

Aneta Sobiechowska-Ziegert

Politechnika Gdańska

PROGNOZOWANIE OSTRZEGAWCZE W MAŁEJ FIRMIE

Streszczenie: W artykule pokazano możliwości zastosowania prostych metod prognostycznych do ostrzegania w małej firmie przed niekorzystnymi zjawiskami. Przedmiotem badań jest sprzedaż, a ze względu na występowanie w szeregu czasowym sezonowości w celu wyznaczenia sygnałów ostrzegawczych dokonano porównań trendów prognozowanych i rzeczywistych w okresach jednoimiennych za pomocą pierwszych różnic. Do prognozowania sprzedaży wykorzystano proste modele trendu z sezonowością i modele autoregresyjne oraz metodę wygładzania wykładniczego Browna w wersji z addytywnymi odchyleniami sezonowymi. Zastosowana metodologia pozwoliła na uzyskanie obiecujących wyników w zakresie zarówno dokładności prognoz sprzedaży, jak i poprawności w ostrzeganiu przed kontynuacją niekorzystnych trendów.

Słowa kluczowe: prognozy ostrzegawcze, prognozowanie sprzedaży, sezonowość.

1. Wstęp

Systemy ostrzegania opisywane szeroko w literaturze dotyczą dwóch zagadnień – prognoz ostrzegawczych oraz monitorowania samych prognoz. Zadaniem pierwszych jest ostrzeganie przed niekorzystnymi zjawiskami, przy czym sformułowanie przedmiotu prognozy ma tutaj znaczenie kluczowe ze względu na wybór metodologii jej wyznaczania.

Przy prognozach pierwszego rodzaju korzysta się często z miernika zmienności losowej (lub współczynnika wyrazistości) i formułuje się prognozę ostrzegawczą wtedy, gdy przekracza on 10% poziom krytyczny. Do wyznaczania prognoz drugiego rodzaju wykorzystuje się często różnego rodzaju karty kontrolne, z których najprostsze wymagają umieszczenia na nich empirycznych punktów stanowiących podstawę wniosku o zmianie lub stałości wartości oczekiwanej badanej zmiennej. Na kartach tych zaznacza się linię centralną – na poziomie średniej arytmetycznej badanej zmiennej w okresie testowym, oraz linie kontrolne, umieszczone po obu stronach linii centralnej w odległości jednego i dwóch (lub trzech) odchyłeń standardowych. Sygnały ostrzegawcze pojawiają się po przekroczeniu linii kontrolnych przez pojedyncze punkty empiryczne lub ich kombinacje. W przypadku gdy badane zjawisko charakteryzowane jest przez wiele zmiennych, stosuje się zagregowaną

wartość ostrzegawczą jako średnią ważoną sygnałami ostrzegawczymi tych zmiennych z okresu testowego [Huang, Wang 2005]. W prognozach drugiego rodzaju wykorzystywana jest również metoda różnic zaproponowana przez Hellwiga w 1985 r. dla szeregu czasowego bez zmian sezonowych (za [Dittmann 1997]), w której sygnały ostrzegawcze formułuje się wtedy, gdy w co najmniej dwu kolejnych okresach drugie różnice szeregu wygładzonego trendem pełzającym są ujemne. Prognozy ostrzegawcze trzeciego rodzaju wyznacza się wtedy, gdy sformułowana została prognoza typu drugiego (o niekorzystnej zmianie tendencji). Metodami wykorzystywanymi w tego typu prognozach są przede wszystkim te, które polegają na ekstrapolacji dotychczasowych prawidłowości, czyli modele trendu, modele autoregresyjne czy modele trendów jednoimiennych okresów.

