PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski

Redaktorzy naukowi
Krzysztof Jajuga
Wanda Ronka-Chmielowiec

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki, Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński, Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiejkolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Summaries

PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
RESEARCH PAPERS OF WROCŁAW UNIVERSITY OF ECONOMICS nr 254 • 2012
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski ISSN 1899-3192

Artur Mikulec
Uniwersytet Łódzki

METODY OCENY WYNIKÓW INWESTYCYJNYCH PRZY BRAKU NORMALNOŚCI ROZKŁADU STÓP ZWROTU

Streszczenie: W literaturze, oprócz klasycznych wskaźników rentowności inwestycji uwzględniających ryzyko, odnaleźć można wiele innych miar. Na szczególną uwagę zasługują metody oceny wyników inwestycyjnych stosowane przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu lub gdy w szeregu występują obserwacje odstające. Należą do nich m.in.: zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega oraz indeks Stutzera. W artykule przedstawiono wymienione wyżej miary oraz zastosowano je do oceny wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych.

Słowa kluczowe: zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega, indeks Stutzera.

1. Wstęp

Głównym celem artykułu jest przybliżenie mniej znanych w polskiej literaturze wskaźników oceny efektywności inwestycji stosowanych wówczas, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego. W pierwszej części artykułu przedstawiono zatem zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega oraz indeks Stutzera. W drugiej części dokonano porównania wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych uzyskanych za okres październik 1999 r.-czerwiec 2010 r. [Domański (red.) 2011] z najnowszymi wynikami oceny efektywności inwestycji OFE za okres październik 1999 r.-sierpień 2011 r.

2. Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a

Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a (*Modified Sharpe Ratio*) oparty na wartości *VaR* [Gregoriou, Gueyie 2003] przypomina w swojej konstrukcji klasyczny wskaźnik Sharpe'a, niemniej jednak w charakterze miary ryzyka wykorzystuje $MVaR_{i,\alpha}$, tj. zmodyfikowaną wartość narażoną na ryzyko VaR_i. Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a dla *i*-tego aktywa dany jest wzorem:

$$MS_i = \frac{\overline{r}_i - \overline{RFR}}{MVaR_{i,\alpha}}, \tag{1}$$

gdzie $\overline{r}_i$ to średnia stopa zwrotu *i*-tego aktywa, $\overline{RFR}$ to średnia stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka, a $MVaR_{i,\alpha}$ to zmodyfikowana wartość narażona na ryzyko VaR_i wyznaczona na podstawie charakterystyk rozkładu stopy zwrotu.

W praktyce do wyznaczania wartości narażonej na ryzyko, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny, stosuje się wzór: $VaR_{i,\alpha} = -(\overline{r}_i + u_\alpha \hat{\sigma}_i) \cdot W_{i,0}$, gdzie: $\overline{r}_i$ i $\hat{\sigma}_i$ to odpowiednio średnia stopa zwrotu i odchylenie standardowe stopy zwrotu *i*-tego aktywa, u_α to kwantyl rzędu α rozkładu normalnego standaryzowanego, a $W_{i,0}$ to obecna wartość *i*-tego aktywa. W przypadku, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego, Zangari zaproponował wyznaczenie zmodyfikowanej wartości narażonej na ryzyko $MVaR_{i,\alpha}$, wykorzystując wyższe momenty ich rozkładu, tj. miary asymetrii i kurtozy. Wykorzystał w tym celu aproksymację Cornisha-Fishera, która wówczas lepiej przybliża kształt „prawdziwego" rozkładu [Zangari 1996]:

$$MVaR_{i,\alpha} = -\left(\overline{r}_i + u_\alpha^{C-F} \hat{\sigma}_i\right) \cdot W_{i,0}, \tag{2}$$

gdzie:

$$u_\alpha^{C-F} = u_\alpha + \frac{\left(u_\alpha^2 - 1\right) \cdot As_i}{6} + \frac{\left(u_\alpha^3 - 3u_\alpha\right) \cdot e_i}{24} - \frac{\left(2u_\alpha^3 - 5u_\alpha\right) \cdot e_i^2}{36}, \tag{3}$$

przy czym, As_i to współczynnik asymetrii, a e_i to współczynnik ekscesu podane wzorami:

$$As_i = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(r_i^{(t)} - \overline{r}_i\right)^3}{S^3\left(r_i^{(t)}\right)}, \tag{4}$$

$$e_i = K_i - 3 = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(r_i^{(t)} - \overline{r}_i\right)^4}{S^4\left(r_i^{(t)}\right)} - 3. \tag{5}$$

