

EKONOMETRIA

26

Zastosowanie matematyki w ekonomii

Redaktor naukowy Janusz Łyko



**Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2009**

Spis treści

Wstęp	7
Beata Bal-Domańska , Ekonometryczna analiza sigma i beta konwergencji regionów Unii Europejskiej	9
Andrzej Bąk, Aneta Rybicka, Marcin Pelka , Modele efektów głównych i modele z interakcjami w <i>conjoint analysis</i> z zastosowaniem programu R	25
Katarzyna Budny , Kurtoza wektora losowego	44
Wiktor Ejsmont , Optymalna liczebność grupy studentów	55
Kamil Fijorek , Model regresji dla cechy przyjmującej wartości z przedziału $(0,1)$ – ujęcie bayesowskie	66
Paweł Hanczar , Wyznaczanie zapasu bezpieczeństwa w sieci logistycznej ...	77
Roman Huptas , Metody szacowania wewnątrzdziennej sezonowości w analizie danych finansowych pochodzących z pojedynczych transakcji	83
Aleksandra Iwanicka , Wpływ zewnętrznych czynników ryzyka na prawdopodobieństwo ruiny w skończonym horyzoncie czasowym w wieloklasowym modelu ryzyka.....	97
Agnieszka Lipieta , Stany równowagi na rynkach warunkowych	110
Krystyna Melich-Iwanek , Polski rynek pracy w świetle teorii histerezy.....	122
Rafał Piszczek , Zastosowanie modelu logit w modelowaniu upadłości	133
Marcin Salamaga , Próba weryfikacji teorii parytetu siły nabywczej na przykładzie kursów wybranych walut	149
Antoni Smoluk , O zasadzie dualności w programowaniu liniowym	160
Małgorzata Szulc-Janek , Influence of recommendations announcements on stock prices of fuel market	170
Jacek Welc , Regresja liniowa w szacowaniu fundamentalnych współczynników Beta na przykładzie spółek giełdowych z sektorów: budownictwa, informatyki oraz spożywczego	180
Andrzej Wilkowski , O współczynniku korelacji	191
Mirosław Wójciak , Klasyfikacja nowych technologii energetycznych ze względu na determinanty ich rozwoju.....	199
Andrzej Wójcik , Wykorzystanie modeli wektorowo-autoregresyjnych do modelowania gospodarki Polski	209
Katarzyna Zeug-Żebro , Rekonstrukcja przestrzeni stanów na podstawie wielowymiarowych szeregów czasowych.....	219

Summaries

Beata Bal-Domańska , Econometric analysis of sigma and beta convergence in the European Union regions	24
Andrzej Bąk, Aneta Rybicka, Marcin Pelka , Main effects models and main and interactions models in <i>conjoint analysis</i> with application of R software.....	43
Katarzyna Budny , Kurtosis of a random vector	53
Wiktor Ejsmont , Optimal class size of students	65
Kamil Fijorek , Regression model for data restricted to the interval (0,1) – Bayesian approach	76
Paweł Hanczar , Safety stock level calculation in a supply chain network.....	82
Roman Huptas , Estimation methods of intraday seasonality in transaction financial data analysis	96
Aleksandra Iwanicka , An impact of some outside risk factors on the finite-time ruin probability for a multi-classes risk model.....	109
Agnieszka Lipieta , States of contingent market equilibrium	121
Krystyna Melich-Iwanek , The Polish labour market in light of the hysteresis theory	132
Rafał Piszczek , Logit model applications for bankruptcy modelling.....	148
Marcin Salamaga , Attempt to verify the purchasing power parity theory in the case of some foreign currencies.....	159
Antoni Smoluk , On dual principle of linear programming	168
Małgorzata Szulc-Janek , Analiza wpływu rekomendacji analityków na ceny akcji branży paliwowej (Analiza wpływu rekomendacji analityków na ceny akcji branży paliwowej)	178
Jacek Welc , A linear regression in estimating fundamental betas in the case of the stock market companies from construction, it and food industries	190
Andrzej Wilkowski , About the coefficient of correlation	198
Mirosław Wójciak , Classification of new energy related technologies based on the determinants of their development	208
Andrzej Wójcik , Using vector-autoregressive models to modelling economy of Poland.....	218
Katarzyna Zeug-Żebro , State space reconstruction from multivariate time series	227

Beata Bal-Domańska

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

EKONOMETRYCZNA ANALIZA SIGMA I BETA KONWERGENCJI REGIONÓW UNII EUROPEJSKIEJ

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki ekonometrycznej analizy konwergencji regionów szczebla NUTS-2 krajów Unii Europejskiej z wykorzystaniem metod estymacji przewidzianych dla danych panelowych.

Analiza konwergencji jest jednym z ważniejszych nurtów badań prowadzonych w obszarze wzrostu gospodarczego. Prowadzone w tym zakresie badania są próbą odpowiedzi na pytania o zmniejszanie się zróżnicowania poziomu dochodów (δ konwergencja) oraz o szybkość dochodzenia poszczególnych systemów gospodarczych do stanu wzrostu zrównoważonego oraz o czynniki tego wzrostu (β konwergencja).

Słowa kluczowe: dane panelowe, konwergencja, uogólniona metoda momentów.

1. Wstęp

Analiza konwergencji jest jednym z ważniejszych nurtów badań prowadzonych w obszarze wzrostu gospodarczego. Prowadzone w tym zakresie analizy są próbą odpowiedzi na pytania o zmniejszanie się zróżnicowania poziomu dochodów (σ konwergencja) oraz o szybkość dochodzenia poszczególnych systemów gospodarczych do stanu wzrostu zrównoważonego oraz o czynniki tego wzrostu (β konwergencja). Identyfikacja σ konwergencji sprowadza się do ustalenia stopnia zróżnicowania wartości produktu krajowego brutto w przekroju regionów w poszczególnych latach. Natomiast przez konwergencję typu β rozumie się proces osiągnięcia spójności (zbieżności), gdy kraje słabiej rozwinięte, realizujące niższy poziom PKB *per capita*, rozwijają się szybciej niż kraje lepiej rozwinięte, czyli te realizujące wyższy poziom PKB *per capita* (efekt doganiania – *catch-up effect*). Przy czym β konwergencja jest czynnikiem koniecznym, ale niewystarczającym do osiągnięcia σ konwergencji [Friedman 1997, s. 2129-2132]. Proces osiągnięcia spójności, w którym zakłada się podobieństwo podstawowych parametrów opisujących różne systemy gospodarcze, określa się mianem konwergencji absolutnej. Natomiast proces, w którym przyjmuje się zróżnicowany poziom podstawowych wskaźników makroekonomicznych między systemami gospodarczymi oraz zakłada się, że każda gospodarka dąży do własnego stanu równowagi, określa się konwergencją warunkową. Zgodnie z neoklasyczną teorią wzrostu szybszy wzrost krajów słabo rozwiniętych uzasadnia się

malejącą krańcową produktywnością czynników wytwórczych. Mały zasób kapitału wiąże się z wysoką stopą zwrotu z kapitału, co stymuluje wzrost gospodarczy. Nowa teoria wzrostu (teoria wzrostu endogenicznego) jako czynniki sprzyjające konwergencji wymienia m.in. inwestycje w kapitał ludzki i rozprzestrzenianie się wiedzy¹.

