

PRACE NAUKOWE

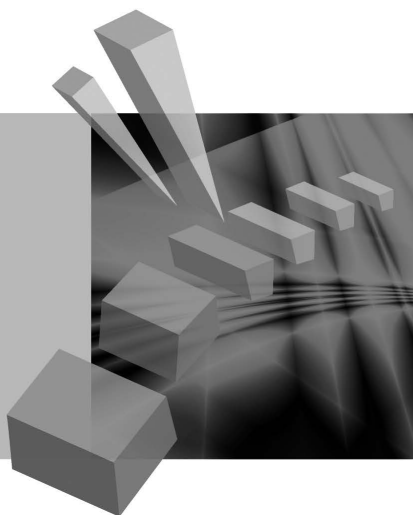
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

238

Zastosowania badań operacyjnych Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy

Ewa Konarzewska-Gubała



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-195-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp.....	9
------------	---

Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

Tomasz Błaszczyk: Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów	13
Barbara Gładysz: Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań	25
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proactive and reactive scheduling in practice.....	34
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: A new method of project schedule levelling	52
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych	66
Jerzy Michnik: Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami	80

Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej	95
Marek Kośny: Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu.....	111
Agnieszka Przybylska-Mazur: Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego	120
Agata Gluzicka: Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych	131
Ewa Michalska: Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji	144
Grzegorz Tarczyński: Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza.....	153

Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węzle logistycznym	173
Mateusz Grzesiak: Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie	186
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych	197
Piotr Miszczyński: Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa	211

Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia	231
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim	246
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów	263
Jakub Brzostowski: Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie <i>Nego-Manage</i> poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego	296

Część 5. Problemy metodologiczne

Helena Gaspars-Wieloch: Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia.	313
Dorota Górecka: Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych	333
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych	351
Artur Prędko: Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego	365
Jan Schneider, Dorota Kuchta: A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem	379

Summaries

Part 1. Project and innovation management

Tomasz Błaszczuk: Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers	24
Barbara Gładysz: A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations	33
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce	51
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu	64
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers	79
Jerzy Michnik: Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management	92

Part 2. Financial decision-making

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy	110
Marek Kośny: First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern	119
Agnieszka Przybylska-Mazur: Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting	130
Agata Gluzicka: Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes	143
Ewa Michalska: Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares	152
Grzegorz Tarczyński: Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models	169

Part 3. Logistics, localization and recruitment problems

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node	185
Mateusz Grzesiak: Application of transportation model for rationalization of water supply in the region	196
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model of churn in the telecommunications market with network effects	210

Piotr Miszczyński: The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company.....	227
--	-----

Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wrocław city	245
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Application of Data Envelopment Analysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry	262
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Bertrand competition with switching cost.....	295
Jakub Brzostowski: Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution.....	309

Part 5. Methodological problems

Helena Gaspars-Wieloch: The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it.....	332
Dorota Górecka: Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants	350
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Some aspects of optimizing combined forecasts.....	363
Artur Prędko: Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models	378
Jan Schneider, Dorota Kuchta: Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka	389

Ewa Michalska

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASTOSOWANIE PRAWIE DOMINACJI STOCHASTYCZNYCH W KONSTRUKCJI PORTFELA AKCJI

Streszczenie: Poszukiwanie dobrych zasad decyzyjnych stanowi podstawowy kierunek badań nad problematyką podejmowania decyzji, w tym decyzji inwestycyjnych. Powszechnie akceptowanymi i zarazem obiektywnymi zasadami wyboru są zasady dominacji stochastycznych. W pracy zaproponowano model wyboru portfela akcji z uwzględnieniem warunku prawie dominacji stochastycznych. Model ten zastosowano do konstrukcji portfela akcji notowanych na GPW w Warszawie.

Słowa kluczowe: dominacje stochastyczne, prawie dominacje stochastyczne, portfel akcji.

