

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

271

Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka

Tom 2



Redaktorzy naukowi

Adam Kopiński, Tomasz Słoński,

Bożena Ryszawska



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Redaktorzy Wydawnictwa: Elżbieta Kozuchowska, Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Justyna Mroczkowska

Łamanie: Adam Dębski

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-219-2 (całość)

ISBN 978-83-7695-227-7 t. 2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Aneta Michalak: Wybrane aspekty finansowania inwestycji rozwojowych w branżach kapitałochłonnych	11
Grzegorz Mikołajewicz: Społeczna odpowiedzialność biznesu (CSR), etyka biznesu i wartości korporacyjne	23
Sebastian Moskal: Zastosowanie instrumentu <i>credit default swap</i> do szacowania stopy wolnej od ryzyka na potrzeby wyceny wartości przedsiębiorstwa	34
Krzysztof Możejko: Efektywność analizy portfelowej w zmiennych warunkach inwestycyjnych	47
Rafał Nagaj: Analysis of public finances in Poland and the EU during the financial/economic crisis in 2008-2010	60
Witold Niedzielski: Najem długoterminowy samochodów jako alternatywa dla leasingu. Studium przypadku	71
Jarosław Nowicki: Szacowanie stopy podatku dochodowego w wycenie przedsiębiorstw niebędących spółkami kapitałowymi	83
Józef Osoba, Marcin Czarnacki: Wykorzystanie <i>mezzanine capital</i> w zrównoważonym modelu struktury kapitału przedsiębiorstwa	92
Dorota Ostrowska: Sprawność zarządzania środkami finansowymi uczestników rynku emerytalnego w Polsce	107
Przemysław Panfil: Przyjmowanie przez ministra finansów środków w depozyt lub w zarządzanie. Wnioski <i>de lege lata</i>	118
Marek Pauka, Paweł Prędkiewicz: Zagadka dyskonta w wycenach zamkniętych funduszy inwestycyjnych z perspektywy inwestora	127
Agnieszka Piechocka-Kaluźna: Znaczenie współczynnika wypłacalności jako miernika bezpieczeństwa funkcjonowania banków komercyjnych ...	141
Katarzyna Prędkiewicz: Is it possible to measure a funding gap?	152
Katarzyna Prędkiewicz: Limity inwestycyjne funduszy <i>venture capitals</i> i aniołów biznesu	160
Katarzyna Prędkiewicz, Hanna Sikacz: Analiza płynności statycznej grup kapitałowych na przykładzie przemysłu metalowego	170
Anna Pyka: Zewnętrzne formy finansowania działalności operacyjnej oraz inwestycji w małych i średnich przedsiębiorstwach w okresie kryzysu gospodarczego	183
Anna Pyka: Motywy emisji „obligacji węglowych” jako specyficznych obligacji korporacyjnych opartych na świadczeniach niepieniężnych	193
Anna Rosa, Wojciech Rosa: The impact of seasonality on the level of working capital needs	203

Jerzy Różański, Jakub Marszałek: Struktura finansowania firm rodzinnych na przykładzie przedsiębiorstw regionu łódzkiego	215
Jerzy Różański, Dorota Starzyńska: Finansowe i pozafinansowe czynniki rozwoju przedsiębiorstw rodzinnych w regionie łódzkim	226
Józef Rudnicki: Can stock splits generate abnormal stock performance in post-crisis era? Evidence from the New York Stock Exchange.....	237
Włodzimierz Rudny: Model biznesu w procesie tworzenia wartości.....	248
Iwona Sajewska, Artur Stefański: Źródła finansowania wybranych przedsiębiorzeń w zakresie produkcji energii z zasobów odnawialnych w Polsce	259
Alicja Sekuła: Property revenues (PRS) and expenditures of local government units (LGUS) in Poland	270
Paweł Sekuła: Empiryczny test strategii fundamentalnej.....	280
Przemysław Siudak: Wpływ Wałbrzyskiej Specjalnej Strefy Ekonomicznej na sektor finansów publicznych	290
Tomasz Skica: Efektywność działania jednostek samorządu terytorialnego .	306
Michał Soliwoda: Rzeczowe aktywa trwałe a cykl inkasa należności, obrotu zapasami i regulowania zobowiązań	317
Dorota Starzyńska, Jakub Marszałek: Bariery finansowania firm rodzinnych na przykładzie przedsiębiorstw regionu łódzkiego	327
Wacława Starzyńska, Justyna Wiktorowicz: Czy zamówienia publiczne sprzyjają innowacyjności przedsiębiorstw?	336
Artur Stefański: Przepływy pieniężne z działalności operacyjnej spółek giełdowych a cena rynkowa akcji.....	346
Igor Styn: Zakres wykorzystania funduszy pomocowych w finansowaniu inwestycji w odnawialne źródła energii w Polsce w stosunku do potrzeb inwestycyjnych	355
Alina Szewc-Rogalska: Wykup akcji własnych przez spółki giełdowe jako forma dystrybucji wartości dla akcjonariuszy	365
Piotr Szkudlarek: Inwestycje operatorów telekomunikacyjnych jako czynnik ograniczania wykluczenia cyfrowego w Polsce.....	374
Aneta Szóstek: Nabywanie nieruchomości w Polsce przez inwestorów zagranicznych.....	383
Piotr Szymański: Propozycja nowego standardu wartości uwzględniającego koszty zewnętrzne	394
Tomasz Śpiewak: Kierunki modyfikacji metody Baumola zarządzania środkami pieniężnymi – model linii kredytowej.....	406
Beata Trzaskuś-Zak: Budowa modelu prognostycznego należności spłacanych terminowo metodą harmoniczną i metoda Kleina.....	418
Dariusz Urban: Państwowe fundusze majątkowe jako inwestor finansowy ..	434
Ewa Widz: Efektywność wyceny rynkowej kontraktów futures na kurs euro na GPW w Warszawie	443

Paweł Wnuczak: Stopa zwrotu z kapitałów własnych (ROE) jako jedna z podstawowych determinant kreacji wartości przedsiębiorstwa	454
Robert Wolański: Zakres wykorzystania preferencji podatkowych w podatku dochodowym przez małe i średnie przedsiębiorstwa.....	467
Justyna Zabawa: Zastosowanie metody AHP w procesie finansowania inwestycji w odnawialne źródła energii	475
Dariusz Zawadka: Aktywność funduszy <i>venture capital</i> w ramach alternatywnych systemów obrotu	488
Danuta Zawadzka, Ewa Szafraniec-Siluta: Samofinansowanie produkcji rolniczej a poziom aktywności inwestycyjnej towarowych gospodarstw rolnych – analiza porównawcza sytuacji w Polsce na tle Unii Europejskiej.....	498
Grzegorz Zimon: Zarządzanie zapasami w przedsiębiorstwach tworzących zintegrowany system dostaw	509
Aleksandra Zygmunt: Analiza płynności finansowej spółek giełdowych branży przemysłu spożywczego w Polsce.....	519

