

# Spis treści

<b>Rozdział 1. Wstęp</b> . . . . .	3
1.1. Wprowadzenie . . . . .	3
1.2. Teza i cel pracy . . . . .	6
1.2.1. Teza pracy . . . . .	6
1.2.2. Cele pracy . . . . .	6
1.3. Podejście sekwencyjne do zadania rozpoznawania . . . . .	6
1.4. Elementy teorii ewidencji matematycznej (Dempstera-Shafera) . . . . .	8
1.4.1. Podstawowe pojęcia teorii Dempstera-Shafera . . . . .	8
1.4.2. Podstawowe własności teorii Dempstera-Shafera . . . . .	11
1.5. Elementy teorii zbiorów rozmytych . . . . .	11
1.5.1. Zbiory rozmyte . . . . .	12
1.5.2. Systemy rozmyte . . . . .	13
<b>Rozdział 2. Cel rozpoznawania i dostępna informacja</b> . . . . .	15
2.1. Matematyczny opis zadania rozpoznawania jednoetapowego . . . . .	15
2.2. Matematyczny opis zadania rozpoznawania sekwencyjnego . . . . .	18
2.2.1. Model I. Synteza informacji pochodzącej z macierzy przejść $\mathbf{P}$ opisującej związek między kolejnymi stanami obiektu, z rozmytą obserwacją cech obiektu. . . . .	20
2.2.2. Model II. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z zastosowanym sterowaniem $u_{N-1}$ w takcie poprzednim . . . . .	22
2.2.3. Model III. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z zaobserwowaną klasą $j_{N-1}$ w takcie poprzednim . . . . .	24
2.2.4. Model IV. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z klasą $j_{N-1}$ i sterowaniem $u_{N-1}$ w takcie poprzednim . . . . .	25
2.2.5. Model V. Rozmyta zależność między kolejnymi etapami wnioskowania . . . . .	27
2.2.6. Model VI. Rozmyta zależność między wartościami zmiennych i między klasami pojawiającymi się w kolejnych etapach rozpoznawania . . . . .	28
<b>Rozdział 3. Algorytmy rozpoznawania</b> . . . . .	31
3.1. Model 1 . . . . .	31
3.2. Model 2 . . . . .	34
3.3. Model 3 . . . . .	38
3.4. Model 4 . . . . .	40
3.5. Model 5 . . . . .	40
3.6. Model 6 . . . . .	48

---

<b>Rozdział 4. Generowanie informacji</b> . . . . .	53
4.1. Generowanie sztucznego zbioru uczącego . . . . .	53
<b>Rozdział 5. Własności algorytmów sekwencyjnych</b> . . . . .	55
5.1. Badania symulacyjne i ocena jakości algorytmów sekwencyjnych . . . . .	55
5.2. Wnioski . . . . .	71
<b>Rozdział 6. Zastosowanie sekwencyjnych algorytmów rozpoznawania w diagnostyce medycznej</b> . . . . .	79
6.1. Statystyczny opis zadania rozpoznawania . . . . .	83
6.2. Wyniki rozpoznawania dla danych z Oddziału Neurochirurgii . . . . .	85
6.3. Wyniki rozpoznawania dla danych z Oddziału Nefrologii . . . . .	89
<b>Rozdział 7. Wnioski końcowe</b> . . . . .	92
<b>Rozdział 8. Tabele i rysunki z analizy statystycznej materiału empirycznego</b> . . . . .	95
<b>Bibliografia</b> . . . . .	108

## Wstęp

### 1.1. Wprowadzenie

Człowiek od początku swojego istnienia stawał nieustannie przed złożonymi problemami podejmowania decyzji. Nasz pradawny przodek zdawał sobie sprawę z faktu, że podjęcie prawidłowych rozwiązań problemów wiąże się z dużymi korzyściami. W drodze ewolucji umysł człowieka stawał się coraz bardziej rozwinięty i zdolny do rozwiązywania coraz to bardziej skomplikowanych zadań.

Złożone procesy zachodzące w mózgu i jego zdolność do analizy, rozpoznawania, gromadzenia informacji, itd., stały się źródłem inspiracji badań naukowych. Zaczęły powstawać teorie oraz bazujące na nich modele matematyczne odwzorowujące procesy zachodzące w mózgu. To właśnie metody matematyczne umożliwiły modelowanie procesów rozpoznawania. W połączeniu z teorią optymalizacji decyzje te stawały się najefektywniejsze, w sensie poprawnych rozwiązań.

Przez rozpoznawanie będziemy rozumieć zakwalifikowanie badanego obiektu na podstawie cech jego opisujących do pewnej klasy. Przykładem zadania rozpoznawania może być analiza odcisków palców na podstawie których system rozpoznaje daną osobę. Obiektem w tym przypadku jest człowiek, cechami są charakterystyczne wielkości opisujące analizowane linie papilarne (kształt, rozmieszczenie,...). Oprócz identyfikacji linii papilarnych, istnieją metody rozpoznawania na podstawie analizy głosu, bądź obrazu dna oka. Innym znanym z literatury przykładem jest rozpoznawanie liter. Spotykamy się również z przykładem zadania rozpoznawania w medycynie. Obiektem może tutaj być pacjent, cechami pewne parametry opisujące chorobę (wyniki badań), bądź pacjenta, np. wiek, waga, wzrost, itp., a klasami nazwy chorób.

Ciągły postęp techniczny oraz bardzo duży zakres możliwości zastosowania systemów ekspertowych sprawia, że metody rozpoznawania obiektów są ciągle rozwijane i ulepszone. Większość systemów ekspertowych opiera się na przetwarzaniu logicznych

reguł, które opisują zależności między obserwowanymi cechami, a definiującymi je klasami [54].

W rzeczywistości zbiory uczące, za pomocą których budujemy algorytmy wnioskowania są nieprecyzyjne, niepewne i czasami sprzeczne. W związku z powyższym faktem konieczne było i jest opracowywanie algorytmów przetwarzania takich informacji. Modele algorytmów rozpoznawania oparte są na różnych teoriach. Najbardziej znaną teorią wykorzystywaną w modelach rozpoznawania jest probabilistyka. W teorii tej do rozpoznawania stanu obiektu wykorzystywany jest klasyfikator bayesowski. Przykłady prac z rozpoznawania bayesowskiego odnaleźć można w różnych opracowaniach [54, 56, 65]. Ze względu na niewielką elastyczność w przetwarzaniu wiedzy niepewnej, niepełnej przez model bayesowski powstały stosunkowo niedawno ciekawe i wielce nośne intelektualnie teorie, których autorami są Lotfi Zadeh oraz Artur P. Dempster i Glen Shafer.

Początki teorii zbiorów rozmytych odnajdujemy w pracy Lotfiego A. Zadeha "Fuzzy Sets" z 1965 roku. Teoria ta jest obecnie rozwijana bardzo intensywnie i odgrywa dużą rolę w zastosowaniach informatycznych matematyki - co dowodzi, że najbardziej abstrakcyjne pomysły miewają nadspodziewanie praktyczne zastosowania. Logika rozmyta jest narzędziem, za pomocą którego możemy dokonać opisu nieprecyzyjnej rzeczywistości. Jakże często używamy pojęć przybliżonych. Ileż razy mówimy, że ktoś ma "około 176 cm wzrostu", albo, że coś waży "około 3 kg". Okazuje się, że logika wypowiedzi typu "możliwe, że...", "prawie, że...", "około..." ..., jest nauce i technice bardzo potrzebna. Często nie jesteśmy w stanie precyzyjnie określić pewnych wartości. Stosując odpowiednie techniki, można na podstawie pewnej analizy sytuacji "rozmytej" uzyskać decyzję całkiem precyzyjną. Przykłady modeli z teorii zbiorów i logiki rozmytej, można odnaleźć w pracach [6, 10, 47, 63, 72].

Obok teorii logiki rozmytej zastosowanie w informatyce i to tej najbardziej praktycznej znalazła teoria Dempstera-Shafera, zwana inaczej teorią ewidencji matematycznej bądź teorią funkcji przekonania. Teoria ta została stworzona przez Glena Shafera w 1976 roku. Jest ona rozszerzeniem pewnych zagadnień wnioskowania statystycznego [7, 8, 9]. Ponieważ są to zagadnienia sformułowane przez Artura P. Dempstera więc przyjęto w wielu pracach nazewnictwo jej, jako teorii "Dempstera-Shafera", którą dalej będziemy nazywać (DST). Teoria ta ma wiele ważnych metodologicznych zalet, tj. daje możliwość składania niezależnych ewidencji, umożliwia wnioskowanie w przypadku niepełnej wiedzy, we wnioskowaniu jest znośna obliczeniowo. Istnieją prace [11, 13, 16, 19, 46, 55, 66, 68, 73, 74] świadczące o jej ciągłym rozwoju. Teoria Dempstera-Shafera znajduje również zastosowanie w medycynie czego przykładem są prace [60, 61, 64].

Coraz częściej spotykamy się z próbami łączenia np. teorii zbiorów rozmytych z probabilistyką czego przykładem są prace [6, 18]. Istnieją również próby łączenia teorii zbiorów rozmytych z teorią ewidencji matematycznej Dempstera-Shafera, o czym świadczą prace [62, 74] oraz prace R. Yagera . [70, 71].

Cenne prace z systemami neuro-rozmytymi publikowane są przez J. Łęskiego [48, 49, 51]. W pracy [49] autor skupia się na wykorzystaniu neuro-rozmytego systemu do diagnostyki autonomicznego układu nerwowego analizującego sygnał HRV w podpasmach widmowych.

W algorytmach rozpoznawania istnieją właściwie dwa rodzaje wiedzy. Pierwszy

rodzaj, to wspomniana wyżej wiedza eksperta w postaci reguł eksperckich. Drugim rodzajem wiedzy jest zbiór uczący.

Powyżej wspomniane prace dotyczą rozpoznawania jednoetapowego. Często jednak mamy do czynienia ze złożonymi problemami decyzyjnymi. Problemy te dotyczą np. rozpoznawania obiektów z wieloma cechami oraz klasami. Zatem niezbędne okazało się stworzenie złożonych metod rozpoznawania [28, 29, 30]. Przykładem takiego rozpoznawania jest podejście sekwencyjne. Jest ono złożonym procesem decyzyjnym. W diagnostyce sekwencyjnej kolejno pojawiające się obiekty są od siebie zależne. Oznacza to, że konstruując algorytmy rozpoznawania należy pamiętać o tym, że nie można ograniczać się tylko do aktualnych pomiarów. Należy wziąć pod uwagę dostępną informację pomiarową. Zawiera ona kolejno pojawiające się stany obiektu w postaci klas, sterowań, czy też wcześniej zmierzonych wartości cech obiektu. Podejście sekwencyjne do zadania rozpoznawania ma zalety jak również wady. Bardzo trudno ująć w algorytmie rozpoznawania wszystkie dotychczasowe stany obiektu. Zatem należy stosować pewne uproszczenia. Zadanie rozpoznawania sekwencyjnego można często spotkać w diagnostyce medycznej. Polega ono na wielokrotnym rozpoznaniu stanu pacjenta na podstawie wyników badań wykonywanych co pewien czas. Stan pacjenta jest zależny od przebiegu całej choroby.

Pierwsze prace z zakresu rozpoznawania sekwencyjnego można odnaleźć w pracach [40, 2, 3].

Prace [41, 42, 43, 44, 69, 75, 78, 79, 80, 81, 82] opisują możliwości zastosowania modeli probabilistycznych w złożonym rozpoznawaniu. Bardzo wiele opracowań można odnaleźć w pracach Zespołu Katedry Systemów i Sieci Komputerowych. Prace [24], [25], [26], [27] uwzględniają podejście statystyczne, metody rozmyte oraz sztuczne sieci neuronowe. Bardzo bogatą merytorycznie jest praca [23] M. Kurzyńskiego, M. Woźniaka i A. Żolnierka. Autorzy prezentują wyniki różnych klasyfikatorów w zadaniu rozpoznawania sekwencyjnego, bazujące na relacjach rozmytych, podejściu probabilistycznym, sieciach neuronowych dwóch typów (Back Propagation, Counter Propagation). Badania przeprowadzone przez autorów dotyczą rozpoznawania stanów zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej. Autorzy porównują algorytmy uwzględniając w rozpoznawaniu  $\{0,1,2\}$  takty poprzednie. Wyniki jakie uzyskali świadczą o tym, że uwzględnienie zależności między kolejno pojawiającymi się obiektami istotnie polepsza częstości poprawnych klasyfikacji w stosunku do algorytmów nie uwzględniających takich zależności.

Innym przykładem rozpoznawania złożonego może być wnioskowanie za pomocą drzew decyzyjnych, czego przykłady możemy znaleźć w pracach [29, 30, 32, 33, 36, 37, 38]. Spośród wymienionych wyżej pozycji, w pracach [37, 38] odnajdujemy przykłady sytemu rozmytego zastosowanego do rozpoznawania wieloetapowego. W niniejszej pracy skupiono się na złożonym rozpoznawaniu sekwencyjnym, w którym łączy się logikę rozmytą z teorią Dempstera-Shafera w celu opisu związków między cechami oraz etapami rozpoznawania. Zadanie rozpoznawania jest realizowane przez funkcję przekonania.

## 1.2. Teza i cel pracy

### 1.2.1. Teza pracy

Istnieje możliwość zbudowania algorytmów rozpoznawania sekwencyjnego z modelem łączącym teorię ewidencji matematycznej z teorią zbiorów rozmytych. Model taki poprawia dokładność klasyfikacji w warunkach niepewności oraz niepełności informacji. Jest on co najmniej tak skuteczny, a nawet lepszy w sensie częstości poprawnych klasyfikacji od istniejących algorytmów rozpoznawania sekwencyjnego.

### 1.2.2. Cele pracy

1. Sformułowanie modelu matematycznego zadania rozpoznawania sekwencyjnego.
2. Opracowanie algorytmów rozpoznawania bazujących na teorii ewidencji matematycznej i teorii zbiorów rozmytych.
3. Przeprowadzenie badań eksperymentalnych na losowo wygenerowanych danych empirycznych, a w tym wyznaczenie charakterystyk przedstawiających zależności:
  - skuteczności algorytmów od długości zbioru uczącego,
  - skuteczności algorytmów od ilości obszarów rozmytych,
  - skuteczności algorytmów od wielkości nachodzenia na siebie rozkładów gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach,
  - skuteczności algorytmów od miary zależności pomiędzy zmiennymi tworzącymi zbiór uczący [39]
  - skuteczności algorytmów zależnej od współczynnika sprzeczności reguł rozmytych.
4. Przeprowadzenie badań eksperymentalnych wykorzystując dane rzeczywiste:
  - a) stany zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej (zbiór uczący zgromadzony przez Zespół Katedry Systemów i Sieci Komputerowych, Politechniki Wrocławskiej, w Klinice Neurochirurgii AM we Wrocławiu),
  - b) stany zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej (zbiór uczący zgromadzony przez autora pracy w Szpitalu Wojewódzkim na Oddziale Nefrologii i Wewnętrznym we Włocławku)

## 1.3. Podejście sekwencyjne do zadania rozpoznawania

Do napisania niniejszej pracy skłoniły autora problemy podejmowania decyzji, w rozpoznawaniu sekwencyjnym związane z niepełnością, nieprecyzyjnością, wieloznacznością i sprzecznością (w rozwiązywaniu których istnieją luki) danych pochodzących ze zbiorów uczących. Praca ta jest pewną kontynuacją, rozszerzeniem, nowatorskim podejściem w stosunku do prac Zespołu, które były cytowane wcześniej. W niniejszej pracy autor stara się sprostać niepełności i nieprecyzyjności oraz sprzeczności informacji, łącząc teorię ewidencji matematycznej z teorią zbiorów rozmytych. W teorii Dempstera Shafera stopnie przekonania mają charakter subiektywny i zgodnie z jej postulatami są szacowane przez eksperta [68]. W pracy do badań wykorzystano zbiór uczący, który składa się z wyników badań oraz poprawnych diagnoz, zatem można potraktować go jako zgodny z powyższym postulatem.

Zaletą rozpoznawania sekwencyjnego jest uwzględnienie wpływu stanu bądź stanów przeszłych obiektu, które wywierają pewien wpływ na stan aktualny. W przypadku rozpoznawania różnego rodzaju zaburzeń w medycynie, lekarze często wykorzystują do postawienia diagnozy oprócz aktualnych wyników badań, wyniki oraz leczenia zastosowane w przeszłości.

Rozpoznawanie sekwencyjne nie ma konkretnego wymiaru czasowego. Jest ono zależne od rozpatrywanego przypadku.

System komputerowy, który wykorzystuje model sekwencyjny może być bardzo przydatny w medycynie np. na Oddziałach Intensywnej Terapii. Stan pacjenta zmienia się dynamicznie. Co pewien określony czas wykonywane są badania oraz aplikowane podawanie leku. Wpływ historii pacjenta na aktualny jego stan jest oczywisty. W związku z powyższym ważne jest aby w przypadku takich problemów, wykorzystywać modele opisujące związki między zależnymi w czasie parametrami obiektu.

Podejście sekwencyjne w pracy do zadania rozpoznawania jest syntezą dwóch uzupełniających się wzajemnie teorii jakimi są: teoria zbiorów rozmytych oraz teoria Dempstera-Shafera. Jedną z pierwszych metod była teoria prawdopodobieństwa. Algorytmy Bayesowskie mają pewną wadę, należy znać całkowitą specyfikację modelu probabilistycznego. Ewidencja matematyczna, zwana inaczej teorią funkcji przekonania, czy teorią Dempstera-Shafera jest alternatywną formą probabilistyki, w której nie uzupełnia się niepełnej specyfikacji. Wyznaczane są w niej prawdopodobieństwa z jakimi dane hipotezy można udowodnić, a nie jak w modelu Bayesowskim prawdopodobieństwa prawdziwości tych hipotez. Teoria ta pozwala rozróżnić wiedzę od niewiedzy i możemy ją z powodzeniem stosować w przypadkach niepełnej informacji, składania ewidencji i aktualizacji przekonań.

W probabilistyce przetwarza się wiedzę dotyczącą rozpatrywanego obiektu za pomocą prawdopodobieństw warunkowych i bezwarunkowych, które są przypisane zdaniom i zdarzeniom. Aktualizacji przekonań dokonuje się za pomocą twierdzenia Bayesa. W rozważanej przez nas teorii zdaniom przypisuje się wielkość  $Bel(A)$ , która nazywana jest *stopniem przekonania*. Łączenie, czy aktualizacja takich przekonań jest realizowana przez *regulę Dempstera* (opis podstaw matematycznych znajduje się w następnym punkcie rozdziału).

Teoria Dempstera-Shafera wykorzystuje matematyczne prawdopodobieństwa do oceny subiektywnej. W probabilistyce mając konkretne pytanie, przyporządkowujemy prawdopodobieństwa dla każdej odpowiedzi na to pytanie. Teoria ewidencji matematycznej daje możliwość przypisania przekonań zarówno dla pojedynczych jak i grupy odpowiedzi. Np. jeżeli jesteśmy pewni, że spośród dwóch losów jeden wygrywa, ale nie mamy pojęcia, który z nich, to w modelu bayesowskim przyjmujemy  $p(\{los1\}) = p(\{los2\}) = 0.5$ . W teorii funkcji przekonania, naszą wiedzę zapiszemy w postaci  $Bel(\{los1, los2\}) = 1$ ,  $Bel(\{los1\}) = 0$ ,  $Bel(\{los2\}) = 0$ .

Teoria zbiorów rozmytych jest bardzo elastyczna, tworzy się rozmyte reguły typu **IF ... THEN**.

W pracy do oceny opracowanych algorytmów wykorzystano dane z diagnozowania stanów równowagi kwasowo-zasadowej [41, 43, 69]. Dane medyczne zawierają zbiór uczący opracowany przez ekspertów, którymi są lekarze.

Rozdział I zawiera wprowadzenie do sekwencyjnego zadania rozpoznawania z wyko-

rzystaniem modelu sekwencyjnego oraz elementy teorii zbiorów rozmytych i ewidencji matematycznej.

Rozdział II zawiera matematyczny opis zadania rozpoznawania. Podano przykład prostego jednoetapowego rozpoznawania oraz sekwencyjnego problemu decyzyjnego. W rozdziale tym, opisano dostępną informację w postaci zbioru uczącego.

Rozdział III zawiera algorytmy rozpoznawania. Znajdują się tutaj algorytmy wnioskowania dla przypadku, gdy mamy tylko jeden rodzaj informacji np. rozmyte związki między kolejno mierzonymi cechami. Innymi rodzajami informacji o obiekcie są np. macierze przejść między kolejnymi klasami zależne od zastosowanego sterowania w takcie poprzednim. Rozdział zawiera również przykłady praktyczne, pokazujące jak budować bazę reguł rozmytych oraz przykłady wnioskowania z wykorzystaniem zbudowanej wiedzy.

Rozdział IV prezentuje metodę generowania zbioru uczącego.

W rozdziale V zawarto wyniki badań algorytmów rozpoznawania dla przypadku danych empirycznych wygenerowanych dla potrzeb testowania oraz wnioski z otrzymanych wyników.

Rozdział VI zawiera wyniki badań algorytmów rozpoznawania dla konkretnego przypadku medycznego.

W rozdziale VII znajdują się wnioski końcowe i podsumowanie całości pracy.

## 1.4. Elementy teorii ewidencji matematycznej (Dempstera-Shafera)

W tym podrozdziale są zaprezentowane wybrane elementy teorii ewidencji matematycznej. Przedstawione pojęcia to tylko fragment teorii, który znalazł miejsce w niniejszej pracy. Bardziej szczegółowe informacje na temat teorii ewidencji matematycznej czytelnik odnajdzie w pracach [7, 8, 9, 19, 46, 55, 68].

Opis wybranych metod matematycznych obliczeń został zaczerpnięty z prac [19, 68].

### 1.4.1. Podstawowe pojęcia teorii Dempstera-Shafera

W teorii tej istnieje pojęcie zbioru  $\Theta$ , który jest definiowany jako niepusty skończony zbiór, przy czym dla pewnego naturalnego  $n$ :

$$\Theta = \Theta_1 \times \Theta_2 \times \Theta_3 \times \dots \times \Theta_z, \quad (1.1)$$

gdzie zbiory  $\Theta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, z$  są niepustymi skończonymi zbiorami dyskretnymi.

**Definicja 1.4.1** Przez funkcję masy w sensie DST (ang. mass function) rozumie się funkcję  $m : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  taką, że dla każdego zbioru  $A \in \Theta$ :

$$\begin{aligned} \sum_{A \in 2^\Theta} m(A) &= 1, \\ m(\emptyset) &= 0, \\ \forall_{A \in 2^\Theta} \quad 0 &\leq \sum_{A \subseteq B} m(B), \\ \forall_{A \in 2^\Theta} \quad m(A) &\geq 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$



Dowodzono, że dla każdej funkcji przekonania Bel istnieje dokładnie jedna funkcja masy  $m$  taka, że  $Bel(A) = \sum_{B \in A} m(B)$ , natomiast dla zbiorów większej liczności funkcję  $m(A)$  można traktować jako wyrównanie "ignorancji" podzbiorów danego zbioru.

Funkcja alokacji prawdopodobieństwa  $m(A)$  jest to podstawowe przyporządkowanie prawdopodobieństwa dla  $\Theta$ .

Jeżeli  $m(A) = 1$ , mówimy wtedy, że mamy do czynienia z całkowitą ignorancją związaną z rozpatrywanym problemem (wiadomo, że nic nie wiemy).

**Definicja 1.4.2** Przez funkcję przekonania w sensie teorii DS rozumie się taką funkcję Bel :  $2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ , że

$$Bel(A) = \sum_{B \in A} m(B), \quad (1.3)$$

gdzie  $m(B)$  jest funkcją masy w sensie DST

Funkcja przekonania mierzy wiarygodność poszlak na rzecz  $A$ . Na ile poszlaki przemawiając przeciw  $A$  są wiarygodne mówi funkcja wiarygodności  $PL(A)$

**Definicja 1.4.3** Przez funkcję domniemania (wiarygodności) w sensie DST rozumie się funkcję  $Pl : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ ,

$$\forall_{A \in 2^\Theta} Pl(A) = \sum_{B; B \cap A \neq \emptyset} m(B). \quad (1.4)$$

**Definicja 1.4.4** Rozpatrując dwa rozkłady  $m_1$  i  $m_2$ , można dokonać ich połączenia, otrzymując nowy rozkład bazowy  $m$  według reguły

$$\forall C \neq \emptyset \quad m(C) = \frac{\sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B)}{1 - \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B)}. \quad (1.5)$$

W regule kombinacji 1.5 w mianowniku:

$$\alpha_F = \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B) \quad (1.6)$$

jest tzw. współczynnikiem sprzeczności łączonych funkcji masy. Im wartość  $\alpha_F$  jest bliższa 1, tym łączone rozkłady bazowe prawdopodobieństwa są coraz bardziej sprzeczne. Gdy  $\alpha_F \rightarrow 0$ , to obserwujemy coraz mniejszą sprzeczność analizowanych rozkładów. Budując systemy ekspertowe należy być bardzo ostrożnym przy stosowaniu reguły 1.5, gdyż można połączyć dwie bardzo sprzeczne opinie ekspertów i otrzymać w ten sposób nowy nie mający racjonalnego uzasadnienia rozkład bazowy alokacji prawdopodobieństwa. Dla zilustrowania powyższego można posłużyć się przykładem krytyki Zadeha [19].

Załóżmy, że mamy dwa bazowe rozkłady prawdopodobieństwa wyznaczone subiektywnie przez dwóch ekspertów dla tej samej zmiennej  $m_1(A)$  i  $m_2(B)$ , gdzie:

$$m_1(A) = \begin{cases} 0.0 & \text{dla } A=1 \\ 0.1 & \text{dla } A=2 \\ 0.9 & \text{dla } A=3 \end{cases},$$

$$m_2(B) = \begin{cases} 0.9 & \text{dla } B=1 \\ 0.1 & \text{dla } B=2 \\ 0.0 & \text{dla } B=3 \end{cases}.$$

Po uaktualnieniu wiedzy regułą kombinacji 1.5 otrzymuje się nowy bazowy rozkład prawdopodobieństwa:

$$m_3(C) = \begin{cases} 0.0 & \text{dla } C=1 \\ 1.0 & \text{dla } C=2 \\ 0.0 & \text{dla } C=3 \end{cases},$$

co wskazuje na całkowitą pewność dla  $C=2$ . Jest to oczywiście nadużycie, gdyż wcale nie jest prawdą, że  $C=2$  jest wartością pewną. Współczynnik sprzeczności jest równy  $\alpha_F = 0.99$ , co wskazuje na bardzo dużą sprzeczność.

Przeanalizujemy jeszcze jeden przykład medyczny.

Niech  $\Theta = \{\text{grypa, angina, zapalenie gardła}\}$ ,

Dla pacjenta o którym nie ma żadnych wiadomości definiujemy podstawowe przyporządkowanie prawdopodobieństwa jako:

$$m_0(C) = \begin{cases} 1 & \text{dla } C=\Theta \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}.$$

Przyjmijmy, że na temat choroby pacjenta wypowiadają się dwaj lekarze. Ich subiektywne sądy na temat jego stanu zdrowia można wyrazić za pomocą funkcji  $m_1$  (ekspert pierwszy) i  $m_2$  (ekspert drugi):

$$m_1(A) = \begin{cases} 0.7 & \text{dla } A=\Theta \\ 0.3 & \text{dla } A=\{\text{angina, zapalenie gardła}\} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases},$$

$$m_2(B) = \begin{cases} 0.2 & \text{dla } B=\Theta \\ 0.8 & \text{dla } B=\{\text{zapalenie gardła, grypa}\} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}.$$

Rozwiązanie można przedstawić graficznie:

$m_1 \setminus m_2 \rightarrow$ ↓	$\{\text{grypa, zapalenie gardła}\}$ (0.8)	$\Theta$ (0.2)
$\{\text{angina, zapalenie gardła}\}$ (0.3)	$\{\text{zapalenie gardła}\}$ (0.24)	$\{\text{angina, zapalenie gardła}\}$ (0.06)
$\Theta$ (0.7)	$\{\text{grypa, zapalenie gardła}\}$ (0.56)	$\Theta$ (0.14)

Otrzymana w ten sposób funkcja  $m_3$  będzie miała postać:

$$m_3(C) = \begin{cases} 0.14 & \text{dla } C=\Theta \\ 0.06 & \text{dla } C=\{\text{angina, zapalenie gardła}\} \\ 0.24 & \text{dla } C=\{\text{zapalenie gardła}\} \\ 0.56 & \text{dla } C=\{\text{grypa, zapalenie gardła}\} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}. \quad (1.7)$$

Ponadto współczynnik sprzeczności  $\alpha_F = 0$ , co świadczy o braku sprzeczności w opiniach ekspertów.

Za pomocą wzoru 1.3 wystarczy teraz obliczyć wartość funkcji przekonania. W ten sposób otrzymujemy rozkład przekonań, z którego np. można odczytać, które schorzenie bądź grupa schorzeń odpowiadają aktualnemu stanowi pacjenta.

#### 1.4.2. Podstawowe własności teorii Dempstera-Shafera

Jeżeli  $Bel$  jest funkcją przekonania natomiast  $Pl$  jest odpowiadającą jej funkcją domniemania, wtedy dla każdego zbioru  $A \subseteq \Theta$ , zachodzi relacja:

$$0 \leq Bel(A) \leq Pl(A) \leq 1. \quad (1.8)$$

W związku z powyższym funkcja  $Bel$  może być traktowana jako dolne ograniczenie prawdopodobieństwa  $p(A)$  zdarzenia  $A$ , a  $Pl$  jako górne ograniczenie tego zdarzenia [7].

Poniżej zestawiono fundamentalne własności funkcji  $Bel$  i  $Pl$ .

$$\begin{aligned} Bel(A) + Bel(\Theta - A) &\leq 1, \\ Bel(A \cap B) &\leq \min(Bel(A), Bel(B)), \\ Bel(A \cup B) &\geq \max(Bel(A), Bel(B)), \\ Pl(A) + Pl(\Theta - A) &\geq 1, \\ Pl(A \cap B) &\leq \min(Pl(A), Pl(B)), \\ Pl(A \cup B) &\geq \max(Pl(A), Pl(B)). \end{aligned} \quad (1.9)$$

## 1.5. Elementy teorii zbiorów rozmytych

Podobnie jak w poprzednim punkcie, tak i teraz zostaną zaprezentowane tylko wybrane podstawowe pojęcia i definicje teorii zbiorów rozmytych. Zbiory rozmyte to wielce nośna intelektualnie dziedzina nauki, pozwalająca formalnie określić pojęcia nieprecyzyjne i wieloznaczne, tj "długa rzeka", "niska temperatura", "wysokie ciśnienie". W przypadku pojęcia wieloznacznego wysoki mężczyzna, dla pewnych osób 170 cm będzie to wzrost wysoki, a dla innych dopiero 190 cm. Obszar rozważań nazywany przestrzenią lub zbiorem, będzie oznaczany literą  $\mathbf{X}$  i jest to zbiór nie rozmyty. Czytelnik zainteresowany obszernym opisem powyższej teorii odnajdzie go w pracach [6, 18, 47, 57, 58]. W pracy Łęskiego [53] można odnaleźć cenne opisy zbiorów rozmytych oraz ich interpretacje. Poniżej przytoczone definicje i pojęcia zaczerpnięto z pracy [58]

### 1.5.1. Zbiory rozmyte

**Definicja 1.5.1** Zbiorem rozmytym  $T$  w pewnej (niepustej) przestrzeni  $\mathbf{X}$ , co zapisujemy jako  $T \subseteq \mathbf{X}$ , nazywamy zbiór par:

$$T = \{(x, \mu_T(x)); x \in \mathbf{X}\}, \quad (1.10)$$

gdzie

$$\mu_T : \mathbf{X} \longrightarrow [0, 1] \quad (1.11)$$

jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $T$ . Funkcja ta każdemu elementowi  $x \in \mathbf{X}$  przypisuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego  $T$ , przy czym można wyróżnić trzy przypadki:

1.  $\mu_T(x) = 1$  oznacza pełną przynależność elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $T$ , tzn.  $x \in T$ ,
2.  $\mu_T(x) = 0$  oznacza brak przynależności elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $T$ , tzn.  $x \notin T$ ,
3.  $0 < \mu_T(x) < 1$  oznacza częściową przynależność elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $T$ .

Często można spotkać pewne symboliczne określenie zbiorów rozmytych. Jeżeli  $\mathbf{X}$  jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów,  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$ , to zbiór rozmyty  $T \subseteq \mathbf{X}$  można zapisać w postaci:

$$T = \frac{\mu_T(x^{(1)})}{x^{(1)}} + \frac{\mu_T(x^{(2)})}{x^{(2)}} + \dots + \frac{\mu_T(x^{(n)})}{x^{(n)}} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_T(x^{(i)})}{x^{(i)}}. \quad (1.12)$$

Oczywiście powyższy zapis traktujemy w sposób symboliczny. Oznaczenie nie jest dzieleniem ale jest przyporządkowaniem elementom  $x^{(1)}, \dots, x^{(n)}$  stopni przynależności  $\mu_T(x^{(1)}), \dots, \mu_T(x^{(n)})$ .

W niniejszej pracy wykorzystano funkcję przynależności klasy  $t$ , która jest zdefiniowana następująco:

$$t(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{dla } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{dla } x \geq c \end{cases}. \quad (1.13)$$

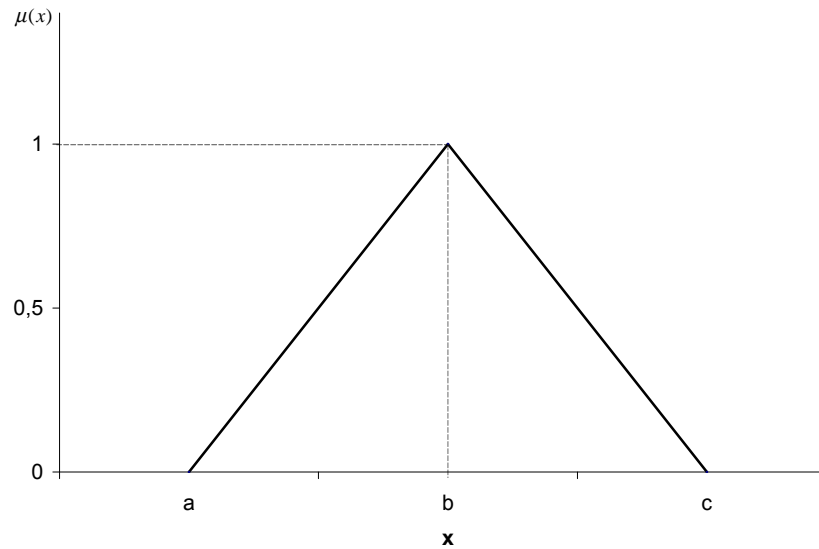
Graficzna interpretacja funkcji klasy  $t$  znajduje się na rysunku 1.1

**Definicja 1.5.2** Zbiór rozmyty  $T$  jest pusty, co zapisujemy  $T = \emptyset$ , wtedy i tylko wtedy, gdy  $\mu_T(x) = 0$  dla każdego  $x \in \mathbf{X}$ .

**Definicja 1.5.3** Zbiór rozmyty  $T$  zawiera się w zbiorze rozmytym  $W$ , co zapisujemy  $T \subseteq W$ , wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\mu_T(x) \leq \mu_W(x) \quad (1.14)$$

dla każdego  $x \in \mathbf{X}$ .



Rysunek 1.1. Funkcja przynależności klasy t

**Definicja 1.5.4** Zbiór rozmyty  $T$  jest równy zbiorowi rozmytemu  $W$ , co zapisujemy  $T = W$ , wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\mu_T(x) = \mu_W(x) \quad (1.15)$$

dla każdego  $x \in \mathbf{X}$ .

### 1.5.2. Systemy rozmyte

Zbiory rozmyte są wykorzystywane do sterowania urządzeniami domowymi (pralki, lodówki, telewizory, alarmy, itp.). Znajdują one również zastosowanie w złożonych systemach wspomagających procesy produkcyjne, w zaawansowanych urządzeniach klimatyzujących, jak również w systemach medycznych.

Na rysunku 1.2 znajduje się schemat budowy systemu rozmytego, w skład którego wchodzi: baza reguł, blok rozmywania, blok wnioskowania, blok wyostrzania.

#### Baza reguł

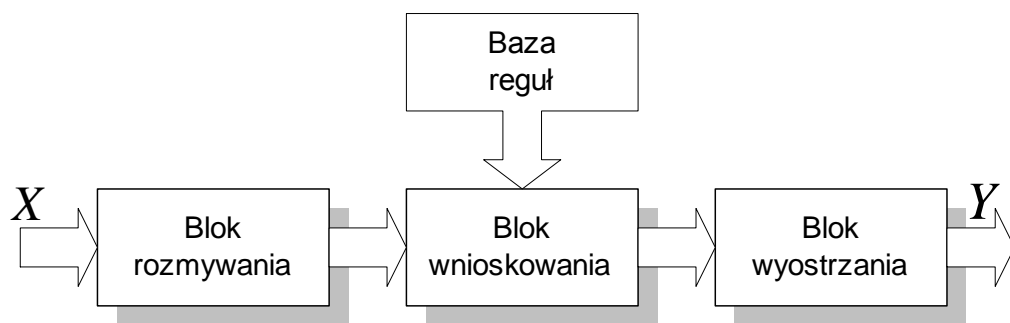
Baza reguł (model lingwistyczny) zawiera zbiór rozmytych reguł  $F^{(k)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  postaci:

$$F^{(k)} : \text{IF}(x^{(1)} \text{ jest } T_1^{(1)} \text{ AND...AND } x^{(n)} \text{ jest } T_H^{(n)}) \text{ THEN } (y \text{ jest } Y^{(k)}), \quad (1.16)$$

gdzie  $k$  jest to konkretna reguła rozmyta,  $T_h^{(a)}$  zbiory rozmyte spełniające zależność:

$$T_h^{(a)} \subseteq X, \quad (1.17)$$

gdzie  $h = \{1, 2, \dots, H\}$  jest  $h$ -tym zbiorem rozmytym dla  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , które są zmiennymi wejściowymi modelu lingwistycznego,  $a = \{1, 2, \dots, n\}$ . Zmienne  $\mathbf{X} =$



Rysunek 1.2. Rozmyty system wnioskujący

$(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})^T$  mogą być opisane słownie, np. (M-"małe"), (S-"średnie"), (D-"duże") lub wartości liczbowe.

### Blok rozmywania

System rozmyty operuje na zbiorach rozmytych. W związku z powyższym wartość  $\mathbf{X}$  sygnału wejściowego podlega operacji *rozmywania* (ang. *fuzzyfication*), wskutek której zostaje odwzorowana w zbiór rozmyty  $T_h^{(a)} : x \rightarrow [0, 1]$ .

### Blok wnioskowania

Po wykonaniu rozmywania otrzymujemy zbiór rozmyty  $T_h^{(n)}$ . Zadanie tutaj polega na znalezieniu odpowiedniego zbioru rozmytego na wyjściu z tego bloku. Rozważmy przypadek, w którym na końcu etapu wnioskowania otrzymujemy zbiory rozmyte  $T_h^{(n)}$  zgodnie z uogólnioną rozmytą regułą wnioskowania *modus ponens*:

Przesłanka	$x = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})^T$ jest $T^{(k)}$ $T_h^{(a)} : \mathbf{X} \rightarrow [0, 1]$ .
Implikacja	$F^{(k)} : T_h^{(a)} \rightarrow Y^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, K.$
Wniosek	$y$ jest $Y^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, K.$

### Blok wyostrzania

Na tym etapie należy odwzorować zbiory rozmyte  $T_h^{(a)}$  w konkretną jedną wartość  $y \in Y$ , która będzie decyzją na wyjściu obiektu. Odwzorowanie to nazywamy *wyostrzaniem* (ang. *defuzzification*). W przypadku, gdy na wyjściu bloku wnioskowania otrzymujemy  $h$  zbiorów rozmytych  $T_h^{(a)}$ , to wartość  $y \in Y$  możemy obliczyć za pomocą różnych metod zaprezentowanych w pracy [58]. W rozprawie zaproponowano nowatorską metodę wyostrzania, wykorzystując funkcję przekonania i regułę kombinacji Dempstera Shafera.

## Cel rozpoznawania i dostępna informacja

### 2.1. Matematyczny opis zadania rozpoznawania jednoetapowego

W rozpoznawaniu jednoetapowym na podstawie cech obiektu  $x \in \mathbf{X}$  kwalifikuje się go do pewnej klasy  $i \in \Theta$ , gdzie  $\Theta = \{1, 2, \dots, M\}$ , a  $M$  jest liczbą klas.

Pewna wiedza o prawdopodobieństwach a priori klas jest reprezentowana przez aprioryczną funkcję alokacji prawdopodobieństwa:

**DEFINICJA 1** *Aprioryczną funkcją alokacji prawdopodobieństwa, wyznaczoną z subiektywnych sądów (np. zbiór uczący) odpowiada prawdopodobieństwom a priori klas i można je zapisać w formie:*

$$\begin{aligned} \sum m(\Theta) &= 1 \\ m(\emptyset) &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie zbiór  $\Theta$  jest elementem ogniskowym (fokalnym) dla funkcji przekonania  $Bel$  spełniającym warunek  $m(\Theta) > 0$ .

Algorytm decyzyjny  $\Psi$  odwzorowuje reguły rozmyte w klasy wykorzystując teorię funkcji przekonania.

We wnioskowaniu bayesowskim wiedza jest reprezentowana przez prawdopodobieństwa warunkowe i bezwarunkowe, we wnioskowaniu za pomocą teorii funkcji przekonania zdaniom przypisujemy wielkość  $Bel$ , będącą stopniem przekonania. Funkcja alokacji prawdopodobieństwa 2.1 jest składową funkcji przekonania  $Bel$  w sensie teorii Dempstera-Shafera. Funkcja przekonania  $Bel$  jest podstawą wnioskowania i można ją zdefiniować następująco:

**DEFINICJA 2.** *Funkcją przekonania dla pewnego zbioru rozmytego  $Bel(Y)$  nazywamy taką funkcję, która jest wynikiem złożenia bazowych rozkładów funkcji alokacji prawdopodobieństwa a priori klas  $m(\Theta)$  z funkcją alokacji prawdopodobieństwa  $m(Y^*)$  zbioru rozmytego  $Y^*$  spełniającą zależność:*

$$Bel(Y) = \sum_{Y^{**} \subseteq Y} m(Y^{**}) = \sum_{Y^{**} \subseteq Y} m(\Theta) \oplus m(Y^*) = \quad (2.2)$$

$$\sum_{Y^{**} \subseteq Y} \frac{\sum_{\Theta \cap Y^* = Y^{**}} m(\Theta) \cdot m(Y^*)}{1 - \sum_{\Theta \cap Y^* = \emptyset} m(\Theta) \cdot m(Y^*)}, \quad (2.3)$$

gdzie  $Y, Y^*, Y^{**} = \Theta$  dla bayesowskiej funkcji przekonania.

W definicji 1 znajduje się wzór 2.2, który jest nazywany *regułą kombinacji Dempstera*. Jest to funkcja umożliwiająca składanie niezależnych przekonań, jak również ich aktualizację.

Dla rozpoznawania jednoetapowego baza reguł 1.16 będzie miała postać:

$$F^{(k)} : \text{IF}(x^{(1)} \text{ jest } T_h^{(1)} \text{ AND...AND } x^{(n)} \text{ jest } T_h^{(n)}) \text{ THEN } (y \text{ jest } Y^{(k)} \text{ z } \beta^{(k)}), \quad (2.4)$$

gdzie  $n$  jest to liczba obserwowanych cech obiektu,

$$T_h^{(n)} = \{T_1^{(n)}, T_2^{(n)}, \dots, T_H^{(n)}\},$$

$k = \{1, 2, \dots, K\}$  jest  $k$ -tą regułą rozmytą,

$\beta^{(k)}$  – jest współczynnikiem spełnienia  $k$ -tej reguły rozmytej, który jest wyznaczany w procesie wnioskowania. Jego wartość jest iloczynem algebraicznym:

$$\beta^{(k)} = \mu_{T_h^{(1)}}(x^{(1)}) \cdot \mu_{T_h^{(2)}}(x^{(2)}) \cdot \dots \cdot \mu_{T_h^{(n)}}(x^{(n)}). \quad (2.5)$$

Dla każdej reguły  $k$ -tej rozmytej przyporządkowane są funkcje masy:

$$m(Y^{(k)}) = \begin{cases} j = 1 & m(\{1\}) \\ j = 2 & m(\{2\}) \\ & \vdots \\ j = M & m(\{M\}) \end{cases} \text{ z } \beta^{(k)}, \quad (2.6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \sum_{Y^{(k)} \subseteq \Theta} m(Y^{(k)}) &= 1 \\ m(\emptyset) &= 0 \end{aligned}, \quad (2.7)$$

jest elementem ogniskowym (fokalnym) dla funkcji przekonania, która dla każdego zbioru rozmytego  $Y^{(k)}$  jest definiowana jako:

$$Bel(Y) = \sum_{Y \subseteq Y^{(k)}} m(Y^{(k)}) = \begin{cases} j = 1 & Bel(\{1\}) \\ j = 2 & Bel(\{2\}) \\ & \vdots \\ j = M & Bel(\{M\}) \end{cases} \text{ dla } \beta^{(k)} \quad (2.8)$$

Funkcję domniemania (wiarygodności) w sensie teorii Dempstera-Shafera można zapisać w formie:



$$Pl(Y) = \sum_{Y \cap Y^{(k)}} m(Y^{(k)}) = \begin{cases} j = 1 & Pl(\{1\}) \\ j = 2 & Pl(\{2\}) \\ & \vdots \\ j = M & Pl(\{M\}) \end{cases} \text{ dla } \beta^{(k)}. \quad (2.9)$$

W niniejszej pracy zostanie zaprezentowana realizacja nowego w stosunku do już istniejących sposobu realizacji bloku wyostrzania. Wielkością wyjściową bloku wnioskowania jest  $\bar{k} = \{1, 2, \dots, \bar{K}\}$  aktywowanych w procesie wnioskowania reguł rozmytych, spośród wszystkich  $K$  reguł rozmytych. W systemach rozmytych pojawia się problem odwzorowania  $Y^{(\bar{k})}$ , w konkretną wartość  $y \in Y$ , co nosi nazwę wyostrzania. W podejściu autora pracy wyostrzanie jest realizowane z reguły kombinacji w sensie teorii Dempstera-Shafera, a wartość  $y$  jest reprezentowana przez funkcję przekonania w zbior rozmyty  $Bel(Y)$ :

$$Bel(Y) = \sum_{Y^* \subseteq Y} m(Y^*), \quad (2.10)$$

$$m(Y^*) = m(Y^{(1)}) \oplus m(Y^{(2)}) \oplus \dots \oplus m(Y^{(\bar{K})}).$$

Kolejność składania rozmytych ewidencji nie jest dowolna. Jest ona zależna od stopnia aktywności  $\beta^{(\bar{k})}$ ,  $\bar{k}$ -tej reguły.

