

**ANALIZA WPŁYWU
ROŚLINNOŚCI SPRĘŻYSTEJ
NA WARUNKI HYDRAULICZNE
PRZEPIYU W KORYTACH
ZAROŚNIĘTYCH**

Tom I

**ANALIZA WPLYWU
ROŚLINNOŚCI SPRĘŻYSTEJ
NA WARUNKI HYDRAULICZNE
PRZEPLYWU W KORYTACH
ZAROŚNIĘTYCH**

Tom I

**monografia pod redakcją
Tomasza Tymińskiego**

Wrocław 2008



Autorzy:
Tomasz Tymiński
Leon Rembeza, Tomasz Kałuża – *współautorzy rozdziału 4*

Opiniodawca
prof. dr hab. inż. Marek Madeyski

Redaktor merytoryczny
dr hab. inż. Krzysztof Pulikowski

Opracowanie redakcyjne
mgr Elżbieta Winiarska-Grabosz

Korekta
Janina Szydłowska

Łamanie
Halina Sebzda

Projekt okładki
Teresa Alicja Chmura
(fotografie na I stronie okładki – Tomasz Tymiński)

Publikacja finansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego
grant badawczy nr 2 P06S 007 26

© Copyright by Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Wrocław 2007

ISBN 978-83-60574-18-8 – całość
ISBN 978-83-60574-23-2 – tom I

WYDAWNICTWO UNIwersytetu PRZYRODniczego WE WROCLAWIU

Redaktor Naczelny – prof. dr hab. Andrzej Kotecki
ul. Sopotka 23, 50-344 Wrocław, tel. 071 328-12-77
e-mail: wyd@ozi.ar.wroc.pl

Nakład 100 + 16 egz. Ark. druk. 5,12
Druk i oprawa: Wydawnictwo Tekst Sp. z o.o.
ul. Kossaka 72, 85-307 Bydgoszcz

SPIS TREŚCI

Przedmowa	7
1. Wstęp	9
2. Zarys problemu	11
3. Cel i zakres badań	13
4. Badania podstawowych własności fizycznych i mechanicznych roślinności sprężystej	15
4.1. Badania własności fizycznych elementów roślinnych	15
4.1.1. Wilgotność drewna.....	16
4.1.2. Gęstości drewna	20
4.2. Odształcenia roślinności elastycznej pod wpływem działania parcia hydrodynamicznego	24
4.2.1. Równanie małego ugięcia i jego rozwiązanie dla łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej parciem hydrodynamicznym	25
4.2.2. Równanie dużego ugięcia i jego rozwiązania.....	29
4.2.3. Wyniki obliczeń	33
4.2.4. Linia ugięcia belki wspornikowej w zmiennym przekroju poprzecznym	36
4.2.5. Skręcanie pręta o przekroju kołowym	39
4.3. Pomiary modułu sprężystości elementów roślinnych	41
4.3.1. Normowe oznaczanie modułu sprężystości przy zginaniu statycznym.....	44
4.3.2. Pomiar modułu sprężystości elementów roślinnych na podstawie analizy linii ugięcia belki wspornikowej w zmiennym przekroju poprzecznym	44
4.3.3. Pomiar modułu sprężystości elementów roślinnych na podstawie analizy skręcania pręta o przekroju kołowym.....	47

4.3.4. Pomiar modułu sprężystości elementów z tworzyw sztucznych na podstawie analizy linii ugięcia belki wspornikowej o stałym przekroju poprzecznym	51
4.4. Badania własności mechanicznych elementów roślinnych	53
4.4.1. Charakterystyka naprężeń – granica sprężystości badanych roślin	55
4.4.2. Wyznaczenie parametrów statycznych – wpływ czasu na wielkość odkształceń	72
5. Wnioski	75
6. Piśmiennictwo	77

PRZEDMOWA

W ramach projektu badawczego finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego, nr 2P06S 00726, pt. „Analiza wpływu roślinności sprężystej na warunki hydrauliczne przepływu w korytach zarośniętych”, w Instytucie Inżynierii Środowiska Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu i w Katedrze Budownictwa Wodnego Akademii Rolniczej w Poznaniu, przeprowadzone zostały badania laboratoryjne właściwości biomechanicznych i hydraulicznych roślinności giętkiej porastającej doliny rzek. Owocem badań, prowadzonych w latach 2004–2006, jest niniejsza publikacja, na którą składają się dwie główne części tematyczne:

Część pierwsza pt. „Właściwości mechaniczne roślin giętkich” dotyczy badań podstawowych własności fizycznych (wilgotność, gęstość) i mechanicznych (moment bezwładności, sprężystość) roślin. Skoncentrowano się przy tym na doświadczalnym określeniu „sztywności” zbiorowisk roślinnych, reprezentowanej w formułach hydraulicznych do obliczania oporów przepływu przez parametr *MEJ*, który m.in. uwzględnia gęstość obsadzenia, geometrię i moduł sprężystości roślin.

Część druga pt. „Charakterystyka hydrauliczna” dotyczy badań hydraulicznego oddziaływania giętkiej roślinności krzewiastej na warunki przepływu. Badania eksperymentalne w laboratorium wodnym umożliwiły opracowanie charakterystyki hydraulicznej roślin na bazie wyznaczonych współczynników oporów przepływu, ze szczególnym uwzględnieniem określonych w części pierwszej cech geometrycznych i biomechanicznych zbiorowisk roślinnych.

Monografię wzbogaca dokumentacja fotograficzna zamieszczona w tekście, a przede wszystkim w załączniku do drugiej części pracy. Mam nadzieję, że będzie ona pomocna Czytelnikom w lepszym zrozumieniu opisywanej w monografii problematyki i pozwoli „poczuć atmosferę badań laboratoryjnych”.

Szczególne podziękowania składam Profesorowi dr. hab. inż. Jerzemu Sobocie, Dziekanowi Wydziału Inżynierii Kształtowania Środowiska i Geodezji Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu, za wsparcie, życzliwe rady i pomoc w wydaniu tej monografii.

Dziękuję Profesorowi dr. hab. inż. Henrykowi Mikołajczakowi z Akademii Rolniczej w Poznaniu za cenne wskazówki i okazaną życzliwość.

Pani mgr inż. Małgorzacie Boczarskiej serdecznie dziękuję za pomoc przy pracach redakcyjnych.

Tomasz Tymiński

1. WSTĘP

Rzeki, spełniając wiele istotnych funkcji gospodarczych, stanowią ważny element krajobrazu naturalnego. Mogą także powodować potencjalnie wielkie zagrożenie powodziowe. Tragiczne doświadczenia katastrofalnych powodzi w dorzeczu Odry i Wisły z lipca 1997 r., w których swój niebagatelny udział miała roślinność, m.in. zawężająca swobodny przekrój koryta wielkiej wody, ponownie zwróciły uwagę na rolę zdolności przepustowej terenów zalewowych. Oddziaływanie roślin na warunki przepływu zależy w dużej mierze, oprócz parametrów hydrodynamicznych, również od rodzaju roślin, ich fazy rozwojowej, cech geometrycznych i mechanicznych. Do ważniejszych cech mechanicznych (wciąż jeszcze słabo poznanych) zaliczyć należy sprężystość roślin. Cecha ta sprawia, że rośliny są w różnym stopniu pochylane przez płynącą wodę (fot. 2.1). To m.in. od wielkości modułu sprężystości zależy, jak dużej siły potrzeba, aby nastąpiło ugięcie. Poznanie tego parametru, zwłaszcza dla giętkiej roślinności średniej na międzywalu (krzewy wikliny, olszyna, trzciny itp.), ma duże znaczenie przy przewidywaniu zachowania się roślinności i określaniu oporów hydrodynamicznych, które są stawiane przez zbiorowiska roślin płynącej wodzie. Ma to ścisły związek z położeniem zwierciadła wody w korycie.

Wykorzystanie roślinności do zabudowy rzek oraz ocena aktualnej przepustowości koryta wielkiej wody wymagają zastosowania metod obliczania parametrów ruchu wody z uwzględnieniem wpływu roślin oraz przyjęcia odpowiedniej metodyki badań takiego ruchu. Podstawową trudność w określaniu aktualnej przepustowości koryta wielkiej wody stanowi brak obiektywnych sposobów wyznaczania wartości współczynników oporu przepływu. Jego ustalenie nastęrcza wiele kłopotu, co przekłada się następnie na błędy oszacowania prędkości czy też natężenia przepływu wody. Przyczyną jest tu niejednoznaczna interpretacja oraz opisowy, subiektywny sposób oceny szorstkości. Obliczenia te wymagają znajomości metod określania ilościowych charakterystyk zarastania na podstawie wiedzy z zakresu ekologii, metod opisu i pomiarów pokrywy roślinnej. Strukturę roślinną należy przedstawić w postaci modelu zastępczego, który powinien odzwierciedlać podobne oddziaływanie roślinności, jakie zachodzi w warunkach naturalnych. **Rozpoznanie struktury roślinnej oraz ustalenie jej parametrów jest więc koniecznym warunkiem budowy wiarygodnego matematycznego modelu przepływu.**

2. ZARYS PROBLEMU

W przypadku roślinności elastycznej jej wpływ na warunki przepływu związany jest nie tylko z gęstością struktury roślinnej, ale i z jej właściwościami biomechanicznymi (moduł sprężystości). Uwzględnienie wpływu elastyczności roślinności niskiej na warunki przepływu zaproponował Kouwen (1992). Bazując na pomiarach oporu nad elastycznymi plastikowymi elementami szorstkości, wyraził on zastępczą szorstkość piaskową jako funkcję wywoływanych przez przepływ naprężeń stycznych. Analizy Kouwena oparte na wynikach badań nad roślinnością sztuczną zostały zweryfikowane w warunkach przepływu w korytach z roślinnością naturalną. Badania te potwierdziły potrzebę uwzględniania mechanicznych cech roślin. Kouwen (1992) zaproponował następującą zależność:

$$k_s = 0.14 \cdot h_p \cdot \left(\frac{\left(\frac{M \cdot E \cdot J}{\rho \cdot g \cdot R_h \cdot I} \right)^{0.25}}{h_p} \right)^{1.59} \quad [\text{m}] \quad (4.1)$$

gdzie: M – względna gęstość roślin [-]: $M = \frac{R_h^2}{a_x \cdot a_y}, \quad (4.2)$

E – moduł sprężystości elementu roślin [Pa],

J – moment bezwładności przekroju poprzecznego elementu roślinnego [m⁴],

h_p – wysokość roślin [m],

R_h – promień hydrauliczny [m],

I – spadek hydrauliczny [-],

ρ – gęstość wody [kg·m⁻³],

g – przyspieszenie ziemskie [m·s⁻²].

Zastępcza szorstkość w równaniu (4.1) zależy od „sztywności” wyrażonej jako EJ , gdzie moment bezwładności przekroju J zależy od geometrii elementów roślinnych,

a moduł sprężystości E jest cechą charakteryzującą sprężyste właściwości elementów roślinnych. Metoda Kouwen'a została rozwinięta na bazie badań laboratoryjnych, w których stosowano roślinność niską (trawy) oraz elementy z tworzywa sztucznego. Metodę tę można także wykorzystać do oceny oporów odkształcającej się pod wpływem przepływu wody (fot. 2.1) roślinności średniej (krzewy). W literaturze brak jest jednak danych dotyczących podstawowych własności fizycznych i mechanicznych elementów roślinności krzewiastej, takich jak gałęzie, odrosty itp., stąd dużo miejsca w badaniach własnych poświęcono wyznaczaniu parametrów EJ dla naturalnej roślinności międzywala. Brak jest także propozycji rozwiązań metodycznych takich badań. Ze względu na specyfikę materiału, jakim są elementy roślinne (gałązki, odrosty, łodygi), oraz biorąc pod uwagę fakt, że składa się on głównie z tkanek drzewnych, można zaproponować analizę właściwości elementów roślinnych wzorowaną na metodyce przewidzianej dla oceny drewna. Metodyka ta, uwzględniając wielkość i strukturę elementów roślinnych, musi zostać jednak znacząco zmodyfikowana. Wyniki własnych badań i analiz zamieszczono w kolejnych rozdziałach pracy.



Fot. 2.1. Witka (dopływ Nysy Łużyckiej). Trwale odkształcone krzewy wikliny po przejściu fali wezbraniowej w sierpniu 2006 roku

Phot. 2.1. The Witka river (tributary of the Nysa Łużycka). Durably deformed purple willow shrubs after the flood wave in August 2006

3. CEL I ZAKRES BADAŃ

W ramach realizacji projektu badawczego KBN 2P06S 007 26 pt. „Analiza wpływu roślinności sprężystej na warunki hydrauliczne przepływu w korytach zarośniętych”, w Instytucie Inżynierii Środowiska Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu i w Katedrze Budownictwa Wodnego Akademii Rolniczej w Poznaniu, przeprowadzone zostały badania laboratoryjne właściwości fizycznych i mechanicznych roślinności giętkiej porastającej brzegi i międzywala koryt rzecznych. Badania obejmowały projekt i budowę stanowisk pomiarowych oraz analizę modułu sprężystości, gęstości i wilgotności różnych rodzajów roślin, a także elementów z tworzyw sztucznych. Badaniami objęto elementy roślinne (gałązki) wierzby purpurowej (*Salix purpurea* L.), trzciny pospolitej (*Phragmites communis*) i olszy czarnej (*Alnus glutinosa*). Są one najbardziej reprezentatywne dla szeroko rozumianych terenów zalewowych, gdzie roślinność znacząco wpływa na warunki przepływu wód wielkich. Pomiaru zasadnicze własności sprężystych roślin wykonano w laboratorium wodnym Katedry Budownictwa Wodnego AR w Poznaniu. Pomiaru w laboratoriach Instytutu Inżynierii Środowiska UP we Wrocławiu stanowiły ich uzupełnienie. Rozszerzyły one bazę danych o informacje dotyczące granicy sprężystości roślin międzywala oraz wpływu czasu działania obciążeń siłami na oddziaływanie hydrauliczne roślin. Badania własności fizycznych obejmowały określenie wilgotności i gęstości roślin. Natomiast ocena własności mechanicznych polegała na wyznaczeniu modułu sprężystości roślin oraz ich elastyczności. Wykonano badania roślinności w stanie naturalnym oraz po przesuszeniu roślin. Ze względu na specyfikę badanego materiału oraz biorąc pod uwagę fakt, że składał się on głównie z tkanek drzewnych, analizę elementów roślinnych przeprowadzono, wzorując się na metodyce przewidzianej dla oceny drewna. Modyfikacje opisanych w normach metod wynikały głównie z wielkości i kształtu próbek oraz możliwości przeprowadzenia wiarygodnych badań. Wyniki pozwoliły określić model sztywności badanych roślin w zależności od uwilgotnienia i fazy rozwojowej roślin. Ma to zasadnicze znaczenie dla prawidłowej oceny przepustowości naturalnych koryt rzecznych przy przejściu wielkich wód i racjonalnego projektowania przedsięwzięć hydrotechnicznych w dolinach rzek.

Zagadnieniu hydraulicznego oddziaływania giętkiej roślinności krzewiastej na warunki przepływu posłużyły badania modelowe przeprowadzone w laboratorium wodnym

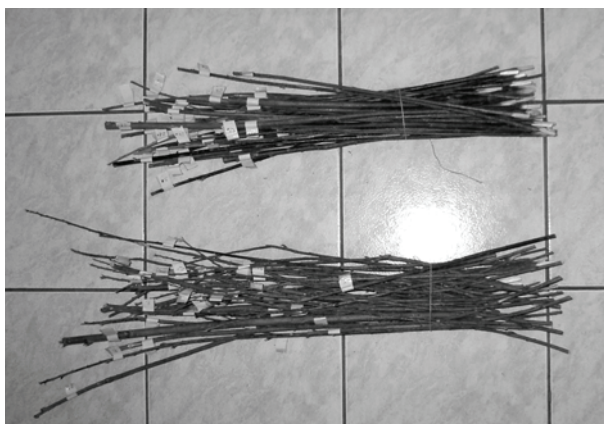
Instytutu Inżynierii Środowiska UP we Wrocławiu. Umożliwiły one opracowanie charakterystyki hydraulicznej takich roślin na bazie wyznaczonych w laboratorium współczynników oporów przepływu (λ , ζ , c_w). Problematyce tej poświęcono drugą część niniejszej monografii pt. „Charakterystyka hydrauliczna”.

Realizacja projektu wymagała opracowania bogatej literatury, zebrania i analizy obszernego zbioru istniejących wyników prac badawczych oraz weryfikacji różnych metod oceny właściwości biomechanicznych i hydraulicznych roślinności krzewiastej w oparciu o własne wyniki badań.

4. BADANIA PODSTAWOWYCH WŁASNOŚCI FIZYCZNYCH I MECHANICZNYCH ROŚLINNOŚCI SPRĘŻYSTEJ

4.1. Badania własności fizycznych elementów roślinnych

W ramach opisanego w rozdziale 3 projektu badawczego wykonano m.in. pomiary podstawowych własności fizycznych wybranych roślin. Badaniami objęto gałązki wierzby, trzciny pospolitej i olszy czarnej. Przygotowano 95 gałązek wierzby w dwóch seriach po 52 szt. i 43 szt., 40 elementów trzciny pospolitej i 50 gałązek olszy. Wszystkie elementy roślinne pozyskano na terenach zalewowych rzeki Warty w okolicach Poznania. Gałązki odpowiednio przygotowano do badań, oczyszczając z liści i przycinając do wymaganej długości, oraz oznakowano specjalnymi metkami. Elementy roślinne posiadały długość od 50÷70 cm (fot. 4.1).



Fot. 4.1. Przygotowane do badań dwie serie gałązek wierzby
Phot. 4.1. Two series of willow branches ready to be used in research

Badania własności fizycznych obejmowały określenie wilgotności i gęstości roślin. Wykonano je dla roślinności w stanie naturalnym (wilgotnym) oraz po naturalnym przesuszeniu roślin (po przechowaniu ich przez okres ok. 2 miesięcy w suchym, przewiewnym miejscu). W podobny sposób przeprowadza się analizę drewna i ta metoda wydaje się tu adekwatna. Modyfikacje opisanych w normach metod wynikały głównie z wielkości i kształtu próbek oraz możliwości przeprowadzenia wiarygodnych badań.

4.1.1. Wilgotność drewna

Drewno jest materiałem porowatym i higroskopijnym. Do właściwości sorpcyjnych drewna należą: wilgotność, nasiąkliwość, przesiąkliwość, higroskopijność, kurczenie się i pęcznienie. Wymienione wyżej cechy mają istotny wpływ na masę drewna, jego wymiary oraz właściwości wytrzymałościowe. Wilgotność drewna jest to względna zawartość wody w tkance drzewnej, będąca wynikiem stanu naturalnego (w ściętym drewnie) albo skutkiem działania czynników atmosferycznych lub eksploatacyjnych, w jakich materiał znajduje się przez dłuższy czas. Woda w drewnie stanowi główny składnik soku komórkowego, nasycza ściany komórkowe oraz występuje w cewkach i naczyniach bielu. W świeżo ściętym lub mokrym drewnie wyróżnia się wodę wolną, która wypełnia światło komórek (pory mikroskopowe) i wodę związaną (higroskopijną), nasycającą ściany komórkowe. Na wodę w ścianach komórkowych składa się woda adsorpcyjna, związana z drewnem wiązaniami fizykochemicznymi, oraz woda kapilarna, związana z drewnem w wyniku ciśnienia kapilarnego. W drzewnictwie rozróżnia się wilgotność bezwzględną drewna W i wilgotność względną drewna W_w :

- ◆ Wilgotność drewna bezwzględna W jest to wyrażony w procentach stosunek masy wody zawartej w drewnie do masy drewna w stanie całkowicie suchym:

$$W = \frac{m_W - m_0}{m_0} \cdot 100\% \quad [\%] \quad (4.3)$$

- ◆ Wilgotność drewna względna W_w jest to stosunek masy wody zawartej w drewnie do masy drewna w stanie mokrym:

$$W_w = \frac{m_W - m_0}{m_W} \cdot 100\% \quad [\%] \quad (4.4)$$

gdzie: m_0 – masa drewna zupełnie suchego [kg],

m_W – masa drewna wilgotnego [kg].

Metody pomiaru wilgotności drewna dzieli się na dwie grupy: metody bezpośrednie i metody pośrednie. Do bezpośrednich należą te sposoby, w których zasada pomiaru sprowadza się do oznaczenia masy wody zawartej w drewnie. W grupie metod pośrednich określenie wilgotności drewna polega na pomiarze innej wielkości fizycznej zależnej od zawartości wody w tkance drzewnej.

Do grupy metod bezpośrednich należy metoda suszarkowo-wagowa, która jest także preferowana w badaniach laboratoryjnych. Jej zaletą jest możliwość pomiaru wilgotności

drewna z dużą dokładnością w całym zakresie jej występowania. Oznaczanie wilgotności drewna W , W_w metodą suszarkowo-wagową przeprowadza się zgodnie z wytycznymi zawartymi w normie PN-77/D-04100.

Próbka powinna mieć w zasadzie kształt prostopadłościanu o wymiarach przekroju poprzecznego 20 x 20 mm i długości wzdłuż włókien 25 ± 5 mm. Dopuszcza się oznaczanie wilgotności drewna na próbkach innego kształtu i wymiarów. Należy jednak pamiętać, że duże próbki znacznie wydłużają czas suszenia drewna. W przypadku oznaczania wilgotności drewna okrągłego lub materiałów tartych należy pobierać próbki w postaci wycinków o grubości około 30 mm, pozyskanych z całej powierzchni przekroju położonego w odległości 50 cm od czoła badanego elementu, a w przypadku elementów krótkich (do 1 m) – w połowie ich długości.

Badania wilgotności elementów roślinnych

W przeprowadzonych badaniach modułu wilgotność elementów roślinnych określono zgodnie z wytycznymi normy PN-77/D-04100, robiąc jedynie odstępstwo co do kształtu i wielkości próbki roślinnej. Próbki oznaczono identycznie jak elementy roślinne. Pozyskano je, odcinając kawałki długości ok. 5 cm z badanych gałązek (fot. 4.2).

Odcinki roślin zważono na elektronicznej wadze laboratoryjnej z dokładnością do 0,0001 g. Następnie próbki tak jak i pozostałe elementy roślinne pozostawiono w suchym przewiewnym pomieszczeniu na okres ok. 2 miesięcy. Przesuszone w ten sposób zostały ponownie zważone (elementy roślinne wykorzystano powtórnie do wyznaczenia modułu sprężystości). Kolejnym etapem było umieszczenie wszystkich próbek w suszarce w temperaturze $105 \pm 2^\circ\text{C}$ i suszenie do stanu całkowicie suchego. Proces suszenia był kontrolowany przez ważenia sprawdzające, które wykonywano w odstępach 2 h. Próbki po wyjęciu z suszarki schłodzono, a następnie szybko – w celu niedopuszczenia do większego nawilgotnienia drewna niż 0,1% – zważono z dokładnością do 0,0001 g.



Fot. 4.2. Próbki wierzby przyjęte do badań
Phot. 4.2. Willow samples used in research

Wilgotność bezwzględna oraz względną próbek obliczono ze wzorów (4.3) i (4.4), oznaczając zarówno wilgotność próbek świeżych, jak i naturalnie przesuszonych. Wyniki dla wikliny (w dwóch seriach), trzciny oraz olszy rozpatrywano jako próby losowe, dla których określano wartości średnie, odchylenie standardowe oraz wartości maksymalne i minimalne z próby. Przykładowe zestawienie opracowanych wyników dla wierzby przedstawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1

Table 4.1

Wilgotność bezwzględna i względna próbek wierzby dla stanu wilgotnego i po przesuszeniu
Absolute and relative humidity for willow samples, humid and after drying

	Wierzba I Willow I				Wierzba II Willow II			
	Wilgotność bezwzględna Absolute humidity		Wilgotność względna Relative humidity		Wilgotność bezwzględna Absolute humidity		Wilgotność względna Relative humidity	
	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]
\bar{x}	59,09	8,23	148,32	8,98	56,73	7,47	134,50	8,08
σ	5,08	0,71	31,58	0,84	5,17	0,89	28,71	1,05
v	0,09	0,09	0,21	0,09	0,09	0,12	0,21	0,13
max.	69,52	9,45	228,11	10,44	67,39	9,46	206,65	10,45
min.	48,08	6,07	92,59	6,46	45,01	6,05	81,85	6,44

Wilgotność bezwzględna W próbek wierzby obu serii dla stanu wilgotnego i po przesuszeniu była podobna. Seria I cechowała się nieco większą wilgotnością – 148,32% niż seria II – 134,50% również dla stanu po przesuszeniu – 8,98% dla I serii i 8,08% dla serii II. Wilgotność względna W_w próbek świeżych była wyższa dla serii I – 59,09% w stosunku do 56,73% dla serii II. Po przesuszeniu wilgotność spadła do 8,23% dla serii I oraz 7,47% dla serii II. Współczynnik zmienności z próby, definiowany jako iloraz odchylenia standardowego i wartości średniej w przypadku wilgotności bezwzględnej świeżych próbek obu serii, był jednakowy i wynosił 0,213, w przypadku wilgotności względnej spadał on do 0,086 (seria I) i 0,091 (seria II). Dla próbek suchych niższy współczynnik zmienności cechował wyniki serii I (0,094 dla wilgotności bezwzględnej serii I w stosunku do 0,130 oraz 0,086 dla wilgotności względnej w serii I do 0,119 w serii II).

