

*Anna Malina**, *Aleksander Zelias***

**TAXONOMISCHE ANALYSE
DER RÄUMLICHEN
UNTERSCHIEDE DER LEBENSQUALITÄT
DER BEVÖLKERUNG IN POLEN IM JAHRE 1994*****

[TAXONOMIC ANALYSIS OF SPATIAL DIFFERENCES IN LIFE QUALITY AMONG
POLAND'S POPULATION IN 1994]

The evaluation of people's life quality is a difficult task as it assumes considering many attributes characteristic to various areas of life.

The research on the differentiation of life quality may involve diverse methodological approaches. The practice however justifies only those which make it possible to obtain synthetic measures of life quality and the standard of living. Synthetic measures are calculated following the aggregation of variables belonging to a set of diagnostic attributes.

The paper discusses some methods of the construction of taxonomic measures for life quality and also presents the results of empirical research on the spatial differentiation of life quality among Poland's population in 1994. In addition, the classification of voivodeships in respect of the synthetic measure of life quality has been made.

1. EINFÜHRENDE BEMERKUNGEN

Bei der Untersuchung der Unterschiede der Lebensbedingungen unterscheidet man zwei Kategorien von Begriffen: das Lebensniveau und die Lebensqualität.

Das Lebensniveau spiegelt den Grad der Befriedigung der materiellen Bedürfnisse wider. Ein Maß hierfür könnte z. B. die Höhe der Ausgaben der Haushalte – bezogen auf eine Verbrauchereinheit – sein. Häufig verzichtet man aus zwei wesentlichen Gründen darauf, Informationen über Einkommen bei der Untersuchung der Ausgaben einzubeziehen. Erstens sind die Schwankungen der Ausgaben in der Regel kleiner als die der entsprechenden Einnahmen, und man geht davon aus, daß für längere Zeiträume die Ausgaben das Lebensniveau besser charakterisieren. Zweitens werden Eintragungen über

* Wirtschaftsuniversität Krakau, Lehrstuhl für Statistik.

** Wirtschaftsuniversität Krakau, Lehrstuhl für Statistik.

*** Übersetzung aus dem Polnischen von Doz. Dr habil. Heinrich Schwarz (Berlin, 1997).

Einkommen bei Fragebogenuntersuchungen von Experten als wenig sicher angesehen. Mit dieser Art Beobachtungsfehler sind auch alle Untersuchungen von Haushaltbudgets belastet.

Die Lebensqualität dagegen spiegelt die Befriedigung breit verstandener nichtmaterieller Bedürfnisse wider. Lebensqualität ist darüberhinaus Ausdruck des Niveaus der Zufriedenheit, die der Mensch in verschiedenen Lebenssituationen oder Betätigungsfeldern empfindet. Sie ist demnach eine subjektive Kategorie, die nur schwer quantitativ zu messen ist.

In der vorliegenden Arbeit werden wir uns mit der taxonomischen Analyse der Unterschiedlichkeit der Lebensqualität in Polen im Jahre 1994 beschäftigen (Beispiele für derartige Untersuchungen sind die Arbeiten von Śmiłowska (1995), Malina und Wanat (1995), Kowerski (1996), sowie Malina und Zeliaś (1997).

Diese Art von komplexen Erscheinungen kann man nicht mit Hilfe einer einzelnen Variablen beschreiben, denn es ist nicht möglich, sie unmittelbar zu messen. Zur summarischen Charakterisierung derartiger komplexer Erscheinungen bedient man sich in der Regel sogenannter synthetischer Variabler (taxonomischer Meßzahlen der Lebensqualität). Der Ersatz einer Menge Variablen, die die Lebensqualität beschreiben, durch eine synthetische Variable, vermindert nicht nur die Anzahl der Variablen; sie eliminiert auch ihre übermäßige Korrelation.

Erinnern wir uns daran, daß es viele Methoden gibt, synthetische Variablen zu bilden. Sie verwenden entsprechend ausgewählte, sogenannte diagnostische Variablen (Hellwig 1968; Sokołowski und Zajac 1987; Pocięcha u.a. 1988; Grabiński u.a. 1989; Nowak 1990; Cieślak 1993; Pawełek, Zeliaś 1995).

Die Auswahl der diagnostischen Variablen geschieht in ähnlicher Weise wie die Auswahl beschreibender Variablen, indem zunächst eine Liste der potentiellen Variablen aufgestellt wird, die die untersuchte komplexe Erscheinung charakterisieren.

Die ausgewählten Methoden zur Konstruktion taxonomischer Meßzahlen der Lebensqualität werden nachfolgend dargestellt.

2. METHODEN DER BILDUNG TAXONOMISCHER MEßZAHLEN DER LEBENSQUALITÄT DER BEVÖLKERUNG

Wir müssen uns vor Augen führen, daß es darum geht, eine Gesamtheit von m Objekten Q_i ($i = 1, \dots, m$) (Wojewodschaften) zu ordnen, die durch k diagnostische Variablen (Kennziffern) X_1, \dots, X_k charakterisiert sind.

In der einschlägigen Literatur unterscheidet man 3 Typen von Variablen; Stimulanten, Destimulanten und Nominanten. Stimulanten werden Variablen genannt, bei denen hohe Werte von einem höheren Niveau der Entwicklung der betrachteten qualitativen Erscheinung zeugen, während Destimulanten Variablen sind, deren Verminderung ein höheres Entwicklungsniveau ausweist. Bei den Untersuchungen über die Lebensqualität sind Stimulanten z. B. die Kennziffern: Autos auf 1000 Einwohner oder Telefone auf 1000 Einwohner. Destimulanten sind u. a. Verschmutzung durch Staub und Gas in Tonnen je km^2 , Säuglingssterblichkeit je 1000 Lebendgeborene, Tuberkuloseerkrankungen je 1000 Einwohner usw.

Neben Stimulanten und Destimulanten finden wir noch Variablen mit schwer zu präzisierenden Wirkungen auf das Niveau einer komplexen Erscheinung. Man muß darunter vor allem Nominanten verstehen (neutrale Variablen), z. B. Flächen, Anteil der Investitionen am Nationaleinkommen, das Bevölkerungswachstum, das in manchen Ländern als Stimulante, in anderen dagegen als Destimulante der Entwicklung angesehen werden kann. Die Bestimmung des Charakters einer Variablen sollte sich an sachliche Prämissen anlehnen. Sollte eine entsprechende Theorie fehlen, kann man sich der Meinung kompetenter Experten bedienen.

Die Unterstützung durch Experten erlaubt es:

- 1) eine vollständige Liste der diagnostischen Variablen zu erstellen,
- 2) den Charakter der Variablen zu bestimmen (Menge der Stimulanten und Destimulanten),
- 3) Reduktion der neutralen Variablen, für die keine Informationen notwendig sind.