Przy łączeniu reguł musi być spełniony pewien warunek niesprzeczności zawarty w definicji 3.

### DEFINICJA 3.

*Reguły rozmyte można uważać za niesprzeczne, jeżeli przy składaniu dwóch rozmytych zbiorów dyskretnych  $Y^{(k-1)}$  i  $Y^{(k)}$  określonych równaniem 2.6, spełniony jest warunek niesprzeczności:*

$$\sum_{Y^{(k-1)} \cap Y^{(\bar{k})} = \emptyset} m(Y^{(k-1)}) \cdot m(Y^{(\bar{k})}) > \alpha_F. \quad (2.11)$$

gdzie  $\alpha_F$  jest współczynnikiem sprzeczności wyznaczanym na drodze eksperymentalnej z danych uczących dla których algorytm decyzyjny jest najbardziej skuteczny w sensie poprawnych klasyfikacji.

Ostatecznie algorytm rozpoznawania  $\Psi$  można zapisać w postaci:

$$\Psi(x) = i \quad \text{jeśli} \quad Bel(\{i\}) = \max_{r \in \Theta} Bel(\{r\}) \quad (2.12)$$

z wiarygodnością  $Pl(\{i\})$  wyznaczoną za pomocą wzoru 2.9.

W powyższym przypadku otrzymujemy w wyniku numer klasy dla której wartość rozmytej funkcji przekonania przyjmuje największą wartość.

Jeżeli rozpoznajemy kolejno dynamicznie pojawiające się obiekty, to rozpoznawanie jednoetapowe może okazać się nie wystarczające. Pomiar wektora cech obiektu  $\mathbf{X}$  np. co pewien czas  $\Delta t$ , narzuca konieczność uzależnienia aktualnego obiektu od jego historii. Algorytmy opisujące takie zależności nazwano modelami rozpoznawania sekwencyjnego.

## 2.2. Matematyczny opis zadania rozpoznawania sekwencyjnego

Zadanie rozpoznawania sekwencyjnego będzie traktowane jako pewien proces dynamiczny. Obiekt w  $N$ -tym takcie znajduje się w stanie  $j_N$ , który należy do  $M$  elementowego zbioru stanów  $\Theta$ , co można przedstawić następująco:

$$j_N \in \Theta = \{1, 2, \dots, M\}. \quad (2.13)$$

Stan obiektu  $j_N$  nie podlega bezpośredniemu pomiarowi. Jest on wynikiem obserwacji cech obiektu. Niech  $x_N \in \mathbf{X}$  będzie  $d$ -wymiarowym wektorem zmiennych (cech), jakie zostały zmierzone w takcie  $N$ -tym, które podlegają rozmywaniu  $T_{N,h}^{(n)}$  zbiorami rozmytymi, gdzie:

$$T_{N,h}^{(n)} = \{T_{N,1}^{(n)}, T_{N,2}^{(n)}, \dots, T_{N,H}^{(n)}\}. \quad (2.14)$$

W dalszych rozważaniach wartość  $k$  oznaczać będzie  $k$ -tą regułę rozmytą:

$$k = \{1, 2, \dots, K\}, \quad (2.15)$$

ze zbioru wszystkich  $K$  reguł. Podobnie jak w przypadku rozpoznawania jednoetapowego  $\bar{k}$  będzie  $\bar{k}$ -tą aktywowaną regułą rozmytą ze wszystkich  $K$  reguł. Natomiast:

$$\bar{k} = \{1, 2, \dots, \bar{K}\}. \quad (2.16)$$

W analizowanym przypadku aktualny stan obiektu jest zależny od poprzednich stanów czyli zastosowanego sterowania  $u_{N-1} \in \mathbf{U} = \{1, 2, \dots, U\}$ , poprzedniej klasy  $j_{N-1}$  i poprzedniego wektora wartości cech  $x_{N-1}$ .

Łączenie aktualnej obserwacji cech obiektu z poprzednim stanem jest pewnym uproszczeniem. Można oczywiście analizować wszystkie dotychczasowe stany obiektu ale taka interpretacja może okazać się trudna do uwzględnienia.

Podjęcie decyzji w momencie  $N$  jest uzależnione od pomiaru cech jego opisujących oraz wiedzy o związkach między kolejno występującymi klasami, sterowaniami, wartościami cech. Wiedza ta jest zmagazynowana w zbiorze uczącym, który składa się z zestawu ciągów uczących:

$$S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_L\}. \quad (2.17)$$

Pojedynczy ciąg uczący można zapisać następująco:

$$S_m = \{(x_{1,m}, u_{1,m}, j_{1,m}), (x_{2,m}, u_{2,m}, j_{2,m}), \dots, (x_{R,m}, u_{R,m}, j_{R,m})\}. \quad (2.18)$$

$S_m$  - oznacza przebieg  $R$  obserwacji konkretnego  $m$  obiektu.

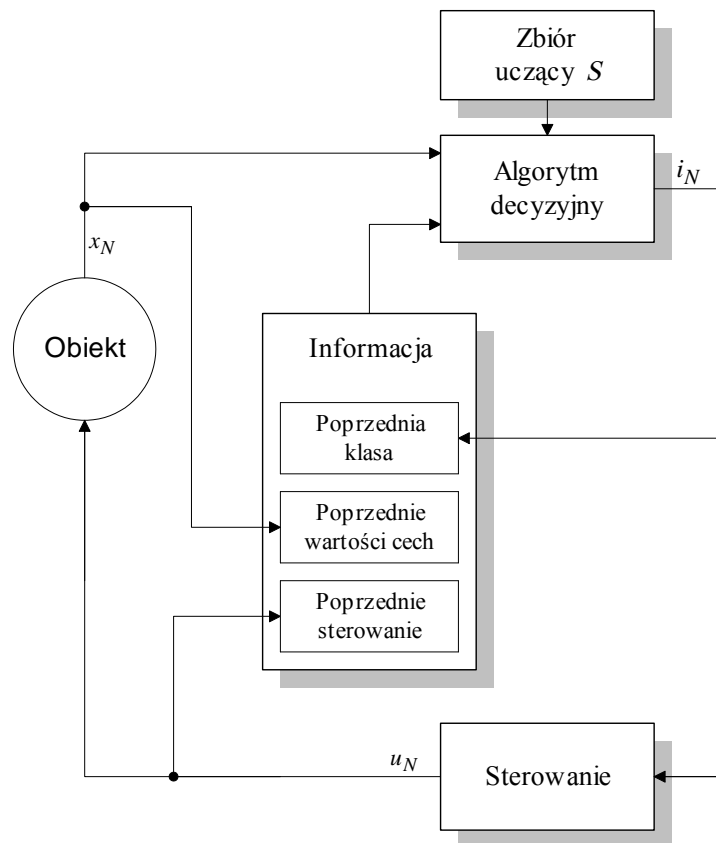
W przypadku medycznym  $S_m$  jest przebiegiem choroby konkretnego pacjenta,  $u_N$  jest terapią, która jest stawiana przez eksperta na podstawie wystąpienia stanu pacjenta  $j_N$ . W pracy przyjęto, że każdy ciąg, ma taką samą długość  $R$ .

Zadanie rozpoznawania sekwencyjnego będzie polegało na tym, że algorytm decyzyjny w  $N$ -tym takcie do podjęcia decyzji wykorzysta informację w postaci poprzednich wielkości: klasy, sterowania, wektora cech, aktualnego pomiaru wektora cech i wiedzy zawartej w zbiorze uczącym. Algorytm ogólnie można zapisać w postaci:

$$\Psi_N^{(Model)}(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, x_{N-1}, S) = i_N \quad N = 1, 2, \dots, R \quad i_N \in \Theta, \quad (2.19)$$

gdzie  $Model$  jest liczbą całkowitą dodatnią przyporządkowaną konkretnemu algorytmowi rozpoznawania, których w pracy jest sześć. Algorytm 2.19 jest napisany w postaci ogólnej, a jego pięć argumentów będą modyfikowane w zależności od zastosowanego Modelu.

Proces rozpoznawania sekwencyjnego można ująć schematem 2.1.



Rysunek 2.1. Budowa systemu rozpoznawania sekwencyjnego

W poniższych podrozdziałach zaprezentowano sześć modeli matematycznych opisujących w różnym ujęciu wiedzę o stanach przeszłych rozpoznawanego obiektu.



stanie oszacować wartości alokacji prawdopodobieństwa przejść między kolejno pojawiającymi się klasami, nie uzupełnia się wtedy braku wiedzy.

Kolejną informację o obiekcie uzyskuje się na podstawie rozmytej obserwacji cech obiektu, gdzie wykorzystywane do klasyfikacji jest  $\bar{K}$  aktywowanych reguł w procesie wnioskowania, ze wszystkich  $K$  reguł rozmytych:

$$F^{(\bar{k})} : \text{IF}((x_N^{(1)} \text{ jest } T_h^{(1)} \text{ AND...AND } x_N^{(n)} \text{ jest } T_h^{(n)}) \text{ ,} \quad (2.24)$$

$$\text{THEN } (y \text{ jest } Y_N^{(\bar{k})} \text{ z } \beta^{(\bar{k})})$$

gdzie  $n$  jest ilością cech obiektu, natomiast współczynnik  $\beta^{(\bar{k})}$  jest zinterpretowany poniżej we wzorze 2.27.

$$m(Y_N^{(k)}) = \begin{cases} j_N = 1 & m(\{1\}) \\ j_N = 2 & m(\{2\}) \\ \vdots & \\ j_N = M & m(\{M\}) \end{cases} \quad \text{dla } \beta^{(k)} .$$

Jeżeli takt rozpoznawania jest co najmniej  $N = 2$ , to na podstawie obserwacji klasy i sterowania występujących w takcie poprzednim dokonuje się wyboru odpowiedniego elementu ogniskowego (fokalnego) macierzy 2.21. Jeżeli poprzednio wystąpiła np. klasa  $j_{N-1} = 2$ , i sterowanie  $u_{N-1} = 1$ , to wybieramy drugi wiersz macierzy przejść 2.21 dla zadanego sterowania. Dokonuje się teraz łączenie aktywowanych reguł rozmytych z odpowiednim elementem ogniskowym macierzy przejść (czyli z drugim wierszem):

$$m(Y_N^*) = \left[ m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m(Y_N^{(\bar{K})}) \right] \oplus m^{(j_{N-1})}(D_N). \quad (2.25)$$

W przypadku kiedy mamy do czynienia z etapem inicjującym łańcuch rozpoznawania wzór 2.25 będzie postaci:

$$m(Y_N^*) = \left[ m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m(Y_N^{(\bar{K})}) \right] \oplus \oplus m_1(\Theta). \quad (2.26)$$

Kolejność składania aktywowanych rozmytych ewidencji nie jest dowolna. Jest ona zależna od stopnia aktywności  $\beta^{(\bar{k})}$ ,  $\bar{k}$ -tej reguły rozmytej:

$$\beta^{(\bar{k})} = \mu_{T_{N,1}^{(\bar{1})}}(x_N^{(1)}) \cdot \mu_{T_{N,2}^{(\bar{2})}}(x_N^{(2)}) \cdot \dots \cdot \mu_{T_{N,h}^{(\bar{n})}}(x_N^{(n)}). \quad (2.27)$$

Należy dodać, że aby reguła rozmyta rozstała aktywowana, to wartość współczynnika  $\beta^{(\bar{k})} > 0$ .

Realizację współczynnika  $\beta^{(\bar{k})}$  określoną wzorem 2.27 przyjęto ponieważ dla takiej interpretacji tego współczynnika otrzymano najlepsze rezultaty w sensie poprawnych klasyfikacji obiektu.

Składanie funkcji alokacji prawdopodobieństwa zbiorów rozmytych może być stosowane z pewnym ograniczeniem, opisanym we wzorze 2.11. W przypadku, gdy przy

składaniu dwóch funkcji np.  $m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)})$  otrzymamy wagę sprzeczności większą od wyznaczonej  $\alpha_F$ , wówczas nie łączymy tych funkcji i kontynuujemy aktualizację zbioru rozmytego  $m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(3)})$ . Z powyższego wynika, że kolejność złożeń jest ściśle określona.

Ostatecznie otrzymuje się:

$$Bel(Y_N) = \sum_{Y_N^* \subseteq Y_N} m(Y_N^*). \quad (2.28)$$

gdzie:  $Bel(Y_N)$  jest przekonaniem w zbiór rozmyty  $Y_N$  złożony z macierzą przejść 2.21. Funkcja wiarygodności jest definiowana następująco:

$$Pl(Y_N) = \sum_{Y_N \cap Y_N^*} m(Y_N^*). \quad (2.29)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(1)}(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)$  na wyjściu poda klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\Psi^{(1)}(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S) = i \quad \text{jeśli} \\ Bel(i|(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)) = \max_{r \in Y} Bel(r|Y_N) \quad , \quad (2.30)$$

gdzie  $r = \{1, 2, \dots, M\}$ .

Wartość funkcji wiarygodności:

$$Pl(i|(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)). \quad (2.31)$$

### 2.2.2. Model II. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z zastosowanym sterowaniem $u_{N-1}$ w takcie poprzednim

W poprzednim punkcie przedstawiono model wnioskowania sekwencyjnego z wykorzystaniem informacji w postaci macierzy przejść między kolejnymi stanami obiektu i zastosowanego sterowania w takcie  $N - 1$ . Obecnie przedstawiony zostanie model rozpoznawania, realizujący rozmytą obserwację cech obiektu na  $N$ -tym etapie klasyfikacji w postaci zbiorów rozmytych  $T_N$ , która jest zależna od zastosowanego sterowania w takcie  $N - 1$ .

Jeżeli dokonuje się klasyfikacji obiektu w pierwszym takcie klasyfikacji, wówczas rozpoznawanie obiektu jest realizowane z wykorzystaniem modelu jednoetapowego, który został opisany w pierwszej części niniejszego rozdziału. Jeżeli rozpoznajemy obiekt w takcie  $N > 1$ , wówczas informacja o nim jest zapisana w bazie reguł rozmytych:

$$F^{(k)} : \text{IF CURRENTLY}((x_N^{(1)} \text{ jest } T_{N,h}^{(1)} \text{ AND...AND } x_N^{(n)} \text{ jest } T_{N,h}^{(n)}) \\ \text{AND RECENTLY } (u_{N-1})) \\ \text{THEN } (y \text{ jest } Y_N^{(k)} \text{ z } \beta^{(k)}) \quad . \quad (2.32)$$

Dla każdej reguły rozmytej  $1, 2, \dots, K$  danej wzorem 2.32 tworzona jest rozmyta macierz funkcji alokacji prawdopodobieństwa:

$$\mathbf{P}^{(u_{N-1})}(Y_N^{(k)}) = \begin{bmatrix} m^{(u_{N-1}=1)}(\{1\}) & m^{(u_{N-1}=1)}(\{2\}) & \dots & m^{(u_{N-1}=1)}(\{M\}) \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) & m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) & \dots & m^{(u_{N-1}=2)}(\{M\}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m^{(u_{N-1}=U)}(\{1\}) & m^{(u_{N-1}=U)}(\{2\}) & \dots & m^{(u_{N-1}=U)}(\{M\}) \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Elementy ogniskowe (fokalne) macierzy 2.33 spełniają warunek:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(u_{N-1}=1)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{b)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(u_{N-1}=2)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ & \vdots \\ \text{c)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(u_{N-1}=U)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{d)} \quad & \forall u_{N-1} \in \mathbf{U} \quad m^{(u_{N-1})}(\emptyset) = 0. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Zatem elementami ogniskowymi są poszczególne wiersze alokacyjnej macierzy przejsć danej wzorem 2.33.

Dla  $\bar{K}$  aktywowanych reguł w procesie wnioskowania wyznaczany jest łączny rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa dla tych reguł, biorąc odpowiedni wiersz macierzy 2.33, odpowiadający zaobserwowanej wartości sterowania  $u_{N-1}$  w takcie poprzednim:

$$m^{(u_{N-1})}(Y_N^*) = m^{(u_{N-1})}(Y_N^{(1)}) \oplus m^{(u_{N-1})}(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m^{(u_{N-1})}(Y_N^{(\bar{K})}). \quad (2.35)$$

Składanie aktywowanych rozmytych reguł jest zależne od wartości współczynnika  $\beta^{(\bar{k})}$ , i jest analogiczne jak dla modelu 1 2.27. W przypadku modelu 2 również reguła aktywowana to ta, dla której  $\beta^{(\bar{k})} > 0$ .

Ostatecznie po złożeniu ewidencji aktywowanych reguł rozmytych, otrzymuje się funkcję przekonania:

$$Bel^{(u_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y_N^* \subseteq Y_N} m^{(u_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.36)$$

Funkcja wiarygodności jest definiowana następująco:

$$Pl^{(u_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y_N^* \cap Y_N} m^{(u_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.37)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(2)}(x_N, u_{N-1}, S)$  na wyjściu podaje klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\begin{aligned} \Psi^{(2)}(x_N, u_{N-1}, S) &= i \quad \text{jeśli} \\ Bel^{(u_{N-1})}(i|(x_N, u_{N-1}, S)) &= \max_{r \in Y_N} Bel^{(u_{N-1})}(r|Y_N) \end{aligned} \quad (2.38)$$

z wartością wiarygodności:

$$Pl^{(u_{N-1})}(i|(x_N, u_{N-1}, S)). \quad (2.39)$$

### 2.2.3. Model III. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z zaobserwowaną klasą $j_{N-1}$ w takcie poprzednim

W modelu III opisany jest związek między rozmytą obserwacją cech obiektu na  $N$ -tym etapie wnioskowania, z klasą decyzyjną  $j_{N-1}$  zaobserwowaną w takcie  $N - 1$ .

W przypadku rozpoznawania obiektów w pierwszym takcie klasyfikacja jest realizowana z wykorzystaniem modelu jednoetapowego, który jest zdefiniowany w pierwszej części niniejszego rozdziału. Jeżeli rozpoznawany jest obiekt w takcie  $N > 1$  wówczas informacja o nim jest zapisana w bazie reguł rozmytych :

$$\begin{aligned} F^{(k)} : & \text{ IF CURRENTLY } ((x_N^{(1)} \text{ jest } T_{N,h}^{(1)} \text{ AND...AND } x_N^{(n)} \text{ jest } T_{N,h}^{(n)}) \\ & \text{ AND RECENTLY } j_{N-1}) \\ & \text{ THEN } (y \text{ jest } Y_N^{(k)} \text{ z } \beta^{(k)}) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Dla każdej  $k = \{1, 2, \dots, K\}$  reguły rozmytej 2.40 tworzona jest rozmyta macierz funkcji alokacji prawdopodobieństwa:

$$\mathbf{P}^{(j_{N-1})}(Y^{(k)}) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=1)}(\{d\}) \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=2)}(\{d\}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m^{(j_{N-1}=M)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=M)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=M)}(\{d\}) \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Elementy ogniskowe (fokalne) macierzy 2.41 spełniają warunek:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=1)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{b) } & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=2)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ & \vdots \\ \text{c) } & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=M)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{d) } & \forall j_{N-1} \in \Theta \quad m^{(j_{N-1})}(\emptyset) = 0. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Zatem elementami ogniskowymi są poszczególne wiersze alokacyjnej macierzy przejść 2.41.

Dla zbioru aktywowanych reguł w procesie wnioskowania 2.40 wyznaczany jest łączny rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa dla tych reguł:

$$m^{(j_{N-1})}(Y_N^*) = m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(1)}) \oplus m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(\bar{K})}). \quad (2.43)$$



Składanie aktywowanych rozmytych ewidencji jest zależne od wartości współczynnika  $\beta^{(\bar{k})}$ , i wyznacza się go analogicznie jak dla modelach 1 i 2 2.27. W przypadku modelu 3 reguła aktywowana to ta, dla której  $\beta^{(\bar{k})} > 0$ .

Ostatecznie po złożeniu ewidencji aktywowanych reguł, otrzymuje się funkcję przeko-  
nania:

$$Bel^{(j_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y^* \subseteq Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.44)$$

Funkcje wiarygodności definiuje się następująco:

$$Pl^{(j_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y^* \cap Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.45)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(3)}(x_N, j_{N-1}, S)$  na wyjściu poda klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\begin{aligned} \Psi^{(3)}(x_N, j_{N-1}, S) = i \quad \text{jeśli} \\ Bel^{(j_{N-1})}(i|(x_N, j_{N-1}, S)) = \max_{r \in Y} Bel^{(j_{N-1})}(r|Y_N) \end{aligned} \quad (2.46)$$

z wartością wiarygodności:

$$Pl^{(j_{N-1})}(i|(x_N, j_{N-1}, S)). \quad (2.47)$$

#### 2.2.4. Model IV. Związek rozmytej obserwacji cech obiektu, z klasą $j_{N-1}$ i sterowaniem $u_{N-1}$ w takcie poprzednim

Model IV wyraża związek między rozmytą obserwacją cech obiektu na  $N$ -tym etapie wnioskowania, a klasą decyzyjną  $j_{N-1}$  która wystąpiła w  $N - 1$  takcie oraz zastosowanym konkretnym rodzajem sterowania  $u_{N-1}$  w takcie  $N - 1$ .

Podobnie jak w poprzednich modelach w modelu IV obiekty pojawiające się w takcie inicjalizującym łańcuch rozpoznawania są klasyfikowane z wykorzystaniem modelu jednoetapowego, który jest zdefiniowany w pierwszej części niniejszego rozdziału. Jeżeli dokonuje się pomiaru cech obiektu w takcie  $N > 1$ , wówczas informacja o nim jest zapisana w bazie reguł rozmytych, zdefiniowanej następująco:

$$\begin{aligned} F^{(k)} : \text{IF CURRENTLY } ((x_N^{(1)} \text{ jest } T_{N,h}^{(1)}) \text{ AND...AND } (x_N^{(n)} \text{ jest } T_{N,h}^{(n)})) \text{ AND} \\ \text{RECENTLY } (u_{N-1} \text{ AND } j_{N-1}) \\ \text{THEN } (y \text{ jest } Y_N^{(k)} \text{ z } \beta^{(k)}). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Dla każdej  $k = \{1, 2, \dots, K\}$  reguły rozmytej 2.48 tworzona jest rozmyta macierz funkcji alokacji prawdopodobieństwa:

$$\forall_{u_{N-1}} \mathbf{P}^{(j_{N-1})}(Y^{(k)}) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=1)}(\{M\}) \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=2)}(\{M\}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m^{(j_{N-1}=M)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=M)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=M)}(\{M\}) \end{bmatrix}. \quad (2.49)$$

Elementy ogniskowe (fokalne) macierzy 2.49 spełniają warunek:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sum_{Y^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=1)}(Y^{(k)}) = 1, \\ \text{b)} \quad & \sum_{Y^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=2)}(Y^{(k)}) = 1, \\ \forall_{u_{N-1} \in \mathbf{U}} \quad & \vdots \\ \text{c)} \quad & \sum_{Y^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=M)}(Y^{(k)}) = 1, \\ \text{d)} \quad & \forall j_{N-1} \in \Theta \quad m^{(j_{N-1})}(\emptyset) = 0. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Zatem elementami ogniskowymi są poszczególne wiersze alokacyjnej macierzy przejść 2.49.

Jeżeli w poprzednim takcie wystąpiło sterowanie  $u_{N-1}$  to aktywowane reguły  $\bar{k}$  w procesie wnioskowania są łączone 2.51 i otrzymuje się bazowy rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa dla tych reguł:

$$m^{(j_{N-1})}(Y^*) = m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(1)}) \oplus m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m^{(j_{N-1})}(Y_N^{(\bar{K})}). \quad (2.51)$$

Składanie aktywowanych rozmytych ewidencji jest zależne od wartości współczynnika  $\beta^{(\bar{k})}$ , i jest analogiczne jak dla modeli 1,2 i 3 2.27. W przypadku modelu 4 również jak w poprzednich modelach aktywacja reguły rozmytej następuje gdy spełniony jest warunek  $\beta^{(\bar{k})} > 0$ .

Ostatecznie po złożeniu ewidencji aktywowanych reguł rozmytych, otrzymuje się funkcję przekonania zależną od sterowania i decyzji podjętych w takcie poprzednim według wzoru:

$$\text{Dla } u_{N-1}, \quad Bel^{(j_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y^* \subseteq Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.52)$$

Funkcja wiarygodności jest definiowana następująco:

$$\text{Dla } u_{N-1}, \quad Pl^{(j_{N-1})}(Y_N) = \sum_{Y^* \cap Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.53)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(4)}(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)$  na wyjściu poda klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\begin{aligned} \Psi^{(4)}((x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)) = i \quad \text{jeśli} \\ Bel^{(j_{N-1})}(i|(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)) = \max_{r \in Y} Bel^{(j_{N-1})}(r|Y_N) \end{aligned} \quad (2.54)$$

z wartością wiarygodności:

$$Pl^{(j_{N-1}=h)}(i|(x_N, u_{N-1}, j_{N-1}, S)). \quad (2.55)$$

### 2.2.5. Model V. Rozmyta zależność między kolejnymi etapami wnioskowania

Model V opisuje rozmyty związek między kolejno pojawiającymi się obiektami. Stworzenie takiego modelu ma praktyczny sens. W przypadku diagnozowania różnego rodzaju chorób lekarz wykorzystuje aktualne wyniki badań oraz historię choroby pacjenta. Wiedza o przeszłości wspomaga postawienie odpowiedniej diagnozy. Ma ona charakter niepewny, nieprecyzyjny i rozmyty. W większości przypadków nie ma sztywnych ram, na podstawie których możemy łączyć historię z aktualnymi stanami. Często stawiając diagnozę, lekarz stosuje pewien mechanizm wnioskowania w postaci "jeżeli aktualne wyniki  $b$  są podwyższone i wcześniej u pacjenta zaobserwowano wyniki około  $c$ , to przekonanie, że jest to stan  $j$  jest jakieś 80% ". Jest to jedynie prosty przypadek nieprecyzyjnej reguły. Poniższy model opisuje rozmyte zależności pomiędzy kolejnymi etapami wnioskowania.

Do wyrażenia rozmytej zależności między kolejno pojawiającymi się obiektami zastosowano regułę:

$$\begin{aligned} F^{(k)} : \text{IF RECENTLY}((x_{N-1}^{(1)} \text{ jest } T_{N-1,h}^{(1)} \text{ AND...AND } x_{N-1}^{(n)} \text{ jest } T_{N-1,h}^{(n)}) \\ \text{AND CURRENTLY}(x_N^{(1)} \text{ jest } T_{N,h}^{(1)} \text{ AND...AND } x_N^{(n)} \text{ jest } T_{N,h}^{(n)})) \\ \text{THEN } (y \text{ jest } Y^{(k)} \text{ z } \beta^{(k)}). \end{aligned} \quad (2.56)$$

W przypadku modelu V współczynnik  $\beta^{(k)} = Z_N^{(k)}(\{j_N\})$ . Poniżej wyjaśniony zostanie sposób wyznaczania tego współczynnika. Niech

$$\begin{aligned} \gamma^{(1)} &= \max \left[ \mu_{T_{N-1,1}^{(1)}}(x_{N-1}^{(1)}), \mu_{T_{N-1,2}^{(1)}}(x_{N-1}^{(1)}), \dots, \mu_{T_{N-1,H}^{(1)}}(x_{N-1}^{(1)}) \right] \cdot \mu_{T_{N,h}^{(1)}}(x_N^{(1)}) \\ \gamma^{(2)} &= \max \left[ \mu_{T_{N-1,1}^{(2)}}(x_{N-1}^{(2)}), \mu_{T_{N-1,2}^{(2)}}(x_{N-1}^{(2)}), \dots, \mu_{T_{N-1,H}^{(2)}}(x_{N-1}^{(2)}) \right] \cdot \mu_{T_{N,h}^{(2)}}(x_N^{(2)}) \\ &\vdots \\ \gamma^{(n)} &= \max \left[ \mu_{T_{N-1,1}^{(n)}}(x_{N-1}^{(n)}), \mu_{T_{N-1,2}^{(n)}}(x_{N-1}^{(n)}), \dots, \mu_{T_{N-1,H}^{(n)}}(x_{N-1}^{(n)}) \right] \cdot \mu_{T_{N,h}^{(n)}}(x_N^{(n)}) \end{aligned} \quad (2.57)$$

gdzie  $h = \{1, 2, \dots, H\}$ .

$$\beta^{(k)} = Z_N^{(k)}(\{j_N\}) = \gamma^{(1)} \cdot \gamma^{(2)} \cdot \dots \cdot \gamma^{(n)}, \quad (2.58)$$

jest rangą  $k$ -tej reguły rozmytej. W przypadku budowy bazy reguł rozmytych rangę przypisuje się do odpowiedniej klasy  $j_N$  tej regule która ma maksymalną wartość  $\beta^{(k)}$ . Przykład praktyczny zastosowania tego modelu można odnaleźć w następnym rozdziale.

W konsekwencji uczenia w każdej regule, do zbiorów rozmytych  $Y_N^{(k)}$  przypisane są sumy rang  $\sum Z_N^{(k)}(\{j_N\})$  dla każdej klasy  $j_N$ . Funkcja alokacji prawdopodobieństwa  $m(Y_N^{(k)})$  w przypadku modelu 5 jest definiowana jako:

$$m(Y_N^{(k)}) = \begin{cases} j_N = 1 & m(\{1\}) = \frac{Z^{(k)}(\{1\})}{\sum_{j_N=1}^M Z^{(k)}(\{j_N\})} \\ j_N = 2 & m(\{2\}) = \frac{Z^{(k)}(\{2\})}{\sum_{j_N=1}^M Z^{(k)}(\{j_N\})} \\ \vdots \\ j_N = M & m(\{M\}) = \frac{Z^{(k)}(\{M\})}{\sum_{j_N=1}^M Z^{(k)}(\{j_N\})} \end{cases} \quad \text{z } \beta^{(k)}. \quad (2.59)$$

W procesie wnioskowania wyznaczany jest łączny rozkład prawdopodobieństwa:

$$m(Y_N^*) = m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m(Y_N^{(\bar{K})}). \quad (2.60)$$

Łączone są reguły dla których  $\beta^{(\bar{k})} > 0$  począwszy od reguły z największym współczynnikiem  $\beta^{(\bar{k})}$ .

Ostatecznie po złożeniu ewidencji aktywowanych zbiorów rozmytych  $Y_N^{(\bar{k})}$ , wyznacza się funkcję przekonania według wzoru:

$$Bel(Y_N) = \sum_{Y^* \subseteq Y} m(Y_N^*). \quad (2.61)$$

Funkcja wiarygodności jest definiowana następująco:

$$Pl(Y_N) = \sum_{Y^* \cap Y} m(Y_N^*). \quad (2.62)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(5)}(x_N, x_{N-1}, S)$  na wyjściu poda klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\begin{aligned} \Psi^{(5)}((x_N, x_{N-1}, S)) &= i \quad \text{jeśli} \\ Bel(i|(x_N, x_{N-1}, S)) &= \max_{r \in \Theta} Bel(r|Y_N), \end{aligned} \quad (2.63)$$

z wartością wiarygodności:

$$Pl(i|(x_N, x_{N-1}, S)). \quad (2.64)$$

### 2.2.6. Model VI. Rozmyta zależność między wartościami zmiennych i między klasami pojawiającymi się w kolejnych etapach rozpoznawania

Model VI opisuje rozmyty związek między mierzonymi kolejno cechami i klasami.

W analizowanym przypadku regułę rozmytą opisującą powyższą zależność można zapisać w postaci jak to ma miejsce w modelu 5 2.56.

Współczynnik spełnienia  $k$ -tej reguły rozmytej  $\beta^{(k)} = Z_N^{(k)}(\{j_N\})$ . Jest on wyznaczany analogicznie jak w przypadku Modelu 5. Różnica pojawia się przy budowie bazy reguł rozmytych, gdzie jego wartość jest dopisywana dla każdej reguły rozmytej.

W konsekwencji w każdej regule, do zbiorów rozmytych  $Y^{(k)}$  przypisane są sumy rang  $\sum Z_N^{(k)}(\{j_N\})$  dla każdej klasy  $j_N$  pod warunkiem zaobserwowanej klasy  $j_N$  w takcie poprzednim. Każdej regule rozmytej przyporządkowuje się rozmytą macierz przejść między klasami występującymi w dwóch kolejnych taktach:

$$\mathbf{P}^{(j_{N-1})}(Y_N^{(k)}) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=1)}(\{M\}) \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=2)}(\{M\}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m^{(j_{N-1}=M)}(\{1\}) & m^{(j_{N-1}=M)}(\{2\}) & \dots & m^{(j_{N-1}=M)}(\{M\}) \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

$$m^{(j_{N-1})}(\{j_N\}) = \frac{Z_N^{(k)}(\{j_N\})}{\sum_{o=1}^M Z_N^{(k)}(\{o\})}. \quad (2.66)$$

Elementy ogniskowe (fokalne) macierzy 2.65 spełniają warunek:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=1)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{b)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=2)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ & \vdots \\ \text{c)} \quad & \sum_{Y_N^{(k)} \subseteq \Theta} m^{(j_{N-1}=M)}(Y_N^{(k)}) = 1, \\ \text{d)} \quad & \forall j_{N-1} \quad m^{(j_{N-1})}(\emptyset) = 0. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Zatem elementami ogniskowymi są poszczególne wiersze alokacyjnej macierzy przejść 2.65.

Łączenie aktywowanych zbiorów rozmytych dla których  $\beta^{(\bar{k})} = Z_{N,n}^{(\bar{k})} > 0$  można realizować za pomocą wzoru:

$$m^{(j_{N-1})}(Y_N^*) = m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}) \oplus \dots \oplus m(Y_N^{(\bar{K})}) \quad (2.68)$$

gdzie:

$$m(Y_N^{(k)}) = \begin{cases} j_N = 1 & m(\{1\}) = \frac{Z_N^{(k)}(\{1\})}{\sum_{j_N=1}^M Z_N^{(k)}(\{j_N\})} \\ j_N = 2 & m(\{2\}) = \frac{Z_N^{(k)}(\{2\})}{\sum_{j_N=1}^M Z_N^{(k)}(\{j_N\})} \\ \vdots & \\ j_N = M & m(\{M\}) = \frac{Z_N^{(k)}(\{M\})}{\sum_{j_N=1}^M Z_N^{(k)}(\{j_N\})} \end{cases}. \quad (2.69)$$

Ostatecznie po złożeniu ewidencji aktywowanych zbiorów rozmytych  $Y_N^{(\bar{K})}$ , otrzymuje się funkcję przekonania zależną od rozmytej obserwacji cech obiektu w takcie poprzednim według wzoru::

$$Bel(Y_N) = \sum_{Y^* \subseteq Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.70)$$

Funkcja wiarygodności jest definiowana następująco:

$$Pl(Y_N) = \sum_{Y^* \cap Y} m^{(j_{N-1})}(Y_N^*). \quad (2.71)$$

Ostatecznie algorytm  $\Psi^{(6)}(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S)$  na wyjściu poda klasę decyzyjną do której należy rozpoznawany obiekt według wzoru:

$$\begin{aligned} \Psi^{(6)}(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S) = i & \quad \text{jeśli} \\ Bel(i|(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S)) = \max_{r \in \Theta} Bel(r|Y_N) & \quad , \end{aligned} \quad (2.72)$$

z wartością wiarygodności:

$$Pl(i|(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S)). \quad (2.73)$$

## Algorytmy rozpoznawania

### 3.1. Model 1

#### Tworzenie macierzy przejść i bazy reguł rozmytych

Założmy dla uproszczenia, że mamy na celu utworzenie macierzy przejść oraz bazy reguł rozmytych dla układu dwóch wejść i jednym wyjściu. Ponadto przyjmijmy, że mamy dwie klasy decyzyjne i brak sterowania. Do tego celu musimy posiadać odpowiednie dane uczące w postaci zbioru uczącego. W analizowanym przykładzie ciąg taki składa się z 15 obserwacji:

$$S_m = ((7,40,1), (10,63,2), (12,70,2), (6,50,1), (13,70,2), (3,45,1), (10,65,2), (13,70,2), (6,53,1), (5,43,1), (9,63,2), (11,70,2), (8,50,1), (10,80,2), (11,64,2)), \quad (3.1)$$

który można zapisać w postaci symbolicznej:

$$S_m = ((x_{m,1}^{(1)}, x_{m,1}^{(2)}, j_{m,1}), (x_{m,2}^{(1)}, x_{m,2}^{(2)}, j_{m,2}), (x_{m,2}^{(1)}, x_{m,2}^{(2)}, j_{m,2}), \dots, (x_{m,R}^{(1)}, x_{m,R}^{(2)}, j_{m,R})).$$

#### KROK 1. Wyznaczanie macierzy przejść 2.21.

W pierwszej kolejności wyznaczamy aprioryczną macierz przejść 2.21:

$$\mathbf{P}^{(j_{N-1})}(D_N) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) = \frac{1}{6} & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) = \frac{5}{6} \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) = \frac{1}{2} & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) = \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

gdzie  $D_N = \Theta$ .

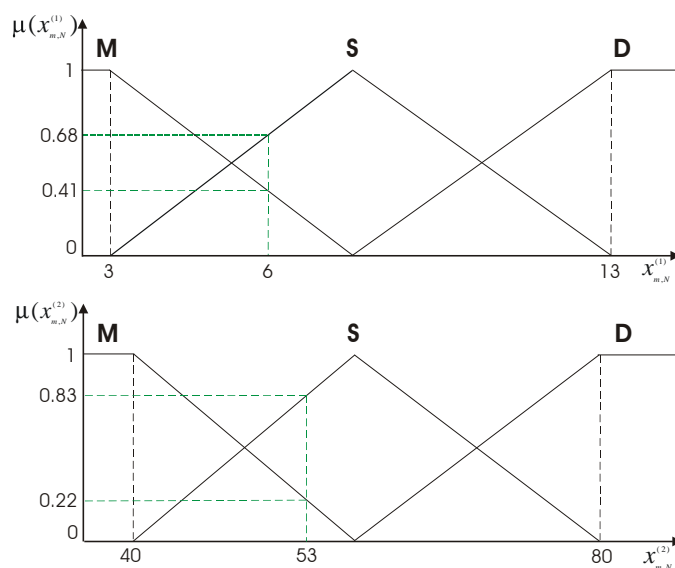
Jeżeli dodatkowo dysponujemy informacją o macierzy przejść  $\mathbf{P}^{(j_{N-1})}('D_N)$ , wyznaczonej przez eksperta:

$$\mathbf{P}^{(j_{N-1})}('D_N) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) = \frac{2}{7} & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) = \frac{5}{7} \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) = \frac{3}{5} & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) = \frac{2}{5} \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

można dokonać aktualizacji wiedzy wykorzystując wzór 2.23.

**KROK 2. Podział wejściowej i wyjściowej przestrzeni na obszary.** Ze zbioru uczącego  $S_m$  wyznacza się minimalne i maksymalne wartości każdej zmiennej. Na podstawie tych wartości określa się przedziały dopuszczalnych ich wartości. Cecha  $x_{m,N}^{(1)} \in \langle 3, 13 \rangle$ , a  $x_{m,N}^{(2)} \in \langle 40, 80 \rangle$  dla  $N = 2, 3, \dots, R = 15$ . Dla zmiennych z taktu inicjującego łańcuch rozpoznawania  $N = 1$  wyznacza się również wartości minimalne i maksymalne dla zmiennych wejściowych. Ponieważ przykład jest dla jednego  $m = 1$  ciągu uczącego, więc nie ma możliwości utworzenia bazy reguł rozmytych dla takiego przypadku.

Następnie każdy ze zdefiniowanych powyżej przedziałów dzieli się na obszary. Liczba takich odcinków dla każdej zmiennej może być inna. Przyjmijmy, że mamy trzy takie odcinki M (Mały), S (Średni), D (Duży). Na rysunku 3.1 znajduje się przykład takiego podziału.



Rysunek 3.1. Podział przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkowanie im funkcji przynależności

Jest to przykład trójkątnych funkcji przynależności. Ich kształt i rozmieszczenie zostały dobrany arbitralnie. Można zaproponować różne podziały przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkować im różne funkcje przynależności.

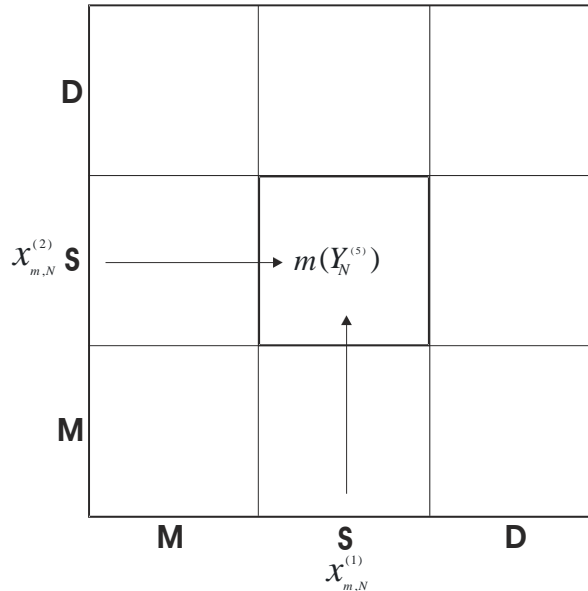
**KROK 3. Tworzenie reguł rozmytych na podstawie danych uczących.** W pierwszej kolejności wyznacza się stopnie przynależności danych uczących  $S_m$  do każdego obszaru utworzonego w kroku 2. Stopnie te to wartości funkcji przynależności dla odpowiednich zbiorów rozmytych. Np. dla taktu  $N = 9$ ,  $x_{m,9}^{(1)} = 6$ ,  $x_{m,9}^{(2)} = 53$ ,  $j_{m,9} = 1$ . Dla przypadku pokazanego na rysunku 3.1 stopień przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,9}^{(1)}) = 0.41$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,9}^{(1)}) = 0.68$ . Stopień przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.22$ ,



a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.83$ . Do pozostałych obszarów stopień przynależności wynosi 0. Przyporządkowuje się teraz dane uczące do obszarów, w których mają one największe stopnie przynależności. Łatwo można zauważyć, że dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  jest to obszar  $S$ , dla  $x_{m,9}^{(2)}$  jest to obszar  $S$ . Dla każdej pary danych uczących można utworzyć regułę rozmytą postaci:

$$\left( x_{m,9}^{(1)} = 6, x_{m,9}^{(2)} = 53, j_{m,9} = 1 \right) \\ \left\{ x_{m,9}^{(1)} [\max : 0.68 \text{ w } S], x_{m,9}^{(2)} [\max : 0.83 \text{ w } S], j_{m,9} = 1 \right\} \Rightarrow \quad (3.4) \\ F^{(k)} : \mathbf{IF} \left( x_{m,9}^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_{m,9}^{(2)} \text{ jest } S \right) \mathbf{THEN } y \text{ jest } 1.$$

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.7.



Rysunek 3.2. Baza reguł rozmytych

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Sposób jej tworzenia jest następujący. Jeżeli reguła jest postaci 3.4, to na przecięciu kolumny  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika wartość 1. W bazie reguł rozmytych  $m(Y^{(k)})$  jest funkcją alokacji prawdopodobieństwa dla zbioru  $Y^{(k)}$ . Przykładowo jeżeli mamy zbiór {134 elementy z klasy 1 i 83 elementy z klasy 2}, to:

$$m(Y^{(k)}) = \begin{cases} j_N = 1 & m(\{1\}) = \frac{134}{134+83} = 0.618 \\ j_N = 2 & m(\{2\}) = \frac{83}{134+83} = 0.382 \end{cases}$$

Podsumowując, dla każdej  $k$  reguły rozmytej przyporządkowany jest procent przynależności do tej reguły każdej z klas.

### 3.2. Model 2

Algorytm ten rozpoznaje stan obiektu na podstawie obserwacji zastosowanego sterowania w takcie poprzednim. Załóżmy, że mamy na celu utworzenie baz reguł rozmytych z rozmytymi macierzami przejść dla układu dwóch wejść i jednym wyjściem. W tym celu musimy posiadać odpowiednie dane w postaci zbioru uczącego. W analizowanym przykładzie niech ciąg taki składa się z 14 obserwacji:

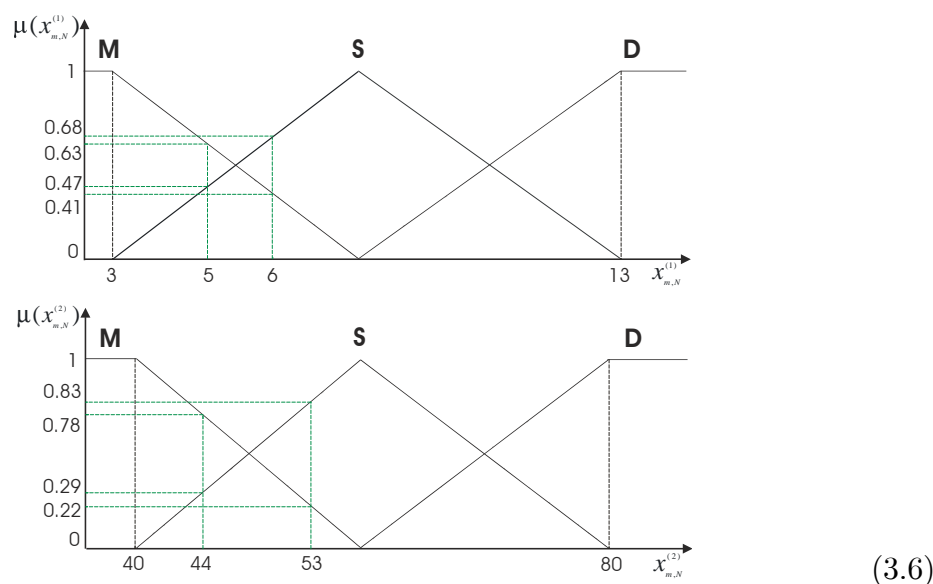
$$S_m = ((7,40,2,1), (10,63,1,2), (12,70,1,2), (6,50,2,1), (13,70,1,2), (3,45,1,1), (10,65,1,2), (13,70,1,2), (6,53,2,1), (5,43,2,1), (9,63,1,2), (11,70,1,2), (8,50,2,1), (10,80,1,2)), \quad (3.5)$$

który można zapisać w postaci:

$$S_m = ((x_{m,1}^{(1)}, x_{m,1}^{(2)}, u_{m,1}, j_{m,1}), (x_{m,2}^{(1)}, x_{m,2}^{(2)}, u_{m,2}, j_{m,2}), \dots, (x_{m,R}^{(1)}, x_{m,R}^{(2)}, u_{m,R}, j_{m,R})).$$

**KROK 1. Podział wejściowej i wyjściowej przestrzeni na obszary.** Z ciągu uczącego  $S_m$  wyznacza się minimalne i maksymalne wartości dla każdej zmiennej. Cecha  $x_{m,N}^{(1)} \in \langle 3, 13 \rangle$ , a  $x_{m,N}^{(2)} \in \langle 40, 80 \rangle$  dla  $N = 2, 3, \dots, R = 14$ . Dla zmiennych  $N = 1$  inicjalizujących łańcuch obserwacji wyznacza się również wartości minimalne i maksymalne.