Podobną analizę wilgotności bezwzględnej i względnej wykonano w przypadku próbek trzciny. W tabeli 4.2 zaprezentowano opracowane pod względem statystycznym wyniki. Średnia wilgotność bezwzględna W świeżych próbek trzciny wynosiła aż 304,31%. Natomiast wartość średniej wilgotności względnej W_w próbek świeżych miała 68,47%. Po przesuszeniu wilgotność bezwzględna spadła do wartości 9,61%, a wilgotność względna do 8,76%. Współczynnik zmienności z próby w przypadku wilgotności bezwzględnej świeżych próbek był duży i mierzył aż 0,561. W przypadku wilgotności względnej spadał on do 0,264. Próbki suche cechował niższy współczynnik zmienności (0,086 dla wilgotności bezwzględnej oraz 0,082 dla wilgotności względnej).

Tabela 4.2

Table 4.2

Wilgotność bezwzględna i względna próbek trzciny dla stanu wilgotnego i po przesuszeniu
Absolute and relative humidity for reed samples, humid and after drying

	Trzcina Reed			
	Wilgotność bezwzględna Absolute humidity		Wilgotność względna Relative humidity	
	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]
\bar{x}	304,31	9,61	68,47	8,76
σ	170,56	0,83	18,07	0,72
ν	0,56	0,09	0,26	0,08
max.	697,92	11,06	87,47	9,96
min.	24,58	5,04	19,73	4,80

Szczegółową analizę wilgotności bezwzględnej i względnej wykonano również w przypadku próbek olszy. Podobnie jak dla wierzby i trzciny wyniki pomiarów opracowano pod względem statystycznym. Przykładowe zestawienie otrzymanych dla olszy wyników badań zaprezentowano w tabeli 4.3.

Tabela 4.3

Table 4.3

Wilgotność bezwzględna i względna próbek olszy dla stanu wilgotnego i po przesuszeniu
Absolute and relative humidity for alder samples, humid and after drying

	Olsza Alder			
	Wilgotność bezwzględna Absolute humidity		Wilgotność względna Relative humidity	
	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]	Świeże Fresh [%]	Suche Dry [%]
\bar{x}	68,21	5,37	40,34	4,95
σ	9,99	4,19	3,65	3,51
ν	0,15	0,78	0,09	0,71
max.	88,34	22,51	46,90	18,38
min.	42,33	1,07	29,74	1,06

Średnia wilgotność bezwzględna W świeżych próbek olszy wynosiła 68,21%. Natomiast wartość średniej wilgotności względnej W_w próbek świeżych miała 40,34%. Po przesuszeniu wilgotność bezwzględna spadła do 5,37%, a wilgotność względna do 4,95%. Współczynnik zmienności z próby w przypadku wilgotności bezwzględnej świeżych próbek był niski i wynosił aż 0,15. W przypadku wilgotności względnej spadał on do 0,09. Próbki suche cechował wyższy współczynnik zmienności (0,78 dla wilgotności bezwzględnej oraz 0,71 dla wilgotności względnej).

4.1.2. Gęstości drewna

Gęstość drewna definiuje się jako stosunek masy drewna do jego objętości. Gęstość jest podstawową i najczęściej oznaczaną właściwością drewna, gdyż od niej zależą zasadnicze właściwości drewna: fizyczne, mechaniczne i technologiczne. O wartości liczbowej gęstości drewna decyduje układ: substancja drzewna-powietrze-woda. Ponieważ gęstość substancji drzewnej jest dla wszystkich gatunków drewna w przybliżeniu stała (1,46–1,56 g·cm⁻³), o gęstości drewna decyduje praktycznie jego porowatość oraz wilgotność. Stąd też w praktyce drzewnictwa wyróżnia się zwykle cztery określenia dotyczące gęstości drewna:

- gęstość substancji drzewnej: $\rho_{sub} = \frac{m_0}{V_{sd}} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.5)$

- gęstość drewna w stanie całkowicie suchym: $\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.6)$

- gęstość drewna przy wilgotności W
w chwili badania: $\rho_W = \frac{m_W}{V_W} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.7)$

- gęstość umowna drewna: $\rho_U = \frac{m_0}{V_{max}} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.8)$

gdzie: m_0 – masa próbki w stanie całkowicie suchym [kg],
 m_W – masa próbki o wilgotności W [kg],
 V_0 – objętość próbki w stanie całkowicie suchym [m³],
 V_{sd} – objętość substancji drzewnej zupełnie suchej i wolnej od porów [m³],
 V_W – objętość próbki o wilgotności W [m³],
 V_{max} – objętość próbki o wilgotności równej lub wyższej od punktu nasycenia włókien.

Gęstość substancji drzewnej ρ_{sub} jest to stosunek masy zupełnie suchego drewna do objętości zupełnie suchej i wolnej od porów substancji drzewnej, wyrażony w kg·m⁻³. Wiedząc, że gęstość substancji celulozowej mieści się w przedziale 1590÷1620 kg·m⁻³, a gęstość ligniny od 1380 do 1490 kg·m⁻³, należy stwierdzić, że o gęstości substancji drzewnej decyduje zawartość celulozy i ligniny, głównych składników chemicznych ścian komórkowych drewna. Wartość liczbową ρ_{sub} zawiera się w przedziale 1490÷1560 kg·m⁻³. W drzewnictwie dla uproszczenia i ujednoczenia obliczeń przyjęto, że przeciętna gęstość substancji drzewnej, niezależnie od gatunku drewna, wynosi 1500 kg·m⁻³.

Z uwagi na fakt, że drewno jednocześnie ze wzrostem wilgotności do punktu nasycenia włókien zmienia zarówno swoją objętość, jak i masę w całym przedziale możliwej do osiągnięcia wilgotności, wyróżnia się cztery pojęcia gęstości drewna (Kokciński, 2004): gęstość drewna zupełnie suchego ρ_0 , gęstość drewna wilgotnego (o wilgotności W) ρ_W , umowna gęstość drewna ρ_U i gęstość drewna przy wilgotności $W = 12\%$:

$$\rho = \frac{m_{12}}{V_{12}} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.9)$$

W publikacjach naukowych przez podanie wartości liczbowej gęstości drewna, bez określenia wilgotności drewna w chwili badania, rozumie się gęstość drewna oznaczoną przy wilgotności 12% (tj. w stanie powietrzno-suchym).

Wartości liczbowe gęstości drewna są znacząco zróżnicowane i zależą głównie od: gatunku drzewa (budowy drewna), położenia drewna w pniu oraz wilgotności. Gęstość drewna, pochodzącego z drzew pozyskiwanych dla potrzeb praktyki przemysłowej drzewnictwa i przemysłu celulozowo-papierniczego, w skali światowej waha się od $100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (balsa – *Ochroma lagopus* Sw.) do $1300 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (gwajak – *Guaiacum officinale* L.). Drewno naszych gatunków lasotwórczych charakteryzuje się gęstością w przedziale od $350 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (sosna wejmutka – *Pinus strobus* L.) do $800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (grab – *Carpinus betulus* L.). W obrębie każdego gatunku drzewa gęstość drewna również zależy od szeregu czynników podstawowych, do których należą: szerokość słoï rocznych, udział drewna późnego oraz umiejscowienie drewna w pniu drzewa.

Znaczący wpływ na gęstość drewna w obrębie jednego drzewa ma część pnia, z której pozyskano drewno. Na przekrojach poprzecznych pni drzew iglastych gęstość drewna wzrasta wzdłuż promienia drzewnego od rdzenia ku obwodowi. U liściastych pierścieniowo-naczyniowych najwyższymi wartościami liczbowymi gęstości odznacza się drewno w strefie przyrdzeniowej i zmniejsza się w miarę oddalania się od rdzenia do obwodu pnia. Na przekroju podłużnym pnia gęstość drewna maleje w miarę przesuwania się od odziomka drzewa ku nasadzie korony. Między nasadą korony a wierzchołkiem drzewa gęstość drewna może albo obniżyć się, albo wzrastać.

Wartości liczbowe gęstości drewna oznacza się według wytycznych zawartych w normie PN-77/D-4101, a dobór i przygotowanie próbek do pomiarów według normy PN-77/D-4227. W praktyce laboratoryjnej wyróżnia się dwie grupy metod pomiaru gęstości drewna, różniące się sposobem oznaczania objętości próbki:

- metody stereometryczne, zalecane przez Polskie Normy PN-77/D-4101, stosowane do oznaczania gęstości prostopadłościennych próbek drewna, których objętość wyznacza się na podstawie ich wymiarów w trzech kierunkach próbki;
- metody wypornościowe, polegające na oznaczeniu objętości wypartej cieczy przez próbkę drewna całkowicie w niej zanurzoną (metody immersyjne) lub na oznaczeniu gęstości drewna przez częściowe zanurzenie próbek w cieczy z wykorzystaniem zdolności do pływania wynikającej z różnicy gęstości cieczy i drewna (metody flotacyjne).

Pomiar gęstości elementów roślinnych

Oznaczenie gęstości drewna (ρ_w) metodą stereometryczną przeprowadza się zgodnie z wytycznymi zawartymi w normie PN-77/D-04101. Próbka drewna powinna mieć kształt prostopadłościanu o wymiarach przekroju poprzecznego 20 x 20 mm i długości wzdłuż włókien 25:1: 5 mm. W przypadku gdy szerokość przyrostów rocznych przekracza 4 mm, wymiary przekroju należy zwiększyć w ten sposób, aby próbka zawierała nie mniej niż 5 słoï rocznych. Odchylenia od równoległości oraz prostopadłości odpowiednich płaszczyzn próbki nie powinny przekraczać 0,1 mm.

Przygotowane próbki waży się z dokładnością do 0,01 g. Wymiary liniowe przekroju poprzecznego i długość próbki mierzy się z dokładnością do 0,1 mm za pomocą suwmiarki. Następnie określa się wilgotność drewna metodą suszarkowo-wagową. Gęstość drewna o wilgotności W_w w chwili badania ρ_w należy obliczać z dokładnością do $5 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (lub $0,005 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$) według wzoru (4.7).

Metody określania gęstości drewna adaptowano do oceny gęstości badanych elementów roślinności elastycznej. Ze względu na wielkość elementów roślinnych, które zostały wykorzystane w badaniach, nie można było przygotować próbek zgodnie z zaleceniami normy PN-77/D-04101. W tym przypadku z każdego elementu poddanego badaniom wycinano końcówkę o długości ok. 5 cm (znakowaną takim samym oznaczeniem jak badany element rośliny), którą dokładnie mierzono za pomocą suwmiarki (długość i dwie skrajne średnice), a następnie ważono z dokładnością do 0,0001 g. Wyznaczając objętość próbki jako objętość walca, obliczano gęstość gałązek ρ_w o danej wilgotności W . Wilgotność próbek określono wcześniej metodą suszarkowo-wagową.

Gęstość gałązek obliczono ze wzoru (4.7), uwzględniając trzy stany ich wilgotności: wilgotne, suche i po całkowitym wysuszeniu w suszarce. Przy określaniu gęstości uwzględniano zarówno zmianę masy próbek dla różnych wilgotności, jak również zmianę wymiarów samej próbki (objętości) wywołanej skurczem drewna. Wyniki dla wikliny (w dwóch seriach), trzciny oraz olszy rozpatrywano jako próby losowe, dla których określano wartości średnie, odchylenie standardowe oraz wartości maksymalne i minimalne z próby. Zestawienie opracowanych wyników dla wierzby podano w tabeli 4.4, dla trzciny w tabeli 4.5, a dla olszy w tabeli 4.6.

Tabela 4.4

Table 4.4

Gęstość próbek wierzby dla stanu wilgotnego, po przesuszeniu i całkowicie suchego
Density for willow samples, humid and after drying

	Wierzba I Willow I			Wierzba II Willow II		
	Gęstość gałązek Density of branches			Gęstość gałązek Density of branches		
	Świeże Fresh ρ_w [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	Suche Dry ρ_w [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	Cał. suche Totally dry ρ_0 [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	Świeże Fresh ρ_w [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	Suche Dry ρ_w [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	Cał. suche Totally dry ρ_0 [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
\bar{x}	948,72	525,83	482,64	1010,84	560,07	521,90
σ	131,67	58,77	55,15	135,59	75,04	69,98
v	0,14	0,11	0,11	0,13	0,13	0,13
max.	1365,18	652,16	601,97	1564,64	689,43	641,47
min.	724,97	384,69	351,91	744,49	384,63	350,26

Gęstość próbek wierzby I była nieco większa od gęstości wierzby II. Dotyczyło to zarówno próbek wilgotnych (świeżych i po przesuszeniu), jak i całkowicie suchych. Gęstość całkowicie suchych gałązek była niemal dwukrotnie niższa od świeżych ($948,72 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

do $482,64 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ dla wierzby I i od $1010,84 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ do $521,90 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ dla wierzby II). Dla obydwu serii pomiarowych uzyskano zbliżone wartości współczynnika zmienności (od 0,14 dla świeżych gałązek wierzby I do 0,11 dla gałązek całkowicie suchych).

Tabela 4.5

Table 4.5

Gęstość próbek trzciny dla stanu wilgotnego, po przesuszeniu i całkowicie suchego
Density for reed samples, humid and after drying

	Trzcina Reed		
	Gęstość Density		
	Świeże Fresh $\rho_w \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	Suche Dry $\rho_w \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	Cał. suche Totally dry $\rho_0 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
\bar{x}	510,41	162,70	148,35
σ	146,35	81,08	73,82
ν	0,29	0,50	0,50
max.	935,76	452,00	411,35
min.	177,55	66,47	60,50

Gęstość trzciny w stanie wilgotnym była niewielka i wynosiła tylko $510,41 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, po przesuszeniu spadła do $148,35 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (próbki całkowicie suche). W badaniach uzyskano wysokie wartości współczynnika zmienności – 0,29 dla próbek świeżych oraz 0,50 dla suchych.

Tabela 4.6

Table 4.6

Gęstość próbek olszy dla stanu wilgotnego, po przesuszeniu i całkowicie suchego
Density for alder samples, humid and after drying

	Olsza Alder		
	Gęstość gałązek Density of branches		
	Świeże Fresh $\rho_w \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	Suche Dry $\rho_w \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	Cał. suche Totally dry $\rho_0 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
\bar{x}	788,25	555,20	527,80
σ	91,96	54,39	56,41
ν	0,12	0,10	0,11
max.	1017,50	684,39	655,09
min.	535,64	446,91	418,28

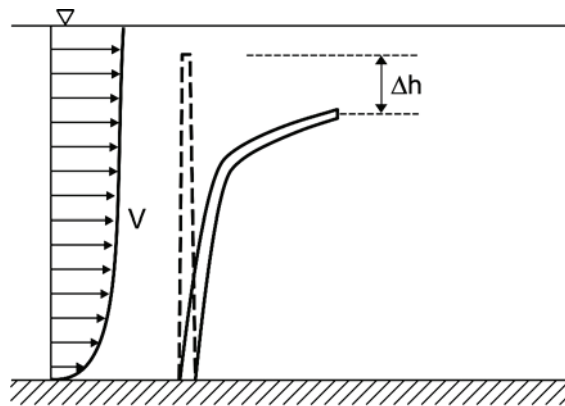
Gęstość świeżych próbek olszy wynosiła $788,25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, a po przesuszeniu spadła do $527,80 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (próbki całkowicie suche). W badaniach uzyskano niskie wartości współczynnika zmienności – 0,12 dla próbek świeżych oraz 0,10 dla suchych – zbliżone do tych, jakie uzyskano dla wierzby.

4.2. Odształcenia roślinności elastycznej pod wpływem działania parcia hydrodynamicznego

Pod wpływem działania parcia hydrodynamicznego roślinność giętka porastająca tereny zalewowe rzeki ulega ugięciu (rys. 4.1). Powoduje to zmianę oporów ruchu płynącej korytem wody. Wynika stąd potrzeba określenia wielkości wspomnianego ugięcia.

W tym celu wykorzystuje się wzory określające ugięcia sprężyste prętów (Kutija i Hong, 1996). Są to jednak wzory ograniczone w zasadzie do małych ugięć prętów o stałym przekroju poprzecznym. Można je wykorzystać do obliczeń w zakresie ograniczonym do małych ugięć łodyg w kształcie walca. Tymczasem łodygi roślin mają kształt zbliżony do stożka ściętego oraz mogą wystąpić ugięcia o dużych wartościach, szczególnie podczas przepływu wielkich wód.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono rozwiązanie równania małego ugięcia dla łodygi w kształcie stożka ściętego zaprezentowane przez Rembezę (2005), przy przyjęciu obciążenia parciem hydrodynamicznym, oraz rozwiązania równania dużych ugięć w przypadku łodygi w kształcie walca i stożka ściętego przy obciążeniu oddzielnie siłą skupioną i parciem hydrodynamicznym (Rembeza, 2005).



Rys. 4.1. Ugięcie łodygi rośliny pod wpływem działania parcia hydrodynamicznego
Fig. 4.1. Stem deflection due to hydrodynamic pressure

4.2.1. Równanie małego ugięcia i jego rozwiązanie dla łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej parciem hydrodynamicznym

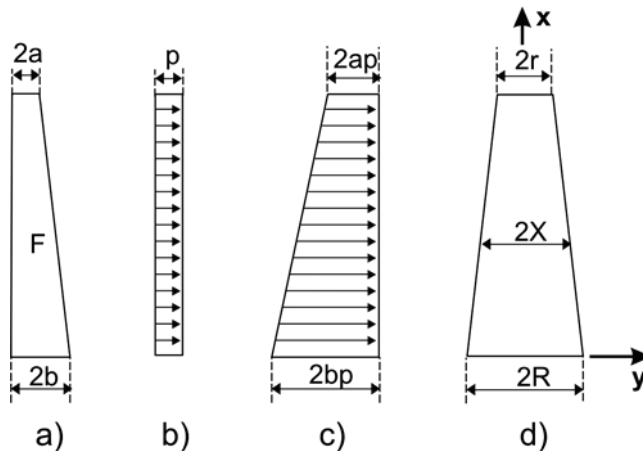
Równanie różniczkowe ugięcia łodygi przedstawionej na rys. 4.1 ma postać (Landaу i Lifszic, 1958, Smirnow 1963, Timoshenko i Gere 1962):

$$\frac{EI}{\rho} = M(x) \quad (4.10)$$

przy czym:

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \cong \frac{1}{y''} \quad (4.11)$$

gdzie: ρ – promień krzywizny,
 $M(x)$ – moment sił zewnętrznych,
 E – współczynnik sprężystości,
 I – moment bezwładności przekroju,
 y', y'' – pochodne funkcji ugięcia y , pierwszego i drugiego rzędu.



Rys. 4.2. Rozkład parcia hydrodynamicznego wody działającego na łodygę w kształcie stożka ściętego: a) rzut powierzchni czołowej rośliny na płaszczyznę pionową, b) rozkład ciśnienia hydrodynamicznego, c) wykres parcia hydrodynamicznego, d) przekrój pionowy łodygi

Fig. 4.2. Distribution of hydrodynamic pressure of water acting on a truncated cone-shaped stem: a) plant's front projection onto vertical surface, b) distribution of hydrodynamic pressure c) plot of hydrodynamic pressure, d) vertical section of stem

Przyjmując, że odkształcenie jest małe, można pominąć kwadrat pierwszej pochodnej w wyrażeniu na promień krzywizny ρ i z zależności (4.10) i (4.11) otrzymamy:

$$y'' = \frac{M(x)}{EI} \quad (4.12)$$

Dla łodygi w kształcie stożka ściętego (rys. 4.2d) moment bezwładności przekroju poprzecznego będzie funkcją x :

$$I = \frac{\pi X^4}{4} \quad (4.13)$$

przy czym:

$$X = (R - r) \left(1 - \frac{x}{L} \right) + r \quad (4.14)$$

gdzie: r, R – promienie stożka ściętego,
 L – wysokość łodygi.

Obciążeniem zewnętrznym jest ciśnienie hydrodynamiczne działające na powierzchnię czołową rośliny:

$$p = \frac{1}{2} c_w \rho v^2 \quad [\text{Pa}] \quad (4.15)$$

gdzie: v – prędkość przepływu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$],
 ρ – gęstość wody [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],
 c_w – współczynnik oporu opływu przez wodę [-].

Przyjmując w przybliżeniu prostokątny rozkład prędkości, otrzyma się prostokątny rozkład ciśnienia na wysokości rośliny (rys. 4.2b). Zakładając następnie, że szerokość rzutu powierzchni czołowej na płaszczyznę pionową F zmienia się liniowo (rys. 4.2a), dostaniemy liniowy rozkład parcia hydrodynamicznego (rys. 4.2c, rys. 4.3). Wreszcie po wyznaczeniu i podstawieniu do równania (4.12) wyrażenia do określenia momentu od parcia hydrodynamicznego oraz uwzględnieniu w równaniu (4.12) związku (4.13) otrzymamy równanie różniczkowe ugięcia w rozpatrywanym przypadku:

$$y'' = \frac{3\lambda a(L-x)^2}{X^4} + \frac{\lambda(b-a)(L-x)^3}{L \cdot X^4} \quad (4.16)$$

przy czym:

$$\lambda = \frac{4p}{3\pi E}, \quad X = (R - r) \left(1 - \frac{x}{L} \right) + r \quad (4.17)$$

Po scałkowaniu równania (4.16) i wyznaczeniu stałej całkowania z warunku $y' = 0$, dla $x = 0$ otrzymamy:

$$y' = \frac{3\lambda a L^3}{(R-r)^3} \left(-\frac{1}{X} + \frac{r}{X^2} - \frac{r^2}{3X^3} + \frac{1}{R} - \frac{r}{R^2} + \frac{r^2}{3R^3} \right) + \frac{\lambda(b-a)L^3}{(R-r)^4} \left(\ln \frac{X}{R} + 3\frac{r}{X} - 3\frac{r^2}{2X^2} + \frac{r^3}{3X^3} - \frac{3r}{R} + \frac{3r^2}{2R^2} - \frac{r^3}{3R^3} \right) \quad (4.18)$$

Całkując następnie równanie (4.18) i wyznaczając stałą całkowania z warunku (rys. 4.3) $y = 0$ dla $x = 0$, otrzymamy równanie krzywej ugięcia w postaci:

$$y = \frac{3\lambda a L^4}{(R-r)^4} \left[-\ln \frac{X}{R} - \frac{r}{X} + \frac{r^2}{6X^2} + \frac{X}{R} \left(1 - \frac{r}{R} + \frac{r^2}{3R^2} \right) - 1 + 2\frac{r}{R} - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right] + \frac{\lambda(b-a) \cdot r \cdot L^4}{(R-r)^5} \left[\frac{X}{r} \ln \frac{X}{R} - \frac{X}{r} + 3 \ln \frac{X}{R} + \frac{3}{2} \frac{r}{X} - \frac{1}{6} \frac{r^2}{X^2} \right] + \frac{X}{r} \left(-\frac{3r}{R} + \frac{3}{2} \frac{r^2}{R^2} - \frac{r^3}{3R^3} \right) + \frac{r^2}{2R^2} - 3\frac{r}{R} + \frac{R}{r} + 3 \quad (4.19)$$

Podstawiając w równaniu (4.19) $x = L$, otrzymamy wzór do obliczenia strzałki w (patrz rys. 4.3):

$$w = \frac{3\lambda a L^4}{(R-r)^4} \left(-\ln \frac{r}{R} - \frac{11}{6} + 3\frac{r}{R} - \frac{3}{2} \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^3}{3R^3} \right) + \frac{\lambda(b-a)L^4 \cdot r}{(R-r)^5} \left(4 \ln \frac{r}{R} + \frac{10}{3} - 6\frac{r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2} - \frac{r^3}{3R^3} + \frac{R}{r} \right) \quad (4.20)$$

W przypadku gdy $a = r$, $b = R$, to znaczy, gdy parcie wody działa tylko na łodygę, równania (4.19) i (4.20) przyjmą postać:

$$y = \frac{\lambda L^4 r}{(R-r)^4} \left[\frac{X}{r} \ln \frac{X}{R} + \frac{r^2}{3X^2} - \frac{3r}{2X} + \frac{X}{r} \left(\frac{2r^3}{3R^3} - \frac{3r^2}{2R^2} - 1 \right) - \frac{r^2}{R^2} + \frac{3r}{R} + \frac{R}{r} \right] \quad (4.21)$$

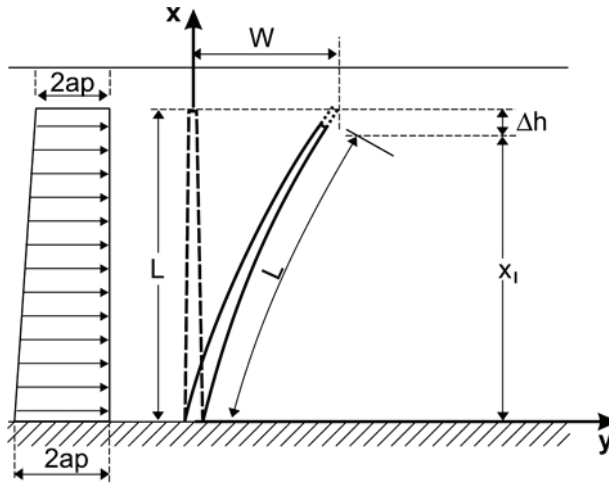
oraz:

$$w = \frac{\lambda L^4 \cdot r}{(R-r)^4} \left(\ln \frac{r}{R} - \frac{13}{6} + \frac{3r}{R} - \frac{5R^2}{3r^2} + \frac{2r^3}{3R^3} + \frac{R}{r} \right) \quad (4.22)$$

Aby wykorzystać otrzymane rozwiązanie do obliczenia wielkości Δh , należy określić wzór do obliczania długości łodygi wzdłuż krzywej ugięcia (rys. 4.3):

$$L = \int_0^{x_1} \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (4.23)$$

gdzie: $x_1 = L - \Delta h$ (rys. 4.3).



