

Spis treści

Wstęp	7
Ireneusz Kuropka: Przydatność wybranych modeli umieralności do prognozowania natężenia zgonów w Polsce	9
Joanna Krupowicz: Wykorzystanie zmiennych wyprzedzających do prognozowania procesu urodzeń	21
Wioletta Wolańska: Perspektywy starzenia się ludności Polski do roku 2035	36
Marcin Błażejowski: Prognozowanie miesięcznej stopy bezrobocia dla Polski oraz województw za pomocą algorytmów X-12-ARIMA oraz TRAMO/SEATS	49
Jacek Szandula: Diagnostowanie i prognozowanie długości cykli nieregularnych	60
Włodzimierz Szkutnik, Maciej Pichura: Analiza wewnątrzsesyjnej zmienności wartości kontraktów terminowych z zastosowaniem modeli klasy ARCH/GARCH	72
Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: O prognozowaniu na podstawie modeli Holta-Wintersa dla pełnych i niepełnych danych	85
Konstancja Poradowska: Prawo propagacji niepewności w ocenie dopuszczalności prognoz	100
Dorota Appenzeller: Wartość kapitału intelektualnego firmy a prognozowanie upadłości	112

Summaries

Ireneusz Kuropka: Selected mortality models utility in death density forecasting in Poland	20
Joanna Krupowicz: The leading indicators used to forecasting the number of birth in Poland	35
Wioletta Wolańska: Ageing of the Polish population till the year 2035	48
Marcin Błażejowski: Forecasting monthly unemployment rate in Poland and Poland's voivodeships with the use of X-12-ARIMA and TRAMO/SEATS algorithms	59
Jacek Szandula: Diagnosing and forecasting a length of irregular cycles	71
Włodzimierz Szkutnik, Maciej Pichura: Intraday volatility analysis of futures contracts using ARCH/GARCH models	83

Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: Forecasting on the basis of holt-winter's models for complete and incomplete data	99
Konstancja Poradowska: Law of propagation of uncertainty in measuring forecast accuracy	111
Dorota Appenzeller: Value of companies' intellectual capital in business failure forecasting	120

Joanna Krupowicz

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

WYKORZYSTANIE ZMIENNYCH WYPRZEDZAJĄCYCH DO PROGNOZOWANIA PROCESU URODZEŃ

Streszczenie: Koncepcja zmiennych wyprzedzających i naśladowujących ma szerokie zastosowanie w badaniach wahań cyklicznych w zjawiskach ekonomicznych. W artykule wskazano na możliwość przeniesienia tej koncepcji na grunt badań procesów demograficznych w Polsce. Wykorzystano koncepcję zmiennych wyprzedzających do prognozowania liczby urodzeń w Polsce. Dla zmiennej referencyjnej (liczby urodzeń) znaleziono zmienne wyprzedzające (częstkowe współczynniki płodności kobiet w wieku 25-29 lat i 30-34 lata). Zbudowano prognozy liczby urodzeń na lata 2006-2010.

Słowa kluczowe: wahania cykliczne, koniunktura demograficzna, zmienna referencyjna, zmienne wyprzedzające, prognoza urodzeń.

1. Wstęp

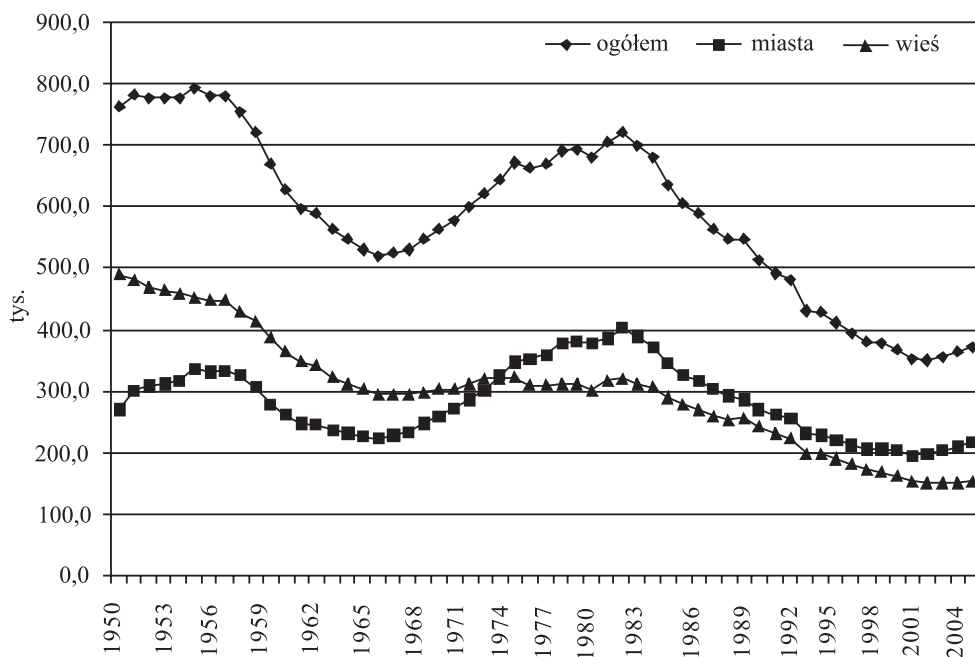
Celem artykułu jest wskazanie możliwości prognozowania zjawisk demograficznych charakteryzujących się wahaniami cyklicznymi z wykorzystaniem zmiennych wyprzedzających. Wahania cykliczne obserwuje się w zjawiskach zarówno gospodarczych, jak i społecznych. Występowanie owej regularności zmian w długim okresie badano również na gruncie zjawisk demograficznych, aplikując koncepcję zmiennych wyprzedzających i naśladowujących z badań koniunktury gospodarczej na grunt badań ludnościowych. Wykazano użyteczność tej koncepcji do analizy i prognozowania liczby ludności Polski (zob. [Krupowicz 2000; 2001]). Rozszerzając ten wątek badawczy, podjęto działania zmierzające do wyodrębnienia zmiennych wyprzedzających dla liczby urodzeń w Polsce, a następnie do wyznaczenia prognoz tej zmiennej.

