

PRACE NAUKOWE

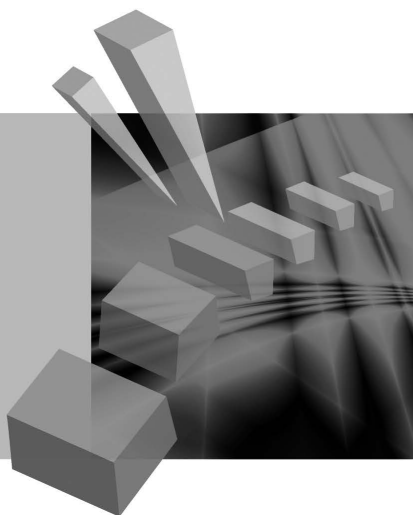
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

238

Zastosowania badań operacyjnych Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy

Ewa Konarzewska-Gubała



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-195-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

| | |
|------------|---|
| Wstęp..... | 9 |
|------------|---|

Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

| | |
|--|----|
| Tomasz Błaszczyk: Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów | 13 |
| Barbara Gładysz: Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań | 25 |
| Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proactive and reactive scheduling in practice..... | 34 |
| Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: A new method of project schedule levelling | 52 |
| Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych | 66 |
| Jerzy Michnik: Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami | 80 |

Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

| | |
|---|-----|
| Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej | 95 |
| Marek Kośny: Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu..... | 111 |
| Agnieszka Przybylska-Mazur: Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego | 120 |
| Agata Gluzicka: Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych | 131 |
| Ewa Michalska: Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji | 144 |
| Grzegorz Tarczyński: Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza..... | 153 |

Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji

| | |
|--|-----|
| Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węzle logistycznym | 173 |
| Mateusz Grzesiak: Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie | 186 |
| Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych | 197 |
| Piotr Miszczyński: Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa | 211 |

Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje

| | |
|---|-----|
| Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia | 231 |
| Michał Purczyński, Paulina Dolata: Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim | 246 |
| Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów | 263 |
| Jakub Brzostowski: Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie <i>Nego-Manage</i> poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego | 296 |

Część 5. Problemy metodologiczne

| | |
|--|-----|
| Helena Gaspars-Wieloch: Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia. | 313 |
| Dorota Górecka: Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych | 333 |
| Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych | 351 |
| Artur Prędko: Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego | 365 |
| Jan Schneider, Dorota Kuchta: A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem | 379 |

Summaries

Part 1. Project and innovation management

| | |
|--|----|
| Tomasz Błaszczuk: Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers | 24 |
| Barbara Gładysz: A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations | 33 |
| Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce | 51 |
| Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu | 64 |
| Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers | 79 |
| Jerzy Michnik: Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management | 92 |

Part 2. Financial decision-making

| | |
|---|-----|
| Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy | 110 |
| Marek Kośny: First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern | 119 |
| Agnieszka Przybylska-Mazur: Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting | 130 |
| Agata Gluzicka: Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes | 143 |
| Ewa Michalska: Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares | 152 |
| Grzegorz Tarczyński: Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models | 169 |

Part 3. Logistics, localization and recruitment problems

| | |
|---|-----|
| Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node | 185 |
| Mateusz Grzesiak: Application of transportation model for rationalization of water supply in the region | 196 |
| Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model of churn in the telecommunications market with network effects | 210 |

| | |
|--|-----|
| Piotr Miszczyński: The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company..... | 227 |
|--|-----|

Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations

| | |
|---|-----|
| Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wrocław city | 245 |
| Michał Purczyński, Paulina Dolata: Application of Data Envelopment Analysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry | 262 |
| Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Bertrand competition with switching cost..... | 295 |
| Jakub Brzostowski: Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution..... | 309 |

Part 5. Methodological problems

| | |
|---|-----|
| Helena Gaspars-Wieloch: The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it..... | 332 |
| Dorota Górecka: Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants | 350 |
| Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Some aspects of optimizing combined forecasts..... | 363 |
| Artur Prędko: Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models | 378 |
| Jan Schneider, Dorota Kuchta: Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka | 389 |

Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

HARMONOGRAMOWANIE PROJEKTÓW NA PODSTAWIE CHARAKTERYSTYK KOMPETENCJI – WRAŻLIWOŚĆ MODELU NA RÓŻNE ASPEKTY LICZB ROZMYTYCH

Streszczenie: Harmonogramowanie projektów, w których znaczącą rolę odgrywa zasób ludzki, wymaga uwzględnienia niepewności związanej z terminowym wykonaniem czynności przez poszczególnych pracowników charakteryzujących się różnym doświadczeniem i kompetencjami. W niniejszej pracy przeanalizowano problem harmonogramowania projektów z ograniczoną dostępnością zasobów, uwzględniający niepewność związaną z zasobami ludzkimi, za pomocą rozmytych charakterystyk kompetencji. Model został poddany analizie celem zbadania wrażliwości na wykorzystanie różnych typów liczb rozmytych oraz różnych podejść ich porównywania. Ponadto zaproponowano zmiany arytmetyki rozmytej w celu przezwyciężenia głównych niedoskonałości klasycznego, opartego na zasadzie rozszerzenia Zadeha, rachunku na liczbach rozmytych, a więc zwiększania się nieprecyzyjności wraz z kolejnymi działaniami.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie projektów, modelowanie kompetencji, logika rozmyta, liczby rozmyte, algorytmy genetyczne.