Rys. 4.3. Schemat obliczeniowy małego ugięcia łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej parciem hydrodynamicznym

Fig. 4.3. Computational diagram for the small deflection of truncated cone-shaped stem due to hydrodynamic pressure

W rozpatrywanym przypadku pochodna y' określona jest równaniem (4.18). Ze względu na złożoną postać równania (4.18) przyjęto, że w przybliżeniu krzywą ugięcia można aproksymować parabolą przechodzącą przez punkt o współrzędnych $x = L$, $y = w$:

$$y = Ax^2, \quad A = \frac{w}{L^2} \quad (4.24)$$

przy czym wartość w oblicza się z równania (4.20), a w szczególnym przypadku, gdy: $a = r$ i $b = R$, z równania (4.22).

Po podstawieniu równania (4.24) do wzoru (4.23) i wykonaniu całkowania dochodzi się do równania, na podstawie którego można obliczyć wielkość x_1 :

$$1 = \frac{w \cdot x_1}{L^2} \sqrt{\frac{L^2}{4w^2} + \frac{x_1^2}{L^2}} + \frac{L}{2w} \operatorname{arsinh} \frac{w \cdot x_1}{L^2} \quad (4.25)$$

4.2.2. Równanie dużego ugięcia i jego rozwiązania

Gdy ugięcie jest duże, to krzywizny nie można zastąpić drugą pochodną y'' , lecz trzeba rozpatrzyć równanie dokładnie. Równanie to na podstawie związków (4.10), (4.11) i (4.12) można przedstawić w postaci:

$$\frac{y''}{\sqrt{(1+y'^2)^3}} = \varphi(x) \quad (4.26)$$

Przy układzie współrzędnych przyjętych jak na rysunku 4.4 warunki brzegowe mają postać:

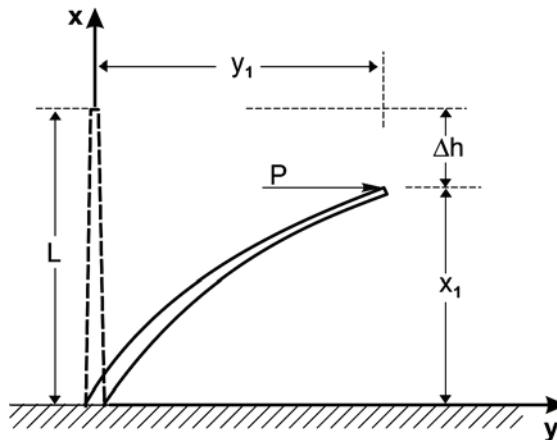
$$x = 0, y = 0 \quad \text{oraz} \quad x = 0, y' = 0 \quad (4.27)$$

Rozwiązanie równania (4.26) przy warunkach brzegowych (4.27) można doprowadzić do postaci (Smirnow, 1963):

$$y = \int_0^x \frac{u \, dx}{\sqrt{1-u^2}} \quad (4.28)$$

przy czym:

$$u = \int_0^x \varphi(x) \, dx \quad (4.29)$$



Rys. 4.4. Schemat obliczeniowy dużego ugięcia łodygi w kształcie walca lub stożka ściętego obciążonej siłą skupioną
 Fig. 4.4. Computational diagram for the big deflection of cylinder or truncated cone-shaped stem due to concentrated force

Ze względu na ograniczoną długość łodygi maksymalna wartość ugięcia wystąpi dla wartości $x = x_1 < L$ (rys. 4.4), gdzie L jest długością łodygi. Wielkość x_1 można wyznaczyć z równania (4.23) określającego długość łodygi L wzdłuż krzywej ugięcia. Po obliczeniu, występującej w równaniu (4.23), pochodnej y' ze związku (4.28) i podstawieniu do (4.23) otrzymamy wzór, na podstawie którego można wyznaczyć wielkość x_1 :

$$L = \int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{1-u^2}} \quad (4.30)$$

Łodyga w kształcie walca obciążona siłą skupioną

W tym przypadku przedstawionym na rysunku 4.4 funkcja $\varphi(x)$ z równania (4.26) ma postać:

$$\varphi(x) = 2k(x_1 - x), \quad k = \frac{2}{\pi} \frac{P}{ER^4} \quad (4.31)$$

Biorąc pod uwagę powyższą postać funkcji $\varphi(x)$, z równania (4.29) otrzymamy:

$$u = kx(2x_1 - x) \quad (4.32)$$

Następnie po podstawieniu związku (4.32) do równania (4.28) i (4.30) otrzymamy:

$$y = \int_0^x \frac{kx(2x_1 - x)dx}{\sqrt{1 - [kx(2x_1 - x)]^2}} \quad (4.33)$$

$$L = \int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{1 - [kx(2x_1 - x)]^2}} \quad (4.34)$$

Całki występujące w równaniach (4.33) i (4.34) są całkami eliptycznymi. Ich obliczenie daje następujące wzory do wyznaczenia krzywej ugięcia:

$$\frac{y}{L} = 1 + \frac{x_1}{L} - \sqrt{\frac{2}{kL^2}} E(\gamma_1, m) - \frac{1}{\sqrt{2kL^2}} F(\gamma, m) + \sqrt{\frac{2}{kL^2}} E(\gamma, m) - \left(\frac{x_1}{L} - \frac{x}{L}\right) \sqrt{\frac{1 - kx^2 + 2kx_1x}{1 + kx^2 - 2kx_1x}} \quad (4.35)$$

oraz:

$$L = \frac{1}{\sqrt{2k}} F(\gamma_1, m) \quad (4.36)$$

przy czym:

$$m^2 = \frac{1 + kx_1^2}{2}, \quad \gamma_1 = \arcsin \sqrt{\frac{2kx_1^2}{1 + kx_1^2}} \quad (4.37)$$

$$\gamma = \arcsin \sqrt{\frac{2k(x_1 - x)^2}{(1 + kx_1^2)[1 - kx_1^2 + k(x_1 - x)^2]}} \quad (4.38)$$

gdzie: $F(\gamma, m)$, $F(\gamma_1, m)$ – całki eliptyczne niepełne pierwszego rodzaju w postaci normalnej,
 $E(\gamma, m)$, $E(\gamma_1, m)$ – całki eliptyczne niepełne drugiego rodzaju w postaci normalnej.

Maksymalną rzędną krzywej ugięcia y_1 (rys. 4.4) można wyznaczyć ze wzoru (4.35), przyjmując $x = x_1$. Wtedy ze wzoru (4.38) mamy $\gamma = 0$ i całki eliptyczne $F(\gamma, m) = 0$ oraz $E(\gamma, m) = 0$, a wzór (4.35) przyjmuje postać:

$$\frac{y_1}{L} = 1 + \frac{x_1}{L} - \sqrt{\frac{2}{kL^2}} E(\gamma_1, m) \quad (4.39)$$

przy czym x_1 wyznacza się ze wzoru (4.36).

W przypadku gdy moduł całek eliptycznych $m \approx 1$, czyli, jak to wynika z zależności (4.37), gdy wyrażenie $k \cdot x_1^2 \approx 1$, całki eliptyczne występujące we wzorach (4.35), (4.36) i (4.39) można wyrazić w postaci:

$$F(\lambda_1 m) = \operatorname{artgh} \sqrt{\frac{2kx_1^2}{1 + kx_1^2}}, \quad F(\gamma, m) = \operatorname{artgh} \sqrt{\frac{2k(x_1 - x)^2}{1 + kx_1^2[(1 - kx_1^2) + k(x_1 - x)^2]}} \quad (4.40)$$

$$E(\lambda_1 m) = \sqrt{\frac{2kx_1^2}{1 + kx_1^2}}, \quad E(\gamma, m) = \sqrt{\frac{2k(x_1 - x)^2}{1 + kx_1^2[(1 - kx_1^2) + k(x_1 - x)^2]}} \quad (4.41)$$

Ze związku (4.41) wynika, że dla $kx^2 \approx 1$ całka $F(\gamma_1, m)$ zmierza do nieskończoności, a następnie z równania (4.36) wynika, iż wyrażenie kL^2 będzie zmierzać do nieskończoności. Oznacza to, biorąc pod uwagę oznaczenie k według wzoru (4.30), że przy ograniczonych wartościach R i E obciążenie P zmierza do nieskończoności.

Równanie (4.36) po uwzględnieniu związku (4.40) można po przekształceniach doprowadzić do postaci:

$$\frac{x_1}{L} = \frac{\operatorname{tgh} \sqrt{2kL^2}}{\sqrt{kL^2(2 - \operatorname{tgh}^2 \sqrt{2kL^2})}} \quad (4.42)$$

Obliczenia według wzoru (4.42) dają zadowalającą dokładność dla $kL^2 \gg 1$. Dla $kL^2 \gg 4$ funkcja $\operatorname{tgh} \sqrt{2kL^2} \approx 1$ i równanie (4.42) uprości się do postaci:

$$\frac{x_1}{L} = \frac{1}{\sqrt{kL^2}} \quad (4.43)$$

Wzór (4.39) po zastosowaniu związku (4.41) przyjmie postać:

$$\frac{y_1}{L} = 1 + \frac{x_1}{L} - \sqrt{\frac{4kx_1^2}{kL^2(1+kx_1^2)}} \quad (4.44)$$

Łodyga w kształcie stożka ściętego obciążona siłą skupioną

W tym przypadku, przedstawionym na rysunku 4.4, funkcja $\varphi(x)$ ze wzoru (4.46) ma postać:

$$\varphi(x) = \frac{2k(x_1 - x)}{X^4} \quad (4.45)$$

przy czym:

$$X = (R - r) \left(1 - \frac{x}{x_1} \right) + r, \quad k = \frac{2P}{\pi E} \quad (4.46)$$

Następnie na podstawie równania (4.19) otrzymamy:

$$u = \frac{2k(x - x_1)^2}{(R - r)^2} \left(\frac{1}{3} \frac{r}{X^3} - \frac{1}{2X^2} - \frac{r}{3R^2} + \frac{1}{2R^2} \right) \quad (4.47)$$

Mając funkcję u wyrażoną wzorem (4.47) można z zależności (4.30) wyznaczyć wielkość x_1 , zaś, zależności (4.28) rzędne krzywej ugięcia y . Całki występujące w równaniach (4.28) i (4.30), ze względu na złożoną postać funkcji u , obliczyć można stosując jedną z metod numerycznego całkowania.

Łodyga w kształcie stożka ściętego obciążona parciem hydrodynamicznym

W tym przypadku, przedstawionym na rysunku 4.5, funkcja $\varphi(x)$ występująca w wzorze (4.26) wyrażona jest równaniem:

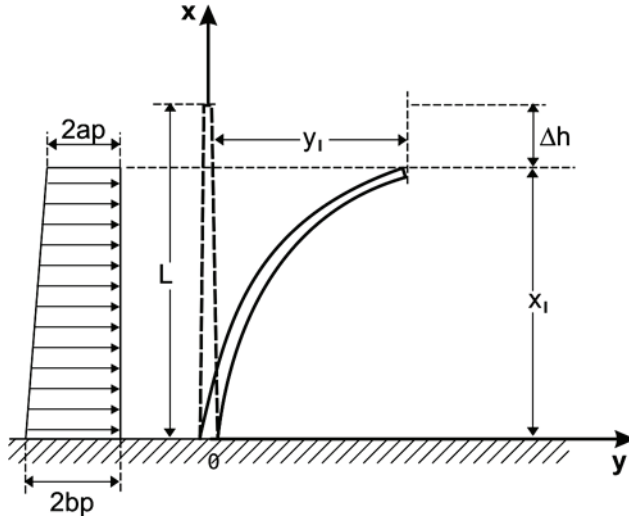
$$\varphi(x) = \frac{3\lambda a(x_1 - x)^2}{X^4} + \frac{\lambda(b - a)(x_1 - x)^3}{X_1 \cdot X^4} \quad (4.48)$$

przy czym:

$$X = (R - r) \left(1 - \frac{x}{x_1} \right) + r, \quad \lambda = \frac{4P}{3\pi E} \quad (4.49)$$

Obliczona na podstawie wzoru (4.29) funkcja u ma postać:

$$u = \frac{3\lambda a(x_1 - x)^3}{(R - r)^3} \left(-\frac{1}{X} + \frac{r}{X} - \frac{r^2}{3X^3} + \frac{1}{R} - \frac{r}{R^2} + \frac{r^2}{3R^3} \right) + \frac{\lambda(b - a)(x_1 - x)^3}{(R - r)^4} \left(\ln \frac{X}{R} + \frac{3r}{X} - \frac{3r^2}{2X^2} + \frac{r^3}{3X^3} - \frac{3r}{R} + \frac{3r^2}{2R^2} - \frac{r^3}{3R^3} \right) \quad (4.50)$$



Rys. 4.5. Schemat obliczeniowy dużego ugięcia łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej parciem hydrodynamicznym

Fig. 4.5. Computational diagram for the big deflection of truncated cone-shaped stem due to hydrodynamic pressure

W przypadku gdy $a = r$, $b = R$, wzór (4.50) przyjmuje postać:

$$u = \frac{\lambda(x_1 - x)^3}{(R - r)^3} \left(\ln \frac{X}{R} + \frac{3}{2} \frac{r^2}{X^2} - \frac{2r^3}{3X^3} - \frac{3}{2} \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{3} \frac{r^3}{R^3} \right) \quad (4.51)$$

Dalej postępujemy podobnie jak podano w przypadku obliczeń obciążenia siłą skupioną (patrz str. 33 i 35). Mając parametr u ze wzoru (4.30), wyznacza się x_1 , a następnie z zależności (4.28) rzędne krzywej ugięcia. Całki występujące we wzorach (4.28) i (4.30) oblicza się metodą numeryczną.

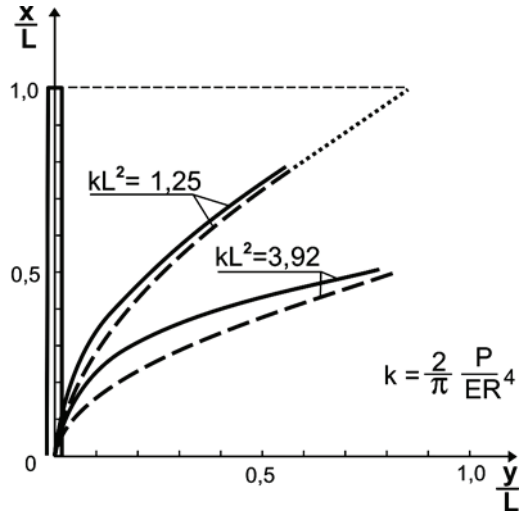
4.2.3. Wyniki obliczeń

Wykorzystując wyprowadzone wzory, wykonano porównawcze obliczenia krzywych ugięcia na podstawie wzorów wyprowadzonych przy założeniu małego i dużego ugięcia.

Łodyga w kształcie walca obciążona siłą skupioną

Pod uwagę wzięto wzory dużego ugięcia (4.35), (4.36) i (4.39) oraz odpowiadające następujące znane wzory wyprowadzone przy założeniu małych ugięć:

$$\frac{y}{L} = kL^2 \left(\frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{L^3} \right), \quad \frac{f}{L} = \frac{2}{3} kL^2, \quad k = \frac{2P}{\pi ER^4} \quad (4.52)$$



Rys. 4.6. Krzywa ugięcia łodygi w kształcie walca obciążonej siłą skupioną. Linia ciągłą oznaczono krzywą ugięcia z rozwiązania dla dużych ugięć, linią przerywaną – z rozwiązania dla małych ugięć
 Fig. 4.6. Deflection curve for truncated cone-shaped stem bent due to concentrated force. Solid line denotes the deflection curve from the solution for big deflections, broken line denotes the deflection curve from the solution for small deflections

Wyniki przedstawiono na rysunku 4.6. Do obliczenia długości L wzdłuż krzywej ugięcia w przypadku rozwiązania przy założeniu małych ugięć zastosowano wzór (4.25) dla $kL^2 = 1,25$, zaś dla $kL = 3,92$ zastosowano metodę całkowania numerycznego. Metodą całkowania numerycznego powtórzono obliczenie krzywej ugięcia w przypadku rozwiązania przy założeniu dużych ugięć, uzyskując zgodność wyników. Do obliczeń numerycznych wykorzystano program komputerowy Mathcad. Jak się okazuje, dla większych wartości kL^2 występują wyraźne różnice w przebiegu krzywej ugięcia, lecz wielkości x_1 i tym samym Δh prawie się nie różnią.

Łodyga w kształcie stożka ściętego obciążona siłą skupioną

Obliczenia wykonano na podstawie wzorów (4.28), (4.30) i (4.47) wyprowadzonych przy założeniu dużych ugięć oraz wzorów podanych przez Mikołajczaka (2005) w przypadku małych ugięć, które przy oznaczeniach ujętych w niniejszej pracy mają postać:

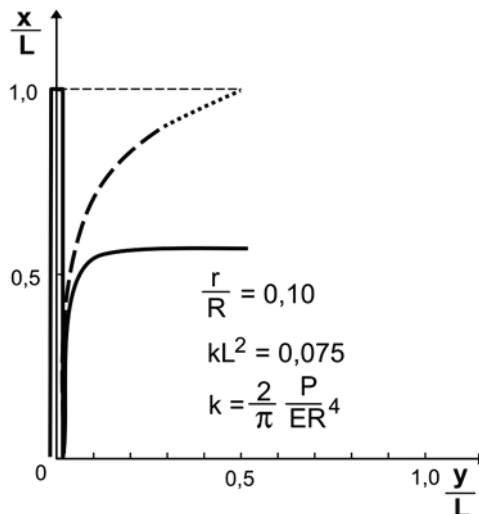
$$\frac{y}{L} = \frac{2kL^2}{\left(1 - \frac{r}{R}\right)^3} \left[\frac{R}{2X} - \frac{rR}{6X^2} + X \left(\frac{1}{2R} - \frac{r}{3R^2} \right) + \frac{r}{2R} - 1 \right] \quad (4.53)$$

$$\frac{w}{L} = \frac{2}{3} kL^2 \frac{R}{r} \quad (4.54)$$

przy czym:

$$X = (R - r) \left(1 - \frac{x}{L} \right) + r, \quad k = \frac{2P}{\pi ER^4} \quad (4.55)$$

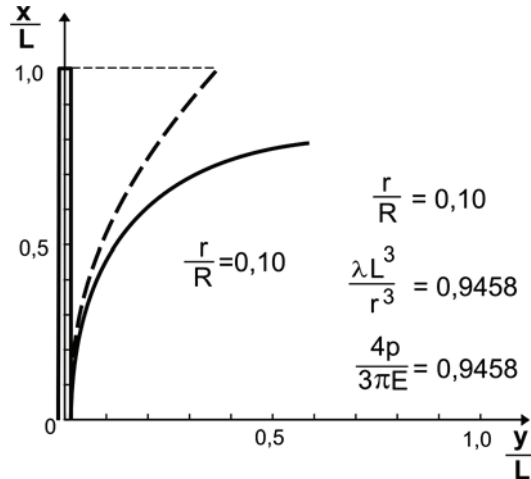
Wyniki obliczeń wykonanych przy przyjęciu stosunku $\frac{r}{R} = 0,1$ i wielkości $kL^2 = 0,075$ przedstawiono na rysunku 4.7. Dla małych ugięć wielkość x_1 obliczano na podstawie wzoru (4.25). Z obliczeń wynika, że dla przyjętych danych występują duże różnice w przebiegu krzywych ugięcia oraz w wielkości x_1 i co za tym idzie – w wielkości Δh .



Rys. 4.7. Krzywa ugięcia łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej siłą skupioną. Linia ciągłą oznaczono ugięcia z rozwiązania dla dużych ugięć, linią przerywaną – z rozwiązania dla małych ugięć
 Fig. 4.7. Deflection curve for truncated cone-shaped stem bent due to concentrated force. Solid line denotes the deflection curve from the solution for big deflections, broken line denotes the deflection curve from the solution for small deflections

Łodyga w kształcie stożka ściętego obciążona parciem hydrodynamicznym

Obliczenia wykonano dla przypadku, gdy parciem wody obciążona jest tylko łodyga. Wykorzystano wzory (4.28), (4.29) i (4.51) dla dużych ugięć, zaś dla małych ugięć zależności (4.21), (4.22) i (4.25). Wyniki obliczeń, w których przyjęto stosunek $\frac{r}{R} = 0,1$ oraz wartość parametru $\lambda \frac{L^3}{R^3} = 0,9458$, przedstawiono na rysunku 4.8. Również w tym przypadku, jak w poprzednim, widoczne są wyraźne różnice w obu rozwiązaniach.