Monitorowanie prognoz polega na sprawdzaniu jakości prognoz i ostrzeganiu przed dezaktualizacją metody prognozowania. Najczęściej do monitorowania wykorzystuje się karty kontrolne, na których zaznacza się błędy *ex post*, a linie kontrolne i sygnały ostrzegawcze generowane są na podstawie średnich kwadratowych błędów z okresu testowego [Croux, Gelper, Mahieu 2011], sumy błędów w stosunku do średniego odchylenia absolutnego – metoda CUSUM zdefiniowana przez Browna w 1962 r. (za [Reynolds, Day, Lancaster 2001]), lub błędów wygładzonych wykładniczo – metoda zdefiniowana przez Triggsa w 1964 r. i zmodyfikowana przez Li, Langego i Stocksa w 2012 r. [Li, Lange, Stocks 2012]. Proste metody wyznaczania linii kontrolnych i sygnałów ostrzegawczych służących do monitorowania prognoz można znaleźć również w pracy Dittmanna [2008].

Celem artykułu jest pokazanie możliwości zastosowania prostych metod prognostycznych do ostrzegania w małej firmie¹ przed niekorzystnymi zjawiskami. Przy czym chodzi tu o zastosowanie metody pozwalającej na wyznaczenie prognozy badanej zmiennej i wnioskowanie o tym, czy jest ona niekorzystna dla firmy. Przeprowadzone badania dotyczą krótkookresowych prognoz sprzedaży (okres prognozowania $T = n + 1$) w przypadku, gdy ta charakteryzuje się sezonowością. Do badania wykorzystano miesięczne dane dotyczące sprzedaży paliw ogółem, pochodzące z firmy PPHU Canpol, właściciela stacji paliw w Człuchowie, z okresu 2006.01-2011.12, przy czym pierwszym okresem prognozowania był styczeń roku 2008. W wyniku prognozowania otrzymano 48 prognoz sprzedaży paliw ogółem. Sprzedaż uznano za stymulantę, więc zapowiedź trendu spadkowego lub jego pogłębienia traktowano jako prognozę ostrzegawczą. Ze względu na występowanie w szeregu czasowym sezonowości dokonano porównań trendów prognozowanych i rzeczywistych w okresach jednoimiennych za pomocą pierwszych różnic.

¹ Przez pojęcie małej firmy autorka rozumie te przedsiębiorstwa, które ze względu na ograniczone zasoby nie tworzą systemu prognostycznego, baz danych na potrzeby prognozowania itp. Przy czym małą firmę można również rozumieć zgodnie z definicją przyjętą w polskim prawie.

2. Metodologia konstrukcji prognoz ostrzegawczych

Do prognozowania sprzedaży na podstawie szeregu czasowego z sezonowością zastosowano dwie metody prognostyczne, przy założeniu dostępności 24 obserwacji miesięcznych. Jest to bardzo ograniczona, lecz wystarczająca liczebność pozwalająca na zaobserwowanie zmian sezonowych, a jednocześnie na aproksymację trendów funkcjami liniowymi. Obie metody wykorzystywały założenie aktualizacji informacji polegające na dołączaniu do szeregu czasowego nowo napływających danych i odrzucaniu informacji najstarszych. Pierwsza metoda polegała na zastosowaniu modeli trendów z sezonowością, a w przypadku trendów nieistotnych statystycznie – modeli autoregresyjnych. Druga polegała na wygładzeniu szeregu czasowego metodą wygładzania wykładniczego Browna² w wersji z addytywnymi odchyleniami sezonowymi, a następnie na wyznaczeniu prognozy według wzoru [Zeliaś 2003]:

$$y_T = z_T + g_j(t), \quad (1)$$

gdzie: y_T – wartość prognozy badanej zmiennej,

z_T – wartość zmiennej oczyszczonej z wahań sezonowych prognozowana metodą wygładzania wykładniczego,

$g_j(t)$ – odchylenie sezonowe dla j -tego sezonu ($j = 1, 2, \dots, m$).