Następnie każdy ze zdefiniowanych powyżej przedziałów dzieli się na obszary. Liczba takich odcinków dla każdego sygnału może być inna. Przyjmijmy, że mamy trzy takie odcinki M (Mały), S (Średni), D (Duży). Na rysunku 3.3 znajduje się przykład takiego podziału.



Rysunek 3.3. Podział przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkowanie im funkcji przynależności

Jest to przypadek trójkątnych funkcji przynależności. Można zaproponować różne podziały przestrzeni wejściowej na obszary i przyporządkować im różne funkcje przynależności.

**KROK 2. Tworzenie reguł rozmytych na podstawie danych uczących.** W celu lepszego zobrazowania metody tworzenia reguł rozmytych, do analizy wzięto dwa kolejne obiekty  $N = 9$  i  $N = 10$ . W pierwszej kolejności wyznacza się stopnie przynależności danych uczących  $S_m$  do każdego obszaru utworzonego w kroku 1. Stopnie te, to wartości funkcji przynależności dla odpowiednich zbiorów rozmytych. Np. dla taktu  $N = 9$ ,  $x_{m,9}^{(1)} = 6$ ,  $x_{m,9}^{(2)} = 53$ ,  $j_{m,9} = 1$ , dla  $N = 10$ ,  $x_{m,10}^{(1)} = 5$ ,  $x_{m,10}^{(2)} = 43$ ,  $j_{m,10} = 1$ . Patrząc na rysunek 3.3 stopień przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,9}^{(1)}) = 0.41$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,9}^{(1)}) = 0.68$ . Stopień przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.22$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.83$ . Natomiast stopień przynależności zmiennej  $x_{m,10}^{(1)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,10}^{(1)}) = 0.63$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,10}^{(1)}) = 0.47$ . Stopień przynależności zmiennej  $x_{m,10}^{(2)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,10}^{(2)}) = 0.78$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,10}^{(2)}) = 0.29$ . Do pozostałych obszarów stopień przynależności wynosi 0. Przyporządkowuje się teraz dane uczące do obszarów, w których mają one największe wartości tych stopni. Łatwo można zauważyć, że dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  jest to obszar  $S$ , dla  $x_{m,9}^{(2)}$  jest to obszar  $S$ . Dla każdej pary danych uczących na każdym  $N$  etapie wnioskowania możemy utworzyć reguły rozmyte postaci:

$$\left( x_{m,9}^{(1)} = 6, x_{m,9}^{(2)} = 53, u_{m,9} = 2, j_{m,9} = 1 \right) \left\{ x_{m,9}^{(1)} [\max : 0.68 \text{ w } S], x_{m,9}^{(2)} [\max : 0.83 \text{ w } S], j_{m,9} = 1 \right\}, \quad (3.7)$$

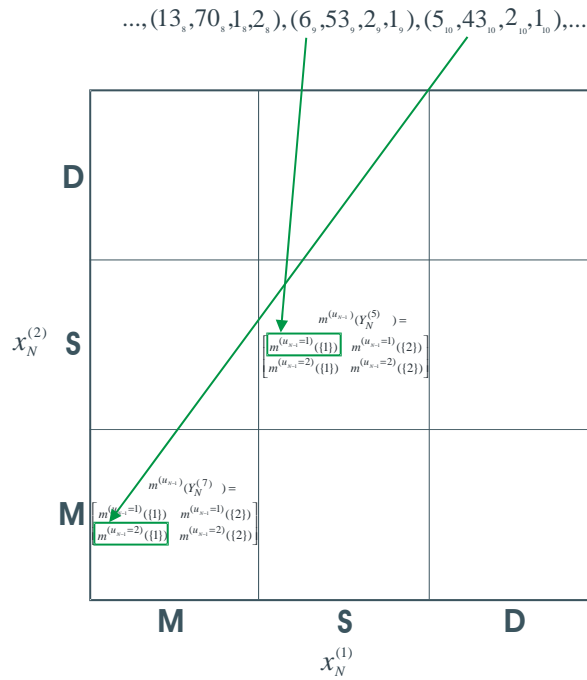
$$F^{(1)} : \text{IF CURRENTLY}((x_{m,9}^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_{m,9}^{(2)} \text{ jest } S \text{ AND RECENTLY } (u_{m,8} = 1)) \text{ THEN } (y \text{ jest } 1). \quad (3.8)$$

$$\left( x_{m,10}^{(1)} = 5, x_{m,10}^{(2)} = 43, u_{m,9} = 2, j_{m,10} = 1 \right) \left\{ x_{m,10}^{(1)} [\max : 0.63 \text{ w } M], x_{m,10}^{(2)} [\max : 0.78 \text{ w } M], j_{m,10} = 1 \right\}, \quad (3.9)$$

$$F^{(2)} : \text{IF CURRENTLY}((x_{m,10}^{(1)} \text{ jest } M \text{ AND } x_{m,10}^{(2)} \text{ jest } M \text{ AND RECENTLY } (u_{m,9} = 2)) \text{ THEN } (y \text{ jest } 1). \quad (3.10)$$

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.4.

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Sposób jej tworzenia jest następujący. Jeżeli reguła jest postaci 3.7 i poprzednio zastosowano sterowanie  $u_{N-1} = 1$ , to na przecięciu kolumny  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$ ) doliczamy do licznika wystąpienie klasy 1. Jeżeli poprzednio zastosowano sterowanie,



Rysunek 3.4. Baza reguł rozmytych

$u_{N-1} = 2$  to na przecięciu kolumny  $M$  (dla zmiennej  $x_{m,10}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $M$  (dla zmiennej  $x_{m,10}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika klasy 1 W bazie reguł rozmytych  $Y^{(k)}$  jest rozmytą macierzą przejść zawierającą relacje między klasą decyzyjną zaobserwowaną na etapie  $N$  pod warunkiem wystąpienia konkretnego sterowania w taktce  $N - 1$ .

Przykładowo jeżeli zbiór  $Y_N^{(k)} \subseteq \{114 \text{ elementy z klasy 1 i } 63 \text{ elementy z klasy 2}$  pod warunkiem zastosowanego sterowania w taktce poprzednim  $u_{N-1} = 1$  i 29 elementów z klasy 1 i 64 elementy z klasy 2 pod warunkiem zastosowanego w taktce poprzednim sterowania  $u_{N-1} = 2$ , to funkcja masy rozmytej macierzy przejść:

$$m \left( Y_N^{(k)} \right) = \begin{bmatrix} m^{(u_{N-1}=1)}(\{1\}) = 0.64 & m^{(u_{N-1}=1)}(\{2\}) = 0.36 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.31 & m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.69 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Elementami fokalnymi są zdefiniowane we wzorze 2.34 wiersze macierzy 3.11.

### PRZYKŁAD ROZPOZNAWANIA

W danym momencie czasu  $t$  wykonano dziewięć pomiarów wartości zmiennych  $x_9^{(1)} = 6$  i  $x_9^{(2)} = 53$  oraz poprzednio zastosowane sterowanie  $u_{N-1} = 2$ . Mając daną bazę reguł rozmytych przedstawioną na rysunku 3.5 postawić odpowiednią decyzję w taktce dziewiątym. Przyjmując współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.51$ .

W pierwszej kolejności należy wyznaczyć wartości funkcji przynależności do każdego zbioru rozmytego.

Dla przypadku pokazanego na rysunku 3.1 stopień przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M \left( x_{m,9}^{(1)} \right) = 0.41$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S \left( x_{m,9}^{(1)} \right) = 0.68$ . Stopień

	<b>D</b>	$\begin{bmatrix} 0.61 & 0.39 \\ 0.43 & 0.57 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.46 & 0.54 \\ 0.33 & 0.67 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.11 & 0.89 \\ 0.22 & 0.78 \end{bmatrix}$
$x^{(2)}$	<b>S</b>	$\begin{bmatrix} 0.70 & 0.30 \\ 0.49 & 0.51 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.45 & 0.55 \\ 0.54 & 0.46 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.44 & 0.56 \\ 0.56 & 0.44 \end{bmatrix}$
	<b>M</b>	$\begin{bmatrix} 0.92 & 0.08 \\ 0.30 & 0.70 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.78 & 0.22 \\ 0.59 & 0.41 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.61 & 0.39 \\ 0.62 & 0.38 \end{bmatrix}$
		<b>M</b>	<b>S</b>	<b>D</b>
		$x^{(1)}$		

Rysunek 3.5. Baza reguł rozmytych

przynależności zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$  do obszaru  $M$  wynosi  $\mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.22$ , a do obszaru  $S$ ,  $\mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.83$ . Do pozostałych obszarów stopień przynależności wynosi 0. Wobec powyższego otrzymano cztery aktywowane reguły rozmyte. Należy teraz wyznaczyć stopnie spełnienia tych reguł oraz na podstawie wielkości tego współczynnika ponumerować reguły do składania:

$$F^{(4)} \beta^{(4)} = \mu_M(x_{m,9}^{(1)}) \cdot \mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.41 \cdot 0.22 = 0.09,$$

$$F^{(2)} \beta^{(2)} = \mu_M(x_{m,9}^{(1)}) \cdot \mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.41 \cdot 0.83 = 0.34,$$

$$F^{(3)} \beta^{(3)} = \mu_S(x_{m,9}^{(1)}) \cdot \mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.68 \cdot 0.22 = 0.15,$$

$$F^{(1)} \beta^{(1)} = \mu_S(x_{m,9}^{(1)}) \cdot \mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.68 \cdot 0.83 = 0.56.$$

W pierwszej kolejności łączy się reguły  $F^{(1)}$  z  $F^{(2)}$ . Oczywiście wykorzystując fakt, że w ósmym takcie wystąpiło sterowanie równe 2, reguły będą miały postać:

$$F^{(1)} : m(Y_9^{(1)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.54 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.46 \end{cases},$$

$$F^{(2)} : m(Y_9^{(2)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.49 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.51 \end{cases},$$

$$F^{(3)} : m(Y_9^{(3)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.59 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.41 \end{cases},$$

$$F^{(4)} : m(Y_9^{(4)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.30 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.70 \end{cases}.$$

Łącząc powyższe reguły otrzymujemy:

$$m(Y_9^{(1,2)}) = m(Y_9^{(1)}) \oplus m(Y_9^{(2)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.53 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.47 \end{cases} .$$

Współczynnik sprzeczności reguł wynosi  $\alpha_F = 0.49$  i jest mniejszy od  $\alpha_{F'} = 0.51$ . Spełniony jest zatem warunek niesprzeczności reguł 2.11 i nie ma przeciwwskazań do odrzucenia aktualizacji wiedzy. Następnie dokonujemy łączenia reguł:

$$m(Y_9^{(1,2,3)}) = m(Y_9^{(1,2)}) \oplus m(Y_9^{(3)}) = \begin{cases} m^{(u_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.62 \\ m^{(u_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.38 \end{cases} .$$

Współczynnik sprzeczności reguł wynosi  $\alpha_F = 0.48$  i jest mniejszy od  $\alpha_{F'} = 0.51$ .

Łącząc reguły  $m(Y_9^{(1,2,3,4)}) = m(Y_9^{(1,2,3)}) \oplus m(Y_9^{(4)})$ , okazuje się, że współczynnik sprzeczności wynosi 0.55 i jest większy od  $\alpha_F = 0.51$ . Zatem uznaje się reguły za sprzeczne i nie dokonuje ich łączenia. Wyznacza się teraz funkcję przekonania z otrzymanej funkcji masy:

$$Bel(Y_9) = \sum_{Y_9^{(1,2,3)} \subseteq Y_9} m(Y_9^{(1,2,3)}), \quad (3.12)$$

$$Bel(Y_9) = \begin{cases} 0.62 \text{ dla } r=1 \\ 0.38 \text{ dla } r=2 \end{cases} . \quad (3.13)$$

Wobec powyższego  $Bel^{(u_{N-1})}(i|(x_N, u_{N-1}, S)) = \max_{r \in Y} Bel^{(u_{N-1})}(r|Y_9) = 0.62$  dla  $i = 1$ . Z wiarygodnością  $Pl^{(u_{N-1})}(i|(x_N, u_{N-1}, S)) = 0.62$ . Algorytm rozpoznawania zaklasyfikował rozpoznawany obiekt do klasy 1.

### 3.3. Model 3

Załóżmy, że mamy na celu utworzenie baz reguł rozmytych z rozmytymi macierzami przejść dla układu dwóch wejść i jednym wyjściu. W tym celu musimy posiadać odpowiednie dane w postaci zbioru uczącego  $S$ . W analizowanym przykładzie niech ciąg taki składa się z 15 obserwacji 3.5.

W analizowanym algorytmie kroki 1 i 2 są analogiczne jak w przypadku Modelu 2. Różnica pojawia się w regułach rozmytych, które w tym przypadku opisują rozmyte związki między kolejno pojawiającymi się klasami obiektu. Przykład takich reguł dla rozmytej obserwacji cech obiektu, rysunek 3.3 przedstawić można w postaci:

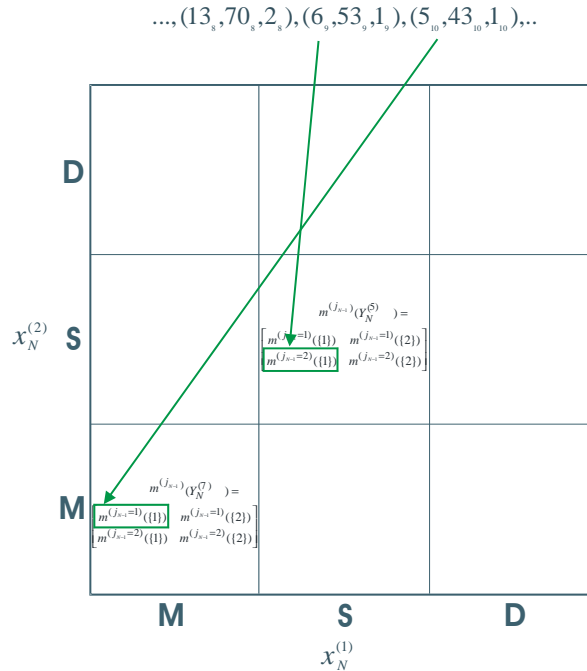
$$\left( x_{m,9}^{(1)} = 6, x_{m,9}^{(2)} = 53, j_{m,9} = 1 \right) \left\{ x_{m,9}^{(1)} [\max : 0.68 \text{ w } S], x_{m,9}^{(2)} [\max : 0.83 \text{ w } S], j_{m,9} = 1 \right\}, \quad (3.14)$$

$$F^{(1)} : \text{IF CURRENTLY } ((x_{m,9}^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_{m,9}^{(2)} \text{ jest } S) \text{ AND RECENTLY } (j_{m,8} = 2)) \text{ THEN } (y \text{ jest } 1). \quad (3.15)$$

$$\left( x_{m,10}^{(1)} = 5, x_{m,10}^{(2)} = 43, j_{m,9} = 1 \right) \left\{ x_{m,10}^{(1)} [\max : 0.63 \text{ w } M], x_{m,10}^{(2)} [\max : 0.78 \text{ w } M], j_{m,10} = 1 \right\}, \quad (3.16)$$

$$F^{(2)} : \text{IF CURRENTLY } ((x_{m,10}^{(1)} \text{ jest } M \text{ AND } x_{m,10}^{(2)} \text{ jest } M) \\ \text{AND RECENTLY } (j_{m,9} = 1)) \\ \text{THEN } (y \text{ jest } 1). \quad (3.17)$$

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.7.



Rysunek 3.6. Baza reguł rozmytych

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Sposób jej tworzenia jest następujący. Jeżeli reguła jest postaci 3.14 i poprzednim stanem obiektu była klasa 2, to na przecięciu kolumny  $S$  (dla  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S$  (dla  $x_{m,9}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika wystąpienie klasy 1. Jeżeli poprzednim stanem obiektu była klasa 1, to na przecięciu kolumny  $M$  (dla  $x_{m,10}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $M$  (dla  $x_{m,10}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika wystąpienie klasy 1. W bazie reguł rozmytych  $Y^{(k)}$  jest rozmytą macierzą przejść zawierającą ilości klas przypisanych do reguły  $k$ -tej na etapie  $N$  pod warunkiem zaobserwowanej klasy w taktie  $N - 1$ .

Przykładowo jeżeli zbiór  $Y_N^{(k)} \subseteq \{134 \text{ elementy z klasy 1 i } 83 \text{ elementy z klasy 2 pod warunkiem zaobserwowanej } j_{N-1} = 1 \text{ i } 54 \text{ elementy z klasy 1 i } 49 \text{ elementów z klasy 2 pod warunkiem zaobserwowanej } j_{N-1} = 2, \text{ to:}$

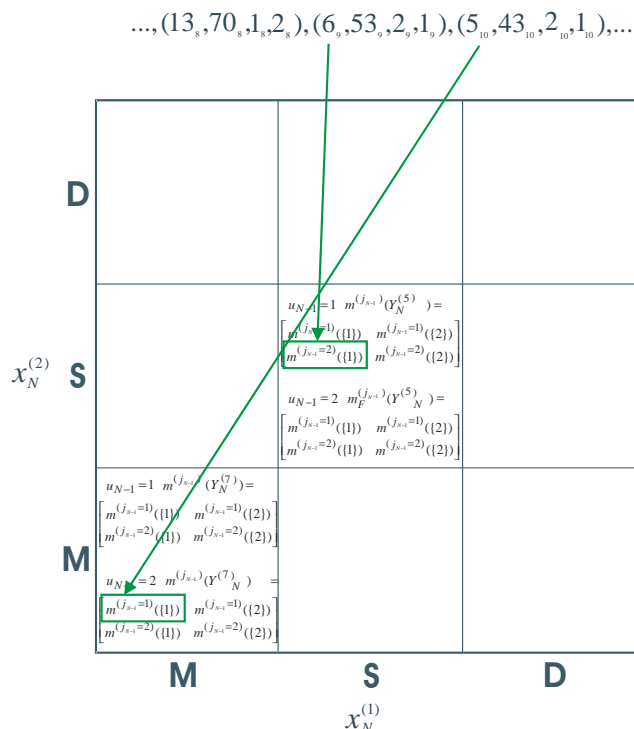
$$m \left( Y_N^{(k)} \right) = \begin{bmatrix} m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) = 0.61 & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) = 0.39 \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) = 0.52 & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) = 0.48 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Elementami fokalnymi są zdefiniowane we wzorze 2.42 wiersze macierzy 3.18. Blok wnioskowania dla modelu 3 jest analogiczny jak w przypadku modelu 2.

### 3.4. Model 4

Algorytm ten do podjęcia decyzji wykorzystuje rozmytą obserwację cech obiektu na  $N$ -tym etapie rozpoznawania oraz klasę i sterowanie występujące w taktce poprzednim. Kroki 1 i 2 są analogiczne jak dla Modeli 2 i 3 natomiast istotna różnica pojawia się w budowie bazy reguł rozmytych.

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.7.



Rysunek 3.7. Baza reguł rozmytych

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Sposób jej tworzenia jest następujący. Jeżeli poprzednim stanem obiektu była klasa 2 i zastosowano sterowanie 1, oraz  $x_{m,9}^{(1)} = 6$ ,  $x_{m,9}^{(2)} = 53$  to dla macierzy  $u_{N-1} = 1$  na przecięciu kolumny  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika wystąpienie klasy 1. Jeżeli poprzednim stanem obiektu była klasa 1 oraz sterowanie 2, oraz  $x_{m,10}^{(1)} = 5$ ,  $x_{m,10}^{(2)} = 33$  to dla macierzy  $u_{N-1} = 2$  na przecięciu kolumny  $M$  (dla zmiennej  $x_{m,10}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $M$  (dla zmiennej  $x_{m,10}^{(2)}$ ) wpisujemy do licznika wystąpienie klasy 1

Blok wnioskowania dla modelu 4 jest analogiczny jak w przypadku modelu 2 i 3.

### 3.5. Model 5

Założmy, że mamy na celu utworzenie rozmytej macierzy przejść oraz bazy reguł rozmytych dla układu dwóch wejść i jednym wyjściu. Podobnie jak dla innych anali-



zowanych wcześniej modeli musimy posiadać odpowiednie dane uczące w postaci zbioru uczącego. Dla uproszczenia niech ciąg składa się z  $R=16$  obserwacji:

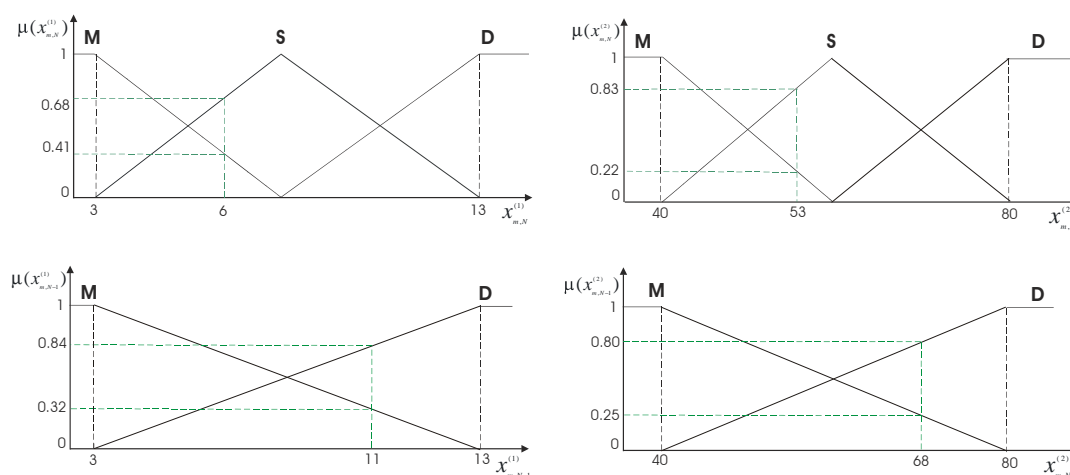
$$S_m = ((6,41,1), (11,67,2), (14,68,2), (7,51,1), (11,72,2), (3,41,1), (11,62,2), (11,68,2), (6,53,1), (6,43,1), (11,68,2), (12,75,2), (4,51,1), (12,81,2), (10,61,2), (12,67,2)) \quad (3.19)$$

który można zapisać w postaci symbolicznej:

$$S_m = ((x_{m,1}^{(1)}, x_{m,1}^{(2)}, j_{m,1}), (x_{m,2}^{(1)}, x_{m,2}^{(2)}, j_{m,2}), (x_{m,2}^{(1)}, x_{m,2}^{(2)}, j_{m,2}), \dots, (x_{m,R}^{(1)}, x_{m,R}^{(2)}, j_{m,R})).$$

**KROK 1. Podział wejściowej i wyjściowej przestrzeni na obszary.** Z ciągu uczącego  $S_m$  wyznacza się minimalne i maksymalne wartości każdej zmiennej. Na podstawie tych wartości określa się przedziały dopuszczalnych ich wartości. Cecha  $x_{m,N}^{(1)} \in \langle 3, 13 \rangle$ , a  $x_{m,N}^{(2)} \in \langle 40, 80 \rangle$  dla  $N = 2, 3, \dots, R = 16$ . Dla zmiennych w takcie  $N = 1$  inicjalizujących łańcuch obserwacji wyznacza się również wartości minimalne i maksymalne. Ponieważ przykład jest dla  $m = 1$ , więc nie ma możliwości utworzenia bazy reguł rozmytych dla takiego przypadku.

Następnie każdy ze zdefiniowanych powyżej przedziałów dzieli się na obszary. Liczba takich odcinków dla każdej zmiennej może być inna. Przyjmijmy, że mamy trzy takie odcinki M (Mały), S (Średni), D (Duży) dla  $N$ -tej rozmytej obserwacji cech obiektu i BM (Bardzo Mały), M (Mały) S (Średni), D (Duży), BD (Bardzo Duży) dla obserwacji  $N-1$  obiektu. Na rysunku 3.1 znajduje się przykład takiego podziału.



Rysunek 3.8. Podział przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkowanie im funkcji przynależności

**KROK 2. Tworzenie bazy reguł rozmytych na podstawie danych uczących.** W pierwszej kolejności wyznacza się stopnie przynależności danych uczących  $S_m$  do każdego obszaru utworzonego w kroku 1. Stopnie te to wartości funkcji przynależności dla odpowiednich zbiorów rozmytych. Np. dla taktu  $N = 9$ ,  $x_{m,9}^{(1)} = 6$ ,

$x_{m,9}^{(2)} = 53$ ,  $j_{m,9} = 1$ . Następnie dokonuje się obserwacji obiektu  $N - 1$ , czyli dla analizowanego przypadku jest to  $N - 1 = 8$ ,  $x_{m,8}^{(1)} = 11$ ,  $x_{m,8}^{(2)} = 68$ ,  $j_{m,8} = 2$ . Dla przypadku przedstawionym na rysunku 3.8 wyznacza się stopnie przynależności:

dla zmiennej $x_{m,9}^{(1)}$	przynależność do obszaru $M$	wynosi $\mu_M(x_{m,9}^{(1)}) = 0.41$
dla zmiennej $x_{m,9}^{(1)}$	przynależność do obszaru $S$	wynosi $\mu_S(x_{m,9}^{(1)}) = 0.68$
dla zmiennej $x_{m,9}^{(2)}$	przynależność do obszaru $M$	wynosi $\mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.22$
dla zmiennej $x_{m,9}^{(2)}$	przynależność do obszaru $S$	wynosi $\mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.83$
dla zmiennej $x_{m,8}^{(1)}$	przynależność do obszaru $D$	wynosi $\mu_D(x_{m,8}^{(1)}) = 0.84$
dla zmiennej $x_{m,8}^{(1)}$	przynależność do obszaru $M$	wynosi $\mu_M(x_{m,8}^{(1)}) = 0.32$
dla zmiennej $x_{m,8}^{(2)}$	przynależność do obszaru $D$	wynosi $\mu_D(x_{m,8}^{(2)}) = 0.80$
dla zmiennej $x_{m,8}^{(2)}$	przynależność do obszaru $M$	wynosi $\mu_M(x_{m,8}^{(2)}) = 0.25$

Następnie wyznacza się siłę rozmytego związku między kolejno pojawiającymi się obiektami. Ponieważ w takcie  $N=8$  maksymalna wartość funkcji przynależności jest do zbioru  $D$ , więc:

$$\begin{aligned}\mu_{D,M}(x_{m,9}^{(1)}) &= \mu_D(x_{m,8}^{(1)}) \cdot \mu_M(x_{m,9}^{(1)}) = 0.84 \cdot 0.41 = 0.34, \\ \mu_{D,S}(x_{m,9}^{(1)}) &= \mu_D(x_{m,8}^{(1)}) \cdot \mu_S(x_{m,9}^{(1)}) = 0.84 \cdot 0.68 = 0.57, \\ \mu_{D,M}(x_{m,9}^{(2)}) &= \mu_D(x_{m,8}^{(2)}) \cdot \mu_M(x_{m,9}^{(2)}) = 0.80 \cdot 0.22 = 0.18, \\ \mu_{D,S}(x_{m,9}^{(2)}) &= \mu_D(x_{m,8}^{(2)}) \cdot \mu_S(x_{m,9}^{(2)}) = 0.84 \cdot 0.83 = 0.70.\end{aligned}$$

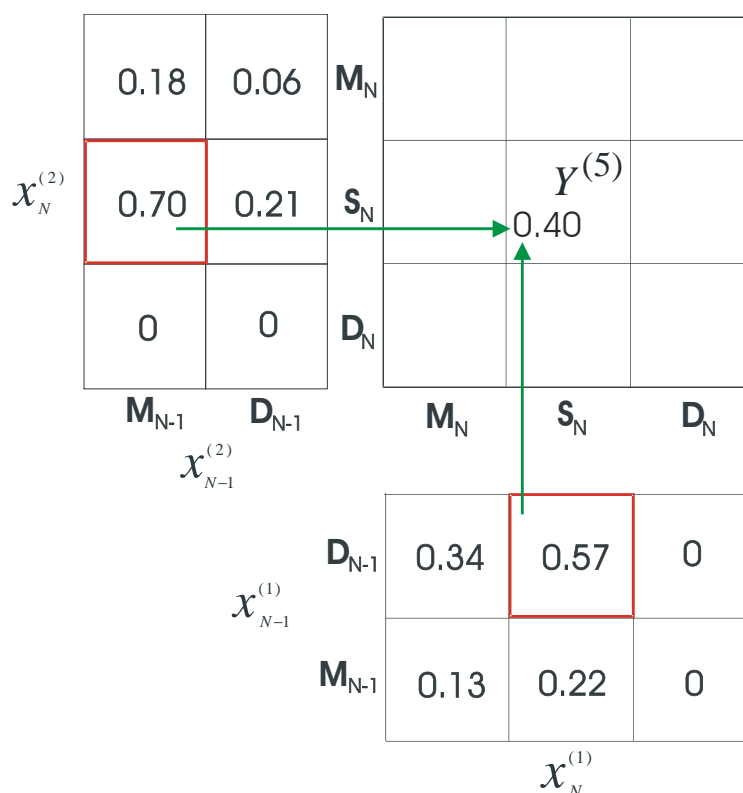
Wyznacza się regułę o największej wartości współczynnika spełnienia. Łatwo można zauważyć, że dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$  jest to przejście ze zbioru  $D$  do  $S$ , dla  $x_{m,9}^{(2)}$  jest to przejście ze zbioru  $D$  do  $S$ . Można teraz utworzyć regułę rozmytą postaci:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_{m,9}^{(1)} = 6, x_{m,9}^{(2)} = 53, j_{m,9} = 1) \text{ i } (x_{m,8}^{(1)} = 11, x_{m,8}^{(2)} = 68, j_{m,8} = 2) \\ x_{m,9}^{(1)} [\max : 0.57 \text{ w } D \rightarrow S], x_{m,9}^{(2)} [\max : 0.70 \text{ w } D \rightarrow S], j_{m,9} = 1 \end{array} \right\}. \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & \text{IF RECENTLY}((x_{m,8}^{(1)} \text{ jest } D \text{ AND } x_{m,8}^{(2)} \text{ jest } D) \\ & \text{AND CURRENTLY}(x_{m,9}^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_{m,9}^{(2)} \text{ jest } S)) \\ & \text{THEN } (y \text{ jest } Y_9^{(5)} = (\{1\}) \text{ z } \beta^{(5)} = 0.57 \cdot 0.70 = 0.40). \end{aligned} \quad (3.21)$$

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.9.

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Sposób jej tworzenia jest następujący. Jeżeli reguła jest postaci 3.20, to na przecięciu kolumny  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$ ) zwiększamy rangę pojawienia się dla takiego przypadku klasy 1 o wartość iloczynu  $Z_N^{(k)} \left( \left\{ i_r^{(k)} \right\} \right) = 0.70 \cdot 0.57 = 0.40$ . Powyższy iloczyn jest rangą określającą siłę związku między kolejnymi stanami obiektu. Suma



Rysunek 3.9. Baza reguł rozmytych

wartości takich iloczynów jest sumą rang dla poszczególnych klas w konkretnej regule rozmytej.

Przykładowo jeżeli  $Z_N^{(k)}(\{1\}) = 1540$  dla klasy  $j_N = 1$  i  $Z_N^{(k)}(\{2\}) = 920$ ,  $j_N = 2$ , wówczas:

$$m(Y_N^{(k)}) = \begin{cases} j_N = 1 & m(\{1\}) = \frac{1540}{1540+920} = 0.626 \\ j_N = 2 & m(\{2\}) = \frac{920}{1540+920} = 0.374 \end{cases} .$$

### PRZYKŁAD 1.

Przykład ten został opracowany z pomocą eksperta lekarza. Kształt i rozmieszczenie funkcji przynależności są oszacowane subiektywnie, na podstawie wiedzy specjalisty chorób wewnętrznych. U pacjenta po przyjęciu do szpitala zaobserwowano wyniki krwi: Hemoglobina  $Hb = 7.7$ , Płytki krwi  $PLT = 35$ . Po pewnym okresie obserwacji wyniki nieznacznie poprawiły się  $Hb = 8.6$ ,  $PLT = 90$ . Należy podjąć decyzję odnośnie stanu pacjenta mając dane funkcje przynależności na rysunku 3.11 oraz bazę reguł rozmytych, przedstawioną na rysunku 3.12. Przyjąć współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.3$ .

gdzie:

- 1 - stan normalny
- 2 - anemia
- 3 - stan zapalny

- 4 - infekcja  
 5 - krwotok  
 6 - białaczka  
 7 - niedobór witaminy B12 i kwasu foliowego  
 8 - odwodnienie  
 9 - reumatyzm.

<b>PLT[mm<sup>3</sup>]</b>	<b>D</b>	$m(\{2,6\}) = 0.55$ $m(\{3,4,9\}) = 0.30$ $m(\{7\}) = 0.10$ $m(\emptyset) = 0.05$	$m(\{3,4\}) = 0.80$ $m(\emptyset) = 0.20$	$m(\{3,4\}) = 0.50$ $m(\{8\}) = 0.40$ $m(\emptyset) = 0.10$
	<b>S</b>	$m(\{2\}) = 0.55$ $m(\{7\}) = 0.35$ $m(\emptyset) = 0.10$	$m(\{1\}) = 0.97$ $m(\emptyset) = 0.03$	$m(\{8\}) = 0.94$ $m(\emptyset) = 0.06$
	<b>M</b>	$m(\{6,7\}) = 0.25$ $m(\{2,5\}) = 0.70$ $m(\emptyset) = 0.05$	$m(\{5,7\}) = 0.65$ $m(\{6\}) = 0.25$ $m(\emptyset) = 0.10$	$m(\{5,8\}) = 0.70$ $m(\emptyset) = 0.30$
		<b>M</b>	<b>S</b>	<b>D</b>
		<b>HB[g%]</b>		

Rysunek 3.10. Baza reguł rozmytych

W pierwszej kolejności należy zdefiniować przestrzeń  $\Theta = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

Jest to przykład rozpoznawania sekwencyjnego. Wiedza o aktualnym stanie pacjenta jest zależna od stanu poprzedniego. Z rysunku 3.11 odczytuje się wartości funkcji przynależności do odpowiednich zbiorów rozmytych:

$$\begin{aligned}
 \mu_M(Hb_N) &= 0.66 & \mu_M(PLT_N) &= 0.66 \\
 \mu_S(Hb_N) &= 0.43 & \mu_S(PLT_N) &= 0.23 \\
 \mu_{BM}(Hb_{N-1}) &= 0.63 & \mu_{BM}(PLT_{N-1}) &= 0.72 \\
 \mu_M(Hb_{N-1}) &= 0.44 & \mu_M(PLT_{N-1}) &= 0.21
 \end{aligned}$$

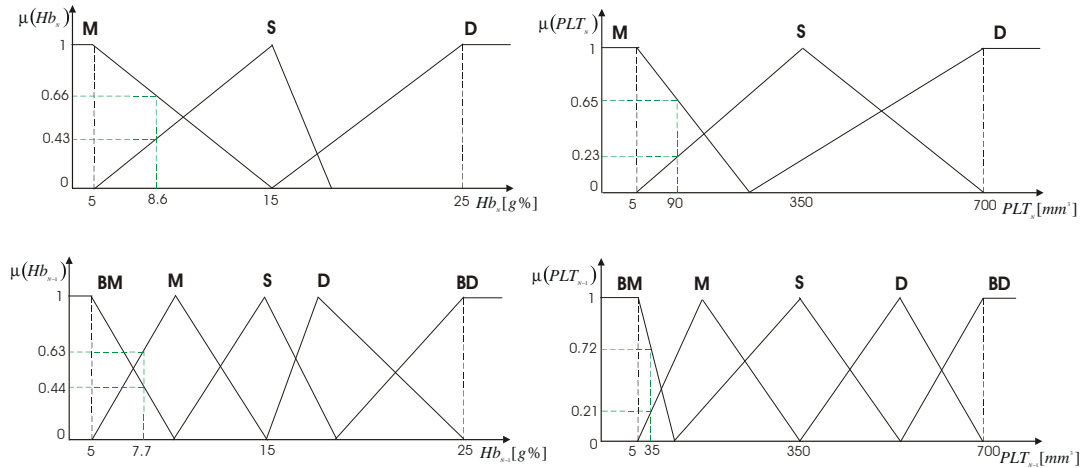
Następnie wyznacza się rangi. Ponieważ w poprzednim pomiarze maksymalna wartość funkcji przynależności jest do zbioru rozmytego BM, więc:

$$\begin{aligned}
 \mu_{BM,M}(Hb_N) &= \mu_{BM}(Hb_{N-1}) \cdot \mu_M(Hb_N) = 0.63 \cdot 0.66 = 0.42, \\
 \mu_{BM,S}(Hb_N) &= \mu_{BM}(Hb_{N-1}) \cdot \mu_S(Hb_N) = 0.63 \cdot 0.43 = 0.27, \\
 \mu_{BM,M}(PLT_N) &= \mu_{BM}(PLT_{N-1}) \cdot \mu_M(PLT_N) = 0.72 \cdot 0.66 = 0.48, \\
 \mu_{BM,S}(PLT_N) &= \mu_{BM}(PLT_{N-1}) \cdot \mu_S(PLT_N) = 0.72 \cdot 0.23 = 0.17.
 \end{aligned}$$

W ten sposób otrzymano cztery aktywowane reguły rozmyte:

$$\begin{aligned}
 F_1 &: \text{IF}(Hb \text{ jest } M \text{ AND } PLT \text{ jest } M) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(1)}) \text{ z } \beta^{(1)} = 0.20), \\
 F_2 &: \text{IF}(Hb \text{ jest } S \text{ AND } PLT \text{ jest } M) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(2)}) \text{ z } \beta^{(2)} = 0.13), \\
 F_3 &: \text{IF}(Hb \text{ jest } M \text{ AND } PLT \text{ jest } S) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(3)}) \text{ z } \beta^{(3)} = 0.07), \\
 F_4 &: \text{IF}(Hb \text{ jest } S \text{ AND } PLT \text{ jest } S) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(4)}) \text{ z } \beta^{(4)} = 0.05).
 \end{aligned}$$

W pierwszej kolejności składa się regułę  $F^{(1)}$  z  $F^{(2)}$



Rysunek 3.11. Podział przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkowanie im funkcji przynależności

$$m(Y_N^{(1,2)}) = m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}) \quad (3.22)$$

$$m(Y_N^{(1)}) = \begin{cases} 0.25 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \{2,6,7\} \\ 0.70 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \{5\} \\ 0.05 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \Theta \end{cases}, \quad m(Y_N^{(2)}) = \begin{cases} 0.65 & \text{dla } Y_N^{(2)} = \{5,7\} \\ 0.25 & \text{dla } Y_N^{(2)} = \{6\} \\ 0.10 & \text{dla } Y_N^{(2)} = \Theta \end{cases}.$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.22 wynosi 0.175 i jest mniejszy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Zatem reguły można uznać za niesprzeczne. Obliczając sumę ortogonalną 3.22 otrzymujemy:

$$m(Y_N^{(1,2)}) = \begin{cases} 0.64 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{5\} \\ 0.09 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{6\} \\ 0.20 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{7\} \\ 0.04 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{5,7\} \\ 0.03 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{2,6,7\} \\ 0.006 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \Theta \end{cases}. \quad (3.23)$$

Następnie

$$m(Y_N^{(1,2,3)}) = m(Y_N^{(1,2)}) \oplus m(Y_N^{(3)}). \quad (3.24)$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.24 wynosi 0.789 i jest większy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Zatem reguły można uznać sprzeczne. Wobec powyższego nie łączymy tych reguł. Ostatecznie sprawdzamy, czy możliwe jest połączenie reguł:

$$m(Y_N^{(1,2,4)}) = m(Y_N^{(1,2)}) \oplus m(Y_N^{(4)}). \quad (3.25)$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.24 wynosi 0.974 i jest większy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Zatem reguły można uznać sprzeczne. Wobec powyższego 3.23 jest rozkładem rozmytej funkcji alokacji prawdopodobieństwa opisującym stan pacjenta. W ostatniej kolejności wyznacza się funkcję przekonania:

$$Bel(Y) = \sum_{Y_N^{(1,2)} \subseteq Y} m(Y_N^{(1,2)}), \quad (3.26)$$

$$Bel(Y) = \begin{cases} 0.68 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{5\} \\ 0.12 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{6\} \\ 0.24 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{7\} \\ 0.04 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{5,7\} \\ 0.03 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{2,6,7\} \\ 0.006 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \Theta \end{cases} . \quad (3.27)$$

Rozkład funkcji wiarygodności jest następujący:

$$Pl(Y) = \begin{cases} 0.68 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{5\} \\ 0.13 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{6\} \\ 0.27 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{7\} \\ 0.912 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{5,7\} \\ 0.366 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{2,6,7\} \\ 0.006 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \Theta \end{cases} . \quad (3.28)$$

Wobec powyższego  $Bel(i|Y) = \max_{r \in Y} Bel(r|Y)$ .

$Bel(\{5\}) = 0.68$  z wiarygodnością  $Pl(\{5\}) = 0.68$ . Na podstawie pomiaru cech można wnioskować, że jesteśmy przekonani że pacjent może mieć krwotok wewnętrzny. Lekarz analizując taki wynik zdaje sobie sprawę, że osoba badana ma anemię ale jest poważny sygnał, że jej przyczyną jest krwotok wewnętrzny, o czym świadczy niski wynik PLT i Hb. Wartości mierzone nieznacznie poprawiły się z czasem. Za mało jednak w tym przypadku jest danych, aby można było stwierdzić, że wzrost PLT i Hb nie był spowodowany np. podaniem krwi choremu. W takim przypadku dodatkowym źródłem informacji i bardzo istotnym jest zastosowane leczenie po pierwszym badaniu krwi. Przykład drugi ilustruje takie wnioskowanie. W celu zobrazowania jak zmienia się przekonanie o zdrowiu pacjenta wprowadzono takie same wartości wektora cech.

### PRZYKŁAD 2.

U pacjenta po przyjęciu do szpitala zaobserwowano wyniki krwi: Hemoglobina  $Hb = 7.7$ , Płytki krwi  $PLT = 35$ . Pacjentowi na skutek ubytku krwi podano dwie jednostki krwi. Po dwóch dniach obserwacji wyniki wynosiły  $Hb = 8.6$ ,  $PLT = 90$ . Należy podjąć decyzję odnośnie stanu pacjenta mając dane funkcje przynależności na rysunku 3.11 oraz bazę reguł rozmytych, przedstawioną na rysunku 3.12. Przyjmując współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.3$ .

Ponieważ wiemy, że pacjent dostał krew, więc przy wnioskowaniu należy przyjąć bazę reguł rozmytych opisujących związek pomiędzy zmiennymi po zastosowanym leczeniu.

Funkcje przynależności są zilustrowane na rysunku 3.11. Na podstawie danych tok postępowania do momentu składania reguł jest taki sam jak w przykładzie 2.