1. Wstęp

Harmonogramowanie jest kluczowym zadaniem planowania projektu, w którym określony zostaje terminarz projektu, budżet oraz wykonawcy konkretnych czynności. W celu zamodelowania niepewności związanej z harmonogramowaniem projektów obok najczęściej używanego podejścia probabilistycznego wykorzystywane jest także podejście rozmyte. W literaturze szeroko omówione są modele z rozmytymi parametrami czasu trwania czynności w sieciach CPM i PERT (m.in. [Chanas, Kam-burowski 1981; Mon i in. 1995; Chanas, Zieliński 2001a; Wang, Huang 2010]). Harmonogramowanie projektów, w których znaczącą rolę odgrywa zasób ludzki, wymaga uwzględnienia niepewności związanej z terminowym wykonaniem czynności przez poszczególnych pracowników charakteryzujących się różnym doświadczeniem i kompetencjami. Kompetencja, którą zdefiniować możemy jako wiedzę teoretyczną i umiejętności praktyczne, wyróżniające daną osobę określoną sprawnością

realizacji konkretnych czynności, nie posiada obiektywnej miary. Zależnie jednak od doświadczenia pracownika obserwujemy sytuację, w której faktyczny czas wykonania czynności jest mniejszy lub większy od czasu podanego przez eksperta. Rozpatrywany model, zaproponowany przez autorów w 2010 r. [Rutkowska, Urbaniak 2011], uwzględnia współczynniki kompetencji pracowników względem danego typu czynności określone liczbami rozmytymi. Zastosowanie liczb rozmytych wiąże się jednak z kwestią wyboru odpowiedniego typu liczb rozmytych do reprezentacji kompetencji oraz występowaniem różnych metod porównywania liczb rozmytych. Dodatkowy problem pojawia się w przypadku zastosowania klasycznej metody działań na liczbach rozmytych opartych na zasadzie rozszerzenia Zadeha (omówionej w kolejnym punkcie pracy). Każda kolejna operacja dodawania bądź odejmowania zwiększa znacząco nieprecyzyjność – nośnik liczby rozmytej przedstawiającej całkowity czas trwania projektu jest bardzo szerokim przedziałem. W niniejszym artykule podjęta zostanie próba analizy powyższych zagadnień.

2. Elementy teorii zbiorów rozmytych

2.1. Liczby rozmyte

Liczbę rozmytą będziemy rozumieli jako szczególny rodzaj zbioru rozmytego (zob. definicja 1), z kolei przez zbiór rozmyty A określony w przestrzeni X będziemy rozumieć funkcję $\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$. $\mu_A(x)$ to funkcja nazywana funkcją przynależności, określająca stopień przynależności elementu x do zbioru A .

Definicja 1

Liczbą rozmytą A nazywamy zbiór rozmyty osi rzeczywistej R , którego funkcja przynależności $\mu_A(x) : R \rightarrow [0,1]$ spełnia następujące warunki:

$$\sup_{x \in R} \mu_A(x) = 1 \quad (\text{normalność}) \text{ oraz}$$

$$\forall_{x,y \in X} \forall_{\lambda \in [0,1]} : \mu_A(\lambda * x + (1 - \lambda) * y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y)) \quad (\text{wypukłość}).$$

W badaniu zostanie wykorzystany szczególny przypadek liczb rozmytych, wprowadzonych przez Dubois i Prade [1978] – liczby rozmyte typu $L-R$.

Definicja 2

Liczbę rozmytą A nazywamy liczbą rozmytą typu $L-R$ wtedy i tylko wtedy, gdy jej funkcja przynależności μ_A przyjmuje postać:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{x-a}{b-a}\right) & \text{dla } x \in [a, b) \\ 1 & \text{dla } x \in [b, c] \\ R\left(\frac{d-x}{d-c}\right) & \text{dla } x \in (c, d] \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases},$$

gdzie L i R są ciągłymi, nierosnącymi funkcjami, określonymi na półprostej $[0, +\infty)$, niemalejącymi do zera w tych częściach swoich dziedzin, w których są dodatnie oraz spełniają następujące warunki $L(0) = R(0) = 0$ oraz $L(1) = R(1) = 1$. Przedział $[b, c]$ tworzy jądro¹, a $[a, d]$ – nośnik² zbioru (liczby) rozmytej.

Funkcje L i R są funkcjami kształtu, zwane również funkcjami bazowymi. W badaniu wykorzystujemy liczby, dla których obie funkcje: L i R są tego samego rodzaju (np. obie to funkcje liniowe). Liczbę typu LR zapisujemy w formie (a, b, c, d) .