Rys. 4.8. Krzywe ugięcia łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej parciem hydrodynamicznym. Linia ciągłą oznaczono ugięcie z rozwiązania dla dużych ugięć, linią przerywaną – z rozwiązania dla małych ugięć

Fig. 4.8. Deflection curve for truncated cone-shaped stem bent due to hydrodynamic pressure. Solid line denotes the deflection curve from the solution for big deflections, broken line denotes the deflection curve from the solution for small deflections

4.2.4. Linia ugięcia belki wspornikowej w zmiennym przekroju poprzecznym

Odkształcenie roślinności elastycznej pod wpływem działania wody w przypadku małych ugięć uprościć można także do rozwiązania dla łodygi w kształcie stożka ściętego obciążonej siłą skupioną. Rozwiązanie to zaproponował Mikołajczak (2005). W tym celu należy znaleźć wzór opisujący linię ugięcia belki wspornikowej w zmiennym przekroju poprzecznym osiowo symetrycznym (stożek ścięty). Schemat statyczny takiego modelu przedstawiono na rys. 4.9. Zmiana promienia elementu roślinnego opisana jest funkcją liniową:

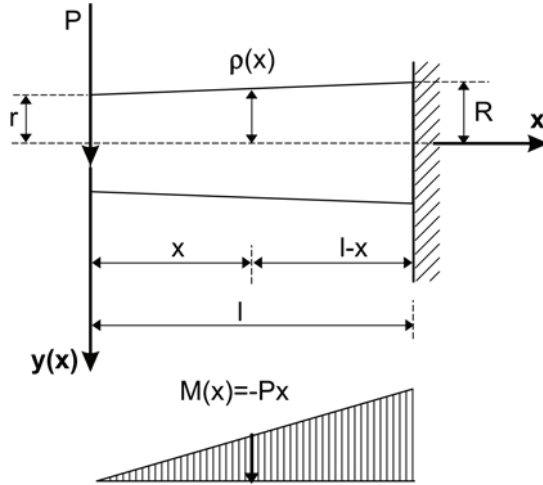
$$\rho(x) = \frac{R-r}{l}x + r \quad (4.56)$$

Przedstawić ją można w postaci:

$$\rho(x) = H \cdot x + r \quad (4.57)$$

przy czym:

$$H = \frac{R-r}{l} \quad (4.58)$$



Rys. 4.9. Schemat statyczny oraz przyjęte oznaczenia do wyznaczenia modułu sprężystości
 Fig. 4.9. Static diagram and notation for determining the modulus of elasticity

Wykorzystując równanie różniczkowe linii ugięcia obowiązujące w zakresie sprężystym w postaci:

$$EJ y'' = -M(x) \quad (4.59)$$

gdzie: $M(x) = -P \cdot x$ (4.60)

uzyskujemy: $EJ_x y''(x) = +P \cdot x$ (4.61)

przy czym moment bezwładności przekroju wynosi:

$$J_x = \frac{\pi \rho^4(x)}{4} = \frac{\pi (Hx + r)^4}{4} \quad (4.62)$$

Równanie (4.61) zapisać można w postaci:

$$\frac{E \cdot \pi}{4} (Hx + r)^4 y'' = P \cdot x \quad (4.63)$$

przy czym:

$$y'' = \frac{4P}{\pi E} \frac{x}{(Hx + r)^4} \quad (4.64)$$

Równanie (4.64) wyrazić można w postaci:

$$y''(x) = a \frac{x}{(Hx + r)^4} \quad (4.65)$$

gdzie:
$$a = \frac{4P}{\pi E} \quad (4.66)$$

Przyjmując warunki brzegowe:

$$\begin{array}{l} 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} y'(1) = 0 \\ y(1) = 0 \end{array} \end{array}$$

równanie różniczkowe (4.61) można całkować, bezpośrednio podstawiając:

$$Hx + r = t \quad (4.67)$$

uzyskujemy wówczas:

$$y' = \frac{a}{H^2} \left[-\frac{1}{2}t^{-2} + \frac{r}{3}t^{-3} \right] + A \quad (4.68)$$

Stałą całkowania A wyznaczamy, podstawiając warunek brzegowy 1) $x = 1$ $y'(1) = 0$

$$0 = \frac{a}{H^2} \left[-\frac{1}{2R^2} + \frac{r}{3R^3} \right] + A \rightarrow A = \frac{a}{H^2} \left[\frac{1}{2R^2} - \frac{r}{3R^3} \right] \quad (4.69)$$

Wstawiając stałą A do równania (4.68), uzyskujemy:

$$y' = \frac{a}{H^2} \left[-\frac{1}{2}t^{-2} + \frac{r}{3}t^{-3} + \frac{1}{2R^2} - \frac{r}{3R^3} \right] \quad (4.70)$$

Ponowne całkowanie równania (4.70) daje wyrażenie:

$$y = \frac{a}{H^3} \left[\frac{1}{2}t^{-1} - \frac{r}{6}t^{-2} + \left(\frac{1}{2R^2} - \frac{r}{3R^3} \right) t \right] + B \quad (4.71)$$

które, uwzględniając wcześniejsze podstawienie $t (t = Hx + r)$, zapisać można w postaci:

$$y(x) = \frac{a}{H^3} \left[\frac{1}{2(Hx+r)} - \frac{r}{6(Hx+r)^2} + \left(\frac{1}{2R^2} - \frac{r}{3R^3} \right) (Hx+r) \right] + B \quad (4.72)$$

Stałą całkowania B wyznaczamy, podstawiając warunek brzegowy 2) $x = 1$ i $y(1) = 0$

$$0 = \frac{a}{H^3} \left[\frac{1}{2R} - \frac{r}{6R^2} + \left(\frac{1}{2R^2} - \frac{r}{3R^3} \right) R \right] + B \quad (4.73)$$

$$B = -\frac{a}{H^3} \left[\frac{1}{2R} - \frac{r}{6R^2} + \frac{1}{2R} - \frac{r}{3R^3} \right] = -\frac{a}{H^3} \left[\frac{1}{R} - \frac{r}{2R^2} \right] \quad (4.74)$$

Wstawiając stałą B (4.74) do równania (4.72), uzyskujemy:

$$y(x) = \frac{a}{6H^3} \left[\frac{3Hx + 2r}{(Hx + r)^2} + \frac{3R - 2r}{R^3} (Hx + r) + \frac{3(r - 2R)}{R^2} \right] \quad (4.75)$$

Podstawiając w równaniu (4.75) $x = 0$, wyznaczamy strzałkę ugięcia:

$$w = \frac{a}{6H^3} \left[\frac{2}{r} + \frac{3r}{R^2} - \frac{2r^2}{R^3} - \frac{6}{R} + \frac{3r}{R^2} \right] = \frac{a}{3H^3 r R^3} (R - r)^3 \quad (4.76)$$

Po podstawieniu a i H uzyskujemy:

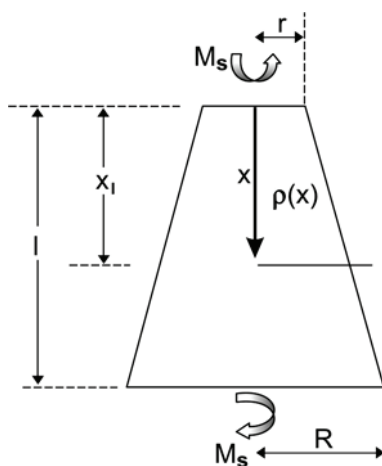
$$w = \frac{4}{3\pi} \frac{P}{E} \frac{l^3}{R^3 r} \quad (4.77)$$

lub:
$$w = \frac{Pl^3}{3EJ} \cdot \frac{R}{r} \quad (4.78)$$

gdzie:
$$J = \frac{\pi R^4}{4} \quad (4.79)$$

4.2.5. Skręcanie pręta o przekroju kołowym

Analizę stateczności elementu roślinnego przeprowadzić można również (Kałuża, Tymiński, 2006) rozpatrując skręcanie pręta o przekroju kołowym, liniowo zmiennym po długości – stożek ścięty (rys. 4.10):



Rys. 4.10. Schemat statyczny oraz przyjęte oznaczenia do wyznaczenia modułu sprężystości przy skręcaniu pręta w postaci stożka ściętego

Fig. 4.10. Static diagram and notation for determining the modulus of elasticity for bending truncated cone-shaped rod

Zmiana promienia elementu roślinnego opisana jest funkcją liniową:

$$\rho_{(x)} = \frac{R-r}{l}x + r \quad (4.80)$$

Pochodna kąta φ (kąt skręcania) jest proporcjonalna do momentu skręcającego:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_s}{GJ_0} \quad (4.81)$$

gdzie: M_s – moment skręcający,
 J_0 – biegunowy moment bezwładności,
 G – moduł odkształcenia postaciowego.

Biegunowy moment bezwładności zapisać można w postaci:

$$J_0(x) = \frac{\pi \cdot \rho^4(x)}{2} \quad (4.82)$$

Podstawiając do równania (4.81), otrzymamy:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_s}{G \frac{\pi}{2} \rho^4(x)} = \frac{2M_s}{\pi G \rho^4} \quad (4.83)$$

co zapisać można:

$$d\varphi = \frac{2M_s}{\pi G} \frac{dx}{\rho^4(x)} \quad (4.84)$$

Całkując stronami równanie (4.84), otrzymamy:

$$\int_{\varphi}^0 d\varphi = \frac{2M_s}{\pi G} \int_0^l \frac{dx}{\left(\frac{R-r}{l}x + r\right)^4}$$

$$-\varphi = \frac{2M_s}{\pi G} \int_0^l \frac{dx}{\left(\frac{R-r}{l}x + r\right)^4} \quad (4.85)$$

Po scałkowaniu równania (4.85):

$$\varphi(l) = \frac{2M_s}{\pi G} \frac{l}{3(R-r)} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right) = \frac{2M_s l}{3\pi G(R-r)} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R} \right) \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{rR} + \frac{1}{R^2} \right) =$$

$$= \frac{2M_s \cdot l}{3\pi G} \cdot \frac{1}{R-r} \cdot \frac{R-r}{r \cdot R} \cdot \frac{R^2 + rR + r^2}{r^2 R^2} = \frac{2M_s l}{3\pi G} \frac{R^2 + rR + r^2}{r^3 \cdot R^3} \quad (4.86)$$

wprowadzając wyrażenie $J_0 = \frac{\pi R^4}{2}$ do wzoru (4.86), otrzymamy:

$$\varphi(l) = \frac{M_s l}{GJ_0} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{R^2 + Rr + r^2}{3r \cdot R} = \frac{M_s l}{GJ_0} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{R}{r} + 1 + \frac{r}{R}\right) \quad (4.87)$$

4.3. Pomiary modułu sprężystości elementów roślinnych

Właściwości mechaniczne roślinności to ich zdolność do przeciwstawiania się odkształceniu i zniszczeniu oraz zdolność do sprężystego i plastycznego odkształcania się pod wpływem zewnętrznych sił mechanicznych. Siły działające na ciało mogą być statyczne albo dynamiczne, zależnie od sposobu przyłożenia obciążenia. Siły statyczne zmieniają się powoli, osiągając stopniowo wymiar maksymalnego obciążenia. Obciążenia dynamiczne mogą być udarowe, zmienne lub przemienne. Udarowe układy sił powstają wówczas, gdy energia kinetyczna zderzających się ciał jest pochłonięta przez ugięcie w materiale. Obciążenia zmienne wahają się zwykle sinusoidalnie między dwiema granicami, a obciążenia przemienne w zasadzie są obciążeniami zmiennymi, wahającymi się między dwiema granicami równymi co do wielkości, lecz o przeciwnych znakach.

Siła (obciążenie) przyłożona do rośliny (elementu rośliny) wywołuje w nim naprężenia i odkształcenia. Naprężenie mechaniczne jest miarą sił wewnętrznych powstających w materiale odkształcanym pod wpływem oddziaływań zewnętrznych. Naprężenie σ mierzy się wielkością siły P działającej na jednostkę pola A przekroju rośliny:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (4.88)$$

Odształcenie jest zmianą pierwotnego kształtu i wymiarów rośliny, wywołane naprężeniami. Tę właściwość wyraża się w jednostkach bezwymiarowych lub w procentach. Odształcenie względne ϵ , np. przy zginaniu, jest mierzone stosunkiem skrócenia ($\Delta l = l_0 - l_x$) do początkowej długości próbki l_0 .

Po ustaniu działania siły odkształcającej materiał może powrócić do stanu pierwotnego, odzyskując początkowe wymiary, kształt i objętość. Zdolność drewna do powracania do stanu początkowego po ustaniu działania sił wewnętrznych określa się mianem sprężystości, a odkształcenia zanikające po ustaniu działania siły noszą nazwę odkształceń sprężystych. Odształceniom sprężystym można przeciwstawić odkształcenia trwałe, czyli nie zanikające po ustaniu działania sił. Maksymalne naprężenie, nie powodujące odkształcenia trwałego, stanowi granicę sprężystości drewna. Teoretycznie przyjmuje się, że do granicy sprężystości odkształcenia trwałe równe są zeru, a w materiale występują jedynie sprężyste zmiany jego wymiarów.

Drewno, z uwagi na niejednorodną budowę anatomiczną tkanki drzewnej oraz złożoność budowy chemicznej i strukturalnej ścian komórkowych, jest materiałem konstrukcyjnym wybitnie anizotropowym o własnościach typowo lepkosprężystych. Do unikalnych cech naturalnej tkanki drzewnej należy również jej porowatość i higroskopijność, a nadto

zróznicowana niejednorodność budowy makroskopowej (obecność i rozmieszczenie wad drewna). Dlatego badania mechanicznych właściwości drewna – w odróżnieniu od innych, zwłaszcza izotropowych materiałów konstrukcyjnych – wymagają specjalnej procedury pomiarowej oraz przeprowadzania, odznaczającej się złożonością, analizy wyników zrealizowanych testów. Wartości liczbowe mierzonych wielkości, np. w statycznej próbie ściskania (rozciągania), zależą od kierunku anatomicznego drewna. Chcąc określić w pełni właściwości mechaniczne drewna, należy prowadzić badania przy obciążaniu próbki w kierunku równoległym oraz w kierunku prostopadłym do przebiegu włókien. Zestawienie podstawowych właściwości mechanicznych drewna zawarto w tabeli 4.7.

Dane dotyczące wytrzymałości są zwykle uzyskiwane na podstawie badań laboratoryjnych, które realizuje się według ściśle znormalizowanych prób w maszynach wytrzymałościowych. Obecnie obowiązujące procedury oznaczania wytrzymałości drewna są szczegółowo opisane w normach, w których uwzględniono wszystkie czynniki metodologiczne mogące wpływać na przebieg próby, a także na wartości liczbowe mierzonych wielkości mechanicznych. Do głównych czynników metodologicznych zaliczyć należy: kształt i wymiary próbek, prędkość obciążania, wilgotność drewna, temperaturę (drewna i otoczenia), sposób przeniesienia obciążeń oraz dopuszczalne wady drewna. Każdy z wymienionych czynników, jeżeli wykracza poza określone przedziały, powoduje dodatkowe zróznicowanie wyników pomiaru, doprowadzając jednocześnie do zwiększenia ich rozrzutu i utrudniając tym samym dokonanie porównań wyników prób przeprowadzonych przez innych badaczy.

Tabela 4.7
Table 4.7

Zestawienie podstawowych właściwości mechanicznych drewna
List of principal mechanical characteristics of wood

Właściwości mechaniczne drewna – Characteristics:
Wytrzymałość na ściskanie – Compression
Wytrzymałość na rozciąganie – Tensile
Wytrzymałość na zginanie – Bending
Wytrzymałość na ścinanie – Shear
Moduły sprężystości – Modulus of elasticity
Łupliwość – Cleavage
Udarność – Impact resistance
Twardość – Hardness
Ścieralność – Grindability

Moduł sprężystości drewna

Moduły sprężystości są wielkościami charakteryzującymi sprężyste właściwości materiału. Materiał nazywa się sprężystym, gdy odkształcenie wywołane w ciele zanika całkowicie po usunięciu siły, która je spowodowała. Zależność między naprężeniem σ i odpowiadającym mu odkształceniem ϵ w zakresie sprężystości materiału wyraża prawo Hooke'a, które stwierdza, że naprężenie jest proporcjonalne do odkształcenia

i niezależne od czasu. Tę stałą proporcjonalność nazywa się modułem sprężystości E . Moduł sprężystości podłużnej (np. przy ściskaniu i rozciąganiu) nazywa się modułem Younga (współczynnikiem sprężystości). Sprężyste właściwości drewna są uwarunkowane jego anizotropią. W związku z tym drewno ma różne wartości liczbowe modułu sprężystości w kierunku podłużnym, promieniowym i stycznym. Moduły sprężystości stanowią także swego rodzaju miarę sztywności drewna znajdującego się w różnych warunkach obciążenia. Określa się je w próbach ściskania E_e , rozciągania E_r i zginania E_y drewna (tab. 4.8). Najczęściej w drzewnictwie bada się moduł sprężystości przy zginaniu statycznym, często przy ściskaniu, a rzadko przy rozciąganiu. Wartości odpowiednich modułów sprężystości wyznacza się doświadczalnie przez pomiar sił i spowodowanych przez nie odkształceń.

Tabela 4.8

Table 4.8

Właściwości fizyczne i mechaniczne drewna wybranych gatunków drzew liściastych
Physical and mechanical properties of wood of selected deciduous species (Kokociński, 2004)

Wyszczególnienie Specification		Olcha czarna Black alder <i>Alnus glutinosa</i> L.	Topola osika Aspen <i>Populus tremula</i> L.	Topola czarna Black poplar <i>Populus nigra</i> L.	Wierzba biała White willow <i>Salix alba</i> L.	
Gęstość – Density [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	ρ_0	380–490–600	360–450–560	370–410–520	270–330–380	
	ρ_{12}	420–530–640	400–490–600	410–450–560	290–350–420	
Porowatość – Porosity (%)	C	68	70	73	78	
Skurcz maksymalny (%) Maximum shrinkage	β_L	0,5	0,5	0,3	0,6–0,9–1,1	
	β_R	4,4	3,5	3,3–5,2	1,9–2,4–3,1	
	β_T	7,3	8,5	7,1–4,8	5,4–6,3–7,1	
	β_V	12,6	11,0–12,8	10,7–14,3	7,9–9,6–11,3	
Moduł sprężystości (MPa) Modulus of elasticity	E	7700	7800	8800	7200	
Wytrzymałość na – Strength (MPa)	ściskanie – compression	R_{cL}	30–40–57	25–40	26–35–56	18–24–32
	rozciąganie – tensile	R_{rL}	55–94–140	77	43–77–110	33–46–85
		$R_{r\perp}$	2,0	1,7	1,7–2,8	3,5
	zginanie – bending	R_g	85	52–80	43–60–94	30–47–71
	ściananie – shear	R_{tL}	3,0–4,5–5,5	6,8	4,0–5,0–8,0	5,7–6,4–8,0
Udarność [$\text{J} \cdot \text{cm}^{-2}$] Impact resistance	U	5,0	4,0	3,0–5,0–7,0	1,7–3,5–7,2	
Twardość Janki (MPa) Janka hardness	HJ_L	32–44–59	20	20–32–40	33	

4.3.1. Normowe oznaczanie modułu sprężystości przy zginaniu statycznym

Oznaczanie modułu sprężystości (współczynnika sprężystości) drewna przy zginaniu statycznym w kierunku stycznym przy jednej sile skupionej zamieszczono w normie PN-63/D-04117. Próbka do pomiaru współczynnika sprężystości powinna mieć kształt beleczki o wymiarach 20 x 20 x 300 mm. Należy ją wykonać w ten sposób, aby słoje roczne na przekroju poprzecznym przebiegały stycznie do jednej krawędzi czoł próbki, a włókna drzewne miały orientację równoległą do osi beleczki. Równoległość podłużnych krawędzi musi być zachowana z dokładnością do 0,1 mm na całej ich długości. Wilgotność drewna w chwili oznaczania powinna wynosić $12 \pm 3\%$. Pomiar przekroju próbki wykonuje się w środku jej długości z dokładnością do 0,1 mm. Beleczkę umieszcza się symetrycznie na podporach maszyny wytrzymałościowej w taki sposób, aby siła zginająca działała w kierunku stycznym. Następnie poddaje się ją wstępnemu obciążeniu $P_1 = 100 \pm 10 \text{ N}$ i po 30 s działania tego obciążenia dokonuje się początku pomiaru strzałki ugięcia w_1 . Następnie zwiększa się obciążenie do $P_2 = 200 \pm 10 \text{ N}$ i po 30 s mierzy się po raz drugi – w_2 . Kolejnych pomiarów strzałki ugięcia należy dokonywać, zwiększając obciążenie co 100 N, przy czym każdy wynik trzeba odczytywać po 30 s trwania danego stopnia obciążenia. Ostatni pomiar strzałki ugięcia wykonuje się przy obciążeniu $500 \pm 10 \text{ N}$. Pomiarów ugięcia dokonuje się z dokładnością do 0,005 mm.

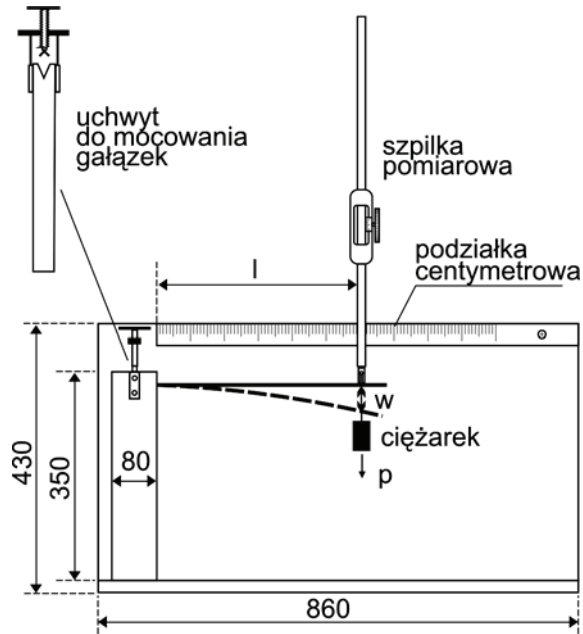
4.3.2. Pomiar modułu sprężystości elementów roślinnych na podstawie analizy linii ugięcia belki wspornikowej w zmiennym przekroju poprzecznym

Uwzględniając kształt, wielkość i zmienność średnicy gałązek na długości, w Katedrze Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego AR w Poznaniu (Mikołajczak, 2005), opracowano model pozwalający na wyznaczenie modułu sprężystości elementów roślinnych. Moduł sprężystości elementów roślinnych wyznaczono na podstawie analizy linii ugięcia belki wspornikowej przy zginaniu statycznym w zmiennym przekroju poprzecznym osiowo symetrycznym (stożek ścięty). Schemat statyczny (rys. 4.9) oraz uzyskane rozwiązanie w postaci równań (4.78) i (4.79) przedstawiono w rozdziale 4.2.4.

Znając strzałkę ugięcia w [m] gałązki o skrajnych średnicach d i D [m] przy obciążeniu P [N] działającym na ramieniu l [m] z przekształcenia równania (4.78), wyznaczyć można wartość modułu sprężystości E :

$$E = \frac{64}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\pi \cdot w \cdot D^3 \cdot d} \quad [\text{Pa}] \quad (4.89)$$

W celu wykonania zaplanowanych pomiarów modułu sprężystości elementów roślinnych zaprojektowano specjalne stanowisko badawcze (rys. 4.11; Mikołajczak, 2005) i na tej podstawie wykonano prototyp stanowiska pomiarowego (fot. 4.3, 4.4).



Rys. 4.11. Projekt stanowiska badawczego do pomiaru modułu sprężystości
 Fig. 4.11. Design of research stand for measuring the modulus of elasticity



Fot. 4.3. Stanowisko badawcze do pomiaru modułu sprężystości
 Phot. 4.3. Research stand for measuring the modulus of elasticity



Fot. 4.4. Stanowisko badawcze. Sposób mocowania gałązek oraz pomiar odkształceń
Phot. 4.4. Fastening of branches and measurement of strain

Badania polegały na pomiarze strzałki ugięcia sztywno zamocowanych elementów roślinnych. Gałązki poddawane były narastającym obciążeniom poprzez zawieszanie w końcowej części rośliny ciężarków. Z reguły wykonywano 5 pomiarów, dostosowując obciążenia (np. 117,23 g; 342,29 g; 534,09 g; 841,39 g i 951,89 g) do sztywności gałązki tak, aby maksymalna strzałka ugięcia nie przekroczyła 3 cm. Pomiar odkształcenia wykonywano za pomocą specjalnie dostosowanej szpilki pomiarowej z dokładnością 0,1 mm. Pomiar długości ramienia siły wykonywano z dokładnością do 1 mm, a pomiar obciążenia – z dokładnością do 0,001 grama. Pomiar średnic D (w punkcie zamocowania gałązki) oraz d (w punkcie przyłożenia siły) wykonywano suwmiarką z dokładnością do 0,1 mm. Pomiar modułu powtórzono po wysuszeniu gałązek (fot. 4.3).

Wyliczony na podstawie równania (4.89) moduł sprężystości dla poszczególnych gatunków roślin był wartością średnią z próby wszystkich gałązek. Przy czym wartość dla każdej gałązki była średnią z pięciu prób przy różnym obciążeniu. Badania wykonano zarówno dla gałązek świeżych, jak i suchych. Jedynie w przypadku trzciny, ze względu na wpływ wilgotności na kruchość materiału, zrezygnowano z badań elementów wysuszonych. Zestawienie opracowanych wyników podano w tabeli 4.9.

Moduł sprężystości dla obu serii wierzby był zbliżony i wynosił dla serii I w stanie naturalnym 4077 MPa, a dla serii II – 4476 MPa. Po wysuszeniu wartość średniego modułu wzrosła i wynosiła dla I serii 7380 MPa oraz dla serii II 8882 MPa. Wartości te są nieco wyższe niż podawane w literaturze (Kokociński, 2004) dla suchych próbek wierzby białej – 7200 MPa. Współczynnik zmienności próbek świeżych był dość duży i dla serii I wynosił 0,52, a dla serii II 0,30. Po wysuszeniu wartości współczynnika zmienności

zmniejszyły się do 0,43 dla serii I i 0,18 dla serii II. W przypadku trzciny uzyskano bardzo duży rozrzut wyliczonych wartości. Średnia wynosiła 3328 MPa, ale współczynnik zmienności aż 1,31. Wskazuje to na całkowity brak jednorodności badanych próbek. Dla świeżych próbek olchy moduł sprężystości wynosił 2523 MPa, a po przesuszeniu wzrósł do 3762 MPa. Wartość ta jest znacznie niższa niż podawana w literaturze (Kokociński, 2004), która dla suchych próbek wynosi 7700 MPa. Współczynnik zmienności osiągnął wartość 0,34 dla próbek świeżych i 0,26 dla próbek suchych.