		BRAK LECZENIA			WYNIKI PO PODANIU KRWI		
<i>PLT</i> [ <i>mm</i> <sup>3</sup> ]	<b>D</b>	$m(\{2,6\}) = 0.55$ $m(\{3,4,9\}) = 0.30$ $m(\{7\}) = 0.10$ $m(\Theta) = 0.05$	$m(\{3,4\}) = 0.80$ $m(\Theta) = 0.20$	$m(\{3,4\}) = 0.50$ $m(\{8\}) = 0.40$ $m(\Theta) = 0.10$	$m(\{2,6\}) = 0.43$ $m(\{3,9\}) = 0.58$ $m(\Theta) = 0.05$	$m(\{3\}) = 0.73$ $m(\Theta) = 0.27$	$m(\{3,8\}) = 0.89$ $m(\Theta) = 0.11$
	<b>S</b>	$m(\{2\}) = 0.55$ $m(\{7\}) = 0.35$ $m(\Theta) = 0.10$	$m(\{1\}) = 0.97$ $m(\Theta) = 0.03$	$m(\{8\}) = 0.94$ $m(\Theta) = 0.06$	$m(\{2,6\}) = 0.65$ $m(\{9\}) = 0.27$ $m(\Theta) = 0.08$	$m(\{1\}) = 0.97$ $m(\Theta) = 0.03$	$m(\{8\}) = 0.94$ $m(\Theta) = 0.06$
	<b>M</b>	$m(\{2,6,7\}) = 0.25$ $m(\{5\}) = 0.70$ $m(\Theta) = 0.05$	$m(\{5,7\}) = 0.65$ $m(\{6\}) = 0.25$ $m(\Theta) = 0.10$	$m(\{5,8\}) = 0.70$ $m(\Theta) = 0.30$	$m(\{6\}) = 0.15$ $m(\{2,5\}) = 0.80$ $m(\Theta) = 0.05$	$m(\{5\}) = 0.78$ $m(\Theta) = 0.22$	$m(\{5\}) = 0.61$ $m(\{8\}) = 0.37$ $m(\Theta) = 0.02$
		<b>M</b>	<b>S</b>	<b>D</b>	<b>M</b>	<b>S</b>	<b>D</b>
		<i>HB</i> [g%]			<i>HB</i> [g%]		

Rysunek 3.12. Baza reguł rozmytych

W pierwszej kolejności składa się regułę  $F^{(1)}$  z  $F^{(2)}$ .

$$m(Y_N^{(1,2)}) = m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}), \quad (3.29)$$

$$m(Y_N^{(1)}) = \begin{cases} 0.15 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \{2,6\} \\ 0.80 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \{5\} \\ 0.05 & \text{dla } Y_N^{(1)} = \Theta \end{cases}, \quad m(Y_N^{(2)}) = \begin{cases} 0.78 & \text{dla } Y_N^{(2)} = \{5\} \\ 0.22 & \text{dla } Y_N^{(2)} = \Theta \end{cases}.$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.29 wynosi 0.117 i jest mniejszy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Zatem reguły można uznać za niesprzeczne. Obliczając sumę ortogonalną 3.29 otrzymujemy:

$$m(Y^{(1,2)}) = \begin{cases} 0.95 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{5\} \\ 0.03 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \{2,6\} \\ 0.02 & \text{dla } Y^{(1,2)} = \Theta \end{cases}. \quad (3.30)$$

Następnie

$$m(Y_N^{(1,2,3)}) = m(Y_N^{(1,2)}) \oplus m(Y_N^{(3)}). \quad (3.31)$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.24 wynosi 0.118 i jest mniejszy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Zatem reguły można uznać sprzeczne. Wobec powyższego nie łączymy tych reguł. Ostatecznie sprawdzamy, czy możliwe jest połączenie reguł:

$$m(Y_N^{(1,2,4)}) = m(Y_N^{(1,2)}) \oplus m(Y_N^{(4)}). \quad (3.32)$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł 3.31 wynosi 0.951 i jest większy niż  $\alpha_F = 0.3$ . Wobec powyższego 3.30 jest rozkładem rozmytej funkcji alokacji prawdopodobieństwa opisującym schorzenie pacjenta. W ostatniej kolejności wyznacza się funkcję przekonania:

$$Bel(Y_N) = \sum_{Y_N^{(1,2)} \subseteq Y_N} m(Y_N^{(1,2)}), \quad (3.33)$$

$$Bel(Y_N) = \begin{cases} 0.95 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{5\} \\ 0.03 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{2,6\} \\ 0.02 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \Theta \end{cases} . \quad (3.34)$$

Wobec powyższego  $Bel(i | (x_N, x_{N-1}, S)) = \max_{r \in \Theta} Bel(r | Y_N)$ , jest dla  $i_N = 5$  z wiarygodnością  $Pl(i | (x_N, x_{N-1}, S)) = 0.95$ . Analiza lekarska potwierdza poprawność co do rokowań na podstawie wyników badań i diagnozy postawionej za pomocą algorytmu. Według lekarza jeżeli wyniki krwi PLT i HB są niskie, wręcz bardzo niskie, to po podaniu czerwonych krwinek parametry krwi po dwóch dniach obserwacji raczej nie odstają dużo od normy, Hb=[12-16]. PLT=[150-400]. W analizowanym przypadku wyniki powtórnie bardzo spadły. Wobec tego można powiedzieć, że oprócz białaczki, anemii i nieprzyswajalności witaminy B12 i kwasy foliowego wyniki wskazują bardzo na krwotok wewnętrzny, co potwierdza wynik rozpoznawania. Analizując przykłady 2 i 3 i konsultując je z lekarzem pojawiła się istotna uwaga. Przy projektowaniu systemu rozpoznawania należy podzielić przestrzeń wejściową na co najmniej pięć zbiorów rozmytych. Jest to spowodowane tym, że wyniki hemoglobiny i trombocyty mogą być bardzo niskie, niskie, średnie, wysokie i bardzo wysokie. Wynik bardzo niski i niski różnicują między sobą. Przy wyniku niskim nie jest konieczne podanie krwi, a przy bardzo niskim taka konieczność istnieje. Rozkład bazowy reguł rozmytych również się zmieni i w konsekwencji otrzymamy bazę reguł rozmytych dokładniej opisującą przestrzeń wyników. Do potrzeb przykładu podział na 3 obszary jest wystarczający.

### 3.6. Model 6

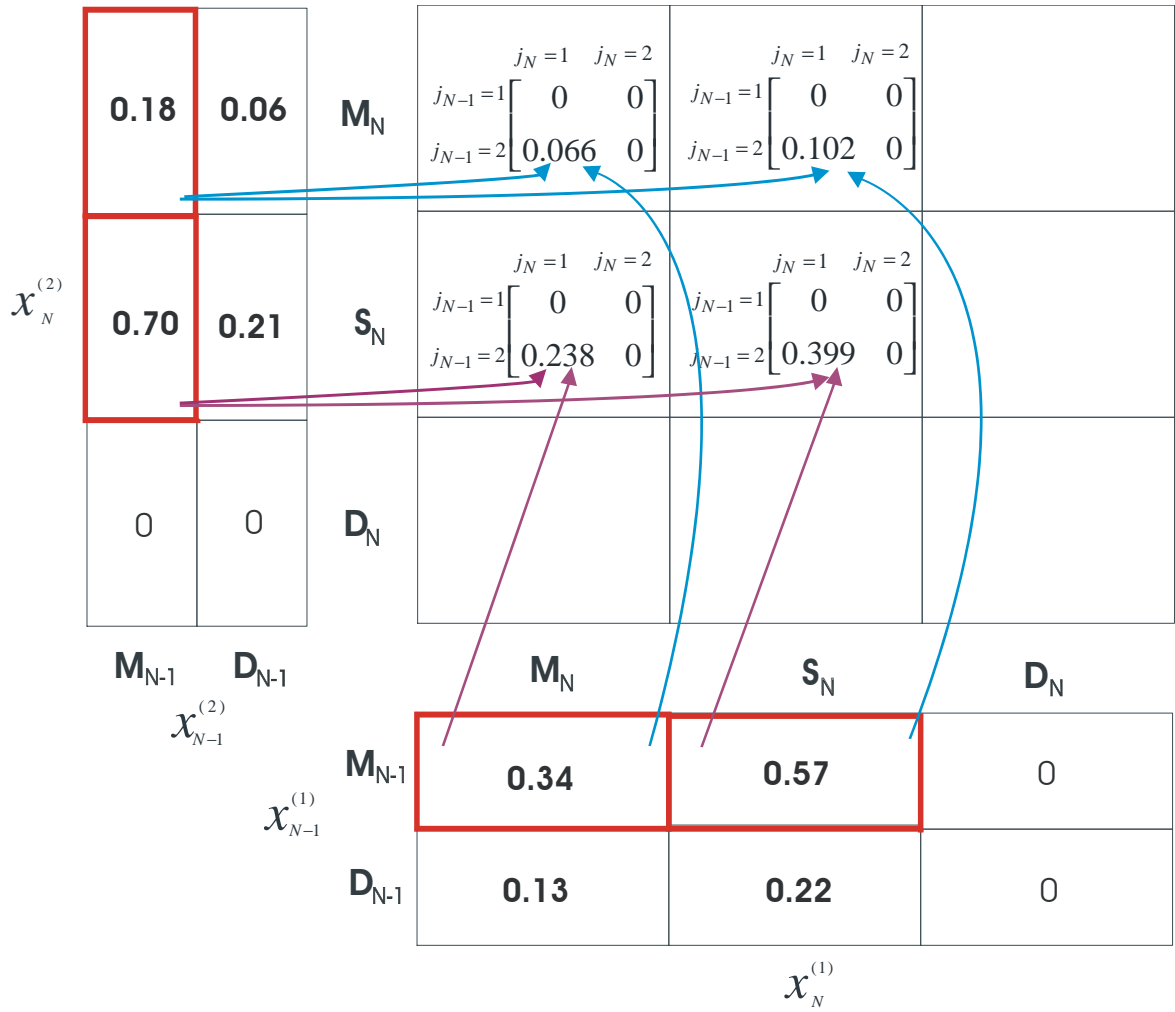
Załóżmy, że mamy na celu utworzenie rozmytych macierzy przejść w bazie reguł rozmytych dla układu dwóch wejść i jednym wyjściu. Podobnie jak dla innych analizowanych wcześniej modeli musimy posiadać odpowiednie dane uczące w postaci zbioru uczącego. Niech tak jak to przedstawiono w modelu 5 ciąg uczący składa się z 16 obserwacji.3.19.

Ponieważ obliczenia w krokach 1 i 2 są takie same jak dla modelu 5 (patrz model 5) w związku z czym analizę algorytmu dla zmiennych  $x_{m,N}^{(1)} \in \langle 3, 13 \rangle$  i  $x_{m,N}^{(2)} \in \langle 40, 80 \rangle$ . oraz dla  $j_{N-1} = 2$  i  $j_N = 1$  rozpoczęto od kroku 3.

**KROK 3. Generowanie bazy reguł rozmytych.** Baza reguł rozmytych jest pokazana na rysunku 3.13.

Jest to tablica, z wypełnionymi regułami rozmytymi. Podobnie jak w Modelu 5 wyznacza się rangi dla reguł rozmytych. W analizowanym przypadku największa wartość funkcji przynależności dla zmiennych mierzonych w takcie poprzednim jest do zbioru rozmytego  $M$ . Zbiory te towarzyszą pojawieniu się zbiorów rozmytych  $M$  i  $S$  dla obu zmiennych w takcie następnym. Sposób budowy bazy reguł rozmytych jest prosty. Przykładowo dla zbiorów rozmytych  $S_N$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(1)}$ ) oraz wiersza  $S_N$  (dla zmiennej  $x_{m,9}^{(2)}$ ) zwiększamy sumę rang o wartość rangi dla klasy 1 pod warunkiem zaobserwowanej klasy 2, w takcie poprzednim, o iloczyn  $0.70 \cdot 0.57 = 0.399$ .W





Rysunek 3.13. Baza reguł rozmytych

bazie reguł rozmytych  $\mathbf{P}^{(j_{N-1})}(Y^{(k)})$  jest macierzą przejść między klasami z rangami elementów klasy 1 i 2, które na skutek uczenia znalazły się w odpowiedniej regule, pod warunkiem zaobserwowanej konkretnej klasy w taktce poprzednim.

Przykładowo jeżeli:

$$\left[ \begin{array}{cc} \sum Z_N^{(k)}(\{1\}) = 233 & \sum Z_N^{(k)}(\{2\}) = 678 \\ \sum Z_N^{(2,k)}(\{1\}) = 1045 & \sum Z_N^{(k)}(\{2\}) = 560 \end{array} \right], \text{ to} \quad (3.35)$$

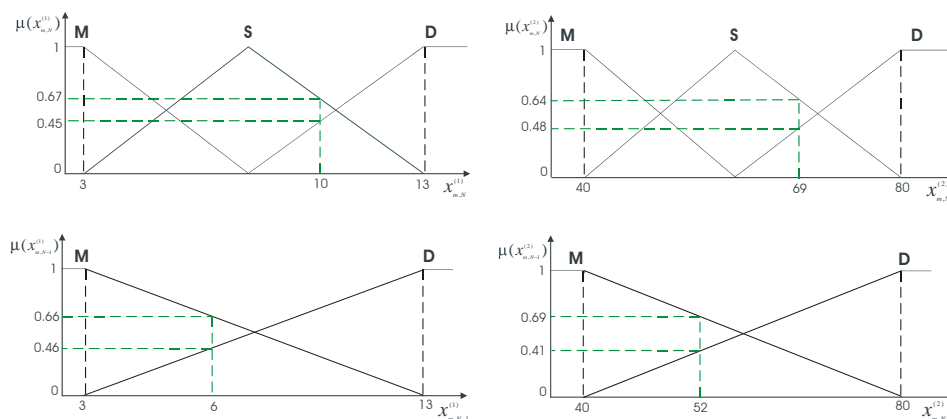
$$= \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{P}^{(j_{N-1})}(D_N) = & \\ m^{(j_{N-1}=1)}(\{1\}) = \frac{233}{233+678} = 0.266 & m^{(j_{N-1}=1)}(\{2\}) = \frac{344}{233+678} = 0.744 \\ m^{(j_{N-1}=2)}(\{1\}) = \frac{1045}{1045+560} = 0.651 & m^{(j_{N-1}=2)}(\{2\}) = \frac{560}{1045+560} = 0.349 \end{array} \right]. \quad (3.36)$$

**PRZYKŁAD 1.**

W celu pokazania jak realizowane jest wnioskowanie Modelu 6 niech dane będą wartości zmiennych  $x_{N-1}^{(1)} = 6$ ,  $x_N^{(1)} = 10$ ,  $x_{N-1}^{(2)} = 52$ ,  $x_N^{(2)} = 69$  oraz poprzednio zakwalifikowano obiekt do klasy  $j_{N-1} = 1$ . Dodatkowo dane są funkcje przynależności na rysunku 3.15 oraz baza reguł rozmytych, przedstawiona na rysunku 3.14. Przyjąć współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.51$ .

<b>D</b>	$\begin{bmatrix} 0.21 & 0.79 \\ 0.49 & 0.51 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.41 & 0.59 \\ 0.35 & 0.65 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.61 & 0.39 \\ 0.13 & 0.87 \end{bmatrix}$
	$x^{(2)}$ <b>S</b>	$\begin{bmatrix} 0.67 & 0.33 \\ 0.41 & 0.59 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.44 & 0.56 \\ 0.51 & 0.49 \end{bmatrix}$
<b>M</b>	$\begin{bmatrix} 0.91 & 0.09 \\ 0.32 & 0.68 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.71 & 0.19 \\ 0.57 & 0.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.41 & 0.59 \\ 0.69 & 0.31 \end{bmatrix}$
	<b>M</b>	<b>S</b>	<b>D</b>
	$x^{(1)}$		

Rysunek 3.14. Baza reguł rozmytych



Rysunek 3.15. Podział przestrzeni wejściowej i wyjściowej na obszary i przyporządkowanie im funkcji przynależności

W pierwszej kolejności należy zdefiniować przestrzeń  $\Theta = \{1, 2\}$ .

Jest to przykład rozpoznawania sekwencyjnego. Wiedza o aktualnym stanie pacjenta jest zależna od stanu poprzedniego. Z rysunku 3.15 odczytuje się wartości funkcji przynależności do odpowiednich zbiorów rozmytych:

$$\begin{aligned}
\mu_S(x_N^{(1)}) &= 0.67 & \mu_S(x_N^{(2)}) &= 0.64, \\
\mu_D(x_N^{(1)}) &= 0.45 & \mu_D(x_N^{(2)}) &= 0.48, \\
\mu_M(x_{N-1}^{(1)}) &= 0.66 & \mu_D(x_{N-1}^{(2)}) &= 0.41, \\
\mu_D(x_{N-1}^{(1)}) &= 0.46 & \mu_M(x_{N-1}^{(2)}) &= 0.69.
\end{aligned}$$

Największą wartość funkcji przynależności w takcie  $N - 1$  otrzymujemy dla zbioru rozmytego  $M$ , w związku z powyższym :

$$\begin{aligned}
\mu_{M,S}(x_N^{(1)}) &= \mu_M(x_{N-1}^{(1)}) \cdot \mu_S(x_N^{(1)}) = 0.66 \cdot 0.67 = 0.44, \\
\mu_{M,D}(x_N^{(1)}) &= \mu_M(x_{N-1}^{(1)}) \cdot \mu_D(x_N^{(1)}) = 0.66 \cdot 0.45 = 0.30, \\
\mu_{M,S}(x_N^{(2)}) &= \mu_M(x_{N-1}^{(2)}) \cdot \mu_S(x_N^{(2)}) = 0.69 \cdot 0.64 = 0.44, \\
\mu_{M,D}(x_N^{(2)}) &= \mu_M(x_{N-1}^{(2)}) \cdot \mu_D(x_N^{(2)}) = 0.69 \cdot 0.48 = 0.33.
\end{aligned}$$

Na podstawie powyższych analiz można wyznaczyć współczynniki spełnienia reguł:

$$\begin{aligned}
\beta^{(1)} &= \mu_{M,S}(x_N^{(1)}) \cdot \mu_{M,S}(x_N^{(2)}) = 0.19, \\
\beta^{(2)} &= \mu_{M,D}(x_N^{(1)}) \cdot \mu_{M,S}(x_N^{(2)}) = 0.14, \\
\beta^{(3)} &= \mu_{M,S}(x_N^{(1)}) \cdot \mu_{M,D}(x_N^{(2)}) = 0.13, \\
\beta^{(4)} &= \mu_{M,D}(x_N^{(1)}) \cdot \mu_{M,D}(x_N^{(2)}) = 0.10.
\end{aligned}$$

W ten sposób otrzymano cztery aktywowane reguły rozmyte

$$\begin{aligned}
F^{(1)} &:\text{IF}(x_N^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_N^{(2)} \text{ jest } S) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(1)})) \text{ z } \beta^{(1)} = 0.19), \\
F^{(2)} &:\text{IF}(x_N^{(1)} \text{ jest } D \text{ AND } x_N^{(2)} \text{ jest } S) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(2)})) \text{ z } \beta^{(2)} = 0.14), \\
F^{(3)} &:\text{IF}(x_N^{(1)} \text{ jest } S \text{ AND } x_N^{(2)} \text{ jest } D) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(3)})) \text{ z } \beta^{(3)} = 0.13), \\
F^{(4)} &:\text{IF}(x_N^{(1)} \text{ jest } D \text{ AND } x_N^{(2)} \text{ jest } D) \text{ THEN } (y \text{ jest } m(Y_N^{(4)})) \text{ z } \beta^{(4)} = 0.10).
\end{aligned}$$

Ponieważ poprzednim stanem pacjenta była klasa 1, więc funkcje alokacji prawdopodobieństwa  $m(Y_N^{(k)})$  są to odpowiednie pierwsze wiersze macierzy przejść, co przedstawiono na rysunku 3.14.

W pierwszej kolejności składa się regułę  $F^{(1)}$  z  $F^{(2)}$ .

$$m(Y_N^{(1,2)}) = m(Y_N^{(1)}) \oplus m(Y_N^{(2)}),$$

$$m(Y_N^{(1)}) = \begin{cases} 0.44 \text{ dla } Y_N^{(1)} = \{1\} \\ 0.56 \text{ dla } Y_N^{(1)} = \{2\} \end{cases}, \quad m(Y_N^{(2)}) = \begin{cases} 0.34 \text{ dla } Y_N^{(2)} = \{1\} \\ 0.66 \text{ dla } Y_N^{(2)} = \{2\} \end{cases}.$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł wynosi 0.48 i jest mniejszy niż  $\alpha_F = 0.51$ . Zatem reguły można uznać za niesprzeczne.

$$m(Y_N^{(1,2)}) = \begin{cases} 0.29 \text{ dla } Y_N^{(1,2)} = \{1\} \\ 0.71 \text{ dla } Y_N^{(1,2)} = \{2\} \end{cases}.$$

Następnie

$$m(Y_N^{(1,2,3)}) = m(Y_N^{(1,2)}) \oplus m(Y_N^{(3)}).$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł wynosi 0.46 i jest mniejszy niż  $\alpha_F = 0.51$ . Zatem reguły można uznać nie sprzeczne. Wobec powyższego nie łączymy te reguły i otrzymujemy:

$$m(Y_N^{(1,2,3)}) = \begin{cases} 0.22 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{1\} \\ 0.78 & \text{dla } Y_N^{(1,2)} = \{2\} \end{cases}. \quad (3.37)$$

Ostatecznie sprawdzamy, czy możliwe jest połączenie reguł:

$$m(Y_N^{(1,2,3,4)}) = m(Y_N^{(1,2,3)}) \oplus m(Y_N^{(4)}). \quad (3.38)$$

Współczynnik sprzeczności dla łączonych reguł wynosi  $\alpha_F = 0.56$  i jest większy niż  $\alpha_F = 0.51$ . Zatem reguły uznajemy za sprzeczne. Wobec powyższego 3.37 jest ostatecznym rozkładem rozmytej funkcji alokacji prawdopodobieństwa. W ostatniej kolejności wyznacza się funkcję przekonania:

$$Bel(Y_N) = \sum_{Y_N^{(1,2,3)} \subseteq Y_N} m^{(j_{N-1}=1)}(Y_N^{(1,2,3)}), \quad (3.39)$$

$$Bel(Y_N) = \begin{cases} 0.22 & \text{dla } Y_N^{(1,2,3)} = \{1\} \\ 0.78 & \text{dla } Y_N^{(1,2,3)} = \{2\} \end{cases} \quad (3.40)$$

z wiarygodnością 2.71 :

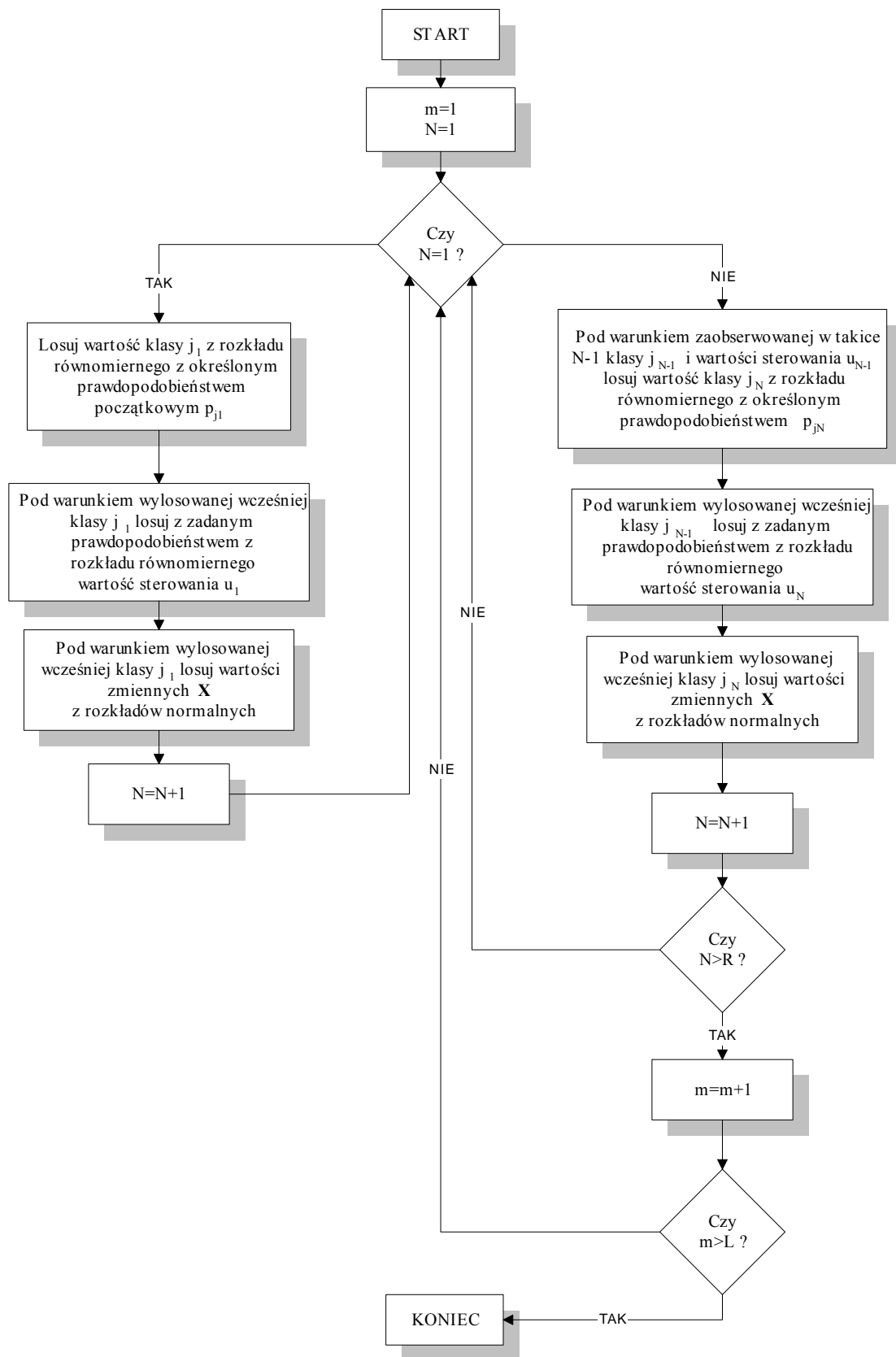
$$Pl(Y_N). \quad (3.41)$$

Wobec powyższego  $Bel(i|(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S)) = \max_{r \in \Theta} Bel(r|Y_N)$  dla  $i_N = 2$  z wiarygodnością  $Pl(i|(x_N, j_{N-1}, x_{N-1}, S)) = 0.78$ . Na podstawie wartości zmiennych  $x_{N-1}^{(1)} = 6$ ,  $x_N^{(1)} = 10$ ,  $x_{N-1}^{(2)} = 52$ ,  $x_N^{(1)} = 69$  oraz  $j_{N-1} = 1$  można wnioskować, że jesteśmy przekonani że stan pacjenta można zaklasyfikować do klasy  $i_N = 2$ .

# Generowanie informacji

## 4.1. Generowanie sztucznego zbioru uczącego

W zadaniu generowania zbioru uczącego zmienne pochodzą z rozkładu normalnego gęstości prawdopodobieństwa  $f(x)$ . Weryfikację istotności statystycznej wygenerowanej próby z ww. rozkładu dokonano z wykorzystaniem testów statystycznych (Kolmogorowa Smirnowa, Lillieforsa, W Shapiro-Wilka). Na poziomie istotności statystycznej  $p \ll 0.01$  wygenerowana próba nie różni się istotnie statystycznie od rozkładu normalnego. Przy generowaniu zbioru uczącego w pierwszej kolejności ustalić należy związki w postaci prawdopodobieństw opisujących przejścia między występującymi kolejno klasami dla każdego sterowania oraz prawdopodobieństwa stanów inicjujących ciąg ucący. Proces generowania zbioru uczącego można przedstawić za pomocą schematu 4.1:



Rysunek 4.1. Schemat generowania sztucznego zbioru uczącego

# Własności algorytmów sekwencyjnych

## 5.1. Badania symulacyjne i ocena jakości algorytmów sekwencyjnych

W pracy dokonano sprawdzenia eksperymentalnie właściwości proponowanych algorytmów.

W celu ich porównania pod względem częstości poprawnych klasyfikacji wykonano szereg eksperymentów. Dane były generowane komputerowo, a rozkłady prawdopodobieństwa cech w klasach miały rozkłady normalne. Dane eksperymentalne były generowane dla różnych charakterystyk łańcucha danych. Przyjęto dwa rodzaje opisu zależności między kolejnymi stanami obiektu: bez sterowania i ze sterowaniem. Prawdopodobieństwa początkowe i przejść zostały dobrane tak, aby dokonać oceny poprawności klasyfikacji w zależności od siły związku mierzonego między kolejnymi stanami (klasami) obiektu rozpoznawanego. Powyższa zależność może być mierzona dla dwuklasowego zadania jako suma prawdopodobieństw na przekątnej macierzy przejść [39]. Jeżeli suma jest równa 0, to oznacza to, że stan poprzedni w pełni determinuje następny stan. Zależność ta słabnie jeżeli suma dąży do 1, wówczas elementy w łańcuchu są niezależne. Następnie rośnie do 2, gdzie podobnie jak dla 0, stan poprzedni w pełni determinuje wystąpienie stanu bieżącego.

W badaniach eksperymentalnych przetestowano algorytmy rozpoznawania tak, aby odpowiedzieć na poniższe pytania:

1. Jak długość zbioru uczącego wpływa na częstość poprawnych klasyfikacji ?
2. Jak zmienia się jakość klasyfikacji dla danych bez i ze sterowaniem ?
3. W jaki sposób siła związku między kolejnymi stanami obiektu wpływa na jakość klasyfikacji algorytmów ?
4. Jak bardzo nachodzenie na siebie funkcji gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach wpływa na jakość klasyfikacji ?

5. Jak liczba zbiorów rozmytych pokrywających zmienność cech wpływa na częstość poprawnych rozpoznań ?
6. Jak bardzo współczynnik sprzeczności w teorii Dempstera-Shafera wpływa na częstość poprawnych klasyfikacji ?

W badaniach porównano sześć modeli opracowanych w pracy między sobą i z algorytmami:

- Algorytm k najbliższych sąsiadów k-NN (11 najbliższych sąsiadów). Algorytm ten ogranicza zbiór danych w rozpoznawaniu stanu  $j_N$  do elementów dla których stany poprzednie są równe  $j_{N-1}$ .
- Algorytm Bayesa, wykorzystujący prawdopodobieństwa wystąpienia klasy  $j_N$  po warunkiem, że wcześniej w zbiorze wystąpiła klasa  $j_{N-1}$ .
- Algorytm Model jedn. z rozmytą obserwacją cech obiektu zaproponowany w pracy [58].

Kształt funkcji przynależności dla zbiorów rozmytych został dobrany w pracy arbitralnie i jest on trójkątny. Nie badano kształtu i rozmieszczenia funkcji przynależności. Tak jak zostało to wyjaśnione w przykładach algorytmów jeden wierzchołek leży w środku obszaru i ma wartość funkcji przynależności równą jeden, a dwa pozostałe wierzchołki leżą w środkach sąsiednich obszarów i mają wartość funkcji przynależności równą zero. W przypadku modeli 5 i 6 dla zadania dwuklasowego obserwowano cechy obiektu w takcie poprzednim dzieląc rozpiętość ich dziedziny na dwa zbiory rozmyte. Dla takiego podziału uzyskano najlepsze częstości poprawnych klasyfikacji. Testowanie algorytmów odbywało się metodą walidacji krzyżowej dziesięcio-krotnej. Przykładowo dla długości zbioru liczącego 300 podciągów, podzielono próbę na 10 równych części. Najpierw 270 ciągów służyło do uczenia, a 30 do testowania. Następnie testowane 30 podciągów należało do zbioru uczącego a inna trzydziestka wykorzystana była do testowania. Długość podciągu jak już wcześniej wspomniano jest stała i wynosi  $R=20$ . Zatem materiał testujący składał się z 600 ciągów, a uczący z 5400 ciągów. Długość zbioru uczącego 6000.

### **Eksperyment 1 - Badanie, wpływu pokrywania się funkcji gęstości prawdopodobieństwa klas w cechach na poprawność klasyfikacji**

$$p_1 = 0.550, p_2 = 0.450.$$

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$  :

$$p_{11} = 0.670, p_{12} = 0.330, p_{21} = 0.370, p_{22} = 0.630.$$

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.7$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.630$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.370$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.377$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.623$ .

$p_u$  - oznacza prawdopodobieństwo zastosowanego sterowania  $u$  po wcześniejszej obserwacji klasy  $j_N$ .

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Wykres 5.1 i tabeli 5.2 prezentują wyniki eksperymentów.



Tablica 5.1. 11 przypadków stopniowania nachodzenia na siebie rozkładów gęstości prawdopodobieństwa klas w cechach

Lp	Eksperyment	Zmienna 1		Zmienna 2	
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 1	Klasa 2
1	przypadek 1	N(65,20)	N(65,20)	N(40,20)	N(40,20)
2	przypadek 2	N(65,20)	N(66,20)	N(40,20)	N(41,20)
3	przypadek 3	N(65,20)	N(67,20)	N(40,20)	N(42,20)
4	przypadek 4	N(65,20)	N(68,20)	N(40,20)	N(43,20)
5	przypadek 5	N(65,20)	N(69,20)	N(40,20)	N(44,20)
6	przypadek 6	N(65,20)	N(70,20)	N(40,20)	N(45,20)
7	przypadek 7	N(65,20)	N(71,20)	N(40,20)	N(46,20)
8	przypadek 8	N(65,20)	N(73,20)	N(40,20)	N(48,20)
9	przypadek 9	N(65,20)	N(75,20)	N(40,20)	N(50,20)
10	przypadek 10	N(65,20)	N(77,20)	N(40,20)	N(52,20)
11	przypadek 11	N(65,20)	N(80,20)	N(40,20)	N(55,20)

Tablica 5.2. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 1

Przypadek	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
1	Średnia	50,6364	54,7315	57,9845	60,0987	55,0669	60,0914	41,6579	51,9175	55,8214
	Bł. Std.	3,5434	2,7305	2,1707	2,4499	1,3313	3,1875	1,3923	0,2875	1,1390
2	Średnia	53,3394	54,7476	58,5198	61,2406	57,2015	63,9370	44,6666	53,6527	59,1263
	Bł. Std.	2,6748	1,6536	2,0084	1,9759	0,7098	1,2100	0,8611	0,7474	0,3087
3	Średnia	56,3259	59,1847	62,8734	65,3721	59,5980	68,3149	46,2600	58,8416	64,8520
	Bł. Std.	1,9753	0,8883	0,9123	0,8825	0,6244	0,1986	0,9427	0,7249	0,3639
4	Średnia	60,9217	63,9247	68,3144	70,2206	66,2600	75,1224	51,3687	65,2080	67,7500
	Bł. Std.	0,9616	0,3211	0,4004	0,1984	2,2010	0,1767	0,5701	0,1726	1,1484
5	Średnia	67,0935	70,1014	74,6646	77,3313	70,1423	81,8945	57,0409	72,7532	75,3612
	Bł. Std.	0,5640	0,2830	0,2841	0,3137	0,6919	0,4722	0,6737	0,3088	0,3372
6	Średnia	73,9303	74,3677	78,2830	80,8029	73,9829	85,1232	62,0123	78,2620	81,2477
	Bł. Std.	0,7176	1,3523	0,9184	1,0382	0,8903	0,8652	0,7437	0,4621	0,1877
7	Średnia	76,2721	77,2020	79,3130	83,3614	75,7270	86,6995	69,5290	81,3390	84,5011
	Bł. Std.	0,6310	0,5675	0,3495	0,3835	0,9550	0,1669	0,5044	0,2502	0,3505
8	Średnia	83,6356	83,4589	87,1050	89,5075	83,2578	92,1192	77,2729	88,8458	91,0334
	Bł. Std.	0,5368	0,5666	0,5060	0,2481	0,6299	0,4309	0,4601	0,2901	0,3768
9	Średnia	88,7476	89,2489	91,4261	94,1470	88,7851	96,3647	84,7399	93,6311	94,1994
	Bł. Std.	1,1585	0,6550	0,5636	0,1434	0,6310	0,1785	0,8156	0,2981	0,2330
10	Średnia	95,9981	94,2211	95,0302	98,1458	93,5795	99,3573	93,6393	96,4224	97,6678
	Bł. Std.	0,4887	0,2593	0,4351	0,3794	0,6956	0,3436	0,2616	0,3755	0,2123
11	Średnia	99,8540	98,2456	98,7075	99,8960	98,0447	99,3560	98,5283	99,9374	99,3562
	Bł. Std.	0,0350	0,1325	0,2974	0,0517	0,1274	0,0246	0,2013	0,1301	0,1776

### Eksperyment 2 - Badanie w jaki sposób siła związku między kolejnymi stanami obiektu wpływa na jakość klasyfikacji algorytmów

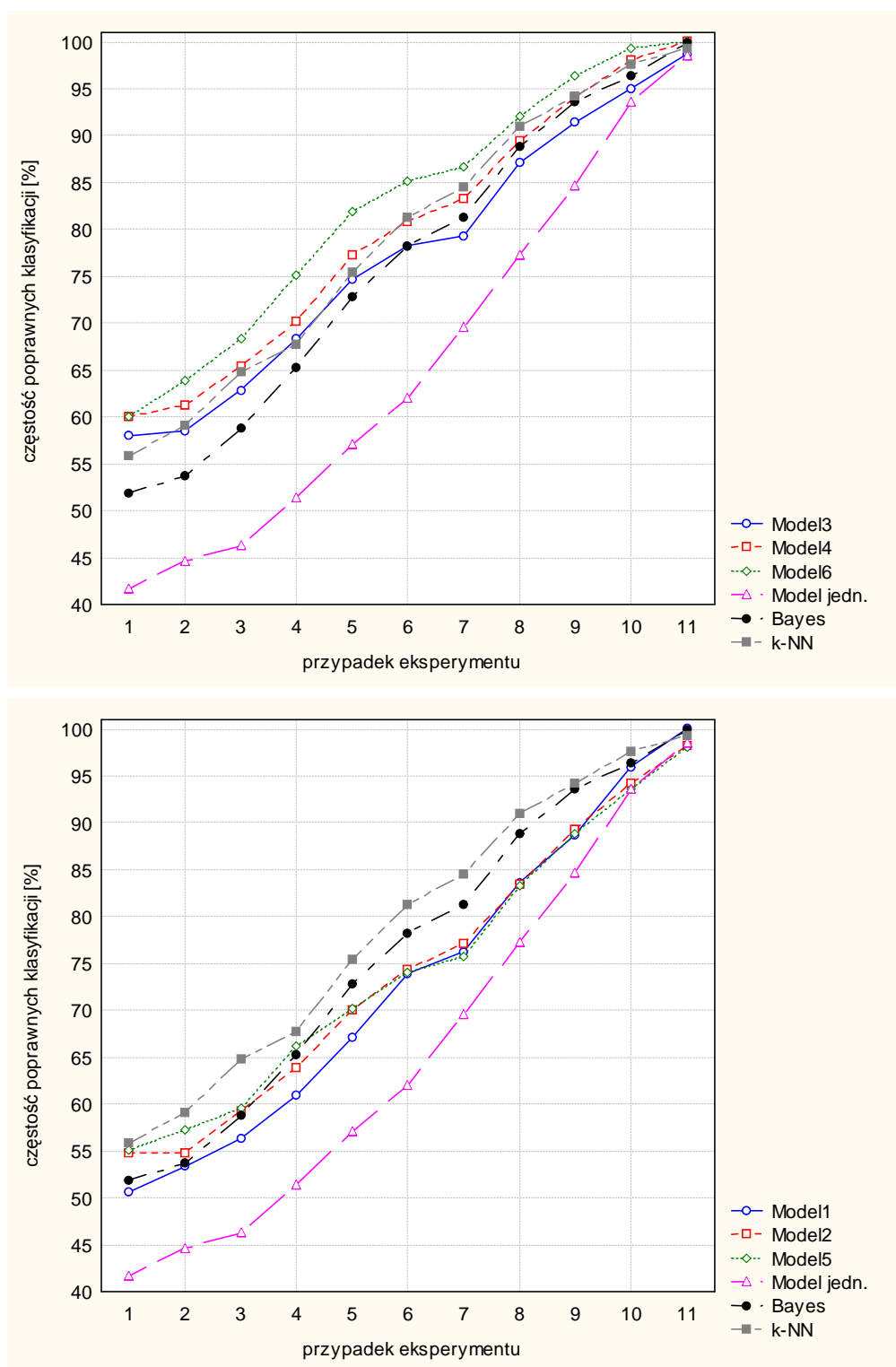
$$p_1 = 0.480, p_2 = 0.520.$$

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$ :

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.645$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.355$ .



Rysunek 5.1. 11 przypadków nachodzenia funkcji gęstości klas na siebie

Tablica 5.3. Charakterystyki macierzy przejść między stanami obiektu

lp	P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	$\alpha$
1	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
2	0.950	0.050	0.050	0.950	0.100
3	0.900	0.100	0.100	0.900	0.200
4	0.850	0.150	0.150	0.850	0.300
5	0.800	0.200	0.200	0.800	0.400
6	0.750	0.250	0.250	0.750	0.500
7	0.700	0.300	0.300	0.700	0.600
8	0.650	0.350	0.350	0.650	0.700
9	0.600	0.400	0.400	0.600	0.800
10	0.550	0.450	0.450	0.550	0.900
11	0.500	0.500	0.500	0.500	1.000
12	0.450	0.550	0.550	0.450	1.100
13	0.400	0.600	0.600	0.400	1.200
14	0.350	0.650	0.650	0.350	1.300
15	0.300	0.700	0.700	0.300	1.400
16	0.250	0.750	0.750	0.250	1.500
17	0.200	0.800	0.800	0.200	1.600
18	0.150	0.850	0.850	0.150	1.700
19	0.100	0.900	0.900	0.100	1.800
20	0.050	0.950	0.950	0.050	1.900
21	0.000	1.000	1.000	0.000	2.000

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.346$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.654$ .

$f_1(x_1) = N(65, 20)$ ,  $f_2(x_1) = N(73, 20)$ ,  $f_1(x_2) = N(40, 20)$ ,  $f_2(x_2) = N(48, 20)$ .

Na wykresie 5.2 i w tabeli 5.4 zaprezentowano wyniki eksperymentów.

### **Eksperyment 3 - Badanie, wpływu ilości zbiorów rozmytych pokrywających zmienne na poprawność klasyfikacji**

$p_1 = 0.467$ ,  $p_2 = 0.533$ .

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$ :

$p_{11} = 0.670$ ,  $p_{12} = 0.330$ ,  $p_{21} = 0.370$ ,  $p_{22} = 0.630$ .

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

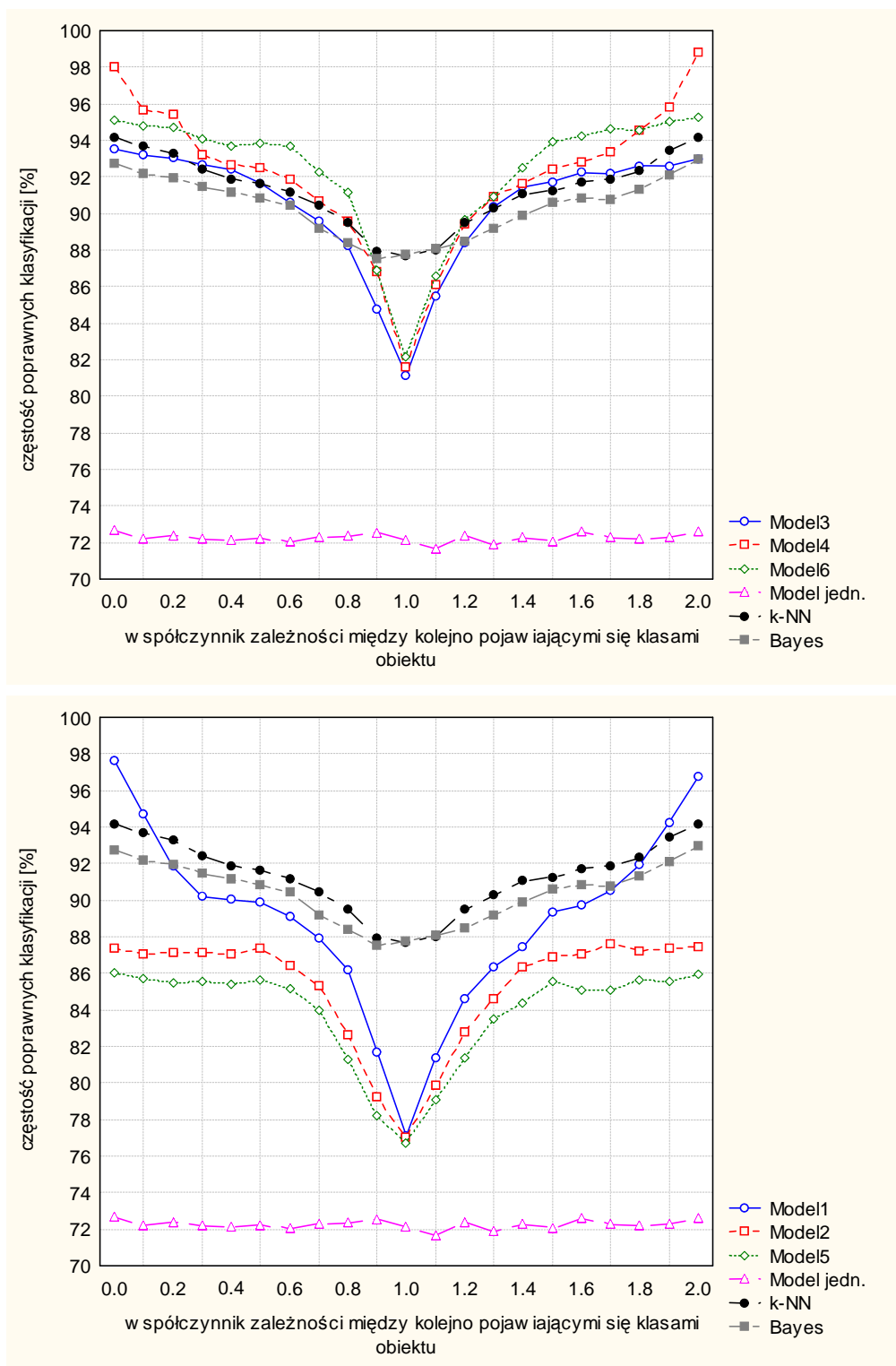
Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.7$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.660$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.340$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.342$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.658$ .