1. Wstęp

Idea dominacji stochastycznych pojawiła się po raz pierwszy już w XVIII wieku, kiedy Daniel Bernoulli zasugerował porównywanie losowych wyników przez zastosowanie koncepcji oczekiwanej użyteczności. Zasady dominacji stochastycznych oparte na funkcji dystrybucyjnej wprowadzili w matematyce Mann i Whitney [1947] oraz Lehmann [1955], w ekonomii zaś Quirk i Saposnik [1962], Hadar i Russel [1969], Hanoch i Levy [1969] oraz Rothschild i Stiglitz [1970, 1971].

W teorii portfela jednym z najpowszechniejszych kryteriów stosowanych w wyborze wariantów inwestycyjnych jest reguła dochód-ryzyko M-V (*Mean-Variance*). Jednak reguła ta, podobnie jak reguły dominacji stochastycznych (w ich tradycyjnym rozumieniu), nie rozstrzyga wielu wydawałoby się oczywistych wyborów. W takich przypadkach zasadne staje się stosowanie „złagodzonych” reguł dominacji stochastycznych w postaci prawie dominacji stochastycznych ASD (*Almost Stochastic Dominance*). Celem pracy jest konstrukcja modelu wyboru portfela akcji uwzględniającego warunki prawie dominacji stochastycznych oraz jego zastosowanie do wyboru portfela akcji notowanych na GPW w Warszawie.

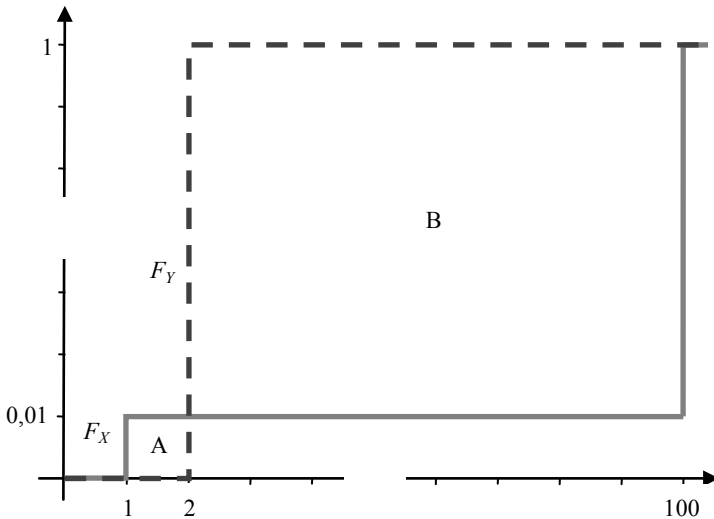
2. Prawie dominacje stochastyczne

Dominacje stochastyczne umożliwiają podział losowych alternatyw na zdominowane i niezdominowane. Rozważmy dwie inwestycje (dwa portfele) X i Y wraz z odpowiadającymi im funkcjami dystrybuanty stóp zwrotu F_X i F_Y oraz zbiór S stanowiący łączny zbiór realizacji zmiennych losowych X i Y .

FSD: Inwestycja X dominuje Y w sensie dominacji stochastycznej pierwszego stopnia, co zapiszemy $XFSDY$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $r \in S$ zachodzi nierówność $F_X(r) - F_Y(r) \leq 0$ oraz przynajmniej dla jednej wartości $r \in S$ zachodzi $F_X(r) - F_Y(r) < 0$.

SSD: Inwestycja X dominuje Y w sensie dominacji stochastycznej drugiego stopnia, co zapiszemy $XSSDY$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $r \in S$ zachodzi nierówność $F_X^{(2)}(r) - F_Y^{(2)}(r) \leq 0$ oraz przynajmniej dla jednej wartości $r \in S$ zachodzi $F_X^{(2)}(r) - F_Y^{(2)}(r) < 0$ gdzie $F_X^{(2)}(r) = \int_{-\infty}^r F_X(t) dt$,

$$F_Y^{(2)}(r) = \int_{-\infty}^r F_Y(t) dt^1.$$



Rys. 1. Wykres prawdopodobieństw skumulowanych F_X i F_Y

Źródło: opracowanie własne.

