parabole i katastrofy. Rozmowy o matematyce, nauce i filozofii*, Warszawa.
- [117] UCHMAŃSKI J., 1992, *Klasyczna ekologia matematyczna*, Warszawa.
- [118] WALLIS A., 1977, *Miasto i przestrzeń*, Warszawa.
- [119] WAŚNIEWSKI R., 1983, *Systemowa analiza przyszłości*, Wrocław.
- [120] WEIDLICH W., HAAG G., 1987, *A Dynamic Phase Transition Model for Spatial Agglomeration Processes*, Journal of Regional Science, 4, s. 529–569.
- [121] WEIDLICH W., HAAG G., 1988, *Interregional Migration – Dynamic Theory and Comparative Analysis*, Berlin.
- [122] WEJCHERT K., 1984, *Elementy kompozycji urbanistycznej*, Warszawa.
- [123] WIGGINS S., 1990, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, New York.
- [124] WILSON A.G., 1970, *Entropy in Urban and Regional Modelling*, London.
- [125] ZANGWILL W.I., 1974, *Programowanie nieliniowe*, Warszawa.
- [126] ZEIDLER E., 1976, *Vorlesungen uber nichtlineare Funktionalanalysis Teil I: Fixpunktsatze*, Leipzig.
- [127] ZIÓŁKOWSKI J., 1972, *Socjologia i planowanie przestrzenne*, Warszawa.
- [128] ZIPF G.K. 1949, *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, Cambridge.
- [129] ZIPSER T., 1964, *Struktura łańcuchowo-trójkątna miasta nowoczesnego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, nr 81, Wrocław.
- [130] ZIPSER T., 1967, *Struktura trójkątowo-łańcuchowa sieci osiedleńczej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, nr 171, Wrocław.
- [131] ZIPSER T., 1968, *Metody prognoz ruchu na tle opracowania dla miasta Wrocławia*, Referat wygłoszony na konferencji nt. Problemy komunikacyjne miasta Wrocławia, 25–27 stycznia 1968, Wrocław.

- [132] ZIPSER T., 1969, *Obliczenia prognozy komunikacyjnej dla m. Poznania*, raport ZD Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [133] ZIPSER T., 1969, *Algorytmy zmodyfikowanego modelu konkurujących szans a) Przesunięcie celów b) Przesunięcie ogólne*, Zakład Urbanizacji i Planowania Przestrzennego Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (maszynopis powielony).
- [134] ZIPSER T., 1972, *Algorytmy zmodyfikowanego modelu konkurujących szans c) Przesunięcie źródeł*, Zakład Urbanizacji i Planowania Przestrzennego Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (maszynopis powielony).
- [135] ZIPSER T., 1972, *Modele symulacyjne wzrostu miast oparte na modelu procesu wyboru celów*, Przegląd Geograficzny, t. XLIV, z. 3, s. 479–494.
- [136] ZIPSER T., 1972, *A Simulation Model of Urban Growth Based on the Model of the Opportunity Selection Process*, Geographia Polonica, vol. 27, s. 119–132.
- [137] ZIPSER T., 1974, *Model konkurencji szans w badaniu i optymalizacji rejonu uprzemysławianego*, w: *Dolnośląski Okręg Miedziowy 1960–1970. Początki przemian społeczno-ekonomicznych*, s. 271–287, Wrocław.
- [138] ZIPSER T., 1983, *Zasady planowania przestrzennego*, Wrocław.
- [139] ZIPSER T., 1987, *Selected Determinants of the Future Development of the Settlement System*, Prace Naukowe Instytutu Historii Architektury Politechniki Wrocławskiej, Monografie nr 10, Wrocław.
- [140] ZIPSER T., 1996, *Modelowanie komputerowe w badaniach zjawisk koncentracji w systemie osadniczym 1963–1994*, w: E. BAGIŃSKI (red.) *Zarys metod i technik badawczych w planowaniu przestrzennym*, Wrocław.
- [141] ZIPSER T., 1997, *Zarys podstaw teoretyczno-metodologicznych. Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego gminy Wrocław*, w: E. BAGIŃSKI (red.) *Techniki i metody badawcze w planowaniu przestrzennym*, s. 9–28, Wrocław.
- [142] ZIPSER T., 1998, *Interpretacja układów hierarchicznych w systemach osadniczych na tle ostatnich przemian systemu ekonomicznego*, zlec. 342391, Wrocław.
- [143] ZIPSER T., GŁOGOWSKI K., 1971, *Analiza funkcji dyspozycyjno - usługowej śródmieścia miasta Wrocławia*, raport racje Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały nr 3, Wrocław.