Liczba urodzeń zależy od liczby kobiet w wieku rozrodczym 15-49 lat oraz od ich płodności. Płodność wyraża natężenie urodzeń przez kobiety w określonym przedziale wieku rozrodczego, jest to zatem relacja liczby urodzeń do liczby kobiet w określonym wieku. W artykule przedstawiono tę część badań, w której poszukuje się zmiennych wyprzedzających dla liczby urodzeń w grupie zmiennych zwią-

zanych jedynie z płodnością kobiet w 5-letnich grupach wieku rozrodczego¹. Dostępne dane pozwoliły na objęcie badaniem lat 1950-2005. Prognozy wyznaczono na lata 2006-2010.

2. Cykliczność procesów demograficznych

Regularne zmiany w długim okresie obserwowane w zjawiskach gospodarczych występują również w zjawiskach demograficznych². Nawiązując do pojęcia koniunktury gospodarczej, przez koniunkturę demograficzną przyjęto rozumieć rytmiczne wahania intensywności procesów demograficznych wokół tendencji rozwojowej lub wartości stałej [Krupowicz 2000, s. 101].



Rys. 1. Urodzenia żywe w Polsce w latach 1950-2006

Źródło: Roczniki Demograficzne z lat 1951-2007.

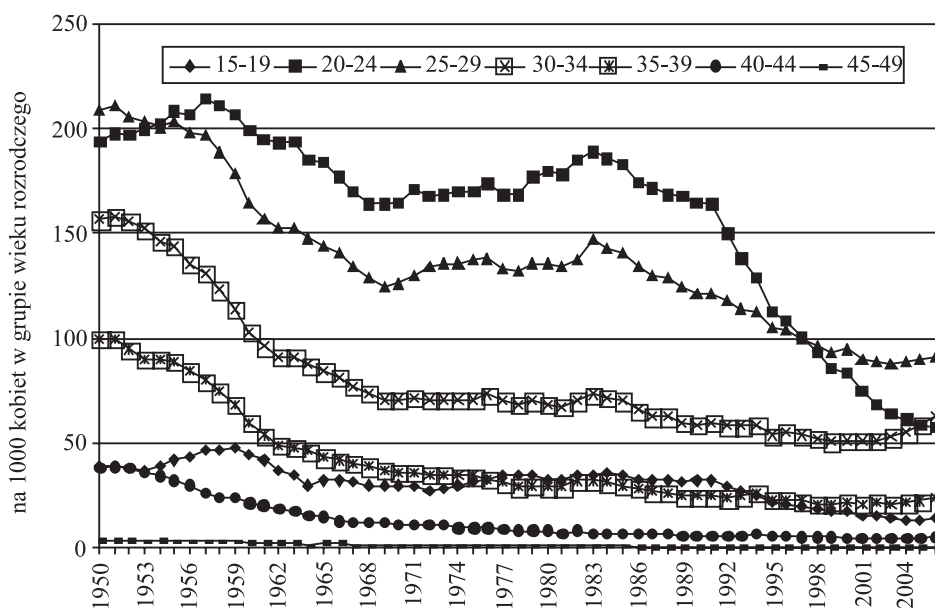
Badania cykli koniunktury demograficznej w Polsce, obejmujące lata 1950-1996, pozwoliły na stwierdzenie występowania wahań koniunkturalnych w procesach demograficznych. Wahanom podlegały liczne zmienne, m.in.: liczba ludności,

¹ Badania, w których w poszukiwaniach zmiennych wyprzedzających odnieszono się do grupy zmiennych związanych wyłącznie ze strukturą kobiet w wieku rozrodczym, zostały zaprezentowane we wcześniejszej pracy autorki [Krupowicz 2008].

² Identyfikacja takich prawidłowości została już przeprowadzona (zob. [Krupowicz 2000; 2001]).

liczba urodzeń, liczba zgonów, liczba zgonów niemowląt, liczba zawartych małżeństw, liczba rozwodów oraz średni wiek kobiety w momencie porodu. Przeprowadzono identyfikację wahań, wskazano zmienne wiodące jako sygnalizatory przemian demograficznych oraz na ich podstawie skonstruowano narzędzie do prognozowania liczby ludności (zob. [Krupowicz 2000; 2001]). Niniejsza analiza skupia się wyłącznie na rozrodności, tj. procesie urodzeń w Polsce, i stanowi kontynuację badań nad cyklicznością procesów demograficznych.

Zmiany w liczbie urodzeń w latach 1950-2006, przedstawione na rys. 1, pozwalają zaobserwować wyże i niższe demograficzne. Pierwszy wyż demograficzny przypadał na lata 50. z największą liczbą urodzeń w roku 1955 (793,8 tys.). Niż demograficzny pojawił się w drugiej połowie lat 60. Najniższa liczba urodzeń (521,8 tys.) wystąpiła w roku 1967. Drugi wyż demograficzny zaobserwowano w końcu lat 70. i na początku lat 80. Wyż ten był – po części – echem pierwszego wyżu urodzeń, jednakże był słabszy od poprzedniego. Najwyższą liczbę urodzeń odnotowano w 1983 r. – 723,6 tys. Od 1984 r. obserwuje się coraz mniejszą liczbę urodzeń. Od 1992 r. liczba urodzeń w Polsce kształtowała się na poziomie niższym od najniższego odnotowanego (w 1967 r.), a od 1998 r. – poniżej 400 tys. W roku 2004 odnotowano liczbę urodzeń o 5 tys. wyższą niż w roku poprzednim. Od tego roku liczba urodzeń rosła, osiągając w roku 2006 wartość 374,2 tys.