Wartość $MVaR_{i,\alpha}$ oparta na aproksymacji Cornisha-Fishera będzie dawała większą stratę niż tradycyjna wartość $VaR_{i,\alpha}$, gdy rozkład stopy zwrotu będzie charakteryzował się asymetrią ujemną lub będzie platokurtyczny $(e_i < 0)$, oraz konsekwentnie wartość $MVaR_i$ będzie dawała mniejszą stratę, gdy rozkład stopy zwrotu będzie asymetryczny dodatnio lub leptokurtyczny $(e_i > 0)$. Wartość $MVaR_{i,\alpha}$ odpowiada wartości $VaR_{i,\alpha}$, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny.

3. Wskaźnik alfa wyższego rzędu

Kolejnym wskaźnikiem efektywności inwestycji stosowanym w przypadku, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego, jest wskaźnik alfa wyższego rzędu $\left(\hat{\alpha}_i^{HS}\right)$. Jego wartość uzyskuje się na podstawie modelu *CAPM* opartego na wyższych momentach rozkładu – asymetrii (skośności) i kurtozy (spłaszczenia). Okazuje się, że jest on wówczas lepszy niż tradycyjny model *CAPM*, gdyż daje dokładniejsze wyniki. Załóżmy zasadność modelu *CAPM* opartego na trzecim momencie oraz kwadratową funkcję nadwyżkowej stopy zwrotu *i*-tego aktywa $\left(r_{i,t} - RFR\right)$ postaci [Hwang, Satchell 1998]:

$$\left(r_{i,t} - RFR_t\right) = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i}\left(r_{M,t} - RFR_t\right) + \alpha_{2,i}\left(r_{M,t} - E\left(r_M\right)\right)^2 + \varepsilon_{i,t}, \tag{6}$$

wówczas miara efektywności *i*-tego aktywa $\hat{\alpha}_i^{HS}$ przyjmuje postać:

$$\hat{\alpha}_i^{HS} = \bar{r}_i - \lambda_1 \bar{r}_M - \lambda_2\left(\hat{\beta}_{i,M} - \hat{\gamma}_{i,M}\right), \tag{7}$$

dla której współczynniki λ_1 i λ_2 wyznacza się, odpowiednio:

$$\lambda_1 = \frac{\hat{\gamma}_M^2 \hat{\gamma}_{i,M} - \left(\hat{\theta}_M - 1\right)\hat{\beta}_{i,M}}{\hat{\gamma}_M^2 - \left(\hat{\theta}_M - 1\right)}, \tag{8}$$

$$\lambda_2 = \frac{\hat{\gamma}_M \hat{\sigma}_M}{\hat{\gamma}_M^2 - \left(\hat{\theta}_M - 1\right)}, \tag{9}$$

przy czym:

$$\bar{r}_i = E\left(r_{i,t} - RFR_t\right), \tag{10}$$

$$\bar{r}_M = E\left(r_{M,t} - RFR_t\right), \tag{11}$$

$$\hat{\sigma}_M = E\left[\left(r_{M,t} - E\left(r_M\right)\right)^2\right]^{1/2}, \tag{12}$$

oraz:

$$\hat{\gamma}_M = \frac{E\left[\left(r_{M,t} - E\left(r_M\right)\right)^3\right]}{\sigma_M^3}, \tag{13}$$

$$\hat{\theta}_M = \frac{E\left[\left(r_{M,t} - E(r_M)\right)^4\right]}{\sigma_M^4}, \tag{14}$$

$$\hat{\beta}_{i,M} = \frac{E\left[\left(r_{i,t} - E(r_i)\right)\left(r_{M,t} - E(r_M)\right)\right]}{E\left[\left(r_{M,t} - E(r_M)\right)^2\right]}, \tag{15}$$

$$\hat{\gamma}_{i,M} = \frac{E\left[\left(r_{i,t} - E(r_i)\right)\left(r_{M,t} - E(r_M)\right)^2\right]}{E\left[\left(r_{M,t} - E(r_M)\right)^3\right]}. \tag{16}$$