Summaries

Aneta Michalak: Chosen aspects of financing development investments in capital-consuming industries.....	22
Grzegorz Mikołajewicz: Corporate Social Responsibility (CSR), business ethics and corporate values.....	33
Sebastian Moskal: Application of credit default swap in order to estimate risk free rate in the process of company's valuation	46
Krzysztof Możejko: Effectiveness of portfolio analysis in variable conditions on capital markets	59
Rafał Nagaj: Analiza finansów publicznych w Polsce i Unii Europejskiej w czasie kryzysu finansowego i gospodarczego w latach 2008-2010.....	70
Witold Niedzielski: Long-term rent with fleet management as an alternative for lease of cars. Case study	82
Jarosław Nowicki: Estimating the income tax rate in valuation of other enterprises than limited liability or joint-stock companies	91
Józef Osoba, Marcin Czarnacki: The use of mezzanine capital in an equilibrium model of capital structure of an enterprise.....	106
Dorota Ostrowska: Quality management of the pension market participants' financial means in Poland.....	117
Przemysław Panfil: The rules of free funds transfer to the Minister of Finance in the deposit or management – attempt to assess	126
Marek Pauka, Paweł Prędkiewicz: Mystery of discount in valuations of closed-end funds from the investor's perspective	140

Agnieszka Piechocka-Kaluźna: The role of insolvency ratio in assessing safety and ability for continuance of commercial banks.....	151
Katarzyna Prędkiewicz: Czy można zbadać lukę finansową?	159
Katarzyna Prędkiewicz: Venture capital and business angels investment limits	169
Katarzyna Prędkiewicz, Hanna Sikacz: Analysis of static financial liquidity in capital groups on the example of metal industry	182
Anna Pyka: External forms of working-capital and capital-expenditure financing for small and medium-sized businesses in times of an economic crisis.....	192
Anna Pyka: The motives for issuing “coal bonds” as a specific corporate bonds based on non-financial benefits	202
Anna Rosa, Wojciech Rosa: Wpływ sezonowości na poziom kapitału obrotowego.....	214
Jerzy Różański, Jakub Marszałek: Family business financial structure analysis of the Łódź region companies.....	225
Jerzy Różański, Dorota Starzyńska: Financial and non-financial factors of family enterprise development in the Łódź region.....	236
Józef Rudnicki: Czy podział akcji może być źródłem ponadprzeciętnych stóp zwrotu w czasach po kryzysie 2007-2009? Przykład Nowojorskiej Giełdy Papierów Wartościowych.....	247
Włodzimierz Rudny: Business model in value creation process	258
Iwona Sajewska, Artur Stefański: Main sources of funding for production ventures energy from renewable resources in Poland	269
Alicja Sekuła: Dochody i wydatki majątkowe jednostek samorządu terytorialnego	279
Paweł Sekuła: Empirical test of fundamental strategy.....	289
Przemysław Siudak: The influence of “Invest-Park” – Wałbrzych Special Economic Zone on public finance sector	305
Tomasz Skica: Effectiveness of activities of local government units	316
Michał Soliwoda: Tangible fixed assets vs. receivables, turnover and payables conversion cycles	326
Dorota Starzyńska, Jakub Marszałek: Family business financing barriers analysis of the Łódź region companies.....	335
Wacława Starzyńska, Justyna Wiktorowicz: Can public procurement stimulate innovativeness of enterprises?	345
Artur Stefański: Operating cash flow of firms listed on stock exchange and the price of stocks	354
Igor Styn: The scope of aid funds use in financing investments in renewable energy in Poland in comparison to investment needs	364
Alina Szewc-Rogalska: Share repurchase by publicly listed companies as a form of value distribution for shareholders	373

Piotr Szkudlarek: Telecommunication operators' investments as a factor limiting the digital exclusion in Poland	382
Aneta Szóstek: Acquiring properties in Poland by foreign investors	393
Piotr Szymański: The idea of a new standard of value which takes into account the external costs.....	405
Tomasz Śpiewak: Directions of modifications of the Baumol cash management model – line of credit model.....	417
Beata Trzaskus-Żak: Construction of the prognostic model of paid-in-term receivables using the harmonic method and the Klein method.....	433
Dariusz Urban: Sovereign Wealth Funds as a financial investor	442
Ewa Widz: Efficiency of market valuation of euro futures on the Warsaw Stock Exchange.....	453
Paweł Wnuczak: Return on equity (ROE) as one of fundamental determinants of company's value creation	466
Robert Wolański: The scope of the use of tax expenditures in income tax for small and medium enterprises.....	474
Justyna Zabawa: The application of the AHP method in the process of financing renewable energy sources projects.....	487
Dariusz Zawadka: Venture Capital activity in alternative investment markets	497
Danuta Zawadzka, Ewa Szafraniec-Siluta: Self-financing of agricultural production vs. the level of commercial farms' investment activity – comparative analysis of the situation in Poland on the basis of the European Union	508
Grzegorz Zimon: Inventory management in enterprises creating an integrated supply system.....	518
Aleksandra Zygmunt: Financial liquidity analysis of quoted enterprises belonging to food industry in Poland	531

Beata Trzaskuś-Żak

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

BUDOWA MODELU PROGNOSTYCZNEGO NALEŻNOŚCI SPŁACANYCH TERMINOWO METODĄ HARMONICZNĄ I METODĄ KLEINA *

Streszczenie: Artykuł na wstępie przedstawia znaczenie zarządzania należnościami w przedsiębiorstwie w aspekcie utrzymania płynności finansowej. Na efektywność zarządzania należnościami wpływają przeprowadzane analizy, do których można zaliczyć prognozy. W artykule przedstawiono etapy budowy modeli na podstawie dwóch metod: harmonicznej i Kleina. Następnie zamieszczono wyniki badań nad poszukiwaniem modeli progностycznych wykorzystujących dwie zastosowane metody. W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano dwa modele. Okazało się, że model II skonstruowany metodą Kleina może być zaimplementowany do prognozowania badanego szeregu, gdyż wykazał się niskim poziomem błędu prognozy *ex post* – MAPE. Natomiast model I, który powstał metodą harmoniczną, posiadał wysoki poziom błędu prognozy, co spowodowało, że wyników predykcji otrzymanych na jego podstawie nie można byłoby uznać za trafne.

Słowa kluczowe: zarządzanie należnościami, prognozowanie, metoda harmoniczna, metoda Kleina.

1. Wstęp

Współczesna gospodarka rynkowa charakteryzuje się wysokim stopniem zorganizowania obrotu, co związane jest w dużej mierze z obrotem należnościami z tytułu dostaw i usług. Obrót gospodarczy realizowany jest w formie gotówkowej, jak również w formie kredytowej, czyli odroczonej zapłaty. Ta druga może mieć formę kredytu manipulacyjnego, jeśli odroczenie płatności jest niewielkie, bądź kredytu kupieckiego, jeśli termin płatności jest znacznie dłuższy.