Rys. 2. Cząstkowe współczynniki płodności kobiet w 5-letnich grupach wiekowych w Polsce w latach 1950-2006

Źródło: Roczniki Demograficzne z lat 1951-2007.

Na zmiany w liczbie urodzeń wpływ wywierają przede wszystkim uwarunkowania demograficzne i społeczno-ekonomiczne. Do uwarunkowań demograficznych należy zaliczyć różnokierunkowe zmiany w strukturze kobiet w wieku rozrodczym oraz w płodności kobiet, a także spadek liczby zawieranych małżeństw. Do drugiej grupy uwarunkowań należy zaliczyć działania o charakterze prawnym, podejmowane w polityce ludnościowej i społeczno-ekonomicznej. Od połowy lat 80. do roku 2003 spadek liczby urodzeń w Polsce był powodowany głównie obniżaniem się płodności kobiet (zob. [Dzienio, Drzewieniecka 1997; *Sytuacja demograficzna Polski...* 2006, s. 59-71]). Na rysunku 2 przedstawiono cząstkowe współczynniki płodności, charakteryzujące płodność kobiet w 5-letnich grupach wieku rozrodczego.

W przypadku liczby urodzeń żywych wyraźne jest falowanie wartości wokół trendu malejącego. Obserwowane zróżnicowane tempo zmian w czasie wskazuje na fluktuacje płodności kobiet w wieku rozrodczym w badanym okresie. Falowanie (nie tak wyraźne, jak w przypadku liczby urodzeń) występuje wokół trendów malejących (por. rys. 1 i 2).

3. Koncepcja zmiennych wyprzedzających i naśladowujących

Przeprowadzone wcześniej badania nad cyklami koniunktury demograficznej w Polsce pozwoliły na wyodrębnienie zmiennych wyprzedzających, umożliwiających wnioskowanie o zmianach koniunktury demograficznej. Punktem wyjścia prowadzonych analiz było dokonanie wyboru zmiennej referencyjnej, czyli szeregu podstawowego odzwierciedlającego główne zmiany w koniunkturze demograficznej. Zmienną tą była liczba ludności, jako że niesie ona w sobie najważniejsze informacje dotyczące przemian demograficznych, będące rezultatem działania czynników zarówno wewnętrznych (np. liczby urodzeń wynikającej ze zmian zachowań prokreacyjnych, liczby zgonów wynikającej ze zmian stylu i tempa życia), jak i zewnętrznych.

W trakcie dalszych badań określono trzy zbiory zmiennych, odnosząc ich zmiany w czasie do wyróżnionej zmiennej referencyjnej: wyprzedzające, zbieżne i naśladowujące. Najważniejszym zbiorem jest zbiór zmiennych wyprzedzających, czyli zmiennych doświadczających poszczególnych faz cyklu koniunkturalnego wcześniej niż zmienna referencyjna. Kształtowanie się zmiennych z tego zbioru stanowiło podstawę określenia aktualnej fazy cyklu koniunkturalnego i prognoz zmiennej referencyjnej. Badania przyczyn przemian demograficznych zawężono do czynników wewnętrznych, tzn. wyłącznie zmiennych demograficznych, a zatem uwzględniono następujące zmienne: liczbę urodzeń, liczbę zgonów, liczbę zgonów niemowląt, liczbę zawartych małżeństw, liczbę rozwodów, współczynnik dzietności oraz średni wiek kobiety w momencie porodu. Wypspecyfikowane zmienne stanowiły zbiór potencjalnych zmiennych, wśród których zostały wyróżnione zmienne wyprzedzające i zmienne naśladowujące. W zbiorze zmiennych wyprzedzających znalazły się: liczba urodzeń z wyprzedzeniem 20 lat, liczba zgonów z wyprzedzeniem 21 lat, liczba rozwodów z wyprzedzeniem 24 lata i średni wiek kobiety w momencie poro-

du z wyprzedzeniem 13 lat. Pozostałe zmienne, tj. liczba zawartych małżeństw oraz liczba zgonów niemowląt, zostały uznane za zmienne naśladowujące wobec zmiennej referencyjnej. Opóźnienie liczby małżeństw w stosunku do zmiennej referencyjnej wynosiło 14 lat, a liczby zgonów niemowląt – 25 lat. W rozpatrywanym zbiorze zmiennych nie wyróżniono zmiennej zbieżnej [Krupowicz 2000, s. 103-110; 2001].

Kontynuując badania nad cyklicznością przemian demograficznych, podjęto próbę znalezienia zmiennych wyprzedzających dla liczby urodzeń. Podobnie jak we wcześniejszych analizach, przyczyny przemian procesu urodzeń upatrywano wyłącznie w czynnikach demograficznych. Zatem liczbę urodzeń traktowano jako zmienną referencyjną, a w zbiorze potencjalnych zmiennych dla wyróżnienia zmiennych wyprzedzających i naśladowujących znalazły się zmienne charakteryzujące płodność kobiet w pięcioletnich grupach wieku rozrodczego. W grupie rozważanych zmiennych nie znalazła się płodność kobiet w wieku 45-49 lat, zmienna ta charakteryzowała się bardzo małym zróżnicowaniem wartości, co wykluczyło ją ze zbioru potencjalnych zmiennych. Rozpatrywano więc zbiór sześciu potencjalnych zmiennych. Dostępność danych pozwoliła na objęcie badaniem przedziału lat 1950-2005.