Przedmiotem zainteresowania w niniejszym artykule jest próba pomiaru σ konwergencji oraz warunkowej β konwergencji regionów krajów Unii Europejskiej szczebla NUTS-2 przy uwzględnieniu czynników charakteryzujących kapitał ludzki, które sprzyjają rozwojowi gospodarki opartej na wiedzy, tworzeniu, importowi oraz aplikacji nowoczesnych technik, innowacyjności itp.

Ilościowa identyfikacja β konwergencji nastęrcza badaczom wielu problemów związanych m.in. z: doбором odpowiedniej metody estymacji, problemem endogeniczności zmiennych oraz błędami pomiaru, dostępnością danych statystycznych. Część z nich można rozwiązać przez dobór odpowiednich metod estymacji.

Do analiz konwergencji przedstawionej w niniejszym artykule wykorzystano panel danych o regionach szczebla NUTS-2 państw Unii Europejskiej. Wykorzystanie danych panelowych wraz z odpowiednimi technikami estymacji umożliwia rozwiązanie wielu z wyżej sygnalizowanych problemów. Współcześnie modele panelowe są podstawowym narzędziem empirycznej weryfikacji teorii wzrostu. W niniejszym opracowaniu zaprezentowane zostały wyniki oszacowań z wykorzystaniem modelu *pooled*, modelu z efektami ustalonymi (LSDV – *Squares Dummy Variable Model*), a także modeli dynamicznych oszacowanych z wykorzystaniem Systemowego Estymatora UMM. Ponadto przedstawiono krótką charakterystykę tych podejść wraz z wybranymi informacjami o problemach związanych z ich wykorzystaniem w kontekście modeli wzrostu.

2. Ekonometryczne metody pomiaru konwergencji

Do pomiaru σ konwergencji w okresie t ($t = 1, 2, \dots, T$) wykorzystywane jest odchylenie standardowe logarytmów naturalnych poziomu produktu y_{it} do wartości średnich \bar{y}_t w okresie t według formuły:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\ln y_{it} - \ln \bar{y}_t)^2}{N}}, \quad (1)$$

gdzie: N – liczba badanych obiektów (regionów) $n = 1, 2, \dots, N$.

O zachodzeniu procesów sigma konwergencji możemy mówić, kiedy wartość odchylenia standardowego y_{it} z okresu na okres maleje.

¹ Więcej o konwergencji, w tym regionalnej, zob. m.in. w: [Romer 2000; Malaga, Kliber 2007; Próchniak, Witkowski 2006, s. 1-32; Herbst 2007; Tokarski 2005].

Spośród badań konwergencji typu β wyróżnia się konwergencję absolutną i warunkową. W badaniach konwergencji absolutnej analizuje się wpływ początkowego poziomu dochodu (y_{i0}) na tempo wzrostu gospodarczego. W przypadku konwergencji warunkowej oprócz początkowego poziomu dochodu uwzględniane są inne czynniki wpływające na wzrost gospodarczy. Tym samym dopuszcza się istnienie różnic między krajami i dążenie ich do różnych stanów równowagi długookresowej.

Ogólnie model konwergencji absolutnej można zapisać jako:

$$\frac{1}{T}(\ln y_{i0+T} - \ln y_{i0}) = \alpha - \left[\frac{(1 - e^{-\beta T})}{T} \right] \ln(y_{i0}) + \varepsilon_{it}, \quad (2)$$

gdzie: $\ln y_{i0+T}$ i $\ln y_{i0}$ to odpowiednio dochód na 1 pracującego i -tego regionu (kraju) w roku końcowym i początkowym,

T – liczba lat, dla których liczona jest stopa wzrostu,

β – parametr określający szybkość zbieżności,

ε_{it} – składnik losowy.

Przyjmując oznaczenia:

$$\theta = -\frac{(1 - e^{-\beta T})}{T}, \quad (3)$$

model (2) można zapisać następująco:

$$\frac{1}{T}(\ln y_{i0+T} - \ln y_{i0}) = \alpha + \theta \ln(y_{i0}) + \varepsilon_{it}. \quad (4)$$

Uzyskanie ujemnej, istotnej oceny parametru stojącego przy początkowym poziomie dochodów θ oznacza potwierdzenie istnienia konwergencji. Wartość tej oceny informuje o kierunku zależności między początkowym poziomem dochodów a tempem wzrostu gospodarczego. O szybkości konwergencji, czyli o tym, jaki procent odległości w kierunku stanu równowagi długookresowej gospodarka pokonuje w ciągu jednego okresu, informuje parametr β .

W badaniach konwergencji dużą popularnością cieszą się dane panelowe. Jeżeli do analizy zbieżności wykorzystywane są dane panelowe, wtedy model (4) można zapisać jako:

$$\ln y_{it} = (1 + \theta) \ln y_{i(t-1)} + \alpha_i + \alpha_t + \xi_{it}, \quad (5)$$

gdzie: α_i to specyficzne dla każdego regionu, stałe w czasie efekty indywidualne,

α_t to wspólne dla wszystkich regionów efekty czasowe, obrazujące czynniki specyficzne dla każdego okresu badania.

Natomiast model konwergencji warunkowej przyjmuje postać:

$$\ln y_{it} = (1 + \theta) \ln y_{i(t-1)} + \delta' x_{it} + \alpha_i + \alpha_t + \xi_{it}, \quad (6)$$

gdzie: x_{it} – macierz zmiennych reprezentujących czynniki determinujące położenie ścieżki wzrostu zrównoważonego dla i -tego regionu.

Wykorzystanie danych panelowych do modelowania ekonometrycznego wymaga zastosowania odpowiednich technik estymacji. Wybór właściwej metody nie jest łatwy. W szacowaniu modeli wzrostu pojawiają się problemy związane ze strukturą panelu (wielkość T i N), problemy endogeniczności zmiennych oraz błędów pomiaru.