Es ist verständlich, daß man bei taxonomischen Untersuchungen nur Stimulanten und Destimulanten berücksichtigen muß. Neutrale Variablen dagegen, die keinen sachlichen Zusammenhang mit der untersuchten komplexen Erscheinung haben, werden eliminiert.

Die weiteren Überlegungen erfordern, daß Destimulanten in Stimulanten umgeformt werden müssen. Eine Destimulante X'_j ($j = 1, \dots, m$) kann man sehr einfach in eine Stimulante X_j ($j = 1, \dots, m$) transformieren.

Hier haben sich folgende Umformungen als geeignet erwiesen:

$$x_{ij} := 1 - x'_{ij} \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, k), \quad (1)$$

$$x_{ij} := \frac{1}{x'_{ij}}, \quad (2)$$

$$x_{ij} := c_j - x'_{ij}, \quad (3)$$

wobei c_j eine bestimmte Konstante ist, und ":= " bedeutet Substitution. Um negative Werte der umgeformten Variablen zu vermeiden, sollte die Konstante c_j ($j = 1, \dots, k$) so gewählt werden, daß folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$c_j \geq \max_i \{x_{ij}\}. \quad (4)$$

So ist z. B. bezüglich des Lebensniveaus die Anzahl der Personen je Wohnraum eine Destimulante. Berechnen wir den Kehrwert dieser Variablen der Auslastung der Wohnungen, so erhalten wir eine neue Variable, die den Charakter einer Stimulanten hat und die Anzahl der Wohnräume je Person anzeigt.

Man muß betonen, daß man solchen Umformungen den Vorzug geben sollte, die eine ökonomische Interpretation der neuen Variablen gestatten.

Gegeben sei eine Menge diagnostischer Variablen X_1, \dots, X_k . Eine der ersten Methoden zur Konstruktion synthetischer Variablen hat Hellwig (1968) angegeben. Wir gehen von der Matrix der beobachteten Daten aus:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mk} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

wobei das Element x_{ij} ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, k$) den Wert der j -ten diagnostischen Variablen des i -ten Objektes (Wojewodschaft) darstellt.

Die diagnostischen Variablen können unterschiedliche Dimensionen haben und daher nicht unmittelbar verglichen werden. Man erreicht Vergleichbarkeit durch folgende Transformation oder Normierung nach der Formel:

$$z_{ij} := \frac{x_{ij}}{x_{oj}}; \quad x_{oj} > 0 \quad (i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, k), \quad (6)$$

wobei x_{oj} die Bezugsgröße zur Normierung der Variablen X_j ($j = 1, \dots, k$) und z_{ij} der normierte Wert der i -ten Realisierung (Wojewodschaft) der Variablen X_j darstellt.

Die Matrix der normierten Originalwerte der Variablen X_1, \dots, X_k hat die Gestalt

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1k} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{m1} & z_{m2} & \dots & z_{mk} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

In der Praxis wählt man zur Normierung der Variablen X_j das arithmetische Mittel (\bar{x}_j) , die Standardabweichung s_j , den Maximalwert $X_j \{ \max_i x_{ij} \}$,

den Minimalwert $\{\min_i x_{ij}\}$, die Spannweite R_j der Variablen j und das quadratische Mittel ($\bar{x}_{k,j}$).

Ferner:

$$x_{0j} := m^{-1} \sum_{i=1}^m x_{ij} = \bar{x}_j \quad (j = 1, \dots, k), \quad (8)$$

$$x_{0j} := \left[m^{-1} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right]^{0,5} = s_j, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{0j} &:= \max_i \{x_{ij}\}, \\ x_{0j} &:= \min_i \{x_{ij}\}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$x_{0j} := \max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\} = R_j, \quad (11)$$

$$x_{0j} := \left[m^{-1} \sum_{i=1}^m x_{ij}^2 \right]^{0,5} = \bar{x}_{k,j}. \quad (12)$$

Nebenbei bemerkt, Strahl (1984) schlägt folgende Normierungen für Stimulanten vor:

$$z_{ij} := \frac{x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\}}, \max_i \{x_{ij}\} > 0 \quad (13)$$

und für Destimulanten

$$z_{ij} := \frac{\min_i \{x_{ij}\}}{x_{ij}}, \quad x_{ij} > 0. \quad (14)$$

Die bei der Normierung verwandten Werte $\max_i \{x_{ij}\}$, $\min_i \{x_{ij}\}$ bestimmen die Koordinaten eines sogenannten "Vorbildobjekts" mit den optimalen Werten der einbezogenen Variablen (die Koordinaten eines "Vorbildobjekts" kann man durch Bewertung von Experten als allgemein anerkannte Normen oder auf der Grundlage der empirischen Daten erhalten).

Die wesentliche Eigenschaft der neuen transformierten Variablen Z_1, \dots, Z_k ist ihre Normierung: $0 \leq z_{ij} \leq 1$. Das bedeutet, je näher der

normierte Wert z_{ij} an 1 liegt, um so günstiger ist der Platz des betrachteten Objekts Q_i ($i = 1, \dots, m$) bezüglich der Variablen Z_j ($j = 1, \dots, k$).

Es sei noch bemerkt, daß diese Normierung der Variablen bezüglich des Rechenaufwandes deutlich einfacher ist als die Standardisierung nach folgender Gleichung:

$$z_{ij} := \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, k), \quad (15)$$

wobei

$$\bar{x}_j := m^{-1} \sum_{i=1}^m x_{ij}, \quad (16)$$

$$s_j := \left[m^{-1} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right]^{0,5}. \quad (17)$$

Diese standardisierten Variablen haben die Mittelwerte 0 ($\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \dots = \bar{z}_k = 0$) und die Standardabweichung 1 ($\tilde{s}_1 = \tilde{s}_2 = \dots = \tilde{s}_k = 1$).

Darüberhinaus erlaubt es die Normierung, die Ungelegenheiten zu vermeiden, die durch negative Werte der standardisierten Variablen auftreten können. In diesem Falle sollten alle Variablen Stimulanten sein. Auftretende Destimulanten müssen dann in Stimulanten umgeformt werden. Im Gegensatz zur Standardisierung, die bewirkt, daß jede Variable in gleichem Maße auf die Ergebnisse der durchgeführten Analyse einwirkt, behält die Normierung unterschiedliche Varianzen der einzelnen Variablen und die Relationen zwischen den normierten Variablen und den Eingangsvariablen bei und gibt ihnen unterschiedliche Bedeutungen.

Wenn wir über normierte Variablen verfügen, müssen wir sie durch Berechnung synthetischer Variablen Z aggregieren. Die Aggregation der Werte z_{ij} ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, k$) kann nach Formel (18) erfolgen, d. h. als arithmetisches Mittel der Werte der normierten diagnostischen Variablen.