W badaniu wykorzystane zostaną liczby:

- trapezowe – o funkcji przynależności

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a \leq x < b \\ 1 & \text{dla } b \leq x < c \\ \frac{x-d}{c-d} & \text{dla } c \leq x < d \\ 0 & \text{dla } x < a \text{ lub } x \geq d \end{cases},$$

- trójkątne – szczególny przypadek liczb trapezowych, w których $c = d$,
- liczby typu SZ o funkcji przynależności

$$\mu(x) = \begin{cases} 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2 & \text{dla } a < x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - \left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2 & \text{dla } \frac{a+b}{2} \leq x < b \\ 1 & \text{dla } b \leq x < c \\ 1 - \left(\frac{x-c}{d-c}\right)^2 & \text{dla } c \leq x < \frac{c+d}{2} \\ \left(\frac{x-d}{d-c}\right)^2 & \text{dla } \frac{c+d}{2} \leq x < d \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases}.$$

¹ Jądro (rdzeń) zbioru rozmytego A (*core*): $core(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 1\}$.

² Nośnik zbioru rozmytego A (*support*): $supp(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\}$.

2.2. Operacje na liczbach rozmytych

Podstawowe operacje na liczbach rozmytych można zdefiniować, stosując wspomnianą wcześniej zasadę rozszerzania Zadeha [1965]:

Twierdzenie 1 (zasada rozszerzania)

Dana niech będzie pewna dwuargumentowa operacja na liczbach rzeczywistych:

$$*: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$$

Ponadto niech A i B będą liczbami rozmytymi $A, B \subset \sim \mathbb{R}$, wtedy operację “*” można rozszerzyć na argumenty rozmyte A i B w następujący sposób:

$$\mu_c(z) = \sup_{x*y=z} \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}.$$

W badaniu zostaną wykorzystane trzy metody dodawania i odejmowania liczb rozmytych. W każdym z przypadków zakładamy, że $A = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, $B = (a_2, b_2, c_2, d_2)$.

1. Podstawowe operacje algebraiczne dotyczące liczb LR przedstawione są w [Dubois, Prade 1978]. Operacje definiuje się tam następująco:

– dodawanie

$$A + B = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2),$$

– odejmowanie

$$A - B = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2),$$

– mnożenie przez skalar

$$\lambda A = (\lambda a, \lambda b, \lambda c, \lambda d), \text{ dla } \lambda > 0.$$

Zastosowanie powyższej arytmetyki prowadzi do znaczącego zwiększenia się nośnika (określa się powyższe operatory jako pesymistyczne), co w przypadku badanego modelu powoduje, że całkowity możliwy czas trwania projektu staje się szerokim przedziałem trudnym w interpretacji dla kierownika projektu. W związku z tym, celem uniknięcia wzrostu nieprecyzyjności wyniku, w badaniu wykorzystane zostaną również następująco zdefiniowane działania, zaproponowane w [Bonnal i in. 2004]:

2. Metoda nazywana w dalszej części metodą parametryczną:

$$A + B = (b_1 + b_2 - ((b_1 - a_1)^q + (b_2 - a_2)^q)^{1/q}, b_1 + b_2, c_1 + c_2, c_1 + c_2 + ((d_1 - c_1)^q + (d_2 - c_2)^q)^{1/q}$$

$$A - B = (b_1 - c_2 - ((b_1 - a_1)^q + (d_2 - c_2)^q)^{1/q}, b_1 - c_2, c_1 - b_2, c_1 - b_2 + ((d_1 - c_1)^q + (b_2 - a_2)^q)^{1/q}$$

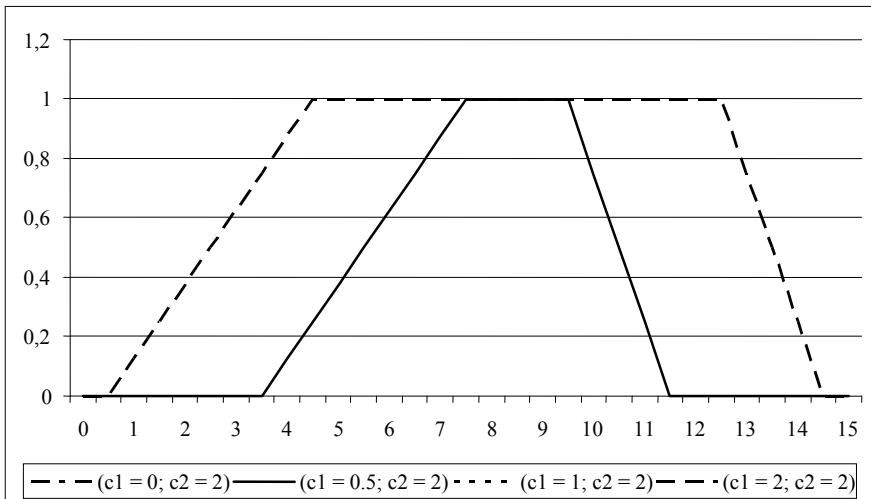
dla $q > 1$.