W niniejszym opracowaniu zostaną zaprezentowane wyniki oszacowań z wykorzystaniem modelu *pooled*, modelu z efektami ustalonymi (LSDV – *Squares Dummy Variable Model*), a także oszacowania otrzymane na podstawie modeli dynamicznych – Systemowy Estymator UMM (*sys-UMM*) [Arellano, Bover 1995, s. 29-51; Blundell, Bond 1998, s. 115-143]. Charakterystykę poszczególnych metod, założenia oraz implikacje wynikające z ich zastosowania można znaleźć m.in. w pracach [Bond, Hoeffler, Temple 2001; Ciołek 2004, s. 11-32]. Poniżej przytoczona zostanie krótka charakterystyka tych podejść wraz z wybranymi informacjami o problemach związanych z ich wykorzystaniem.

Tradycyjne, statyczne metody estymacji modeli dla danych panelowych przy strukturze modelu (5), w którym uwzględniono opóźnione wartości zmiennej zależnej, są obciążone. W podejściu zgodnym z modelem *pooled*, w którym restrykcyjnie zakłada się, że w modelu nie występują efekty specyficzne dla regionów (obiektów) i czasu, do oszacowania ocen parametrów strukturalnych wykorzystuje się klasyczną metodę najmniejszych kwadratów (KMNK). Jednakże przy wykorzystaniu takiego podejścia otrzymana ocena parametru autoregresyjnego jest przeszacowana [Hsiao 1986].

W modelu z efektami ustalonymi (LSDV) następuje wyrugowanie efektów indywidualnych przez przekształcenie zmiennych modelu do odchyłeń od średnich grupowych. Estymator ten dla modeli o $N \rightarrow \infty$ i ustalonym T nie jest zgodny, jeśli po prawej stronie znajdują się opóźnione wartości zmiennej zależnej i zmienne objaśniające są endogeniczne. W efekcie uzyskujemy niedoszacowane wartości parametru autoregresyjnego [Baltagi 2005, s. 1417-1426]. Niestety, to obciążenie może być jeszcze istotne przy T równym 30 [Lee, Pesaran, Smith 1997, s. 357-392].

Wykorzystanie obu powyżej wymienionych metod (*pooled*, LSDV) daje obciążone estymatory, jednakże uzyskane z ich użyciem oszacowania mogą być wykorzystane do określenia przedziału, w którym znajduje się prawdziwa ocena parametru autoregresyjnego [Bond, Hoeffler, Temple 2001].

Estymatorem właściwym do oszacowania parametrów modelu regresji jest Systemowy Estymator UMM, który jest rozwinięciem estymatora UMM dla modelu w postaci pierwszych różnic Arellano i Bonda [Arellano, Bond 1991, s. 277-297].

Ideą estymatora Arellano i Bonda jest estymacja modelu w postaci pierwszych różnic z wykorzystaniem odpowiednich instrumentów dla zmiennych objaśniających, które są skorelowane ze składnikiem losowym. Jako instrumenty wykorzystywane są opóźnione obserwacje zmiennych występujących po prawej stronie modelu. Niestety, szczególnie w przypadku, gdy liczba okresów badania T jest mała, estymator ten jest poważnie obciążony i niedoszacowuje oceny parametru autoregresyjnego. Przyczyną jest to, że opóźnione wartości zmiennych są słabymi instrumentami dla równań w postaci pierwszych. Jeśli instrumenty wykorzystane w estymatorze dla równań w postaci pierwszych różnic są słabe, rezultaty uzyskane na podstawie estymatora są zbliżone do oszacowań modelu z efektami ustalonymi [Blundell, Bond 1998, s. 115-143].

Obciążenia tego nie ma Systemowy Estymator UMM, który przy spełnianiu odpowiednich założeń jest efektywniejszy od estymatora Arellano i Bonda dla modeli o małym T [Blundell, Bond 1998, s. 115-143]. Jego ideą jest estymacja układu równań w postaci pierwszych różnic oraz równań o nie zróżnicowanych poziomach zmiennych, przy czym instrumentami wykorzystywanymi w równaniach na poziomach są opóźnione pierwsze różnice. Do oszacowania ocen parametrów strukturalnych wykorzystywana jest odpowiednio skonstruowana macierz obserwacji, które wykorzystywane są jako instrumenty (z_i). Założenia estymator oparty na metodzie zmiennych instrumentalnych jest zgodny, gdy instrumenty z_i są skorelowane ze zmiennymi objaśniającymi x_i i jednocześnie nie ma korelacji między instrumentami a równoczesnymi składnikami losowymi ξ_{it} $E(\xi_{it} z_i) = 0$. Jako instrumenty wykorzystywane są opóźnione wartości zmiennej y_{it} (w przypadku modeli konwergencji warunkowej dodatkowo innych zmiennych objaśniających x_i). Wprowadzenie tych instrumentów implikuje konieczność, oprócz standardowych założeń o sferyczności składnika losowego ξ_{it} oraz braku korelacji efektów indywidualnych α_i i czasowych α_t ze składnikiem losowym ($E(\xi_{it} \alpha_i) = 0$, $E(\xi_{it} \alpha_t) = 0$), przyjęcia odpowiednich warunków ortogonalności co do konkretnych momentów. Dla równań w postaci pierwszych różnic są to następujące warunki: $E(y_{i(t-s)} \Delta \xi_{it}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$ oraz $s \in \langle 2; \tau - 1 \rangle$. Natomiast dla równań w poziomach są to: $E(\xi_{it} \Delta y_{i(t-1)}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$.

Standardowo w dynamicznych modelach panelowych przyjmuje się, że składnik losowy nie zależy od początkowej wartości zmiennej y : $E(y_{i1} \xi_{it}) = 0$ dla $t = 2, 3, \dots, T$. Ponadto wykorzystanie Systemowego Estymatora UMM wymaga od badacza przyjęcia dodatkowych założeń, m.in. o niezależności liniowej α_i oraz Δy_{i2} , $E(\alpha_i \Delta y_{i2}) = 0$.