Parametry $\hat{\gamma}_M$ i $\hat{\theta}_M$ są współczynnikami skośności (asymetrii) i kurtozy (spłaszczenia) rozkładu stopy zwrotu aktywa rynkowego *M*, $\hat{\beta}_{i,M}$ to współczynnik beta (ryzyko systematyczne) *i*-tego aktywa oraz aktywa rynkowego *M*, a $\hat{\gamma}_{i,M}$ to współczynnik koasymetrii[1] *i*-tego aktywa oraz aktywa rynkowego *M*, który można zapisać w postaci:

$$\hat{\gamma}_{i,M} = \frac{\operatorname{cov}\left[r_{i,t}; \left(r_{M,t} - \bar{r}_M\right)^2\right]}{E\left(\left(r_{M,t} - \bar{r}_M\right)^3\right)}. \tag{17}$$

Jeżeli stopy zwrotu $r_{i,t}$ mają rozkład normalny, to $\lambda_1 = \hat{\beta}_{i,M}$ i $\lambda_2 = 0$, a wartość wskaźnika $\hat{\alpha}_i^{HS}$ Hwanga i Satchella jest równa wartości wskaźnika Jensena.

4. Wskaźnik Omega

Keating i Shadwick również zaobserwowali, że przyjmowane często założenie, iż dwa pierwsze momenty, tj. średnia i wariancja, w pełni charakteryzują rozkład stopy zwrotu, jest przyczyną niedokładności w ocenie wyników inwestycyjnych. Autorzy uznali za właściwe wprowadzenie do miary opisującej ryzyko-zwrot portfela inwestycyjnego (w miejsce średniego poziomu stopy zwrotu) referencyjnego punktu odniesienia – progu MAR – odpowiadającego podziałowi stóp zwrotu na stopy przynoszące zyski i powodujące straty z inwestycji [Keating, Shadwick 2002a; 2002b].

Autorzy zaproponowali wskaźnik Omega (*Omega ratio*) efektywności inwestycji, który w swojej ocenie wykorzystuje wszystkie wyższe momenty rozkładu stopy zwrotu. Wskaźnik Omega opiera się na podziale stóp zwrotu r_i na zyski i straty

[1] Współczynnik koasymetrii $\hat{\gamma}_{i,M}$ (*co-skewness*) stosowany w rozszerzonej teorii *CAPM* powstał w wyniku rozszerzenia koncepcji macierzy kowariancji na wyższe momenty. Znany jest także współczynnik kokurtozy (*co-kurtosis*), http://www.business.uconn.edu.

względem przyjętego progu MAR (*Minimum Acceptable Return*), będącego minimalną akceptowaną stopą zwrotu *i*-tego aktywa. Funkcja Omega *i*-tego aktywa dana jest wzorem:

$$\Omega(r_i = MAR) = \frac{\int_{MAR}^{b} \left(1 - \hat{F}(x)\right) dx}{\int_{a}^{MAR} \left(\hat{F}(x)\right) dx}, \tag{18}$$

przy czym (a,b) to określony przedział analizowanych stóp zwrotu, a $\hat{F}(x)$ to dystrybuanta empiryczna rozkładu stopy zwrotu.

Funkcja Omega jest ilorazem zysków i strat *i*-tego aktywa względem przyjętego punktu progowego $r_i = MAR$, ważonym odpowiednim prawdopodobieństwem[2]. Obliczając wartość Omega dla wszystkich potencjalnych wartości progu MAR, otrzymuje się funkcję charakterystyczną dla analizowanego *i*-tego aktywa, przechodzącą przez punkt $(r_i = MAR, \Omega(r_i) = 1)$, gdzie r_i jest konkretną i ustaloną wartością progu MAR przyjętą na potrzeby analizy.