3. Przy założeniu, że nieprecyzyjność wyniku powinna być co najmniej równa najbardziej nieprecyzyjnemu argumentowi, zaproponowano następujące operatory

(metoda nazywana w dalszej części metodą alternatywną). Niech $A + B = (z_1, z_2, z_3, z_4)$ oraz $A - B = (w_1, w_2, w_3, w_4)$. Wówczas:

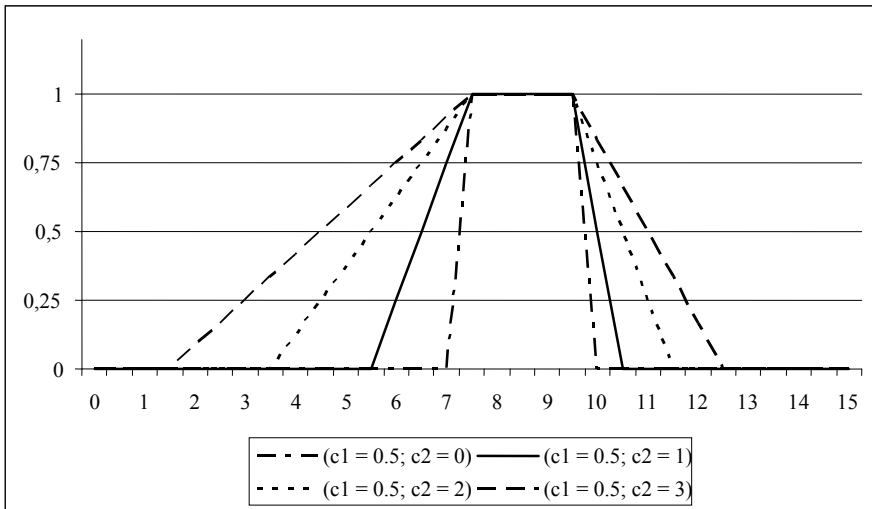
$$\begin{aligned} z_1 &= z_2 - \max\{b_1 - a_1, b_2 - a_2\} \times c_1, \\ z_2 &= \frac{1}{2}(b_1 + c_1 + b_2 + c_2) - \max\{c_1 - b_1, c_2 - b_2\} \times c_2, \\ z_3 &= \frac{1}{2}(b_1 + c_1 + b_2 + c_2) + \max\{c_1 - b_1, c_2 - b_2\} \times c_2, \\ z_4 &= z_3 + \max\{d_1 - c_1, d_2 - c_2\} \times c_1, \\ w_1 &= w_2 - \max\{b_1 - a_1, d_2 - c_2\} \times c_1, \\ w_2 &= \frac{1}{2}(b_1 + c_1 - b_2 - c_2) - \max\{c_1 - b_1, c_2 - b_2\} \times c_2, \\ w_3 &= \frac{1}{2}(b_1 + c_1 - b_2 - c_2) + \max\{c_1 - b_1, c_2 - b_2\} \times c_2, \\ w_4 &= w_3 + \max\{d_1 - c_1, b_2 - a_2\} \times c_1. \end{aligned}$$

We wszystkich powyższych wzorach c_1 oraz c_2 oznaczają parametry sterujące szerokością jądra (c_1) oraz nośnika (c_2) wynikowego zbioru rozmytego. Wyniki dodawania liczb $(1, 2, 3, 4)$ oraz $(3, 5, 7, 8)$ z zastosowaniem różnych wartości parametrów c_1 oraz c_2 przedstawiają rysunki 1 i 2.



Rys. 1. Dodawanie liczb rozmytych przy użyciu metody (3) ze zmiennymi wartościami parametru c_1

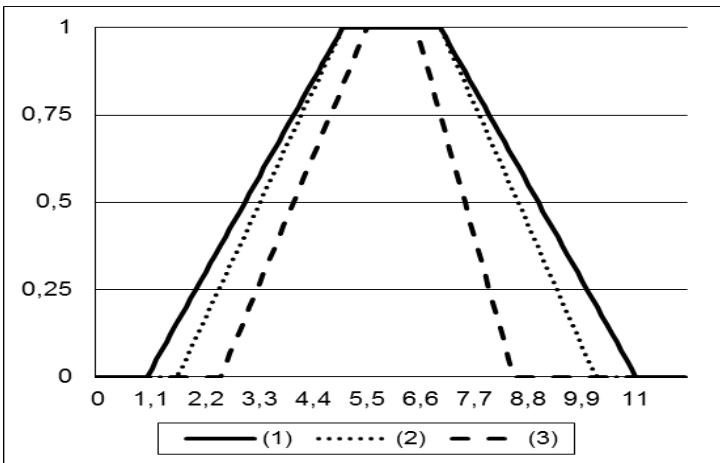
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Dodawanie liczb rozmytych przy użyciu metody (3) ze zmiennymi wartościami parametru c_2

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3 przedstawia wyniki dodawania liczb $A = (1,2,3,5)$ i $B = (0,3,4,6)$ z zastosowaniem trzech metod, dla $q = 1,5$, $c_1 = 0,5$, $c_2 = 1$.



Rys. 3. Dodawanie liczb rozmytych z użyciem metod (1)-(3)

Źródło: opracowanie własne.