W badaniach konwergencji często spotykanym problemem jest trudny do ustalenia charakter zmiennych i sposób ich powiązania. Dla wielu czynników wzrostu teoria nie określa jednoznacznie, czy dana zmienna ma charakter endo- czy egzogeniczny. W badaniach ekonometrycznych zmienna x_i jest endogeniczna, gdy $E(x_{it} \xi_{is}) \neq 0$ dla wszystkich $t, s = 1, 2, \dots, T$. Natomiast, jeśli $E(x_{it} \xi_{is}) = 0$ dla wszystkich $t, s = 1, 2, \dots, T$, to jest nazywana ściśle egzogeniczną. Endogeniczność może pojawić się, gdy mamy do czynienia z [Wooldridge 2002]:

1) zmiennymi nieobserwowalnymi (*omitted variables*), które powinny być uwzględnione w modelu, ale np. z powodu niedostępności nie są²,

2) błędami pomiaru – chcielibyśmy zmierzyć wartość x_i , ale możemy zaobserwować jedynie niedoskonałą jej miarę, a błędy z tym związane trafiają do składnika losowego,

3) łączną współzależnością, równoczesnością (*simultaneity*) – to znaczy, że zmienna objaśniająca x_i zdeterminowana jest wielkością zmiennej objaśnianej y . Innymi słowy zmienna y jest wyjaśniana przez objaśniającą x_i , a jednocześnie wpływa ona na wartość tej objaśniającej.

Problem endogeniczności zmiennych w dynamicznych modelach panelowych jest rozwiązywany przez odpowiednie dobranie opóźnień tych zmiennych w macierzy instrumentów \mathbf{z} dla zmiennych x_i podejrzewanych o korelację ze składnikiem losowym. I tak dla równań w postaci pierwszych różnic przyjmuje się, że dla (por. [Blundell, Bond 1998; Ciołek 2004, s. 11-32]):

- zmiennych ściśle egzogenicznych $E(x_{it-s} \Delta \xi_{it}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$ oraz $s \in \langle 1; t \rangle$,
- zmiennych słabo egzogenicznych $E(x_{i(t-s)} \Delta \xi_{it}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$ oraz $s \in \langle 1; t-1 \rangle$,
- zmiennych endogenicznych $E(x_{i(t-s)} \Delta \xi_{it}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$ oraz $s \in \langle 2; t-1 \rangle$.

Natomiast dla równań w poziomach przyjmuje się następujące warunki ortogonalności:

- dla zmiennych egzogenicznych $E(\xi_{it} \Delta x_{it}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$,
- dla zmiennych endogenicznych $E(\xi_{it} \Delta x_{i(t-1)}) = 0$ dla $t = 3, 4, \dots, T$.

Ponieważ w estymatorach UMM liczba warunków ortogonalności jest większa niż liczba szacowanych parametrów, oznacza to, że mamy do czynienia z tzw. restrykcjami przeidentyfikującymi (*overidentifying restrictions*). Ich obecność wymaga potwierdzenia zasadności wprowadzenia dodatkowych instrumentów (restrykcji przeidentyfikujących). W tym celu możliwe jest wykorzystanie testu Sargana (por. m.in. [Baltagi 2005]), który zgodnie z hipotezą zerową zakłada poprawność specyfikacji i zasadność wprowadzenia instrumentów. Jednakże w przypadku, gdy nie jest spełnione założenie o stałości wariancji zakłóceń losowych, test Sargana jest obciążony na niekorzyść hipotezy zerowej.

Przy dynamicznych modelach panelowych dla oceny zgodności estymatora wymagane jest zweryfikowanie założenia $E(\Delta \xi_{it} \Delta \xi_{i(t-2)}) = 0$ o braku autokorelacji składnika losowego rzędu drugiego w równaniu dla pierwszych różnic. Do testowania tej hipotezy w niniejszym badaniu wykorzystano test AR zaproponowany przez Arellano i Bonda [1991].

Procedura szacowania ocen parametrów strukturalnych z wykorzystaniem Systemowego Estymatora UMM jest dwuetapowa. W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki drugiego kroku estymacji.

² Występowanie zmiennych nieobserwowalnych jest najczęstszym motywem do sięgnięcia po modele panelowe.

3. Specyfikacja zmiennych

Do badania regionów europejskich wykorzystano dane z bazy EUROSTATU [Internet 1]. Niestety, dostępność danych na poziomie NUTS-2 jest ograniczona. Ostatecznie badanie konwergencji przeprowadzono na podstawie niebilansowanego panelu danych o 269 regionach państw Unii Europejskiej szczebla NUTS-2 w latach 1999-2005 (z pominięciem dwóch regionów Wielkiej Brytanii – North Eastern Scotland i Highlands and Islands)³. Dodatkowo w badaniu σ konwergencji próbę zawężono o trzy regiony niemieckie (Brandenburg – Nordost, Brandenburg – Südwest, Sachsen-Anhalt). Pojedyncze braki danych dla zmiennych PKB oraz EMPL uzupełniono z wykorzystaniem metod ekstrapolacji.

Jako przybliżenie wydajności pracy i miarę produktu y_{it} przyjęto produkt krajowy brutto według parytetu siły nabywczej w przeliczeniu na jednego pracującego w wieku 15 lat i więcej (PKB_{it}). Ponadto model rozbudowano o wybrane czynniki wzrostu gospodarczego charakteryzujące kapitał fizyczny, stopę inwestycji, jak również kapitał ludzki.

Ostatecznie do analizy przyjęto następujący zestaw zmiennych objaśniających⁴:

- dla określenia wielkości inwestycji:
 S_{it} – stopa inwestycji definiowana jako udział inwestycji w produkcie krajowym brutto w i -tym regionie i t -tym roku,
 $S_{empl_{it}}$ – realne nakłady inwestycyjne na 1 pracującego w wieku 15 lat i więcej w euro w i -tym regionie i t -tym roku;
- dla określenia wielkości siły roboczej:
 $(n_{it} + g + \delta)$ – przyrost pracujących w wieku 15 lat i więcej w i -tym regionie i t -tym roku powiększony o stopę deprecjacji kapitału i stopę postępu technicznego⁵,
 $H_{empl_{it}}$ – liczba pracujących w wieku 15 lat i więcej ważona przeciętną liczbą przepracowanych godzin w ciągu tygodnia w głównym miejscu pracy w pełnym wymiarze godzin w i -tym regionie i t -tym roku;
- dla określenia wielkości kapitału ludzkiego:
 $TETR_{it}$ – udział ludności aktywnej zawodowo z wyższym wykształceniem w wieku 25-64 lata w ogólnej liczbie aktywnych zawodowo w i -tym regionie i t -tym roku,
 $HRST_{it}$ (*Human Resources in Science and Technology* – zasoby ludzkie w nauce i technice) – liczba osób, które ukończyły edukację na kierunkach objętych ka-

³ Ze względu na dostępność danych wielkość próby różniła się nieznacznie między kolejnymi specyfikacjami.