Kredyt kupiecki jest powszechnym narzędziem zarządzania należnościami, który ma wiele zalet, takich jak poprawa płynności finansowej lub zwiększenie skali sprzedaży, a przez to również zysków w przypadku terminowego regulowania należności. Może jednak powodować pogorszenie przepływów pieniężnych, jak też

* Artykuł napisany w 2012 r. w ramach badań statutowych zarejestrowanych na AGH Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie pod nr. 11.11.100.481.

nieść duże ryzyko wydłużania terminów płatności należności, ponoszenia kosztów windykacji lub nawet ich utraty (uznania za nieściągalne). Wysoki poziom należności trudno ściągalnych może być przyczyną utraty płynności finansowej przez dostawcę, w tym przypadku kopalnię. Dlatego też ważną kwestią jest posiadanie informacji (analiz) w procesie zarządzania polityką kredytową przedsiębiorstwa (kopalni), między innymi z zakresu przewidywania (prognozowania) wielkości należności terminowych, jak również nieterminowych, aby przez to wspomóc zarządzanie kopalnią jako całością.

Celem artykułu jest skonstruowanie modelu prognostycznego należności tytułu dostaw i usług, nadającego się do zaimplementowania w analizowanej kopalni odkrywkowej surowców skalnych „X”. W związku z tym w artykule zamieszczono wyniki badań nad poszukiwaniem modeli prognostycznych dla należności spłacanych terminowo w analizowanej kopalni. Do tego celu posłużono się metodą harmoniczną i metodą Kleina, wykorzystując program STATISTICA oraz arkusz kalkulacyjny Excel.

2. Pojęcie należności

Należność jest uprawnieniem osoby fizycznej lub prawnej do otrzymania w ustalonym terminie określonego świadczenia rzeczowego lub pieniężnego od innej osoby fizycznej lub prawnej. W rachunkowości podmiotów gospodarczych należności są kategorią wyłącznie pieniężną i oznaczają wszelkie przewidywane przychody środków pieniężnych zaliczane do aktywów obrotowych [Panfil 2004, s. 12].

Można też powiedzieć, że należności oznaczają uprawnienia do otrzymania zapłaty pieniężnej w określonej kwocie i konkretnym terminie [Kreczmańska-Gigol 2010, s. 39].

Należność można rozpatrywać w różnym kontekście prawnym [Kłak 2006, s. 17]:

- prawa bilansowego, według którego występujące w przedsiębiorstwie należności, bez względu na źródło i podstawę prawną, dzieli się według kryterium wymagalności na:
 - krótkoterminowe, wymagalne do 12 miesięcy od dnia bilansowego,
 - długoterminowe, wymagalne powyżej 12 miesięcy od dnia bilansowego.

Dodatkowo grupy te dzielą się na należności od jednostek powiązanych i pozostałych jednostek. Te dwie grupy należności z tytułu dostaw i usług dotyczą operacyjnej działalności przedsiębiorstwa.

Należności długoterminowe ujęte w bilansie (litera A.III) dotyczą działalności finansowej i inwestycyjnej, dzielą się, podobnie jak krótkoterminowe, na należności od jednostek powiązanych i pozostałych jednostek:

- prawa cywilnego, na podstawie którego przedsiębiorcy zawierają umowy cywilnoprawne, w wyniku których sprzedający nabywa wobec kupującego uprawnienie

- nia do żądania zapłaty za wydaną mu rzecz, a uprawnienie to określa się wówczas należnością,
- prawa podatkowego, np. w przypadku wystąpienia nadwyżki podatku VAT naliczonego nad należnym, czy problem uwzględniania należności w przychodach w kontekście podatków dochodowych,
 - prawa upadłościowego regulującego diametralnie różny problem, mianowicie sposób odzyskiwania należności,
 - prawa handlowego (kodeksu spółek handlowych), w którym sprecyzowano zakres odpowiedzialności za zobowiązania w spółkach handlowych wobec wierzycieli należności.

3. Proces prognozowania w przedsiębiorstwie

Zapotrzebowanie na prognozy w przedsiębiorstwie powstaje z dwóch zasadniczych powodów: braku pewności związanej z przyszłością oraz opóźnienia w czasie między momentem podjęcia decyzji a jej skutkami [Dittman i in. 2009, s. 14].

Z racji tego, że w działalności przedsiębiorstw w gospodarce wolnorynkowej zachodzi wiele zmian, a co z tym związane – również popyt na produkty lub usługi firmy się zmienia, to firma, żeby osiągnąć sukces na rynku, powinna m.in. opracowywać prognozy dla różnych zmiennych, wpływających na sytuację ekonomiczną przedsiębiorstwa, które to prognozy wspomagałyby proces zarządzania przedsiębiorstwem.

3.1. Konstrukcja modelu

Przy analizie szeregu czasowego można wyodrębnić pewne jego składowe, przy czym nie wszystkie one muszą jednocześnie występować w konkretnym szeregu. Jeśli elementy te połączone są poprzez dodawanie, a taka sytuacja występuje w analizowanym przypadku, to taki model nazywamy addytywnym i można go przedstawić następującym wzorem [Kot, Jakubowski, Sokołowski 2007, s. 337]:

$$y_t = M + T + C + S + K + I + \xi, \quad (1)$$

gdzie: y_t – szereg czasowy; M – stały przeciętny poziom zjawiska; T – trend; C – cykle długookresowe, czyli wahania regularne o cyklu dłuższym niż rok; S – wahania sezonowe, czyli wahania regularne o okresie rocznym; K – wahania krótkookresowe, czyli wahania regularne o cyklu krótszym niż rok; I – jednorazowe zmiany w szeregu wynikające z wpływu czynników zewnętrznych (interwencje); ξ – składnik losowy, co do którego zazwyczaj zakładamy, że jest zmienną losową o wartości przeciętnej równej zero i stałej wariancji.

Analiza szeregu czasowego może przebiegać niejako oddzielnie w stosunku do każdego składnika lub też może traktować szereg całościowo, bez konieczności do-

kładnej identyfikacji jego struktury. Wyszczególnione elementy mogą być widoczne na sporządzonym wykresie badanego zjawiska.

Model powinien uchwycić to, co w zachowaniach wyników obserwacji jest systematyczne, pozostawiając na boku czynniki, które nie działają systematycznie i których skutki nie mogą być przewidziane – traktowane są one jako błędy losowe (reszty modelu). Zakłada się, że błędy losowe ξ_t mają rozkład normalny. Zaobserwowane błędy, zwane resztami, informują, na ile wyniki obserwacji nie zostały wyjaśnione przez model [Aczel 2000, s. 456].

Jeżeli stwierdzone zostanie, że reszty modelu mają pewien nielosowy, systematyczny składnik, to zachodzi potrzeba zrewidowania zaproponowanego modelu i dopracowania go tak – na ile to możliwe – aby wyjaśniał ów składnik, albo odrzuca się cały model i podejmuje próbę zbudowania kolejnego, w którym reszty wyrażają czystą losowość. Modelu takiego można użyć, aby osiągnąć założony cel, w tym przypadku prognozowanie.