Rysunek 5.2. Siła związku między kolejnymi stanami rozpoznawanego obiektu dla eksperymentu 2

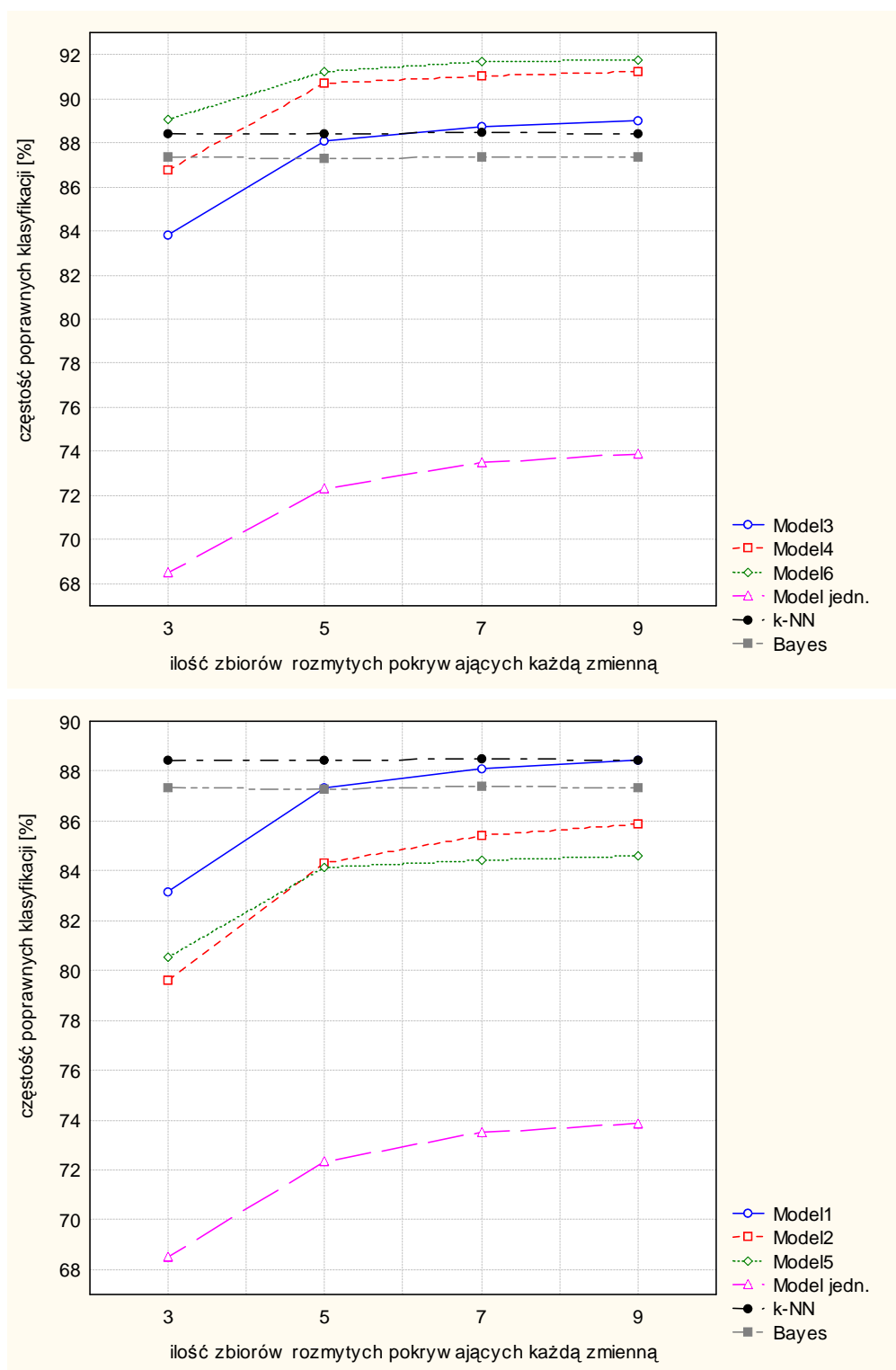
Tablica 5.4. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 2

$\alpha$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
0.00	Średnia	97,6370	87,3826	93,5267	98,0683	86,0647	95,0815	72,6668	94,1982	92,7574
	Bl. Std.	0,2402	0,3097	0,1612	0,7655	0,4000	0,0874	0,1910	0,2035	0,2048
0.10	Średnia	94,6946	87,0809	93,1939	95,6566	85,6983	94,7913	72,2354	93,7240	92,1991
	Bl. Std.	0,2977	0,3662	0,1384	0,0767	0,3457	0,1149	0,2748	0,2005	0,1347
0.20	Średnia	91,8354	87,1634	93,0191	95,3881	85,5027	94,7008	72,3937	93,2916	91,9808
	Bl. Std.	0,5945	0,4127	0,1521	0,7671	0,1494	0,2090	0,1983	0,2559	0,2289
0.30	Średnia	90,1903	87,1521	92,6804	93,1951	85,5840	94,1130	72,1805	92,4386	91,5146
	Bl. Std.	0,5085	0,3979	0,2499	0,1889	0,1651	0,2318	0,2780	0,1739	0,2140
0.40	Średnia	90,0168	87,0283	92,4028	92,6950	85,3923	93,6971	72,1666	91,8807	91,1976
	Bl. Std.	0,5529	0,3648	0,5021	0,1437	0,1890	0,3445	0,1960	0,2107	0,1448
0.50	Średnia	89,8796	87,3552	91,6621	92,4924	85,6084	93,8216	72,2453	91,6445	90,8423
	Bl. Std.	0,7650	0,3901	0,4438	0,2166	0,3651	0,2833	0,3234	0,2445	0,0823
0.60	Średnia	89,1158	86,4269	90,6009	91,8743	85,1907	93,6628	72,0219	91,1836	90,4889
	Bl. Std.	0,7092	0,4028	0,3994	0,1002	0,2891	0,5985	0,2646	0,0536	0,1867
0.70	Średnia	87,9329	85,2926	89,5991	90,6898	83,9525	92,2475	72,2838	90,4196	89,2220
	Bl. Std.	0,7114	0,4654	0,2110	0,3254	0,3584	0,3718	0,3837	0,1396	0,1298
0.80	Średnia	86,1910	82,6312	88,2146	89,5768	81,3292	91,1312	72,3321	89,4914	88,3867
	Bl. Std.	0,7600	0,2844	0,4675	0,1910	0,5106	0,5330	0,2163	0,1014	0,1058
0.90	Średnia	81,7172	79,2163	84,7965	86,7950	78,2292	86,9176	72,5676	87,9284	87,5041
	Bl. Std.	0,7076	0,4564	0,5780	0,1717	0,5547	0,3070	0,2696	0,2084	0,1171
1.00	Średnia	77,1084	76,9920	81,1434	81,6222	76,6773	82,1295	72,1263	87,6529	87,7802
	Bl. Std.	1,2433	0,8343	0,8337	0,3801	0,4798	1,5229	0,2954	0,2334	0,0182
1.10	Średnia	81,4005	79,8338	85,4851	86,1177	79,0980	86,5928	71,6645	87,9882	88,1046
	Bl. Std.	1,5221	0,7262	0,3826	0,6354	0,8507	0,8282	0,1614	0,1412	0,0896
1.20	Średnia	84,6333	82,7957	88,3896	89,4207	81,3544	89,6482	72,3348	89,5258	88,5156
	Bl. Std.	0,7286	0,8363	0,3176	0,6174	1,0225	0,7408	0,3241	0,1493	0,1435
1.30	Średnia	86,3533	84,6365	90,3693	90,9342	83,4928	90,8929	71,8623	90,2562	89,1940
	Bl. Std.	1,3073	0,5265	0,2012	0,4695	0,3585	0,7419	0,4302	0,0420	0,2700
1.40	Średnia	87,4352	86,3214	91,4480	91,6676	84,4063	92,5354	72,2531	91,1136	89,8819
	Bl. Std.	0,9474	0,3063	0,3329	0,2695	0,1642	0,4505	0,2129	0,1281	0,1789
1.50	Średnia	89,3548	86,9305	91,7463	92,4110	85,5287	93,9565	72,0876	91,2382	90,5781
	Bl. Std.	0,5753	0,3747	0,3915	0,2618	0,4625	0,4537	0,3298	0,1582	0,2471
1.60	Średnia	89,7053	87,0823	92,2300	92,8018	85,0583	94,2524	72,5878	91,7372	90,8266
	Bl. Std.	0,4674	0,2682	0,3900	0,2455	0,1687	0,1745	0,0787	0,2072	0,2676
1.70	Średnia	90,5158	87,6192	92,1780	93,3327	85,1040	94,6664	72,2572	91,8604	90,7910
	Bl. Std.	0,4203	0,3751	0,2761	0,3138	0,4225	0,3276	0,3470	0,2119	0,2610
1.80	Średnia	91,9405	87,2336	92,6175	94,5480	85,6082	94,5644	72,1955	92,3095	91,3242
	Bl. Std.	0,4489	0,3080	0,3677	0,2285	0,3092	0,2404	0,1643	0,1495	0,2442
1.90	Średnia	94,2438	87,3443	92,6003	95,8558	85,5722	95,0278	72,2928	93,4355	92,1275
	Bl. Std.	0,0564	0,4185	0,1315	0,2714	0,2302	0,2314	0,2886	0,2069	0,2675
2.00	Średnia	96,7413	87,4245	92,9926	98,7798	85,9201	95,2457	72,5846	94,1892	93,0065
	Bl. Std.	0,7184	0,2561	0,3586	0,3371	0,3924	0,4427	0,3422	0,1205	0,2765

Liczba zbiorów rozmytych 3,5,7,9. Sposób pokrywania cech zbiorami rozmytymi został wyjaśniony w rozdziale poświęconym algorytmom rozpoznawania w bloku budowa reguł rozmytych.

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Wyniki eksperymentu 3 znajdują się na wykresie 5.3 oraz w tabeli 5.5.



Rysunek 5.3. Skuteczność algorytmów w zależności od ilości zbiorów rozmytych pokrywających zmienną dla eksperymentu 3

Tablica 5.5. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 3

Ilość zbior.	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
3	Średnia	83,1771	79,5918	83,8298	86,7893	80,5278	89,0395	68,5075	88,4212	87,3459
	Bl. Std.	0,3855	0,3481	0,5853	0,3207	0,4670	0,3845	1,3600	0,1465	0,1304
5	Średnia	87,3318	84,3335	88,0883	90,6868	84,1106	91,2404	72,3406	88,4360	87,2866
	Bl. Std.	0,4489	0,3179	0,3095	0,1852	0,2249	0,2167	1,1200	0,1600	0,1717
7	Średnia	88,1000	85,4030	88,7297	91,0550	84,4059	91,6832	73,5097	88,4711	87,3638
	Bl. Std.	0,2409	0,1773	0,2623	0,1353	0,1556	0,2173	1,2200	0,1393	0,1247
9	Średnia	88,4465	85,8600	89,0100	91,2552	84,5786	91,7757	73,8763	88,4135	87,3350
	Bl. Std.	0,2932	0,2544	0,1720	0,1579	0,1507	0,2258	1,4500	0,1400	0,1300

#### **Eksperyment 4 - Badanie, wpływu współczynnika sprzeczności reguły kombinacji Dempstera-Shafera na jakość poprawnych klasyfikacji**

$$p_1 = 0.453, p_2 = 0.547.$$

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$ :

$$p_{11} = 0.670, p_{12} = 0.330, p_{21} = 0.370, p_{22} = 0.630.$$

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.7$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.620$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.380$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.343$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.657$ .

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Współczynniki sprzeczności reguły kombinacji Dempstera-Shafera  $\alpha_F \in < 0 - 1 >$ .

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.4 i w tabeli 5.6.

#### **Eksperyment 5 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek ze sterowaniem**

Prawdopodobieństwa początkowe:

$$p_1 = 0.432, p_2 = 0.568.$$

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$ :

$$p_{11} = 0.856, p_{12} = 0.144, p_{21} = 0.156, p_{22} = 0.844.$$

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.3$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.360$ .

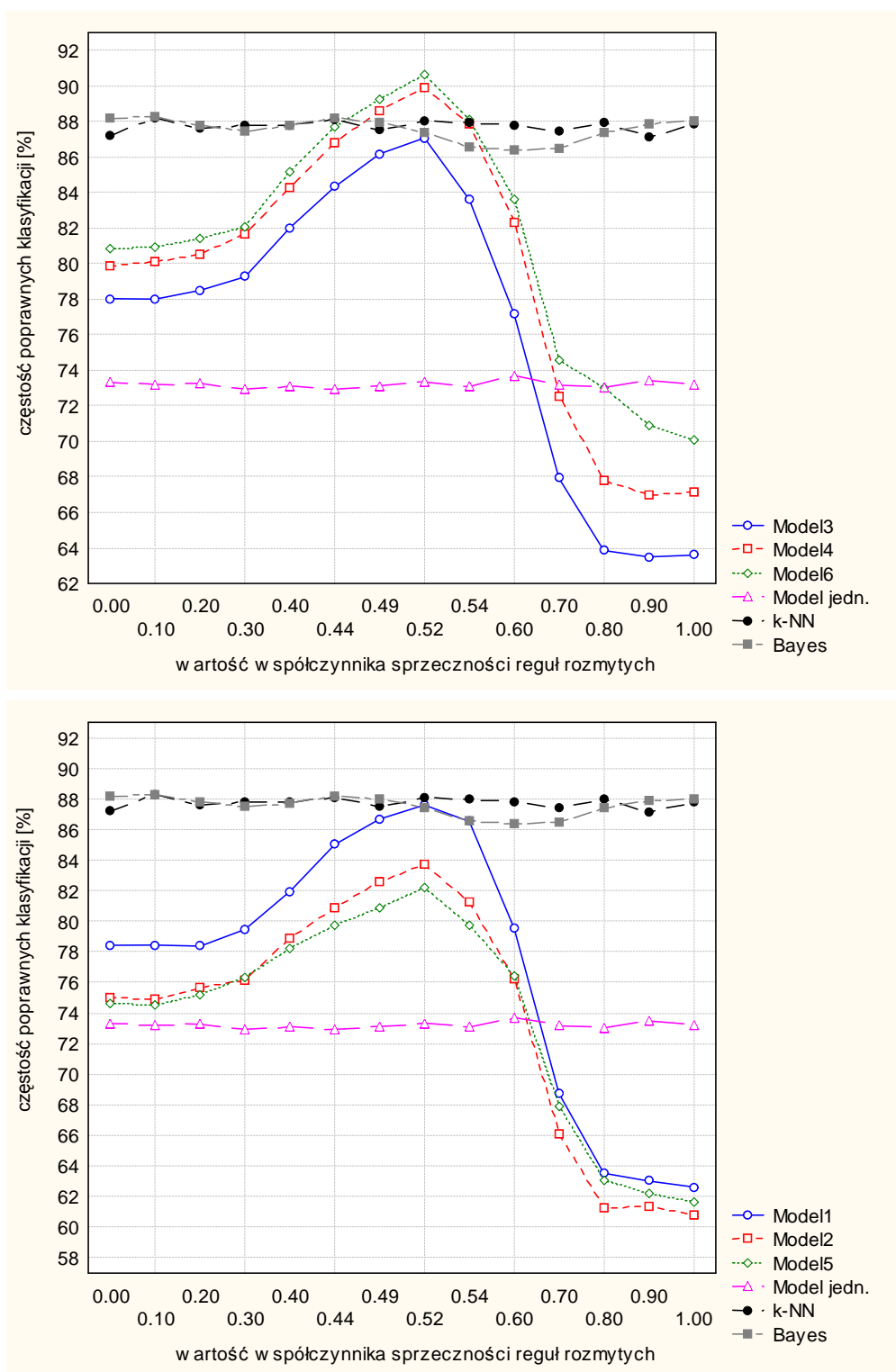
Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.640$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.329$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.671$ .

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.5 i w tabeli 5.7



Rysunek 5.4. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od współczynnika sprzeczności reguł rozmytych dla eksperymentu 4



Tablica 5.6. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 4

$\alpha_F$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
0.00	Średnia	78,4327	75,0147	78,0298	79,9075	74,5847	80,8197	73,3079	87,1902	88,1612
	Bl. Std.	0,4897	0,8825	0,7639	0,7977	0,7238	0,5909	0,1981	0,5501	0,2928
0.10	Średnia	78,4447	74,9308	78,0038	80,0819	74,5714	80,9201	73,2069	88,2241	88,2332
	Bl. Std.	0,2835	0,7160	0,7825	0,6539	0,5189	0,5408	0,2527	0,2630	0,3381
0.20	Średnia	78,3749	75,6716	78,5044	80,4899	75,1712	81,4583	73,2642	87,6228	87,7868
	Bl. Std.	0,3243	0,6097	0,7752	0,5935	0,4525	0,5288	0,1869	0,3469	0,5562
0.30	Średnia	79,4760	76,1712	79,2601	81,6761	76,2847	82,0605	72,9425	87,7581	87,4789
	Bl. Std.	0,2806	0,8191	0,7588	0,7815	0,4470	0,3074	0,2839	0,3371	0,3669
0.40	Średnia	81,9539	78,8985	82,0282	84,2414	78,2169	85,1935	73,1213	87,7986	87,7451
	Bl. Std.	0,4078	0,6812	0,5908	0,5913	0,5106	0,2923	0,1074	0,2949	0,5360
0.44	Średnia	85,0137	80,8574	84,3253	86,8175	79,7113	87,6620	72,9354	88,1197	88,1906
	Bl. Std.	0,2261	0,3538	0,3145	0,3559	0,3009	0,3482	0,2331	0,3264	0,3365
0.49	Średnia	86,6790	82,6220	86,1796	88,6147	80,8418	89,2204	73,1297	87,5496	87,9799
	Bl. Std.	0,2160	0,2683	0,2648	0,3393	0,2509	0,3290	0,2464	0,3692	0,4317
0.52	Średnia	87,5946	83,7589	87,0733	89,8694	82,2010	90,6669	73,3441	88,0338	87,3854
	Bl. Std.	0,1165	0,3777	0,2464	0,2775	0,3765	0,4476	0,3326	0,4846	0,5711
0.54	Średnia	86,5200	81,2176	83,6024	87,8697	79,7531	88,0895	73,0810	87,9424	86,5310
	Bl. Std.	0,2200	0,3674	0,2781	0,3429	0,4708	0,2598	0,2818	0,3258	0,3329
0.60	Średnia	79,5529	76,2035	77,1588	82,2905	76,4206	83,6616	73,7040	87,8024	86,3675
	Bl. Std.	0,2505	0,9567	0,8423	0,3720	0,4211	0,2732	0,1485	0,2076	0,5050
0.70	Średnia	99,8540	66,1178	67,9199	99,8960	67,8785	99,3560	73,1597	87,4213	86,4528
	Bl. Std.	0,1783	1,1665	1,1239	0,9198	0,7001	0,5477	0,2779	0,3679	0,4340
0.80	Średnia	63,5357	61,3037	63,8600	67,7603	63,0766	73,0390	73,0344	87,9728	87,3808
	Bl. Std.	0,5535	0,8581	0,7960	0,7962	0,8581	0,3960	0,2966	0,2529	0,5733
0.90	Średnia	63,0221	61,3711	63,4991	66,9574	62,2544	70,9099	73,4614	87,1354	87,8839
	Bl. Std.	0,4149	0,7709	0,8816	0,6029	0,8637	0,5863	0,2262	0,3610	0,3614
1.00	Średnia	62,6359	60,8283	63,5946	67,1668	61,6851	70,0698	73,1892	87,8389	88,0283
	Bl. Std.	0,6740	0,8822	0,7479	0,5176	1,1096	0,7775	0,4434	0,5086	0,2925

### Eksperyment 6 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek ze sterowaniem

Prawdopodobieństwa początkowe dla  $u_{N-1} = 1$ :

$$p_1 = 0.560, p_2 = 0.440.$$

Prawdopodobieństwa przejścia:

$$p_{11} = 0.588, p_{12} = 0.412, p_{21} = 0.288, p_{22} = 0.722.$$

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem.

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.7$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.620$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.380$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.373$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.627$ .

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.6 i w tabeli 5.8

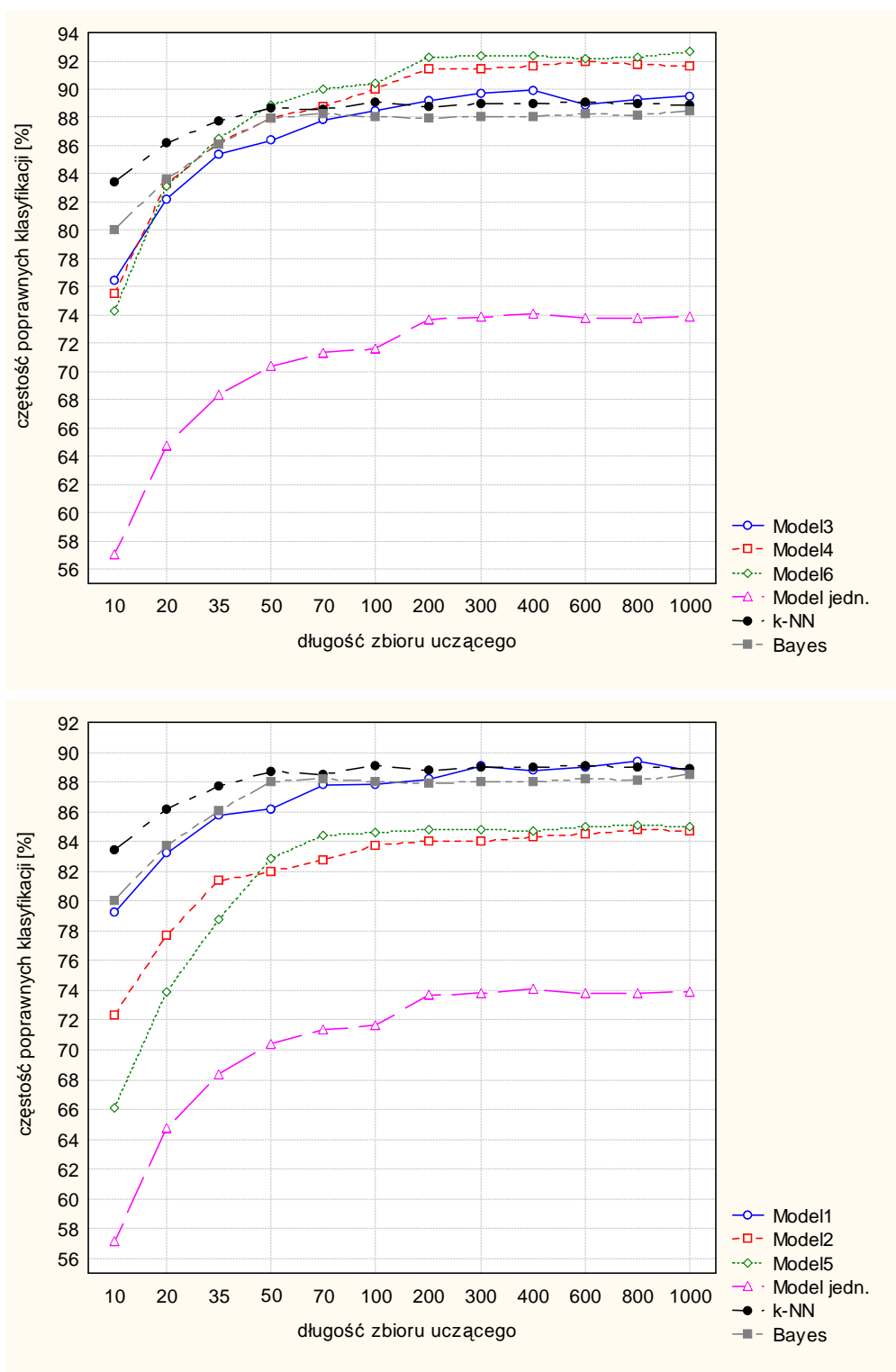
### Eksperyment 7 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek ze sterowaniem

Prawdopodobieństwa początkowe:

$$p_1 = 0.470, p_2 = 0.530.$$

Prawdopodobieństwa przejścia dla  $u_{N-1} = 1$ :

$$p_{11} = 0.570, p_{12} = 0.430, p_{21} = 0.470, p_{22} = 0.530.$$



Rysunek 5.5. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 5

Tablica 5.7. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 5

$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	79,2085	72,3008	76,4766	75,4863	66,1471	74,3136	57,0995	83,4343	80,0438
	Bl. Std.	0,6094	0,8669	0,7369	0,6962	1,1191	1,0262	1,1931	0,3748	0,5050
20	Średnia	83,1949	77,6723	82,2317	83,2804	73,8736	83,1566	64,7470	86,1651	83,6829
	Bl. Std.	0,4392	0,6091	0,6966	0,3892	0,7141	0,5370	0,4936	0,2583	0,3625
35	Średnia	85,7532	81,3942	85,4095	86,2047	78,7963	86,5409	68,3092	87,7653	86,0594
	Bl. Std.	0,3253	0,2106	0,3344	0,5118	0,4677	0,1395	0,3693	0,2334	0,5922
50	Średnia	86,1962	81,9439	86,3581	87,9249	82,8070	88,8758	70,4177	88,6600	87,9828
	Bl. Std.	0,2878	0,4376	0,3128	0,3431	0,4165	0,3226	0,2229	0,2830	0,2184
70	Średnia	87,7851	82,7444	87,8037	88,8043	84,4084	89,9765	71,3706	88,5332	88,2466
	Bl. Std.	0,2156	0,2999	0,3383	0,2373	0,3129	0,2917	0,4193	0,1512	0,2116
100	Średnia	87,8398	83,7272	88,4837	89,9630	84,5676	90,4312	71,6702	89,0551	88,0577
	Bl. Std.	0,2882	0,4022	0,3120	0,3849	0,2103	0,1250	0,1198	0,2522	0,2537
200	Średnia	88,1614	83,9946	89,1710	91,4171	84,7749	92,2474	73,6637	88,8034	87,9009
	Bl. Std.	0,1968	0,3817	0,2233	0,3357	0,2124	0,3368	0,2049	0,1583	0,3207
300	Średnia	89,0454	84,0672	89,7152	91,4445	84,7970	92,3438	73,8426	88,9867	88,0278
	Bl. Std.	0,3793	0,4107	0,1936	0,3526	0,2848	0,2727	0,2516	0,2850	0,3351
400	Średnia	88,7515	84,3036	89,9394	91,6397	84,7262	92,3435	74,0999	89,0006	88,0551
	Bl. Std.	0,2692	0,4688	0,1944	0,4631	0,2647	0,2534	0,1167	0,1807	0,2906
600	Średnia	88,9987	84,5152	88,9098	91,9465	85,0331	92,2069	73,8079	89,0832	88,2236
	Bl. Std.	0,3981	0,4036	0,3565	0,2832	0,2774	0,1558	0,2856	0,2631	0,1845
800	Średnia	89,3993	84,7784	89,2706	91,7602	85,0779	92,2938	73,8351	88,9898	88,1321
	Bl. Std.	0,3752	0,4369	0,4040	0,2158	0,2214	0,2915	0,2825	0,2503	0,2561
1000	Średnia	88,7576	84,6889	89,5371	91,6548	85,0170	92,6508	73,9085	88,8839	88,4666
	Bl. Std.	0,3550	0,1935	0,3662	0,1878	0,1980	0,3727	0,2438	0,0782	0,1755

Dla  $u_{N-1} = 2$  dolny wiersz macierzy przejść dla  $u_{N-1} = 1$ , jest górnym wierszem. Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.9$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.680$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 1$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.310$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 1$  z  $p_{u_N=1} = 0.313$ .

Jeżeli w takcie  $N$  wystąpiła klasa  $j_N = 2$ , to  $u_N = 2$  z  $p_{u_N=2} = 0.687$ .

$f_1(x_1) = N(65, 20)$ ,  $f_2(x_1) = N(73, 20)$ ,  $f_1(x_2) = N(40, 20)$ ,  $f_2(x_2) = N(48, 20)$ .

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.7 i w tabeli 5.9

### **Eksperyment 8 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek bez sterowania**

Prawdopodobieństwa początkowe:

$p_1 = 0.467$ ,  $p_2 = 0.533$ .

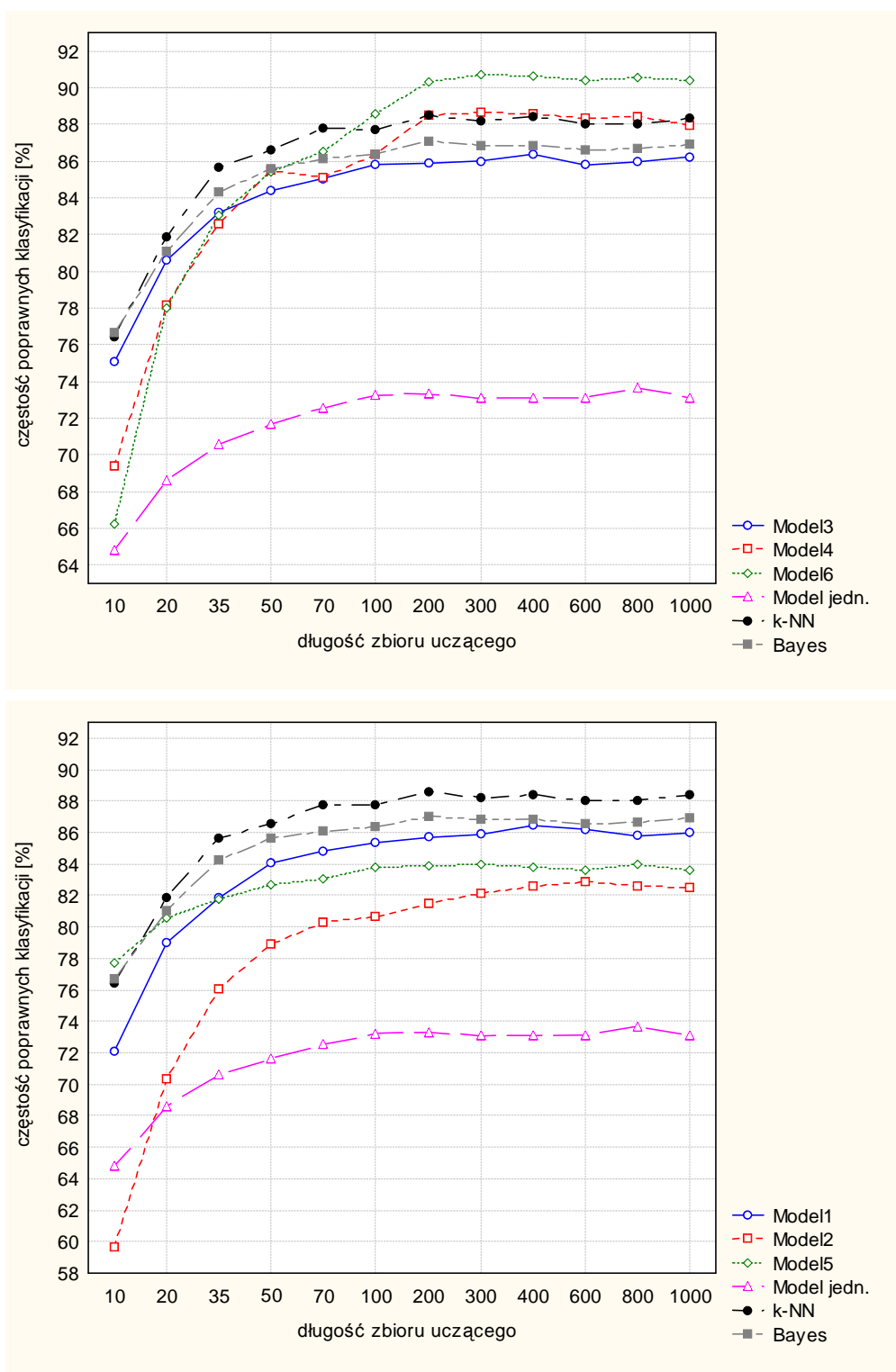
Prawdopodobieństwa przejścia:

$p_{11} = 0.850$ ,  $p_{12} = 0.150$ ,  $p_{21} = 0.150$ ,  $p_{22} = 0.850$ .

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.3$ .

$f_1(x_1) = N(65, 20)$ ,  $f_2(x_1) = N(73, 20)$ ,  $f_1(x_2) = N(40, 20)$ ,  $f_2(x_2) = N(48, 20)$ .

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.8 i w tabeli 5.10



Rysunek 5.6. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 6

Tablica 5.8. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 6

$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	72,1062	59,6836	75,0624	69,3690	77,7191	66,2418	64,8215	76,4622	76,6550
	Bl. Std.	0,5535	0,5551	0,4678	0,5985	1,5488	0,8484	1,0939	0,5139	1,1027
20	Średnia	78,9981	70,3721	80,6033	78,1366	80,5673	78,0123	68,5934	81,8672	81,0727
	Bl. Std.	0,5047	0,6751	0,7727	0,4508	0,8392	0,8994	0,6316	0,5015	0,3530
35	Średnia	81,8538	76,0618	83,2025	82,6005	81,7865	83,0461	70,6002	85,6450	84,2953
	Bl. Std.	0,2063	0,5558	0,4491	0,2549	0,8527	0,6604	0,7855	0,5296	0,7098
50	Średnia	84,0556	78,8786	84,3971	85,4977	82,6416	85,4251	71,6800	86,5748	85,6114
	Bl. Std.	0,3256	0,3518	0,4100	0,1287	0,6911	0,5161	0,5620	0,4911	0,5816
70	Średnia	84,8306	80,2683	85,0663	85,0692	83,0996	86,5565	72,5476	87,7763	86,1315
	Bl. Std.	0,3919	0,4527	0,3767	0,1039	0,4778	0,1700	0,5333	0,4277	0,3474
100	Średnia	85,3498	80,6911	85,8195	86,3456	83,8361	88,5727	73,2456	87,7100	86,3701
	Bl. Std.	0,3392	0,0555	0,4312	0,3002	0,3623	0,4384	0,3539	0,2518	0,2133
200	Średnia	85,6829	81,5049	85,8843	88,4760	83,8676	90,3108	73,3072	88,5364	87,0542
	Bl. Std.	0,2086	0,2051	0,3609	0,0958	0,3170	0,1948	0,3895	0,2972	0,2471
300	Średnia	85,8751	82,1605	86,0122	88,6285	83,9564	90,6922	73,0700	88,1934	86,8315
	Bl. Std.	0,2448	0,3199	0,3698	0,0662	0,2644	0,2013	0,3337	0,0949	0,0500
400	Średnia	86,4422	82,5594	86,3839	88,5509	83,7926	90,6619	73,1018	88,4375	86,8571
	Bl. Std.	0,3849	0,4037	0,2084	0,3143	0,1953	0,1530	0,2446	0,3460	0,2752
600	Średnia	86,2085	82,8934	85,7940	88,3707	83,6184	90,3755	73,1312	88,0266	86,5920
	Bl. Std.	0,2431	0,3216	0,5095	0,4334	0,3573	0,3442	0,3581	0,1141	0,1287
800	Średnia	85,7762	82,5869	85,9600	88,4193	83,9361	90,5401	73,6448	88,0656	86,6839
	Bl. Std.	0,3255	0,6009	0,3515	0,4762	0,2409	0,2580	0,3568	0,1147	0,1633
1000	Średnia	85,9746	82,4837	86,2393	87,9857	83,6382	90,4240	73,1078	88,3675	86,9573
	Bl. Std.	0,5081	0,3164	0,5197	0,3150	0,4701	0,2549	0,5314	0,1845	0,1716

### **Eksperyment 9 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek bez sterowania**

Prawdopodobieństwa początkowe:

$$p_1 = 0.543, p_2 = 0.457.$$

Prawdopodobieństwa przejścia:

$$p_{11} = 0.630, p_{12} = 0.370, p_{21} = 0.320, p_{22} = 0.680.$$

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.7$ .

$$f_1(x_1) = N(65, 20), f_2(x_1) = N(73, 20), f_1(x_2) = N(40, 20), f_2(x_2) = N(48, 20).$$

Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.9 i w tabeli 5.11

### **Eksperyment 10 - Badanie częstości poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Przypadek bez sterowania**

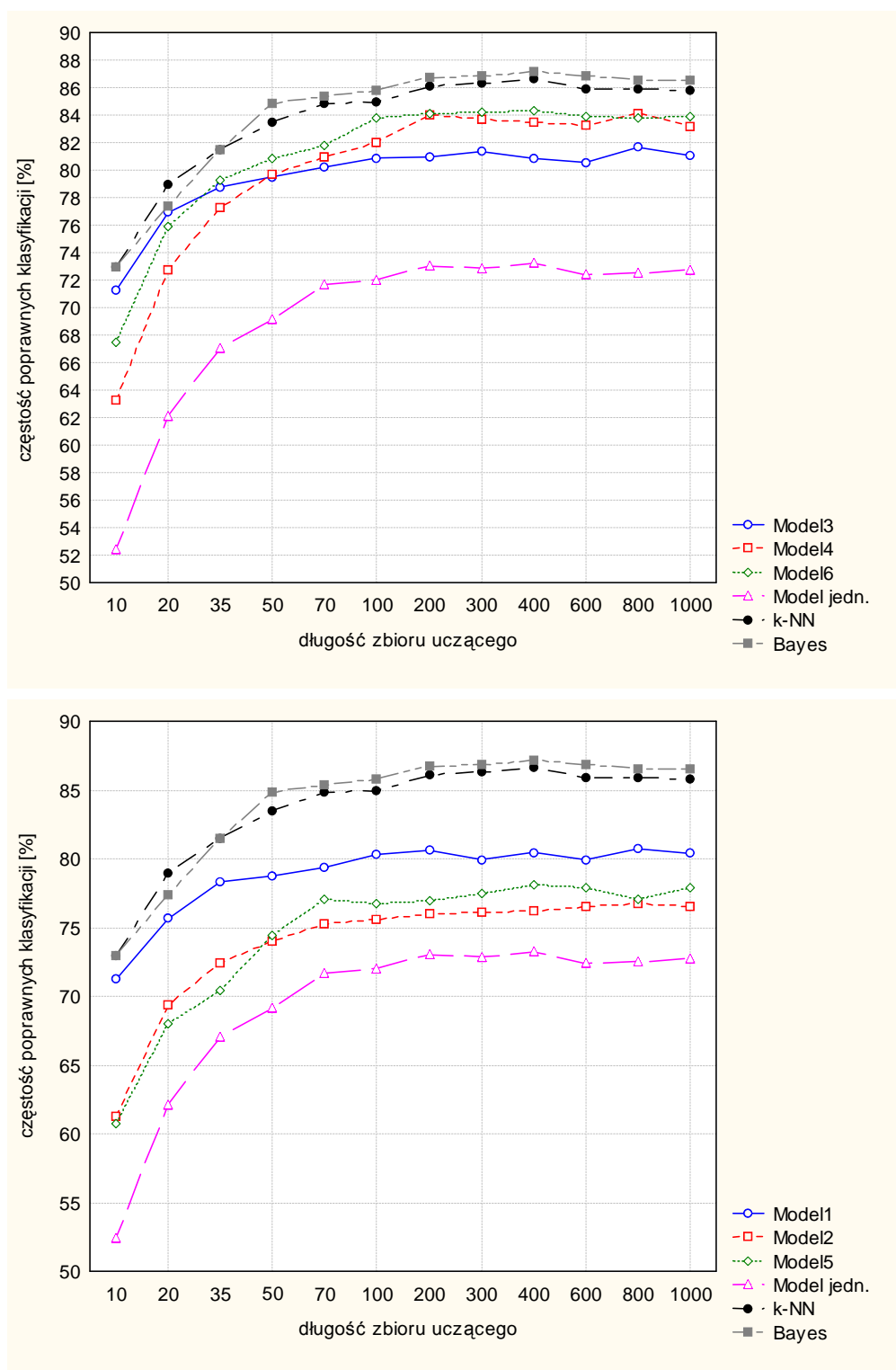
Prawdopodobieństwa początkowe:

$$p_1 = 0.447, p_2 = 0.553.$$

Prawdopodobieństwa przejścia:

$$p_{11} = 0.560, p_{12} = 0.440, p_{21} = 0.460, p_{22} = 0.540.$$

Zależność między kolejnymi stanami obiektu  $\alpha = 0.9$ .



Rysunek 5.7. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 7

Tablica 5.9. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 7

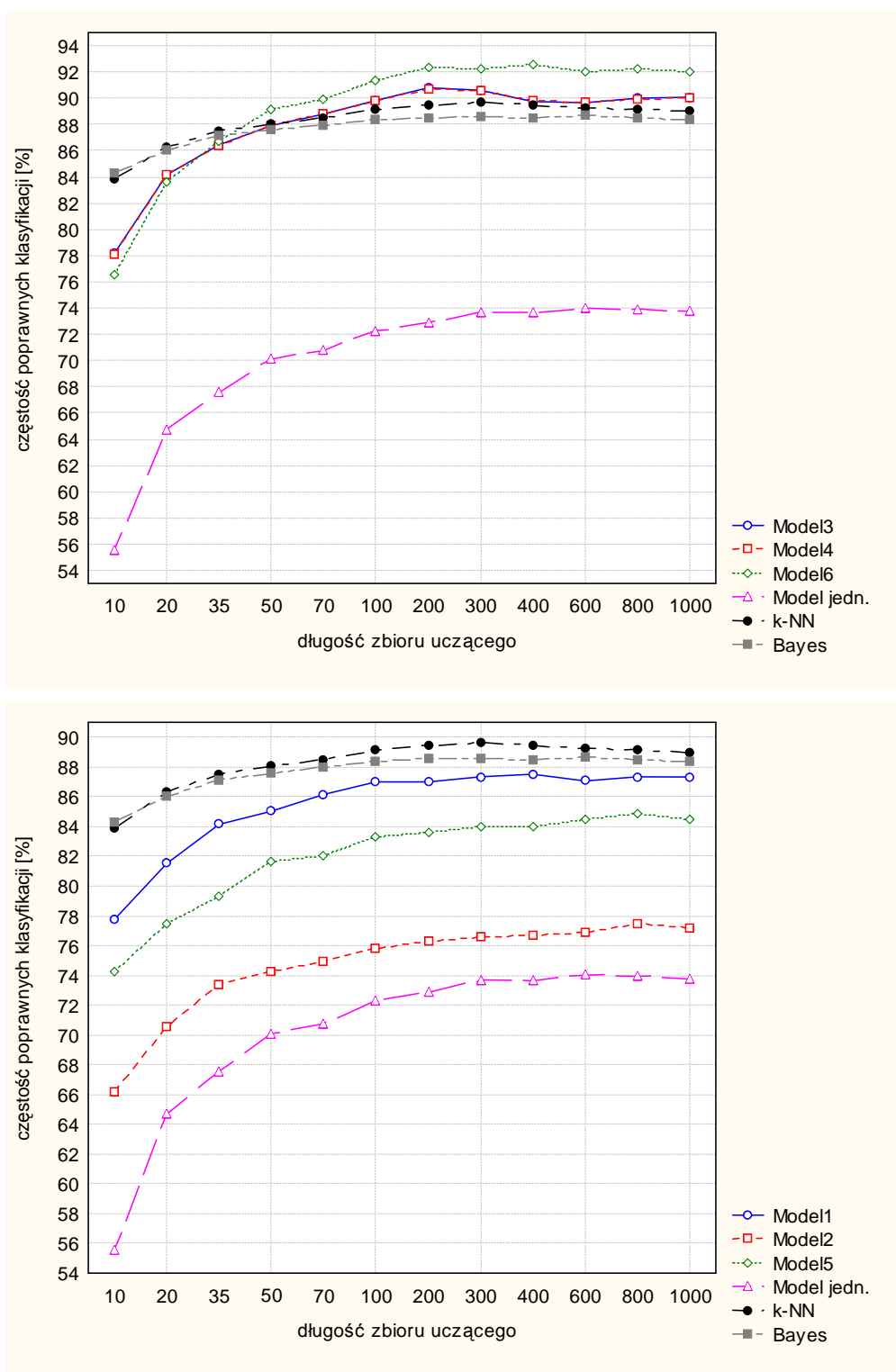
$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	71,2203	61,3121	71,2380	63,2524	60,7919	67,5030	52,4346	72,9600	72,9771
	Bl. Std.	0,3428	1,2754	0,6701	1,1265	1,0770	0,7310	0,6731	0,4964	1,0264
20	Średnia	75,6403	69,4107	76,9105	72,7201	68,0378	75,9115	62,1365	78,9018	77,4009
	Bl. Std.	0,2544	0,7463	0,3976	0,7825	1,0753	0,4356	0,8121	0,3605	1,2239
35	Średnia	78,3290	72,4021	78,7778	77,2617	70,3836	79,2194	67,0124	81,4688	81,4411
	Bl. Std.	0,2900	0,5413	0,3040	0,5512	0,9279	0,2877	0,3072	0,3632	0,8043
50	Średnia	78,7523	73,9845	79,5194	79,6515	74,4220	80,8351	69,1439	83,5210	84,8249
	Bl. Std.	0,2690	0,5014	0,3268	0,4804	0,7226	0,3732	0,4260	0,3128	0,6046
70	Średnia	79,3744	75,2798	80,2206	80,9460	77,0087	81,8424	71,7192	84,8219	85,4165
	Bl. Std.	0,2234	0,4630	0,3244	0,0773	0,6724	0,4421	0,3535	0,2592	0,3133
100	Średnia	80,3174	75,5909	80,8912	81,9692	76,7691	83,7517	72,0328	84,9025	85,7954
	Bl. Std.	0,2586	0,2663	0,3765	0,2098	0,3212	0,2060	0,3767	0,4188	0,4374
200	Średnia	80,6134	75,9943	80,9602	83,9645	76,9164	84,0942	73,0130	86,1447	86,7012
	Bl. Std.	0,3181	0,1946	0,2983	0,3421	0,2830	0,3280	0,1668	0,3768	0,5894
300	Średnia	79,9492	76,0901	81,3498	83,6557	77,4941	84,1787	72,8819	86,2822	86,8734
	Bl. Std.	0,2421	0,2545	0,3513	0,5327	0,3084	0,3397	0,2582	0,3132	0,5165
400	Średnia	80,4750	76,2213	80,8559	83,4678	78,0953	84,2928	73,2275	86,6477	87,1966
	Bl. Std.	0,3743	0,2403	0,2731	0,3737	0,6233	0,3713	0,2400	0,4060	0,5389
600	Średnia	79,9355	76,5334	80,5567	83,2587	77,8668	83,8755	72,3720	85,8872	86,8669
	Bl. Std.	0,3068	0,4889	0,4025	0,3173	0,4524	0,3553	0,3680	0,6090	0,7430
800	Średnia	80,7259	76,7250	81,6590	84,1579	77,0190	83,7751	72,5461	85,8494	86,5376
	Bl. Std.	0,3309	0,5209	0,3967	0,2964	0,3030	0,2355	0,2424	0,4883	0,7325
1000	Średnia	80,3891	76,5547	81,0629	83,1560	77,9028	83,9326	72,7222	85,7972	86,5643
	Bl. Std.	0,3211	0,4843	0,4058	0,0523	0,4361	0,2350	0,2313	0,3246	0,6687

$f_1(x_1) = N(65, 20)$ ,  $f_2(x_1) = N(73, 20)$ ,  $f_1(x_2) = N(40, 20)$ ,  $f_2(x_2) = N(48, 20)$ .  
Wyniki eksperymentu znajdują się na wykresie 5.10 i w tabeli 5.12

## 5.2. Wnioski

W badaniach eksperymentalnych wykonano dziesięć eksperymentów. Autor starał się zbadać jak różne czynniki wpływają na częstość poprawnych klasyfikacji. Po przeprowadzonych eksperymentach można wysnuć następujące wnioski:

1. Im bardziej funkcje gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach na siebie nachodzą, tym mniejsza jest częstość poprawnych klasyfikacji algorytmów rozpoznawania, co obrazuje wykres 5.1 i tabela 5.2. Eksperyment 1 pokazał, że Model 6 ma najlepsze częstości poprawnych klasyfikacji. Model ten jest również lepszy od k-NN i algorytmu Bayesa. Model 4 gorzej rozpoznaje niż Model 6 ale jest porównywalny z k-NN, i algorytmem Bayesa.
2. Im bardziej funkcje gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach są oddalone od siebie, tym różnica w częstościach poprawnych klasyfikacji między wszystkimi algorytmami maleje i osiągają one wyniki bliskie i dokładnie równe 100%.
3. Dla słabej zależności między kolejnymi klasami (wykres 5.2 i tabela 5.4) zdecy-



Rysunek 5.8. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 8

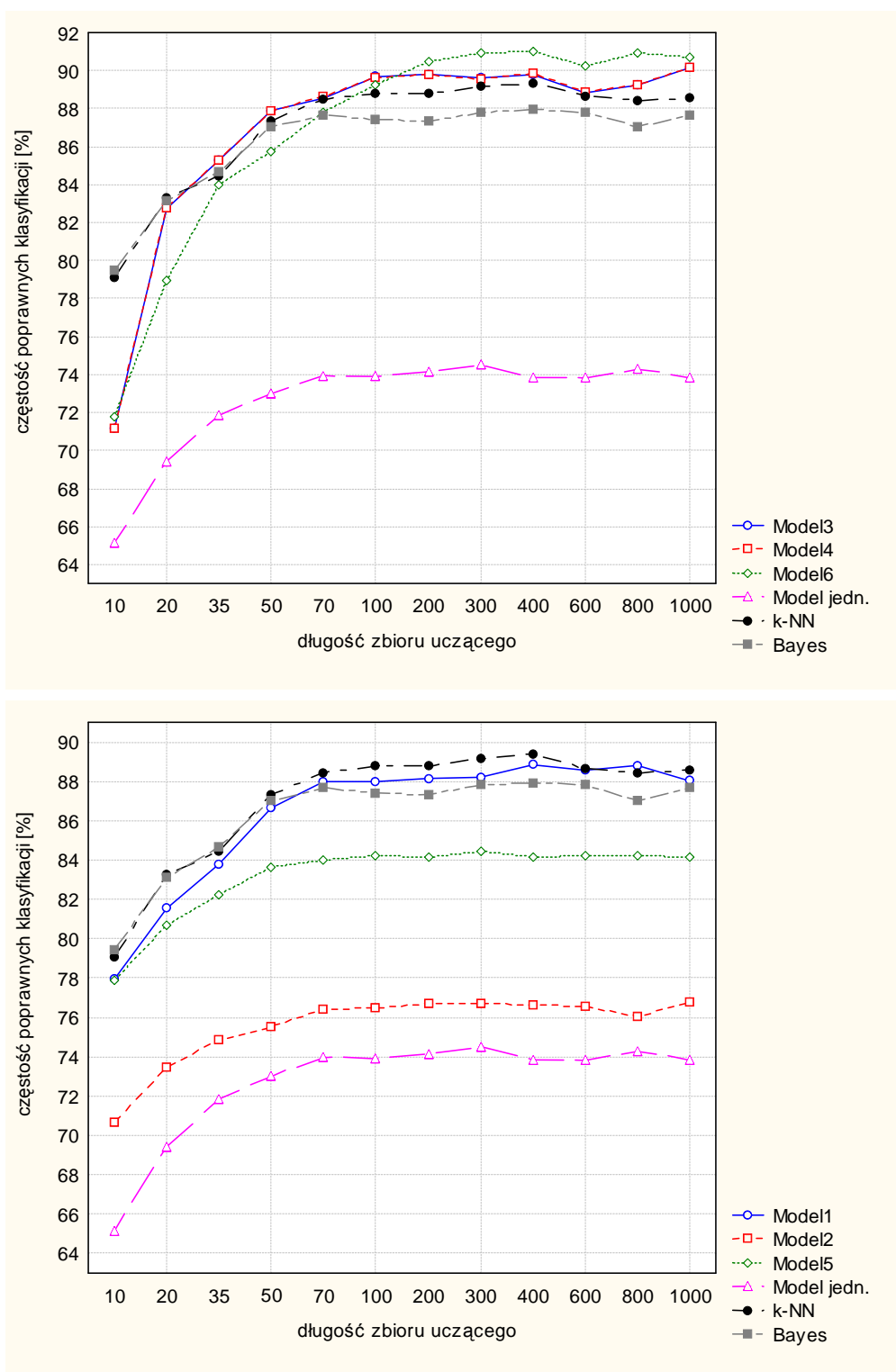


Tablica 5.10. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 8

$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	77,7632	66,2042	78,1837	78,1388	74,2351	76,5998	55,5947	83,8749	84,3305
	Bl. Std.	0,5923	1,2197	0,7519	0,7616	0,9440	0,5717	0,7567	0,5784	0,4812
20	Średnia	81,5157	70,5774	84,1592	84,2153	77,4423	83,6594	64,6791	86,3240	86,0105
	Bl. Std.	0,1116	0,5939	0,6238	0,6555	0,5577	0,6419	0,6414	0,3009	0,1669
35	Średnia	84,1478	73,4169	86,4459	86,4154	79,2911	86,7560	67,5573	87,5100	87,1445
	Bl. Std.	0,1973	0,5681	0,5042	0,4802	0,8125	0,2283	0,6277	0,1855	0,1552
50	Średnia	85,0294	74,2616	87,9134	87,9275	81,6218	89,1407	70,1011	88,0335	87,5585
	Bl. Std.	0,2153	0,5269	0,5009	0,5105	0,4574	0,3999	0,2634	0,1375	0,1956
70	Średnia	86,1570	74,9434	88,7940	88,8002	82,0934	89,9056	70,7507	88,4394	87,9649
	Bl. Std.	0,2546	0,3764	0,3816	0,3848	0,2846	0,3210	0,2475	0,1651	0,1044
100	Średnia	86,9950	75,7805	89,8318	89,8106	83,3469	91,3597	72,2905	89,1157	88,3455
	Bl. Std.	0,1817	0,1966	0,4062	0,3984	0,3613	0,3668	0,2546	0,2244	0,0348
200	Średnia	86,9972	76,3014	90,8015	90,7292	83,6447	92,3065	72,9061	89,4391	88,5375
	Bl. Std.	0,2429	0,2732	0,2332	0,2032	0,2196	0,1666	0,3446	0,1263	0,1435
300	Średnia	87,3449	76,6040	90,6127	90,6204	83,9804	92,2301	73,7042	89,6462	88,5841
	Bl. Std.	0,2412	0,2165	0,3692	0,3722	0,2094	0,3239	0,2654	0,2295	0,2115
400	Średnia	87,5149	76,6629	89,7532	89,7661	83,9794	92,5283	73,6320	89,4489	88,4768
	Bl. Std.	0,2821	0,3213	0,3319	0,3333	0,2915	0,3256	0,3628	0,1654	0,1633
600	Średnia	87,0629	76,8843	89,6639	89,7148	84,4583	92,0508	74,0169	89,2646	88,6841
	Bl. Std.	0,2497	0,2178	0,2879	0,2991	0,3129	0,1912	0,2626	0,2587	0,0611
800	Średnia	87,3403	77,4398	89,9969	89,9719	84,8496	92,1907	73,9437	89,1960	88,4545
	Bl. Std.	0,2040	0,1373	0,3915	0,3746	0,1559	0,2533	0,1704	0,2393	0,1812
1000	Średnia	87,3270	77,1618	90,0823	90,0774	84,4433	92,0041	73,7590	89,0036	88,3627
	Bl. Std.	0,2667	0,2256	0,4054	0,4029	0,1852	0,2669	0,1787	0,1889	0,2119

dowanie najlepiej rozpoznają algorytmy k-NN, i Bayesa. Gdy zależność ta rośnie, algorytmy Model 6, Model 4 i Model 3 dają lepsze wyniki, natomiast Model 1 daje porównywalne wyniki.