Zmodyfikowane na potrzeby badania postępowanie prowadzące do wyróżnienia zbioru zmiennych wyprzedzających i naśladowujących polegało na następujących działaniach [OECD 1987; Krupowicz 2000, s. 102-118]:

1) na eliminacji tendencji rozwojowych z szeregów czasowych zmiennych; wyznaczono odchylenia bezwzględne dla zmiennej referencyjnej Y_t i potencjalnych zmiennych X_{it} :

$$y'_t = y_t - f(t), \quad (1)$$

$$x'_{it} = x_{it} - f_i(t), \quad (2)$$

gdzie: y_t – wartość zmiennej referencyjnej Y w okresie t ,
 $f(t)$ – wartość funkcji trendu zmiennej referencyjnej Y w okresie t ,
 x_{it} – wartość zmiennej X_i w okresie t ,
 $f_i(t)$ – wartość funkcji trendu zmiennej X_i w okresie t ;

2) na określeniu opóźnień lub wyprzedzeń względem zmiennej referencyjnej; obliczono współczynniki korelacji pomiędzy odchyleniami od trendu zmiennej referencyjnej a odchyleniami od trendu zmiennych ze zbioru potencjalnych zmiennych z uwzględnieniem przesunięć w czasie;

3) na ustaleniu klas zmiennych: wyprzedzających, zbieżnych i naśladowujących; zastosowano kryterium najwyższej wartości współczynnika korelacji;

4) na agregacji zmiennych wyprzedzających w syntetyczną zmienną wyprzedzającą; na wstępie dokonano normalizacji zmiennych ze zbioru zmiennych wyprzedzających, zgodnie ze wzorami:

$$z_{it} = \frac{x_{it} - \bar{x}_i}{\bar{x}_i} + 100, \quad \text{dla } 0 < r_i \leq 1, \quad (3)$$

$$z_{it} = \frac{\bar{x}_i - x_{it}}{\bar{x}_i} + 100, \quad \text{dla } -1 \leq r_i < 0, \quad (4)$$

gdzie: z_{it} – wartość znormalizowana zmiennej X_i w okresie t ,

x_{it} – wartość zmiennej X_i w okresie t ,

\bar{x}_i – wartość średnia zmiennej X_i ,

r_i – współczynnik korelacji pomiędzy zmienną Y a zmienną X_i .

Syntetyczną zmienną wyprzedającą skonstruowano jako średnią arytmetyczną znormalizowanych wartości zmiennych wyprzedzających z uwzględnieniem przesunięcia szeregów czasowych zmiennych wyprzedzających o wyróżniony okres wyprzedzenia. Ostatecznie zagregowaną zmienną wyprzedającą sprowadzono do porównywalności z szeregiem czasowym zmiennej referencyjnej, postępując podobnie jak w etapie pierwszym.

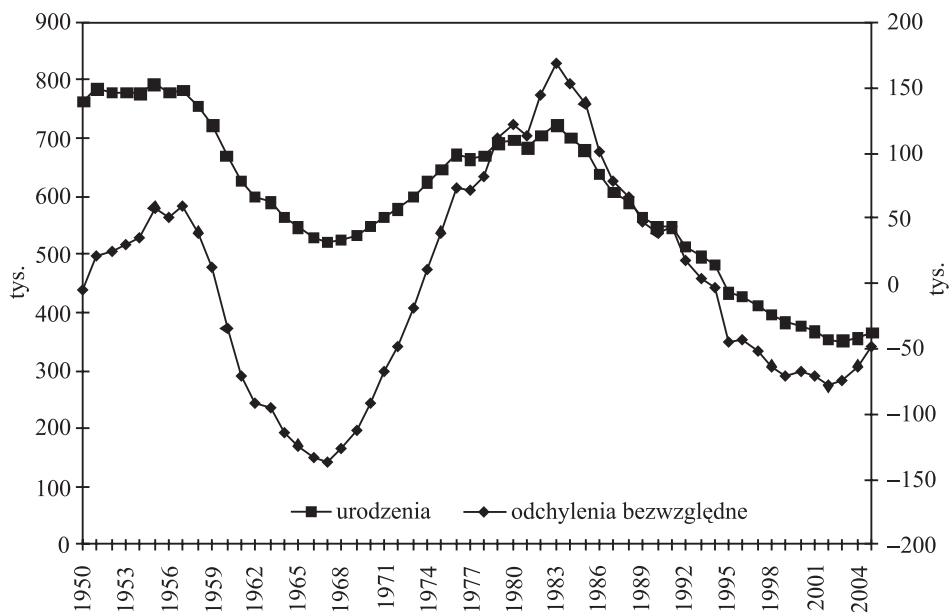
W badanym okresie lat 1950-2005 dla zmiennej referencyjnej – liczby urodzeń – oraz sześciu potencjalnych zmiennych wyodrębniono funkcje trendu, ich postaci przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Oszacowane funkcje trendu dla poszczególnych zmiennych demograficznych w latach 1950-2005

Zmienna	Postać analityczna funkcji	Współczynnik determinacji
Liczba urodzeń	$\hat{y}_t = 774,695 - 6,454 \times t$	$R^2 = 0,624$
Płodność kobiet w wieku 15-19 lat	$\hat{x}_{1t} = 43,527 - 0,438 \times t$	$R^2 = 0,693$
Płodność kobiet w wieku 20-24 lata	$\hat{x}_{2t} = 224,940 - 2,249 \times t$	$R^2 = 0,725$
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	$\hat{x}_{3t} = 193,462 - 1,925 \times t$	$R^2 = 0,837$
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	$\hat{x}_{4t} = 159,163 - 4,840 \times t + 0,056 \times t^2$	$R^2 = 0,927$
Płodność kobiet w wieku 35-39 lat	$\hat{x}_{5t} = 101,281 - 3,753 \times t + 0,044 \times t^2$	$R^2 = 0,948$
Płodność kobiet w wieku 40-44 lata	$\hat{x}_{6t} = 38,999 - 1,627 \times t + 0,019 \times t^2$	$R^2 = 0,961$

Źródło: obliczenia własne.

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono wartości rzeczywiste poszczególnych zmiennych oraz odchylenia bezwzględne tych zmiennych od wyodrębnionych tendencji rozwojowych w badanym okresie lat 1950-2005. Analiza wartości oraz przebiegu odchyleń od trendu pozwala zaobserwować wyraźną cykliczność dla wszystkich zmiennych.