Trafność prognoz można mierzyć za pomocą różnego rodzaju mierników. Wyróżnia się dwa rodzaje mierników dokładności predykcji [Zeliaś, Pawełek, Wąnat 2003, s. 23]:

- mierniki dokładności *ex post* (błędy *ex post*) podają wartość odchylenia rzeczywistych realizacji zmiennej prognozowanej od prognoz,
- mierniki dokładności *ex ante* (oceny *ex ante* błędów) wyrażają spodziewaną wartość odchylenia rzeczywistych relacji zmiennej prognozowanej od prognoz.

Wśród błędów *ex post* wyróżnić można średni względny absolutny błąd *ex post* (MAPE – *mean absolute percentage error*), który obliczany jest według następującego wzoru [Kłóska, Hundert, Czyżyński 2007, s. 17]:

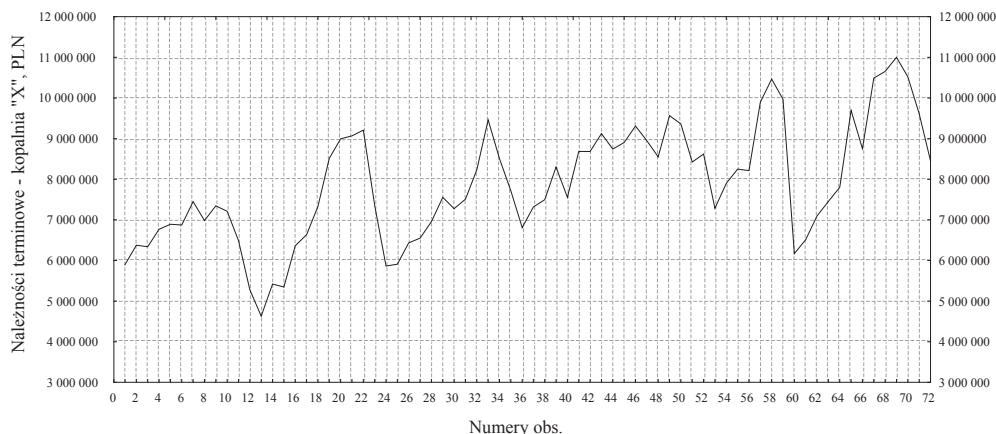
$$MAPE = \frac{100}{T - n} \sum_{t=n+1}^T \frac{|y_t - y_t^p|}{|y_t|}, \quad (2)$$

gdzie: y_t – poziom badanego zjawiska; t – zmienna czasowa, $t = 1, 2, 3, \dots, n$; T – numer okresu prognozy; y_t^p – przewidywana wartość zmiennej prognozowanej w okresie T .

3.2. Identyfikacja składników szeregu czasowego

Przed wykonaniem obliczeń został utworzony wykres szeregu należności spłacanych terminowo w analizowanej kopalni „X”, które stanowiły średnio ok. 87% całości wymaganych należności z tytułu dostaw i usług. Z wykresu można odczytać, że kształtowanie się należności terminowych w analizowanym okresie 72 miesięcy cechuje się sezonowością, jak również występuje trend, interwencje i wahania losowe. Dlatego w trakcie budowy modelu prognostycznego został usunięty trend, jak też uwzględnione zostały interwencje w miesiącach: 47-49, 53-56, 60-62, poprzez

wprowadzenie do modelu dodatkowych zmiennych zero-jedynkowych. Analizowano szereg składający się z 72 danych miesięcznych, natomiast ostatnie 6 danych miesięcznych posłużyło do weryfikacji prognozy.



Rys. 1. Kształtowanie się należności terminowych kopalni „X” w badanym okresie

Źródło: opracowanie własne.

4. Zastosowanie analizy harmonicznej do prognozowania szeregu czasowego należności spłacanych terminowo

Metoda harmoniczna służy do badania zjawiska sezonowości w szeregach czasowych. Polega ona na budowie modelu w postaci tzw. harmonik, czyli funkcji sinus i cosinus o danym okresie. Pierwsza harmonika ma okres równy długości badanego okresu (w analizowanym przypadku 66 miesięcy), druga harmonika ma okres równy połowie tego okresu, trzecia harmonika – jednej trzeciej tego okresu itd. Ogólnie dla n (n – liczba parzysta) obserwacji liczba wszystkich możliwych harmonik jest równa $n/2$, w badanym przypadku występuje $i = 33$ harmonik. Stosując analizę harmoniczną, prognozę oblicza się, wykorzystując tylko te harmoniki, których udział w wyjaśnieniu wariancji prognozowanej zmiennej jest największy; służy do tego obliczenie parametru ω , który określa, jaki procent ogólnej wariancji zmiennej prognozowanej jest wyjaśniany przez i -tą harmonikę.

W przypadku gdy w szeregu czasowym występują: trend, wahania sezonowe i wahania przypadkowe, wówczas zapis odpowiedniego modelu przyjmuje postać [Kłóska, Hundert, Czyżyński 2007, s. 78]:

$$y_t = f(t) + \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} [\alpha_i \sin(\frac{2\pi}{n} it) + \beta_i \cos(\frac{2\pi}{n} it)] + \xi, \quad (3)$$

gdzie: $f(t)$ – funkcja trendu; i – numer harmoniki; α_i, β_i – parametry; n – liczba danych w szeregu; ξ – wahania przypadkowe (losowe).

Parametry harmonik w analizowanym w niniejszym artykule przypadku oszacowano na podstawie szeregu czasowego „uwolnionego” od trendu i interwencji, w tym celu zostało przeprowadzone testowanie istotności parametrów przy wykorzystaniu metody regresji wielorakiej zstępującej. Wyniki przedstawia tab. 1.

Tabela 1. Końcowe podsumowanie wyników regresji wielorakiej szacowania równania trendu z uwzględnieniem interwencji

Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: Należności terminowe, n=66 R= ,70661171 R^2= ,49930011 Skoryg. R2= ,47507270 F(3,62)=20,609 p<,00000 Błąd std. estymacji: 939916,56						
N=66	b*	Bł. std. z b*	b	Bł. std. z b	t(62)	p
W. wolny			6 147 252,64	240253,0	25,58658	0,000000
t	0,756183	0,099726	51 103,21	6739,5	7,58259	0,000000
Interwencja 2	-0,189242	0,094795	-1 021 082,18	511478,9	-1,99633	0,050294
Interwencja 3	-0,432151	0,095885	-2 670 995,23	592635,1	-4,50698	0,000030

Źródło: opracowanie własne.

W analizowanym przypadku wyznaczone równanie ma postać:

$$Trend = 6336378,32 + 2293,3 \cdot t^2 - 25,45 \cdot t^3 - 1113845,2 \cdot I_2 - 2496877,49 \cdot I_3, \quad (4)$$

gdzie: t^2 – zmienna t (kolejny miesiąc analizy), podniesiona do kwadratu, $t = 1, 2, \dots, 66$; t^3 – zmienna t (kolejny miesiąc analizy), podniesiona do potęgi trzeciej, $t = 1, 2, \dots, 66$; I_2 – interwencja w miesiącach 53-56; I_3 – interwencja w miesiącach 60-62.