4. W przypadku kiedy zmienne pierwotnie ciągle pokryte są trzema zbiorami rozmytymi, algorytmy k-NN i Bayesa lepiej rozpoznają od Modeli 1-5, natomiast Modele 4 i 6 dają porównywalne wyniki wykres 5.3 i tabela 5.5 Przy pięciu zbiorach rozmytych Model 6 lepiej rozpoznaje niż wszystkie analizowane w eksperymencie algorytmy. Model 4 jest o niecały 1% gorszy od Modelu 6 i lepiej rozpoznaje od k-NN i Bayesa. Model 3 ma częstości poprawnych klasyfikacji o około 3% gorsze od Modeli 4 i 6 i porównywalne z k-NN i Bayesem.
5. Częstość poprawnych klasyfikacji dla modeli 1-6 poprawia się znacznie o około 3-5 % jak cechy są pokryte pięcioma zbiorami rozmytymi a nie trzema. Między 5 a 7 i 9 zbiorami rozmytymi pokrywającymi zmienne obserwuje się niewielki wzrost poprawnych klasyfikacji średnio o około 1%. Wyniki te pokazują zbieżność częstości poprawnych klasyfikacji algorytmów przy zwiększaniu ilości zbiorów rozmytych pokrywających cechy pierwotnie ciągle.
6. Współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F$  wywiera zasadniczy wpływ na częstość poprawnych klasyfikacji modeli 1-6, co obrazują wykres 5.4 i tabela 5.6. Jeżeli  $\alpha_F$  dąży do zera, wówczas skuteczność modeli 1-6 maleje o około 6-10 %. Dla  $\alpha_F = 0$  spośród wszystkich aktywowanych reguł rozmytych do wnioskowania brana



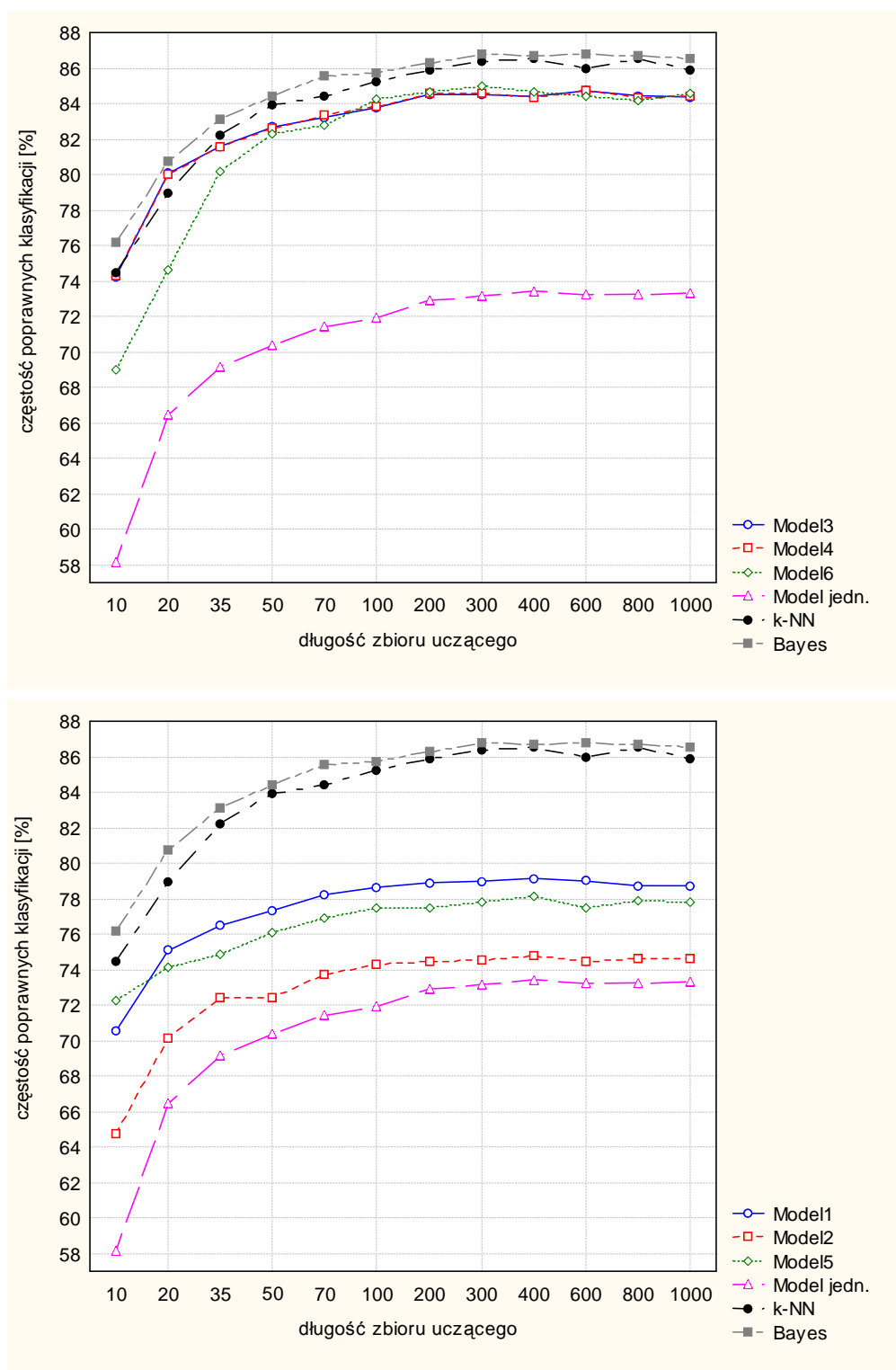
Rysunek 5.9. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 9

Tablica 5.11. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 9

$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	77,9474	70,6855	71,1486	71,1984	77,8962	71,7663	65,1443	79,0974	79,4663
	Bł. Std.	0,5124	0,9240	1,0961	1,1051	1,1456	0,6144	1,3074	0,6374	0,7973
20	Średnia	81,5391	73,4934	82,7377	82,7960	80,6656	78,9697	69,4341	83,2701	83,1295
	Bł. Std.	0,5366	0,4903	0,4857	0,4558	0,7307	0,6908	0,5265	0,4620	0,4654
35	Średnia	83,7965	74,8702	85,2865	85,3120	82,2367	84,0055	71,8552	84,4662	84,6941
	Bł. Std.	0,5517	0,5646	0,2467	0,2440	0,6988	0,4694	0,6677	0,4833	0,3613
50	Średnia	86,6494	75,5043	87,9002	87,8861	83,6140	85,7390	72,9964	87,3407	87,0574
	Bł. Std.	0,4926	0,5784	0,4334	0,4270	0,7204	0,7275	0,5880	0,6225	0,3408
70	Średnia	87,9862	76,3921	88,5492	88,6148	84,0102	87,7836	73,9529	88,4579	87,6502
	Bł. Std.	0,5799	0,4443	0,4427	0,4150	0,3765	0,5820	0,4005	0,5078	0,3011
100	Średnia	87,9865	76,4644	89,6799	89,6717	84,1882	89,2189	73,8997	88,7782	87,4152
	Bł. Std.	0,2372	0,3497	0,2472	0,2434	0,2894	0,3339	0,3226	0,3172	0,5996
200	Średnia	88,1469	76,7061	89,8105	89,8135	84,1191	90,5119	74,1376	88,7934	87,3343
	Bł. Std.	0,2375	0,3786	0,2449	0,2473	0,2794	0,4689	0,4265	0,3737	0,5297
300	Średnia	88,2092	76,7097	89,6230	89,5613	84,4481	90,9609	74,4928	89,1411	87,7987
	Bł. Std.	0,0030	0,3713	0,4431	0,4048	0,4088	0,2968	0,4429	0,2727	0,4518
400	Średnia	88,8407	76,6090	89,7896	89,8400	84,1809	90,9825	73,8438	89,3687	87,9269
	Bł. Std.	0,2406	0,2543	0,5797	0,6041	0,2859	0,3003	0,2431	0,2379	0,5370
600	Średnia	88,5657	76,5614	88,8344	88,8677	84,2369	90,2360	73,8139	88,6573	87,8038
	Bł. Std.	0,6037	0,2505	0,6353	0,6221	0,1791	0,4603	0,2845	0,5028	0,4857
800	Średnia	88,8120	76,0263	89,2330	89,2276	84,1945	90,9112	74,2693	88,4039	87,0486
	Bł. Std.	0,3668	0,2884	0,4663	0,4662	0,2555	0,4385	0,5768	0,0845	0,2840
1000	Średnia	88,0205	76,8169	90,1528	90,2057	84,1387	90,7008	73,8237	88,5864	87,6821
	Bł. Std.	0,4548	0,2720	0,5218	0,4827	0,1175	0,4412	0,1434	0,1356	0,1798

jest tylko jedna reguła o największym współczynniku spełnienia. Jeżeli  $\alpha_F$  dąży do jedności, wówczas skuteczność modeli 1-6 maleje o około 18-22%. Dla  $\alpha_F = 1$ , łączone są wszystkie reguły rozmyte aktywowane w procesie wnioskowania. Największą częstość poprawnych klasyfikacji dla przypadku dwuklasowego uzyskały algorytmy dla  $\alpha_F \approx 0.52$ , dla której Model 6 najlepiej rozpoznawał ze wszystkich modeli i lepiej niż k-NN i algorytm Bayesa. Model 4 miał o około 0,6% wyniki gorsze od Modelu 6 i porównywalne z k-NN i Bayesem. Modele 1 i 3 uzyskały porównywalną częstość poprawnych klasyfikacji co k-NN i Bayes. Wszystkie modele są lepsze niż Model jedn. ale w przypadku gdy  $\alpha_F$  dąży do 1, Model ten daje lepsze wyniki klasyfikacji niż modele 1-6.

7. Długość zbioru uczącego wpływa na zwiększenie poprawnych klasyfikacji wszystkich algorytmów.
8. Algorytmy k-NN i Bayesa szybciej niż pozostałe modele osiągają stałą częstość poprawnych klasyfikacji w zależności od długości zbioru uczącego. Czynnikiem warunkującym taką sytuację jest to, że do budowy bazy reguł rozmytych, gdzie dla każdej reguły rozmytej budowane są macierze przejścia, potrzeba dłuższego zbioru uczącego aby te macierze wypełnić.
9. Wyniki zależne od długości zbioru uczącego potwierdzają, że dla słabej zależności między klasami kolejno pojawiających się obiektów najlepiej rozpoznają algorytmy



Rysunek 5.10. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania w zależności od długości ciągu uczącego dla eksperymentu 10

Tablica 5.12. Procentowe wyniki średnich i błędów standardowych dla eksperymentu 10

$L$	Statyst.	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model jedn.	k-NN	Bayes
10	Średnia	70,5466	64,7208	74,2486	74,2854	72,2392	68,9723	58,1382	74,4941	76,1905
	Bl. Std.	0,2559	1,4826	0,7261	0,7231	1,3709	0,5008	1,0498	0,4636	0,8439
20	Średnia	75,0754	70,1548	80,0610	79,9728	74,1282	74,5836	66,4472	78,9406	80,7464
	Bl. Std.	0,1568	0,5579	0,4718	0,4169	0,6192	0,3597	0,2135	0,8107	0,8458
35	Średnia	76,4892	72,3834	81,5890	81,5560	74,8395	80,1542	69,1359	82,2201	83,0992
	Bl. Std.	0,2994	0,6417	0,5216	0,4908	0,4877	0,6860	0,3282	0,4916	0,6482
50	Średnia	77,3383	72,3867	82,6737	82,6031	76,1221	82,2636	70,3865	83,9584	84,3791
	Bl. Std.	0,3503	0,4357	0,5749	0,5079	0,3473	0,4505	0,3786	0,5609	0,5548
70	Średnia	78,2302	73,7427	83,2251	83,3121	76,9209	82,7885	71,4433	84,4360	85,5893
	Bl. Std.	0,2200	0,7718	0,4335	0,4889	0,4302	0,3292	0,5353	0,2299	0,3907
100	Średnia	78,6421	74,3200	83,7757	83,8449	77,4673	84,2597	71,9272	85,2690	85,6989
	Bl. Std.	0,3271	0,5120	0,3708	0,4165	0,2397	0,2730	0,6224	0,4106	0,3744
200	Średnia	78,9057	74,4772	84,5180	84,5585	77,4480	84,6238	72,9151	85,8607	86,2970
	Bl. Std.	0,3473	0,3367	0,4404	0,4300	0,4053	0,3634	0,3974	0,1750	0,0597
300	Średnia	78,9878	74,5235	84,5112	84,5371	77,8442	85,0207	73,1739	86,3734	86,7695
	Bl. Std.	0,3103	0,3057	0,3838	0,4034	0,2479	0,2529	0,1780	0,4169	0,3201
400	Średnia	79,1508	74,8091	84,4039	84,3691	78,1090	84,6851	73,4396	86,5159	86,7211
	Bl. Std.	0,3955	0,4017	0,4061	0,3739	0,3500	0,3757	0,4763	0,4563	0,3098
600	Średnia	78,9984	74,4646	84,7240	84,7587	77,5189	84,4301	73,2184	85,9382	86,7553
	Bl. Std.	0,3814	0,4123	0,3082	0,3044	0,3210	0,4067	0,4247	0,5985	0,3988
800	Średnia	78,7374	74,6531	84,4436	84,3664	77,9167	84,1414	73,2593	86,5026	86,6668
	Bl. Std.	0,2742	0,4076	0,4116	0,3385	0,3640	0,1979	0,4858	0,4235	0,4469
1000	Średnia	78,7292	74,6143	84,3701	84,4530	77,8214	84,5912	73,2905	85,8430	86,5350
	Bl. Std.	0,3040	0,2948	0,3827	0,4589	0,3294	0,4407	0,3105	0,4846	0,2585

k-NN i Bayesa, a dla mocnych zależności najlepszy jest Model 6,4 i 3. Model 3 daje porównywalne rezultaty co k-NN i Bayes.

- Porównując dane w których występuje sterowanie z danymi gdzie ono nie występuje można wysnuć wniosek, że Modele 1,2, 4, 5 gorzej klasyfikują w przypadku danych bez sterowania niż ze sterowaniem. Takiego wyniku można się było spodziewać, gdyż owe modele wykorzystują do rozpoznawania wiedzę, o zastosowanym sterowaniu w takcie poprzednim.
- Dla danych bez sterowania modele 3, 4 mają takie same częstości poprawnych klasyfikacji. Jest to również wynik oczywisty, gdyż model 3 jest szczególnym przypadkiem modelu 4 i w przypadku braku sterowania modele te są tożsame.

Badania symulacyjne wydaje się że potwierdzają, iż algorytmy Modele 1-6 są użyteczne. Najbardziej użytecznym jest Model 6, który w każdym przypadku badań lepiej rozpoznaje niż reszta opracowanych modeli. Wszystkie modele lepiej rozpoznają niż model jedn. opisany w pracy [58]. Algorytmy takie można stosować po ustaleniu współczynnika  $\alpha_F$  dla którego uzyskuje się najlepsze częstości poprawnych klasyfikacji. Ponieważ różnice w częstościach poprawnych klasyfikacji uzyskanych między pięcioma a siedmioma i dziewięcioma zbiorami rozmytymi pokrywającymi zmienne są niewielkie, to dla zmniejszenia złożoności obliczeniowej można w tych algorytmach zastosować 5 zbiorów rozmytych dla każdej cechy.

Eksperymenty przeprowadzone w pracy mają ograniczony zakres. Dotyczą one wybranych parametrów  $\alpha_F$ ,  $\alpha$ , rozkładów gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach, ilość zbiorów rozmytych pokrywających zmienne oraz ich rozmieszczenia. Uwzględnienie wielu czynników mogących wpływać na jakość klasyfikacji jest procesem trudnym i czasochłonnym w sensie symulacji komputerowej.

W pracy nie skupiono się na optymalizacji algorytmów, np. poprzez dopasowanie najlepszego współczynnika  $\alpha_F$ , optymalnego kształtu funkcji przynależności oraz ilości, rozmieszczenia i kształtu funkcji przynależności zbiorów rozmytych. Pokazano pewne związki przyczynowo-skutkowe od których zależy jakość klasyfikacji i które dobrano na podstawie wyników symulacyjnych. Nasuwa to pewien wniosek. Przy optymalizacji ww. parametrów można zapewne jeszcze bardziej zwiększyć częstość poprawnych klasyfikacji opracowanych algorytmów. Jest to sygnał do dalszych badań, które autor w przyszłości zamierza kontynuować.

Uzyskane wyniki w badaniach eksperymentalnych znajdują potwierdzenie w problemie rozpoznawania z wykorzystaniem danych rzeczywistych. Opis owych badań oraz wyniki rozpoznawania za pomocą tych danych zaprezentowane są w rozdziale następnym.

# Zastosowanie sekwencyjnych algorytmów rozpoznawania w diagnostyce medycznej

Poniżej opracowany aspekt medyczny zadania rozpoznawania został opisany z pomocą lekarza nefrologa Romana Papisa pracującego w Szpitalu Wojewódzkim we Włocławku na Oddziale Wewnętrznym i Nefrologii oraz autorskich opracowań Victora W. Rodwella.

Biochemia dotyczy w większości właściwości i reakcji chemicznych związków organicznych. W organizmach żywych większość reakcji chemicznych przebiega w środowisku wodnym. Dla zdrowia człowieka niezbędna jest stałość środowiska wewnętrznego organizmu. Dotyczy to ogólnego rozmieszczenia wody, jak i również utrzymania pH i stężenia różnych elektrolitów, np.  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  i fosforanów w organizmie. U osób zdrowych pH płynu poza komórkowego utrzymuje się w granicach 7,35-7,45. Bufor wodorowęglanowy ( $\text{HCO}_3^-/\text{H}_2\text{CO}_3$ ) odgrywa szczególnie ważną rolę. Kiedy pH osiąga wartość poniżej 7,35, wtedy dochodzi do stanu określonego jako kwasica, jeżeli zaś pH przekroczy wartość 7,45 występuje zasadowica. Zaburzenia równowagi kwasowo-zasadowej można zwykle rozpoznać oznaczając pH krwi tętniczej, prężność dwutlenku węgla  $\text{pCO}_2$  i  $\text{HCO}_3^-$ . Istnieją liczne przyczyny kwasicy (kadcycydoza cukrzykowa, kwasica mleczanowa itp.) i zasadowicy (wymioty kwaśną treścią żołądkową, działanie niektórych leków moczopędnych itp.). Właściwa znajomość patogenezy zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej jest podstawą właściwej diagnozy i leczenia. Z punktu widzenia medycyny najważniejszy jest podział powyższych zaburzeń na:

- kwasica metaboliczna
- kwasica oddechowa (ostra i przewlekła)
- alkaloza oddechowa
- alkaloza metaboliczna
- stan normalny.

Podział zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej najlepiej zrozumieć posługując się równaniem Hendersona-Hasselbalcha. Ponieważ stężenie kwasu węglowego jest funkcją ciśnienia parcjalnego dwutlenku węgla ( $pCO_2$ ), można pH wyrazić wzorem:

$$pH = 6.1 + \log \frac{[HCO_3^-] \leftarrow \text{komponent nie oddechowy}}{0.03 \cdot pCO_2 \leftarrow \text{komponent oddechowy}}, \quad (6.1)$$

przy czym  $pCO_2$  należy wyrazić w mmHg. Przy wyrażeniu  $pCO_2$  w kPa równanie 6.1 przybiera postać:

$$pH = 6.1 + \log \frac{[HCO_3^-] \leftarrow \text{komponent nie oddechowy}}{0.22506 \cdot pCO_2 \leftarrow \text{komponent oddechowy}}, \quad (6.2)$$

1 kPa=7.502 mmHg lub 1 mmHg=0.133 kPa.

Z powyższego równania wynika, że pH krwi jest uwarunkowane dwoma komponentami: metabolicznym (reprezentowanym przez stężenie wodorowęglanów w liczniku ułamka) oraz oddechowym (reprezentowanym przez wartość  $pCO_2$  w mianowniku ułamka).

Zmiany pH wywołane wzrostem lub spadkiem ciśnienia parcjalnego  $CO_2$  nazywamy kwasicami czy zasadowicami oddechowymi lub gazowymi, bo zależne są przeważnie od czynności układu oddechowego.

Jeżeli stwierdza się zmiany  $pCO_2$ , a pH krwi utrzymuje się mimo to w granicach normy, to mówimy o kwasicy lub zasadowicy oddechowej wyrównanej, w przeciwnym przypadku kiedy w następstwie zmian  $pCO_2$  dochodzi do zmian pH krwi, to mówimy o kwasicy lub zasadowicy oddechowej niewyrównanej.

Zmiany pH wywołane zwiększeniem lub zmniejszeniem wodorowęglanów nazywamy kwasicami lub zasadowicami niegazowymi (nieoddechowymi) lub metabolicznymi. Mogą one być, podobnie jak zaburzenia oddechowe wyrównane (zmianie stężenia  $HCO_3^-$  towarzyszy równoczesna zmiana  $pCO_2$ , przez co pH krwi nie ulega zmianie lub nie wyrównane, w których zmianie stężenia  $HCO_3^-$  towarzyszy zmiana pH krwi.

Zaburzenia mieszane są zmianami równowagi kwasowo-zasadowej, które są uwarunkowane zarówno oddechowo jak i metabolicznie. Metaboliczne uwarunkowanie zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej mogą być kompensowane drogą oddechową i odwrotnie, zaburzenia oddechowe wyrównywane są drogą metaboliczną.

Poniżej scharakteryzowano powyższe zaburzenia.

## KWASICE ODDECHOWE

Kwasice oddechowe są wynikiem upośledzonego wydalania dwutlenku węgla przez płuca, co uwarunkowane jest pogorszeniem wentylacji pęcherzyków płucnych, utrudnioną dyfuzją  $CO_2$  lub zaburzeniami prawidłowego stosunku wentylacji do perfuzji płuc. pierwotną przyczyną kwasicy oddechowej mogą być:

- a) zmiany w samych płucach (obturacyjne dróg oddechowych, rozrost tkanki włóknistej w płucach, zanik pęcherzyków płucnych lub czynnościowe ich wyłączenie wywołane zaburzeniem wentylacji lub perfuzji płuc),
- b) zmiany w aparacie mięśniowo-kostnym układu oddechowego (zanik lub porażenie mięśni oddechowych, zniekształcenie kręgosłupa i klatki piersiowej)



- c) zaburzona czynność ośrodka oddechowego (depresja ośrodka). Zwiększenie  $p\text{CO}_2$  pobudza wydalanie  $\text{H}^+$  przez nerki w wyniku czego dochodzi do wzrostu regeneracji  $\text{HCO}_3^-$ . Wzrost stężenia wodorowęglanów we krwi warunkuje z kolei wzrost wartości ułamka 6.1 oraz normalizację pH. Wyrównana kwasica oddechowa cechuje się wzrostem zarówno stężenia  $\text{HCO}_3^-$ , jak i  $p\text{CO}_2$ . Nerkowa kompensacja kwasicy oddechowej jest procesem bardzo wolnym i skutecznym przede wszystkim w przewlekłych kwasicach oddechowych. Kwasica oddechowa może mieć charakter ostrej i przewlekłej. Przyczyną ostrej kwasicy oddechowej może być: porażenie ośrodka oddechowego i mięśni oddechowych, złamania kości klatki piersiowej, obecność w jamach opłucnowych powietrza (odma), krwi lub płynu, obrzęk płuc (wywołany niewydolnością mięśnia sercowego lub innymi czynnikami), ostre zapalenie mięszu płucnego, ostra niedrożność dróg oddechowych.

### ZASADOWICA ODDECHOWA

Jest następstwem nadmiernej eliminacji  $\text{CO}_2$  przez płuca, uwarunkowanej stymulacją ośrodka oddechowego (toksyny bakteryjne, stany zapalne lub zwyrodnieniowe ośrodkowego układu nerwowego, hiperwentylacja psychogenna). Spadek  $p\text{CO}_2$  we krwi, zwiększając wartości ułamka w równaniu 6.1 wywołuje wzrost pH. Nerkowa kompensacja zasadowicy oddechowej polega na zwiększonym wydalaniu wodorowęglanów oraz zmniejszonej regeneracji zasad (spadek wydalania  $\text{H}^+$  pod postacią kwasności miareczkowej i kationu  $\text{NH}_4^+$ ). Proces ten wymaga jednak pewnego czasu i ujawnia się w pełni dopiero po kilku dniach. W wyniku nerkowej kompensacji spada stężenie  $\text{HCO}_3^-$  we krwi, co z kolei, zmniejszając wartości ułamka w równaniu 6.1, warunkuje spadek pH. Wyrównana zasadowica oddechowa charakteryzuje się spadkiem zarówno stężenia  $\text{HCO}_3^-$  jak i  $p\text{CO}_2$ .

### KWASICE METABOLICZNE (NIEODDECHOWE)

Kwasica metaboliczna może być wynikiem:

- nadmiernej podaży silnych donatorów wodorowych,
- zwiększonego wytwarzania w ustroju silnych kwasów (np. kwasu mlekowego),
- upośledzonej regeneracji zasad przez nerki (np. w przewlekłych stanach zapalnych nerek),
- utrąty zasad przez przewód pokarmowy lub nerki

Charakteryzuje się ona pierwotnym zmniejszeniem stężenia  $\text{HCO}_3^-$  we krwi. Spadek  $\text{HCO}_3^-$  zmniejszając z kolei wartość ułamka w równaniu 6.1, zmniejsza wartość pH. Spadek pH krwi jest bezpośrednią przyczyną uruchomienia kompensacji oddechowej. Polega ona na stymulacji przez zwiększone stężenie  $\text{H}^+$  ośrodka oddechowego, w wyniku czego dochodzi do wzrostu wentylacji płuc oraz spadku  $p\text{CO}_2$ . Ten ostatni zmniejszając wartość ułamka w równaniu 6.1, przywraca prawidłowe pH krwi. Wyrównana kwasica metaboliczna cechuje się więc zmniejszeniem zarówno stężenia  $\text{HCO}_3^-$ , jak i  $p\text{CO}_2$ .

### ZASADOWICE METABOLICZNE (NIEODDECHOWE)

Wspólną cechą zasadowic metabolicznych jest wzrost stężenia wodorowęglanów we krwi. Wzrost stężenia  $\text{HCO}_3^-$ , zwiększając wartość ułamka w równaniu 6.1, podnosi wartość pH krwi. Zmniejszenie  $\text{H}^+$  (wzrost pH krwi) uruchamia kompensację

oddechową, polegającą na spadku czynności ośrodka oddechowego i spadku wentylacji płuc. W następstwie tej kompensacji dochodzi do wzrostu  $p\text{CO}_2$ , co z kolei przywraca prawidłowy stosunek stężenia  $\text{HCO}_3^-$  do  $p\text{CO}_2$  i tym samym prawidłowe pH. Oprócz kompensacji oddechowej i nerkowej zostaje uruchomiona kompensacja metaboliczna, polegająca na wzmożonym wytwarzaniu kwasu mlekowego i pirogronowego. Wyrównana zasadowica metaboliczna charakteryzuje się więc wzrostem zarówno stężenia  $\text{HCO}_3^-$ , jak i  $p\text{CO}_2$ , (podobne zmiany stwierdza się w wyrównanej kwasicy oddechowej). Całkowita normalizacja zasadowicy metabolicznej wymaga jednak eliminacji nadmiaru zasad przez nerki. Proces ten zachodzi jednak tylko w obecności dostatecznej ilości jonów  $\text{Cl}^-$  i potasu. Przy niedoborze tych ostatnich nerki wydają jony wodorowe pomimo istniejącej zasadowicy. Można mu zapobiec jedynie przez podaż dostatecznej ilości chlorków. Przyczyną zasadowicy metabolicznych może być:

- a) nadmierna utrata kwasów przez przewód pokarmowy (wymioty) lub nerki,
- b) nadmierna podaż zasad ( $\text{NaHCO}_3$ ),
- c) niedobór potasu w pokarmach lub jego utrata z wydzielinami i wydaliniami.

Leczenie zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej musi być oparte na precyzyjnym rozpoznaniu. Jak w każdej dziedzinie patologii ludzkiej, rozpoznanie charakteru istniejących zaburzeń opiera się na :

1. wywiadzie,
2. wyniku badania przedmiotowego,
3. obrazie klinicznym,
4. wynikach badań laboratoryjnych

W celu zdiagnozowania zaburzenia równowagi kwasowo-zasadowej należy zmierzyć:

- pH krwi
- ciśnienie krwi
- aktualne stężenie dwuwęglanów (wodorowęglanów)  $\text{HCO}_3^-$ ,
- ciśnienie tlenu we krwi  $p\text{O}_2$ ,
- badania elektrolitowe: Na, K, Ca, Mg, Cl, fosforanów nieorganicznych, kreatyniny, azotu pozabiałkowego, glukozy, białek, stężenia Hb we krwi, średniego stężenia Hb w krwinkach i średniej objętości erythrocytu oraz wartości hematokrytowej,
- RTG klatki piersiowej,
- stan kliniczny pacjenta,
  - ciśnienie tętnicze,
  - tętno,
  - ocena przytomności pacjenta,
  - występowanie sinicy,
  - występowanie duszności,
  - temperatura ciała,
  - wymioty,
  - diureza,
- wywiad oraz dotychczasowy przebieg choroby i leczenia.

Ze względu na to, że rozpoznanie zaburzeń równowagi kwasowo-zasadowej musi być szybkie, więc głównie do diagnozowania wykorzystywane są trzy parametry  $p\text{CO}_2$ ,

$\text{HCO}_3^-$  i pH. Zaburzenia gospodarki kwasowo-zasadowej szybko się zmieniają, zatem ważne jest częste wykonywanie badań i stosowanie odpowiedniego leczenia w zależności od aktualnego stanu pacjenta.

Ponieważ badania są powtarzane często, a obecny stan pacjenta zależy od jego historii choroby, czyli od poprzednich stanów i przebiegu leczenia tak więc omawiane w pracy algorytmy nadają się do rozpoznawania stanów równowagi kwasowo-zasadowej.

## 6.1. Statystyczny opis zadania rozpoznawania

Rozpoznawanie stanów równowagi kwasowo-zasadowej zostało wykonane na dwóch rodzajach materiału empirycznego. Pierwszy zbiór uczący został skompletowany przez Zespół Katedry i Systemów Komputerowych w Klinice Neurochirurgii Akademii Medycznej we Wrocławiu. Składa się on z obserwacji 78 pacjentów. Ilość  $R$  kolejnych badań wahała się od 7 do 25, przy czym średnia długość ciągu w zbiorze uczącym wynosi 18. Badania wykonywane były w okresie kilku dni w odstępach 12 godzinnych (rano i wieczorem). Drugi zestaw danych został skompletowany przez autora pracy w Szpitalu Wojewódzkim we Włocławku na Oddziale Nefrologii i Wewnętrznym. Długość zbioru składa się z 66 pacjentów. Ilość  $R$  kolejnych badań wahała się od 5 do 24, przy czym średnia długość ciągu w zbiorze uczącym wynosi  $R=15$ . Badania wykonywane były w okresie kilku dni w odstępach 3-4 godzinnych.

Zmienne wykorzystywane w zadaniu rozpoznawania w przypadku obu materiałów empirycznych są takie same, co przedstawia tabela 6.1:

Tablica 6.1. Zmienne wykorzystane w zadaniu rozpoznawania

Zmienna	Jednostka
pH krwi	liczbowe
prężność dwutlenku węgla	liczbowe [mmHg]
aktualne stężenie dwuwęglanów $\text{HCO}_3^-$	liczbowe [mEq $l^{-1}$ ]

Zmienne zawarte w tabeli 6.1 są wystarczające do określenia klas, które tak jak rodzaje leczenia są zgodne w obu przypadkach danych.

Klasy:

1. ostra lub przewlekła kwasica oddechowa,
2. alkalozja oddechowa,
3. kwasica metaboliczna,
4. alkalozja oddechowa,
5. stan normalny.

W trakcie badań pacjent był poddawany określönemu leczeniu, które podzielono na trzy typy:

1. leczenie oddechowe,

2. leczenie farmakologiczne,
3. brak leczenia.

Ponadto na podstawie testu W Shapiro-Wilka stwierdzono na poziomie istotności statystycznej  $p < 0.01$ , że zmienne zawarte w tabeli 6.1 pochodzą z rozkładu normalnego.

Jednym z problemów jakie należy rozwiązać, jest to, czy oba ciągi można bez konsekwencji połączyć w jeden liczący 144 pacjentów materiał empiryczny. W tym celu wykonano szereg analiz statystycznych które w konsekwencji dają odpowiedź na powyższe pytanie. Pierwszą cechą różniącą dwa zestawy danych jest ich źródło. Pacjenci z zaburzeniami równowagi kwasowo-zasadowej na Oddział Neurochirurgii trafiają głównie po urazach. W przypadku Oddziału Nefrologii są to pacjenci po zatruciach (głównie alkoholowych, metanolem, paraldehydem lub glikolem etylenowym), nie leczeni na cukrzycę, z nadczynnością tarczycy oraz z różnymi zaburzeniami pracy nerek.

Analizując równanie 6.1 można łatwo stwierdzić, że zmienna pH istotnie statystycznie powinna zależeć od  $\text{HCO}_3^-$  i  $\text{pCO}_2$ . Aby sprawdzić tą zależność wykonano analizę regresji wielokrotnej, której wyniki znajdują się w tabeli 8.1. Można zatem stwierdzić, że pH istotnie zależy od  $\text{HCO}_3^-$  i  $\text{pCO}_2$ . Dla danych z Oddziału Neurochirurgii  $R^2 = 0.950$ , a dla materiału z Nefrologii  $R^2 = 0.957$ . Ponadto zmienna pH istotnie koreluje (tabela 8.8) ujemnie z  $\text{pCO}_2$  i dodatnio z  $\text{HCO}_3^-$ . Dla danych z Nefrologii współczynnik korelacji Pearsona jest większy między  $\text{HCO}_3^-$  a pH ( $R = 0.48$ ) niż między tymi zmiennymi dla danych z Neurochirurgii ( $R = 0.31$ ). Odwrotnie koreluje  $\text{pCO}_2$  z pH. Tutaj mocniejsza korelacja jest dla materiału z Neurochirurgii ( $R = -0.48$ ) niż z Nefrologii ( $R = -0.34$ ). Przyczyną takich wyników jest częstość pojawiania się pewnych zaburzeń w tych danych. W przypadku materiału pochodzącego z Włocławka najczęściej występuje kwasica metaboliczna (klasa 3), natomiast na oddziale intensywnej terapii alkalozja oddechowa (rysunki 8.2, 8.3, 8.4) oraz tabela 8.2. Kwasica metaboliczna występuje na oddziale na Nefrologii 580 razy na 1023 obserwacji, a na Neurochirurgii kwasica oddechowa występuje 787 razy na 1416 obserwacji. Ponieważ kwasica metaboliczna cechuje się najniższymi wartościami  $\text{HCO}_3^-$  przy niewielkim spadku wartości  $\text{pCO}_2$ , spośród wszystkich zaburzeń, tak więc wpływa to na wysoki współczynnik korelacji omawiany wyżej między  $\text{HCO}_3^-$  a pH ( $R = 0.48$ ). W tabeli 8.9 znajdują się porównania średnich wartości cech w odpowiednich klasach między dwoma zestawami danych z wykorzystaniem parametryzacji z sigma-ograniczeniami i parametrycznego testu Tukeya dla prób nie równo liczących. Na podstawie otrzymanych wyników można wysnuć wniosek, że poziom istotności  $p = 0.658 \gg 0.01$  wskazuje na brak różnic w wartościach średnich między materiałem empirycznym z Oddziału Neurochirurgii i Nefrologii w tych samych klasach decyzyjnych definiujących zmienne pH,  $\text{HCO}_3^-$  i  $\text{pCO}_2$ . Różnicę między materiałami empirycznymi zaobserwowano po wykonaniu testu Levene'a jednorodności wariancji. Okazuje się, że te same zaburzenia równowagi kwasowo-zasadowej w obu ciągach uczących mają istotnie  $p > 0.01$  różne w wariancje. Jest to spowodowane najprawdopodobniej różnorodnym w obu przypadkach podłożem chorób. Wykonano test jednorodności wariancji Levene'a do sprawdzenia, czy rozkłady gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach mają jednorodne wariancje w każdym

materiale osobno. Okazuje się, że klasy między sobą mają istotnie  $p > 0.01$  niejednorodne wariancje.

W tabelach 8.6 \* przy prawdopodobieństwach oznacza, że nie można ich było wyestymować z posiadanego materiału empirycznego. Prawdopodobieństwa te mają charakter subiektywny i są oszacowane przez lekarza specjalistę. W przypadku analizowanego zbioru uczącego są to prawdopodobieństwa zdarzeń które nie pojawiają się na oddziale Neurochirurgii. Przykładowo nie leczy się pacjenta którego stan jest w normie.

Powyższe analizy statystyczne oraz wykresy i tabele nie omówione wyżej, mogą częściowo wyjaśniać skuteczność w sensie poprawnych diagnoz algorytmów rozpoznawania opracowanych w pracy. Ponieważ oba zbiory mają inne podłoże chorób więc zdecydowano, że będą one traktowane jako dwa osobne materiały rzeczywiste.

## 6.2. Wyniki rozpoznawania dla danych z Oddziału Neurochirurgii

Zbiór uczący zebrany na Oddziale Neurochirurgii wykorzystano do przetestowania przydatności algorytmów rozpoznawania opracowanych w pracy.