Rys. 3. Liczba urodzeń w latach 1950-2005 i odchylenia bezwzględne od wyodrębnionej funkcji trendu

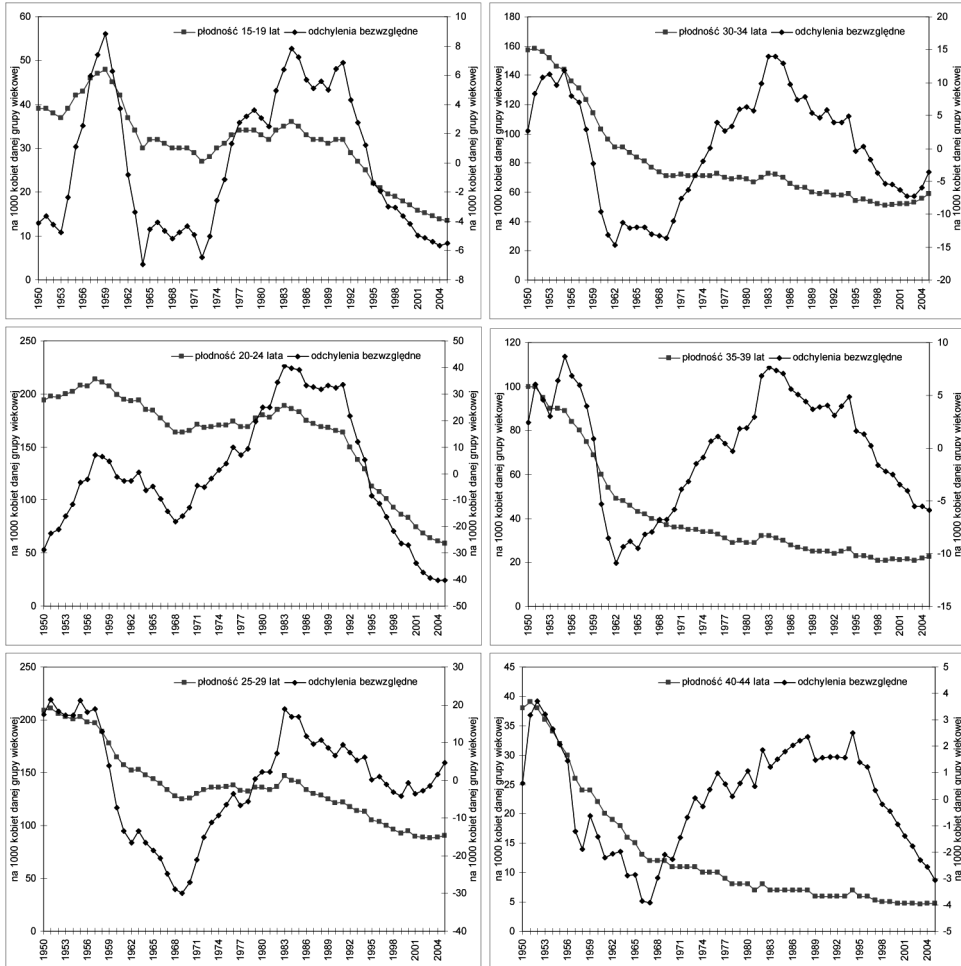
Źródło: Roczniki Demograficzne z lat 1951-2007, obliczenia własne.

Tabela 2. Maksymalne i minimalne wartości współczynników korelacji między zmienną referencyjną (liczbą urodzeń) a pozostałymi zmiennymi dla wartości odchyłeń bezwzględnych od wyodrębnionych tendencji rozwojowych

Zmienna	Przesunięcie w czasie; współczynnik korelacji				
	-27	-12	3	20	35
Płodność kobiet w wieku 15-19 lat	0,4123	-0,5507	0,8852	-0,8562	0,9364
Płodność kobiet w wieku 20-24 lata	-0,9045	0,8037	-0,9458	0,9318	
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	0,9255	-0,9708	0,7611	-0,6303	0,8415
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	0,8873	-0,9225	0,9042	-0,8057	0,9050
Płodność kobiet w wieku 35-39 lat	0,8550	-0,8869	0,8496	-0,8792	0,9494
Płodność kobiet w wieku 40-44 lata	0,8948	-0,9263	0,7282	-0,8778	0,9473

Uwaga: współczynniki korelacji są istotne na poziomie $\alpha = 0,05$.

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 4. Płodność kobiet w 5-letnich grupach wieku rozrodczego w latach 1950-2005 i odchylenia bezwzględne od wyodrębnionych funkcji trendu

Źródło: Roczniki Demograficzne z lat 1951-2007, obliczenia własne.

Do utworzenia zbioru zmiennych wyprzedzających zastosowano analizę korelacji, zgodnie z opisem etapu drugiego procedury. W tabeli 2 zestawiono maksymalne i minimalne wartości współczynników korelacji między bezwzględnymi odchyleniami od trendu dla zmiennej referencyjnej oraz zmiennych z rozważanego zbioru zmiennych potencjalnych. Ujemna wartość przesunięcia ($-p$) oznacza, że zmienna X wyprzedza o p okresów zmienną referencyjną Y . Wartość dodatnia przesunięcia (p) oznacza, że zmienna X jest opóźniona o p okresów wobec zmiennej referencyjnej Y . W dalszej części artykułu stosowane będą następujące sformułowania: wyprze-

dzenie p do określenia przesunięcia ($-p$) oraz opóźnienie p do określenia przesunięcia (p).