2.3. Porównywanie liczb rozmytych

W celu zbadania wrażliwości modeli ze względu na sposób porównywania liczb rozmytych zastosowano następujące metody:

- metodę środka ciężkości, w której porównanie liczb rozmytych A_i i A_j , o nośniku $\langle a, b \rangle$, sprowadza się do porównania wartości $F(A_i)$ i $F(A_j)$, gdzie

$$F(A) = \frac{\int_a^b x \mu_A(x) dx}{\int_a^b \mu_A(x) dx};$$

- metodę zaproponowaną przez Yagera [1980] w oparciu o odległość Hamminga, w której porównywanie liczb A_i i A_j wynika z porównania liczb rzeczywistych $G(A_i)$, $G(A_j)$, określonych wzorem:

$$G(A) = \int_0^a \left| \frac{x}{a} - \mu_A(x) \right| dx, \text{ gdzie } a = \sup\{x : x \in \text{supp}(A)\},$$

przy czym $A_i \geq A_j \Leftrightarrow G(A_i) \leq G(A_j)$;

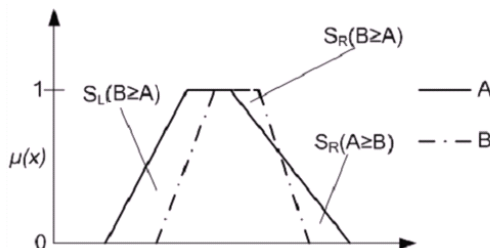
- metodę obszarów kompensacji zaproponowaną w [Roubens 1990]. Poprzez $S_L(A_i \geq A_j)$ ($S_R(A_i \geq A_j)$) określamy obszar lewostronny (prawostronny), na którym A_i jest większe od odpowiedniej części zbioru A_j . W metodzie porównujemy te obszary za pomocą funkcji:

$$C^* : F(R) \times F(R) \rightarrow R^+$$

$$(A_i, A_j) \rightarrow C^*(A_i \geq A_j)$$

$$C^*(A_i \geq A_j) = \begin{cases} \frac{1}{2} [S_L(A_i \geq A_j) + S_R(A_i \geq A_j) - S_L(A_j \geq A_i) - S_R(A_j \geq A_i)], & \text{gdy dodatnie} \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases}$$

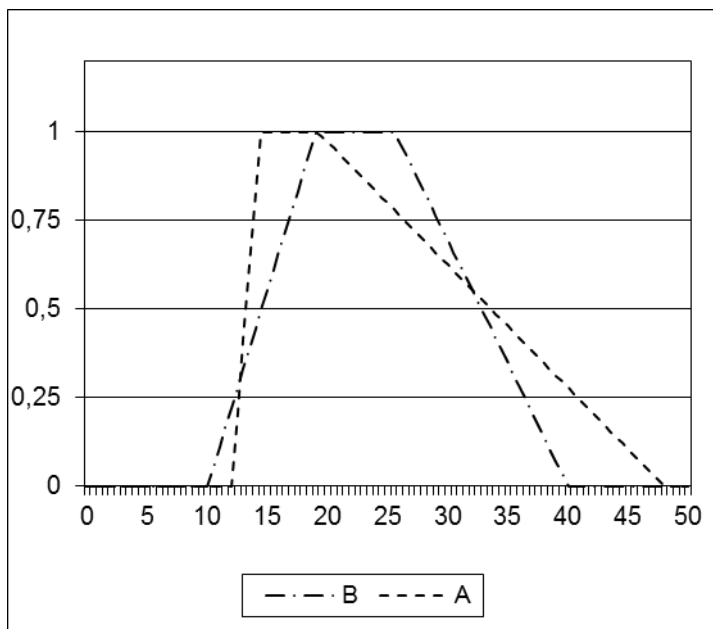
gdzie $F(R)$ – rodzina liczb rozmytych. W przypadku gdy funkcja przyjmuje wartości większe od 0, wnioskujemy, że liczba A_i jest większa od A_j . Więcej o metodzie kompensacji obszarów w [Rutkowska, Urbaniak 2011].



Rys. 4. Porównywanie liczb rozmytych – metoda kompensacji obszarów

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 5 przedstawiono liczby $A = (12.00, 14.40, 19.20, 48.00)$ i $B = (10.00, 19.00, 25.60, 40.00)$, dla których według metod porównywania Yagera oraz środka ciężkości $A > B$, a według metody obszarów kompensacji $A < B$.



Rys. 5. Przykładowe liczby A i B dające różne wyniki porównań zależnie od wybranej metody

Źródło: opracowanie własne.

3. Harmonogramowanie na podstawie rozmytych charakterystyk kompetencji

Projekt w rozumieniu omawianego modelu jest charakteryzowany przez:

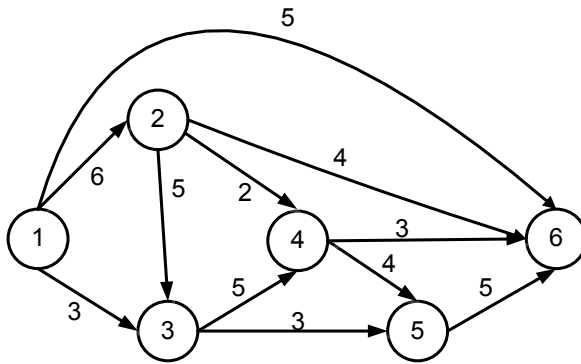
- zbiór odnawialnych zasobów R , złożony z n pracowników posiadających różne kompetencje; w danym momencie każdy z nich może być zaangażowany w wykonanie maksymalnie jednej czynności;
- zbiór czynności do wykonania Z złożony z m czynności (każda z nich ma przydzielony przez eksperta oczekiwany czas trwania t_i), czynności te, raz rozpoczęte, wykonywane są bez przerwania;
- relacje poprzedzania (zdefiniowane poprzez graf AOA – *activity on arc*);
- zbiór miar ocen projektu C – w rozpatrywanym przypadku jest to minimalizacja czasu trwania projektu.