¹ Dla rozkładów dyskretnych, wartości $F_X^{(2)}(r)$ oraz $F_Y^{(2)}(r)$ są skumulowanymi wartościami dystrybuant (sumami skumulowanych prawdopodobieństw).

Kryteria dominacji stochastycznych, podobnie jak zasady M-V, nie zawsze potrafią uchwycić intuicyjne wybory większości „rozsądnych” inwestorów, co pokazuje następujący przykład: inwestycja X to zysk 1 zł z prawdopodobieństwem 0,01 i 100 zł z prawdopodobieństwem 0,99, inwestycja Y zaś to pewny zysk wynoszący 2 zł. Wykresy odpowiednich prawdopodobieństw skumulowanych przedstawiono na rys. 1.

Chociaż inwestycja X nie dominuje inwestycji Y ani w sensie dominacji pierwszego, ani drugiego stopnia, większość „rozsądnych” inwestorów (jeśli nie wszyscy) będzie preferować X nad Y . Ponadto obszar A odpowiadający przedziałowi, w którym inwestycja Y dominuje X , jest bardzo mały w stosunku do obszaru B odpowiadającego przedziałowi, w którym inwestycja X dominuje Y w sensie dominacji stopnia pierwszego. Można by więc powiedzieć, że inwestycja X „prawie” dominuje inwestycję Y w sensie dominacji stochastycznej stopnia pierwszego.

Rozważając podobne przykłady, Leshno i Levy stwierdzili, że zasady dominacji stochastycznych są niepotrzebnie aż tak rygorystyczne, i zaproponowali w 2002 roku pewne „złagodzenie” warunków dominacji stochastycznych w postaci koncepcji prawie dominacji stochastycznych LL-ASD (*Leshno Levy-Almost Stochastic Dominance*) [Leshno, Levy 2002].

LL-AFSD: Inwestycja X dominuje inwestycję Y w sensie LL-prawie dominacji stochastycznej stopnia pierwszego LL-AFSD wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\int_{S_1} (F_X(r) - F_Y(r)) dr \leq \varepsilon \int_S |F_X(r) - F_Y(r)| dr,$$

gdzie S jest łącznym zbiorem realizacji zmiennych losowych X i Y oraz $S_1 = \{r \in S : F_Y(r) < F_X(r)\}$.

LL-ASSD: Inwestycja X dominuje inwestycję Y w sensie LL-prawie dominacji stochastycznej stopnia drugiego LL-ASSD wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\int_{S_2} (F_X(r) - F_Y(r)) dr \leq \varepsilon \int_S |F_X(r) - F_Y(r)| dr,$$

gdzie S jest łącznym zbiorem realizacji zmiennych losowych X i Y oraz $S_2 = \{r \in S_1 : F_Y^{(2)}(r) < F_X^{(2)}(r)\}$.

W przedstawionym wcześniej przykładzie X nie dominuje Y w sensie dominacji pierwszego ani drugiego stopnia, jednak dominuje Y w sensie LL-AFSD dla $\varepsilon \approx 0,000103$. Warunki prawie dominacji stochastycznych Leshno i Levy’ego mogą być z łatwością wykorzystane w sytuacji, gdy bada się istnienie relacji dominacji pomiędzy danymi portfelami, jednak znalezienie za ich pomocą portfela dominującego dany portfel (w sensie LL-ASD) w nieskończonym zbiorze możliwych portfeli może być praktycznie niewykonalne. Fakt ten przyczynił się do zaproponowania

przez Lizyayeva następujących definicji prawie dominacji stochastycznych [Lizyayev 2010]:

AFSD: Inwestycja X dominuje Y w sensie prawie dominacji stochastycznej pierwszego stopnia, co zapiszemy X AFSD Y wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $r \in S$ zachodzi nierówność $F_X(r) - F_Y(r) \leq \varepsilon$.

ASSD: Inwestycja X dominuje Y w sensie prawie dominacji stochastycznej drugiego stopnia, co zapiszemy X ASSD Y wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $r \in S$ zachodzi nierówność $F_X^{(2)}(r) - F_Y^{(2)}(r) \leq \varepsilon$.