⁴ W niniejszym podpunkcie zaprezentowano wszystkie zmienne, jakie ostatecznie wykorzystane zostały w analizie konwergencji warunkowej.

⁵ Stopę deprecjacji kapitału i postępu technicznego ustalono na standardowo przyjmowanym w większości badań poziomie 0,05.

tegorią nauka i technika ($S\&T$) lub zatrudnionych w zawodzie, w którym wymagane jest takie wykształcenie⁶ w i -tym regionie i t -tym roku.

W tabeli 1 podano podstawowe statystyki opisowe zmiennych poddanych analizie w kolejnych latach badania. Prezentację zmiennych ograniczono do wybranych lat (1999, 2001, 2003, 2005). Ze względu na umowny charakter zmiennej ($n_i+g+\delta$) oraz niską zmienność (dla całej próby 3,3%) zrezygnowano z jej liczbowej prezentacji. Jak wynika z zaprezentowanych danych, w tej względnie jednorodnej grupie krajów (na tle państw świata) istnieje wiele różnic w poziomie rozwoju, zasobach, w tym wiedzy i kapitału.

Tabela 1. Podstawowe statystyki opisowe zmiennych S_{it} , S_empl_{it} , H_empl_{it} , $TETR_{it}$, $HRST_{it}$ w latach 1999-2005

Wyszczególnienie	Rok	Średnia arytmetyczna	Wartość minimalna	Wartość maksymalna	Współczynnik zmienności ^a
S_{it}	1999	21,41	12,49	40,84	23,6
	2001	23,15	14,98	45,41	24,4
	2003	21,62	12,81	55,94	27,8
	2004	21,86	13,68	43,40	28,5
S_empl_{it}	1999	7 274,87	794,79	19 890,91	45,9
	2001	8 634,03	1 358,38	24 796,03	45,9
	2003	9 028,06	512,73	21 160,15	46,5
	2004	9 282,75	687,84	24 124,80	52,0
H_empl_{it}	1999	29 695,63	540,00	187 256,30	81,1
	2001	30 296,83	495,45	192 931,20	81,4
	2003	30 253,04	505,08	189 139,20	81,5
	2005	30 770,05	496,40	193 258,60	82,7
$TETR_{it}$	1999	20,1	2,1	47,6	45,3
	2001	22,1	5,9	47,5	37,5
	2003	23,4	7,6	48,3	36,3
	2005	25,3	8,3	50,5	33,9
$HRST_{it}$	1999	29,95	8,52	56,32	29,2
	2001	31,19	9,77	57,75	28,6
	2003	32,56	12,71	56,25	27,0
	2005	34,37	14,12	57,73	25,1

^a Współczynnik zmienności oparty na odchyleniu standardowym i średniej arytmetycznej. Ze względu na liczne braki w danych o inwestycjach dla 2005 r. w tabeli podano dane dla 2004 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych EUROSTATU.

⁶ Zdefiniowanie tej zmiennej na podstawie zarówno rodzaju wykształcenia, jak i wykonywanego zawodu pozwoliło uwzględnić liczną grupę osób. Ze względu na to, że nie wszystkie uwzględnione osoby pracują w zawodach związanych z nauką i techniką, zmienna ta wskazuje bardziej na potencjalne niż wykorzystywane zasoby ludzkie regionu.

Najbardziej zróżnicowanym regionalnie czynnikiem jest poziom inwestycji w przeliczeniu na pracującego, co w dużej mierze wynika z wartościowego wyrażenia zmiennej. W badanym okresie obserwowany był wzrost przeciętnej wartości realnych inwestycji w przeliczeniu na 1 pracującego w przestrzeni regionów. Jednocześnie stopa inwestycji w tym samym okresie nie wykazywała tendencji do wzrostu lub spadku zarówno w ujęciu przeciętnym, jak i co do wartości skrajnych (minimalna i maksymalna). Natomiast widoczny był wzrost zróżnicowania stopy inwestycji w przekroju regionów, co sugerować może zwiększanie się różnic w wielkości stopy inwestycji między regionami.

Najniższym poziomem zasobów ludzkich w nauce i technice ($HRST_{it}$) charakteryzowały się wybrane regiony portugalskie i rumuńskie. Obie zmienne opisujące kapitał ludzki ($TETR_{it}$, $HRST_{it}$) charakteryzują się podobnymi tendencjami. Ich wartość przeciętna i minimalna rosły z roku na rok, równocześnie wartości maksymalne tych zmiennych nie ulegały zmianom w czasie. Biorąc pod uwagę, że współczynnik zmienności wskazywał na malejące regionalne zróżnicowanie poziomu kapitału ludzkiego wyrażonego zmienną zarówno $TETR_{it}$ (z 45,3% w 1999 r. do 33,9% w 2005 r.), jak i $HRST_{it}$ (z 29,2 do 25,1%), można podejrzewać, że obserwowane wyrównywanie się poziomu kapitału ludzkiego wynikało ze zwiększania się jego zasobów w regionach o dotychczas niskim jego poziomie.

4. Wyniki analizy ekonometrycznej

Analizę konwergencji regionalnej rozpoczęto od ustalenia wartości sigma konwergencji według wzoru (1). Malejące wartości odchylenia standardowego logarytmów naturalnych produktu PKB_{*t*} stanowią potwierdzenie zachodzenia wyrównywania się poziomu regionalnego produktu PKB w kolejnych latach (por. tab. 2).

Tabela 2. Sigma konwergencja regionów państw Unii Europejskiej w latach 1999-2005

Rok	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
σ	0,432	0,428	0,416	0,392	0,368	0,353	0,351

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych EUROSTATU.

Potwierdzenie zachodzenia procesów sigma konwergencji jest przesłanką do potwierdzenia zachodzenia procesów konwergencji typu beta. Jak już wspomniano, β konwergencja jest czynnikiem koniecznym, chociaż niewystarczającym do osiągnięcia σ konwergencji.