Man erhält:

$$z_i := k^{-1} \sum_{j=1}^k z_{ij} \quad (i = 1, \dots, m), \quad (18)$$

wobei z_i die i -te Realisierung der synthetischen Variablen Z entsprechend (18) bedeutet.

Führt man die Normierung entsprechend (8) – (12) durch, so bewirkt das, daß die synthetische Variable Z , die eine Funktion der Eingangsdaten darstellt,

nicht normiert ist. Eine Normierung der Variablen Z auf das Intervall $< 0, 1 >$ kann man wie folgt vornehmen (Cieślak 1993, S. 147):

$$w_{ij} := \frac{z_{ij}}{\max_i \{z_{ij}\}} \quad (j = 1, \dots, k), \quad (19)$$

$$w_i := k^{-1} \sum_{j=1}^k w_{ij} \quad (i = 1, \dots, m). \quad (20)$$

Nach dieser Normierung ist der günstigste Wert 1, der ungünstigste Wert 0.

Ist die Normierung nach (13), (14) und (18) erfolgt, so ist die synthetische Variable normiert in $< 0, 1 >$.

Der ungünstigste Wert ist 0, der günstigste Wert 1. Die derart gebildete synthetische Variable Z ist zugleich ein relatives Maß der Entwicklung des Objektes Q_i ($i = 1, \dots, m$) im Verhältnis zum Niveau des modellierten Vorbildobjekts.

Zunächst ordnen wir die den Objekten Q_1, \dots, Q_m entsprechenden Werte z_i der Größe nach, d. h. vom größten zum kleinsten Wert. Anschließend werden die Objekte entsprechend den geordneten Werten der synthetischen Variablen Z klassifiziert. Grundlage der Klassifizierung der Objekte sind Intervalle der synthetischen Variablen, die mit Hilfe des arithmetischen Mittels \bar{z} und der Standardabweichung s_z ermittelt werden.

Die Gesamtheit der Objekte wird in vier Gruppen geteilt, die folgende Werte der synthetischen Variablen enthalten (Nowak 1990, S. 93):

$$\text{Gruppe I: } z_i \geq \bar{z} + s_z, \quad (21)$$

$$\text{Gruppe II: } \bar{z} + s_z > z_i \geq \bar{z}, \quad (22)$$

$$\text{Gruppe III: } \bar{z} > z_i \geq \bar{z} - s_z, \quad (23)$$

$$\text{Gruppe IV: } z_i < \bar{z} - s_z. \quad (24)$$

Man erhält eine ausführlichere Einteilung, wenn man als Gruppenbreite 0,5 der Standardabweichung s_z wählt. Die Gesamtheit der Objekte ist dann in 8 typologische Gruppen eingeteilt.

3. UNTERSUCHUNG DER UNTERSCHIEDE DER WOJEWODSCHAFTEN BEZÜGLICH DER LEBENSQUALITÄT IN POLEN 1994

Zur Messung der Lebensqualität der Bevölkerung der Wojewodschaften in Polen 1994 wurden folgende Kennziffern (Variablen) ausgewählt:

- X_1 – Gestorbene Säuglinge je 1000 Lebendgeborene,
 X_2 – Telefonanschlüsse je 1000 Personen,
 X_3 – Registrierte Arbeitslosigkeit (in %),
 X_4 – Anzahl der Arbeitslosen auf 1 Stellenangebot,
 X_5 – Todesfälle im Alter von 1 – 59 Jahren je 10.000 der Bevölkerung in dieser Altersgruppe (Übersterblichkeit),
 X_6 – An Krebs Gestorbene auf 100.000 der Bevölkerung,
 X_7 – Todesfälle durch Kreislauferkrankungen je 100.000 der Bevölkerung,
 X_8 – Verbrechen je 100.000 der Bevölkerung,
 X_9 – Erkrankungen an Tuberkulose je 100.000 der Bevölkerung,
 X_{10} – Virusentzündungen der Leber je 100.000 der Bevölkerung,
 X_{11} – Arbeitsunfälle (Verletzungen) je 1000 Beschäftigte,
 X_{12} – Beschäftigte unter lebensbedrohenden Bedingungen je 1000 Beschäftigte,
 X_{13} – Wohnungen mit Bad in Städten (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{14} – Wohnungen in Städten mit Ferngas (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{15} – Wohnungen in Städten mit Zentralheizung (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{16} – Wohnungen auf dem Lande mit Anschluß an die zentrale Wasserversorgung (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{17} – Wohnungen auf dem Lande mit Bad (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{18} – Wohnungen auf dem Lande mit Anschluß an die zentrale Gasversorgung (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{19} – Wohnungen auf dem Lande mit Zentralheizung (in % der bewohnten Wohnungen),
 X_{20} – Zugelassene Pkw je 1000 Einwohner,
 X_{21} – Emission staubförmiger Verschmutzung in Tonnen je km^2 ,
 X_{22} – Emission gasförmiger Verschmutzung in Tonnen je km^2 ,
 X_{23} – Emission von Schwefeldioxyd in Tonnen je km^2 .

Zur Messung der Lebensqualität wurden Variablen aus 6 Bereichen herangezogen:

1. Gesundheitswesen ($X_1 X_5 X_6 X_7 X_9 X_{10}$),
2. Arbeitsbedingungen ($X_3 X_4 X_{11} X_{12}$),
3. Möglichkeit der Kommunikation ($X_2 X_{20}$),
4. Gesellschaftliche Bedingungen und Sicherheit (X_8),
5. Belastungen des täglichen Lebens ($X_{13} X_{14} X_{15} X_{16} X_{17} X_{18} X_{19}$),
6. Umweltbelastung ($X_{21} X_{22} X_{23}$),

Der bei der Untersuchung der Lebensqualität der Bevölkerung berücksichtigte Variablensatz X_1, \dots, X_{23} umfaßt Größen, die bei sachlicher Betrachtung die größte Bedeutung bei der Beschreibung der Lebensqualität der Bevölkerung haben. Die potentiellen Variablen X_1, \dots, X_{23} sind nicht unabhängig voneinander; sie sind

demnach Träger ähnlicher Informationen. Es ergibt sich daher die Notwendigkeit, den Grad der Korrelation der Variablen zu bestimmen.

In Tabelle 1 sind die linearen Korrelationskoeffizienten der potentiellen Variablen X_1, \dots, X_{23} angegeben, berechnet an Hand der Daten aus dem Statischen Jahrbuch des Statistischen Zentralamtes (GUS), den Statistischen Jahrbüchern der Wojewodschaften sowie dem Statistischen Demografischen Jahrbuch 1995. Aus dem Satz der Variablen X_1, \dots, X_{23} eliminieren wir alle Variablen, die mit den restlichen Variablen stark korreliert sind.