Dla małej firmy każda prognoza zapowiadająca spadek sprzedaży jest prognozą ostrzegawczą. Jeśli dodatkowo zapowiada pogłębienie takiej niekorzystnej tendencji, oznacza to, że należy przedsięwziąć kroki zaradcze w postaci np. aktywizacji sprzedaży, zmiany polityki cen, działań zmierzających do poprawienia oferty rynkowej itp. Dla potrzeb badania w celu wykrycia trendów oraz porównania trendów prognozowanych z rzeczywistymi wykorzystano różnice jednoimienne. Ze względu na założenie ograniczające ilość analizowanych danych wykorzystano tylko różnice rok do roku, w każdym prognozowanym miesiącu. Otrzymano zatem ciąg różnic prognozowanych (ΔT) według wzoru:

$$\Delta_T = y_T - y_{t-m+1}, \quad (2)$$

gdzie: y_T – wartość prognozy w okresie prognozowanym,

y_{t-m+1} – wartość rzeczywista zmiennej prognozowanej w okresie jednoimiennym,

m – liczba faz w cyklu (dla danych miesięcznych $m = 12$),

oraz, po aktualizacji danych, ciąg różnic rzeczywistych według wzoru:

$$\Delta_t = y_t - y_{t-m}. \quad (3)$$

² W badaniach nie zastosowano wygładzenia wykładniczego Wintersa, które jest metodą powszechnie używaną w przypadku wahań sezonowych ze względu na ograniczenie dotyczące liczby dostępnych danych do analizy.

Z punktu widzenia prognoz ostrzegawczych bardziej istotne niż bezwzględna wartość jest znaczenie prognozowanej różnicy jednoimiennej w porównaniu z poprzednią rzeczywistością oraz to, czy po aktualizacji różnice prognozowane i rzeczywiste są do siebie zbliżone. W tabeli 1 przedstawiono możliwe do otrzymania przypadki różnic, ich znaczenie oraz propozycję kodowania.

Tabela 1. Znaczenie prognozowanych różnic jednoimiennych w porównaniu z rzeczywistymi oraz propozycja ich kodowania

| Lp. | Przypadek | Znaczenie | Kod |
|-----|--|---|-----|
| 1 | $\Delta_T > \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T > 0, \Delta_{t-1} > 0$ | Pogłębianie się trendu malejącego | -3 |
| 2 | $\Delta_T < \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T < 0, \Delta_{t-1} < 0$ | Trend malejący, ale spadki prognozowane są mniejsze (trend zwalniający) | -2 |
| 3 | $\Delta_T > \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T < 0, \Delta_{t-1} < 0$ | Zmiana trendu z rosnącego na malejący | -1 |
| 4 | $\Delta_T < \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T < 0$ | Zmiana trendu z malejącego na rosnący | 1 |
| 5 | $\Delta_T > \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T > 0$ | Trend rosnący, ale wzrosty prognozowane są mniejsze (trend zwalniający) | 2 |
| 6 | $\Delta_T < \Delta_{t-1}$ i $\Delta_T > 0, \Delta_{t-1} > 0$ | Trend rosnący coraz szybciej | 3 |

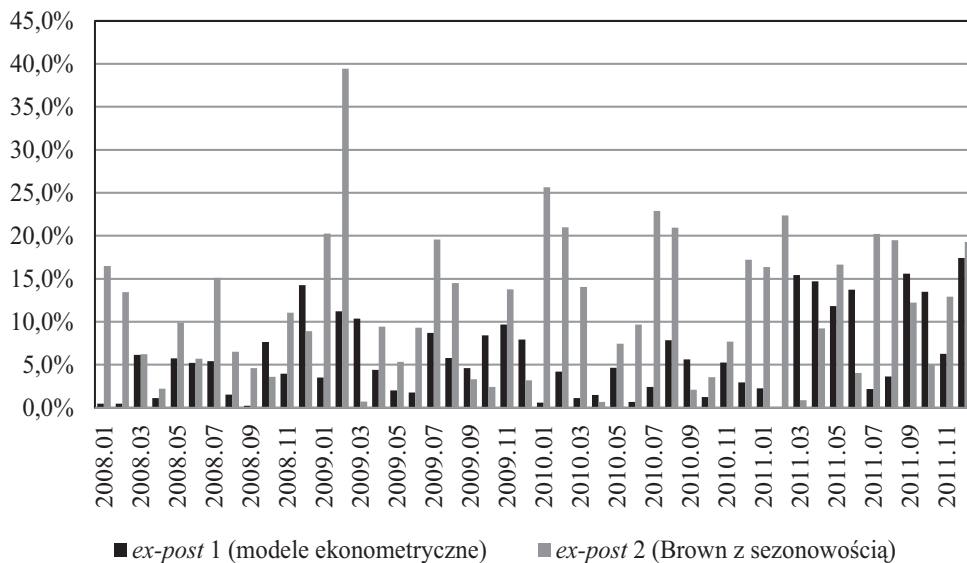
Źródło: opracowanie własne.