Analizę β konwergencji przeprowadzono na podstawie modelu (6), poszerzając go o czynniki zgodne z neoklasycznym modelem wzrostu Solowa (stopa inwestycji oraz tempo przyrostu kapitału fizycznego powiększonego o stopę deprecjacji kapitału i stopę postępu technicznego) oraz kapitał ludzki. W modelu przyjęto, że wyra-

żenie ($g+\delta$) jest dla wszystkich regionów jednakowe i stałe w czasie. Opracowano dwie wersje modelu. Zgodnie ze specyfikacją I kapitał ludzki przybliżono zmienną $TETR_{it}$, w specyfikacji II zaś zmienną $HRST_{it}$ (por. tab. 4):

$$\ln PKB_{it} = (1 + \theta) \ln y_{i(t-1)} + \lambda_1 S_{it} + \lambda_2 (n_{it} + g + \delta) + \lambda_3 TETR_{it} + \alpha_i + \alpha_t + \varepsilon_{it}, \quad (7)$$

$$\ln PKB_{it} = (1 + \theta) \ln y_{i(t-1)} + \lambda_1 S_{it} + \lambda_2 (n_{it} + g + \delta) + \lambda_4 HRST_{it} + \alpha_i + \alpha_t + \varepsilon_{it}. \quad (8)$$

W prezentowanych modelach przyjęto, że wszystkie czynniki (zmiennie) są endogeniczne.

Tabela 3. Wyniki estymacji modeli β konwergencji warunkowej na podstawie podstawowego modelu Solowa (PODS)

Wyszczególnienie	<i>pooled</i>	LSDV	Sys-UMM
$\ln PKB_{i(t-1)}$	0,9693 (0,000)*	0,6758 (0,000)	0,9364 (0,000)
$\ln S_{it}$	-0,004 (0,555)	-0,012 (0,472)	0,0568 (0,000)
$\ln(n_{it}+g+\delta)$	-0,9145 (0,000)	-0,836 (0,000)	-1,0066 (0,000)
R ²	0,9904	0,8049	
AR(1)	0,285	0,001	0,000
AR(2)			0,000
Sargan			0,000

* W nawiasach podano empiryczny poziom istotności ustalony dla standardowych błędów ocen, a w przypadku estymatora *pooled* i LSDV dla odpornych błędów ocen (*robust standard error*). Dla testów AR(1), AR(2) oraz testu Sargana podano empiryczne poziomy istotności. Dla estymatora Sys-UMM podano wyniki uzyskane w drugim kroku estymacji. Oszacowania LSDV i Sys-UMM otrzymano z uwzględnieniem efektów α_i i α_t .

Źródło: opracowanie własne.

W tabelach 3 i 4 przedstawiono wyniki estymacji modelu konwergencji warunkowej zgodnej ze strukturą zmiennych podstawowego modelu Solowa – PODS (tab. 3) i rozszerzonego modelu Solowa uwzględniającego kapitał ludzki – HRST dla modelu uwzględniającego zasoby ludzkie w nauce i technice i TETR dla modelu uwzględniającego osoby z wyższym wykształceniem (tab. 4). Zgodnie z oczekiwaniami otrzymane oceny parametru autoregresyjnego mieszczą się w przedziale wyznaczonym przez estymatory *pooled* i LSDV. Estymator LSDV wydaje się mocno

obciążony. Badanie autokorelacji wskazuje na problemy ze specyfikacją modelu. Niektóre oceny parametrów strukturalnych zmiennych objaśniających są statystycznie nieistotne, a otrzymane znaki sprzeczne z oczekiwaniami. Należy uznać, że obciążenie oszacowań LSDV jest na tyle istotne, że wyniki te nie reprezentują żadnej wartości poznawczej. Oceny parametrów strukturalnych modelu rozszerzonego otrzymane na podstawie oszacowań z wykorzystaniem estymatorów *pooled* i *sys-UMM* są zgodne z oczekiwaniami. Inwestycje (S_{it}) wpływają dodatnio na tempo wzrostu gospodarczego, wyrażenie $\ln(n_i + g + \delta)$ ujemnie, a kapitał ludzki dodatnio niezależnie od sposobu pomiaru ($TETR_{it}$, $HRST_{it}$).

Tabela 4. Wyniki estymacji modeli β konwergencji warunkowej wynikającej z rozszerzonego modelu Solowa ($HRST$, $TETR$)

Wyszczególnienie	HRST			TETR		
	<i>pooled</i>	LSDV	<i>Sys-UMM</i>	<i>pooled</i>	LSDV	<i>Sys-UMM</i>
$\ln PKB_{i(t-1)}$	0,9569 (0,000)*	0,6778 (0,000)	0,9224 (0,000)	0,9519 (0,000)	0,6863 (0,000)	0,9293 (0,000)
$\ln S_{it}$	0,0071 (0,220)	-0,009 (0,583)	0,0803 (0,000)	0,005 (0,437)	-0,0132 (0,430)	0,0445 (0,000)
$\ln(n_{it} + g + \delta)$	-0,9129 (0,000)	-0,8489 (0,000)	-1,0453 (0,000)	-0,9257 (0,000)	-0,849 (0,000)	-1,0282 (0,000)
$\ln HRST_{it}$	0,0286 (0,000)	-0,0382 (0,100)	0,0361 (0,007)			
$\ln TETR_{it}$				0,0333 (0,000)	0,0038 (0,867)	0,0329 (0,000)
R^2	0,9908	0,8068		0,9915	0,807	
AR(1)	0,358	0,002	0,000	0,446	0,001	0,000
AR(2)			0,000			0,000
Sargan			0,000			0,000

* Oznaczenia jak do tab. 1.

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane na podstawie estymatora *sys-UMM* wartości parametrów strukturalnych pozwalają wierzyć, że ze względu na ich znak i statystyczną istotność wszystkich czynników wzrostu model prawidłowo charakteryzuje analizowane relacje⁷. Niestety test AR(2) wskazuje na niepoprawność specyfikacji modelu, a test Sargana na niepoprawność zastosowanych instrumentów. Tym samym na podstawie otrzymanych oszacowań trudno sformułować ostateczne wnioski.

⁷ Dla porównania w modelu Mankiwa, Romera i Weila dla próby 98 krajów otrzymano następujące oszacowania rozszerzonego modelu Solowa według konstrukcji (2): $\ln(Y60) = -0,289$, $\ln(I/GDP) = 0,524$, $\ln(n+g+\delta) = -0,505$, $\ln(SCHOOL) = 0,233$.

Problem specyfikacji modelu próbowano rozwiązać przez wprowadzenie rozkładu opóźnień dla wybranych zmiennych. Niestety, zabieg ten nie wpłynął na poprawę oszacowań modelu, dlatego też zrezygnowano z prezentacji wyników tego kroku. Poprawę własności estymatora *sys*-UMM próbowano także uzyskać dzięki ograniczeniu liczby opóźnień zmiennych objaśniających wykorzystywanych jako instrumenty, ale i ten krok nie przyniósł oczekiwanych rezultatów.