Lizyayev proponuje także następujące równoważne warunki prawie dominacji stochastycznej odpowiednio pierwszego i drugiego stopnia:

Twierdzenie 1. Zmienna losowa X dominuje zmienną losową Y w sensie prawie dominacji stochastycznej pierwszego stopnia wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje nieujemna zmienna losowa Z taka, że $E(Z) \leq \varepsilon$ i $X + Z$ dominuje Y w sensie FSD.

Twierdzenie 2. Zmienna losowa X dominuje zmienną losową Y w sensie prawie dominacji stochastycznej drugiego stopnia wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje nieujemna zmienna losowa Z taka, że $E(Z) \leq \varepsilon$ i $X + Z$ dominuje Y w sensie SSD.

Twierdzenia te prowadzą do bardzo czytelnej interpretacji wartości ε , jest to najmniejsza wartość średniego zwrotu zmiennej losowej Z , którą należy dodać do zmiennej losowej X , by ich suma dominowała dany portfel Y . W rozważanym wcześniej przykładzie X dominuje Y w sensie prawie dominacji stochastycznych AFSD dla $\varepsilon \approx 0,01$.

3. Konstrukcja portfela akcji z uwzględnieniem warunku prawie dominacji stochastycznych

Model optymalizacyjny z ograniczeniem w postaci warunku dominacji stochastycznej stanowi atrakcyjne podejście do problemu wyboru portfela akcji. Podstawowym założeniem tego modelu jest istnienie portfela wzorcowego Y o skończonej wartości oczekiwanej stopy zwrotu (może to być np. wybrany indeks giełdowy). Celem jest znalezienie portfela R_p o możliwie największej oczekiwanej stopie zwrotu dominującego portfel wzorcowy Y .

Niech R_1, R_2, \dots, R_n oznaczają losowe stopy zwrotu akcji 1, 2, ..., n stanowiących potencjalne składniki szukanego portfela, przy czym zakładamy, że $E[R_j] < \infty$, $j = 1, 2, \dots, n$. Ponadto $w_1, w_2, \dots, w_n \in W$, gdzie $W = \{w \in R^n : w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1, w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}$ oznaczają udziały akcji 1, 2, ..., n w portfelu oraz $R_p = R_1 w_1 + R_2 w_2 + \dots + R_n w_n$. Dla dominacji

stochastycznych drugiego stopnia (SSD) model wyboru portfela R_p można najogólniej sformułować w następującej postaci [Dentcheva, Ruszczyński 2003]:

$$\begin{aligned} & \max_w E[R_p], \\ & R_p \text{ SSD } Y, \\ & w \in W. \end{aligned} \quad (1)$$

W literaturze znaleźć można kilka propozycji modeli ekwiwalentnych przy założeniu rozkładu dyskretnego zmiennych losowych Y oraz R_p [Dentcheva, Ruszczyński 2003; Kuosmanen 2004].

Prostą postać modelu (1) otrzymamy także, zastępując warunek dominacji stochastycznych drugiego stopnia warunkami równoważnymi na podstawie twierdzenia, które proponuje w swojej pracy Luedtke [2008].

Twierdzenie 3. Niech X i Y będą zmiennymi losowymi skokowymi o rozkładach odpowiednio $\Pr\{X = x_i\} = p_i$, dla $i = 1, 2, \dots, m$, $\Pr\{Y = y_k\} = q_k$, dla $k = 1, 2, \dots, s$. Zmienna losowa X dominuje zmienną losową Y w sensie dominacji stochastycznej stopnia drugiego wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje macierz $\pi = [\pi_{ik}]$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, s$) spełniająca warunki²:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^s y_k \pi_{ik} &\leq x_i & i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{k=1}^s \pi_{ik} &= 1 & i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m p_i \pi_{ik} &= q_k & k = 1, 2, \dots, s, \\ \pi_{ik} &\geq 0 & i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \quad (2)$$

Zastępując zmienną losową X zmienną losową R_p oznaczającą stopę zwrotu portfela akcji oraz podstawiając $E(R_p) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n r_{ij} w_j \right) p_i$ (gdzie r_{ij} oznacza i -tą realizację losowej stopy zwrotu R_j), po uwzględnieniu warunków (2), model wyboru portfela (1) ma postać:

² Zakładamy także bez straty ogólności, że $y_1 < y_2 < \dots < y_s$.