Harmonogramowanie polega na takim przydzieleniu pracowników (rozpatrywanym w czasie) ze zbioru R do czynności ze zbioru Z , aby wszystkie zostały wykona-

ne przy zachowaniu ograniczeń kolejnościowych i zminimalizowaniu całkowitego czasu trwania projektu. Rzeczywisty czas trwania czynności Z_i jest przy tym określony poprzez iloczyn czasu oczekiwanego t_i i liczbę rozmytą charakteryzującą kompetencję pracownika j do wykonania czynności Z_i .

4. Doświadczenie

Przeprowadzono doświadczenie polegające na rozwiązaniu zadania RCPS dla przykładowego, uproszczonego projektu, zobrazowanego siecią na rys. 1 (czynności przedstawione są na łukach grafu z oznaczeniem czasu ich trwania). Projekt składa się z 11 czynności powiązanych między sobą relacją poprzedzania.



Rys. 6. Sieć projektu użyta w doświadczeniu

Źródło: opracowanie własne.

Czynności należy przyporządkować pracownikom o różnych doświadczeniach scharakteryzowanych przez rozmyte charakterystyki kompetencji. W zadaniu podstawowym harmonogramowano projekt dla trzech pracowników, z których pierwszego charakteryzuje średnie doświadczenie, drugiego małe, a trzeciego duże doświadczenie. Charakterystyki kompetencji pracowników zamieszczono w tab. 1. W następnym kroku zostanie zbadany również wpływ zmiany ilości lub doświadczenia pracowników na ogólny czas ukończenia projektu.

Tabela 1. Rozmyte charakterystyki kompetencji pracowników

| Nr pracownika | Rozmyte współczynniki kompetencji | | | |
|---------------|-----------------------------------|-----|-----|-----|
| 1 | 0,5 | 0,8 | 1,1 | 2,0 |
| 2 | 0,5 | 1,3 | 1,7 | 2,0 |
| 3 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 2,0 |

Źródło: opracowanie własne.

W celu zbadania wpływu metody porównywania liczb rozmytych na uzyskane wyniki rozpatrzono i porównano trzy metody: środka ciężkości (oznaczona: CoG), Yagera (oznaczona: Y) oraz obszarów kompensacji (oznaczona: CA). Obliczenia wykonano dla liczb trapezowych oraz typu SZ o tych samych rdzeniach i nośnikach (jako punkty charakterystyczne zastosowano współczynniki z tab. 1), jak również dla trójkątnych i typu SZ (o takich samych nośnikach i rdzeniu obliczonym jako średnia arytmetyczna rdzenia z tab. 1). Następnie dla wybranej metody porównywania wykonano obliczenia dla różnych metod dodawania liczb rozmytych. W przypadku arytmetyki (2) współczynnik $q = 2$, w (3) przypadku odpowiednio $c_1 = 0,5$, $c_2 = 1$.

5. Wyniki i wnioski

Tabele 2 i 3 przedstawiają rozwiązanie zadania minimalizacji czasu trwania projektu w zależności od użytych różnych funkcji bazowych dla rozmytych kompetencji oraz różnych metod porównywania liczb rozmytych.

Niezależnie od wybranej metody i funkcji bazowej czasu alokacji pracowników różnią się nieznacznie, a minimalny czas trwania projektu w każdym przypadku został określony na (10.50, 12.60, 16.80, 42.00) dla współczynników kompetencji pracowników z tab. 1 lub (10.50, 14.70, 14.70, 42.00) dla charakterystyk z jednopunktowym jądrem. Zmiana sposobu porównania wpływa jednak wyraźnie na czas poszukiwania rozwiązania (tab. 4). Najbardziej czasochłonna okazała się metoda zaproponowana przez Yagera, a najszybsza metoda obszarów kompensacji. Z tego powodu to właśnie tę metodę wykorzystano przy badaniu kolejnych zależności. Tabela 5 przedstawia czas trwania projektu w zależności od tego, jak doświadczonych i ilu pracowników zatrudnimy w projekcie. Numery 1, 2, 3 oznaczają współczynniki kompetencji z tab. 1. Dodanie do projektu kolejnego lub dwóch kolejnych pracowników (1,2,3x lub 1,2,3,x,x) nie skróci czasu jego trwania. Istotna jest obecność najbardziej doświadczonego pracownika – zabranie jego z projektu spowoduje wydłużenie się czasu jego trwania do (10.50, 24.80, 32.70, 42.00), nawet zastąpienie go dwoma mniej doświadczonymi pracownikami wydłuża czas projektu do (10.00, 19.00, 25.60, 40.00). Rozpatrywany przykład projektu jest na tyle „prosty”, że przydzielenie dwóch doświadczonych pracowników do jego wykonania jest zbędne (3,3,2 lub 3,3,2), ponieważ nie skróci czasu trwania projektu. Najdłuższy minimalny czas trwania projektu otrzymamy, przydzielając do projektu trzech najmniej doświadczonych pracowników (2,2,2).