Na podstawie obliczonych współczynników korelacji ustalono zbiory zmiennych wyprzedzających i naśladujących wobec zmiennej referencyjnej oraz wyodrębnilo właściwe okresy wyprzedzenia i opóźnienia dla każdej z pojedynczych zmiennych. W zbiorach tych znalazły się zmienne, które charakteryzowały się najwyższym (co do modułu) współczynnikiem korelacji (w tab. 2 wartości te zostały zaznaczone pogrubioną czcionką). Zbiór zmiennych wyprzedzających tworzą:

- płodność kobiet w wieku 25-29 lat z wyprzedzeniem 14 lat,
- płodność kobiet w wieku 30-34 lata z wyprzedzeniem 16 lat.

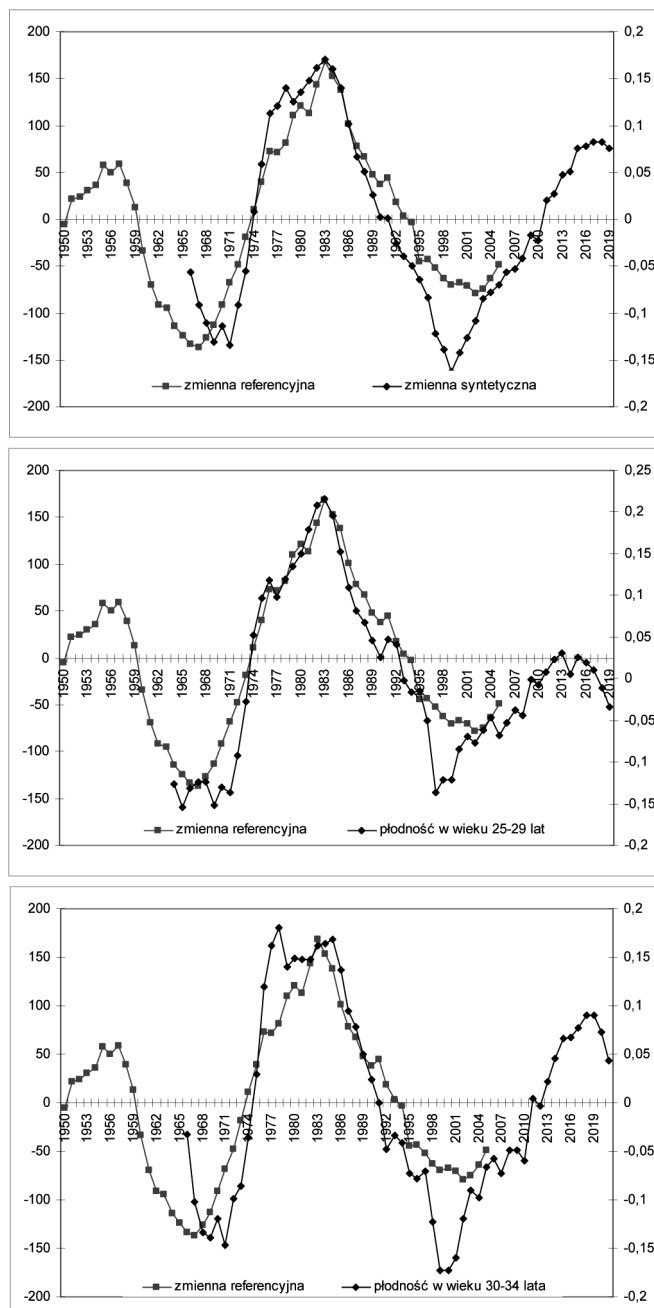
Są to zmienne o raczej krótkim aniżeli długim okresie wyprzedzenia. Natomiast zbiór zmiennych naśladujących tworzą:

- płodność kobiet w wieku 15-19 lat z opóźnieniem 35 lat,
- płodność kobiet w wieku 20-24 lata z opóźnieniem 20 lat,
- płodność kobiet w wieku 35-39 lat z opóźnieniem 37 lat,
- płodność kobiet w wieku 40-44 lata z opóźnieniem 37 lat.

Po ustaleniu zbioru zmiennych wyprzedzających zbudowano syntetyczną zmienną wyprzedzającą jako średnią arytmetyczną znormalizowanych wartości zmiennych z dwuelementowego zbioru zmiennych wyprzedzających. Normalizacja przebiegała zgodnie ze wzorem (4). Agregacja wymagała przesunięcia szeregów czasowych znormalizowanych wartości zmiennych zgodnie z wyróżnionymi okresami wyprzedzenia.

Rozpatrywano również pojedyncze zmienne wyprzedzające. Dla zbudowanych syntetycznych zmiennych wyprzedzających oraz pojedynczych zmiennych wyprzedzających wyodrębnilo liniowe funkcje trendu. Na rysunku 5 przedstawiono w formie porównywalnej, czyli po eliminacji trendu, odpowiednio: zmienną referencyjną i syntetyczną zmienną wyprzedzającą oraz zmienną referencyjną i pojedyncze zmienne wyprzedzające. W tabeli 3 zestawiono wartości współczynników korelacji między zmienną referencyjną a zbudowaną zmienną syntetyczną i pojedynczymi zmiennymi dla ich bezwzględnych odchyłeń od tendencji rozwojowych. Wartości współczynników korelacji (większe od 0,92), zarówno między zmienną referencyjną a syntetyczną, jak i między pojedynczymi zmiennymi (po sprowadzeniu zmiennych do porównywalności), świadczą o istnieniu wysokiej zależności korelacyjnej. W przypadku płodności kobiet w wieku 25-29 lat wartość współczynnika korelacji jest najwyższa spośród wszystkich wartości.

Analiza rys. 5 pozwala zauważyć podobieństwo przebiegu odchyłeń bezwzględnych zmiennej referencyjnej i zmiennej syntetycznej, a także zmiennej referencyjnej i pojedynczych zmiennych wyprzedzających. Obserwuje się wyraźne punkty zwrotne dla zmiennej syntetycznej; pokrywają się fazy wzrostu i spadku rozważanych zmiennych. Jedynie zmienne nie osiągają dolnego punktu zwrotnego w tym samym okresie, a fazę wzrostu rozpoczynają z 3-, 4-letnim przesunięciem.