Tabela 4.9
Table 4.9

Moduł sprężystości badanych próbek roślin
Modulus of elasticity for investigated vegetative samples

	Wierzba I Willow I		Wierzba II Willow I		Trzcina Reed	Olcha Alder	
	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]	Świeże Fresh [MPa]	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]
\bar{x}	4077	7380	4476	8882	3328	2523	3762
σ	2122	3179	1355	1634	4356	852	976
v	0,52	0,43	0,30	0,18	1,31	0,34	0,26
max.	10171	17478	7431	12949	17279	4597	5666
min.	918	2568	720	6913	269	680	1906

4.3.3. Pomiar modułu sprężystości elementów roślinnych na podstawie analizy skręcania pręta o przekroju kołowym

Analizę stateczności elementu roślinnego przeprowadzić można również, rozpatrując skręcanie pręta o przekroju kołowym, liniowo zmiennym po długości – stożek ścięty (rys. 4.10). Uwzględniając kształt, wielkość i zmienność średnicy gałązek na długości, opracowano również model pozwalający na wyznaczenie modułu sprężystości elementów roślinnych poddanych skręcaniu (Mikołajczak, 2005). Schemat statyczny (rys. 4.10) oraz uzyskane rozwiązanie w postaci równania (4.87) przedstawiono w rozdziale 4.2.5.

Z przekształcenia równania (4.87) wyznaczyć można wartość modułu odkształcenia postaciowego G :

$$G = \frac{M_s l}{\phi J_0} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{R}{r} + 1 + \frac{r}{R}\right) \quad (4.90)$$

Znając kąt ϕ skręcania gałązki o skrajnych średnicach d i D , zamocowanej między uchwytami oddalonymi o l , przy czym dolny odcinek gałązki umieszczony na obrotowej tarczy o promieniu t obciążony był momentem skręcającym M_s wynikającym z działania siły P , można uzyskać zależność:

$$G = \frac{P \cdot t \cdot l}{\phi \cdot J_0} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left(\frac{D}{d} + 1 + \frac{d}{D}\right) \quad (4.91)$$

gdzie:

$$J_0 = \frac{\pi R^4}{2} \quad (4.92)$$

W trakcie obliczeń wartości modułu odkształcenia postaciowego G pamiętać należy, że kąt skręcania ϕ podany jest w radianach.

W celu wykonania zaplanowanych badań modułu odkształcenia postaciowego elementów roślinnych zaprojektowano specjalne stanowisko badawcze (rys. 4.12) i na tej podstawie wykonano prototyp stanowiska pomiarowego (fot. 4.5 i fot. 4.6).

Moduł odkształcenia postaciowego G jest związany z modułem Younga E oraz współczynnikiem Poissona ν zależnością:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [\text{Pa}] \quad (4.93)$$

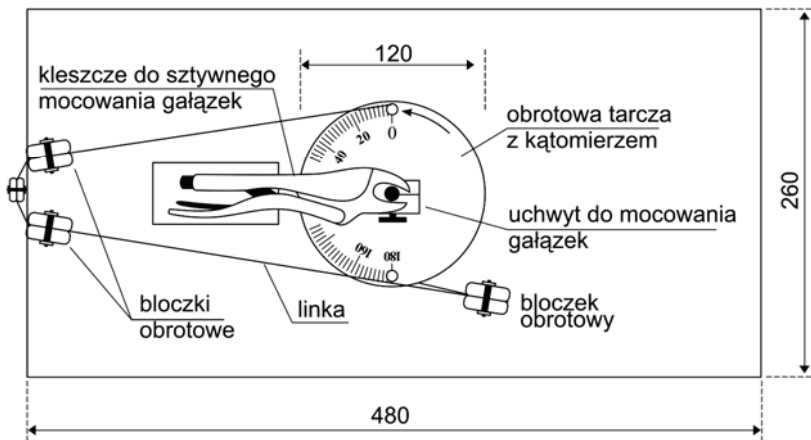
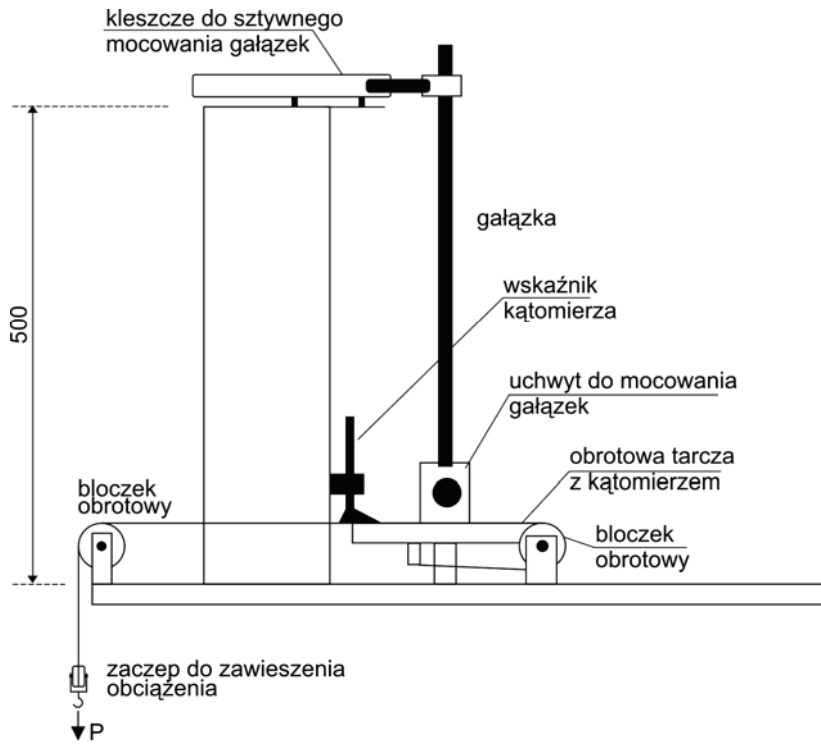
tak więc moduł sprężystości badanych gałązek wyznaczyć można ze wzoru:

$$E = G \cdot 2(1+\nu) \quad [\text{Pa}] \quad (4.94)$$

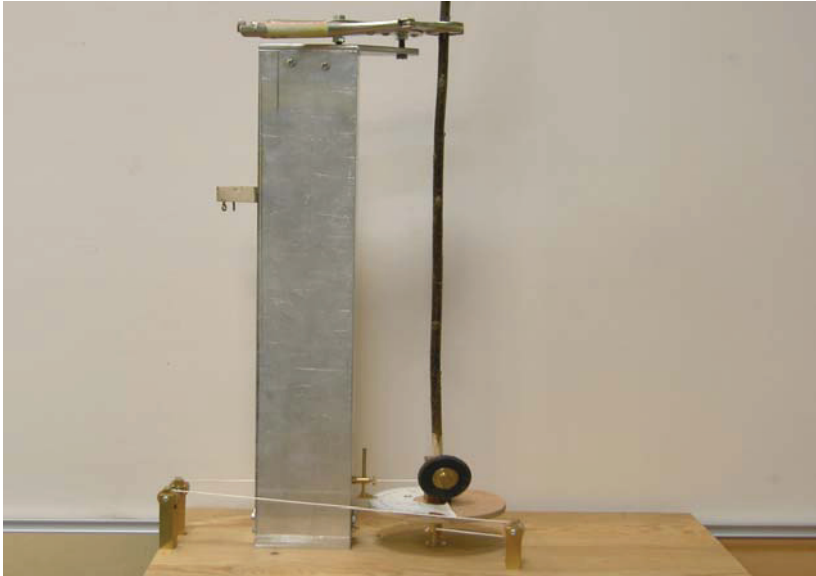
Współczynnik Poissona ν dla stali wynosi 0,30 [-], natomiast w przypadku gałązek wierzby i dla olchy brak jest w literaturze potwierdzonych wartości. Wyniki pomiarów nie zostały więc przeliczone na moduł sprężystości E .

Pomiary modułu odkształcenia postaciowego wykonano dla wierzby w obu seriach i olchy. Badań dla trzciny, ze względu na jej kruchość i brak możliwości zamocowania (średnica otworów), nie przeprowadzono. Również ze względu na średnicę otworów do mocowania nie udało się przeprowadzić badań dla wszystkich gałązek, które wykorzystano w badaniach analizy ugięcia. Dla wierzby w serii I było to 14 gałązek o przeciętnej średnicy 1,13 cm, a dla serii II – 17 gałązek o przeciętnej średnicy 1,22 cm. W badaniach olchy wybrano 17 gałązek o przeciętnej średnicy 1,18 cm. Badania przeprowadzono, skręcając gałązki umieszczone między uchwytami oddalonymi o 44 cm. Moment skręcający powstawał na skutek obrotu brzożki tarczy o średnicy 12 cm poprzez przekładnię – system bloczków i cięgien – przenosząc obciążenia od wyskalowanych odważników umieszczonych na końcu linki.

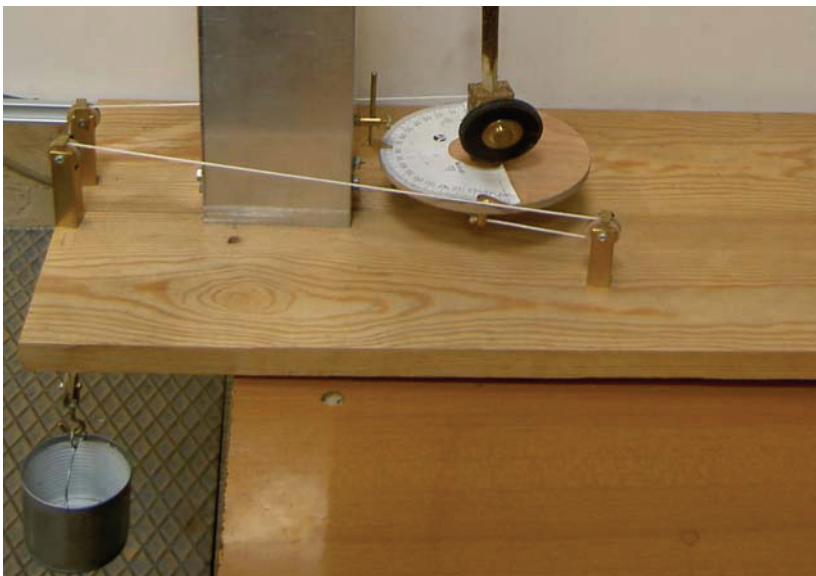
Wyliczony na podstawie równania (4.91) moduł odkształcenia postaciowego dla poszczególnych gatunków roślin był wartością średnią z próby wszystkich gałązek; przy czym wartość dla każdej gałązki była średnią z trzech prób przy różnym obciążeniu (np. 806,4 g, 1224,2 g i 1723,3 g). Umieszczona na obrotowej tarczy skala kątomierza pozwalała na odczyt kąta skręcania przy danym obciążeniu z dokładnością do 1°. Odnosząc wyniki skręcania do położenia „0” – 90°, uzyskano w ten sposób przyrosty kąta na skutek zadanych wartości momentów skręcających. Wyniki pomiarów modułu odkształcenia postaciowego zarówno dla gałązek świeżych, jak i suchych przedstawiono w tabeli 4.10.



Rys. 4.12. Projekt stanowiska badawczego do pomiaru modułu odkształcenia postaciowego
 Fig. 4.12. Design of research stand for measuring the modulus of non-dilatational strain



Fot. 4.5. Stanowisko badawcze do pomiaru modułu odkształcenia postaciowego
Phot. 4.5. Research stand for measuring the non-dilatational strain



Fot. 4.6. Metoda pomiaru modułu odkształcenia postaciowego
Phot. 4.6. Method of measuring the modulus of non-dilatational strain

Tabela 4.10
Table 4.10

Moduł odkształcenia postaciowego badanych próbek roślin
Modulus of non dilatational strain for investigated vegetative samples

	Wierzba I Willow I		Wierzba II Willow I		Olcha Alder	
	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]	Świeże Fresh [MPa]	Suche Dry [MPa]
\bar{X}	491,58	2236,97	454,42	2118,58	884,71	1594,59
σ	381,84	1343,74	270,04	953,56	411,95	563,84
v	0,78	0,60	0,59	0,45	0,47	0,35
max.	1423,48	4551,99	1128,92	3579,57	2011,22	2839,35
min.	125,61	383,42	117,48	689,83	376,28	856,53

Moduł odkształcenia postaciowego dla obu serii wierzby był zbliżony i wynosił dla serii I w stanie naturalnym 491,58 MPa oraz dla serii II – 454,42 MPa. Po wysuszeniu wartość średniego modułu znacznie wzrosła i mierzyła dla I serii 2236,97 MPa oraz 2118,58 MPa dla serii II. Współczynnik zmienności próbek świeżych był duży i dla serii I wynosił 0,78, a dla serii II – 0,59. Po wysuszeniu wartości współczynnika zmienności zmniejszyły się do 0,60 dla serii I i 0,45 dla serii II. Dla świeżych próbek olchy moduł sprężystości wynosił 884,71 MPa, a po przesuszeniu wzrósł do 1594,59 MPa. Współczynnik zmienności osiągnął wartość 0,47 dla próbek świeżych i 0,35 dla próbek suchych.

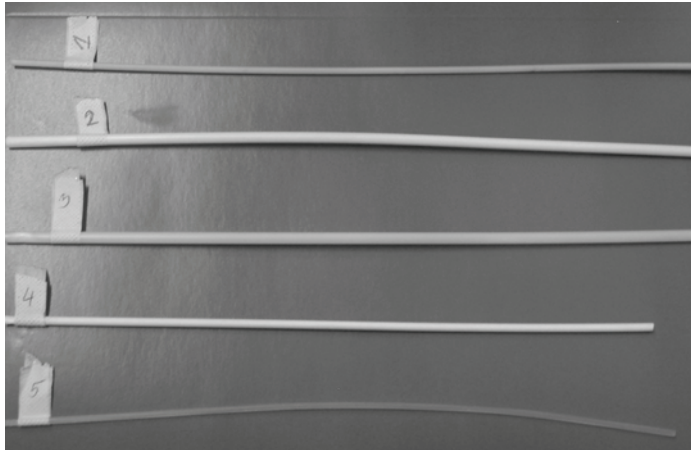
4.3.4. Pomiar modułu sprężystości elementów z tworzyw sztucznych na podstawie analizy linii ugięcia belki wspornikowej o stałym przekroju poprzecznym

W ramach przeprowadzonych badań sprawdzono także możliwość wykorzystania zastępczych elementów cylindrycznych z tworzyw sztucznych, które w warunkach laboratoryjnych mogłyby posłużyć za zamienniki naturalnych gałązek roślinnych w modelowych badaniach hydraulicznych. W tym celu zbadano moduły sprężystości 5 prętów (fot. 4.7). Badania przeprowadzono w oparciu o analizę linii ugięcia belki wspornikowej o stałym przekroju poprzecznym. Ze względu na małą średnicę prętów nie można było przeprowadzić badań modułu sprężystości na podstawie analizy skręcania pręta o przekroju kołowym.

Badania przeprowadzono, stosując opisaną w rozdziale 4.3.2 metodykę pomiarów. Znając strzałkę ugięcia w pręta o średnicy d przy obciążeniu P działającym na ramieniu l z przekształcenia równania (4.89) wyznaczono wartość modułu sprężystości E :

$$E = \frac{64}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\pi \cdot w \cdot d^4} \quad [\text{Pa}] \quad (4.95)$$

Ze względu na dysponowanie tylko pojedynczymi egzemplarzami prętów pomiary ograniczono jedynie do kilku – od 5 do 7 – prób (np. 3,26 g; 5,93 g; 13,58 g; 16,46 g i 19,35 g). Ze względu na cechy reologiczne materiału, jakim jest tworzywo sztuczne (przy dużych ugięciach obserwuje się utrwalenie odkształceń – utratę sprężystości bądź nawet efekty tzw. płynięcia), badania prowadzono przy niewielkich odkształceniach prętów. Pozwalało to zaklasyfikować badane odkształcenia jako sprężyste. W badanych prętach z tworzyw sztucznych nie określono ich właściwości fizycznych oraz składu chemicznego, skupiając się tylko na ich własnościach mechanicznych.



Fot. 4.7. Pręty z tworzyw sztucznych wykorzystane do badań modułu sprężystości
Phot. 4.7. Plastic rods used in the research on the modulus of elasticity

W tabeli 4.11 przedstawiono wyniki wyznaczania modułów sprężystości prętów nr 1, 2 i 3. Dla pozostałych prętów, ze względu na ich długość, wyniki okazały się niepewne. Średnice prętów wynosiły: 3,0 mm, 5,2 mm i 5,4 mm. Wyniki przedstawiono w postaci wartości średniej, odchylenia standardowego oraz współczynnika zmienności.

Tabela 4.11
Table 4.11

Moduł sprężystości badanych prętów z tworzyw sztucznych
Modulus of elasticity for investigated plastic rods

	Pręt 1 – Rod 1	Pręt 2 – Rod 2	Pręt 3 – Rod 3
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
\bar{x}	3296,21	859,23	1120,93
σ	146,86	61,94	196,12
v	0,04	0,07	0,17
max.	3470,07	946,61	1382,95
min.	3068,31	771,34	838,35

Moduł sprężystości poszczególnych prętów był różny i wynosił dla pręta 1 – 3296,2 MPa, pręta 2 – 859,2 MPa i pręta 3 – 1120,9 MPa. Współczynnik zmienności był mały i miał 0,04 dla pręta 1, 0,07 dla pręta 2 oraz 0,17 dla pręta 3. Świadczy to o dużej zbieżności uzyskanych wyników przy różnych obciążeniach oraz jednorodności materiału, z którego wykonano pręty. Wartości modułu sprężystości tylko w przypadku pręta 1 były zbliżone do tych, jakie uzyskano w przypadku badań gałązek wierzby w stanie naturalnej wilgotności. Pręty 1, przy niewielkich ich odkształceniach pod wpływem płynącej wody, mogą więc służyć do prowadzenia badań modelowych.

4.4. Badania własności mechanicznych elementów roślinnych

Pomiary laboratoryjne w Instytucie Inżynierii Środowiska UP we Wrocławiu przeprowadzono na stanowisku badawczym, którego idea i schemat, a także metodyka pomiarów przedstawione zostały szczegółowo w rozdziale 4.3 niniejszej pracy. Rozwiązanie takie dało możliwość porównania i ewentualnej weryfikacji badań z KBW AR w Poznaniu oraz stworzyło przesłanki uzyskania powtarzalności wyników i rozszerzenia bazy danych o dodatkowe pomiary.

Badania laboratoryjne przeprowadzono w następujących zakresach pomiarowych:

1. *Rodzaj roślin:* wierzba rokita, olcha czarna, trzcina świeża, trzcina wysuszona.
2. *Stan badanych roślin:* wierzba młoda (do wysokości 2 m), olcha młoda (do wysokości 2 m), trzcina świeża (okres letni), trzcina wysuszona (okres zimowy).
3. *Długość:* zakres długości wszystkich badanych próbek wynosił 0,7÷1,0 m.
4. *Średnica:* zakres średnic dla poszczególnych rodzajów roślin wynosił:
 - wierzba (średnica zewnętrzna 6,40÷9,55 mm),
 - olcha (średnica zewnętrzna 8,20÷9,60 mm),
 - trzcina świeża (średnica zewnętrzna 7,95÷11,00 mm; średnica wewnętrzna 6,75÷9,80 mm),
 - trzcina wysuszona (średnica zewnętrzna 6,20÷9,70 mm; średnica wewnętrzna 5,45÷8,55 mm).
5. *Obciążenia:* przed przystąpieniem do właściwych badań przeprowadzono obciążenia próbną na próbkach zastępczych (o zbliżonych średnicach). Po sporządzeniu charakterystyk naprężeń optymalne okazało się obciążanie próbek mniejszych co 10 g, natomiast próbek większych co 25 g. Uwzględniając wielkości średnic gałązek, przewidziano następujące zakresy obciążeń dla poszczególnych rodzajów roślin:
 - wierzba (maks. obciążenie dla próbek o większych średnicach wynosiło 500 g, natomiast dla próbek o mniejszych średnicach – 200 g),
 - olcha (maks. obciążenie próbek bez względu na średnice wynosiło 500 g),
 - trzcina świeża (obciążenie było przykładane do momentu zniszczenia próbki),
 - trzcina wysuszona (obciążenie było przykładane do momentu zniszczenia próbki).

6. *Ugięcia*: na podstawie przeprowadzonych badań próbnych założono następujące zakresy ugięć:

- wierzba (0÷35 cm),
- olcha (0÷35 cm),
- trzcina świeża (0÷25 cm),
- trzcina wysuszona (0÷15 cm).

Podstawy teoretyczne dotyczące problematyki modułów sprężystości przedstawione zostały w rozdziale 4.3 niniejszej pracy. Przy wyznaczaniu modułu sprężystości E posłużono się podstawową postacią równania (4.89). Uwzględniono przy tym występowanie w przyrodzie dwóch rodzajów przekrojów poprzecznych łodyg roślinnych: pełnych (np. wierzba, olcha) i niepełnych, pustych w środku (np. trzcina).

$$E = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot I_x \cdot w} \quad [\text{Pa}] \quad (4.96)$$

gdzie: P – przykładane obciążenie [N],
 l – długość próbki (od mocowania do miejsca przyłożenia obciążenia) [m],
 I_x – moment bezwładności przekroju poprzecznego elementu roślinnego [m⁴],
 w – ugięcie próbki [m].

Moment bezwładności przekroju I_x obliczono, korzystając z następujących wzorów:

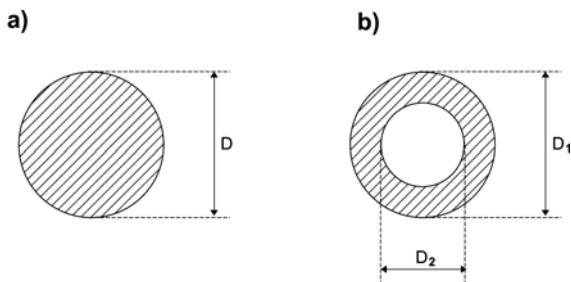
– dla pełnego przekroju badanej próbki (wierzba, olcha):

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} \quad [\text{m}^4] \quad (4.97)$$

– dla niepełnego przekroju badanej próbki (trzcina)

$$I_x = \frac{\pi}{64} \cdot (D_1^4 - D_2^4) \quad [\text{m}^4] \quad (4.98)$$

gdzie: D – średnica zewnętrzna próbki uśredniona na długości [m],
 D_1 – średnica zewnętrzna próbki [m],
 D_2 – średnica wewnętrzna próbki [m].

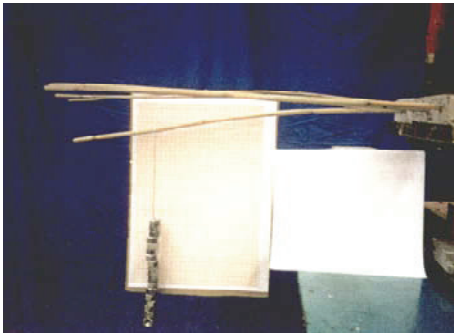


Rys. 4.13. Przekroje łodyg: a) pełny, b) pusty w środku
 Fig. 4.13. Cross section of the stem: a) solid, b) hollow

Pomiary sprężystości roślin w laboratorium Instytutu Inżynierii Środowiska UP we Wrocławiu pokazano przykładowo na fotografiach 4.8 i 4.9, a wyniki pomiarów zamieszczone zostały w tabelach 4.12÷4.15 (str. 56÷59).

4.4.1. Charakterystyka naprężeń – granica sprężystości badanych roślin

Właściwości sprężyste badanych roślin (o znanym polu przekroju łodygi) można zilustrować, np. odkładając na osi odciętych pomierzone bezwzględne przyrosty wychyleń w , zaś na osi rzędnych przykładane obciążenia P . Dla naprężeń rosnących stopniowo od zera otrzymuje się na wykresie odcinek linii prostej, odpowiadającej prostej proporcjonalności między naprężeniem i wychyleniem (ugięciem). Odcinek ten odpowiada zakresowi dokładnej stosowalności prawa Hooke'a. Pojawienie się sił (np. napór hydrodynamiczny przepływającej wody) większych od granicy proporcjonalności odpowiada gwałtowniejszemu przyrostowi ugięcia (brak prostoliniowości na wykresie). Gałęzie jednak nadal zachowują właściwości sprężyste aż do tzw. granicy sprężystości, po przekroczeniu której wystąpią odkształcenia trwałe. W przypadku roślinności międzywała należałoby się liczyć z jej potencjalnym złamaniem, co ma bezpośrednie przełożenie na warunki hydrauliczne panujące w korycie rzeki (opory przepływu, położenie zwierciadła wody itp.). Wyznaczone graficznie granice sprężystości roślin (wierzba, olcha, trzcina świeża i wysuszona) dla badanych średnic przedstawiają rysunki 4.14÷4.37 (str. 60÷71).