W kolejnym etapie badania podjęto próbę korekty modelu przez zmianę zestawu zmiennych objaśniających. Nowe zmienne (S_empl_{it} , H_empl_{it}) w większym stopniu charakteryzują rozmiar poniesionych nakładów inwestycyjnych oraz nakład pracy włożony w wytworzenie produktu krajowego brutto. Jako zmienne obrazujące wielkość inwestycji przyjęto:

- dla określenia wielkości inwestycji:
 S_empl_{it} – realne nakłady inwestycyjne na 1 pracującego w wieku 15 lat i więcej w euro w *i*-tym regionie i *t*-tym roku;
- dla określenia wielkości kapitału fizycznego:
 H_empl_{it} – liczba pracujących w wieku 15 lat i więcej ważona przeciętną liczbą przepracowanych godzin w ciągu tygodnia w głównym miejscu pracy w pełnym wymiarze godzin w *i*-tym regionie i *t*-tym roku.

Tabela 5. Wyniki estymacji modeli β -konwergencji – specyfikacja II (PODS, HRST, TETR)

Wyszczególnienie	PODS		HRST		TETR	
	<i>pooled</i>	<i>Sys</i> -UMM	<i>pooled</i>	<i>Sys</i> -UMM	<i>pooled</i>	<i>Sys</i> -UMM
$\ln PKB_{i(t-1)}$	0,9361 (0,000)*	0,8628 (0,000)	0,9014 (0,000)	0,7761 (0,000)	0,9191 (0,000)	0,8196 (0,000)
$\ln S_empl_{it}$	0,0092 (0,319)	0,0364 (0,000)	0,0168 (0,084)	0,0673 (0,000)	0,0071 (0,412)	0,0534 (0,000)
$\ln H_empl_{it}$	0,0013 (0,452)	-0,006 (0,376)	-0,0014 (0,454)	-0,0129 (0,024)	0,0004 (0,810)	-0,0125 (0,034)
$\ln HRST_{it}$			0,0471 (0,000)	0,0644 (0,000)		
$\ln TETR_{it}$					0,0363 (0,000)	0,0207 (0,002)
R ²	0,9825		0,9836		0,9839	
AR(1)	0,541	0,001	0,521	0,000	0,640	0,000
AR(2)		0,1596		0,1155		0,2133
Sargan		0,000		0,000		0,000

* Oznaczenia jak do tab. 1.

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowania tak sformułowanego modelu podano w tab. 5. Podobnie jak w przypadku specyfikacji I oceny parametrów strukturalnych otrzymane dla modelu

rozszerzonego z wykorzystaniem *sys*-UMM są zgodne z oszacowaniami. Wszystkie oceny parametrów strukturalnych są statystycznie istotne przy poziomie istotności 0,05. W modelu nie odnotowano autokorelacji składnika losowego, o czym świadczy brak korelacji drugiego rzędu dla równań w postaci pierwszych różnic. Brak autokorelacji w modelach można uznać za potwierdzenie poprawności specyfikacji modelu. Niestety ponownie odnotowano problem z instrumentami. W teście Sargana odrzucono hipotezę zerową o zasadności wykorzystanych instrumentów.

Problem doboru instrumentów w modelach z endogenicznymi zmiennymi objaśniającymi może prowadzić do dużego obciążenia oszacowań. Przyczyną tego może być zbyt duża liczba instrumentów. W modelu, gdzie liczba obserwacji po czasie wynosi $T = 3$, dla równań w postaci przyrostów dostępny jest 1 instrument, a dla równań w poziomach jest ich 2. W miarę wzrostu T liczba instrumentów rośnie liniowo. Mianowicie w przypadku zmiennych endogenicznych dla równań w postaci pierwszych różnic liczba dostępnych warunków ortogonalności wynosi $\frac{(T - 1)(T - 2)}{2}$. Jak zauważa Roodman, zbyt duża liczba instrumentów prowadzi

do „zatarcia” informacji o endogeniczności zmiennej, w efekcie czego otrzymujemy oszacowania zbliżone do estymatorów niewykorzystujących zmiennych instrumentalnych [Roodman 2008]. Problem weryfikacji poprawności doboru instrumentów modelu – w przypadku prezentowanych wyników – może wynikać także z niestałości wariancji składnika losowego. Test Sargana w przypadku heteroskedastyczności składnika losowego jest obciążony na niekorzyść hipotezy zerowej.

Podobnie jak w przypadku specyfikacji I dla specyfikacji II podjęto próbę korekty modelu przez usuwanie wybranych momentów. Niestety, nie przyniosło to oczekiwanych rezultatów.

Tabela 6. Szybkość konwergencji typu beta

Wyszczególnienie	PODS	HRST	TETR
Specyfikacja I			
<i>pooled</i>	0,0312	0,0440	0,0493
<i>sys</i> -UMM	0,0657	0,0807	0,0733
Specyfikacja II			
<i>pooled</i>	0,0660	0,1038	0,0844
<i>sys</i> -UMM	0,1476	0,2535	0,1989

Źródło: opracowanie własne.

Wydaje się, że otrzymane wyniki, pomimo niedoskonałości, pozwalają potwierdzić zachodzenie procesów beta konwergencji warunkowej. Oszacowana z wykorzystaniem Systemowego Estymatora UMM szybkość konwergencji w zależności od struktury modelu waha się od 0,0657 do 0,0807 dla specyfikacji I oraz od 0,1476

do 0,2535 dla specyfikacji II (por. tab. 6). Szybsze tempo konwergencji otrzymano na podstawie rozszerzonego modelu Solowa niezależnie od zastosowanego estymatora. Pozwala to wierzyć, że wiedza wpływa na przyspieszenie procesów konwergencji.

Przyjmując za wiążące wyniki otrzymane na podstawie specyfikacji II, można uznać, że gdyby w regionach osiągnięto zbliżony poziom nakładów inwestycyjnych, nakładów pracy oraz zasobów ludzkich w nauce i technice ($HRST_{it}$), szybkość zbieżności wynosiłaby 25,5% rocznie. Niższe tempo uzyskano dla modelu uwzględniającego poziom wykształcenia ($TETR_{it}$) – 19,9%. Najniższe tempo wzrostu otrzymano na podstawie modelu opisanego według specyfikacji pomijającej kapitał ludzki – 14,8%.

5. Wnioski

Przeprowadzone badanie potwierdza wyrównywanie się poziomu regionalnego produktu krajowego brutto na 1 pracującego według PPS w latach 1999-2005.