Wprawdzie zaistnienie sytuacji opisanej kodem -1 lub 1 nie musi oznaczać kontynuacji określonego trendu w przyszłości, ale powinno się zwrócić szczególną uwagę na pojawiające się określone sekwencje tych kodów. Do takich należą: 2,-1 – sekwencja, która oznacza prawdopodobnie niekorzystną zmianę trendu, oraz -2,-3, która oznacza pogłębiający się trend malejący.

3. Konstrukcja prognoz ostrzegawczych na przykładzie sprzedaży stacji paliw

W przypadku modeli ekonometrycznych wszystkie otrzymane prognozy były dopuszczalne, ich względne błędy *ex ante* nie przekraczały 10%. W przypadku wygładzania wykładniczego miarą dopuszczalności prognoz był średni kwadratowy błąd prognoz wygasłych w okresie testowym. Tylko w jednym przypadku, w okresie, w którym obserwowano zmianę trendu z malejącego na rosnący, błąd ten przekroczył 10%. Metodą dokładniejszą okazała się metoda wykorzystująca trendy liniowe z sezonowością lub modele autoregresyjne, które lepiej sprawdzały się w sytuacji stabilizacji tendencji lub przy zmianie trendu z malejącego na rosnący. Średni kwadratowy błąd prognoz wygasłych w okresie objętym prognozą wyniósł 7,76% (dla porównania w metodzie Browna błąd ten wyniósł 13,63%). W obu metodach otrzy-

mywano przeciętnie niedoszacowane prognozy. Rysunek 1 przedstawia otrzymane błędy *ex post*, pozwalające na porównanie dokładności obu metod.

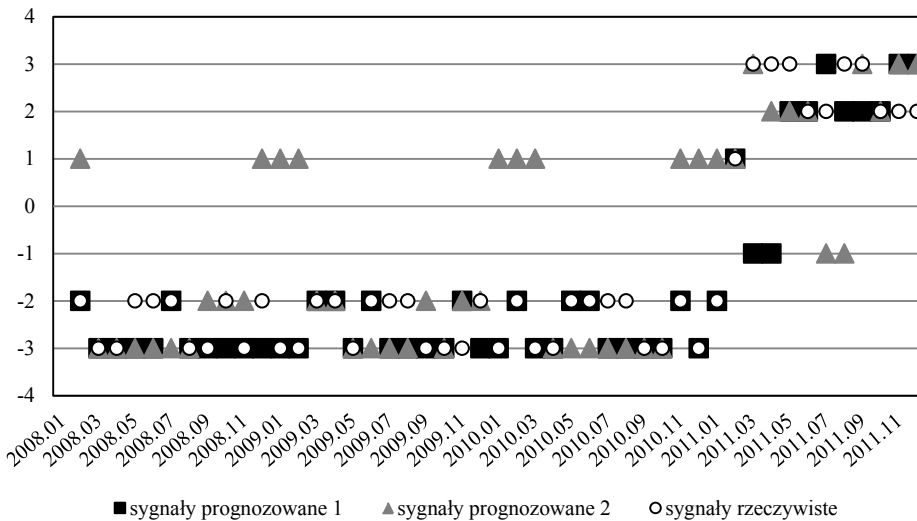


Rys. 1. Względne błędy *ex post* dla prognoz otrzymanych za pomocą prostych modeli ekonometrycznych oraz metodą Browna z sezonowością

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych firmy Canpol.