Die Elimination der Variablen wird wie folgt vorgenommen: mit Hilfe der Korrelationsmatrix R ermittelt man die inverse Matrix $R^{-1} = [r^{(ij)}]$ (Tabelle 2). Hierbei sind $r^{(ij)}$ ($i, j = 1, \dots, k$) die Elemente der inversen Matrix R^{-1} . Man beachte, daß das Diagonalelement $r^{(jj)}$ der Matrix R^{-1} gleich 1 ist, wenn die Variable X_j bezüglich der restlichen Variablen orthogonal ist. Im Falle der Nichtorthogonalität ist $r^{(jj)} \in (1, +\infty)$. Ist die Variable übermäßig mit den restlichen Variablen korreliert, dann sind die Diagonalelemente der inversen Matrix R^{-1} deutlich größer als 1 (Zeliaś 1997, S. 110).

Das deutet auf eine schlechte numerische Bedingtheit der Matrix R hin (eine quadratische Matrix nennen wir schlecht bedingt, wenn deren inverse Matrix instabil ist. Wenn kleine Veränderungen in den Elementen der gegebenen Matrix auch nur kleinen Veränderungen in der inversen Matrix entsprechen, so nennen wir eine solche Matrix stabil. Die Qualität der Bedingtheit einer Matrix bestimmt man mit Hilfe sogenannter Kennziffern der Bedingtheit einer Matrix, z. B. die Kennziffer von Turing oder Todd).

In unseren Untersuchungen sind das die Variablen: $X_6, X_{13}, X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{19}, X_{23}$ mit den folgenden Elementen der Kehrmatrix

$$\begin{array}{llll} r^{(6,6)} = 10,212, & r^{(13,13)} = 17,517, & r^{(15,15)} = 13,060, & r^{(16,16)} = 51,897, \\ r^{(17,17)} = 83,526, & r^{(19,19)} = 21,767, & r^{(23,23)} = 17,999. & \end{array}$$

Wegen der hohen Korrelation der Variablen X_{21} (Staubemission in t je km^2) und X_{22} (Gasemission in t je km^2) ($r = 0,901$) für die $r^{(21,21)} = 10,775$ und $r^{(22,22)} = 21,184$ kann man hier nur eine Variable der Emission von Staub und Gas in t je km^2 berücksichtigen. Diese Variable bezeichnen wir mit $X_{21}^* = X_{21} + X_{22}$.

Nach Elimination der genannten Variablen erhalten wir die reduzierte Korrelationsmatrix R (vergl. Tabelle 3) und die inverse Matrix R^{-1} (Tabelle 4). Die linearen Korrelationskoeffizienten r_{ij} der betrachteten Variablen sind bis auf zwei Fälle kleiner als 0,5. Im Ergebnis dieser Überlegungen haben wir einen Satz von Variablen erhalten, die sich durch folgende Eigenschaften auszeichnen:

Tabelle 1
Korrelationsmatrix R

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}		
X_1	1,000																								
X_2	0,208	1,000																							
X_3	0,095	-0,140	1,000																						
X_4	-0,174	-0,368	0,330	1,000																					
X_5	0,332	0,420	-0,064	-0,065	1,000																				
X_6	0,203	0,620	-0,312	-0,212	0,703	1,000																			
X_7	0,035	0,080	-0,341	-0,044	0,407	0,306	1,000																		
X_8	0,206	0,660	0,044	-0,217	0,372	0,412	-0,292	1,000																	
X_9	-0,273	-0,195	0,068	0,331	0,311	0,091	0,365	-0,120	1,000																
X_{10}	-0,085	-0,221	0,026	0,249	0,146	-0,110	0,170	-0,036	0,490	1,000															
X_{11}	0,241	-0,056	0,061	-0,075	0,024	-0,170	-0,387	0,153	-0,253	-0,222	1,000														
X_{12}	0,239	0,125	-0,084	-0,172	0,163	0,151	-0,264	0,186	-0,149	-0,105	0,414	1,000													
X_{13}	-0,336	0,030	0,077	-0,136	-0,657	-0,365	-0,467	0,061	-0,275	-0,172	-0,128	-0,007	1,000												
X_{14}	0,041	0,306	-0,084	-0,064	-0,160	0,182	-0,347	0,314	-0,313	-0,262	0,199	0,204	0,183	1,000											
X_{15}	-0,327	0,244	0,066	-0,081	-0,311	-0,170	-0,132	0,224	-0,001	0,010	-0,266	-0,202	0,773	-0,014	1,000										
X_{16}	0,236	0,203	0,074	-0,209	-0,146	0,127	-0,617	0,317	-0,604	-0,459	0,375	0,364	0,161	0,560	-0,232	1,000									
X_{17}	0,168	0,201	-0,018	-0,195	-0,204	0,110	-0,582	0,273	-0,587	-0,412	0,333	0,357	0,277	0,595	-0,148	0,962	1,000								
X_{18}	-0,461	0,152	-0,269	-0,072	-0,388	-0,032	-0,097	-0,134	-0,039	-0,128	-0,215	0,062	0,402	0,413	0,152	0,139	0,259	1,000							
X_{19}	0,223	0,354	-0,173	-0,256	0,144	0,404	-0,335	0,369	-0,372	-0,204	0,292	0,425	0,217	0,463	0,019	0,715	0,805	0,156	1,000						
X_{20}	-0,017	0,550	-0,364	-0,325	0,209	0,539	0,125	0,221	-0,169	-0,182	-0,143	0,102	0,111	0,238	0,115	0,284	0,370	0,299	0,572	1,000					
X_{21}	0,171	0,183	-0,145	-0,314	0,403	0,447	0,104	0,011	0,068	-0,226	0,143	0,459	-0,186	0,124	-0,231	0,144	0,137	0,131	0,318	0,199	1,000				
X_{22}	0,148	0,189	-0,169	-0,324	0,321	0,395	0,082	-0,004	0,000	-0,153	0,130	0,521	-0,086	0,127	-0,173	0,097	0,127	0,128	0,297	0,184	0,901	1,000			
X_{23}	0,085	0,138	-0,053	-0,300	0,412	0,369	0,133	-0,011	0,077	-0,165	0,061	0,357	-0,226	0,059	-0,206	0,021	0,002	0,040	0,176	0,116	0,891	0,900	1,000		

Quelle: Eigene Berechnungen.