Na podstawie rozkładu stopy zwrotu istnieje możliwość bezpośredniego wyznaczenia wartości funkcji Omega $\Omega\left(r_i^* = MAR\right)$ właściwej dla danego *i*-tego aktywa, przy której zyski uzyskane z inwestycji pokrywają poniesione straty. Nieparametryczną metodę wyznaczania wskaźnika Omega na podstawie dystrybuanty empirycznej analizowanych stóp zwrotu dla *i*-tego aktywa przy progu $r_i = MAR$ można opisać następująco:

1. Mając szereg czasowy $r_{i,j}$ stóp zwrotu *i*-tego aktywa dla danego okresu, wyznaczamy minimalną i maksymalną stopę zwrotu w danym szeregu, przyjmując $a = r_{i,MIN}$ i $b = r_{i,MAX}$ oraz długość analizowanego szeregu k $(j = 1, ..., k)$.

2. Dzielimy analizowany przedział stóp zwrotu (a, b) na k równo rozmieszczonych punktów $n_{i,j}$ $(j = 1, ..., k)$, przyjmując, że pierwszy $n_{i,1} = a = r_{i,MIN}$, a ostatni $n_{i,k} = b = r_{i,MAX}$. Punkty pośrednie $n_{i,j}$ $(j = 2, ..., k-1)$ wyznacza się według wzoru: $n_{i,j} = r_{i,MIN} + \dfrac{|r_{i,MIN}| + |r_{i,MAX}|}{k-1}$.

3. Dla każdego z punktów $n_{i,j}$ $(j = 1, ..., k)$ na przedziale (a,b) wyznaczamy częstości względne $c_{i,j}$ $(j = 1, ..., k)$ występowania poszczególnych wartości stóp zwrotu w danym szeregu $r_{i,j}$, dzieląc liczbę jej wystąpień przez długość szeregu *k*.

---

[2] Jedynym założeniem jest zbieżność całek we wzorze (18).

4. Na podstawie wartości $c_{i,j}$ $(j=1, ..., k)$ obliczamy skumulowane częstości względne występowania poszczególnych wartości stóp zwrotu na przedziale (a, b) – wartości dystrybuanty empirycznej $\hat{F}(c_{i,j})$.

5. Dla każdego $j=1, ..., k$ wyznaczamy wartości $1-\hat{F}(c_{i,j})$.

6. Dla każdego $j=1, ..., k$ obliczamy skumulowane wartości dystrybuanty empirycznej $\hat{F}(c_{i,j})$, tj. $skum\,\hat{F}(c_{i,j})$, oraz skumulowane wartości $1-\hat{F}(c_{i,j})$, tj. $skum\left(1-\hat{F}(c_{i,j})\right)$.

7. Analizując uzyskany w kroku 2 ciąg wartości $n_{i,j}$ $(j=1, ..., k)$ oraz przyjęty próg $r_i = MAR$, poszukujemy kolejnych wartości $n_{i,j}$ (oznaczmy je przez $n_{i,j}^{*}$ i $n_{i,j}^{**}$), pomiędzy którymi znajduje się minimalna akceptowana stopa zwrotu MAR, a więc wartości spełniających warunek $n_{i,j}^{*} \le MAR \le n_{i,j}^{**}$.

8. Bazując na ciągach wartości $skum\,\hat{F}(c_{i,j})$ i $skum\left(1-\hat{F}(c_{i,j})\right)$ dla każdego $j=1, ..., k$ wyznaczamy wartości funkcji $\ln\Omega(r_{i,j})$ =

$$= \ln\left(\frac{skum\left(1-\hat{F}(c_{i,k})\right) - skum\left(1-\hat{F}(c_{i,j})\right)}{skum\left(\hat{F}(c_{i,j})\right)}\right).$$

9. W ostatnim kroku dla wartości $n_{i,j}^{*} \le MAR$ odczytujemy odpowiadającą jej obliczoną wartość $\ln\Omega(r_{i,j}^{*})$. Wartość wskaźnika Omega dla *i*-tego aktywa obliczamy według wzoru $\Omega(r_i^{*} = MAR) = e^{\ln\Omega(r_{i,j}^{*})}$. Otrzymujemy wówczas wartość $\Omega(r_{i,j}^{*})$ dla *i*-tego aktywa, przy której zyski osiągnięte z inwestycji zrównają się z poniesionymi stratami.

Wskaźnik Omega ma naturalną interpretację – jest to stosunek wartości oczekiwanych zysków do wartości oczekiwanych strat przy danym poziomie minimalnej akceptowanej stopy zwrotu MAR.