W zakresie prognozowania różnic jednoimiennych znacznie lepsza okazała się metoda ekonometryczna, dzięki której otrzymano ponad 95% zgodnych trendów, tylko w dwóch przypadkach na 48 otrzymano całkowicie odmienny trend w porównaniu z rzeczywistym. Metoda Browna w analizowanym przykładzie zapowiadała trend odmienny od rzeczywistego aż 13 razy (73% zgodnych trendów – zob. tab. 2 w załączniku).

W zakresie sygnałów ostrzegawczych dla omawianego przykładu otrzymano wyniki przedstawione na rys. 2. Porównując sygnały otrzymane za pomocą obu wykorzystanych w badaniu metod, można zauważyć, że modele ekonometryczne i otrzymane na ich podstawie prognozy zapowiadały określone sytuacje (opisane w tab. 1) z większą dokładnością niż metoda Browna. Ponad połowa wszystkich prognozowanych sygnałów otrzymanych metodami ekonometrycznymi była identyczna z sygnałami rzeczywistymi (ok. 62%). Tylko w dwóch przypadkach otrzymano całkowicie odmienny sygnał od otrzymanego w rzeczywistości (zob. tab. 2 w załączniku).



Rys. 2. Sygnały prognozowane i rzeczywiste na podstawie prognoz otrzymanych metodami ekonometrycznymi (1) oraz za pomocą wygładzania Browna z sezonowością (2)

Źródło: opracowanie własne.

4. Zakończenie

W wyniku przeprowadzonych badań otrzymano prognozy ostrzegawcze III rodzaju, które następnie poddane zostały dalszym analizom. Zastosowane prognozowane i rzeczywiste różnice w okresach jednoimiennych pozwoliły na sformułowanie sygnałów zapowiadających określone kształtowanie się sprzedaży w okresie prognozowanym – wzrost lub spadek. Zastosowana metodologia jest prosta do zastosowania w małej firmie w przypadku zmiennych o charakterze stymulant, charakteryzujących się sezonowością i ze względu na obiecujące wyniki jest warta uwagi i dalszych badań, zwłaszcza w kierunku zwiększenia jej czułości na zmiany trendu. Jej zaletą jest to, że pozwala na wnioskowanie w momencie wyznaczania prognoz ilościowych oraz nie jest ograniczona miarami rozkładu badanej zmiennej z przeszłości, tak jak to bywa w przypadku kart kontrolnych. Nie jest również skomplikowana obliczeniowo, gdyż ograniczenie liczby danych pozwala na zastosowanie trendów liniowych. Wadą metody może być konieczność uaktualniania modelu trendu (lub budowania modelu autoregresyjnego) w momencie pojawienia się nowej informacji, ale powoduje to również zwiększenie dokładności samych prognoz, a więc i uaktualnienie, i korektę sygnałów ostrzegawczych.

Literatura

- Cieślak M. (red.), *Prognozowanie gospodarcze, metody i zastosowania*, PWN, Warszawa 1997.
- Croux Ch., Gelper S., Mahieu K., *Robust control charts for time serie data*, "Expert Systems with Applications" 2011, vol. 38.
- Dittmann P., *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowania*, Oficyna, Kraków 2008.
- He Y., Zhou Y., Wang B., Xiong W., He H., *Early warning model for risks of energy proces and energy price ratios in China's energy engineering*, "Systems Engineering Procedia" 2012, vol. 3.
- Huang F., Wang F., *A system for early-warning and forecasting of real estate development*, "Automation in Construction" 2005, vol. 14.
- Li Y., Lange M., Stocks C., *Monitoring Forecasting Systems – Revisit Trigg's Tracking Signal*, Micron Technology, www.forecasters.org/.../LiYikangISF2012.pdf, dostęp 01.09.2012.
- Reynolds P.L., Day J., Lancaster G., *Moving towards a control technique to help small firms monitor and control key marketing parameters: a survival aid*, "Management Decision" 2001, vol. 39(2).
- Zeliaś A., Pawelek B., Wanat S., *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, PWN, Warszawa 2003.