Wyznaczony czas trwania projektu (10.50, 12.60, 16.80, 42.00) sugeruje, że możliwe (choć w niewielkim stopniu) jest zakończenie projektu zarówno po 11 dniach pracy, jak i po 41 dniach. Tak szeroki nośnik liczby wydaje się mało przydatny kierownikowi projektu, dlatego zbadano alternatywne sposoby dodawania liczb rozmytych. Tabela 6 zawiera wyniki działania algorytmu dla różnych arytmetyk. Sposób dodawania liczb nie wpłynął na alokację pracowników, jednak zmienił liczbę reprezentującą czas trwania projektu. Porównując czas trwania projektu obli-

Tabela 2. Alokacja pracowników do czynności w wyznaczonych rozwiązaniach

| Zadanie | Liczby trapezowe | | | Liczby typu SZ (trapezowe) | | |
|--------------|------------------|-----|---|----------------------------|-----|---|
| | CA | CoG | Y | CA | CoG | Y |
| c1 = (1, 2) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c2 = (1, 3) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| c3 = (1, 6) | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| c4 = (2, 3) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c5 = (2, 4) | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| c6 = (2, 6) | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| c7 = (3, 4) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c8 = (3, 5) | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| c9 = (4, 5) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c10 = (4, 6) | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| c11 = (5, 6) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Alokacja pracowników do czynności w wyznaczonych rozwiązaniach

| Zadanie | Liczby trójkątne | | | Liczby typu SZ (trójkątne) | | |
|--------------|------------------|-----|---|----------------------------|-----|---|
| | CA | CoG | Y | CA | CoG | Y |
| c1 = (1, 2) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c2 = (1, 3) | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| c3 = (1, 6) | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| c4 = (2, 3) | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| c5 = (2, 4) | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| c6 = (2, 6) | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| c7 = (3, 4) | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 |
| c8 = (3, 5) | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 |
| c9 = (4, 5) | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 |
| c10 = (4, 6) | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| c11 = (5, 6) | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Czas trwania projektu w zależności od wykorzystanego typu rozmytej charakterystyki kompetencji i sposobu porównywania liczb rozmytych

| Typ porównywania | Czas trwania projektu [liczba rozmyta charakteryzująca roboczo] | | | | Czas wykonania algorytmu [s] |
|----------------------------|---|-------|-------|-------|------------------------------|
| Liczby trapezowe | | | | | |
| CA | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 1 |
| CoG | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 52 |
| Y | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 83 |
| Liczby typu SZ (trapezowe) | | | | | |
| CA | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 2 |
| CoG | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 50 |
| Y | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 | 117 |
| Liczby trójkątne | | | | | |
| CA | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 1 |
| CoG | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 59 |
| Y | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 82 |
| Liczby SZ (trójkątne) | | | | | |
| CA | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 1 |
| CoG | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 72 |
| Y | 10.50 | 14.70 | 14.70 | 42.00 | 123 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Czas trwania projektu w zależności od doświadczenia wybranych do projektu pracowników

| Konfiguracja pracowników | Czas trwania projektu | | | |
|--------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|
| 1,2,3 | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 |
| 1,2,3,x ³ | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 |
| 1,2,3,x,x ⁴ | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 |
| 1,2,2,2 | 10.00 | 19.00 | 25.60 | 40.00 |
| 1,2 | 10.50 | 24.80 | 32.70 | 42.00 |
| 1,3 | 12.00 | 14.40 | 19.20 | 48.00 |
| 2,3 | 13.00 | 15.60 | 20.80 | 52.00 |
| 1,2,2 | 10.00 | 19.00 | 25.60 | 40.00 |
| 1,2,1 | 10.50 | 16.80 | 23.10 | 42.00 |
| 2,2,1 | 10.00 | 19.00 | 25.60 | 40.00 |
| 2,2,2 | 10.50 | 27.30 | 35.70 | 42.00 |
| 2,2,3 | 10.00 | 16.20 | 21.40 | 40.00 |
| 1,1,3 | 10.00 | 16.20 | 21.40 | 40.00 |
| 1,1,1 | 10.50 | 16.80 | 23.10 | 42.00 |
| 3,3,2 | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 |
| 3,3,1 | 10.50 | 12.60 | 16.80 | 42.00 |

Źródło: opracowanie własne.

³ Niezależnie od doświadczenia dodatkowego pracownika (ten sam wynik dla $x=1$, $x=2$ i $x=3$).

⁴ Jak wyżej.