5. Indeks Stutzera

Spośród miar oceny efektywności inwestycji na szczególną uwagę zasługuje indeks Stutzera (*Stutzer index*), bazujący na teorii wielkich odchyleń (*Large Deviation Theory*), stanowiący alternatywę dla powszechnie stosowanego wskaźnika Sharpe'a. Indeks Stutzera porządkuje aktywa zgodnie ze wskaźnikiem Sharpe'a, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny, oraz uwzględnia w ocenie „asymetrię rozkładu" (skośność i spłaszczenie) przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu.

Jeżeli przez $r_{i,t}^{\circ}$ oznaczymy nadwyżkowe stopy zwrotu i-tego aktywa o wartościach stóp zwrotu $r_{i,t}$ względem aktywa p o wartościach stóp zwrotu $r_{p,t}$ dla $t = 1, ..., T$, a przez $\overline{r_i^{\circ}(T)}$ średnią nadwyżkową stopę zwrotu w analizowanym okresie T i $\overline{r_i^{\circ}(T)} > 0$, to indeks Stutzera przyjmuje postać [Stutzer 1998; Benson i in. 2008]:

$$I_i = \max_{\theta} \left\langle -\ln E\left[\exp\left\{\theta \cdot r_{i,t}^{\circ}\right\}\right]\right\rangle, \tag{19}$$

przy czym dla szeregów czasowych stóp zwrotu do wyznaczenia I_i stosuje się wzór:

$$I_i = \max_{\theta} \left\langle -\ln\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \exp\left\{\theta \cdot r_{i,t}^{\circ}\right\}\right)\right\rangle. \tag{20}$$

Indeks I_i wyznacza się numerycznie, maksymalizując wartość podaną wzorem (20), np. za pomocą dodatku *Solver* (*MS Excel 2010*), przy czym θ to parametr sterujący ustalany początkowo jako wartość ujemna $(\theta < 0)$ średniej nadwyżkowej stopy zwrotu $\overline{r_i^{\circ}(T)}$ podzielonej przez ich wariancję. Porównywane aktywa należy uszeregować według malejących wartości I_i, gdyż indeks Stutzera jest średnią nadwyżkową stopą zwrotu taką, że prawdopodobieństwo jej nieosiągnięcia (osiągnięcia) w analizowanym okresie T jest najmniejsze (największe)[3].

W przypadku, gdy stopy zwrotu $r_{i,t}$ i-tego aktywa dla $t = 1, ..., T$ mają rozkład normalny, indeks Stutzera można wyznaczyć, bazując na wartości klasycznego wskaźnika Sharpe'a (S_i):

$$I_i = \frac{1}{2}(S_i)^2. \tag{21}$$

6. Wyniki inwestycyjne OFE w latach 1999-2010 i 1999-2011

Poniżej przedstawiono wyniki inwestycyjne OFE w dwóch porównywanych okresach, tj. październik 1999 r. – czerwiec 2010 r. oraz październik 1999 r. – sierpień

[3] Jeżeli średnia nadwyżkowa stopa zwrotu porównywanych aktywów w analizowanym okresie T jest ujemna $\left(\overline{r_i^{\circ}(T)} < 0\right)$, to interpretacja I_i jest odwrotna. Indeks Stutzera jest stopą zwrotu, przy której prawdopodobieństwo osiągnięcia (nieosiągnięcia) w czasie T założonego poziomu nadwyżki stopy zwrotu z i-tego aktywa względem aktywa p będzie największe (najmniejsze), a porównywane aktywa należy uporządkować według rosnących wartości I_i.

2011 r. Na podstawie wartości wskaźnika Omega oraz indeksu Stutzera ukazano zmianę wyników inwestycyjnych OFE w ciągu ostatnich kilkunastu miesięcy.

Do analizy wykorzystano szeregi czasowe miesięcznych (logarytmicznych) stóp zwrotu poszczególnych OFE zawierające odpowiednio $n=129$ i $n=144$ obserwacje. Natomiast ze względu na dużą zmienność miesięcznych (logarytmicznych) stóp zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka za próg MAR dla wskaźnika Omega przyjęto medianę miesięcznych stóp zwrotu wynoszącą 0,5118% – założenie takie poczyniono w obydwu analizowanych okresach. Podana stopa zwrotu stanowiła również punkt odniesienia przy wyznaczaniu nadwyżkowej stopy zwrotu *i*-tego OFE dla indeksu Stutzera.