Fot. 4.8. Próbką trzciny wysuszonej poddana obciążeniu
Phot. 4.8. Dried reed sample under load



Fot. 4.9. Próbką wierzby wysuszonej poddana obciążeniu
Phot. 4.9. Dried willow sample under load

Zestawienie wartości modułu sprężystości dla wierzby
Values of the modulus of elasticity for willow

Próbka Sample	Średnica Diameter D	Moment bezwładności Moment of inertia I_x	Długość Length l	Obciążenie Load P	Odkształcenie Strain w	Moduł sprężystości Modulus of elasticity E
Nr	[m]	[m ⁴]	[m]	[N]	[m]	[kPa]
1w	0,00955	4,08E-10	0,5	0,25	0,008	3190624
1w	0,00955	4,08E-10	0,5	2,00	0,061	3347540
1w	0,00955	4,08E-10	0,5	3,75	0,127	3014763
2w	0,00995	4,81E-10	0,5	0,25	0,008	2707677
2w	0,00995	4,81E-10	0,5	2,00	0,060	2888188
2w	0,00995	4,81E-10	0,5	4,00	0,127	2728997
3w	0,0064	8,23E-11	0,5	0,1	0,019	2664192
3w	0,0064	8,23E-11	0,5	0,7	0,124	2857561
3w	0,0064	8,23E-11	0,5	1,3	0,220	2991161
4w	0,0067	9,89E-11	0,5	0,1	0,013	3241877
4w	0,0067	9,89E-11	0,5	0,8	0,105	3211002
4w	0,0067	9,89E-11	0,5	1,5	0,211	2996047
5w	0,00955	4,08E-10	0,5	0,25	0,008	3190624
5w	0,00955	4,08E-10	0,5	2,00	0,059	3461016
5w	0,00955	4,08E-10	0,5	4,00	0,125	3267199
6w	0,00755	1,59E-10	0,5	0,25	0,018	3630102
6w	0,00755	1,59E-10	0,5	1,00	0,073	3580374
6w	0,00755	1,59E-10	0,5	2,00	0,148	3531991
Zestawienie wartości dla wierzby – List of values for willow						
Wartość średnia modułu sprężystości – Mean value of modulus of elasticity \bar{E} [kPa]						3138941
Wartość odchylenia standardowego – Standard deviation S [kPa]						293880
Wartość gwarantowana E na poz. ufności 95% – Guaranteed value of the mod. E at the confidence level of 95% [kPa]						2562936±3714945
Wartość współczynnika zmienności – Variability coefficient μ [-]						0,0936

Tabela 4.13
Table 4.13

Zestawienie wartości modułu sprężystości dla olchy
Values of the modulus of elasticity for alder

Próbka Sample	Średnica Diameter D [m]	Moment bezwładności Moment of inertia I_x [m ⁴]	Długość Length l [m]	Obciążenie Load P [N]	Odształcenie Strain w [m]	Moduł sprężystości Modulus of elasticity E [kPa]
Nr						
1o	0,0096	4,17E-10	0,5	0,25	0,007	3571052
1o	0,0096	4,17E-10	0,5	2,25	0,059	3813157
1o	0,0096	4,17E-10	0,5	4,5	0,125	3599620
2o	0,0085	2,56E-10	0,5	0,25	0,010	4067274
2o	0,0085	2,56E-10	0,5	2,00	0,074	4397053
2o	0,0085	2,56E-10	0,5	4,00	0,161	4042011
3o	0,00935	3,75E-10	0,5	0,25	0,009	3086670
3o	0,00935	3,75E-10	0,5	1,5	0,051	3268238
3o	0,00935	3,75E-10	0,5	3,00	0,107	3115517
4o	0,0087	2,81E-10	0,5	0,25	0,010	3705972
4o	0,0087	2,81E-10	0,5	1,75	0,070	3705972
4o	0,0087	2,81E-10	0,5	3,25	0,144	3345669
5o	0,0082	2,22E-10	0,5	0,25	0,012	3913294
5o	0,0082	2,22E-10	0,5	1,75	0,077	4269048
5o	0,0082	2,22E-10	0,5	3,25	0,160	3815461
6o	0,00805	2,06E-10	0,5	0,25	0,012	4213222
6o	0,00805	2,06E-10	0,5	1,50	0,075	4044693
6o	0,00805	2,06E-10	0,5	2,75	0,144	3862120
Zestawienie wartości dla olchy – List of values for alder						
Wartość średnia modułu sprężystości – Mean value of modulus of elasticity \bar{E} [kPa]						3768669
Wartość odchylenia standardowego – Standard deviation S [kPa]						373671
Wartość gwarantowana E na poz. ufności 95% – Guaranteed value of the mod. E at the confidence level of 95% [kPa]						3036273-4501064
Wartość współczynnika zmienności – Variability coefficient μ [-]						0,0992

Zestawienie wartości modułu sprężystości dla trzciny świeżej
Values of the modulus of elasticity for fresh reed

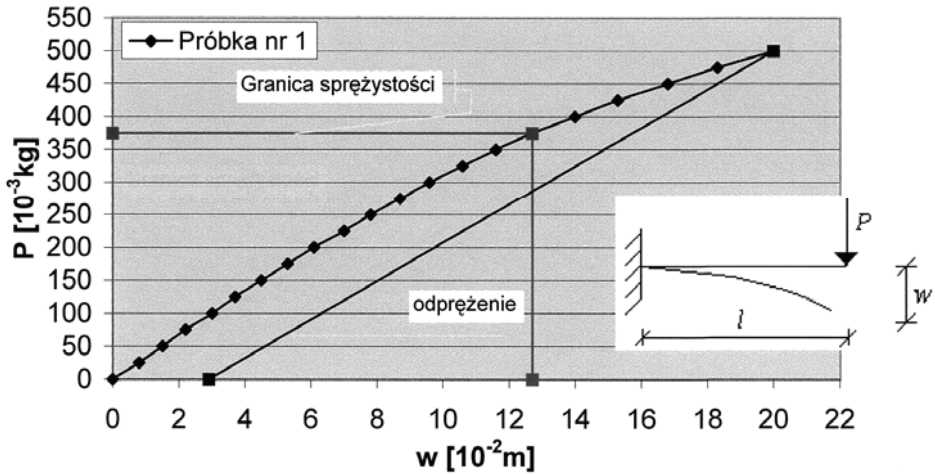
Próbka Sample	Średnica zewn. Outer diameter D_1	Średnica zewn. Outer diameter D_2	Moment bezwładności Moment of inertia I_x	Długość Length l	Obciążenie Load P	Odkształcenie Strain w	Moduł sprężystości Modulus of elasticity E
Nr	[m]	[m]	[m ⁴]	[m]	[N]	[m]	[kPa]
1ts	0,00885	0,0079	1,099E-10	0,5	0,1	0,013	2917178
1ts	0,00885	0,0079	1,099E-10	0,5	0,3	0,035	3250570
1ts	0,00885	0,0079	1,099E-10	0,5	0,6	0,075	3033865
2ts	0,00795	0,00675	9,413E-11	0,5	0,1	0,013	3404928
2ts	0,00795	0,00675	9,413E-11	0,5	0,2	0,026	3404928
2ts	0,00795	0,00675	9,413E-11	0,5	0,3	0,04	3319805
3ts	0,00905	0,0077	1,566E-10	0,5	0,1	0,006	4433305
3ts	0,00905	0,0077	1,566E-10	0,5	0,5	0,03	4433305
3ts	0,00905	0,0077	1,566E-10	0,5	1,1	0,067	4367136
4ts	0,011	0,00945	3,271E-10	0,5	0,1	0,004	3185002
4ts	0,011	0,00945	3,271E-10	0,5	0,7	0,029	3075174
4ts	0,011	0,00945	3,271E-10	0,5	1,5	0,072	2654168
5ts	0,01115	0,01	2,677E-10	0,5	0,1	0,004	3891330
5ts	0,01115	0,01	2,677E-10	0,5	0,3	0,011	4245087
5ts	0,01115	0,01	2,677E-10	0,5	0,7	0,03	3631908
6ts	0,00825	0,0076	6,36E-11	0,5	0,1	0,015	4367641
6ts	0,00825	0,0076	6,36E-11	0,5	0,2	0,029	4518249
6ts	0,00825	0,0076	6,36E-11	0,5	0,3	0,046	4272692
Zestawienie wartości dla trzciny świeżej – List of values for fresh reed							
Wartość średnia modułu sprężystości – Mean value of modulus of elasticity \bar{E} [kPa]							
Wartość odchylenia standardowego – Standard deviation S [kPa]							
Wartość gwarantowana E na poz. ufności 95% – Guaranteed value of the mod. E at the confidence level of 95% [kPa]							
Wartość współczynnika zmienności – Variability coefficient μ [-]							
							3689237
							606753
							2500001-4878473
							0,164

Tabela 4.15
Table 4.15

Zestawienie wartości modułu sprężystości dla trzciny wysuszonej
Values of the modulus of elasticity for dried reed

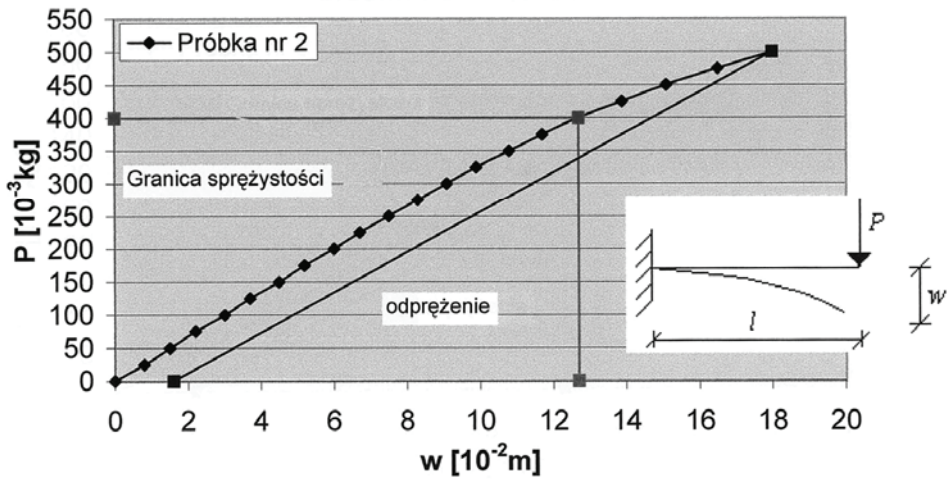
Próbka Sample	Średnica zewn. Outer diameter D_1	Średnica zewn. Outer diameter D_2	Moment bezwładności Moment of inertia I_x	Długość Length l	Obciążenie Load P	Odkształcenie Strain w	Moduł sprężystości Modulus of elasticity E
Nr	[m]	[m]	[m ⁴]	[m]	[N]	[m]	[kPa]
1tw	0,0086	0,0074	1,213E-10	0,5	0,25	0,004	21476912
1tw	0,0086	0,0074	1,213E-10	0,5	1,50	0,027	19090589
1tw	0,0086	0,0074	1,213E-10	0,5	3,00	0,056	18408782
2tw	0,00725	0,0066	4,246E-11	0,5	0,25	0,01	24535274
2tw	0,00725	0,0066	4,246E-11	0,5	1,00	0,039	25164383
2tw	0,00725	0,0066	4,246E-11	0,5	1,75	0,069	24890857
3tw	0,00855	0,0074	1,151E-10	0,5	0,25	0,004	22631711
3tw	0,00855	0,0074	1,151E-10	0,5	1,50	0,027	20117076
3tw	0,00855	0,0074	1,151E-10	0,5	3,25	0,06	19614149
4tw	0,0097	0,00855	1,722E-10	0,5	0,25	0,003	20168813
4tw	0,0097	0,00855	1,722E-10	0,5	1,75	0,021	20168813
4tw	0,0097	0,00855	1,722E-10	0,5	3,50	0,047	18023195
5tw	0,00765	0,0068	6,313E-11	0,5	0,25	0,007	23571565
5tw	0,00765	0,0068	6,313E-11	0,5	1,00	0,029	22758753
5tw	0,00765	0,0068	6,313E-11	0,5	2,00	0,057	23158029
6tw	0,0062	0,00545	2,921E-11	0,5	0,25	0,017	20976108
6tw	0,0062	0,00545	2,921E-11	0,5	0,50	0,035	20376791
6tw	0,0062	0,00545	2,921E-11	0,5	1,00	0,068	20976108
Zestawienie wartości dla trzciny wysuszonej – List of values for dried reed							
Wartość średnia modułu sprężystości – Mean value of modulus of elasticity \bar{E} [kPa]							21450439
Wartość odchylenia standardowego; Standard deviation S [kPa]							2137926
Wartość gwarantowana E na poz. ufności 95% – Guaranteed value of the mod. E at the confidence level of 95% [kPa]							17260104÷25640775
Wartość współczynnika zmienności – Variability coefficient μ [-]							0,0997

Wykres naprężeń dla wierzby
Średnica D = 0,00955 m

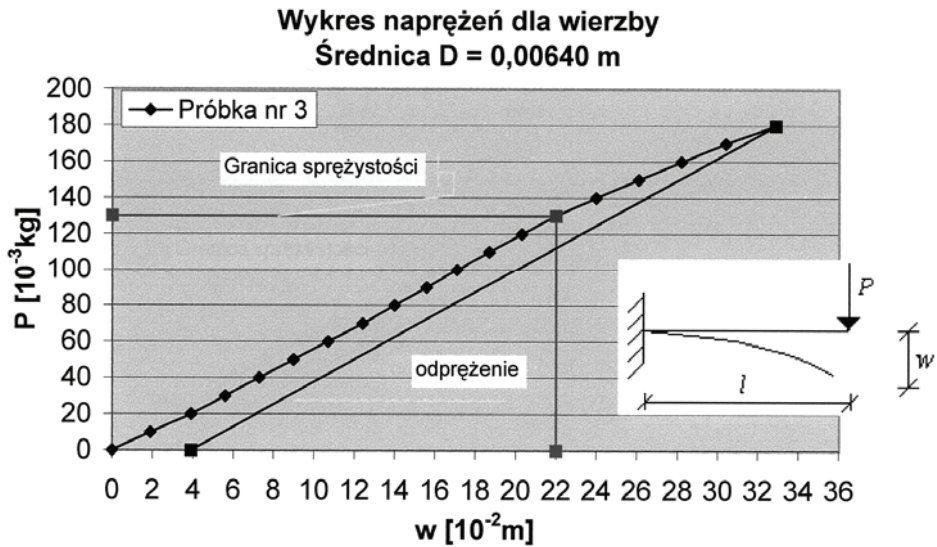


Rys. 4.14. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 1)
 Fig. 4.14. Stress intensity for willow branches (sample no. 1)

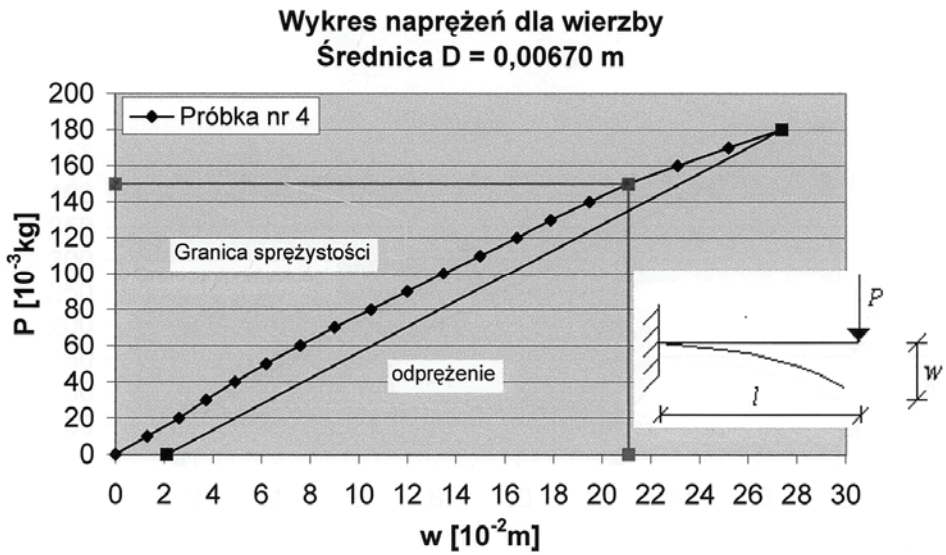
Wykres naprężeń dla wierzby
Średnica D = 0,00955 m



Rys. 4.15. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 2)
 Fig. 4.15. Stress intensity for willow branches (sample no. 2)

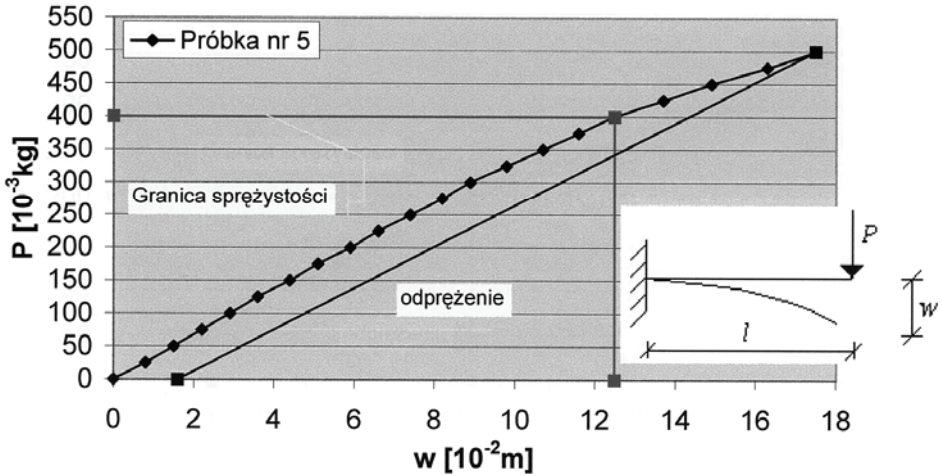


Rys. 4.16. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 3)
Fig. 4.16. Stress intensity for willow branches (sample no. 3)



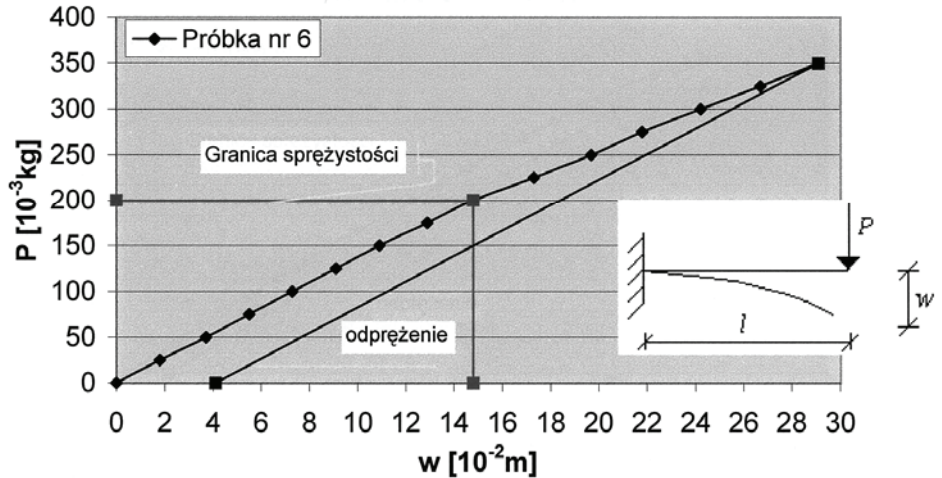
Rys. 4.17. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 4)
Fig. 4.17. Stress intensity for willow branches (sample no. 4)

Wykres naprężeń dla wierzby
Średnica $D = 0,00955 \text{ m}$

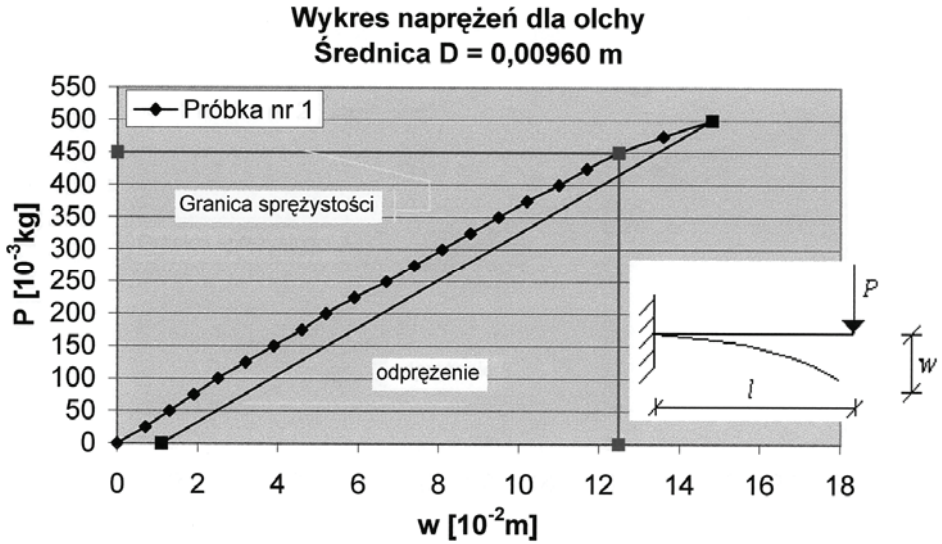


Rys. 4.18. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 5)
Fig. 4.18. Stress intensity for willow branches (sample no. 5)

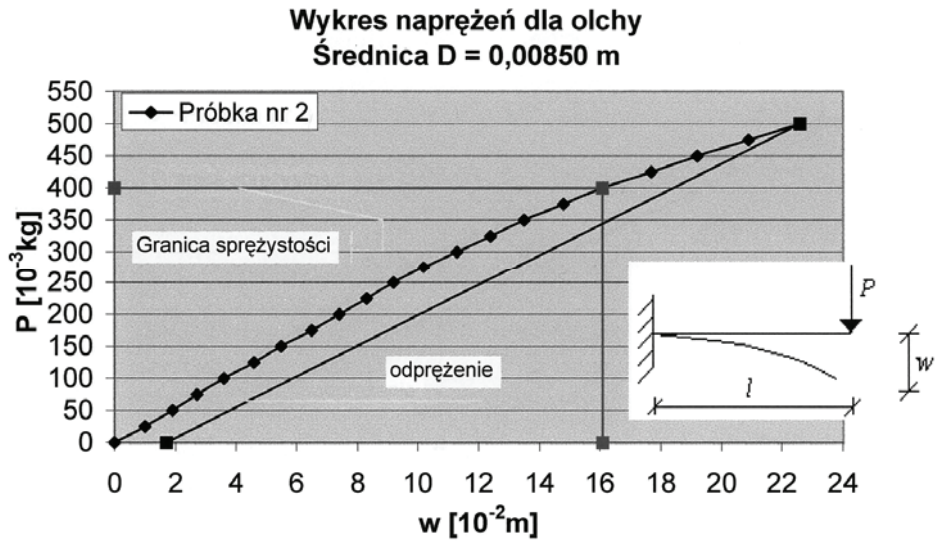
Wykres naprężeń dla wierzby
Średnica $D = 0,00755 \text{ m}$



Rys. 4.19. Charakterystyka naprężeń dla gałązek wierzby (próbka nr 6)
Fig. 4.19. Stress intensity for willow branches (sample no. 6)

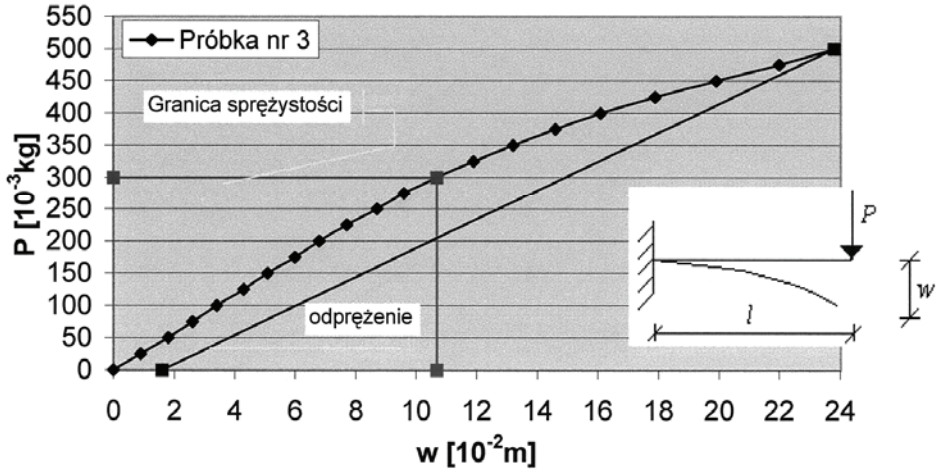


Rys. 4.20. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 1)
Fig. 4.20. Stress intensity for alder branches (sample no. 1)