Przy realizacji zadania testowania algorytmów przyjęto następujące wytyczne:

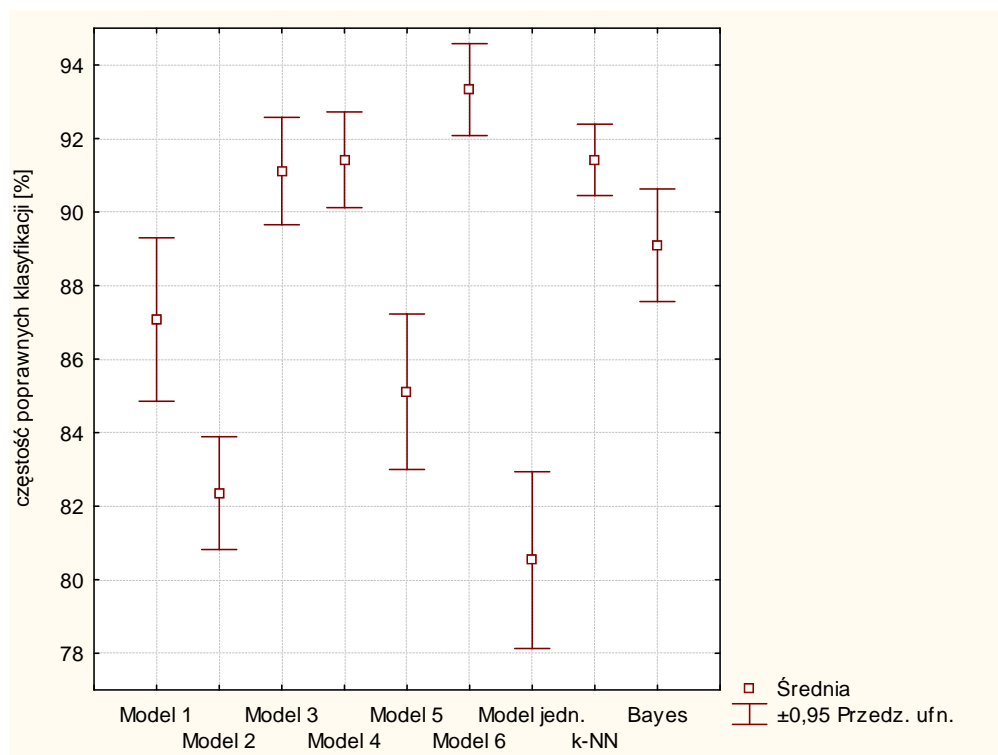
1. W realizacji testowania przyjęto oryginalnie zmodyfikowaną metodę leave-one-out [12], będącą specyficznym przypadkiem walidacji krzyżowej. Polegała ona na wielokrotnym testowaniu otrzymanych klasyfikatorów na podstawie pojedynczej sekwencji uczącej. Oznacza to, że każdy klasyfikator był uczony 77 sekwencjami, a testowany na jednym ciągu. Proces ten był powtórzony 78 razy. Przyjęto taką metodę testowania ponieważ algorytmy z którymi porównywane są Modele opracowane w niniejszej pracy są testowane tą właśnie metodą.
2. W pierwszym eksperymencie porównano opracowane Modele z algorytmem Bayesa i k-NN opisane na początku rozdziału poświęconego badaniom eksperymentalnym.
3. Przyjęto współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.31$ . Dobrano go eksperymentalnie dla analizowanego pięcio-klasowego przypadku medycznego. Dla takiej wartości uzyskano najlepsze wyniki klasyfikacji.
4. Każdą z trzech zmiennych ( $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{pCO}_2$  i  $\text{pH}$ ), podzielono na 5 zbiorów rozmytych wykorzystując parametry funkcji gęstości prawdopodobieństwa (rysunki 8.2a, 8.3a, 8.4a) oraz wykresy gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach (rysunek 8.1a):

$$T^{(\text{pH})} = \{T_1^{(\text{pH})} = (-\infty, 7.15, 7.35), T_2^{(\text{pH})} = (7.15, 7.35, 7.45), \\ T_3^{(\text{pH})} = (7.35, 7.45, 7.50), T_4^{(\text{pH})} = (7.45, 7.50, 7.89), T_5^{(\text{pH})} = (7.50, 7.89, \infty)\},$$

$$T^{(\text{pCO}_2)} = \{T_1^{(\text{pCO}_2)} = (-\infty, 15, 25), T_2^{(\text{pCO}_2)} = (15, 25, 32), T_3^{(\text{pCO}_2)} = (30, 32, 40), \\ T_4^{(\text{pCO}_2)} = (32, 50, 68), T_5^{(\text{pCO}_2)} = (50, 68, \infty)\},$$

$$T^{(\text{HCO}_3^-)} = \{T_1^{(\text{HCO}_3^-)} = (-\infty, 13.4, 21.0), T_2^{(\text{HCO}_3^-)} = (13.4, 21.0, 25.0), T_3^{(\text{HCO}_3^-)} = \\ (21.0, 25.0, 30.0), T_4^{(\text{HCO}_3^-)} = (25.0, 30.0, 40.0), T_5^{(\text{HCO}_3^-)} = (30.0, 62.2, \infty)\}.$$

Po wykonaniu testowania wyniki uśredniono, wyliczono błąd standardowy i oszacowano 95% przedział ufności dla wartości średniej. Wyniki rozpoznawania zestawiono w tabeli 6.2 i na rysunku 6.1.



Rysunek 6.1. Wyniki rozpoznawania materiału pochodzącego z Kliniki Neurochirurgii we Wrocławiu

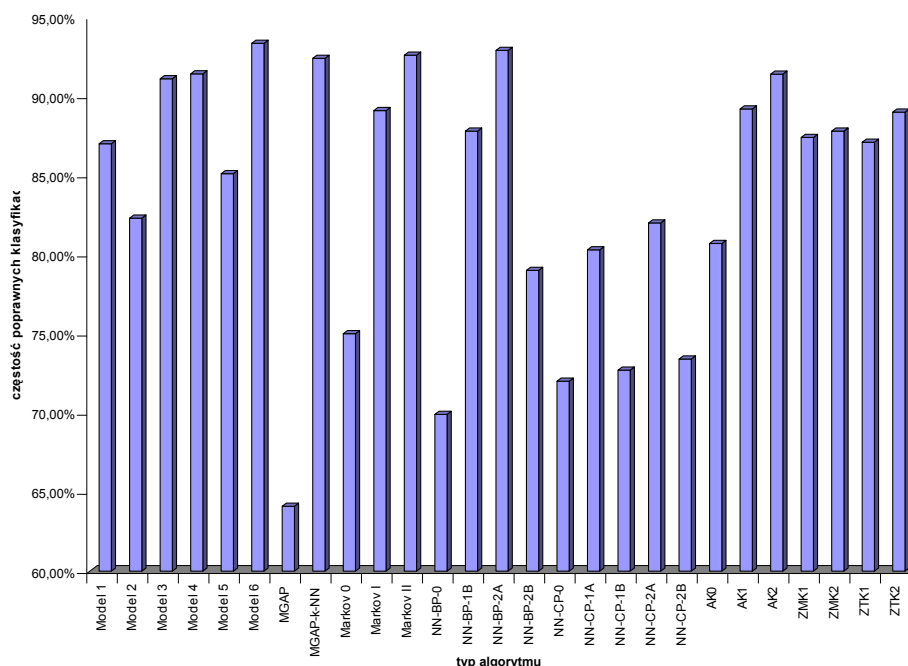
Tablica 6.2. Statystyki opisowe wyników rozpoznawania materiału pochodzącego z Kliniki Neurochirurgii we Wrocławiu

Algorytm	Średnia	Ufność -95,000%	Ufność +95,000%	Mediana	Odch. standard.	Błąd standard.
Model 1	87,0770	84,8535	89,3005	87,2150	3,1083	0,9829
Model 2	82,3550	80,8209	83,8891	82,3400	2,1445	0,6782
Model 3	91,1150	89,6562	92,5738	91,4500	2,0393	0,6449
Model 4	91,4220	90,1192	92,7248	91,8800	1,8212	0,5759
Model 5	85,1120	82,9987	87,2253	85,3500	2,9542	0,9342
Model 6	93,3300	92,0799	94,5801	93,5900	1,7476	0,5526
Model jedn.	80,5330	78,1287	82,9373	80,5200	3,3610	1,0628
k-NN	91,4200	90,4491	92,3909	92,1400	1,3572	0,4292
Bayes	89,0960	87,5650	90,6270	89,6200	2,1402	0,6768

Dla dokładnie tych samych danych istnieją znane w literaturze algorytmy rozpoznawania sekwencyjnego tj.:

- Algorytm MGAP - z odpowiednim zbiorem reguł eksperckich [69],
- Algorytm kombinowany MGAP-k-NN - najbliższych sąsiadów ze zbiorem reguł eksperckich [69],
- Algorytm Markov 0 - traktuje zadanie diagnostyki sekwencyjnej jako ciąg pojedynczych niezależnych zdarzeń, dla których nie uwzględniamy wstępujących pomiędzy nimi powiązań. Jest to dobrze znany algorytm bayesowski.
- Algorytm Markov I - jest algorytmem diagnostycznym dla łańcucha Markowa I rzędu. Przyjmuje on, że aktualny stan pacjenta w danej chwili jest zależny od stanu poprzedniego. Charakterystyka takiej zależności jest uwarunkowana ostatnio zastosowaną terapią i klasy [23].
- Algorytm Markov II - jest algorytmem diagnostycznym dla łańcucha Markowa II rzędu. Przyjmuje on, że aktualny stan pacjenta w danej chwili jest zależny od dwóch poprzednich taktów. Charakterystyka takiej zależności jest uwarunkowana ostatnio zastosowanymi terapiami i klasami [23].
- Algorytm AK0 - model z wykorzystaniem relacji rozmytej nie wykorzystujący możliwości występujących zależności między kolejno pojawiającymi się obiektami.
- Algorytmy AK1,AK2 - modele z wykorzystaniem relacji rozmytej uwzględniające odpowiednio jeden i dwa ostatnie takty rozpoznawania. Modele te wykorzystują do podjęcia decyzji ostatnio zastosowane sterowania i obserwacje objawów [23].
- Algorytm ZTK1 - zredukowany algorytm z "kontekstem z rzędu 1 wykorzystujący "twardą historię". Decyzja jest podejmowana na podstawie N-tej obserwacji cech obiektu z pośrednim uwzględnieniem obserwacji cech obiektu w momencie N-1, biorąc pod uwagę w ich miejsce ciąg N-1 poprzednich klas [23].
- Algorytm ZTK2 - model ten różni się od opisanego algorytmu w poprzednim podpunkcie tym, że uwzględnia dwa poprzednie takty N-2 i N-1 [23].
- Algorytm ZMK1 - zredukowany algorytm z "kontekstem z rzędu 1 wykorzystujący "miękką historię". W algorytmie tym bierze się pod uwagę decyzje w N-1 takcie i wykorzystuje się całą zawartą w niej miękką historię [23].
- Algorytm ZMK2 - zredukowany algorytm z "kontekstem z rzędu 2 wykorzystujący "miękką historię". W algorytmie tym bierze się pod uwagę decyzje w N-2, N-1 taktach i wykorzystuje się całą zawartą w nich miękką historię [23].
- NN-BP-0 i NN-CP-0, są to odpowiednio sieci typu Back Propagation (BP) i Counter Propagation (CP) z danymi obejmującymi wyłącznie zmienne w takcie  $N$ , to jest symptomy właściwe dla aktualnie rozpoznawanego stanu. Przypadek taki oznacza, iż nie uwzględniamy występujących zależności pomiędzy stanami pacjenta i kolejne zadania diagnostyczne traktujemy jak niezależne zadania decyzyjne [23].
- Algorytmy NN-BP-1A i NN-CP-1A oznaczają odpowiednie sieci wykorzystujące do podjęcia decyzji aktualny wektor cech, cechy i terapie z taktu  $N - 1$ , NN-BP-1B i NN-CP-1B oznaczają odpowiednie sieci wykorzystujące do podjęcia decyzji aktualny wektor cech, terapie i decyzje z taktu  $N - 1$ , i wreszcie algorytmy NN-BP-2A i NN-CP-2A oraz NN-BP-2B i NN-CP-2B oznaczają sieci typu BP i CP odpowiednio oznaczają sieci wykorzystujące do podjęcia decyzji aktualny wektor cech, cechy i terapie z taktu  $N - 2$ ,  $N - 1$  oraz aktualny wektor cech, terapie i decyzje z taktu  $N - 2$ ,  $N - 1$  [23].

Powyższe algorytmy porównano z modelami opracowanymi w niniejszej pracy i otrzymano wyniki zawarte na wykresie 6.2



Rysunek 6.2. Poprawne klasyfikacje algorytmów rozpoznawania

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że:

1. Jakość klasyfikacji modelu 6 jest lepsza niż pozostałych algorytmów, w tym k-NN i Bayesa.
2. Modele 3 i 4 mają częstość poprawnych klasyfikacji porównywalną ze sobą oraz algorytmami k-NN, Bayesa ale gorszą od Modelu 6.
3. Model 5 jest o około 8% gorszy od modelu 6.
4. Model 2 jest o około 11% gorszy od modelu 6 i jest gorszy od powyżej analizowanych algorytmów. Model 2 wykorzystuje do podjęcia decyzji zależność między poprzednio zastosowanym leczeniem, a klasą decyzyjną w takcie następnym. Analizując tabelę 8.8 a, korelacja Gamma związku zastosowanego leczenia w takcie poprzednim z diagnozą w następnym takcie wynosi  $R=-0.036$  i jest nieistotna statystycznie na poziomie  $p=0.01$ . Wydaje się zatem logiczne, że jeżeli nie istnieje istotny taki związek, to algorytm wykorzystujący opisujący takie zależności nie będzie konkurencyjny w stosunku do algorytmów wykorzystujących istotny związek między klasami w kolejnych obserwacjach pacjenta.
5. Wszystkie modele w pracy dają lepsze wyniki klasyfikacji niż algorytm MGAP i Model jedn. z [58].
6. Najmniejszy błąd standardowy (tabela 6.2) mają kolejno algorytmy k-NN ( $A = 0.4292$ ). Model 6 ( $A = 0.5526$ ), Model 4 ( $A = 0.5759$ ) i Bayes ( $A = 0.6768$ ).



7. Porównując algorytmy opracowane w pracy z algorytmami dla których były już przeprowadzone badania na tym samym zbiorze uczącym, (wykres 6.2), można stwierdzić, że Model 6 ma najlepsze częstości poprawnych klasyfikacji. Następnie bardzo dobre rezultaty dają sieci neuronowe NN-BP-2A, wykorzystujące do podjęcia decyzji aktualny wektor cech, cechy i terapie z taktu  $N - 2$ ,  $N - 1$ . Niedużo gorszy rezultat uzyskuje algorytm Markova II rzędu i MGAP-k-NN. Porównywalne rezultaty uzyskują również Modele 3 i 4. W dalszej części można wyminąć algorytmy bazujące na relacji rozmytej, Modele 1, 5, 2 oraz sieć neuronową typu Counter Propagation i na końcu wymienić należy algorytm MGAP.
8. Analizując (wykres 6.2) można zauważyć, że algorytmy nie uwzględniające zależności pomiędzy stanami pacjenta (Markov 0, NN-BP-0, NN-CP-0, AK0), są zawsze gorsze pod względem częstości poprawnych klasyfikacji od algorytmów, które takie zależności uwzględniają. Świadczy to o przyjętej dobrej koncepcji konstrukcji takich modeli dla diagnostyki sekwencyjnej.

### 6.3. Wyniki rozpoznawania dla danych z Oddziału Nefrologii

Dane uczące zebrane na Oddziale Nefrologii są drugim zbiorem empirycznym, który wykorzystano do analizy zaproponowanych w pracy algorytmów rozpoznawania.

Przy realizacji zadania testowania algorytmów przyjęto następujące wytyczne:

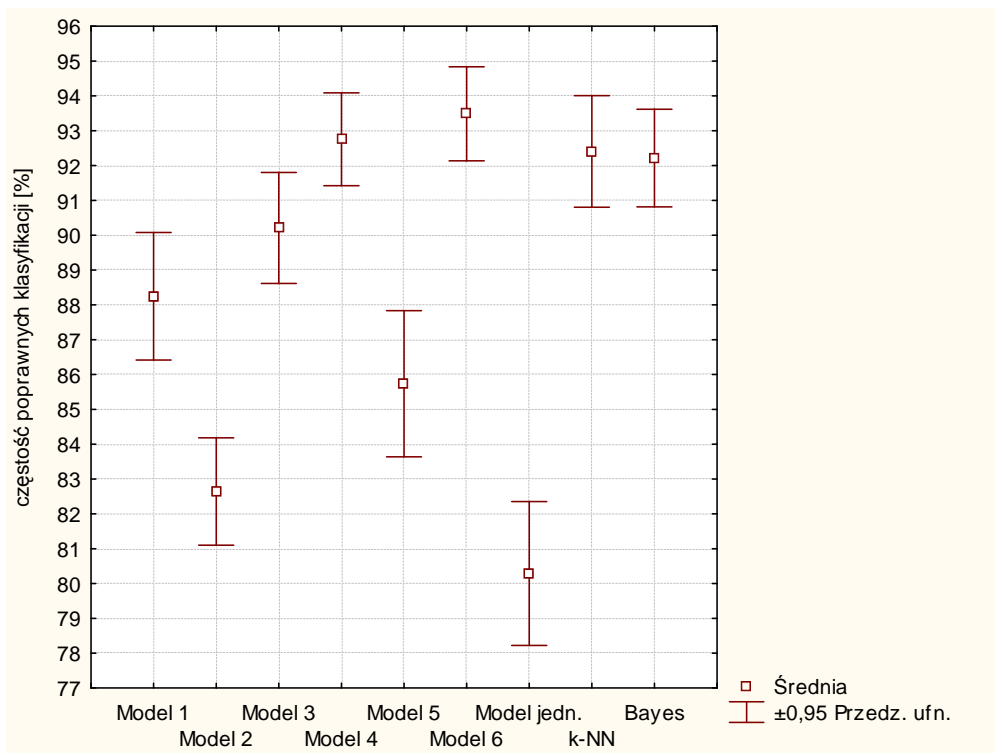
1. W realizacji testowania przyjęto oryginalnie zmodyfikowaną metodę leave-one-out [12], będącą specyficznym przypadkiem walidacji krzyżowej.
2. Częstość poprawnych rozpoznań została wyznaczona dla modeli będących przedmiotem pracy i dla algorytmów jednoetapowych: k-NN (9 sąsiadów), Bayesa i algorytmem z modelem rozmytym z pracy [58]. Algorytmy k-NN i Bayesa opisane w poprzednim rozdziale wykorzystują historię do podjęcia decyzji o aktualnym stanie w postaci wcześniej zaobserwowanego stanu pacjenta.
3. Przyjęto współczynnik sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F = 0.31$ . Dobrano go eksperymentalnie badając skuteczność algorytmów stopniując jego wartość od 0 do 1, co 0.1. Dla analizowanego pięcio-klasowego przypadku medycznego. Dla takiej wartości  $\alpha_F$  uzyskano najlepsze wyniki klasyfikacji.
4. Każdą z trzech zmiennych ( $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{pCO}_2$  i  $\text{pH}$ ), podzielono na 5 zbiorów rozmytych wykorzystując parametry rozkładów gęstości prawdopodobieństwa, których histogramy przedstawiają (rysunki 8.2b, 8.3b, 8.4b) oraz wykresy gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach (rysunek 8.1b):

$$T^{(\text{pH})} = \{T_1^{(\text{pH})} = (-\infty, 7.20, 7.35), T_2^{(\text{pH})} = (7.20, 7.35, 7.45), \\ T_3^{(\text{pH})} = (7.35, 7.45, 7.50), T_4^{(\text{pH})} = (7.45, 7.50, 7.80), T_5^{(\text{pH})} = (7.50, 7.80, \infty)\},$$

$$T^{(\text{pCO}_2)} = \{T_1^{(\text{pCO}_2)} = (-\infty, 17, 25), T_2^{(\text{pCO}_2)} = (17, 25, 32), T_3^{(\text{pCO}_2)} = (30, 32, 40), \\ T_4^{(\text{pCO}_2)} = (32, 50, 66), T_5^{(\text{pCO}_2)} = (50, 66, \infty)\},$$

$$T^{(\text{HCO}_3^-)} = \{T_1^{(\text{HCO}_3^-)} = (-\infty, 12.4, 21.0), T_2^{(\text{HCO}_3^-)} = (13.4, 21.0, 25.0), T_3^{(\text{HCO}_3^-)} = \\ (21.0, 25.0, 30.0), T_4^{(\text{HCO}_3^-)} = (25.0, 30.0, 52.0), T_5^{(\text{HCO}_3^-)} = (30.0, 52.0, \infty)\}.$$

Po wykonaniu testowania wyniki uśredniono, wyliczono błąd standardowy i oszacowano 95% przedział ufności dla wartości średniej. Wyniki rozpoznawania zestawiono w tabeli 6.3 i na rysunku 6.3.



Rysunek 6.3. Wyniki rozpoznawania materiału pochodzącego z Kliniki Nefrologii we Włocławku

Tablica 6.3. Statystyki opisowe wyników rozpoznawania materiału pochodzącego z Kliniki Nefrologii we Włocławku

Algorytm	Średnia	Ufność -95,000%	Ufność +95,000%	Mediana	Odch. standard.	Błąd standard.
Model 1	88,2460	86,4153	90,0767	88,3450	2,5592	0,8093
Model 2	82,6420	81,1014	84,1826	82,6750	2,1536	0,6810
Model 3	90,2070	88,6132	91,8008	90,2400	2,2280	0,7045
Model 4	92,7550	91,4221	94,0879	92,8050	1,8633	0,5892
Model 5	85,7360	83,6362	87,8358	85,5000	2,9353	0,9282
Model 6	93,4880	92,1381	94,8379	93,4750	1,8871	0,5967
Model jedn. k-NN	80,2880	78,2234	82,3526	80,4400	2,8862	0,9127
Bayes	92,4050	90,8009	94,0091	92,8500	2,2423	0,7091
Bayes	92,2160	90,8149	93,6171	92,5100	1,9585	0,6193

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że:

1. Jakość klasyfikacji modelu 6 jest lepsza o około 1% od algorytmu k-NN i Bayesa. Model 6 jest najlepszy w sensie częstości poprawnych klasyfikacji z pozostałych algorytmów.
2. Model 4 jest gorszy od modelu 6 średnio o około 1% i porównywalny z algorytmami k-NN i Bayesa ale lepszy od pozostałych modeli. Następnie wymienić można Model 3, który jest o około 3% gorszy od Modelu 6.
3. Model 5 jest o około 9% gorszy od modelu 6.
4. Model 2 jest o około 11% gorszy od modelu 6 i jest gorszy od powyżej analizowanych algorytmów. Model 2 wykorzystuje do podjęcia decyzji zależność między poprzednio zastosowanym leczeniem, a klasą decyzyjną w takcie następnym. Analizując tabelę 8.8b, korelacja Gamma między zastosowanym leczeniem w takcie poprzednim i wystąpieniem diagnozy w takcie następnym wynosi  $R=0.075$  i jest nieistotna statystycznie na poziomie  $p=0.01$ . Podobnie jak w przypadku danych pochodzących z Oddziału Neurochirurgii nie obserwuje się istotnego związku między leczeniem w takcie poprzednim, a klasą decyzyjną występującą w takcie kolejnym. Model 2 ma najslabsze wyniki klasyfikacji z algorytmów będących przedmiotem pracy. Jest on jednak lepszy średnio o około 2.5% od algorytmu Model jedn. z pracy [58].
5. Analizując otrzymane wyniki, można wnioskować, że częstość poprawnych klasyfikacji dla algorytmów omawianych w pracy mogłaby się zwiększyć wraz ze wzrostem długości zbioru uczącego.
6. Najmniejszy błąd standardowy  $A$  ma Model 4 ( $A = 0,5892$ ), następnie Model 6, Bayes, k-NN (tabela 6.3) mają błędy standardowe mniejsze od pozostałych algorytmów.

### Wnioski końcowe

W pracy opracowano sześć algorytmów rozpoznawania sekwencyjnego i jeden algorytm dla przypadku jednoetapowego, który nie uwzględnia zależności między kolejno pojawiającymi się obiektami. Modele te mają praktyczny sens w zadaniu rozpoznawania gdzie między kolejno pojawiającymi się obiektami występują związki. Przykładem może być zadanie rozpoznawania kolejnych stanów pacjenta.

W algorytmach rozpoznawania jednoetapowego i sekwencyjnego połączono teorię ewidencji matematycznej z teorią zbiorów rozmytych. Zaproponowano nową interpretację wyostżenia, łącząc regułą kombinacji rozmyte reguły aktywowane w procesie wnioskowania na takim poziomie szczegółowości, jaki jest w danej chwili potrzebny.

W Modelu 1 zaproponowano definicje opisujące łączenie reguł rozmytych z macierzą przejść opisującą związki między klasami występującymi w kolejnych taktach, dla każdego zastosowanego sterowania (w przypadku danych medycznych - terapii) w takcie poprzednim.

Badania wykazały, że współczynnik sprzeczności w sensie teorii DS wpływa istotnie na częstość poprawnych klasyfikacji algorytmów rozpoznawania. Ponadto w badaniach symulacyjnych dla przypadku dwuklasowego najlepsze rezultaty klasyfikacji uzyskano dla  $\alpha_F \approx 0.52$ . Powyższa wartość współczynnika sprzeczności reguł rozmytych została wprowadzona do algorytmów i przeprowadzono badania na danych rzeczywistych. Jakość klasyfikacji była gorsza niż algorytmów k-NN i Bayesa. W związku z powyższym ustalono eksperymentalnie  $\alpha_F$  dla pięcioklasowego przypadku danych rzeczywistych i uzyskano dla  $\alpha_F \approx 0.31$  najlepsze częstości poprawnych klasyfikacji.

We wszystkich algorytmach przyjęto nowatorską metodę budowy bazy reguł rozmytych z uwzględnieniem zależności między kolejno pojawiającymi się klasami i zastosowanym sterowaniem w takcie poprzednim. W modelach 5 i 6 przy budowie bazy reguł rozmytych, przyjęto wartość funkcji przynależności do obszaru rozmytego jako rangę dla odpowiedniej klasy. W każdej regule rozmytej wyznaczane są sumy

rang dla poszczególnych klas, które są normalizowane tak aby suma alokacji prawdopodobieństwa dla wszystkich klas była równa 1.

W pracy pokazano, że liczba reguł rozmytych wywiera wpływ na jakość klasyfikacji. Największe różnice zaobserwowano między 3 a 5 zbiorami rozmytymi pokrywającymi zmienność każdej cechy. Częstość klasyfikacji dla 7 i 9 zbiorów rozmytych nieznacznie różniła się o około 1% od przypadku 5 zbiorów rozmytych. Wraz ze wzrostem ilości zbiorów rozmytych uwidacznia się zbieżność algorytmów rozpoznawania.

Wykonano również szereg eksperymentów mających na celu sprawdzenie jak nachodzenie rozkładów gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach wpływa na poprawne rozpoznawanie. Otrzymano dość oczywiste rezultaty. Im bardziej rozkłady gęstości prawdopodobieństwa są od siebie oddalone, tym bardziej zwiększa się częstość poprawnych klasyfikacji, która dąży do 100%. Ponadto największe różnice między algorytmami uzyskano dla przypadków, w których rozkłady gęstości prawdopodobieństwa bardzo na siebie nachodziły. Im funkcje te były bardziej od siebie oddalone, tym różnice między algorytmami w poprawnym rozpoznawaniu malały.

Przeprowadzono szereg eksperymentów pokazujących jak długość zbioru uczącego oraz jak zależności pomiędzy kolejno pojawiającymi się na obiektami wpływają na częstość poprawnych klasyfikacji. Dla danych testowych dla silnych związków pomiędzy kolejno pojawiającymi się obiektami algorytmy odpowiednio w kolejności Modele 3, 4 i 6 dają lepsze wyniki rozpoznawania niż algorytm prosty Model jedn., k-NN i Bayesa. Dla słabej zależności pomiędzy kolejno pojawiającymi się klasami na wyjściu, algorytmy k-NN, Parzena i Bayesa najlepiej rozpoznają. Wraz ze wzrostem długości zbioru uczącego rośnie częstość poprawnych klasyfikacji wszystkich algorytmów. Algorytmy k-NN i Bayesa szybciej osiągają stałą częstość poprawnych klasyfikacji niż zaproponowane w pracy Modele.

Na podstawie uzyskanych wyników można uznać, że najlepszym algorytmem dla analizowanego przypadku danych jest Model 6, następnie Model 4, który daje wyniki porównywalne do k-NN, Bayesa, a nawet lepsze. Model 3 ma częstość poprawnych klasyfikacji rozpoznawania zbliżoną do k-NN i Bayesa, a model 1 nieco gorszą. Modele 2 i 5 są gorsze od proponowanych algorytmów w zadaniu rozpoznawania sekwencyjnego. Wszystkie algorytmy lepiej rozpoznają niż Model jedn. Porównano algorytmy będące przedmiotem pracy z algorytmami wykorzystującymi związki między kolejno pojawiającymi się obiektami (wykres 6.2). Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że najlepsze klasyfikacje uzyskał Model 6. Pozostałe Modele dają częstości porównywalne z istniejącymi algorytmami wykorzystującymi zależności między kolejno pojawiającymi się obiektami.

Najlepiej klasyfikujący model 6 znalazł swe odzwierciedlenie w systemie wspomagającym diagnostykę medyczną. Został on przetestowany w Szpitalu Wojewódzkim we Włocławku na Oddziałach: Nefrologii i Wewnętrznym, Intensywnej Terapii oraz przez lekarza anestezjologa. Eksperci uznali, że system jest przydatnym narzędziem wspomagającym diagnozowanie zaburzeń kwasowo-zasadowych. Na Oddziale Pulmunologii należało by wzbogacić materiał rzeczywisty o wyniki  $PO_2$  i wskaźnik  $BE$ , które są podstawą pełnych diagnoz. Opinia lekarzy jest dołączona do pracy po bibliografii.

Uzyskane wyniki badań potwierdzają tezę pracy: "Istnieje możliwość zbudowania algorytmów rozpoznawania sekwencyjnego z modelem łączącym teorię ewidencji matematycznej z teorią zbiorów rozmytych. Model taki poprawia dokładność klasy-

fikacji w warunkach niepewności oraz niepełności informacji. Jest on co najmniej tak skuteczny, a nawet lepszy w sensie częstości poprawnych klasyfikacji od istniejących algorytmów rozpoznawania sekwencyjnego". Algorytmy nie uwzględniające zależności pomiędzy stanami pacjenta np. (Model jedn. Markov 0, NN-BP-0, NN-CP-0, AK0), są zawsze gorsze pod względem częstości poprawnych klasyfikacji od algorytmów, które takie zależności uwzględniają. Świadczy to o przyjętej dobrej koncepcji konstrukcji takich modeli dla diagnostyki sekwencyjnej.

Opis związków między kolejno pojawiającymi obiektami z wykorzystaniem rozmytej obserwacji cech obiektu w kolejno pojawiających się stanach, rozmytych macierzy przejść dla kolejno pojawiających się klasach obiektu i łączenie reguł rozmytych regułą kombinacji Dempstera-Shafera sprawiły, że uzyskano efektywne algorytmy wnioskowania w warunkach niepewnych, nieprecyzyjnych. Algorytmy rozpoznawania są co najmniej tak skuteczne jak przytaczane w pracy algorytmy rozpoznawania wykorzystujące związki między pojawiającymi się obiektami. Model 6 daje lepsze rezultaty niż dotychczas opracowane algorytmy.

Ponieważ wyniki przedstawione w pracy mają ograniczony zakres więc można nakreślić dalsze kierunki badań:

- opracowanie metod wyznaczania optymalnego współczynnika sprzeczności reguł rozmytych  $\alpha_F$  dla którego uzyska się najlepszą częstość poprawnych klasyfikacji,
- optymalizacja kształtu i rozmieszczenia zbiorów rozmytych,
- opracowanie algorytmów łączenia reguł eksperckich z ciągiem uczącym z wykorzystaniem teorii ewidencji matematycznej dla przypadku zadania sekwencyjnego,
- przeprowadzenie eksperymentów badających jak ilość cech, ilość klas, kształt i rozmieszczenie zbiorów rozmytych, wpływają na częstość poprawnych klasyfikacji,
- opracowanie metod selekcji cech najlepiej dyskryminujących klasy decyzyjne wykorzystując łączenie metod statystycznych np. analizy czynnikowej z teorią ewidencji matematycznej.
- opracowanie zbioru uczącego, gdzie na podstawie obserwacji cech pacjenta lekarz podejmuje decyzję o przynależności np do kilku klas decyzyjnych. Dane takie zaproponowano w przykładzie praktycznym wykorzystania Modelu 5, w rozdziale poświęconym algorytmom rozpoznawania.
- opracowanie analitycznych właściwości algorytmów rozpoznawania będących przedmiotem niniejszej pracy.

Kończąc, chcę bardzo podziękować promotorowi Panu prof. dr hab. inż. Markowi Kurzyńskiemu za szereg wielu cennych uwag i wskazówek, za opiekę naukową i dużą życzliwość w trakcie trwania moich studiów doktoranckich. Zastępcy Ordynatora Oddziału Nefrologii, Szpitala Wojewódzkiego we Włocławku, Doktorowi Romanowi Papisowi za pomoc w skompletowaniu zbioru uczącego w powyższym Szpitalu i wiele cennych informacji na temat problematyki medycznej, wykorzystanej w pracy. Dziękuję pracownikom Katedry Systemów i Sieci Komputerowych za życzliwość i wiele cennych uwag dzięki którym praca uzyskała ostateczny kształt. Na zakończenie pragnę podziękować Pracownikom Zakładu Elektroniki Biomedycznej, Instytutu Elektroniki, Politechniki Śląskiej za wzbogacające mnie naukowe dyskusje.

Mariusz Topolski

## Rozdział 8

# Tabele i rysunki z analizy statystycznej materiału empirycznego

Tablica 8.1. Regresja wielokrotna dla zmiennych modelu, a) Neurochirurgia, b) Nefrologia

a)	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: pH R= 0,974 R <sup>2</sup> = 0,950 Skoryg. R <sup>2</sup> = 0,950 F(2,1413)=13326, p<0,000 Błąd std. estymacji: 0,014					
<b>N=1416</b>	<b>BETA</b>	<b>Błąd st. BETA</b>	<b>B</b>	<b>Błąd st. B</b>	<b>t(1413)</b>	<b>poziom p</b>
<b>W. wolny</b>			7,525	0,002	3473,083	0,000
<b>pCO<sub>2</sub></b>	-1,240	0,008	-0,012	0,000	-154,732	0,000
<b>HCO<sub>3</sub></b>	1,138	0,008	0,015	0,000	141,971	0,000
b)	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: pH R= 0,978 R <sup>2</sup> = 0,957 Skoryg. R <sup>2</sup> = 0,957 F(2,1020)=11354, p<0,000 Błąd std. estymacji: 0,014					
<b>N=1023</b>	<b>BETA</b>	<b>Błąd st. BETA</b>	<b>B</b>	<b>Błąd st. B</b>	<b>t(1413)</b>	<b>poziom p</b>
<b>W. wolny</b>			7,450	0,002	4407,734	0,000
<b>pCO<sub>2</sub></b>	-1,746	0,013	-0,012	0,000	-131,094	0,000
<b>HCO<sub>3</sub></b>	2,006	0,013	0,018	0,000	150,687	0,000

Tablica 8.2. Statystyki opisowe danych z oddziałów a) Neurochirurgii, b) Nefrologii

a)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogół			1416	7,503	0,061	32,680	6,189	24,709	4,545
Takt	N=1		78	7,503	0,074	31,654	7,602	23,717	4,085
Takt	N>1		1338	7,502	0,060	32,739	6,095	24,767	4,565
j(N)	1		31	7,433	0,132	56,226	5,772	37,797	11,795
j(N)	2		787	7,523	0,051	29,136	3,619	23,109	2,857
j(N)	3		51	7,417	0,064	30,775	3,936	19,076	1,865
j(N)	4		226	7,528	0,044	36,969	3,812	29,716	3,366
j(N)	5		321	7,455	0,032	36,377	3,096	24,738	2,018
Takt* j(N)	N=1	1	2	7,426	0,123	61,500	4,950	39,400	7,920
Takt* j(N)	N=1	2	44	7,545	0,054	27,250	3,538	22,741	2,593
Takt* j(N)	N=1	3	7	7,423	0,032	29,857	2,673	18,786	0,819
Takt* j(N)	N=1	4	5	7,528	0,063	36,200	4,266	28,940	0,979
Takt* j(N)	N=1	5	20	7,438	0,042	37,850	3,573	24,715	1,848
Takt* j(N)	N>1	1	29	7,433	0,135	55,862	5,718	37,686	12,109
Takt* j(N)	N>1	2	743	7,521	0,051	29,247	3,595	23,131	2,872
Takt* j(N)	N>1	3	44	7,416	0,068	30,920	4,106	19,123	1,984
Takt* j(N)	N>1	4	221	7,528	0,043	36,986	3,810	29,734	3,399
Takt* j(N)	N>1	5	301	7,457	0,031	36,279	3,043	24,740	2,032

b)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogół			1023	7,450	0,066	35,699	9,407	24,269	7,344
Takt	N>1		957	7,451	0,067	35,625	9,291	24,264	7,214
Takt	N=1		66	7,436	0,059	36,776	10,982	24,342	9,087
j(N)	1		157	7,455	0,039	56,318	1,958	38,371	2,772
j(N)	2		86	7,531	0,077	28,540	3,343	23,083	2,600
j(N)	3		580	7,414	0,044	30,859	2,198	19,078	1,216
j(N)	4		142	7,528	0,033	37,160	2,112	29,872	1,447
j(N)	5		58	7,489	0,060	35,323	2,713	26,051	3,192
Takt* j(N)	N>1	1	141	7,454	0,034	56,382	1,923	38,244	2,422
Takt* j(N)	N>1	2	79	7,534	0,078	28,434	3,418	23,135	2,626
Takt* j(N)	N>1	3	537	7,414	0,044	30,859	2,235	19,084	1,221
Takt* j(N)	N>1	4	142	7,528	0,033	37,160	2,112	29,872	1,447
Takt* j(N)	N>1	5	58	7,489	0,060	35,323	2,713	26,051	3,192
Takt* j(N)	N=1	1	16	7,470	0,066	55,756	2,234	39,494	4,865
Takt* j(N)	N=1	2	7	7,500	0,053	29,729	2,145	22,486	2,379
Takt* j(N)	N=1	3	43	7,412	0,041	30,860	1,692	19,007	1,169

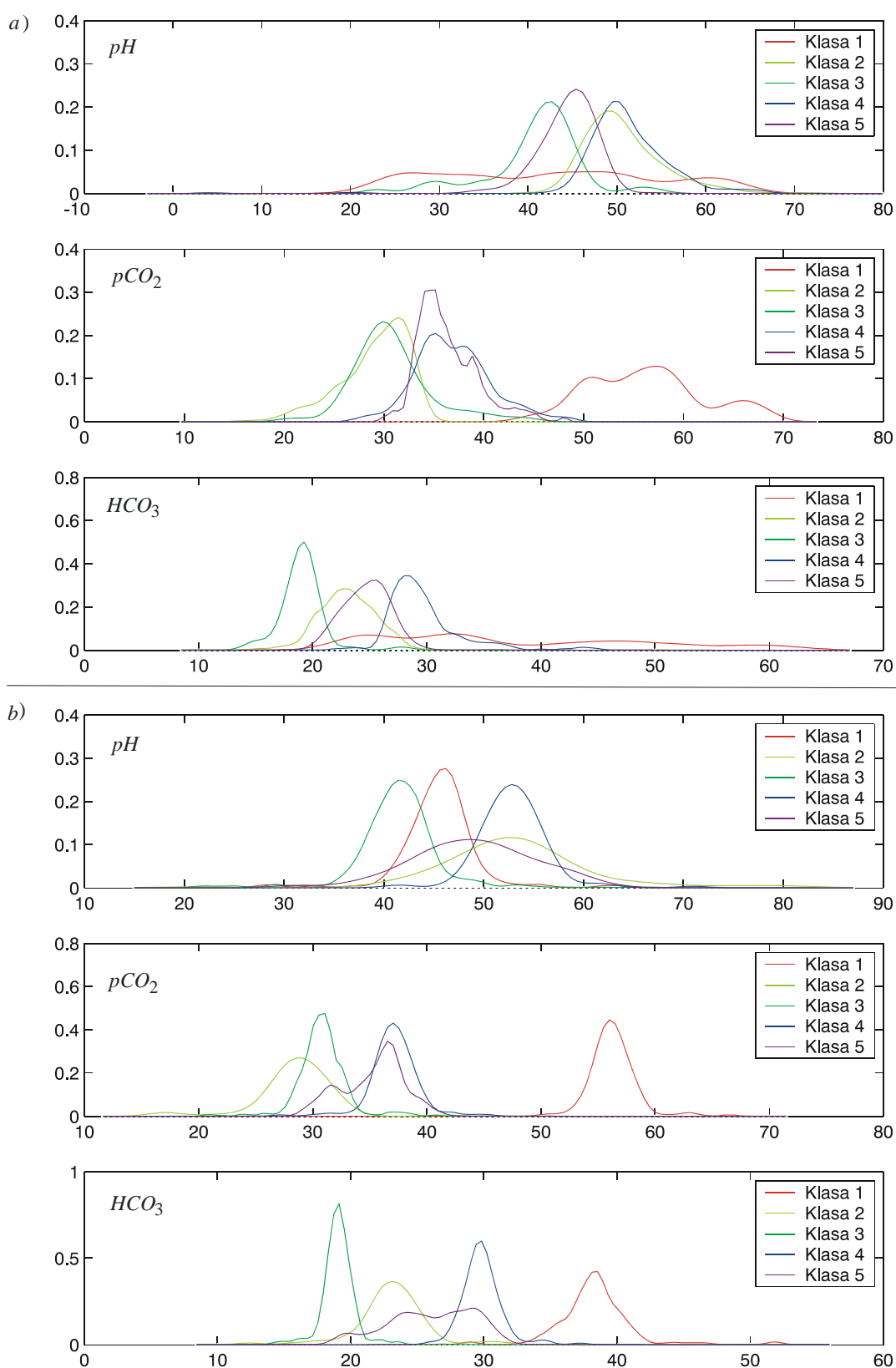


Tablica 8.3. Statystyki opisowe przejść między kolejnymi stanami obiektu, a) Neurochirurgia, b) Nefrologia

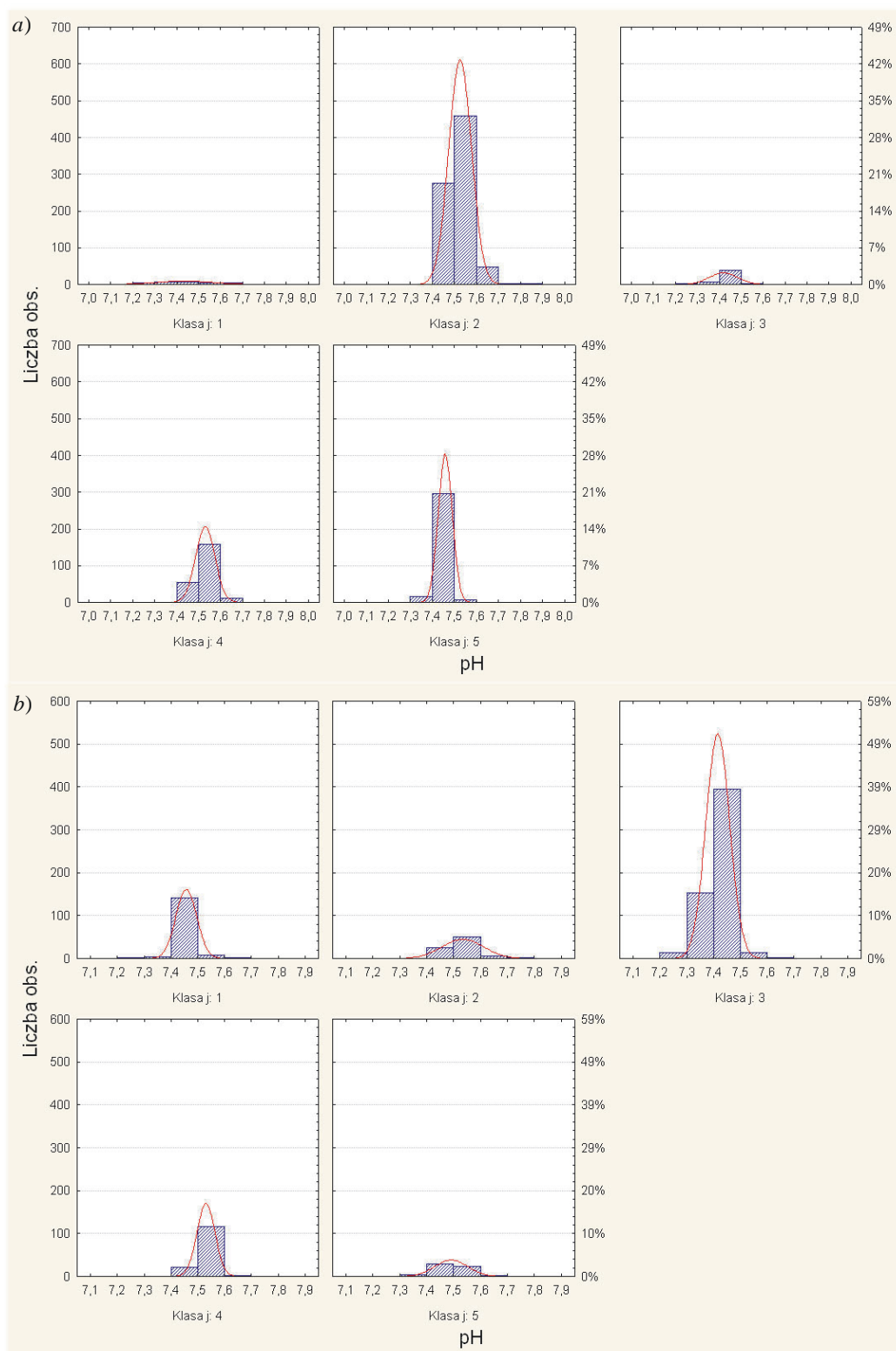
a) Efekt	(N-1)	(N)	liczność zbioru	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1338	7,503	0,060	32,74	6,095	24,767	4,565
1	1	1	15	7,496	0,136	54,07	5,106	42,267	13,364
2	1	2	3	7,317	0,132	56,67	5,774	28,300	5,910
3	1	4	6	7,428	0,093	61,17	5,231	39,617	7,898
4	1	5	5	7,320	0,046	54,40	5,413	27,260	4,430
5	2	1	1	7,460		32,00		22,000	
6	2	2	560	7,522	0,051	28,96	3,468	22,951	2,975
7	2	3	17	7,510	0,032	29,18	3,468	22,388	1,821
8	2	4	59	7,540	0,054	29,94	3,319	24,688	2,400
9	2	5	107	7,510	0,050	30,37	4,147	23,356	2,402
10	3	2	21	7,416	0,063	30,88	4,147	19,076	1,219
11	3	3	16	7,409	0,081	30,38	4,646	18,456	1,904
12	3	4	2	7,493	0,060	32,00	2,828	24,000	5,374
13	3	5	5	7,404	0,039	32,40	2,793	19,500	0,436
14	4	1	7	7,566	0,061	41,86	5,984	36,671	5,155
15	4	2	61	7,530	0,033	35,79	2,841	28,943	2,821
16	4	3	2	7,500	0,020	38,00	4,243	28,550	1,909
17	4	4	101	7,533	0,048	37,14	4,167	30,183	3,198
18	4	5	50	7,510	0,036	37,41	3,103	28,868	3,007
19	5	1	4	7,449	0,037	37,63	1,702	25,250	1,455
20	5	2	104	7,460	0,028	35,52	2,730	24,412	1,861
21	5	3	10	7,443	0,041	36,60	4,624	24,150	2,325
22	5	4	45	7,464	0,040	36,77	3,044	25,520	2,469
23	5	5	137	7,453	0,028	36,64	3,096	24,758	1,946