Tablica 1. Wartości wskaźników Omega i indeksów Stutzera dla porównywanych okresów

OFE	Wskaźnik Omega 2010 $\Omega(r_i^*)$	Pozycja w VI 2010	Wskaźnik Omega 2011 $\Omega(r_i^*)$	Pozycja w IX 2011
Generali	1,3730	2	1,3606	1
Polsat	1,3305	5	1,3431	2
WARTA	1,2616	10	1,2856	3
PZU	1,3530	4	1,2771	4
AXA	1,3227	6	1,2694	5
Nordea	1,3210	7	1,2539	6
Allianz	1,2469	11	1,2332	7
AEGON	1,2892	8	1,2255	8
Amplico	1,2310	14	1,2248	9
ING	1,2627	9	1,2205	10
Pocztylion	1,2394	12	1,2162	11
PKO BP Bankowy	1,2371	13	1,2090	12
Aviva	1,3752	1	1,1928	13
Pekao	1,3585	3	1,1782	14

OFE	Indeks Stutzera 2010 I_i (%)	Pozycja w VI 2010	Indeks Stutzera 2011 I_i (%)	Pozycja w IX 2011
Polsat	0,8846	1	0,5534	1
Generali	0,8010	2	0,5115	2
ING	0,6353	3	0,4348	3
PZU	0,5750	4	0,3421	4
Nordea	0,5338	6	0,3346	5
WARTA	0,5374	5	0,3257	6
Aviva	0,5220	9	0,3229	7
Allianz	0,5312	7	0,3223	8
AXA	0,5298	8	0,3191	9
Pekao	0,5063	10	0,2734	10
Pocztylion	0,5032	11	0,2712	11
Amplico	0,4439	12	0,2368	12
AEGON	0,4038	13	0,2089	13
PKO BP Bankowy	0,2444	14	0,1372	14

Źródło: opracowanie własne.

Wartości wskaźnika Omega pokazują, że choć w porównywanych okresach wszystkie fundusze osiągnęły dodatni stosunek wartości oczekiwanych zysków do wartości oczekiwanych strat przy zadanym poziomie minimalnej (miesięcznej) akceptowanej stopy zwrotu MAR, to w okresie od lipca 2010 r. do września 2011 r. aż 12 z 15 funduszy odnotowało spadek wartości wskaźnika Omega. Najmniejszy spadek omawianego wskaźnika w ciągu ostatnich 15 miesięcy objętych analizą wystąpił w przypadku Generali OFE (do 1,3606), a największy spadek w przypadku Aviva

OFE (do 1,1928), tym samym Generali OFE uplasował się na 1 pozycji w rankingu, a Aviva OFE spadł z 1 na 13 miejsce w zestawieniu. Jedynie w przypadku OFE Polsat i WARTA OFE odnotowano wzrost wartości wskaźnika Omega odpowiednio do 1,3431 oraz do 1,2856 – fundusze te zajęły odpowiednio 2 i 3 miejsce w rankingu (zob. tab. 1).

Biorąc pod uwagę wartości indeksu Stutzera, należy zauważyć, że w ciągu ostatnich 15 miesięcy objętych analizą wszystkie OFE odnotowały znaczny spadek wartości I_i, który nie miał co prawda wpływu na kolejność funduszy „w czołówce i w końcówce" porównywanych rankingów, lecz także wskazuje na pogorszenie się „w ostatnim czasie" wyników inwestycyjnych wszystkich funduszy emerytalnych. Niższe wartości indeksu Stutzera przy tym samym punkcie odniesienia informują bowiem, że zmniejszeniu uległa średnia nadwyżkowa (miesięczna) stopa zwrotu dla *i*-tego funduszu, której prawdopodobieństwo nieosiągnięcia w całym badanym okresie, czyli osiągnięcia niedodatniej nadwyżkowej stopy zwrotu, jest najmniejsze. Można zatem stwierdzić, że od lipca 2010 r. do września 2011 r. fundusze co prawda osiągnęły „swoje" średnie nadwyżkowe stopy zwrotu względem mediany miesięcznych stóp zwrotu (0,5118%), lecz kształtowały się one na niższym poziomie.