Rys. 5. Bezwzględne odchylenia od trendu dla zmiennej referencyjnej i syntetycznej zmiennej wyprzedzającej oraz pojedynczych zmiennych wyprzedzających z uwzględnieniem okresu wyprzedzenia

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Wartości współczynników korelacji między odchyleniami od trendu zmiennej referencyjnej a odchyleniami od trendu zmiennej syntetycznej i pojedynczych zmiennych

Wyszczególnienie	Współczynnik korelacji
Syntetyczna zmienna	0,9380
Pojedyncza zmienna:	
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	0,9708
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	0,9225

Uwaga: współczynniki korelacji są istotne na poziomie $\alpha = 0,05$.

Źródło: obliczenia własne.

Wobec zaobserwowanych wysokich wartości współczynników korelacji, potwierdzających podobny przebieg odchylen bezwzględnych dla liczby urodzeń oraz rozważanych zmiennych, można uznać, iż zarówno syntetyczną zmienną wyprzedzającą, jak i pojedyncze zmienne wyprzedzające można traktować jako sygnalizatory zmian liczby urodzeń w Polsce. Obserwowane odchylenia zmiennej syntetycznej oraz pojedynczych zmiennych wyprzedzających pozwalają zaobserwować, że zmienne te przechodzą kolejne fazy zmian wcześniej niż liczba urodzeń – analizowana jako zmienna referencyjna. Zmiany liczby urodzeń są zatem konsekwencją wcześniejszych zmian w natężeniu płodności kobiet w grupach wieku rozrodczego 25-29 lat i 30-34 lata. Uwzględniając to, można korzystać z wyróżnionych zmiennych wyprzedzających do określania przyszłych zmian liczby urodzeń.

3. Prognoza liczby urodzeń z wykorzystaniem zmiennych wyprzedzających

Korzystając ze zbudowanej syntetycznej zmiennej wyprzedzającej oraz pojedynczych zmiennych wyprzedzających, skonstruowano prognozy liczby urodzeń w Polsce na lata 2006-2010. Realizacja podjętego zadania wymagała zbudowania modeli symptomatycznych, w których rolę zmiennych objaśniających pełniły zmienna syntetyczna lub pojedyncze zmienne wyprzedzające. Budowane modele były następującej postaci:

$$y'_t = a_0 + a_1 \times q'_{t-p}, \quad (5)$$

$$y'_t = a_0 + a_1 \times x'_{t-p}, \quad (6)$$

gdzie: y'_t – odchylenia zmiennej referencyjnej Y od wyodrębnionej funkcji trendu,

q'_{t-p} – odchylenia syntetycznej zmiennej wyprzedzającej od wyodrębnionej funkcji trendu z wyprzedzeniem p wobec zmiennej referencyjnej Y ,

x'_{t-p} – odchylenia pojedynczej zmiennej wyprzedzającej X od wyodrębnionej funkcji trendu z wyprzedzeniem p wobec zmiennej referencyjnej Y ,

a_0, a_1 – parametry modelu.

W tabeli 4 zestawiono parametry zbudowanych modeli oraz dopasowanie modeli do danych empirycznych. Skonstruowane modele charakteryzowały się dobrym dopasowaniem do danych empirycznych, wartości bowiem współczynnika determinacji przekraczały wartość 0,85. Bardzo dobrze dopasowany do danych okazał się model z pojedynczą zmienną wyprzedzającą płodność kobiet w wieku 25-29 lat. Dla wszystkich zbudowanych modeli parametry były istotne na poziomie $\alpha = 0,05$.

Tabela 4. Parametry modeli z syntetyczną zmienną wyprzedzającą oraz pojedynczymi zmiennymi wyprzedzającymi

Wyszczególnienie	a_0	a_1	R^2	s
Z syntetyczną zmienną wyprzedzającą	767,2431	11,8125	0,8799	30,7867
Z pojedynczymi zmiennymi wyprzedzającymi:				
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	758,1376	-2,0395	0,9424	21,7778
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	689,2845	10,0266	0,8510	34,2825

Źródło: obliczenia własne.

Prognoza liczby urodzeń – zmiennej referencyjnej – została wyznaczona w następujący sposób:

$$y_t^* = f(t) + y_t^{**}, \quad t > n, \quad (7)$$

gdzie: y_t^* – prognoza ostateczna zmiennej referencyjnej Y ,

$f(t)$ – prognoza zmiennej referencyjnej Y z ekstrapolacji funkcji trendu,

y_t^{**} – prognoza odchyłek zmiennej referencyjnej Y – z modelu ze zmienną syntetyczną lub pojedynczą zmienną wyprzedzającą.

W tabeli 5 zawarto wartości uzyskanych ostatecznych prognoz liczby urodzeń.

Tabela 5. Prognozy liczby urodzeń w Polsce na lata 2006-2010 (w tys.)

Wyszczególnienie	Lata				
	2006	2007	2008	2009	2010
Na podstawie syntetycznej zmiennej wyprzedzającej	375,7	371,3	373,5	386,3	375,6
Na podstawie pojedynczej zmiennej wyprzedzającej:					
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	364,8	369,7	358,2	385,0	373,5
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	377,2	360,4	370,0	363,6	349,6

Źródło: obliczenia własne.

Dokonano weryfikacji prognoz wyznaczonych na lata 2006-2007. W tym celu obliczono względne błędy *ex post* prognoz liczby urodzeń zgodnie ze wzorem (zob. [Cieślak 2005, s. 50]):

$$\Psi_t = \frac{y_t - y_t^*}{y_t} \times 100 \quad t = n + 1, \dots, T, \quad (8)$$

gdzie: y_t – wartość rzeczywista zmiennej Y w okresie t ,

y_t^* – wartość prognozowana zmiennej Y w okresie t .