Na podstawie szeregu pozbawionego trendu i z uwzględnieniem interwencji, wykorzystując metodę harmoniczną, obliczono parametry 33 harmonik, które występują w analizowanym szeregu. Oszacowane parametry harmonik zawiera tab. 2. Pogrubiono harmonikibrane pod uwagę do równania modelu I.

Tabela 2. Wartości a_i oraz b_i ocen parametrów α_i i β_i oraz parametr ω_i dla poszczególnych harmonik

Nr harmoniki	Wartości a_i dla poszczególnych harmonik	Wartości b_i dla poszczególnych harmonik	Parametr ω_i
1	2	3	4
1	-57 771,8322	96 388,0546	0,8025
2	-56 152,2551	-128 805,4097	1,2547
3	72 951,9240	137 158,8411	1,5337
4	355 965,4955	-127 284,6587	9,0819

Tabela 2. (cd.)

1	2	3	4
5	117 097,0325	-805 191,6781	42,0720
6	-316 080,1699	271 199,5393	11,0229
7	276 985,3626	199 007,6669	7,3923
8	67 567,7037	131 464,2516	1,3884
9	-128 293,3749	17 482,8411	1,0654
10	120 206,8988	68 407,8131	1,2156
11	-83 183,4133	-207 410,9206	3,1735
12	-81 503,4215	235 505,2414	3,9467
13	2 200,2159	-843,4313	0,0004
14	41 896,5910	84 325,1326	0,5634
15	6 520,8935	-6 125,7000	0,0051
16	59 666,8840	137 230,7331	1,4230
17	-237 379,5392	59 740,2864	3,8077
18	-128 906,7529	90 275,9466	1,5739
19	-56 578,7352	-21 587,7675	0,2330
20	-182 715,3800	36 092,0099	2,2043
21	-52 741,0348	-83 452,1968	0,6193
22	-35 538,4515	-161 454,6594	1,7368
23	-37 807,6922	-76 522,3682	0,4630
24	-40 478,0803	13 730,2222	0,1161
25	-31 432,3280	-120 796,6388	0,9901
26	11 057,5187	-100 288,5118	0,6469
27	-35 321,5629	-8 079,0929	0,0834
28	-181,1501	20 025,0703	0,0255
29	25 289,4456	38 447,8634	0,1346
30	-8 080,3803	4 680,5695	0,0055
31	79 500,1938	-82 243,3366	0,8315
32	-49 354,3456	67 482,7957	0,4442
33	0,0000	-33 492,0876	0,1426

Źródło: opracowanie własne.

Wartości a_i oraz b_i ocen parametrów α_i i β_i poszczególnych harmonik oszacowano na podstawie wzorów 5 i 6 [Dittman i in. 2009, s. 109]:

- od pierwszej do przedostatniej harmoniki, czyli w analizowanym przypadku od 1 do 32 harmoniki :

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{n} it\right) \quad (5)$$

$$b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{n} it\right), \quad (6)$$

gdzie: y_t – analizowany szereg pozbawiony trendu i z uwzględnieniem interwencji; n – liczba danych w szeregu czasowym, $n = 66$ (w tym przypadku); i – poszczególne harmoniki $i = 1, 2, \dots, 32$ (w tym przypadku).

- dla ostatniej harmoniki, $i=33$

$$a_{n/2} = 0 \quad (7)$$

$$b_{n/2} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cdot \cos(\Pi t) \quad (8)$$

Najczęściej w konstruowanym modelu nie trzeba ujmować wszystkich możliwych do wyznaczenia harmonik. Chcąc określić, jaki procent ogólnej wariancji zmiennej prognozowanej jest wyjaśniany przez i -tą harmonikę, zastosowano następujące wzory [Kłóśka, Hundert, Czyżyński 2007, s. 79]:

- od pierwszej do przedostatniej harmoniki, czyli $i = 1, 2, \dots, 32$

$$\omega_i = \frac{a_i^2 + b_i^2}{2S^2(y_t)} \cdot 100 [\%], \quad (9)$$

gdzie: $S^2(y_t)$ – wariancja szeregu czasowego po wyeliminowaniu trendu i z uwzględnieniem interwencji – 7 86 800 310 608,45.

- dla ostatniej harmoniki, czyli dla $i = 33$

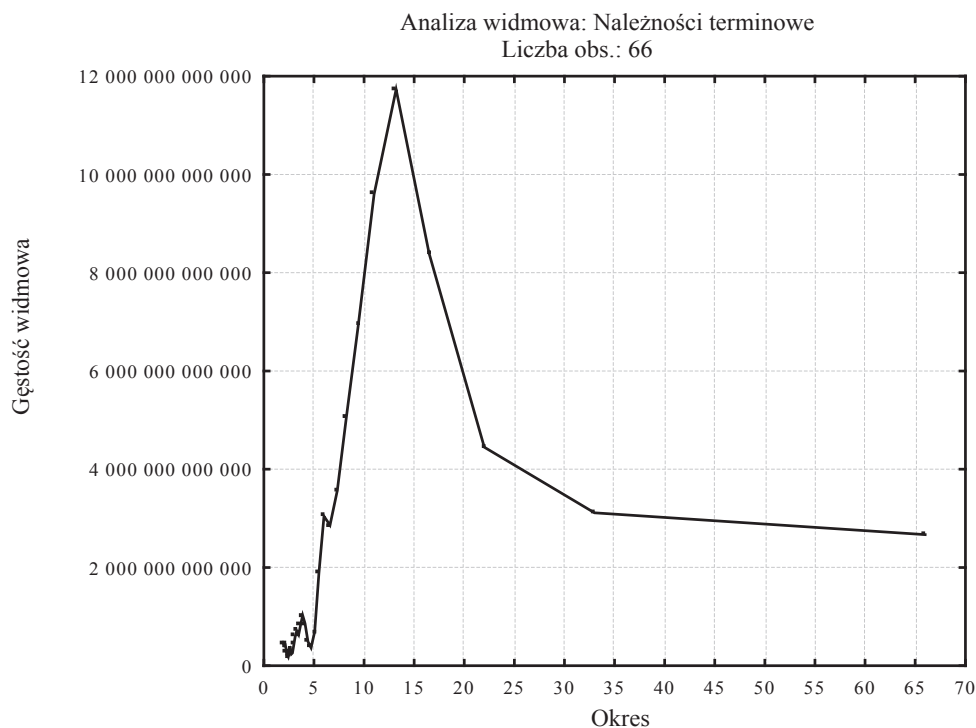
$$\omega_i = \frac{a_i^2 + b_i^2}{S^2(y_t)} \cdot 100 [\%] \quad (10)$$