7. Zakończenie

W pracy przedstawiono wybrane metody oceny wyników inwestycyjnych stosowane przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu. Zagadnienie to wydaje się ważne zarówno z naukowego, jak i z praktycznego punktu widzenia. Jest ono tym bardziej istotne, że większość inwestorów w praktycznych analizach przyjmuje milczące założenie o normalności rozkładu stóp zwrotu, co rzadko jest prawdą. Zasadniczo trudno jest wskazać słabe strony czy też wady opisanych metod, gdyż założenia ich stosowalności są „minimalne", np. zasadniczość modelu *CAPM* opartego na trzecim momencie i kwadratowa funkcja nadwyżkowej stopy zwrotu w przypadku wskaźnika $\hat{\alpha}_i^{HS}$, zbieżność całek w przypadku funkcji Omega – z pewnością są bardziej skomplikowane obliczeniowo. Wynika to z faktu, że tak naprawdę w ogóle nie wymagają znajomości postaci rozkładu stóp zwrotu (gdy nie jest on rozkładem normalnym), a w obliczeniach wykorzystują szeregi czasowe stóp zwrotu i wyższe momenty rozkładu, bazując na wzorach aproksymacyjnych, podejściu nieparametrycznym czy metodach numerycznych. Na podkreślenie zasługuje fakt, iż omówione metody umożliwiają właściwą ocenę wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu, jak również dają poprawne (oraz korespondujące lub zbieżne z innymi powszechnie znanymi wskaźnikami) wyniki, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny – świadczy to o ich uniwersalności i wysokiej użyteczności. Uzyskane na ich podstawie wyniki mają użyteczną interpretację ekonomiczną, niemniej jednak, nie umniejszając zalet tych metod, należy stwierdzić, że kompleksowa ocena wyników inwestycyjnych powinna być dokonana z wykorzystaniem podejścia wielowymiarowego, gdyż każda z omówionych miar w inny sposób ujmuje aspekt oceny efektywności inwestycji.

Porównanie wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych dokonane w artykule na bazie danych historycznych z lat 1999-2010 i 1999-2011 na podstawie wskaźnika Omega i indeksu Stutzera ma charakter względny i może stanowić podstawę wyboru czy zmiany funduszu emerytalnego.

Literatura

Benson K., Gray P., Kalotay E., Qiu J., *Portfolio construction and performance measurement when returns are non-normal*, „Australian Journal of Management" 2008, 32, 3.

Domański Cz. (red.), *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. Otwarte fundusze emerytalne*, Wydawnictwo PWE, Warszawa 2011.

Gregoriou G.N., Gueyie J.-P., *Risk-adjusted performance of hedge funds using a modified Sharpe ratio*, "Journal of Wealth Management" 2003, 6.

Hwang S., Satchell S., *Evaluation of mutual fund performance in emerging markets*, "Emerging Markets Quarterly" 1998, 2, 3.

Keating C., Shadwick W.F., *An introduction to Omega*, The Finance Development Centre 2002a, http://finance.yendor.com/etfviz/2007/0928/Omega-intro.pdf.

Keating C., Shadwick W.F., *A universal performance measure*, "Journal of Performance Measurement" 2002b, 6, 3.

Stutzer M., *A portfolio performance index*, "Financial Analysts Journal" 1998, 56, 3.

Zangari P., *A VaR methodology for portfolios that include options*, RiskMetrics Monitor, First Quarter 1996, 4-12.

INVESTMENT PERFORMANCE EVALUATION METHODS IN THE ABSENCE OF NORMALITY OF THE RATES OF RETURN

Summary: In the literature, in addition to the classic return on investment indicators that take into account the risk, also a lot of other measures can be found. Particularly noteworthy are the investment performance evaluation methods used in the absence of normality of the rates of return or when a lot of outliers occur. For example the following methods can be presented here: a modified Sharpe ratio, alfa ratio based on higher moments, Omega ratio and Stutzer index. The paper presents mentioned above measures. Also it will be shown how these measures can be applied and used for the assessment of the investment performance for Open Pension Funds.

Keywords: modified Sharpe ratio, alfa ratio based on higher moments, Omega ratio, Stutzer index.