Tabelle 2
Inverse Matrix der Korrelationsmatrix *R*

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	
X_1	3,095																							
X_2	-1,746	7,348																						
X_3	-0,479	-0,868	2,337																					
X_4	0,375	0,703	-0,891	2,199																				
X_5	0,695	-2,599	-0,819	-0,271	8,837																			
X_6	2,246	-2,936	0,733	-0,124	-1,028	10,212																		
X_7	0,293	-0,958	0,210	0,900	-0,092	0,970	4,926																	
X_8	-0,268	-1,823	0,543	0,336	-1,903	-1,258	1,118	4,328																
X_9	0,519	1,152	-0,672	-0,143	-0,586	-0,795	0,005	-0,476	2,920															
X_{10}	0,715	-0,084	-0,281	0,417	0,285	2,709	1,212	-0,942	-0,617	3,160														
X_{11}	1,533	-1,393	-0,063	0,501	0,614	4,397	1,770	-0,692	-0,079	2,020	4,277													
X_{12}	0,102	-0,142	0,241	-0,171	-0,495	1,506	0,261	-0,436	-0,193	0,322	0,124	2,448												
X_{13}	0,989	2,153	-1,743	2,168	2,933	2,293	3,682	-0,855	0,655	2,423	3,054	-0,285	17,517											
X_{14}	-0,733	0,270	0,073	-0,431	0,934	-1,716	-0,392	-0,471	-0,009	-0,480	-1,048	-0,094	0,359	2,592										
X_{15}	1,982	-5,100	0,355	-0,966	2,053	3,197	-0,441	-1,341	-0,523	0,855	1,518	0,921	-9,692	-1,065	13,060									
X_{16}	-0,535	0,299	-2,887	2,847	3,044	-7,826	5,211	0,149	2,403	0,083	-0,931	-3,743	7,085	0,948	-3,344	51,897								
X_{17}	3,821	-4,258	1,627	-2,447	1,490	15,034	-1,797	-2,812	-1,467	4,426	5,938	5,162	-6,906	-3,552	13,841	-56,190	83,526							
X_{18}	1,820	-3,283	0,509	-0,152	1,788	1,559	0,532	0,650	-0,519	0,124	1,372	-0,309	-1,528	-1,199	3,152	2,653	-0,700	4,485						
X_{19}	-3,644	4,458	0,664	-0,202	-4,365	-9,213	-1,570	2,113	0,632	-4,530	-5,718	-2,177	-2,540	1,604	-7,932	12,111	-31,144	-1,419	21,767					
X_{20}	0,484	-1,435	0,224	0,276	0,241	-0,433	-0,214	0,659	-0,117	0,139	0,384	0,003	-0,075	0,223	0,341	0,529	-0,379	0,011	-1,779	2,924				
X_{21}	-1,612	1,856	0,391	0,053	-1,652	-0,880	-0,777	0,378	-1,545	0,803	-1,070	0,333	-0,230	0,572	-1,492	-6,693	5,008	-2,641	-0,582	0,108	10,775			
X_{22}	-2,103	-1,398	0,911	-0,845	1,361	-7,464	-1,423	1,966	0,622	-3,716	-3,955	-3,291	-7,439	1,173	1,368	13,089	-19,42	1,185	9,332	0,462	-5,091	21,184		
X_{23}	3,373	0,138	-1,613	1,619	-0,989	6,953	2,335	-1,389	0,727	3,249	4,615	2,028	7,116	-1,914	-0,031	-5,375	13,383	0,662	-8,507	-0,153	-3,851	-14,66	17,999	

Quelle: Eigene Berechnungen.

Tabelle 3
Korrelationsmatrix der finalen Variablen

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{14}	X_{18}	X_{20}	X_{21}^*
X_1	1,000														
X_2	0,208	1,000													
X_3	0,095	-0,140	1,000												
X_4	-0,174	-0,368	0,330	1,000											
X_5	0,332	0,420	-0,064	-0,065	1,000										
X_7	0,035	0,080	-0,341	-0,044	0,407	1,000									
X_8	0,206	0,660	0,044	-0,217	0,372	-0,292	1,000								
X_9	-0,273	-0,195	0,068	0,331	0,311	0,365	-0,120	1,000							
X_{10}	-0,085	-0,221	0,026	0,249	0,146	0,170	-0,036	0,490	1,000						
X_{11}	0,241	-0,056	0,061	-0,075	0,024	-0,387	0,153	-0,253	-0,222	1,000					
X_{12}	0,239	0,125	-0,084	-0,172	0,163	-0,264	0,186	-0,149	-0,105	0,414	1,000				
X_{14}	0,041	0,306	-0,084	-0,064	-0,160	-0,347	0,314	-0,313	-0,262	0,199	0,204	1,000			
X_{18}	-0,461	0,152	-0,269	-0,072	-0,388	-0,097	-0,134	-0,039	-0,128	-0,215	0,062	0,413	1,000		
X_{20}	-0,017	0,550	-0,364	-0,325	0,209	0,125	0,221	-0,169	-0,182	-0,143	0,102	0,238	0,299	1,000	
X_{21}^*	0,152	0,191	-0,168	-0,326	0,335	0,086	-0,002	0,009	-0,164	0,133	0,518	0,128	0,130	0,188	1,000

Quelle: Eigene Berechnungen.

Tabelle 4
Inverse Matrix der Korrelationsmatrix der finalen Variablen

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{14}	X_{18}	X_{20}	X_{21}^*
X_1	1,838														
X_2	-0,418	4,122													
X_3	-0,174	-0,539	1,670												
X_4	0,156	0,286	-0,386	1,693											
X_5	-0,317	-0,836	0,013	-0,536	3,480										
X_7	-0,211	-1,079	0,949	0,187	-1,120	3,006									
X_8	0,323	-2,504	0,348	0,468	-0,994	1,764	3,786								
X_9	0,555	0,636	-0,319	-0,346	-0,830	-0,644	-0,421	2,247							
X_{10}	-0,138	0,429	0,141	-0,067	-0,148	0,030	-0,303	-0,592	1,519						
X_{11}	-0,009	0,125	0,217	0,112	-0,317	0,595	0,192	0,039	0,290	1,697					
X_{12}	-0,368	0,192	0,180	-0,133	-0,144	0,451	-0,257	0,067	-0,141	-0,524	1,917				
X_{14}	-0,381	0,038	0,086	-0,418	0,302	0,106	-0,753	0,224	0,123	-0,339	0,168	1,899			
X_{18}	0,898	-1,346	0,455	-0,038	1,098	0,374	1,024	-0,497	-0,049	0,486	-0,376	-0,916	2,911		
X_{20}	0,195	-0,925	0,414	0,190	-0,487	0,230	0,467	0,181	0,055	0,262	-0,105	-0,170	-0,172	1,847	
X_{21}^*	0,006	-0,059	-0,046	0,642	-1,028	0,170	0,764	-0,193	0,257	0,129	-0,885	-0,298	-0,317	0,147	2,080

Quelle: Eigene Berechnungen.