Na podstawie oszacowanych parametrów 33 harmonik zawartych w tab. 2 można powiedzieć, że największy udział w wyjaśnieniu zmienności należności spłacanych terminowo w badanym okresie 5,5 roku (66 miesięcy) ma 12 harmonik, które wyjaśniają 88,97% zmienności badanej zmiennej:

- harmonika 5 reprezentująca wahania o okresie $66/5 = 13$ miesięcy, która wyjaśnia 42,07% zmienności,
- harmonika 6 reprezentująca wahania o okresie $66/6 = 11$ miesięcy, która wyjaśnia 11,02% zmienności,
- harmonika 4 reprezentująca wahania o okresie $66/4 = 16,5$ miesiąca, która wyjaśnia 9,08% zmienności,
- harmonika 7 reprezentująca wahania o okresie $66/7 = 9$ miesięcy, która wyjaśnia 7,39% zmienności,
- harmonika 12 reprezentująca wahania o okresie $66/12 = 5,5$ miesiąca, która wyjaśnia 3,95% zmienności,
- harmonika 17 reprezentująca wahania o okresie $66/17 = 4$ miesiące, która wyjaśnia 3,81% zmienności,
- harmonika 11 reprezentująca wahania o okresie $66/11 = 6$ miesięcy, która wyjaśnia 3,17% zmienności,

- harmonika 20 reprezentująca wahania o okresie $\frac{66}{20} = 3,3$ miesiąca, która wyjaśnia 2,20% zmienności,
- harmonika 22 reprezentująca wahania o okresie $\frac{66}{22} = 3$ miesiące, która wyjaśnia 1,74% zmienności,
- harmonika 18 reprezentująca wahania o okresie $\frac{66}{18} = 3,6$ miesiąca, która wyjaśnia 1,57% zmienności,
- harmonika 3 reprezentująca wahania o okresie $\frac{66}{3} = 22$ miesiące, która wyjaśnia 1,53% zmienności,
- harmonika 16 reprezentująca wahania o okresie $\frac{66}{15} = 4$ miesiące, która wyjaśnia 1,42% zmienności,

Otrzymaną za pomocą metody harmonicznej sezonowość ilustruje wykres na rys. 2 – periodogram, wykreślony względem okresu, na którym widać, że należności terminowe badanej kopalni „X” przejawiają silny 13-miesięczny cykl, daje się również zauważyć dłuższy cykl, ok. 6–22-miesięczny.



Rys. 2. Wartości periodogramu względem okresu

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie obliczonych parametrów 12 wziętych pod uwagę harmonik można sformułować równanie modelu prognostycznego (Model I) (wzór 11), które przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
 Model(I) = & 6336378,32 + 2293,3 \cdot t^2 - 25,45 \cdot t^3 - 1113845,2 \cdot I_2 - 2496877,49 \cdot I_3 + \\
 & + 72951,92 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 3t\right) + 137158,84 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 3t\right) + 355965,49 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 4t\right) - 127284,66 \cdot \\
 & \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 4t\right) + 117097,03 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 5t\right) - 805191,68 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 5t\right) - 316080,17 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 6t\right) + \\
 & + 271199,54 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 6t\right) + 276985,36 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 7t\right) + 199007,67 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 7t\right) - 83183,41 \cdot \\
 & \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 11t\right) - 207410,92 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 11t\right) - 81503,42 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 12t\right) + 276985,36 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 7t\right) + \\
 & + 199007,67 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 7t\right) - 83183,41 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 11t\right) - 207410,92 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 11t\right) - 81503,42 \cdot \\
 & \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 12t\right) + 235505,24 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 12t\right) + 59666,88 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 16t\right) + 137230,73 \cdot \\
 & \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 16t\right) - 237379,53 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 17t\right) + 59740,29 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 17t\right) - 128906,75 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 18t\right) \\
 & + 90275,95 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 18t\right) - 182715,38 \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 20t\right) + 36092,01 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 20t\right) - 35538,45 \cdot \\
 & \cdot \sin\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 22t\right) - 161454,66 \cdot \cos\left(\frac{2\Pi}{66} \cdot 22t\right) +
 \end{aligned} \tag{11}$$

Równanie to posłużyło do wyznaczenia prognozy poprzez ekstrapolowanie modelu na kolejne 6 miesięcy, co zostało zilustrowane graficznie na rys. 4.

5. Zastosowanie metody Kleina do prognozowania wielkości należności

Sezonowość addytywną, występującą w analizowanym przypadku, można zapisać przy użyciu sezonowej zmiennej zero-jedynkowej, która przyjmuje wartość 1 w k -tym sezonie (w tym przypadku – miesiącu) i zero w pozostałych [Kłóska, Hundert, Czyżyński 2007, s. 75].

Weryfikacja postaci przebiega w taki sposób, że ocenia się istotność parametrów strukturalnych modelu, w tym parametrów sezonowych. Wystarczy przy tym istotność jednego tylko parametru sezonowego, aby uznać, że wahania sezonowe powinny być uwzględnione w modelu. W przypadku sezonowości addytywnej i trendu liniowego model regresji przedstawia się następująco [Sokołowski 2010, s. 63]:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + d_1 Q_{1t} + \dots + d_m Q_{mt} + \dots + \xi_t, \tag{12}$$

gdzie: y_t – równanie ogólne modelu; $\beta_0 + \beta_1 t$ – równanie trendu; m – liczba faz cyklu (12 w analizowanym przypadku – sezonowość miesięczna); d_1, \dots, d_m – parametry sezonowe modelu; Q_{1t}, \dots, Q_{mt} – zmienne zero-jedynkowe; ξ_t – błędy losowe.

W następnym kroku analizy wahania sezonowe będą reprezentowane przez zmienne zero-jedynkowe wskazujące poszczególne miesiące. Jeden z miesięcy reprezentuje tzw. poziom odniesienia i powinien to być miesiąc, w którym wartość szeregu zazwyczaj najmniej odbiega od linii trendu, miesiąc o najmniejszym składniku sezonowości [Sokołowski 2011, s. 4].

W tym przypadku będzie to czerwiec, na co wskazują wyniki zamieszczone w tab. 3, otrzymane po zastosowaniu analizy wariancji (ANOVA) dla klasyfikacji jednoczynnikowej.

Tabela 3. Wartość obliczonych wskaźników sezonowych

Tabela przekrojów statystyk opisowych N=66 (Zmienne zależne nie zawierają BD)			
Miesiące	Odchylenie addytywne Średnie	Odchylenie addytywne Ważnych	Odchylenie addytywne Odch.std
1	-903 361	6	1 512 717
2	-539 461	6	1 159 445
3	-531 352	6	995 692
4	-287 240	6	576 854
5	126 488	6	746 895
6	-111 337	6	188 354
7	450 299	5	538 669
8	488 521	5	894 912
9	1 161 464	5	1 009 047
10	1 139 693	5	933 484
11	525 369	5	833 032
12	-1 068 852	5	1 199 129
Ogół	74	66	1 107 604

Źródło: opracowanie własne.