WARNING FORECASTING IN A SMALL COMPANY

Summary: The paper shows the possibility of using simple forecasting methods for warning against unfavourable events in a small company. The subject of research is the sale. Due to the fact of seasonality in time series, in order to determine warning signs, the comparisons of actual and forecasting trends were made using first differences corresponding to periods in different years. For sale forecasting there were used simple time-trend models with seasonality and autoregressive models as well as simple exponential smoothing in the version of additive seasonal deviations. The applied methodology allowed to obtain promising results in terms of both the accuracy of sales forecasts and the accuracy of the warning before unfavourable trend proceeding.

Keywords: warning forecasts, sale forecasting, seasonality.

Tabela 2. Wartości prognozowane oraz różnice jednoimienne otrzymane za pomocą modeli trendu (metoda 1) oraz za pomocą modelu wygładzania wykładniczego Browna (metoda 2)

| Okres | Prognoza sprzedaży | | Różnice jednoimienne oraz sygnały ostrzegawcze prognozowane i rzeczywiste | | | | | | Zgodność jednoimiennych różnic prognozowanych i rzeczywistych | | Zgodność sygnałów prognozowanych i rzeczywistych | |
|---------|--------------------|----------|---|------------------------|---------------|------------------------|------------|---------------------|---|----------|--|----------|
| | metoda 1 | metoda 2 | Δ_{1T} | sygnały prognozowane 1 | Δ_{2T} | sygnały prognozowane 2 | Δ_t | sygnały rzeczywiste | metoda 1 | metoda 2 | metoda 1 | metoda 2 |
| 2008.01 | 290350,6 | 336632,9 | -36261,5 | | 10020,9 | | -37614,0 | | 1 | 0 | | |
| 2008.02 | 291549,6 | 329254,5 | -15043,4 | -2 | 22661,5 | 1 | -16393,0 | -2 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2008.03 | 334525,2 | 334732,6 | -50251,8 | -3 | -50044,4 | -3 | -69637,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2008.04 | 313131,2 | 309616,1 | -81694,8 | -3 | -85209,9 | -3 | -78186,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2008.05 | 313635,4 | 299914,0 | -78905,6 | -3 | -92627,0 | -3 | -59751,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2008.06 | 306184,4 | 304690,2 | -70940,6 | -3 | -72434,8 | -3 | -54050,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2008.07 | 339858,4 | 304986,9 | -44576,6 | -2 | -79448,1 | -3 | -25100,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2008.08 | 347101,1 | 319658,3 | -38632,9 | -3 | -66075,7 | -3 | -43780,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2008.09 | 296287,9 | 310701,8 | -48670,1 | -3 | -34256,2 | -2 | -47972,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2008.10 | 291704,7 | 304449,5 | -52349,3 | -3 | -39604,5 | -2 | -28208,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 2008.11 | 269482,8 | 311590,0 | -52843,2 | -3 | -10736,0 | -2 | -41745,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2008.12 | 236257,0 | 300096,7 | -43424,0 | -3 | 20415,7 | 1 | -4157,0 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2009.01 | 245988,2 | 306595,5 | -43009,8 | -3 | 17597,5 | 1 | -34047,0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2009.02 | 234298,0 | 293716,9 | -55902,0 | -3 | 3516,9 | 1 | -79549,0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2009.03 | 272436,3 | 248675,1 | -42703,7 | -2 | -66464,9 | -2 | -68238,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2009.04 | 266110,4 | 252122,8 | -50529,6 | -2 | -64517,2 | -2 | -38315,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2009.05 | 290735,0 | 269826,3 | -42055,0 | -3 | -62963,7 | -3 | -47752,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2009.06 | 282119,7 | 260494,3 | -40955,3 | -2 | -62580,7 | -3 | -35824,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2009.07 | 306600,0 | 270135,8 | -52735,0 | -3 | -89199,2 | -3 | -23513,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2009.08 | 308689,6 | 280079,9 | -33264,4 | -3 | -61874,1 | -3 | -14376,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2009.09 | 263021,1 | 284846,7 | -33964,9 | -3 | -12139,3 | -2 | -21222,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 0 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|----------|----------|----------|----|----------|----|----------|----|------|----|----|----|----|