Tabela 6. Alokacje pracowników oraz czasy trwania projektu w zależności od użytej arytmetyki

| | (1) | (2) | (3) |
|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | (10.50, 12.60, 16.80, 42.00) | (11.23, 13.20, 17.80, 28.94) | (12.80, 14.60, 16.40, 22.40) |
| $c1 = (1, 2)$ | 3 | 3 | 3 |
| $c2 = (1, 3)$ | 1 | 1 | 1 |
| $c3 = (1, 6)$ | 2 | 1 | 2 |
| $c4 = (2, 3)$ | 3 | 3 | 3 |
| $c5 = (2, 4)$ | 2 | 2 | 1 |
| $c6 = (2, 6)$ | 2 | 1 | 1 |
| $c7 = (3, 4)$ | 3 | 3 | 3 |
| $c8 = (3, 5)$ | 1 | 2 | 2 |
| $c9 = (4, 5)$ | 3 | 3 | 3 |
| $c10 = (4, 6)$ | 2 | 2 | 2 |
| $c11 = (5, 6)$ | 3 | 3 | 3 |

Źródło: opracowanie własne.

czonego metodą (1) i (3), widzimy, że parametr a (lewy koniec nośnika) w metodzie (3) zbliżony jest do lewego końca rdzenia otrzymanego metodą (1), natomiast końce rdzenia (parametry c) są w obu przypadkach podobne. Zastosowanie alternatywnych propozycji arytmetyki pociąga za sobą dwa problemy. Pierwszy wiąże się z doбором odpowiednich parametrów do tych metod, drugi z interpretacją otrzymanego wyniku. Dlatego lepszym wyborem wydaje się pozostanie przy klasycznej arytmetyce i przedstawienie dodatkowo wyostrzonego wyniku prezentującego wartość oczekiwaną czasu trwania projektu.

6. Zakończenie

Powyższe wyniki wskazują, że przedstawiony model dobrze spełnia zadania systemu wspomagania decyzji kierowników projektu bez względu na kwestie związane z rozmytością. Nie odnaleziono znaczących zmian w alokacji pracowników w zależności od sposobu porównywania i kształtu liczb rozmytych. Najbardziej kompetentny pracownik otrzymał wszystkie czynności „krytyczne” – wąskie gardła sieci projektu niezależnie od rozpatrywanego przypadku. Istotność złożoności obliczeniowej w praktyce skłania do wyboru najprostszycy metod. Doświadczenie pokazało, że algorytm umożliwia również rozpatrzenie w prosty sposób różnych wariantów liczby i doświadczenia zatrudnionych w projekcie pracowników.

Literatura

- Bonnal P., Gourc D., Lacoste G. [2004], *Where do we stand with fuzzy project scheduling?*, "Journal of Construction Engineering and Management", vol. 30.
- Chanas S., Kamburowski J. [1981], *The use of fuzzy variables in pert*, "Fuzzy Sets and Systems", vol. 5, s. 11–19.
- Chanas S., Zieliński P. [2001a], *Critical path analysis in the network with fuzzy activity times*, "Fuzzy Sets and Systems", vol. 122, s. 195–204.
- Chanas S., Zieliński P. [2001b], *Use of fuzzy numbers in project risk assessment*, "International Journal of Project Management", vol. 19, s. 305–310.
- Dubois D., Prade H. [1978], *Operations on fuzzy numbers*, "Int. J. Systems Sciences", vol. 9.
- Mon D.L., Cheng C.H., Lu H.C. [1995], *Application of fuzzy distributions on project management*, "Fuzzy Sets and Systems", vol. 73, s. 227–234.
- Roubens M. [1990], *Inequality constraints between fuzzy numbers and their use in mathematical programming*, [in:] *Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty*, ed. R. Slowinski, J. Teghem, Kluwer, Dordrecht.
- Rutkowska A., Urbaniak M. [2011], *Harmonogramowanie projektu z ograniczoną dostępnością zasobów na podstawie rozmytej charakterystyki kompetencji*, [w:] *Metody i zastosowania badań operacyjnych '10*, red. M. Nowak, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- Wang X., Huang W. [2010], *Fuzzy Resource-Constrained Project Scheduling Problem for Software Development*, "Wuhan University Journal of Natural Sciences", vol. 15, s. 25–30.
- Yager R.R. [1980], *On choosing between fuzzy subsets*, "Kybernetes" 9.
- Zadeh L. [1965], *Fuzzy sets*, "Information Control" 8.

PROJECT SCHEDULING USING FUZZY CHARACTERISTICS OF COMPETENCE – SENSITIVITY OF THE MODEL TO THE USE OF DIFFERENT ASPECTS OF FUZZY NUMBERS

Summary: Scheduling projects with a significant role of human resource, requires consideration of the uncertainty associated with the execution of actions by individual employees characterized by a different experience and competence. This paper examines the resource-constrained project scheduling problem, taking into account the uncertainty associated with the human resources using fuzzy characteristics of competence. The model, proposed by the authors in 2010, was analyzed to investigate the sensitivity to the use of different types of fuzzy numbers and their comparison of various approaches.

Keywords: project scheduling, fuzzy logic, genetic algorithms.