1. Sie sind nur schwach korreliert. Bei derartigen Untersuchungen ist es nicht angebracht, hoch korrelierte Variablen eines Bereiches der Lebensqualität der Bevölkerung zu verwenden.

2. Sie sind mit den restlichen nicht in die Untersuchung einbezogenen diagnostischen Variablen hoch korreliert. Und das bedeutet, daß sie gute Repräsentanten sind.

Der nachfolgenden Analyse werden nur die nach der Reduktion verbliebenen Variablen zugrundegelegt, die die räumlichen Unterschiede der Objekte hinreichend wiedergeben. Als Grundlage der Berechnungen wurde der Variationskoeffizient gewählt:

$$v_j := \frac{s_j}{\bar{x}_j} \quad (j = 1, \dots, k), \quad (25)$$

wobei \bar{x}_j und s_j nach (16) und (17) definiert sind.

Wir eliminieren weiterhin diejenigen Variablen mit $v_j \leq \varepsilon$, wobei ε eine beliebige kleine Zahl ist, z. B. $\varepsilon = 0,1$. Es ist der Grenzwert des Variationskoeffizienten. Diese Größe kann von dem Bearbeiter festgelegt oder formal gewählt werden. Ist v_j gleich oder kleiner als ε , so wird die Variable als *quasi konstant* angenommen, und sie wird aus den weiteren Überlegungen ausgeschlossen. Die Variationskoeffizienten der ausgewählten Variablen, berechnete nach Formel (25), sind in Spalte 4 der Tabelle 5 angegeben.

Tabelle 5
Werte der beschreibenden Charakteristiken $\bar{x}_j, s_j, v_j, \omega_j$

Variable X_j	\bar{x}_j	s_j	v_j	ω_j
X_1	15,043	2,257	0,150	0,019
X_2	117,190	38,675	0,330	0,041
X_3	16,435	5,932	0,361	0,045
X_4	259,796	209,445	0,806	0,099
X_5	26,054	3,177	0,122	0,015
X_7	513,426	92,941	0,181	0,022
X_8	2236,357	654,000	0,292	0,036
X_9	43,141	9,827	0,228	0,028
X_{10}	105,526	82,574	0,782	0,097
X_{11}	8,687	2,499	0,288	0,036
X_{12}	34,002	15,032	0,442	0,055
X_{14}	65,229	24,270	0,372	0,046
X_{18}	8,967	15,323	1,709	0,211
X_{20}	172,347	36,687	0,213	0,026
X_{21}^*	13,025	23,549	1,808	0,224

Quelle: Eigene Berechnungen.

Es sei noch bemerkt, daß die berechneten Variationskoeffizienten $v_j > \varepsilon = 0,1$ aussagen, daß diese Variablen hinreichend im Raum variieren.

Für die verbliebenen Variablen berechnet man eine Kennziffer ω_j in der Form

$$\omega_j := \frac{v_j}{\sum_{j=1}^k v_j}, \quad (26)$$

wobei hier k die Anzahl der verbliebenen Variablen ist, nach der Eliminierung der entbehrlichen Variablen, die hoch korreliert oder quasi konstant sind.

Da $\sum_{j=1}^k \omega_j = 1$ und $\omega_j > 0$, kann man ω_j als Gewicht interpretieren, das die relative Bedeutung der einzelnen diagnostischen Variablen X_1, \dots, X_k darstellt. Die nach (26) berechneten Werte ω_j sind in Spalte (26) der Tabelle 5 angegeben.

Mit Hilfe der geordneten fallenden Werte ω_j , d. h.

$$\omega_1 \geq \omega_2 \geq \dots \geq \omega_k, \quad (27)$$

erhält man die nach ihrer relativen Bedeutung geordnete Menge der Variablen:

$$\{X_{21}^*, X_4, X_{10}, X_{12}, X_3, X_2, X_{14}, X_8, X_{11}, X_9, X_{20}, X_7, X_1, X_5\},$$

Der Tabelle kann man entnehmen, daß die Variable X_{21}^* (gasförmige und staubförmige Emission) an der Spitze der Variablen steht, die die Lebensqualität der Bevölkerung bestimmen, und die Variable X_5 (Anzahl der Gestorbenen im Alter 1 – 59 Jahren je 10.000 der Bevölkerung in diesem Alter) nur eine geringe Bedeutung für die Lebensqualität hat. Die Kennziffer ω_5 für diese Variable beträgt 0,015.

Wir kommen nun zur Bestimmung einer synthetischen Meßzahl, die die Lebensqualität in Polen im Jahre 1994 ausdrückt. Wie bereits erwähnt, macht die Konstruktion einer synthetischen Meßzahl der Entwicklung die Einteilung der diagnostischen Variablen in Stimulanten und Destimulanten erforderlich.

Zur Menge der Stimulanten wurden folgende Variablen gerechnet:

$$S: \{X_2, X_{14}, X_{18}, X_{20}\}.$$

Zur Menge der Destimulanten wurden folgende Variablen gerechnet:

$$D: \{X_1, X_3, X_4, X_5, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{21}^*\}.$$

Die Werte z_i der synthetischen Variablen wurden nach (18) berechnet. Die Normierung wurde nach (13) und (14) vorgenommen.

Die Gesamtheit der Wojewodschaften, geordnet nach nicht steigenden Werten der synthetischen Meßzahl der Lebensqualität, erhält Tabelle 6.

Tabelle 6
Anordnung der Wojewodschaften nach der synthetischen Variablen der Lebensqualität
in Polen 1994

Nr.	Wojewodschaften	$z(i)$	Nr.	Wojewodschaften	$z(i)$
1	Warszawskie	0,6202	26	Sieradzkie	0,4511
2	Rzeszowskie	0,6026	27	Toruńskie	0,4510
3	Krakowskie	0,5955	28	Olsztynskie	0,4465
4	Tarnowskie	0,5761	29	Konińskie	0,4435
5	Krośnieńskie	0,5697	30	Jeleniogórskie	0,4383
6	Poznańskie	0,5490	31	Gorzowskie	0,4329
7	Leszczyńskie	0,5060	32	Piotrkowskie	0,4324
8	Zielonogórskie	0,5000	33	Katowickie	0,4323
9	Koszalińskie	0,4923	34	Białkopodlaskie	0,4291
10	Bielskie	0,4833	35	Suwalskie	0,4287
11	Kaliskie	0,4824	36	Ostrołęckie	0,4275
12	Gdańskie	0,4784	37	Legnickie	0,4260
13	Bydgoskie	0,4771	38	Częstochowskie	0,4245
14	Szczecińskie	0,4764	39	Białostockie	0,4239
15	Wrocławskie	0,4744	40	Lubelskie	0,4181
16	Nowosądeckie	0,4736	41	Łomżyńskie	0,4126
17	Słupskie	0,4679	42	Kieleckie	0,4117
18	Ciechanowskie	0,4668	43	Skierniewickie	0,4106
19	Łódzkie	0,4651	44	Radomskie	0,4101
20	Tarnobrzekie	0,4650	45	Włocławskie	0,4093
21	Siedleckie	0,4638	46	Elbląskie	0,4020
22	Zamojskie	0,4616	47	Wałbrzyskie	0,3890
23	Pilskie	0,4612	48	Płockie	0,3873
24	Opolskie	0,4576	49	Chełmskie	0,3634
25	Przemyskie	0,4558			