| 2009.10 | 262234,6 | 279422,8 | -53611,4 | -3 | -36423,2 | -3 | -29464,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2009.11 | 261600,6 | 271401,8 | -18980,4 | -2 | -9179,2 | -2 | -42051,0 | -3 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2009.12 | 226697,8 | 254118,4 | -48826,2 | -3 | -21405,6 | -2 | -29262,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 2010.01 | 211320,6 | 263995,5 | -43630,4 | -3 | 9044,5 | 1 | -44855,0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2010.02 | 188921,6 | 238668,8 | -21729,4 | -2 | 28017,8 | 1 | -13410,0 | -2 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2010.03 | 226670,9 | 255628,2 | -20231,1 | -3 | 8726,2 | 1 | -22770,0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2010.04 | 249136,7 | 243837,4 | -29188,4 | -3 | -34487,6 | -3 | -32842,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2010.05 | 264347,3 | 233813,6 | -20690,7 | -2 | -51224,4 | -3 | -32412,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 2010.06 | 261836,4 | 234871,4 | -25414,6 | -2 | -52379,6 | -3 | -27180,0 | -2 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 2010.07 | 307412,5 | 242844,1 | -28409,5 | -3 | -92977,9 | -3 | -20810,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2010.08 | 294178,0 | 252435,3 | -33400,0 | -3 | -75142,7 | -3 | -8340,0 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2010.09 | 241253,8 | 260912,9 | -34510,3 | -3 | -14851,1 | -3 | -20180,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2010.10 | 260347,3 | 254273,4 | -26034,7 | -3 | -32108,6 | -3 | -22802,0 | -3 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2010.11 | 220099,6 | 250187,4 | -18430,4 | -2 | 11657,4 | 1 | -6240,0 | -2 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2010.12 | 228231,6 | 259830,3 | -18030,4 | -3 | 13568,3 | 1 | -24580,0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2011.01 | 200057,8 | 238101,9 | -10038,3 | -2 | 28005,9 | 1 | -5451,0 | -2 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2011.02 | 202933,3 | 248248,0 | 5692,3 | 1 | 51007,0 | 1 | 5621,0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2011.03 | 209102,8 | 245071,6 | -15029,3 | -1 | 20939,6 | 3 | 23125,0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 2011.04 | 239850,2 | 255326,6 | -5632,8 | -1 | 9843,6 | 2 | 35736,0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 2011.05 | 281420,0 | 266053,8 | 28794,0 | 2 | 13427,8 | 2 | 66525,0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2011.06 | 323467,2 | 295944,0 | 63396,2 | 2 | 35873,0 | 2 | 24362,0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2011.07 | 340689,3 | 266021,8 | 25677,3 | 3 | -48990,2 | -1 | 18489,0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 2011.08 | 333801,9 | 278870,4 | 14563,9 | 2 | -40367,6 | -1 | 27073,0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 2011.09 | 274679,5 | 285618,6 | 19095,5 | 2 | 30034,6 | 3 | 69778,0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 2011.10 | 284106,7 | 312084,6 | 20526,7 | 2 | 48504,6 | 2 | 64834,0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 2011.11 | 299335,4 | 318063,7 | 67045,4 | 3 | 85773,7 | 3 | 49395,0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2011.12 | 304566,7 | 309333,0 | 82884,7 | 3 | 87651,0 | 3 | 37670,0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| Źródło: obliczenia własne. | | | | | | | | | suma | 46 | 35 | 29 | 17 |