Po wprowadzeniu do modelu trendu (zmienne t , t^2 , t^3), 11 zmiennych zero-jedynkowych wskazujących poszczególne miesiące, jak również trzech rodzajów interwencji końcowe wyniki zastosowanej metody regresji wielorakiej zstępującej przedstawia tab. 4.

Istotnie statystycznie okazały się wszystkie parametry z wyjątkiem Q2, Q3, Q4, Q5 i Q11. Oznacza to, że w lutym, marcu, kwietniu, maju i listopadzie przeciętny poziom zmiennej nie różnił się istotnie od poziomu z czerwca. Wartość współczynnika determinacji – R^2 świadczy o tym, że w 76,72% oszacowany model II wyjaśnia kształtowanie się należności terminowych w badanym okresie. Błąd standardowy estymacji na poziomie 680 403,60 PLN świadczy o tym, że o tyle jednostek (PLN) myli się średnio model, szacując wartości należności terminowych kopalni „X”. Weryfikując współczynnik korelacji wielorakiej $R = 0,8759$, można postawić następujące hipotezy: $H_0: R = 0$ i $H_1: R \neq 0$. Ze względu na fakt, iż na z góry przyjętym

poziomie istotności $\alpha = 0,05$, $F = 18,13 \geq 2,026$, można wyciągnąć wniosek, że współczynnik korelacji wielorakiej jest statystycznie istotny, a tym samym stopień dopasowania modelu do danych empirycznych jest dostatecznie duży.

Tabela 4. Końcowe wyniki metody regresji wielorakiej dla modelu II

Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: Należności terminowe, n=66 R= ,87592396 R ² = ,76724278 Skoryg. R2= ,72492328 F(10,55)=18,130 p<,00000 Błąd std. estymacji: 680403,6						
N=66	b*	Bł. std. z b*	b	Bł. std. z b	t(55)	p
W. wolny			6 005 071,95	198 887,2	30,19335	0,000000
t	0,684522	0,076424	46 260,28	5 164,8	8,95684	0,000000
Interwencja 1	0,186736	0,072371	1 007 561,66	390 487,4	2,58027	0,012572
Interwencja 2	-0,192389	0,072556	-1 038 061,16	391 487,0	-2,65159	0,010446
Interwencja 3	-0,269948	0,074934	-1 668 463,87	463 141,5	-3,60249	0,000678
Q1	-0,154084	0,070592	-690 040,30	316 137,2	-2,18272	0,033343
Q7	0,192796	0,068008	938 029,50	330 886,3	2,83490	0,006400
Q8	0,155047	0,069740	754 367,00	339 314,4	2,22321	0,030330
Q9	0,288184	0,067141	1 402 132,05	326 667,7	4,29223	0,000072
Q10	0,280063	0,067184	1 362 617,99	326 876,1	4,16861	0,000109
Q12	-0,206511	0,070527	-1 004 756,31	343 140,9	-2,92812	0,004953

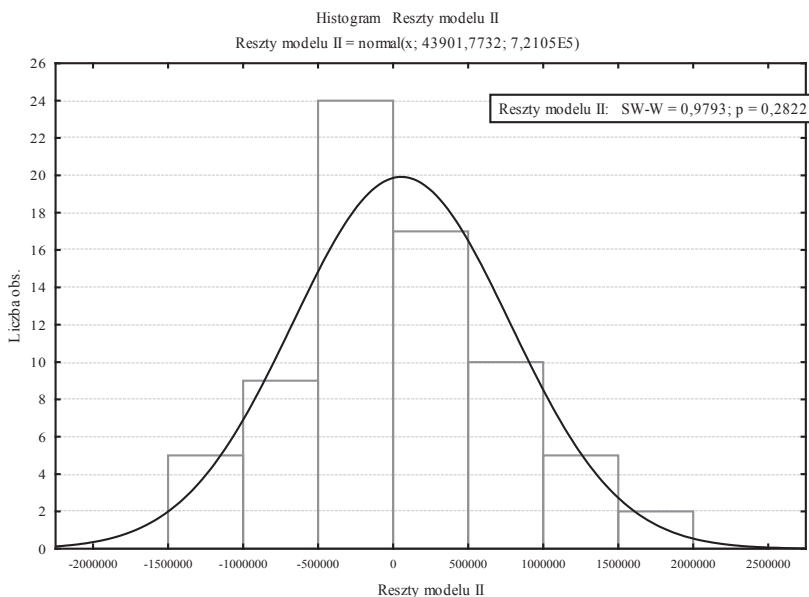
Źródło: opracowanie własne.

W analizowanym przypadku można przedstawić równanie modelu II, który ma postać następującego równania zawierającego trend, interwencje i wahania sezonowe:

$$\begin{aligned}
 Model(II) = & 6005071,95 + 46260,28 \cdot t + 1007561,66 \cdot I_1 - 1038061,16 \cdot I_2 - 1668463,87 \cdot I_3 + \\
 & -690040,30 \cdot Q1 + 938029,5 \cdot Q7 + 754367 \cdot Q8 + +1402132,05 \cdot Q9 - 1064302,06 \cdot Q9 + \\
 & +1362617,99 \cdot Q10 - 1004756,31 \cdot Q12
 \end{aligned} \quad (13)$$

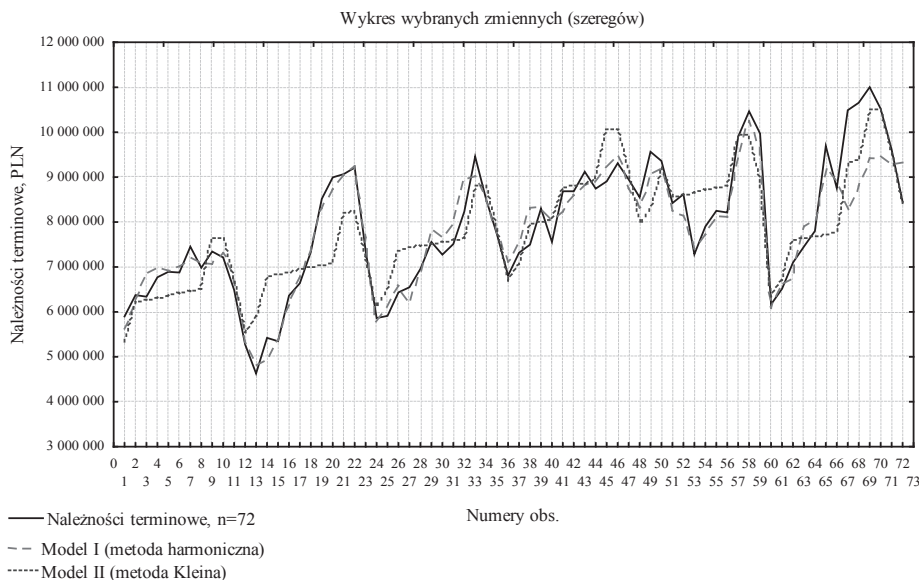
gdzie: t – kolejny miesiąc analizy; $Q1$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca styczeń; $Q7$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca lipiec; $Q8$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca sierpień; $Q9$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca wrzesień; $Q10$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca październik; $Q12$ – zmienna zero-jedynkowa wskazująca grudzień; I_1 – interwencja w miesiącach 47-49; I_2 – interwencja w miesiącach 53-56; I_3 – interwencja w miesiącach 60-62.