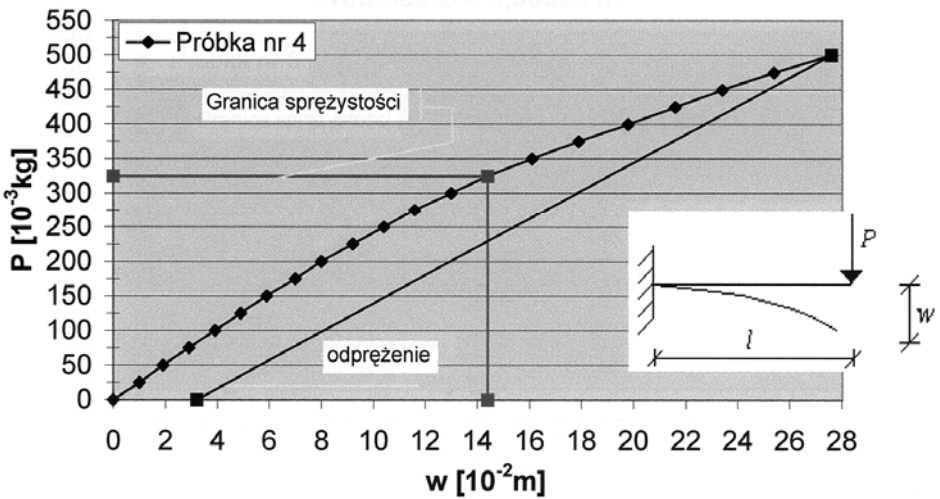
Rys. 4.21. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 2)
Fig. 4.21. Stress intensity for alder branches (sample no. 2)

Wykres naprężeń dla olchy
Średnica $D = 0,00935$ m



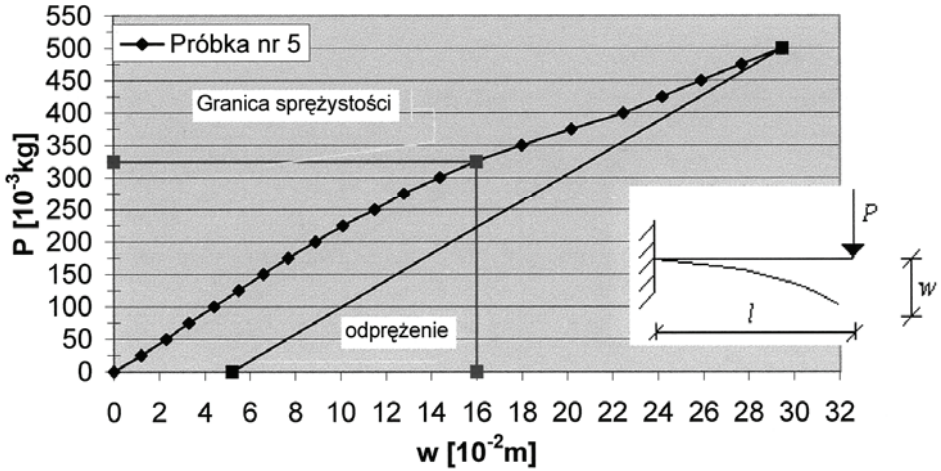
Rys. 4.22. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 3)
Fig. 4.22. Stress intensity for alder branches (sample no. 3)

Wykres naprężeń dla olchy
Średnica $D = 0,00870$ m



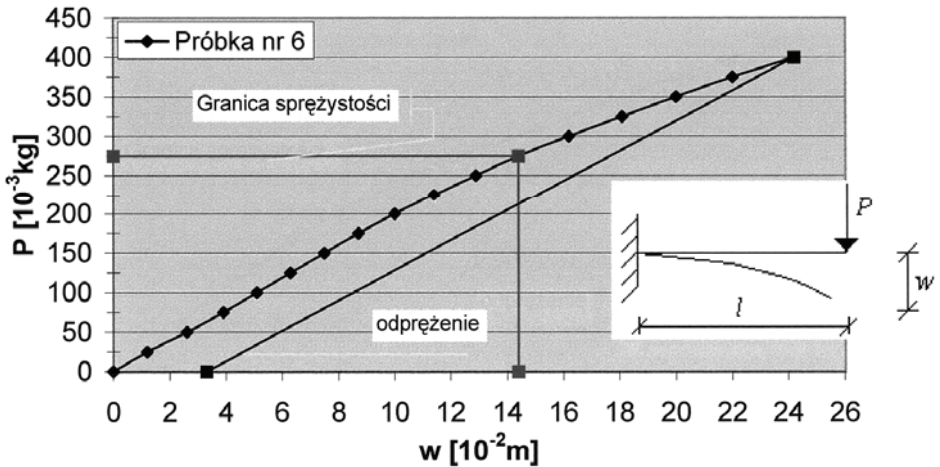
Rys. 4.23. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 4)
Fig. 4.23. Stress intensity for alder branches (sample no. 4)

Wykres naprężeń dla olchy
Średnica $D = 0,00820$ m



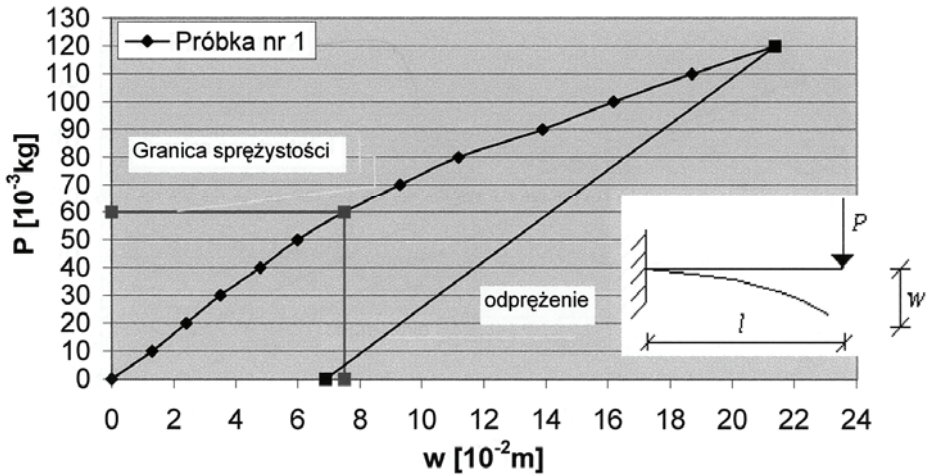
Rys. 4.24. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 5)
Fig. 4.24. Stress intensity for alder branches (sample no. 5)

Wykres naprężeń dla olchy
Średnica $D = 0,00805$ m



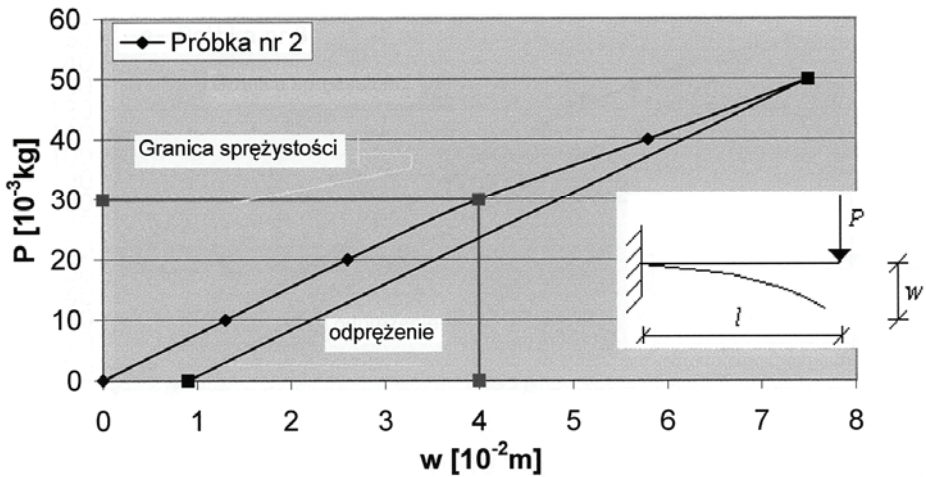
Rys. 4.25. Charakterystyka naprężeń dla gałązek olchy (próbka nr 6)
Fig. 4.25. Stress intensity for alder branches (sample no. 6)

Wykres naprężeń dla trzciny świeżej
Średnica $D_1 = 0,00885$ m, $D_2 = 0,00790$ m

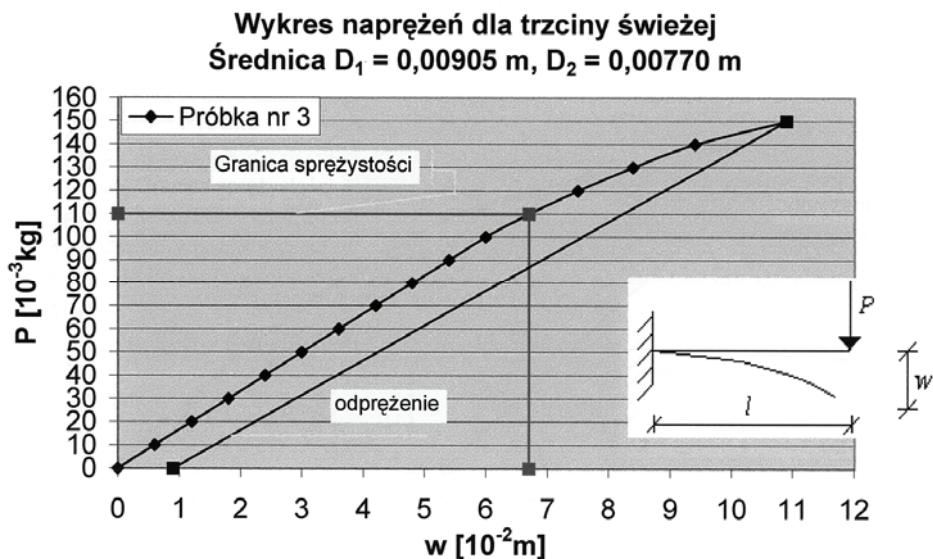


Rys. 4.26. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 1)
 Fig. 4.26. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 1)

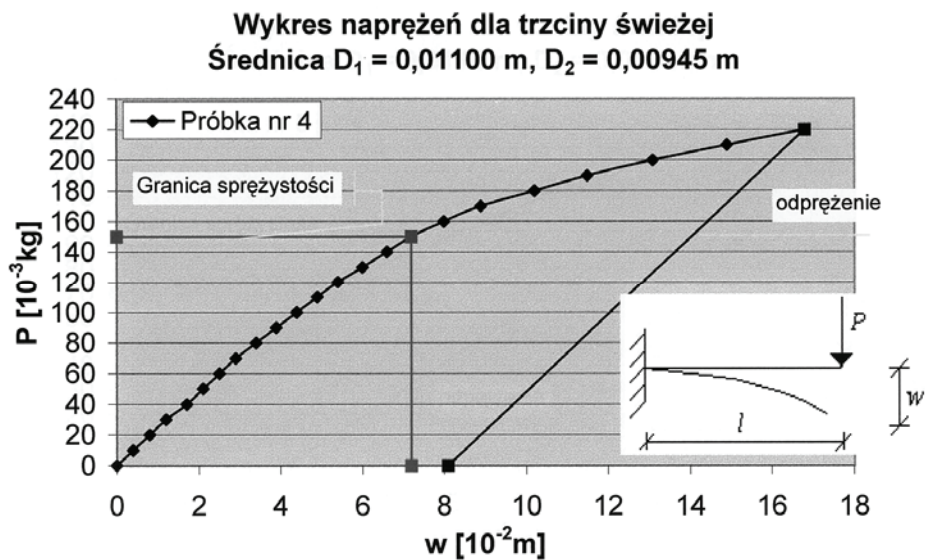
Wykres naprężeń dla trzciny świeżej
Średnica $D_1 = 0,00795$ m, $D_2 = 0,00675$ m



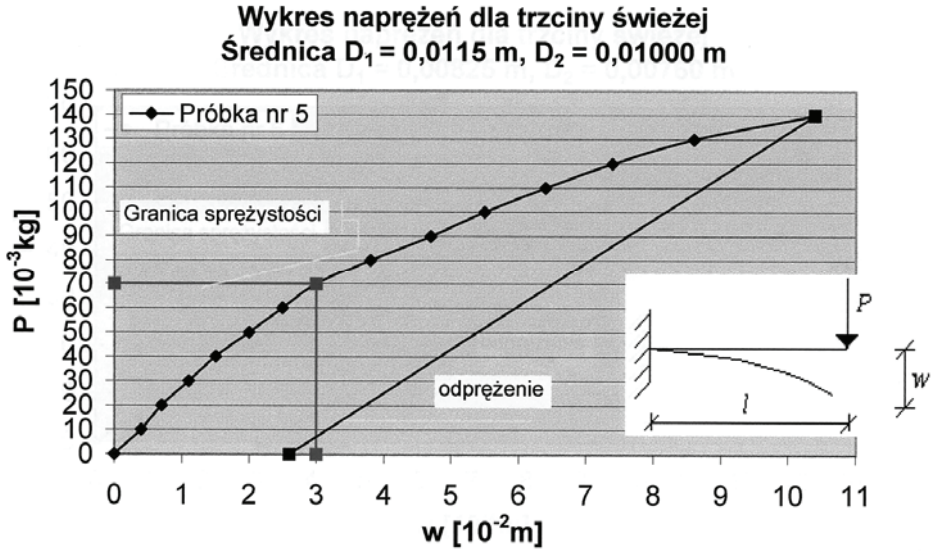
Rys. 4.27. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 2)
 Fig. 4.27. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 2)



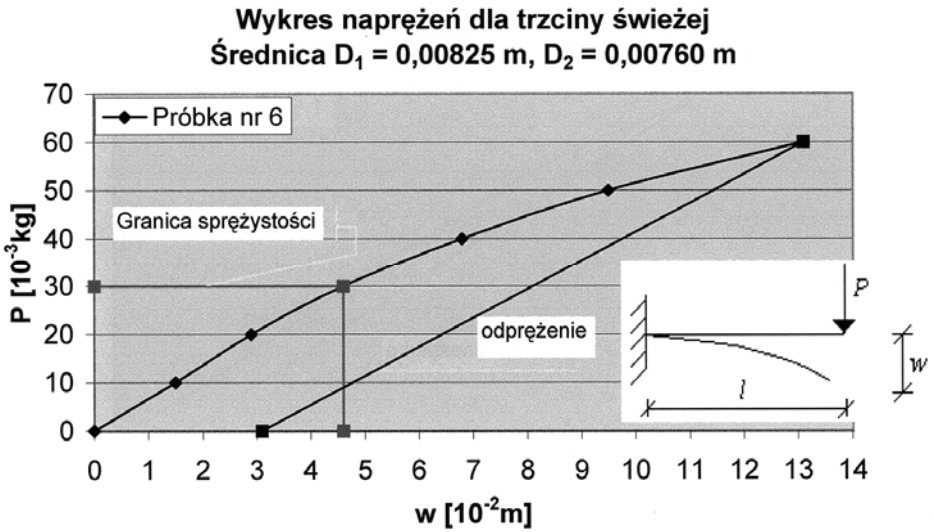
Rys. 4.28. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 3)
Fig. 4.28. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 3)



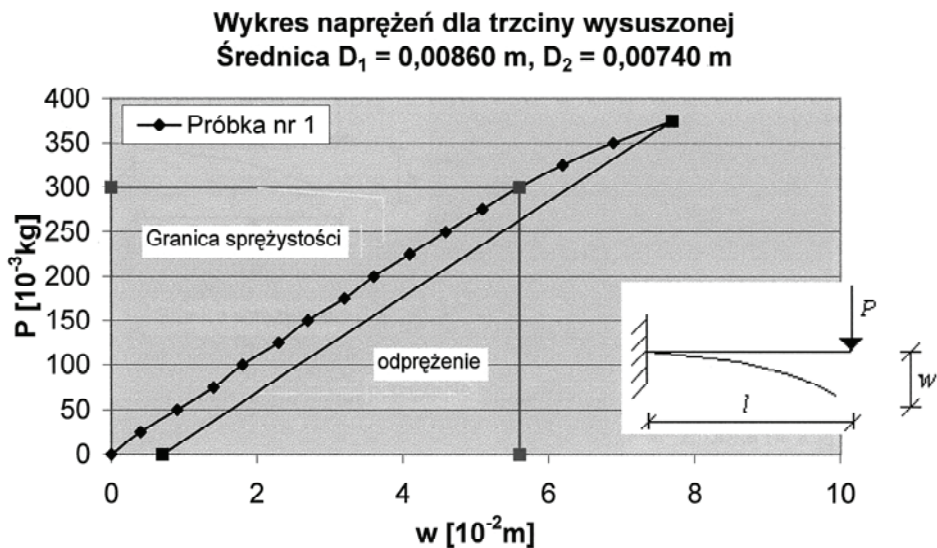
Rys. 4.29. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 4)
Fig. 4.29. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 4)



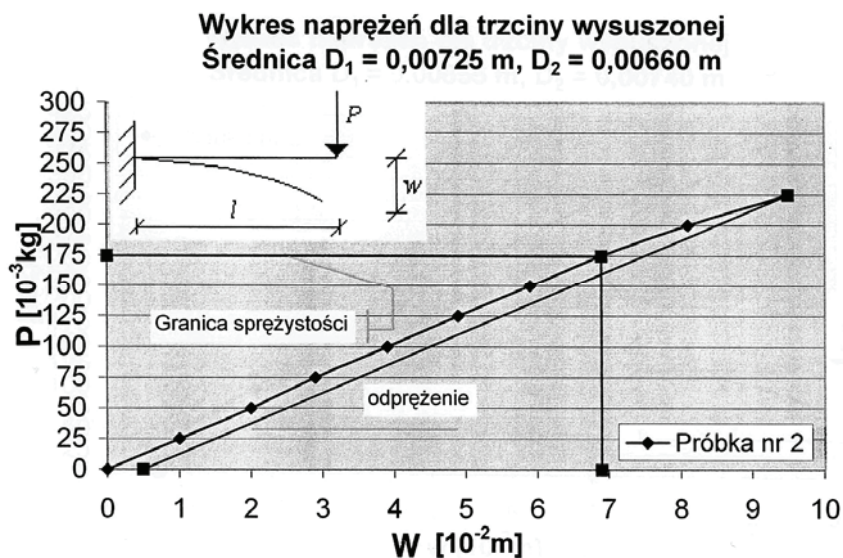
Rys. 4.30. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 5)
Fig. 4.30. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 5)



Rys. 4.31. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny świeżej (próbka nr 6)
Fig. 4.31. Stress intensity for fresh reed branches (sample no. 6)

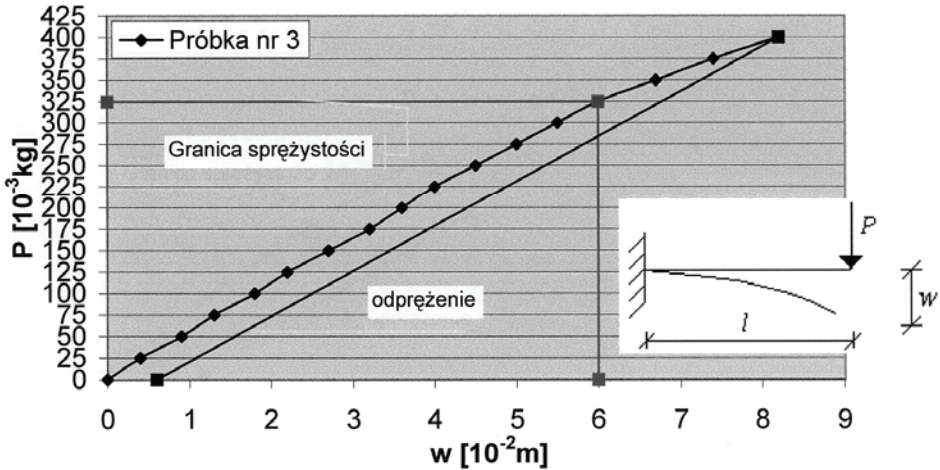


Rys. 4.32. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 1)
Fig. 4.32. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 1)



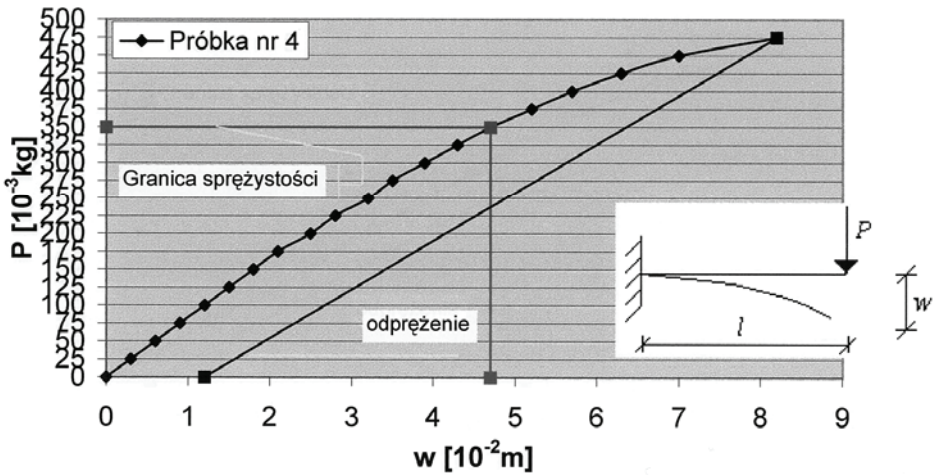
Rys. 4.33. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 2)
Fig. 4.33. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 2)

Wykres naprężeń dla trzciny wysuszonej
Średnica $D_1 = 0,00855$ m, $D_2 = 0,00740$ m



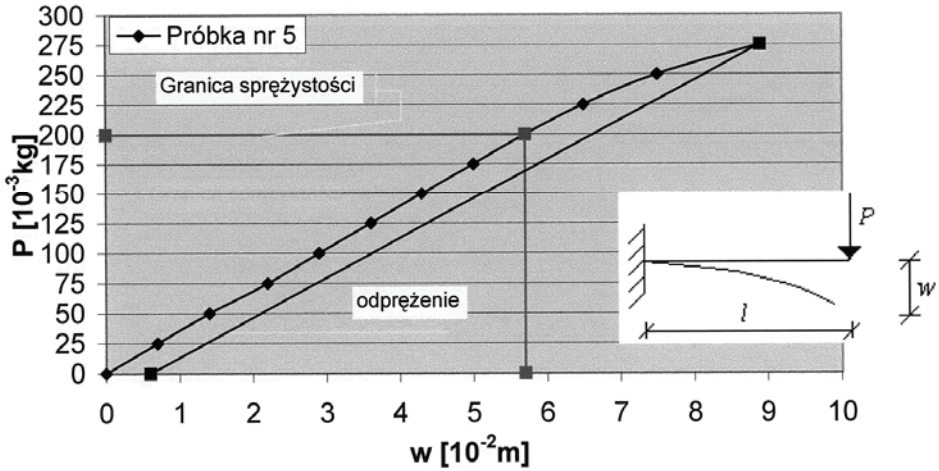
Rys. 4.34. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 3)
 Fig. 4.34. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 3)

Wykres naprężeń dla trzciny wysuszonej
Średnica $D_1 = 0,00970$ m, $D_2 = 0,00855$ m



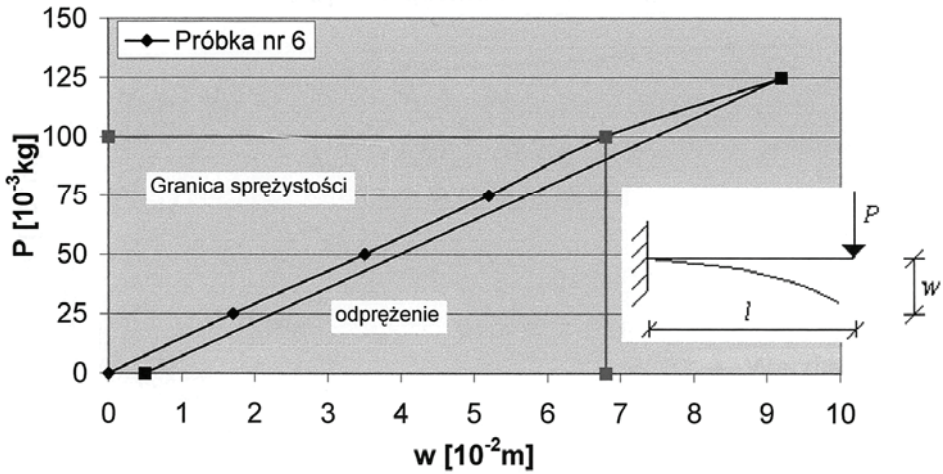
Rys. 4.35. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 4)
 Fig. 4.35. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 4)

Wykres naprężeń dla trzciny wysuszonej
Średnica $D_1 = 0,00765$ m, $D_2 = 0,00680$ m