Quelle: Eigene Berechnungen

Mit Hilfe der nach nicht steigenden Werten der synthetischen Meßzahl der Lebensqualität geordneten Wojewodschaften wurde eine Klassifikation der Wojewodschaften vorgenommen. Wir verwenden dazu zwei Kennziffern der synthetischen Variablen, das arithmetische Mittel \bar{z} und die Standardabweichung s_z . Die Gesamtheit der Wojewodschaften wurde in 4 Gruppen geteilt, entsprechend den in den Gleichungen (21) – (24) angegebenen Intervallen.

Das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der synthetischen Variablen betragen:

$$\bar{z} = 0,4617, \quad s_z = 0,0562, \quad v_z = 0,122.$$

Folglich ist

$$\bar{z} + s_z = 0,5179, \quad \bar{z} - s_z = 0,4055.$$

Den Gruppen werden Wojewodschaften zugeordnet mit den synthetischen Variablen der Lebensqualität in folgenden Intervallen:

$$\text{Gruppe I: } z_i \geq 0,5179,$$

$$\text{Gruppe II: } 0,5179 > z_i \geq 0,4617,$$

$$\text{Gruppe III: } 0,4617 > z_i \geq 0,4055,$$

$$\text{Gruppe IV: } z_i < 0,4055.$$

Die Ergebnisse der Klassifikation enthält Tabelle 7. Die Analyse der Ergebnisse der durchgeführten Klassifikation bestätigt vorherige Beobachtungen der räumlichen Variabilität (Unterschiedlichkeit) der Lebensqualität der polnischen Bevölkerung 1994.

Tabelle 7
Klassifikation der Wojewodschaften nach der synthetischen Variablen

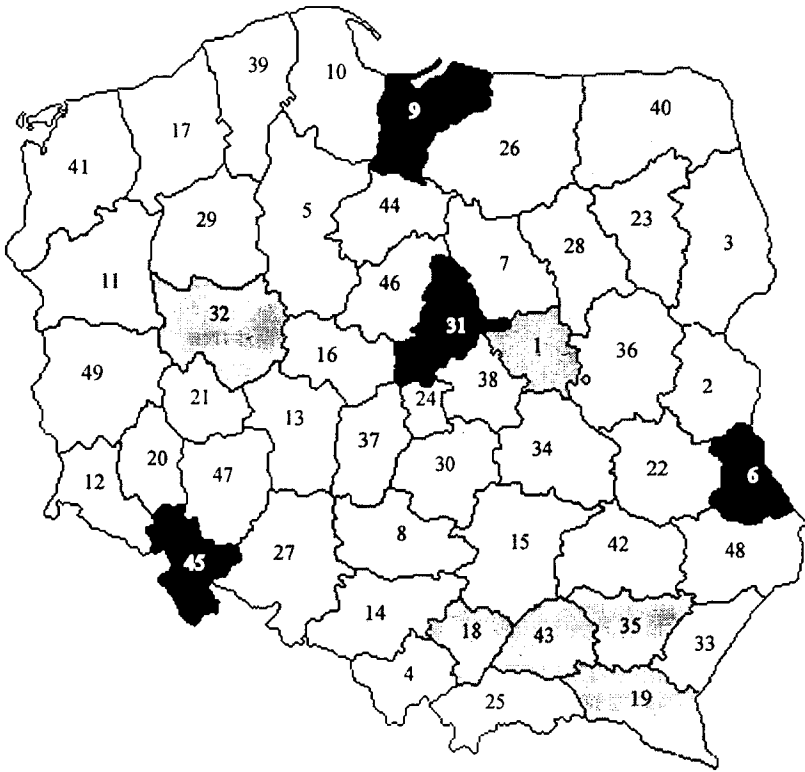
Klassen	Wojewodschaften
I	Warszawskie, Rzeszowskie, Krakowskie, Tarnowskie, Krośnieńskie, Poznańskie
II	Leszczyńskie, Zielonogórskie, Koszalińskie, Bielskie, Szczecińskie, Kaliskie, Bydgoskie, Gdańskie, Wrocławskie, Nowosądeckie, Słupskie, Ciechanowskie, Łódzkie, Tarnobrzekie, Siedleckie
III	Zamojskie, Opolskie, Piłskie, Przemyskie, Sieradzkie, Toruńskie, Olsztyńskie, Konińskie, Jeleniogórskie, Gorzowskie, Piotrkowskie, Katowickie, Białkopodlaskie, Suwalskie, Ostrołęckie, Legnickie, Częstochowskie, Białostockie, Lubelskie, Łomżyńskie, Kieleckie, Skierniewickie, Radomskie, Włocławskie
IV	Elbląskie, Wałbrzyskie, Płockie, Chełmskie

Quelle: Eigene Bearbeitung.

Bezüglich der Lebensqualität nimmt die Wojewodschaften Warszawa den ersten Platz ein, den 2. Platz Rzeszowskie, den 3. Platz Krakowskie, und den 4. Platz Tarnowskie.

Die letzten Plätze nehmen die Wojewodschaften: Elbląskie, Wałbrzyskie, Płockie, Chełmskie, ein. Mit einer etwas höheren Lebensqualität treten kleinere, meist landwirtschaftlich geprägte ostpolnische Wojewodschaften auf: Przemyskie, Zamojskie, Siedleckie, Olsztyńskie, Suwalskie, Częstochowskie, Białostockie, Lubelskie, Łomżyńskie.

Abb. 1 zeigt die räumliche Verteilung der erhaltenen Gruppen bezüglich der Lebensqualität.