Otrzymane oszacowania modeli regionalnej konwergencji warunkowej z wykorzystaniem *sys-UMM* pozwalają wierzyć, że w przekroju regionów zachodzi proces konwergencji warunkowej. Wydaje się, że mimo kłopotów z ustaleniem struktury macierzy instrumentów uzyskane dla regionów wyniki mogą zostać wykorzystane do charakterystyki determinant wzrostu. Najważniejsze wnioski to:

- oszacowania bliższe oczekiwaniom otrzymano dla modelu rozszerzonego o kapitał ludzki, co potwierdza jego istotność dla kompletności specyfikacji modelu,
- otrzymane oceny parametrów strukturalnych modelu rozszerzonego są zgodne z oczekiwaniami,
- czynniki wzrostu związane z kapitałem ludzkim mają dodatni wpływ na tempo wzrostu społeczno-gospodarczego regionów,
- szybsze tempo konwergencji sugerują modele uwzględniające kapitał ludzki,
- wydaje się, że spośród rozpatrywanych czynników wzrostu charakteryzujących zasoby ludzkie w nauce i technice ($HRST$) oraz poziom wykształcenia ($TETR$) pierwszy z nich odgrywa większą rolę w kształtowaniu się procesów konwergencji. Jest to zmienna, która charakteryzuje się wyższą elastycznością, co oznacza, że wzrost wartości $\ln HRST_{it}$ o 1 punkt procentowy wiąże się z relatywnie wyższym wzrostem $\ln PKB_{it}$ niż odpowiedni wzrost zmiennej $\ln TETR_{it}$. Ponadto spośród modeli uwzględniających kapitał ludzki szybsze tempo konwergencji sugerują modele uwzględniające rozmiary zasobów ludzkich w nauce i technice.

Literatura

Arellano M., Bond S., *Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equation*, „The Review of Econometric Studies Ltd.” 1991 vol. 58, no 2, s. 277-297.

- Arellano M., Bover O., *Another Look at the Instrumental Variables Estimation of Error-components Models*, „Journal of Econometrics” 1995, no 68, s. 29-51.
- Arellano M., *Modelling Optima Instrumental Variables for Dynamic Panel Data Models*, CEMFI Working Paper no 0310, July 2003.
- Baltagi B.H., *Econometric Analysis of Panel Data*, Third edition, John Wiley & Sons, Ltd. 2005.
- Barro R. J., *Makroekonomia*, PWE, Warszawa 1997.
- Blundell R., Bond S., *Initial Conditions and Moment Restriction in Dynamic Panel Data Models*, „Journal of Econometrics” 1998 no 87, s. 115-143.
- Blundell R., Bond S., *GMM Estimation With Persistent Panel Data: an Application to Production Function*, „Working Paper Series No. W99/4”, The Institute for Fiscal Studies, September 1998.
- Bond S., Hoeffler A., Temple J., *GMM Estimation of Empirical Growth Models*, Economics Group, Nuffield College, University of Oxford, Economics Papers Nr 2001-W21.
- Ciołek D., *Szacowanie regresji wzrostu i konwergencji na podstawie danych panelowych*, [w:] *Metody ilościowe w naukach ekonomicznych*, red. A. Welfe, SGH, Warszawa 2004, s. 11-32.
- Friedman M., *Do Old Fallacies Ever Die?*, „Journal of Economic Literature” no 30 (December), s. 2129-2132, za: K. Lee, M.H. Pesaran, R. Smith, *Growth and Convergence in a Multi-Country Empirical Stochastic Solow Model*, „Journal of Applied Econometrics”, vol. 12, no 12 no 4 (Jul-Aug, 1997), s. 357-392.
- Herbst M. (red.), *Kapitał ludzki i kapitał społeczny a rozwój regionalny*, Scholar, Warszawa 2007.
- Hsiao Ch., *Analysis of Panel Data*, Cambridge University Press, 1986.
- Lee K., Pesaran M.H., Smith R., *Growth and Convergence in a Multi-Country Empirical Stochastic Solow Model*, „Journal of Applied Econometrics” 1997 vol. 12, no 12, no 4 (Jul-Aug), s. 357-392.
- Malaga K., Kliber P., *Konwergencja i nierówności regionalne w Polsce w świetle neoklasycznych modeli wzrostu*, AE, Poznań 2007.
- Mankiw N., Romer D., Weil D., *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, „The Quarterly Journal of Economics” 1992 vol. 107, no 2 (May), s. 407-437.
- Nickell S., *Biases in Dynamic Models with Fixed Effects*, „Econometrica” 1981 no 49, s. 1417-1426.
- Próchniak M., Witkowski B., *Modelowania realnej konwergencji w skali międzynarodowej*, „Gospodarka Narodowa” nr 10 (182), październik 2006, s. 1-32.
- Romer D., *Makroekonomia dla zaawansowanych*, PWN, Warszawa 2000.
- Roodman D., *A Note on the Theme of Too Many Instruments*, Working Paper Number 125, May 2008, www.cgdev.org.
- Tokarski T., *Statystyczna analiza regionalnego zróżnicowania wydajności pracy, zatrudnienia i bezrobocia w Polsce*, PTE, Warszawa 2005.
- Verbeek M., *A Guide to Modern Econometric*, John Wiley & Sons, LTD, New York 2000.
- Welfe W., *Ekonometryczne modele wzrostu gospodarczego*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2001.
- Wooldridge J.M., *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, Massachusetts Institute of Technology, 2002.

Źródła internetowe

[1] <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/>.

ECONOMETRIC ANALYSIS OF SIGMA AND BETA CONVERGENCE IN THE EUROPEAN UNION REGIONS

Summary: The article presents econometric analysis of convergence, characteristic for the European Union countries at NUTS-2 level. Convergence analysis represents one of the most important research domains conducted in the area of economic growth. The research carried out in this matter constitutes an attempt to answer the question regarding the decrease in income level differences (δ convergence), and the speed in reaching the state of sustainable growth by economies, as well as factors characteristic for such growth (β convergence). The identification of δ convergence comes down to defining the gross domestic product level of diversification in the cross-section of regions in the particular time span. As opposed to the above, the study of β convergence focuses on the influence of initial income level (y_{i0}) on the speed of economic growth. In case of conditional convergence, apart from the initial income level there are also considered other factors influencing economic growth. Quantitative analysis of these interrelations results in many problems for researchers associated, among others, with the selection of suitable estimation method, panel structure (elements T and N), the problem of endogenous variables and measurement error, and also the availability of statistical data.

The hereby study presents estimation results having applied pooled model, Squares Dummy Variable Model (LSDV) and also dynamic models estimated by means of GMM System Estimator. The article also briefly characterizes these approaches, together with the selected information about problems resulting from their application in the context of growth models.