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n r_{ij} w_j \right) p_i \rightarrow \max, \\
& \sum_{k=1}^s y_k \pi_{ik} \leq x_i \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
& \sum_{k=1}^s \pi_{ik} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
& \sum_{i=1}^m p_i \pi_{ik} = q_k \quad k = 1, 2, \dots, s, \\
& \pi_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, s, \\
& w \in W.
\end{aligned} \tag{3}$$

Warunek dominacji stochastycznych (SSD) można zastąpić warunkiem prawie dominacji stochastycznych drugiego stopnia (ASSD) otrzymujemy wówczas model [Lizyayev 2010]:

$$\begin{aligned}
& \max_w E[R_p], \\
& R_p \text{ ASSD } Y, \\
& w \in W.
\end{aligned} \tag{4}$$

Z twierdzeń 2 i 3 wynika następujące twierdzenie:

Twierdzenie 4. Niech X i Y będą zmiennymi losowymi skokowymi o rozkładach odpowiednio $\Pr\{X = x_i\} = p_i$, dla $i = 1, 2, \dots, m$, $\Pr\{Y = y_k\} = q_k$, dla $k = 1, 2, \dots, s$. Zmienna losowa X dominuje zmienną losową Y w sensie prawie dominacji stochastycznej stopnia drugiego wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje macierz $\pi = [\pi_{ik}]$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, s$) oraz nieujemna zmienna losowa Z ($\Pr\{Z = z_i\} = p_i$, dla $i = 1, 2, \dots, m$) spełniające warunki:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^s y_k \pi_{ik} \leq x_i + z_i \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
& \sum_{k=1}^s \pi_{ik} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
& \sum_{i=1}^m p_i \pi_{ik} = q_k \quad k = 1, 2, \dots, s, \\
& \sum_{i=1}^m p_i z_i \leq \varepsilon, \\
& \pi_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, s.
\end{aligned} \tag{5}$$

Podstawiając w modelu (4) w miejsce warunku prawie dominacji stochastycznej warunki równoważne (5), w których zastąpiono zmienną losową X zmienną losową R_p , otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n r_{ij} w_j \right) p_i \rightarrow \max, \\
 & \sum_{j=1}^n r_{ij} w_j + z_i - \sum_{k=1}^s y_k \pi_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{k=1}^s \pi_{ik} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{i=1}^m p_i \pi_{ik} = q_k \quad k = 1, 2, \dots, s, \\
 & \sum_{i=1}^m p_i z_i \leq \varepsilon, \\
 & z_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 & \pi_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, s, \\
 & w \in W.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (6) polega na znalezieniu takich wartości elementów macierzy $Z = [z_i]$, $i = 1, \dots, m$, $\pi = [\pi_{ik}]$, ($i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, s$) oraz $w = [w_j]$, by otrzymać portfel o możliwie największej oczekiwanej stopie zwrotu, jednocześnie dominujący portfel wzorcowy Y w sensie dominacji ASSD³.

W dalszej części pracy przedstawiono przykład zastosowania proponowanego modelu do konstrukcji portfela akcji notowanych na GPW w Warszawie. Obliczając średnie tygodniowe stopy zwrotu, wykorzystano notowania sześciu wybranych spółek różnych branż z okresu 1.04.2010–31.03.2010, stanowiących potencjalne składniki konstruowanego portfela. Jako portfel wzorcowy przyjęto indeks WIG. Przy założonym rozkładzie równomiernym, na podstawie modelu (6) wyznaczano udziały pięciu spośród sześciu rozważanych akcji, otrzymując w ten sposób sześć portfeli P1–P6. Wyniki obliczeń zestawiono w tab. 1.