Wykres otrzymanego modelu II przedstawiony został na rys. 4. Dalsza weryfikacja modelu polega na ocenie własności reszt. Normalność rozkładu reszt można sprawdzić, stosując test Shapiro-Wilka. Wartość statystyki Shapiro-Wilka odczytanego z rys. 3 wynosi 0,9793, a wartość prawdopodobieństwa testowego to 0,2822. Nie ma więc podstaw do odrzucenia hipotezy mówiącej o normalności rozkładu reszt, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$.



Rys. 3. Wykres normalności rozkładu reszt modelu II

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Porównanie rzeczywistych wartości należności terminowych kopalni „X” w analizowanym okresie z otrzymanymi modelami

Źródło: opracowanie własne.

6. Weryfikacja skonstruowanych modeli

Poprawność obu modeli zostanie oceniona za pomocą błędu *ex post* – MAPE (*mean absolute percentage error*) obliczonego na okres prognozy $n + 6$, przy założeniu, że $n = 66$.

Tabela 5. Wyniki obliczeń MAPE

Horyzont prognozy	Model I (metoda harmoniczna)	Model II (metoda Kleina)
	$\left \frac{y_{t(rz)} - y_{t(M.I)}}{y_{t(rz)}} \right $	$\left \frac{y_{t(rz)} - y_{t(M.II)}}{y_{t(rz)}} \right $
67	0,2120	0,0426
68	0,1732	0,0705
69	0,1436	0,0365
70	0,0998	0,0080
71	0,0308	0,0336
72	0,1037	0,0139
SUMA	0,7632	0,2051

Źródło: opracowanie własne.

$$MAPE(Model(I)) = \frac{1}{T - n} \sum_{t=n+1}^T \left| \frac{y_{t(rz)} - y_{t(M.I)}}{y_{t(rz)}} \right| \cdot 100 = 12,72\%$$

$$MAPE(Model(II)) = \frac{1}{T - n} \sum_{t=n+1}^T \left| \frac{y_{t(rz)} - y_{t(M.II)}}{y_{t(rz)}} \right| \cdot 100 = 3,42\%$$

gdzie: n – numer ostatniej znanej obserwacji zmiennej prognozowanej, w tym przypadku $n = 66$; T – numer ostatniego momentu/okresu, dla którego była sprawdzana prognoza, $T = 72$; $Y_{t(rz)}$ – rzeczywiste wartości należności terminowych w okresie prognozy $n + 6$; $Y_{t(M.I)}$ – prognozowane wielkości badanej zmiennej za pomocą modelu I; $Y_{t(M.II)}$ – prognozowane wielkości badanej zmiennej za pomocą modelu II.

7. Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano dwa modele, które posłużyły do ekstrapolowania analizowanego szeregu czasowego na okres prognozy $n + 6$. Otrzymane wyniki porównano z rzeczywistymi wartościami szeregu i okazało się, że model II skonstruowany metodą Kleina, wykazał się o wiele mniejszym błędem prognozy *ex post* – MAPE (3,42%). W związku z tym, na poziomie istotności $\alpha = 005$, może on być zaimplementowany do prognozowania badanego szeregu, gdyż jego wartość wyniosła poniżej dopuszczalnego (granicznego poziomu 5%, ze względu na

przyjęty poziom istotności). Model I natomiast, który powstał na podstawie metody harmonicznej, posiadał wysoki poziom błędu prognozy *ex post*. MAPE modelu I wyniósł 12,72%, co powoduje, że wyników predykcji otrzymanych na jego podstawie nie można uznać za trafne. Informacje otrzymane na podstawie modelu II mogą wspomóc zarządzanie należnościami w badanej kopalni poprzez prognozowanie, przy uwzględnieniu występowania w szeregu wahań sezonowych, trendu, jak również pojawieniu się interwencji.

Literatura

- Aczel A.D., *Statystyka w zarządzaniu*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2000.
- Czekaj J., Dresler Z., *Zarządzanie finansami przedsiębiorstw. Podstawy teorii*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- Dittman P., Szabela-Pasierbińska E., Dittman I., Szpulak A., *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Wolters Kluwer Polska, Kraków 2009.
- Gos W., *Sprawozdawczość i rewizja finansowa*, Capital, Warszawa 2005.
- Kłóska R., Hundert M., Czyżyński R., *Wybrane zagadnienia z prognozowania*, ECONOMICUS, Szczecin 2007.
- Kłak B., *Skutki ekonomiczno-podatkowe wykorzystania rabatu w procedurach windykacji należności przez przedsiębiorstwa górnicze*, praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie, Kraków 2006.
- Kot S.M., Jakubowski J., Sokołowski A., *Statystyka. Podręcznik dla studiów ekonomicznych*, Difin, Warszawa 2007.
- Kreczmańska-Gigol K., Pajewska-Kwaśny R., *Factoring. Przewodnik dla przedsiębiorcy*, Infor Biznes, Warszawa 2010.
- Panfil M., *Zarządzanie należnościami w małym i średnim przedsiębiorstwie*, Polska Agencja Przedsiębiorczości, Instytut Technologii Eksploatacji, Radom 2004.
- Sokołowski A., *Prognozowanie i analiza szeregów czasowych. Materiały kursowe*, Statsoft, Kraków 2010.
- Sokołowski A., *Przykłady prognozy ekonomicznej*, www.statsoft.pl, Kraków 2011.
- Ustawa z dnia 29 września 1994 o rachunkowości, DzU 1994, nr 121, poz. 591.
- Zeliaś A., Pawełek A., Wanat S., *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria. Przykłady. Zadania*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2003.

CONSTRUCTION OF THE PROGNOSTIC MODEL OF PAID-IN-TERM RECEIVABLES USING THE HARMONIC METHOD AND THE KLEIN METHOD

Summary: This article, at the outset, presents the importance of receivables management in the aspect of maintaining financial liquidity. The effectiveness of receivables management affects the conducted analyzes, which may include predictions. This article shows the stages of the construction of prediction models based on two methods: harmonic and Klein. Subsequently, the paper presents the results of the research on construction prediction models using two described methods. As a result of the carried out calculations, two models have been received. It appears that model II, constructed using the Klein method, has low value of forecast ex post error - MAPE (mean absolute percentage error), and therefore it can be implemented to estimate the analyzed time series of paid in term receivables. At the same time model I, which was based on harmonic method, has high value of prognosis error which causes that it cannot be used for making predictions, because their values could not be considered as accurate.

Keywords: receivables management, forecasting, harmonic method, Klein method.