- [144] ZIPSER T., GŁOGOWSKI K., 1974, *Obliczenia prognozy obciążeń sieci komunikacyjnej miasta Poznania*, w: *Zjawiska komunikacyjne a modelowanie funkcjonowania obszarów zurbanizowanych*, w: *Zjawiska komunikacyjne a modelowanie funkcjonowania obszarów zurbanizowanych*, Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały nr 3, Wrocław.
- [145] ZIPSER T., SŁAWSKI J., 1997, *Modele procesów urbanizacji*, Warszawa.
- [146] ZIPSER T., LITWIŃSKA E. SŁAWSKI J., 1989, *Określenie współzależności systemowych między czynnikami zagospodarowania turystycznego*, raport Instytutu Historii Architektury Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (maszynopis powielony).
- [147] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., IZBICKI T., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., WASILEWSKI W., SIDOR M., MULLER S., MIECZKOWSKI Z., 1971, *Studia nad rozwojowymi formami intensywnej zabudowy miejskiej oraz metoda ich projektowania*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [148] ZIPSER T. i zespół, 1971, *Metody numeryczne całościowej analizy porównawczej obszarów zurbanizowanych pod kątem sprawności układu komunikacyjnego*, Wrocław (maszynopis powielony).
- [149] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., 1972, *Wartościowanie koncepcji planu kierunkowego Krakowskiego Zespołu Miejskiego przy pomocy modeli symulacyjnych*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).

- [150] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., 1973, *Opracowanie programu dla maszyn liczących w oparciu o materiały MPU w zakresie obciążenia ruchem obszaru śródmieścia miasta Krakowa*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [151] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., SIDOR M., 1973, *Studium systemu szybkiej kolei regionalnej dla Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego*, Zakład Urbanizacji i Planowania Przestrzennego Inst. Arch. i Urban, Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [152] ZIPSER T. i zespół, 1973–1976, *Prognoza symulacyjna struktury przestrzennej Polski na lata 1990-2000*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, (maszynopis powielony) Etap I – 1973, etap II – 1976.
- [153] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., PUSTELNIK R., SIDOR M., ZAGOŹDŻON J., 1975, *Opracowanie koncepcji przestrzennej aglomeracji wrocławskiej z zastosowaniem metod numerycznych*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [154] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., LITWIŃSKA E., PUSTELNIK R., ZAGOŹDŻON J., 1975, *Symulacja sprawdzająca rozłożenie źródeł i celów ruchu pod kątem minimalizacji czasu przemieszczeń w Krakowskim Zespole Miejskim*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [155] ZIPSER T., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KWAŚNIEWSKA K., LITWIŃSKA E., MIECZKOWSKI M., 1975, *Modele symulacyjne sieci osadniczej*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [156] ZIPSER T., CHĄDZYŃSKA E., DOBROWOLSKI M., GŁOGOWSKI K., KOWALSKI J., KWAŚNIEWSKA K., LITWIŃSKA E., PRZYBYSZ K., PUSTELNIK R., SZWANCAR, ZAGOŹDŻON G., 1977, *Studium modelowe systemu komunikacyjnego miasta Wrocławia*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [157] ZIPSER T. i zespół, 1980, *Analiza i ocena alternatywnych modeli docelowych systemu osadniczego. Etap III*, raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).
- [158] ZIPSER T. i zespół, 1982, *Modelowe studium komunikacyjne dla zespołu miejskiego Wałbrzycha*, Wrocław (maszynopis powielony).
- [159] ZIPSER T., BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., 1993, *Miejsce Polski w transeuropejskich sieciach komunikacyjnych*, w: J. WASZKIEWICZ (red.) *Zmiany strukturalne w Polsce: diagnoza, analiza, perspektywy*, Wrocław.
- [160] ZIPSER T., BRZUCHOWSKA J., LITWIŃSKA E., OSSOWICZ T., SŁAWSKI J., 1994, *Model symulacyjno-decyzyjny ORION*, Wrocław.
- [161] ZIPSER T., BRZUCHOWSKA J., OSSOWICZ T., LITWIŃSKA E., CHĄDZYŃSKA E., HANIK W., BURY A., 1994–1996, *Metody monitoringu i wspomagania decyzyjnego w zakresie stanu rozwoju struktur miejskich i regionalnych oparte na GIS. Etap I i II*, raport Katedry Planowania Przestrzennego Politechniki Wrocławskiej (maszynopis powielony).