Wśród otrzymanych portfeli portfel P1 dominuje portfel wzorcowy (WIG) w sensie prawie dominacji stochastycznych stopnia drugiego (ASSD) dla $\varepsilon = 0,000099$, pozostałe portfele dominują portfel wzorcowy w sensie dominacji stochastycznych stopnia drugiego (SSD). W przypadku wszystkich portfeli oczekiwana stopa zwrotu przewyższa oczekiwaną stopę zwrotu portfela wzorcowego równą 1,000839.

³ Proponowany model stanowi uogólnienie modelu prezentowanego w pracy Lizyayeva, zakładającego jednakowy rozkład prawdopodobieństwa dla zmiennych losowych R_p i Y [Lizyayev 2010].

Tabela 1. Portfele dominujące portfel wzorcowy Y

Spółka	Udziały akcji w portfelu					
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
ŻYWIEC		0,2421	0,2338	0,2005	0,2411	0,6887
ING BSK	0,0277		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PKO BP	0,0000	0,0000		0,0000	0,0000	0,0000
COMARCH	0,1576	0,2504	0,2440		0,2504	0,3113
LOTOS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000		0,0000
ELBUDOWA	0,8146	0,5075	0,5222	0,7995	0,5085	
E(R _p)	1,001364	1,001399	1,001398	1,001255	1,001399	1,001279
ε	0,000099	0	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

4. Podsumowanie

Proponowany w pracy model jest prostym ujęciem problemu konstrukcji portfela akcji z uwzględnieniem warunku prawie dominacji stochastycznych stopnia drugiego. Może być on stosowany dla dowolnej (skończonej) liczby akcji, przy założeniu różnych skokowych rozkładów szukanego portfela i portfela wzorcowego. Wykazanie efektywności tego modelu wymagać będzie szerszych badań empirycznych i porównania uzyskanych wyników z wynikami dla innych metod wyboru portfela akcji.

Literatura

- Dentcheva D., Ruszczyński A. [2003], *Optimization with stochastic dominance constraints*, "SIAM Journal on Optimization", vol. 14, issue 2.
- Hadar J., Russel W.R. [1969], *Rules for ordering uncertain prospects*, "American Economic Review", vol. 59, issue 1.
- Hanoch G., Levy H. [1969], *The efficiency analysis of choices involving risk*, "Review of Economic Studies", July, vol. 36, no. 3.
- Kuosmanen T. [2004], *Efficient diversification according to stochastic dominance criteria*, "Management Science", October, vol. 50, no. 10.
- Lehmann E.L. [1955], *Ordered families of distributions*, "Annals of Mathematical Statistics", vol. 26, no. 3.
- Leshno M., Levy H. [2002], *Preferred by "all" and preferred by "most" decision makers: Almost stochastic dominance*, "Management Science", August, vol. 48, issue 8.
- Lizyayev A.M. [2010], *Stochastic dominance in portfolio analysis and asset pricing*, Tinbergen Institute Research Series no. 487, Erasmus University, Rotterdam.
- Luedtke J. [2008], *New formulation for optimization under stochastic dominance constraints*, "SIAM Journal on Optimization", vol. 19, issue 3.

- Mann H., Whitney D.R. [1947], *On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other*, "Annals of Mathematical Statistics", vol. 18, no. 1.
- Quirk J., Saposnik R. [1962], *Admissibility and measurable utility functions*, "Review of Economic Studies", vol. 29, no. 2.
- Rothschild M., Stiglitz J. [1970], *Increasing risk. I. A definition*, "Journal of Economic Theory", vol. 2.
- Rothschild M., Stiglitz J. [1971], *Increasing risk. II. Its economic consequences*, "Journal of Economic Theory", vol. 3.

APPLICATION OF ALMOST STOCHASTIC DOMINANCE IN CONSTRUCTION OF PORTFOLIO OF SHARES

Summary: Seeking for good decision rules is basic field of research concerning decision-making and especially investment decision-making. Well known and accepted rules of selection are stochastic dominance rules. In the paper a model of share portfolio selection with almost stochastic dominance condition is proposed. This model is applied in construction of portfolio of shares quoted on Warsaw Stock Exchange.

Keywords: stochastic dominance, almost stochastic dominance, portfolio of shares.