Za trafne uznano te prognozy, dla których względny błąd *ex post* nie przekroczył wartości 5%. Wartości błędów *ex post* oraz wartości średniego błędu *ex post*, będącego średnią modułów indywidualnych błędów *ex post* wyznaczonych prognoz, zestawiono w tab. 6. Prognozy wyznaczane na podstawie syntetycznej zmiennej wyprzedzającej okazały się trafne, błędy *ex post* nie przekraczały co do modułu zadanej wartości krytycznej błędu względnego. W przypadku prognoz wyznaczonych na podstawie pojedynczych zmiennych wyprzedzających nie trafna była jedynie prognoza na rok 2007, uzyskana w oparciu o płodność kobiet w wieku 30-34 lata jako zmienną wyprzedzającą. Porównując jakość uzyskanych prognoz, należy zauważyć, że najlepsze rezultaty prognostyczne, tj. prognozy obarczone najmniejszymi błędami, uzyskano przy zastosowaniu zmiennej syntetycznej, gdzie jako zmienne wyprzedzające znalazły się płodność kobiet w wieku 25-29 lat i płodność kobiet w wieku 30-34 lata. Średni błąd *ex post* nieznacznie przekraczał 2%, a więc był dużo mniejszy niż błąd przyjmowany na poziomie 5%. Co prawda przedział weryfikacji liczy dwa lata, ale pozwala to sformułować wniosek, iż zmiany płodności kobiet w grupach wieku rozrodczego 25-29 lat i 30-34 lata z wyprzedzeniem niosą istotne informacje o zmianach liczby urodzeń w Polsce.

Tabela 6. Względne błędy *ex post* prognoz liczby urodzeń w Polsce na lata 2006-2007 (w %)

Wyszczególnienie	2006	2007	Średni błąd względny
	błąd względny		
Na podstawie syntetycznej zmiennej wyprzedzającej	-0,4	4,3	2,3
Na podstawie pojedynczej zmiennej wyprzedzającej:			
Płodność kobiet w wieku 25-29 lat	2,5	4,7	3,6
Płodność kobiet w wieku 30-34 lata	-0,8	7,1	3,9

Źródło: obliczenia własne.

4. Podsumowanie

W badaniu przeprowadzono analizę zmian w czasie liczby urodzeń oraz płodności kobiet w wieku rozrodczym w latach 1950-2005. Wykorzystano koncepcję zmiennych wyprzedzających i naśladowujących. Koncepcja ta, stosowana z powodzeniem w badaniach koniunktury gospodarczej, została przeniesiona na grunt badań demograficznych dotyczących cykliczności procesów ludnościowych. Użyteczność metody jako narzędzia analizy i prognozowania koniunktury demograficznej została potwierdzona wcześniejszymi badaniami.

Kontynuując badania nad cyklicznością przemian demograficznych, podjęto próbę znalezienia zmiennych wyprzedzających dla liczby urodzeń. Podobnie jak we wcześniejszych analizach, przyczyny przemian procesu urodzeń upatrywano wyłącznie w czynnikach demograficznych. Przeprowadzona analiza, zmierzająca do utworzenia zbioru zmiennych wyprzedzających i wykorzystania tego zbioru do prognozowania liczby urodzeń w Polsce, zawężona była jedynie do czynników związanych z płodnością kobiet w pięcioletnich grupach wieku rozrodczego. Liczbę urodzeń traktowano jako zmienną referencyjną. Wskazano zbiór zmiennych wyprzedzających dla zmiennej referencyjnej. W zbiorze tym znalazły się: płodność kobiet w wieku 25-29 lat z wyprzedzeniem 14 lat oraz płodność kobiet w wieku 30-34 lata z wyprzedzeniem 16 lat. Wyróżnione zmienne wyprzedzające posłużyły do prognozowania liczby urodzeń w Polsce. Uzyskane prognozy okazały się trafne w przedziale weryfikacji lat 2006-2007, co potwierdza przydatność utworzonego zbioru zmiennych wyprzedzających do prognozowania liczby urodzeń.

Literatura

- Cieślak M. (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, PWN, Warszawa 2005.
- Dzienio K., Drzewieniecka K., *Sytuacja demograficzna Polski. Raport 1996 Rządowej Komisji Ludnościowej*, „Studia Demograficzne” 1997, nr 1.
- Krupowicz J., *Koncepcja zmiennych wyprzedzających i naśladowujących w badaniach koniunktury demograficznej w Polsce*, „Studia Demograficzne” 2000, nr 1 (137).
- Krupowicz J., *Sygnalizatory przemian demograficznych w Polsce*, Zeszyty Naukowe Sekcji Analiz Demograficznych KND PAN nr 3, Warszawa 2001.
- Krupowicz J., *Zmiany struktury kobiet a kształtowanie się procesu urodzeń w Polsce*, referat na konferencji naukowej „Zmiany struktur demograficznych i ich implikacje dla przyszłego rozwoju”, Sekcja Analiz Demograficznych KND PAN, Pobierowo, wrzesień 2008.
- OECD, *Leading Indicators and Business Cycles in Member Countries. Sources and Methods 1960-1985* No. 39, Paris 1987.
- Roczniki Demograficzne GUS, Warszawa 1951-2007.
- Sytuacja demograficzna Polski i założenia polityki ludnościowej w Polsce – raport 2004*, Rządowa Rada Ludnościowa, Warszawa 2006.

THE LEADING INDICATORS USED TO FORECASTING THE NUMBER OF BIRTH IN POLAND

Summary: A concept of leading and lagging indicators is widely used in the research on cyclical fluctuations in economic phenomena. The purpose of the article is to apply that approach to demographic processes in Poland. The concept of leading indicators is used to forecasting number of birth in Poland. For the reference variable defined as the number of birth in Poland the leading indicators have been determined (partial fertility rates of women aged 25-29 years and partial fertility rates of women aged 30-34 years). The forecasts of number of birth in Poland are constructed to the period of 2006-2010 years.