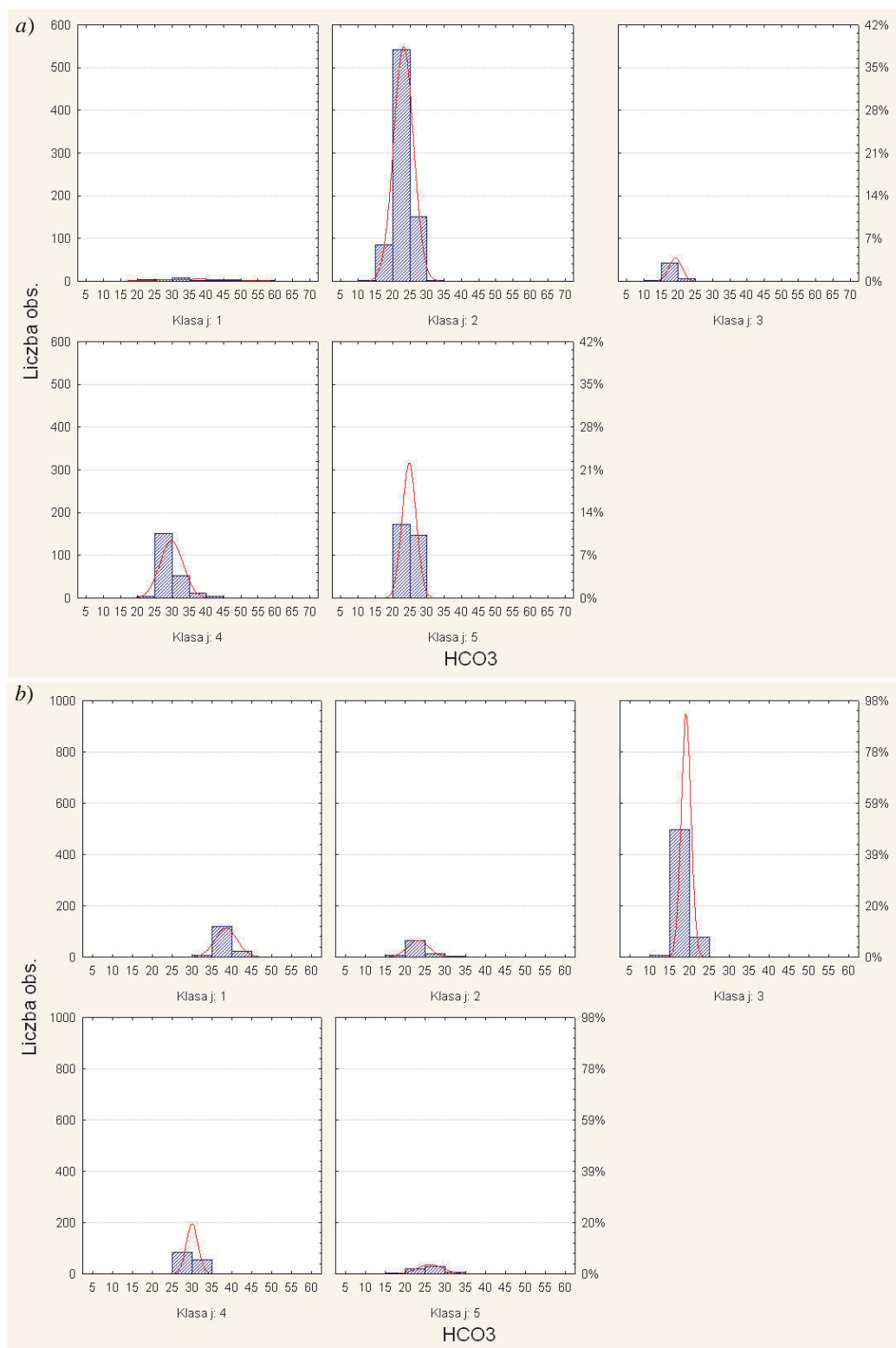
b) Efekt	(N-1)	(N)	liczność zbioru	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1023	7,450	0,066	35,699	9,407	24,269	7,344
1	1	1	52	7,456	0,032	56,265	1,657	38,321	2,211
2	1	2	25	7,457	0,062	56,708	3,208	38,792	3,815
3	1	3	13	7,451	0,023	56,923	2,086	38,392	2,974
4	1	4	51	7,451	0,017	56,202	1,180	37,859	1,421
5	2	0	7	7,500	0,053	29,729	2,145	22,486	2,379
6	2	1	12	7,540	0,042	27,292	3,653	22,375	1,789
7	2	2	44	7,547	0,082	28,307	3,755	23,657	2,525
8	2	3	19	7,523	0,052	28,900	2,439	22,968	2,256
9	2	4	4	7,428	0,148	31,050	1,047	20,475	5,460
10	3	0	43	7,412	0,041	30,860	1,692	19,007	1,169
11	3	1	83	7,408	0,038	31,133	1,920	19,001	1,143
12	3	2	12	7,407	0,027	31,117	1,378	18,925	0,644
13	3	3	403	7,415	0,047	30,841	2,315	19,108	1,277
14	3	4	39	7,421	0,037	30,377	2,189	19,062	0,892
15	4	3	102	7,530	0,033	37,138	2,110	29,995	1,511
16	4	4	40	7,523	0,033	37,215	2,144	29,558	1,232
17	5	1	6	7,536	0,046	34,402	4,163	28,028	1,769
18	5	2	5	7,490	0,051	35,480	2,255	26,144	2,058
19	5	3	37	7,487	0,060	35,400	2,660	26,054	3,387
20	5	4	5	7,471	0,090	36,964	1,810	26,330	4,163
21	5	5	5	7,458	0,038	34,066	2,124	23,282	0,954



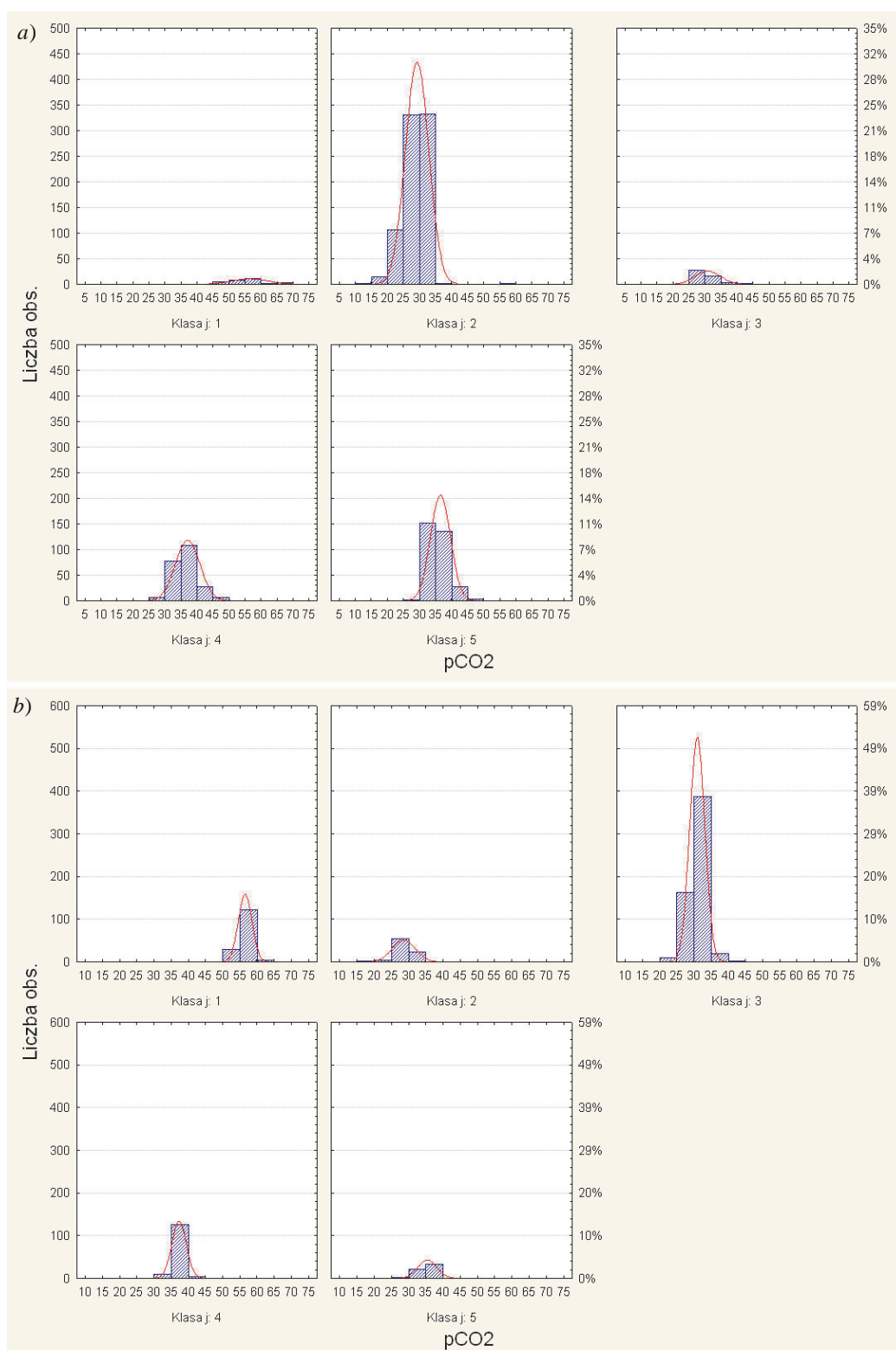
Rysunek 8.1. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa dla określonych zmiennych, a) Neurologia, b) Nefrologia



Rysunek 8.2. Histogramy klas decyzyjnych dla zmiennej pH, a) Neurologia, b) Nefrologia



Rysunek 8.3. Histogramy klas decyzyjnych dla zmiennej HCO3, a) Neurologia, b) Nefrologia



Rysunek 8.4. Histogramy klas decyzyjnych dla zmiennej pCO2, a) Neurologia, b) Nefrologia

Tablica 8.4. Charakterystyki dla zastosowanych sterowań u(N) pod warunkiem wystąpienia danej klasy j(N), a) Neurochirurgia, b) Nefrologia

a)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1095	7,516	0,061	31,596	6,447	24,701	5,052
u(N)	1		125	7,515	0,094	34,303	13,508	26,218	9,285
u(N)	2		35	7,483	0,065	34,529	5,069	25,500	6,110
u(N)	3		934	7,518	0,054	31,121	4,691	24,464	4,088
u(N)*j(N)	1	1	31	7,433	0,132	56,226	5,772	37,797	11,795
u(N)*j(N)	1	2	94	7,542	0,056	27,073	4,419	22,399	3,261
u(N)*j(N)	2	3	12	7,412	0,052	29,917	2,466	18,400	1,293
u(N)*j(N)	2	4	23	7,521	0,032	36,935	4,360	29,204	3,875
u(N)*j(N)	3	2	693	7,520	0,050	29,415	3,405	23,205	2,786
u(N)*j(N)	3	3	38	7,415	0,066	30,961	4,310	19,061	1,414
u(N)*j(N)	3	4	203	7,529	0,045	36,973	3,757	29,774	3,309

b)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1023	7,450	0,066	35,699	9,407	24,269	7,344
u(N)	1		17	7,458	0,048	47,547	11,609	32,500	7,442
u(N)	2		147	7,432	0,058	32,444	5,476	21,112	4,830
u(N)	3		859	7,453	0,068	36,021	9,649	24,647	7,486
u(N)*j(N)	1	1	10	7,445	0,029	56,790	1,591	37,710	1,872
u(N)*j(N)	1	3	3	7,415	0,018	31,333	1,704	19,400	0,458
u(N)*j(N)	1	4	3	7,541	0,007	37,133	0,971	30,767	0,764
u(N)*j(N)	1	5	1	7,475		35,000		24,900	
u(N)*j(N)	2	1	5	7,464	0,015	56,320	0,563	39,100	1,497
u(N)*j(N)	2	2	6	7,523	0,047	29,117	1,959	23,150	1,482
u(N)*j(N)	2	3	120	7,416	0,046	30,908	2,271	19,170	1,105
u(N)*j(N)	2	4	13	7,523	0,039	37,977	2,728	30,146	1,424
u(N)*j(N)	2	5	3	7,465	0,009	36,767	0,681	25,567	0,666
u(N)*j(N)	3	1	142	7,456	0,040	56,285	2,014	38,392	2,858
u(N)*j(N)	3	2	80	7,532	0,079	28,496	3,428	23,078	2,671
u(N)*j(N)	3	3	457	7,414	0,044	30,843	2,184	19,052	1,247
u(N)*j(N)	3	4	126	7,529	0,033	37,076	2,055	29,822	1,459
u(N)*j(N)	3	5	54	7,490	0,062	35,249	2,788	26,099	3,302

Tablica 8.5. Charakterystyki dla zastosowanych sterowań u(N) pod warunkiem wystąpienia danej klasy j(N), a) Neurochirurgia, b) Nefrologia

a)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1095	7,516	0,061	31,596	6,447	24,701	5,052
u(N)	1		125	7,515	0,094	34,303	13,508	26,218	9,285
u(N)	2		35	7,483	0,065	34,529	5,069	25,500	6,110
u(N)	3		934	7,518	0,054	31,121	4,691	24,464	4,088
u(N)*j(N)	1	1	31	7,433	0,132	56,226	5,772	37,797	11,795
u(N)*j(N)	1	2	94	7,542	0,056	27,073	4,419	22,399	3,261
u(N)*j(N)	2	3	12	7,412	0,052	29,917	2,466	18,400	1,293
u(N)*j(N)	2	4	23	7,521	0,032	36,935	4,360	29,204	3,875
u(N)*j(N)	3	2	693	7,520	0,050	29,415	3,405	23,205	2,786
u(N)*j(N)	3	3	38	7,415	0,066	30,961	4,310	19,061	1,414
u(N)*j(N)	3	4	203	7,529	0,045	36,973	3,757	29,774	3,309

b)

Efekt	C1	C2	Liczność	pH Średnia	pH Odch.st.	pCO2 Średnia	pCO2 Odch.st.	HCO3 Średnia	HCO3 Odch.st.
Ogól			1023	7,450	0,066	35,699	9,407	24,269	7,344
u(N)	1		17	7,458	0,048	47,547	11,609	32,500	7,442
u(N)	2		147	7,432	0,058	32,444	5,476	21,112	4,830
u(N)	3		859	7,453	0,068	36,021	9,649	24,647	7,486
u(N)*j(N)	1	1	10	7,445	0,029	56,790	1,591	37,710	1,872
u(N)*j(N)	1	3	3	7,415	0,018	31,333	1,704	19,400	0,458
u(N)*j(N)	1	4	3	7,541	0,007	37,133	0,971	30,767	0,764
u(N)*j(N)	1	5	1	7,475		35,000		24,900	
u(N)*j(N)	2	1	5	7,464	0,015	56,320	0,563	39,100	1,497
u(N)*j(N)	2	2	6	7,523	0,047	29,117	1,959	23,150	1,482
u(N)*j(N)	2	3	120	7,416	0,046	30,908	2,271	19,170	1,105
u(N)*j(N)	2	4	13	7,523	0,039	37,977	2,728	30,146	1,424
u(N)*j(N)	2	5	3	7,465	0,009	36,767	0,681	25,567	0,666
u(N)*j(N)	3	1	142	7,456	0,040	56,285	2,014	38,392	2,858
u(N)*j(N)	3	2	80	7,532	0,079	28,496	3,428	23,078	2,671
u(N)*j(N)	3	3	457	7,414	0,044	30,843	2,184	19,052	1,247
u(N)*j(N)	3	4	126	7,529	0,033	37,076	2,055	29,822	1,459
u(N)*j(N)	3	5	54	7,490	0,062	35,249	2,788	26,099	3,302

Tablica 8.6. Prawdopodobieństwa dla danych - Neurochirurgia, a) początkowe, b) sterowań c) przejść między klasami dla  $u=1$  (leczenie oddechowe), c) sterowań c) przejść między klasami dla  $u=2$  (leczenie farmakologiczne), d) sterowań e) przejść między klasami dla  $u=3$  (brak leczenia)

a)	Stan początkowy	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
	p(j) dla N=1	0,022	0,558	0,035	0,160	0,225

b)	j(N)	1	2	3	4	5
	u(N)					
	u(N)=1	1,000	0,012	0,000	0,000	0,000
	u(N)=2	0,000	0,000	0,273	0,108	0,000
	u(N)=3	0,000	0,876	0,727	0,893	1,000

c)	j(N)	1	2	3	4	5
	j(N-1)					
	1	0,536	0,036	0,000	0,250	0,179
	2	0,011	0,452	0,097	0,172	0,269
	3	0,0*	0,6*	0,4*	0,0*	0,0*
	4	0,0*	0,6*	0,0*	0,4*	0,0*
	5	0,0*	0,8*	0,0*	0,0*	0,2*

d)	j(N)	1	2	3	4	5
	j(N-1)					
	1	0,7*	0,0*	0,0*	0,3*	0,0*
	2	0,0*	0,0*	0,0*	0,8*	0,2*
	3	0,000	0,500	0,083	0,167	0,250
	4	0,000	0,261	0,000	0,391	0,348
	5	0,0*	0,0*	0,0*	0,9*	0,1*

e)	j(N)	1	2	3	4	5
	j(N-1)					
	1	0,536	0,036	0,000	0,250	0,179
	2	0,011	0,452	0,097	0,172	0,269
	3	0,0*	0,6*	0,4*	0,0*	0,0*
	4	0,0*	0,6*	0,0*	0,4*	0,0*
	5	0,0*	0,8*	0,0*	0,0*	0,2*



Tablica 8.7. Prawdopodobieństwa dla danych - Nefrologia, a) początkowe, b) sterowań c) przejść między klasami dla  $u=1$  (leczenie oddechowe), c) sterowań c) przejść między klasami dla  $u=2$  (leczenie farmakologiczne), d) sterowań e) przejść między klasami dla  $u=3$  (brak leczenia)

a)	Stan początkowy	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
	p(j) dla N=1	0,242	0,106	0,652	0,000	0,000

b)	$u(N)$ \ j(N)	1	2	3	4	5
	u(N)=1	1,000	0,124	0,000	0,000	0,000
	u(N)=2	0,000	0,000	0,273	0,107	0,000
	u(N)=3	0,000	0,876	0,727	0,893	1,000

c)	$j(N-1)$ \ j(N)	1	2	3	4	5
	1	0,700	0,100	0,200	0,000	0,000
	2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000
	4	0,333	0,000	0,000	0,667	0,000
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000

d)	$j(N-1)$ \ j(N)	1	2	3	4	5
	1	0,111	0,000	0,333	0,556	0,000
	2	0,000	0,667	0,167	0,000	0,167
	3	0,008	0,008	0,798	0,134	0,050
	4	0,333	0,000	0,250	0,333	0,083
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000

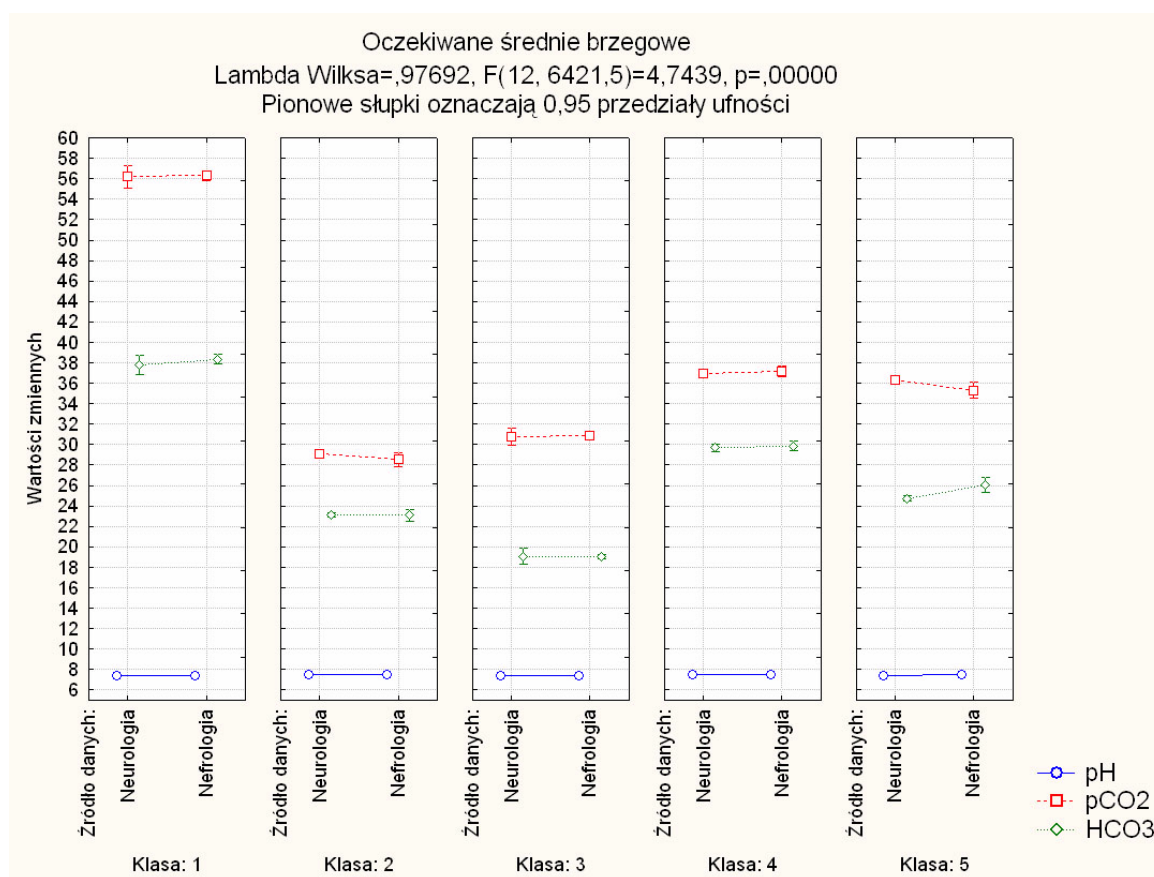
e)	$j(N-1)$ \ j(N)	1	2	3	4	5
	1	0,312	0,080	0,565	0,000	0,043
	2	0,313	0,500	0,138	0,000	0,050
	3	0,027	0,040	0,675	0,190	0,069
	4	0,371	0,032	0,290	0,274	0,032
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000

Tablica 8.8. Współczynniki korelacji Gamma dla zmiennych dyskretnych klas i sterowań oraz współczynniki korelacji Pearsona dla zmiennych ciągłych pH, HCO<sub>3</sub> i pCO<sub>2</sub>, a) Neurochirurgia, b) Nefrologia

Zmienna	u(N)	j(N)	Zmienna	pH	pCO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub>
u(N-1)	<b>0,230</b>	-0,036	pH	1,00	<b>-0,48</b>	<b>0,31</b>
j(N-1)	0,067	<b>0,376</b>	pCO <sub>2</sub>	<b>-0,48</b>	1,00	<b>0,67</b>
			HCO <sub>3</sub>	<b>0,31</b>	<b>0,67</b>	1,00

Zmienna	u(N)	j(N)	Zmienna	pH	pCO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub>
u(N-1)	<b>0,692</b>	0,075	pH	1,00	0,01	<b>0,48</b>
j(N-1)	-0,027	<b>0,366</b>	pCO <sub>2</sub>	<b>-0,24</b>	1,00	<b>0,87</b>
			HCO <sub>3</sub>	<b>0,48</b>	<b>0,87</b>	1,00



Rysunek 8.5. Wartości średnich i błędów standardowych dla klas decyzyjnych definiujących zmienne i źródła materiału empirycznego

Tablica 8.9. Charakterystyki dla zastosowanych sterowań  $u(N)$  pod warunkiem wystąpienia danej klasy  $j(N)$  - Neurochirurgia

a)

podkl	Źródło danych	Klasa $j(N)$	{1} 7,432	{2} 7,522	{3} 7,416	{4} 7,527	{5} 7,455	{6} 7,455	{7} 7,531	{8} 7,414	{9} 7,528	{10} 7,488
1	Neurologia	1		0,000	<b>0,915</b>	0,000	<b>0,268</b>	<b>0,336</b>	0,000	<b>0,575</b>	0,000	0,000
2	Neurologia	2	0,000		0,000	<b>0,933</b>	0,000	0,000	<b>0,890</b>	0,000	<b>0,964</b>	0,000
3	Neurologia	3	<b>0,915</b>	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000
4	Neurologia	4	0,000	<b>0,933</b>	0,000		0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	<b>1,000</b>	0,000
5	Neurologia	5	<b>0,268</b>	0,000	0,000	0,000		<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000
6	Nefrologia	1	<b>0,336</b>	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>		0,000	0,000	0,000	0,000
7	Nefrologia	2	0,000	<b>0,890</b>	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000		0,000	<b>1,000</b>	0,000
8	Nefrologia	3	<b>0,575</b>	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000
9	Nefrologia	4	0,000	<b>0,964</b>	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000		0,000
10	Nefrologia	5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	

b)

podkl	Źródło danych	Klasa $j(N)$	{1} 56,226	{2} 29,136	{3} 30,775	{4} 36,969	{5} 36,377	{6} 56,318	{7} 28,540	{8} 30,859	{9} 37,160	{10} 35,323
1	Neurologia	1		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000
2	Neurologia	2	0,000		0,011	0,000	0,000	0,000	<b>0,809</b>	0,000	0,000	0,000
3	Neurologia	3	0,000	0,011		0,000	0,000	0,000	0,002	<b>1,000</b>	0,000	0,000
4	Neurologia	4	0,000	0,000	0,000		<b>0,472</b>	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,013
5	Neurologia	5	0,000	0,000	0,000	<b>0,472</b>		0,000	0,000	0,000	<b>0,278</b>	<b>0,351</b>
6	Nefrologia	1	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000
7	Nefrologia	2	0,000	<b>0,809</b>	0,002	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000
8	Nefrologia	3	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000
9	Nefrologia	4	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	<b>0,278</b>	0,000	0,000	0,000		0,006
10	Nefrologia	5	0,000	0,000	0,000	0,013	<b>0,351</b>	0,000	0,000	0,000	0,006	

c)

podkl	Źródło danych	Klasa $j(N)$	{1} 37,797	{2} 23,109	{3} 19,076	{4} 29,716	{5} 24,738	{6} 38,371	{7} 23,083	{8} 19,078	{9} 29,872	{10} 26,051
1	Neurologia	1		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>0,987</b>	0,000	0,000	0,000	0,000
2	Neurologia	2	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000
3	Neurologia	3	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000
4	Neurologia	4	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000
5	Neurologia	5	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	<b>0,026</b>
6	Nefrologia	1	<b>0,987</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000
7	Nefrologia	2	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000
8	Nefrologia	3	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000
9	Nefrologia	4	0,000	0,000	0,000	<b>1,000</b>	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000
10	Nefrologia	5	0,000	0,000	0,000	0,000	<b>0,026</b>	0,000	0,000	0,000	0,000	

# Bibliografia

- [1] Bardossy A., Duckstein L., *Fuzzy Rule-based Modeling with Applications to Geophysical, Biological and Engineering Systems*, CRC Press Boca Raton, 1994
- [2] Bubnicki Z., *Algorytmy rozpoznawania dla prostych łańcuchów Markowa*. Prace Naukowe Inst. Cybernetyki Techn. Nr 1, Seria: Studia i Materiały Nr 1, Wrocław, 1972.
- [3] Bubnicki Z., Rozpoznawanie sytuacji technologicznej w systemach kompleksowej automatyzacji, [w:] *Systemy automatyki kompleksowej*, Ossolineum, Wrocław, 1969.
- [4] Burduk R., Kurzyński M.: *Możliwości zastosowania probabilistyczno-rozmytych metod rozpoznawania w diagnostyce medycznej*. W: *Biocybernetyka i inżynieria biomedyczna*. XI Krajowa konferencja naukowa. Pod red. Macieja Nałęcza. PAN Komitet Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, [PAN] Międzynarodowe Centrum Biocybernetyki. Warszawa, [2-4] grudzień 1999. T. 2. Sekc. 3. Sztuczne narządy wewnętrzne i biomateriały. Sekc. 4. Biomechanika. Sekc. 5. Informatyka medyczna. Sekc. 6. Sieci neuronowe. [B.m.: b.w. 1999] (Warsz.: Inst. Biocybern. Inż. Biomed. PAN) s. 727-731, 1 rys. bibliogr. 6 poz.
- [5] Ciskowski P. *Learning context-dependent neural nets Raport PRE /2002*, Politechnika Wrocławska May 2002 (praca doktorska)
- [6] Czogała E., *Teoria zbiorów rozmytych i probabilistycznych dla wspomagania decyzji w medycynie*, [w:] M. Nałęcz [red], *Problemy Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej*, tom V: Informatyka Medyczna, s.124, WKiŁ, Warszawa 1990
- [7] Dempster A. P. , *Upper and lower probability induced by a multivalued mapping*. Ann Math. Stat., 38, 325-339, 1967
- [8] Dempster A. P., *Upper and lower probability interference based on a sample from a finite univariate population*. Biometrika, 54, 515-528, 1967
- [9] Dempster A. P. *A generalization of Bayesian inference*. J. Roy. Stat. Soc. B 30, 205-247 1968
- [10] Dubois D., Prade H. *An Introduction to Possibilistic and Fuzzy Logics*, [w:] Schafer G., Pearl J., [red.] *Readings in Uncertain Reasoning*, Morgan Kaufmann Publ., Inc, San Mateo, California, s. 742, 1991
- [11] Elouedi Z., Mellouli K. Smets Ph. *Assessing sensor reliability for multisensor data fusion with the transferable belief model*. IEEE Trans. SMC B:34,782-787 (2004).
- [12] Fukunaga K., Hummels D.M.: *Leave-One-Out Procedures for Nonparametric Error Estimates*, IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intel., Vol. 11, No 4, 1989.
- [13] Gordon J., Shortliffe E.H., *The Dempster-Shafer Theory of Evidence*, [w:] Schafer G.

- Pearl J., [red.] *Readings in Uncertain Reasoning*. Morgan Kaufmann Publ., Inc., San Mateo, California, 1991
- [14] Haralick R. M., Decision Making in Context, *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-5, s.417, 1983.
- [15] Hayes-Roth F., Waqterman D.A., Lenat D.B., *Building Expert Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1983.
- [16] Hong, X., Liu, W. Scanlon, W. *Enhancing model-based diagnosis with belief functions for fault management*. Proceedings of the 2003 UK Workshop on Computational Intelligence, 63-67. 1-3 September, Bristol, UK. 2003,
- [17] Hong, X., Liu, W. and Adamson, K. *A parallel approach to evidence combination on qualitative Markov trees*. The 4th International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT), IEEE Press.2003
- [18] Kacprzyk J., *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa 2001
- [19] Kłopotek M.A., *Metody identyfikacji i interpretacje struktur rozkładów przekonan w teorii Dempstera-Shafera*, Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1998
- [20] Kłopotek M.A., Michalewicz M., Wierzchoń S. T., Ekspertowo-statystyczny system wspomagania procesu diagnostyki medycznej[w:] Traczyk W. [red.] *problemy sztucznej inteligencji*, s.115, Wiedza i Życie, Warszawa, 1995.
- [21] Kostka P., Pośpiech-Kurkowska S. , Gertych A. , Straszecka E. , Marcisz C., *Medical Database for the Research Work on a Diagnosis Support* - Proc. European Symposium on Intelligent Techniques ESIT pp. 98-100 Aachen, Germany, 2000
- [22] Kulikowski J., *Cybernetyczne układy rozpoznające*, PWN, Warszawa, 1972
- [23] Kurzyński M., Woźniak M., Żołnierek A., *Analiza przydatności wybranych metod rozpoznawania sekwencyjnego dla problemu z zakresu diagnostyki medycznej*, Inteligentne Wydobywanie Informacji, Technologie Informacyjne: Diagnostyka. PWNT Gdańsk 2007.
- [24] Kurzyński M., Woźniak M., Jackowski K.: *Rule-Based Algorithms, Probabilistic Method, Neural Networks and Fuzzy Systems Applied to the Sequential Diagnosis Problem – A Comparative Study*, Proceedings of World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, Nice (Italy) 1997.
- [25] Kurzyński M.: *Benchmark of Approaches to Sequential Diagnosis*, Artificial Neural Networks in Biomedicine, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998.
- [26] Kurzynski, M.: *Multistage diagnosis of myocardial infraction using a fuzzy relation*, In L. Rutkowski, R. Tadeusiewicz (Eds.), Artificial intelligence in soft computing, Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 2004, 1014-1019.
- [27] Kurzyński, M. Żołnierek, A.: Sequential pattern recognition: naive Bayes versus fuzzy relation method . In M. Mohammadian (Ed.), Proceedings International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control & Automation CIMCA 2005, Los Alamitos, IEEE Computer Society Press 2005, 1165-1170.
- [28] Kurzyński M., Złożone metody rozpoznawania [w:] M. Nałęcz [red], *Problemy Bio-cybernetyki i Inżynierii Biomedycznej*, tom V: Informatyka Medyczna, s.159, WKiŁ, Warszawa 1990.
- [29] Kurzyński M., *Algorytmy rozpoznawania wieloetapowego oraz ich zastosowania medyczne i techniczne*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1987
- [30] Kurzyński M., *Sequential Classification Via Fuzzy Realations*, Artificial Intelligence and

- Soft Computing - ICAISC2006, 8th International Conference, Zakopane, Poland, June 2006.
- [31] Kurzyński M., Żołnierek A., A Recursive Classifying Decision Rule for Second-Order Markov Chains, *Control and Cybernetics*, Vol. 9, No., No. 3, s. 141, 1980
- [32] Kurzyński M.: *Fuzzy inference systems for multistage diagnosis of acute renal failure in children*. W: Medical data analysis. 4th International Symposium, ISMDA 2003. Proceedings. Petra Perner, Rudiger Brause, Herman-Georg Holzhutter (eds). (Lecture Notes in Computer Science, ISSN 0302-9743; s. 99-108, 3 rys. 3 tab. bibliogr. 8 poz. vol. 2868) Berlin, October 9-10, 2003. Berlin [i in.]: Springer, cop. 2003
- [33] Kurzyński M.: *Fuzzy inference systems for multistage pattern recognition - application to medical diagnosis*. W: Proceedings of the Third IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications. Ed. M. H. Hamza.s. 348-353, 3 rys. 3 tab. bibliogr. 12 poz. Anaheim [i in.]: Acta Press, cop. 2003 [Benalmadena, Spain, September 8-10, 2003].
- [34] Kurzyński M.: *Wykorzystanie wiedzy eksperta i danych empirycznych we wspomaganiu diagnostyki medycznej*. W: Kompendium informatyki medycznej. Red. Radosław Zajdel [i in.]. s. 298-312, 1 rys. 1 tab. bibliogr. 16 poz. Bielsko-Biała: Alfa Medica Press, cop. 2003
- [35] Kurzyński M.: *Probabilistic algorithms, neural networks and fuzzy system applied to the multistage diagnosis of acute abdominal pain - a comparative study of methods*. W: 9th International Conference on Neural Information Processing. s. 1 rys. 3 tab. bibliogr. 9 poz. Współwyd.: 4th Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution and Learning ; 1st International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery CD-ROM ICONIP '02 [Dokument elektroniczny]. Lipo Wang [i in.] (eds). Singapore, November 18-22, 2002. Singapore: Nanyang Technological University [2002, 5]
- [36] Kurzyński M.: *Multistage Bayes approach versus neural network to the computer-aided myocardial infraction diagnosis*. W: Advancement of medicine and health care through technology - the challenge to biomedical engineering in Europe. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference. EMBEC '02. Proceedings. Eds Helmut Hutten, Peter Krosł. Vienna, December 04-08, 2002.(IFMBE Proceedings, ISSN 1680-0737; s. 762-763, 1 rys. 2 tab. bibliogr. 8 poz. vol. 3) Pt. 1. Graz: Verlag TU, cop. 2002
- [37] Kurzyński M.: *Fuzzy inference systems for multistage diagnosis of acute renal failure in children*. W: Medical data analysis. 4th International Symposium, ISMDA 2003. Proceedings. Petra Perner, Rudiger Brause, Herman-Georg Holzhutter (eds).(Lecture Notes in Computer Science, ISSN 0302-9743; s. 99-108, 3 rys. 3 tab. bibliogr. 8 poz. vol. 2868) Berlin, October 9-10, 2003. Berlin [i in.]: Springer, cop. 2003
- [38] Kurzyński M.: *Fuzzy inference systems for multistage pattern recognition - application to medical diagnosis*. W: Proceedings of the Third IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications. Ed. M. H. Hamza. Anaheim [i in.]: Acta Press, cop. 2003 s. 348-353, 3 rys. 3 tab. bibliogr. 12 poz. [Benalmadena, Spain, September 8-10, 2003].
- [39] Kurzyński M.: *Rozpoznawanie obiektów - Metody statystyczne*, s.140-141, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997
- [40] Kurzyński M., *Analiza porównawcza algorytmów rozpoznawania z uczeniem łańcuchów Markowa*, Komunikat Inst. Cyb. Techn. Pol. Wr. nr 110, 1974, (praca doktorska)
- [41] Kurzyński M., Woźniak M., *Rozpoznawanie sterowanych łańcuchów Markowa z reprezentacją wiedzy i ciągiem uczącym w zastosowaniach do sekwencyjnego zadania*

- diagnostyki medycznej*, Materiały III Krajowej Konferencji Naukowej Komputery w Medycynie, tom 2, s. 174, Łódź 1994
- [42] Kurzyński M., Woźniak M., Rule-based algorithms with learning for the recognition of controlled Markov chains, *Proc. of 3rd Workshop on Uncertainty Processing in Expert Systems*, Trest (Czechy)
- [43] Kurzyński M., Woźniak M., Blinowska A., Combinet recognition Algorithm for Controlled Markov chains applied to the medical diagnosis, proc. of the 3<sup>th</sup> *Conference of Pattern Recognition*, Minsk, 1995.
- [44] Kurzyński M., Żolnierek A., A Recursive Classifying Decision Rule for Second-Order Markov Chains, *Control and Cybernetics*, Vol. 9, No., No. 3, s. 141, 1980
- [45] Langlotz C.P., Fagen L.M., Tu S.W., Sikic B.I., Shortliffe E.H., A Therapy Planning Architecture That Combines Decision Theory and Artificial Intelligence Techniques [w:] Schafer G., Pearl J., [red.] *Readings in Uncertain Reasoning*, Morgan Kaufmann Publ., Inc, San Mateo, California, 1991
- [46] Liu, W., Hong, J. *Re-investigating Dempster's idea on evidence combination*. Knowledge and Information Systems Vol 2, No.2: 223-241 (2000)
- [47] Łachwa A., *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT Warszawa 2001
- [48] Łęski J., Czogała E., *A new artificial neural network based fuzzy inference system with moving consequents in if-then rules*, BUSEFAL, Vol.71, 1997, pp.72-81.
- [49] Łęski J., Henzel N., Rozentryt P., *Diagnostyka autonomicznego układu nerwowego przy pomocy systemu neuronowo-rozmytego analizującego sygnał HRV w podpasmach widmowych*, IV Krajowa Konferencja Techniki Informatyczne w Medycynie, Jaszowiec , 1999, pp. SI13-SI20.
- [50] Łęski J., *Uogólniona metoda rozmytego grupowania warunkowego*, IV Krajowa Konferencja Techniki Informatyczne w Medycynie, Jaszowiec , 1999, pp. SI3-SI11.
- [51] Łęski J., Henzel N., *A neuro-fuzzy system based on logical interpretation of if-then rules*, International Journal Applied Mathematics and Computer Sciences, Vol. 10, No.4, 2000, pp. 703-722.
- [52] Łęski J., *An  $\epsilon$ -intensitive approach to fuzzy clustering*, International Juurnal Applied Mathematics and Computer Sciences, Vol.11, No.4, 2001, pp.993-1007
- [53] Łęski J., *Zbiory rozmyte i ich interpretacja. Wprowadzenie do teorii możliwości*, Wydawnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2001, ss. 469-479.
- [54] Mulawka J.J., *Systemy ekspertowe*, WNT, Warszawa 1996
- [55] Osegueda R. A. , Seelam S. R. , B.. *Statistical and Dempster-Shafer techniques in testing structural integrity of aerospace structures* . Mulupuru, and V. Kreinovich (2003) Journal:Paper No.5047-18, to appear in NDE for Health Monitoring and Diagnostics,SPIE, San Diego, CA, March
- [56] Pearl J., *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Network of Plausible Inference*, Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, California, 1991
- [57] Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999
- [58] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Łódź 1999.
- [59] Shortliffe E. H., *Computer-Based Medical Consultation: MYCIN*, Elsevier/North Holland, New York, 1976
- [60] Smets Ph. *Theory of Evidence and Medical Diagnostic*. Medical Informatics Europe 78. J. Anderson, ed. Springer Verlag, Berlin, 285-291 (1978) .

- [61] Straszecka E., *Combining Medical Information in Dempster-Shafer Theory of Evidence* - Proc. Fifth Conference Neural Networks and Soft Computing, Zakopane, pp.580-584 June 6-10, 2000,
- [62] Straszecka E., Straszecka J., Interpretation of Medical Symptoms Using Fuzzy Focal Elements, 4<sup>th</sup> *International Conference on Computer Recognition Systems - CORES2005*, Rydzyna (Poland) 22-25 May 2005
- [63] Straszecka E., Straszecka J., *Medical Reasoning with Fuzzy and Uncertain Symptoms* - Proc. European Symposium on Intelligent Techniques pp. 101-103 ESIT 2000 Aachen, Germany
- [64] Straszecka E., Straszecka J., Marcisz Cz. *Teoria Dempstera-Shafera a wspomaganie diagnozy medycznej*. Materiały XI Krajowej Konferencji Naukowej Biocybernetyka i Inżynieria Biomedyczna, ss. 732-736 Warszawa, Grudzień 1999,
- [65] Tadeusiewicz R., Flasiński M., *Rozpoznawanie obrazów*, PWN, Warszawa, 1991.
- [66] Wang H. , Bell D., *Extended k-nearest neighbours based on evidence theory*, Submitted to The Computer Journal, April 2003
- [67] Waterman D.A., *A guide to expert systems*, Addison-Wesley, 1986
- [68] Wierchoń S.T., *Metody reprezentacji i przetwarzania informacji niepewnej w ramach teorii Dempstera-Shafera*, Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1996
- [69] Woźniak M., Podstawy komputerowego rozpoznawania sterowanych łańcuchów Markowa z regułami eksperta i ciągiem uczącym - algorytmy i ich zastosowanie w diagnostyce medycznej, *Raport PRE 2/96*, Politechnika Wroclawska (praca doktorska)
- [70] Yager R. R., Filev D. P., Including probabilistic uncertainty in fuzzy logic controller modelling using Dempster-Shafer theory, *IEEE Trans. On Systems. Man and Cybernetics*, 25, No.8 (1995) 1221-1230.
- [71] Yager R. R., Uncertainty modeling and decision support, *Reliability Engineering and system safety* 85 (2004) 341-354.
- [72] Zhu H. ,Basir O. , *Feature Region-Merging Based Fuzzy Rules Extraction for Pattern Classification*, IEEE international Conference on Fuzzy Systems(FUZZ-IEEE2003), pp. 696-701, 2003
- [73] Zhu H., Basir O., *Connectionist based Dempster-Shafer evidential reasoning for data fusion*, Int. Joint Conf. on Neural Networks (IJCNN2004), July 26 - 29, Budapest, 2004
- [74] Zhu H, Basir O., *Adaptive Fuzzy Evidential Reasoning with Information Theoretic Discounting for Robust Brain Tissue Classification*, 5th International Symposium on Soft Computing for Industry (WAC-ISSCI), SEVILLE, Spain, June 28 – July 1, 2004
- [75] Żolnierek A., Rubacha B.: *The empirical study of the naive Bayes classifier in the case of Markov chain recognition task*. W: Computer recognition systems. Marek Kurzyński [i in.] (eds). Berlin [i in.]: Springer, cop. 2005 (Advances in Soft Computing, ISSN 1615-3871) s. 329-336, 1 tab. bibliogr. 12 poz. Referat z 4th International Conference on Computer Recognition Systems CORES '05. Rydzyna, Poland, May 22-25, 2005
- [76] Żolnierek A., Madecki G.: *The pattern recognition algorithm for Markov chains with fuzzy features vector - simulation investigations*. W: Modelling and simulation of systems. Proceedings of the [39th] conference. Ed. Jan Stefan. [Hradec nad Moravici, Czech Republic, April 19-21, 2005].(Acta MOSIS; s. 49-55, 2 rys. 4 tab. bibliogr. 13 poz. nr 102) Ostrava: MARQ 2005
- [77] Żolnierek A.: *The algorithm of learning in the complex recognition-control system*.W: Advanced simulation of systems. Proceedings of the XXVIth International Autumn Col-



- 
- loquium. Ed. Jan Stefan. [Sv. Hostyn, Czech Republic, 22-24 September 2004]. Ostrava: MARQ 2004 (Acta MOSIS; s. 98-103, bibliogr. 12 poz. nr 98)
- [78] Żolnierek A.: *The pattern recognition algorithm for second-order Markov chains with learning-simulation investigations*. W: Modelling and simulation of systems. Proceedings of the [38th] conference. Ed. Jan Stefan. [Roznov pod Radhostem, Czech Republic, April 19-21, 2004]. (Acta MOSIS; s. 129-134, 2 rys. bibliogr. 10 poz. nr 95) Ostrava: MARQ 2004
- [79] Żolnierek A.: *The pattern recognition algorithm for controlled Markov chains with learning and additional classifier*. W: Advanced simulation of systems. Proceedings of the XXVth International Autumn Colloquium. Ed. Jan Stefan. [Sv. Hostyn, Czech Republic, September 8-10, 2003]. (Acta MOSIS; s. 103-107, bibliogr. 12 poz. nr 93) Ostrava: MARQ 2003
- [80] Żolnierek A.: *Pattern recognition algorithm with learning for second-order Markov chains*. W: Computer recognition systems. [3rd Conference on Computer Recognition Systems - KOSYR 2003]. Eds Marek Kurzyński, Edward Puchała, Michał Woźniak. [Miłków, 26th - 29th May 2003]. Wrocław: Chair of Systems and Computer Networks. s. 419-424, bibliogr. 13 poz. Wrocław University of Technology 2003
- [81] Żolnierek A.: *The simulation investigations of pattern recognition algorithm for second-order Markov chains*. W: Modelling and simulation of systems. Proceedings of the [37th] conference. Ed. Jan Stefan. [Brno, Czech Republic, April 28-30, 2003]. (Acta MOSIS; s. 29-35, 2 rys. 1 tab. bibliogr. 14 poz. nr 92) Ostrava: MARQ 2003
- [82] Żolnierek A.: *The simulation investigations of pattern recognition algorithms for controlled Markov chains*. W: Advanced simulation of systems. Proceedings of the XIVst [właśc. XIVth] International Autumn Colloquium. Ed. Jan Stefan. [Krnov, Czech Republic, September 9-11, 2002]. (Acta MOSIS; s. 61-66, 2 rys. bibliogr. 13 poz. nr 90) Ostrava: MARQ 2002
- [83] Żolnierek A., *Rozpoznawanie łańcuchów Markowa z zastosowaniem do diagnostyki medycznej, Raport PRE 18/85*, Politechnika Wrocławska 1985 (praca doktorska)