Rys. 4.36. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 5)
 Fig. 4.36. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 5)

Wykres naprężeń dla trzciny wysuszonej
Średnica $D_1 = 0,00620$ m, $D_2 = 0,00545$ m

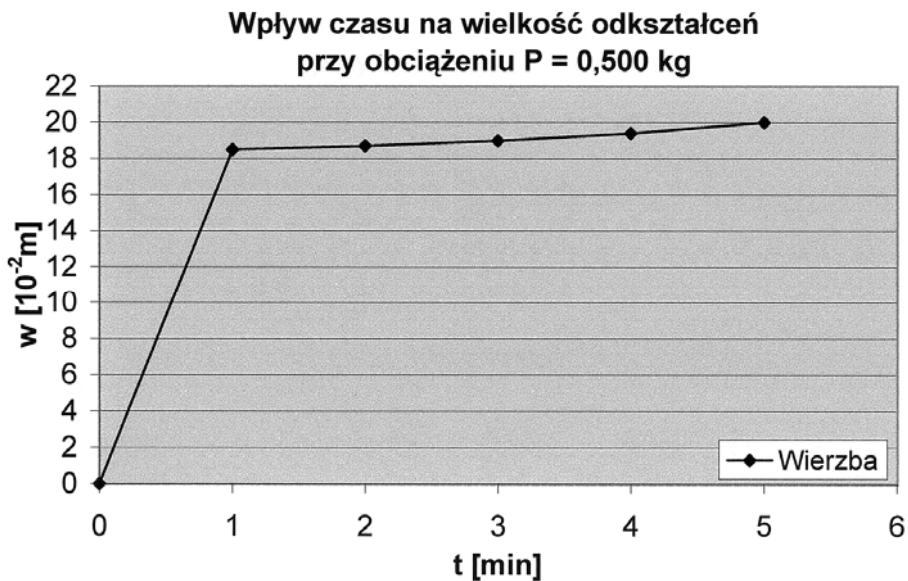


Rys. 4.37. Charakterystyka naprężeń dla gałązek trzciny wysuszonej (próbka nr 6)
 Fig. 4.37. Stress intensity for dried reed branches (sample no. 6)

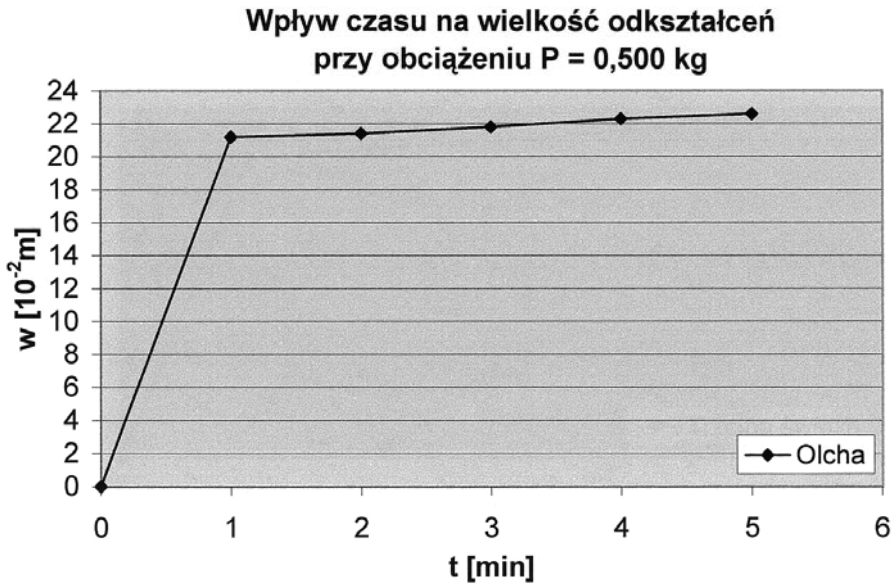
4.4.2. Wyznaczenie parametrów statycznych – wpływ czasu na wielkość odkształceń

W klasycznej liniowej teorii sprężystości przyjmuje się, że związki między stanem naprężenia i odkształcenia są liniowe i nie zależą od czasu. Wiadomo jednak, że szereg materiałów, w mniej lub bardziej wyraźny sposób, odbiega od przyjętych dla liniowej teorii sprężystości założeń i w równaniu stanu występuje nowy parametr – czas. Doświadczenia wykonane na szeregu materiałach wykazują, że po ich obciążeniu i pozostawieniu w takim stanie – odkształcenia rosną z czasem, natomiast przy odciążaniu – wraz z upływem czasu maleją.

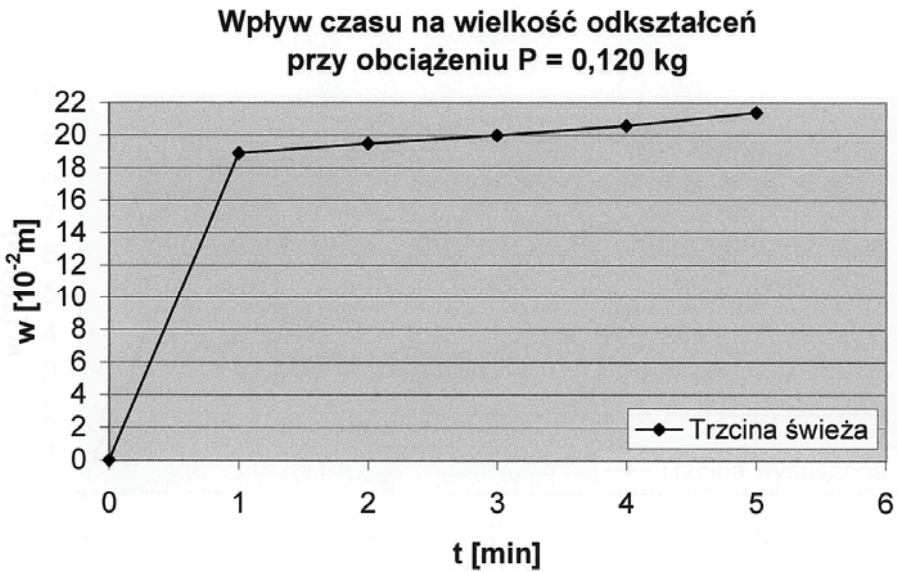
Dla wybranych próbek gałązek wierzby, olchy, trzciny świeżej i trzciny wysuszonej przeprowadzono pomiary sprawdzające wpływ czasu działania przyłożonej siły na wielkość odkształceń. Każdą z próbek obciążano masą 500 g przez czas 5 minut, mierząc wartość ugięcia rośliny w odstępach jednonominutowych. Wyniki badań ilustrują wykresy zamieszczone na rys. 4.38÷4.41 (str. 72÷74).



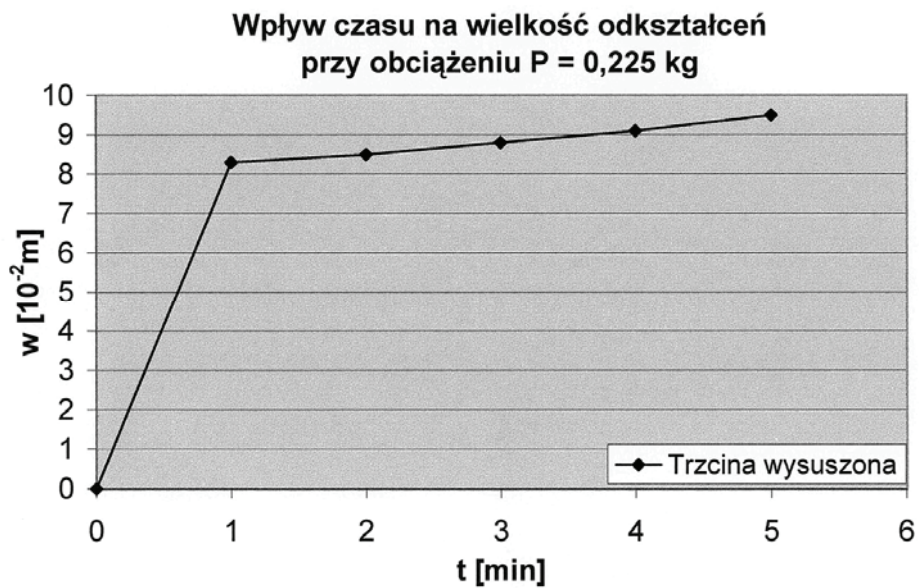
Rys. 4.38. Wpływ czasu na wielkość odkształceń dla badanych gałązek wierzby
Fig. 4.38. Influence of time on the size of strain for investigated samples of willow branches



Rys. 4.39. Wpływ czasu na wielkość odkształceń dla badanych gałązek olchy
Fig. 4.39. Influence of time on the size of strain for investigated samples of alder branches



Rys. 4.40. Wpływ czasu na wielkość odkształceń dla badanych gałązek trzciny świeżej
Fig. 4.40. Influence of time on the size of strain for investigated samples of fresh reed branches



Rys. 4.41. Wpływ czasu na wielkość odkształceń dla badanych gałązek trzciny wysuszonej
Fig. 4.41. Influence of time on the size of strain for investigated samples of dried reed branches

5. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań i ich analizy sformułowano następujące wnioski i spostrzeżenia:

1. Badane próbki elementów roślinnych w stanie naturalnym charakteryzowały się dużą wilgotnością. Na przykład wilgotność względna W_w świeżych próbek wierzby wynosiła ok. 60%, a po przesuszeniu spadła do ok. 8%. Jednocześnie współczynnik zmienności rozumiany jako miara jednorodności próby badawczej był generalnie mniejszy w przypadku roślin suchych niż w stanie naturalnym.

2. Własności mechaniczne badanych próbek zależały głównie od wilgotności oraz gatunku roślin. Przeciętna wartość modułu sprężystości dla wierzby w stanie naturalnym wynosiła ok. 4200 MPa. Po wysuszeniu wartość średniego modułu wzrosła do ok. 8000 MPa. Dla dwóch różnych próbek (pobrane z różnych krzewów) wartości te nieco się różniły (wilgotne – dla serii I – 4077 MPa i dla serii II – 4476 MPa, po wysuszeniu dla I serii 7380 MPa oraz dla serii II 8882 MPa). Wartości te są nieco wyższe niż podawane w literaturze dla suchych próbek wierzby białej – 7200 MPa.

3. Przedstawione wyniki doświadczeń związanych z badaniem podstawowych własności mechanicznych wybranych roślin wskazują na dużą naturalną zmienność parametrów nawet próbek pobranych w ramach tej samej rośliny. Współczynnik zmienności próbek świeżych dla serii I wynosił 0,52 a dla serii II 0,30. Po wysuszeniu wartości współczynnika zmienności zmniejszyły się do 0,43 dla serii I i 0,18 dla serii II.

4. Rośliny o przekrojach niepełnych (trzcina wysuszona, trzcina świeża) poddane działaniu sił zewnętrznych ulegają zniszczeniu (złamanie przekroju), natomiast rośliny o pełnym przekroju (wiklina, olszyna) odkształcają się, lecz nie łamią. Wyniki doświadczeń potwierdziły dużą naturalną zmienność parametrów nawet dla próbek pobranych w ramach tej samej rośliny. Współczynnik zmienności wahał się w niektórych przypadkach od wartości 0,18 do 0,52.

5. W kolejnych badaniach należy większą uwagę poświęcić parametrowi, który początkowo nie był brany pod uwagę, a okazał się ważny. Otóż, duże znaczenie ma czas trwania zjawiska. Doświadczenia wykonywane na różnych gatunkach roślin wykazują, że po obciążeniu i pozostawieniu w tym stanie próbek odkształcenia rosną wraz z upływem czasu. W przypadku odciążania – odkształcenia maleją z czasem. W tym aspekcie

wskazane byłyby badania zachowania się roślinności giętkiej poddanej np. długotrwałemu oddziaływaniu strumienia wody.

6. Znajomość wielkości odprężenia pozwoli przewidzieć, czy po przejściu fali powodziowej rośliny będą mogły powrócić do pierwotnego stanu, czy też zostaną złamane lub ugięte trwale pod pewnym kątem. Dostarczy to informacji, które rośliny porastające tereny zalewowe przetrwają przejście fali powodziowej i jaki będą one miały wpływ na parametry przepływu. W pracy przedstawione zostały wielkości odprężeń dla największych wartości przyłożonego obciążenia. Wynika z nich, że rośliny o pełnym przekroju (wierzba, olcha) po zdjęciu obciążenia posiadają większą niż rośliny o przekrojach niepełnych wartość odkształceń (elastyczność), co pozwala im na przetrwanie podczas długotrwałych zalewów.

7. W badaniach laboratoryjnych oporów przepływu wywołanych obecnością elementów roślinnych jako materiał badawczy lepiej prawdopodobnie sprawdzą się pręty z tworzywa sztucznego (brak wpływu wilgotności i większa jednorodność materiałowa). Trzeba jednak doświadczalnie dobrać materiał, którego moduł sprężystości będzie zbliżony do „roślinnego”. W przeprowadzonych badaniach wyselekcjonowano taki materiał w postaci pręta 1, którego moduł sprężystości wynosił około 3300 MPa, a więc był zbliżony do wierzby w stanie naturalnym. Współczynnik zmienności był niewielki i miał 0,04. Świadczy to o dużej zbieżności uzyskanych wyników przy różnych obciążeniach oraz jednorodności materiału, z którego wykonano pręt.

8. Próby generalnego potraktowania parametrów wytrzymałościowych naturalnej roślinności terenów zalewowych mogą prowadzić niekiedy do znacznych błędów; choćby ze względu na wpływ wilgotności na zmianę własności fizycznych i mechanicznych roślin, w tym szczególnie na elastyczność. Zaproponowane metody i stanowiska pomiarowe stanowią propozycję rozwoju metodyki takich badań w przypadku braku uregulowań normowych.

6. PIŚMIENICTWO

- Dąbkowski S.L., Pachuta K.: 1996. Roślinność i hydraulika koryt zarośniętych. Instytut Melioracji i Użytków Zielonych, Biblioteczka Wiadomości IMUZ, Falenty.
- Kałuża T., Tymiński T.: 2006. Określenie parametrów wytrzymałościowych naturalnej roślinności krzewiastej. IV Konferencja Naukowa „Bezpieczeństwo i trwałość budowli wodnych”, Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej we Wrocławiu, seria Inżynieria Środowiska XV, nr 534, Wydawnictwo AR Wrocław.
- Kałuża T., Mikołajczak H., Tymiński T.: 2005. Badania modułu sprężystości naturalnej roślinności krzewiastej. Seminarium „Wybrane zagadnienia hydrauliki wód śródlądowych”, Katedra Budownictwa Wodnego Akademii Rolniczej w Poznaniu (materiały seminaryjne).
- Kokociński W.: 2004. Drewno pomiary własności fizycznych i mechanicznych. Wydawnictwo Prodruk, Poznań.
- Kouwen N.: 1998. Field estimation of biomechanical properties of grass, *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 26, No. 5.
- Kouwen N., Ruh-Ming Li: 1980. Biomechanics of vegetative channel linings. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 104, No. HY6.
- Kubrak E., Marciszewska K., Dohojda M.: 2005. Małe ugięcie elementów elastycznych pod wpływem parcia dynamicznego wody. *Acta Scientiarum Polonorum, seria Architectura*, Zeszyt 4(2), Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Kutija V. Hoang Thi Minggh Hong: 1996. A numerical model for assessing the additional resistance to flow introduced by flexible vegetation. *Journal of Hydraulic Research* vol. 34, No. 1.
- Landau L., Lifszic E.: 1958. *Mechanika ośrodków ciągłych*. Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- Mikołajczak H.: 2005. Określenie modułu sprężystości elementów roślinnych. Katedra Budownictwa Wodnego Akademii Rolniczej w Poznaniu (maszynopis).
- PN-77/D-04100: Drewno. Oznaczenie wilgotności.
- PN-77/D-04101: Drewno. Oznaczenie gęstości.
- PN-63/D-04117: Fizyczne i mechaniczne własności drewna. Oznaczenie współczynnika sprężystości przy zginaniu.

- Rembeza L.: 2005. Odształcenia roślinności elastycznej pod wpływem działania parcia hydrodynamicznego. Materiały seminarium: Wybrane zagadnienia hydrauliki wód śródlądowych w ramach grantu KBN – 0734/P06/2003/25, Poznań, 8 grudnia 2005, Katedra Budownictwa Wodnego AR Poznań.
- Smirnow W.I.: 1963. Matematyka wyższa. Tom II. PWN, Warszawa.
- Timoshenko S.P., Gere J.M.: 1962. Teoria stateczności sprężystej. Arkady, Warszawa.

ANALYSIS OF IMPACT OF FLEXIBLE VEGETATION ON HYDRAULIC CONDITIONS OF FLOW IN VEGETATED CHANNELS

Part 1: Mechanical properties of elastic plants

S u m m a r y

Apart from hydrodynamic parameters, the influence of vegetation on flow conditions greatly depends on the plants species, plants development phase and geometric and mechanical properties. Amongst other mechanical properties, the key role is played by the flexibility (elasticity) of plants. This parameter makes the plants bend, to various degrees, under the force of flowing water. It is precisely this parameter, the modulus of elasticity, which determines the force required for bending. Its determination, in particular for flexible vegetation of the inter embankment zone, is crucial for forecasting the behaviour of vegetation and determining the hydrodynamic drag forces resulting from vegetation. This is also directly linked to the water table in the channel.

In the framework of a collaborative research project undertaken by the Institute of Environmental Engineering at Wrocław University of Environmental and Life Sciences and the Department of Hydro-Engineering at Agricultural University of Poznań, laboratory research has been carried out on biomechanical and hydraulic properties of flexible vegetation covering river valleys. Measurements were carried out for branches of willow, reed and alder, allowing for the determination of the modulus elasticity, modulus of non-dilatational strain as well as density and humidity. Further, mechanical properties of plastic rods were also investigated. Measurements were taken for plants both in their natural state and after drying.

Mechanical properties of samples under investigation mainly depended on the humidity and species of plants. Relative humidity of fresh willow branches was around 60%, with only ca. 8% after drying. Average modulus of elasticity for willow in its natural state was about 4200 MPa. After drying this value went up to ca. 8000 MPa. Under the influence of external force plants with hollow cross-section (dried reed, fresh reed) were destructed (breaking), whereas plants with solid cross-section (purple willow, alder) were bending but did not break. Experimental results confirmed considerable natural variability of parameters even within samples coming from a single plant. The coefficient of variability ranged between 0.18 and 0.52.

Moreover, research shows that the time during which force is applied is also of considerable importance. Experiments carried out on various species of plants prove that when plants are placed under strain and left in this state, the deformation increases with time. When the load is removed, the deformation will gradually decrease. Knowledge of the scope of relaxation allows for forecasting whether after a flood wave vegetation can return to its original state or is durably broken or bent under some angle and also what is the impact on flow parameters.

This work presents the relaxation values for maximum loads applied to plants. It appears that after the load is removed plants with solid cross-section of stem enjoy greater elasticity than that of plants with hollow stems, which allows for them to survive during long-lasting floods.

In laboratory research on drag due to vegetation the use of plastic rods is preferable (no influence of humidity and greater homogeneity of material). However, material must be chosen, by way of measurements, with the modulus of elasticity close to that of the plant. In the course of research a suitable material has been selected. Measurements of hydraulic parameters for both the clusters of artificial flexible vegetation and natural purple willow branches turned out to be comparable. This confirmed the appropriateness of the material chosen for simulations according to the mechanical properties criterion (*MEJ*).

The *MEJ* parameter can be used as a criterion to classify vegetation, for example in natural river regulation. It can also be used to determine the influence that a given type of vegetation and biological arrangement have on river dynamics. Lastly, results of research on mechanical properties of plants could prove useful in design of hydro-engineering structures.

KEY WORDS: rivers, shrubs, modulus of elasticity, vegetation stiffness, flow resistance of river with vegetation

ANALIZA WPŁYWU ROŚLINNOŚCI SPRĘŻYTEJ NA WARUNKI HYDRAULICZNE PRZEPIYWU W KORYTACH ZAROŚNIĘTYCH

Tom 1: Właściwości mechaniczne roślin giętkich

Streszczenie

Oddziaływanie roślin na warunki przepływu zależy w dużej mierze, oprócz parametrów hydrodynamicznych, również od gatunku roślin, ich fazy rozwojowej, cech geometrycznych i mechanicznych. Do ważniejszych cech mechanicznych zaliczyć należy sprężystość (elastyczność) roślin. Właściwość ta sprawia, że rośliny są w różnym stopniu pochylane przez płynącą wodę. To m.in. od wielkości modułu sprężystości zależy, jak dużej siły potrzeba, aby nastąpiło ugięcie. Poznanie tego parametru, zwłaszcza dla giętkiej roślinności średniej na międzywale, ma duże znaczenie przy przewidywaniu zachowania się roślinności i określaniu oporów hydrodynamicznych, które są stawiane przez zbiorowiska roślin płynącej wodzie. Ma to ścisły związek z położeniem zwierciadła wody w korycie.

W ramach wspólnego projektu badawczego w Instytucie Inżynierii Środowiska Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu i w Katedrze Budownictwa Wodnego Akademii Rolniczej w Poznaniu przeprowadzone zostały badania laboratoryjne właściwości biomechanicznych i hydraulicznych roślinności giętkiej porastającej doliny rzek. Wykonane pomiary dla gałązek wierzby, trzciny i olchy pozwoliły określić ich moduł sprężystości oraz moduł odkształcenia postaciowego, a także ich gęstość i wilgotność. Dodatkowo wykonano badania własności mechanicznych prętów z tworzyw sztucznych. Materiał stanowiły roślinny w stanie naturalnym oraz po przesuszeniu.

Własności mechaniczne badanych próbek zależały głównie od wilgotności oraz gatunku roślin. Wilgotność względna świeżych gałązek wierzby wynosiła ok. 60%, a po przesuszeniu spadła do ok. 8%. Przeciętna wartość modułu sprężystości dla wierzby w stanie naturalnym wynosiła ok. 4200 MPa. Po wysuszeniu wartość średniego modułu wzrosła do ok. 8000 MPa. Rośliny o przekrojach niepełnych (trzcina wysuszona, trzcina świeża) poddane działaniu sił zewnętrznych uległy zniszczeniu (złamanie przekroju), natomiast rośliny o pełnym przekroju (wiklina, olszyna) odkształcały się, lecz nie łamały. Wyniki doświadczeń potwierdziły dużą naturalną zmienność parametrów nawet próbek pobranych w ramach tej samej rośliny. Współczynnik zmienności próbek wahał się od wartości 0,18 do 0,52.

Badania pokazały również, że duże znaczenie ma czas trwania zjawiska. Doświadczenia wykonywane na różnych gatunkach roślin wykazują, że po obciążeniu próbek i pozostawieniu w tym stanie odkształcenia rosną wraz z upływem czasu. W przypadku odciążania – odkształcenia maleją z czasem. Znajomość wielkości odprężenia pozwala przewidzieć, czy po przejściu fali powodziowej rośliny będą mogły powrócić do pierwotnego stanu, czy też zostaną złamane lub ugięte trwale pod pewnym kątem i jaki będą one miały wpływ na parametry przepływu.

W pracy przedstawione zostały wielkości odprężeń dla największych wartości przyłożonego obciążenia. Wynika z nich, że rośliny o pełnym przekroju łodygi po zdjęciu obciążenia posiadają większą niż rośliny o przekrojach niepełnych wartość odkształceń (elastyczność), co pozwala im na przetrwanie podczas długotrwałych zalewów.

W badaniach laboratoryjnych oporów przepływu wywołanych obecnością elementów roślinnych jako materiał badawczy lepiej sprawdzają się pręty z tworzywa sztucznego (brak wpływu wilgotności i większa jednorodność materiałowa). Trzeba jednak poprzez badania dobrać taki materiał, którego moduł sprężystości będzie zbliżony do „roślinnego”. W przeprowadzonych badaniach wyselekcjonowano odpowiedni materiał. Porównywalne wyniki pomiarów hydraulicznych uzyskiwane dla poszczególnych wariantów skupisk sztucznej roślinności sprężystej oraz naturalnych gałęzi wikliny potwierdziły prawidłowość doboru materiału symulującego według kryterium właściwości mechanicznych (*MEJ*).

Parametr *MEJ* można wykorzystać również jako kryterium klasyfikacji roślinności np. w naturalnej regulacji rzek. Może on służyć do ustalania wpływu na hydraulikę rzeki, jaki niesie ze sobą wybór takiego a nie innego typu roślinności i sposobu zabudowy biologicznej. Wyniki badań nad cechami mechanicznymi roślin można także wykorzystywać przy projektowaniu elementów konstrukcji inżynierskich.

SŁOWA KLUCZOWE: rzeki, krzewy, moduł sprężystości, sztywność łodyg, opory przepływu