Gr. I	1. Warszawa	13. Kalisz	25. Nowy Sącz	37. Sieradz
Gr. II	2. Białą Podlaska	14. Katowice	26. Olsztyn	38. Skierniewice
Gr. III	3. Białystok	15. Kielce	27. Opole	39. Słupsk
Gr. IV	4. Bielsko	16. Konin	28. Ostrołęka	40. Suwałki
	5. Bydgoszcz	17. Koszalin	29. Pila	41. Szczecin
	6. Chełm	18. Kraków	30. Piotrków	42. Tarnobrzeg
	7. Ciechanów	19. Krosno	31. Plock	43. Tarnów
	8. Częstochowa	20. Legnica	32. Poznań	44. Toruń
	9. Elbląg	21. Leszno	33. Przemyśl	45. Wałbrzych
	10. Gdańsk	22. Lublin	34. Radom	46. Włocławek
	11. Gorzów	23. Łomża	35. Rzeszów	47. Wrocław
	12. Jelenia Góra	24. Łódź	36. Siedlce	48. Zamość
				49. Zielona Góra

Abb. 1. Klassifikation der Wojewodschaften in Polen 1994 bezüglich der Lebensqualität

Quelle: Eigene Berechnungen.

4. ABSCHLIEBENDE BEMERKUNGEN

Aus den durchgeführten Untersuchungen ergibt sich eine Reihe interessanter Schlußfolgerungen bezüglich der Lebensqualität der Bevölkerung in Polen im Jahre 1994. Mit Hilfe der synthetischen Meßzahl haben wir ein allgemeines Bild der Verteilung der untersuchten Erscheinung in Polen erhalten. Es zeigt sich, daß die Lebensqualität in Polen räumlich variiert. Das hängt von der allgemeinen sozioökonomischen Entwicklung der Wojewodschaften, vom Niveau des Bruttoinlandprodukts je Einwohner, vom Niveau der Industrialisierung, der Urbanisation, vom Bildungsniveau und auch von der Existenz großer städtischer Agglomerationen ab. Wir sind uns aber darüber im Klaren, daß eine vollständige objektive Wertung der Lebensqualität der Bevölkerung ein ausgesprochen schwieriges Problem darstellt.

Die Schwierigkeiten sind bedingt dadurch, daß auf die Lebensqualität der Bevölkerung auch solche Variablen Einfluß nehmen, wie

- verdeckte Arbeitslosigkeit, die in manchen Wojewodschaften sicherlich hoch ist,

- die Anzahl der Selbstmorde auf 10.000 der Bevölkerung (die Selbstmordrate hat gegenwärtig in Polen das höchste Niveau in seiner Geschichte erreicht (jährlich 15 Selbstmorde je 100.000 Einwohner). Am häufigsten treten sie bei Arbeitslosen, Landbewohnern, und Schülern auf. Bei Schülern ist der Selbstmord nach Unfällen die häufigste Todesursache),

- den Umfang der Freizeit und die Möglichkeiten der Freizeitgestaltung und der Zugang zu kulturellen Einrichtungen.

Die Quantifizierung dieser Merkmale stellt daher ein besonderes Problem dar.

LITERATUR

- Cieślak, M. (1996): *Prognozowanie gospodarcze [Wirtschaftsprognosen]*. 2. Aufl. AE, Wrocław.
- Grabiński, T., Wydymus, S., Zeliaś, A. (1989): *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych [Methoden der Numerischen Taxonomie bei der Modellierung sozio-Ökonomischer Phänomene]*. Wissenschaftliche Redaktion: A. Zeliaś. PWN, Warszawa.
- Hellwig, Z. (1968): *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę kwalifikowanych kadr [Anwendung taxonomischer Methoden zur typologischen Gruppierung von Ländern bezüglich ihres Entwicklungsniveaus und des Bestandes und der Struktur qualifizierter Kader]*, "Przegląd Statystyczny" Heft 4.
- Kowerski, M. (1983): *Kilka uwag na temat doboru zmiennych charakteryzujących poziom rozwoju gospodarczego województw [Einige Bemerkungen zur Auswahl von Variablen zur Charakterisierung des Niveaus der wirtschaftlichen Entwicklung der Wojewodschaften]*, "Wiadomości Statystyczne" Nr. 11.

- Kowerski, M. (1996): *Zróżnicowanie warunków życia [Differenzierung der Lebensbedingungen]*, "Wiadomości Statystyczne" Nr. 2.
- Malina, A., und Wanat, S. (1995): *Przestrzenna analiza rozwoju Polski [Regionale Analyse der sozio-ökonomischen Entwicklung Polens]*, "Wiadomości Statystyczne" Nr. 5.
- Malina, A., und Zeliś, A. (1997): *On Building Taxonomic Measures of the Quality of Life, [Taxonomische Maße der Lebensqualität]*, in: *Researches on Labour Markets and Level of Life in Poland, Slovakia and Ukraine, [Forschung der Arbeitsmärkte und des Lebensniveaus in Polen, Slowakei und Ukraine]*, CUE Kraków. Proceedings of the Polish, Slovak and Ukrainian Scientific Seminar [Berichte des polnisch-slowakisch-ukrainischen Seminars] (Kraków, November 14–15, 1996), pp. 89–104.
- Nowak, E. (1990): *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych [Taxonomische Methoden zur Klassifikation sozio-ökonomischer Objekte]*. PWE, Warszawa.
- Pawełek, B., und Zeliś, A. (1995): *Simple Methods of Estimation of Importance of Diagnostic Variables in Taxonomic Investigations [Einfache Methoden zur Schätzung der Bedeutung diagnostischer Variablen in Taxonomischen Untersuchungen]*, "Statistics in Transition" Vol. 2, Nr. 2.
- Pociecha, J., Podolec, B., Sokołowski, A., Zając, K. (1988): *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych [Taxonomische Methoden in sozio-ökonomischen Untersuchungen]*. PWN, Warszawa.
- Quicke, D. L. J. (1993): *Principles and Techniques of Contemporary Taxonomy*, Chapman and Hall, London – Glasgow – New York – Tokyo – Melbourne – Madras.
- Sokołowski, A., und Zając, K. (1987): *Rozwój demograficzny a rozwój gospodarczy [Demografische Entwicklung und wirtschaftliche Entwicklung]*. PWE, Warszawa.
- Steczkowski, J., und Zeliś, A. (1997): *Metody statystyczne w badaniu zjawisk jakościowych [Statistische Methoden in der Untersuchungen von Qualitativphänomen]*. AE, Kraków.
- Strahl, D. (1984): *Metody ekonometryczne w modelowaniu rozwoju przemysłu [Ökonometrische Methoden bei der Modellierung der Industrieentwicklung]*. AE, Wrocław.
- Śmiłowska, T. (1995): *Zróżnicowanie poziomu i jakości życia ludności w przekroju terytorialnym [Differenzierung des Lebensstandards und Lebensqualität der Bevölkerung in territorialer Sicht]*, GUS, Warszawa. Prace Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN [Arbeiten des Instituts für Statistisch-Ökonomische Untersuchungen], Heft 229.
- Zeliś, A. (1997): *Teoria prognozy [Theorie der Prognose]*. 3. Aufl. PWE, Warszawa.